

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Begmatov A.

OLIV MATEMATIKA KAFEDRASI

**Differensial tenglamalar haqida umumiy
tushunchalar**

**amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash
bo‘yicha uslubiy qo‘llanma**

SAMARQAND • 2011

A.Begmatov. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llash bo'yicha uslubiy qo'llanma. SamISI. 2011. -19 b.

Taqrizchilar:

Husanov B. f-m.f.n., dotsent, Samarqand Davlat arxitektura va qurilish instituti;

Umarov T.I. SamISI, «Oliy matematika» kafedrası dotsenti.

Uslubiy qo'llanma „Oliy matematika” kafedrası majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(4-son bayonnoma, 24 mart, 2011 yil).

Ushbu uslubiy qo'llanmada **“Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar”** mavzusi amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Qo'llanmadan **“Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar”** mavzusi amaliy mashg'ulotini tashkil etish va o'tkazishda foydalanish mumkin.

Oliy matematika fanini ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar

O'zbekiston Respublikasi taraqqiyotida halqning boy ma'naviy salohiyati va umuminsoniy qadriyatlarga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimini barpo etish dolzarb ahamiyatga ega.

Ma'lumki, kadrlar tayyorlash Milliy dasturida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy qilish va o'zlashtirish zarurligi ko'p marta takrorlanib, "...yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib, talabalarni o'qitishni jadallashtirish" ko'zda tutilgan.

Pedagogik texnologiya YUNESKOning bergan ta'rifini keltiramiz: "Pedagogik texnologiya – bu butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonida o'z oldiga ta'lim shakllarini samaradorlashtirish vazifasini qo'yuvchi texnik hamda shaxs resurslari va ularning o'zaro aloqasini hisobga olib, bilimlarni yaratish, qo'llash (va belgilash)ning tizimli usulidir". Bu ta'rifdagi asosiy tushuncha "tizimli usul" bo'lib, aynan tizimli yondashuv pedagogik texnologiyaning, o'qitishga boshqa yondashuvlardan farqlanuvchi asosiy belgisi hisoblanadi. Ta'lim maqsadlari, uning mazmuni, o'qitish va ta'lim berish usullari, nazorat va natijalarni baholashni o'zaro bog'liklikda loyihalash- ko'pincha an'anaviy o'quv jarayonida yetishmaydigan narsadir.

Jaxon pedagogika fani ilmiy – texnika taraqqiyoti ta'sirini boshdan kechirib, psixologiya, kibernetika, tizimlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va boshqa fanlar yutuqlarini birlashtirib, hozirgi davrda faol yangilanish (innovatsiya) jarayonlari bosqichida turar ekan, inson imkoniyatlarini samarali rivojlantirish amaliyotiga boy mahsul bermoqda.

Pedagogik texnologiya usullari (boshda) dastlab o'qitishning harakatini namunaviy vaziyatdagi (belgilangan qoida bo'yicha) o'zlashtirish talab etiladigan mahsuldor (reproduktiv) darajasi uchun ishlab chiqilgan. Mahsuldor ta'lim har qanday ta'limning zaruriy tarkibiy qismi hisoblanib, u insoniyat jamg'argan tajribani aniq o'quv fani doirasida o'zlashtirish bilan bog'liq. Ta'lim oluvchilarda bilim va ko'nikmalarning ma'lum "poydevori" hosil qilingandan keyingina ta'limning natijali (produktiv) va ijodiy yondashish usullariga ko'chish mumkin. Pedagogik texnologiya oqimi 70-80 yillarda AQShda yuzaga keldi va YUNESKO kabi nufuzli tashkilot tomonidan tan olindi va qo'llab – quvvatlandi va hozirgi kunda ko'pgina mamlakatlarda muvaffaqiyatli o'zlashtirilmoqda.

Ma'lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta'lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og'zaki- ko'rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta'lim turlari hisoblanadi.

1. Og'zaki – ko'rgazmali an'anaviy bo'lib, o'qituvchining axborot berishi, talabalarning bilimlarni qabul qilishi, to'plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta'limda og'zaki-ko'rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo'lib, qismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta'lim tizimida ulkan xizmat ko'rsatdi. Jadal suratlar bilan o'sib borayotgan fan va texnika talablari, ta'lim tizimidagi

istlohatlar, raqobotbardosh kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Tal'imga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (qismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy mahsuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal etish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir.

Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiri yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma – ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti – harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, aytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarda ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti –harakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Harbir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

Mavzuni o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz: 1) mavzu va uning rejasi beriladi; 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi; 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqa to'xtalinadi; 4) mavzuni tushuntirish ketma – ketligi texnologik loyiha asosida o'qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim; 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish; 6) tushuntirish jarayonida o'quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi; 7) talabaning tarqatma material yoki o'quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o'qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish; 8) mavzuni o'rganish darajasini tekshirish, talabalarga og'zaki savollar berib borish orqali, (masalan, analitik geometriya tushunchasining mohiyati nima?); 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to'ldirish, to'g'ri javoblarni rag'batlantirish; 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayan (masalan, 10 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqlari yig'ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo'yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To'g'ri javoblar ekranda ko'rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o'zlarning bilimlarini o'zlari tekshirib ko'radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo'ladi, o'qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag'batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o'qish – o'rganishga da'vat etiladi; 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko'nikmasini hosil qilish maqsadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo'lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo'lishi zarur.

“ Oliy matematika” fanini, o'rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) matematikaning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o'rni va ahamiyati anglash;
- 2) o'quvchining matematik apparatning qo'llanilishiga qiziqishi;
- 3) amaldagi dastur asosida matematik apparatni o'rgatish;
- 4) ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo'naltirib, bu bilimlarni o'z faoliyatida qo'llash.

Shuni ta'kidlaymizki, „Oliy matematika“ fani oliy ta'limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, informatika, chiziqli va nochiziqli dasturlash, makro va mikro iqtisod, ekonometriya, iqtisodiy tahlil, moliyaning miqdoriy metodlari, logistika va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e'tiborga olinadi.

Biz ushbu uslubiy qo'llanmada „Oliy matematika“ fanining **“Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar.”** amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab, o'qitish- o'rgatish haqida fikr yuritamiz.

1.1. “Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar” mavzusi bo’yicha amaliy mashg’ulotining ta’lim texnologiyasi modeli

39(18)-mavzu	Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o’zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: 25 nafardan oshmasligi kerak
O’quv mashg’uloti shakli	Individual topshiriqlarni bajarishga asoslangan amaliy mashg’ulot.
Mashg’ulot rejasi	1.Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. 2. Birinchi tartibli tenglamalar. 3. O’zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan birinchi tartibli tenglamalarga oid misollar yechish. 4. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalarga doir misollar yechish.
Asosiy tushuncha va atamalar	Differensial tenglama, oddiy differensial tenglama, xususiy hosilali differensial tenglama, differensial tenglamaning tartibi, differensial tenglama yechimi, integral chiziq, birinchi tartibli differensial tenglama, Koshi masalasi, boshlang’ich shartlar, o’zgaruvchilari ajralgan, o’zgaruvchilari ajraladigan, birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalar.
Amaliy mashg’ulotining maqsadi	Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar hamda birinchi tartibli o’zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O’quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo’yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O’quv materiallari bilan ishlash ko’nikmalarini hosil qilish. 3. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalarni eslatish. 4. Birinchi tartibli tenglamalarni	1. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalarni anglashi. 2. Birinchi tartibli tenglamalarni bilish. 3. O’zgaruvchilari ajralgan birinchi tartibli tenglamalarga oid misollarni yecha bilish. 4. O’zgaruvchilari ajraladigan birinchi tartibli tenglamalarga oid misollar yecha

tushuntirish. 5. O'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan birinchi tartibli tenglamalarga oid misollar yechish. 6. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalarga doir misollar yechi ko'rsatish.	bilish. 5. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalarni yechib ko'rsata bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar” mavzusi bo'yicha amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (15 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(50-daqiqa)	2.1.Talabalarni 4 ta o'quv guruhiga bo'linadi. va har biriga vazifalar beradi(3-ilova). Guruhlarda o'quv vazifasini bajarish bo'yicha ishni tashkil qiladi. Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi(4-ilova). O'quv faoliyati natijalarini eslatadi. Vazifani bajarishda o'quv materiallaridan foydalanish mumkinligini	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar,

	eslatadi. Berilgan topshiriqlarni har bir guruh lideri bittadan doskada izohlashga, ya'ni prezentatsiyaga tayyorlashni so'raydi. 2.2. Taqdimot boshlanishini e'lon qiladi. Taqdimot vaqtida javoblarga izoh beradi, to'g'ri e'chimga e'tibor beradi, xatolarni ko'rsatadi. Talabalar bilan birgalikda javoblar to'g'riligini baholaydi, savollarga javob beradi. 2.3. Guruhlar bajargan ishlari bo'yicha o'z-o'zini baholaydilar va tekshiradilar. 2.4. Javoblarni to'ldiradi va qisqacha xulosalar qiladi.	savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

39.1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a’lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

39. 2-ilova

Insert texnikasini qoʻllagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni oʻqing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qoʻyib, olingan maʼlumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud boʻlgan bilimlar (maʼlumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga eʼtiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi maʼlumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qoʻshimcha maʼlumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qoʻllagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni oʻqing.
2. Olingan maʼlumotlarni tizimlashtiring – matnga qoʻyilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini toʻldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

No	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Differensial tenglama deb nimaga aytiladi?			
2	Oddiy differensial tenglama qanday tenglama?			
3	Xususiy xosilali differensial tenglama deb nimaga aytiladi?			
4	Differensial tenglamaning tartibi nima?			
5	Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb nimaga aytiladi?			
6	Umumiy va xususiy yechimlar qanday yechimlar?			
7	Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalasi nimadan iborat?			
8	Boshlangʻich shart deb nimaga aytiladi?			
9	Qanday masalaga Koshi masalasi deyiladi?			
10	Qanday tenglamaga oʻzgaruvchilari ajralgan differensial tenglama deyiladi?			
11	Birinchi tartibli bir jinsli tenglama deb nimaga aytiladi?			

39.3-ilova

Kichik guruhlarda ishlash qoidasi

1. Talabalar ishni bajarish uchun zarur bilim va malakalarga ega bo'lmog'i lozim.
2. Guruhlarga aniq topshiriqlar berilmog'i lozim.
3. Kichik guruh oldiga qo'yilgan topshiriqni bajarish uchun yetarli vaqt ajratiladi.
4. Guruhlardagi fikrlar chegaralanmaganligi va tazyiqqa uchramasligi haqida ogohlantirilishi zarur.
5. Guruh ish natijalarini qanday taqdim etishini aniq bilish-lari, o'qituvchi ularga yo'riqnoma berishi lozim.
6. Nima bo'lganda ham muloqotda bo'ling, o'z fikringizni erkin namoyon eting.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

$$1) (1+y)dy - (1-x)dx = 0; \quad 2) (xy^2 + x)dx = (y - x^2y)dy.$$

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

$$1) x^2dx + ydy = 0, \quad x = 0 \text{ da } y = 1;$$

$$2) (1+x^2)dy - 2x(y+3)dx = 0, \quad x = 0 \text{ bo'lganda } y = -1.$$

3. $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)y}{x^2}$. differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $xy^2 - y' = x^3 + y^3$ differensial tenglamaning $x=1$ bo'lganda $y=3$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

2-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

$$1) (y-1)dy + \frac{1}{x^2}dx = 0; \quad 2) 2(xy+y)dx = xdy.$$

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

$$1) x^3dx + y^2dy = 0, \quad x = 0 \text{ da } y = 1;$$

$$2) (1+x)ydx = (y-1)xdy, \quad x=1 \text{ da } y=1.$$

3. $x^2y' = y^2 - xy + x^2$ differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $(x - y)dx + xdy = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 0$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

3-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(y - 1)dy + \frac{1}{x^2}dx = 0$; 2) $2(xy + y)dx = xdy$.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

1) $x^3dx + y^2dy = 0$, $x = 0$ da $y = 1$;

2) $(1 + x)ydx = (y - 1)xdy$, $x = 1$ da $y = 1$.

3. $(x^2 - 2xy)dy = (xy - y^2)dx$. differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $y^2dx + (x^2 - xy)dy = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ da $y = 1$. bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

4-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(y - 1)dy + \frac{1}{x^2}dx = 0$; 2) $2(xy + y)dx = xdy$.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

1) $x^3dx + y^2dy = 0$, $x = 0$ da $y = 1$;

2) $(1 + x)ydx = (y - 1)xdy$, $x = 1$ da $y = 1$.

3. $x^2y' = y^2 - xy + x^2$ differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $(x - y)dx + xdy = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 0$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

39.4-ilova

“Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar” mavzusi bo'yicha tarqatma material

1. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar.

1-ta'rif. Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya hamda uning hosilalari yoki differensiallari orasidagi munosabatga differensial

tenglama deyiladi.

Noma'lum funksiya faqat bitta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga **oddiy differensial tenglama** deyiladi.

Noma'lum funksiya ikki yoki undan ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamalarga, **xususiy hosilali differensial** tenglamalar deyiladi.

2-ta'rif. Differensial tenglamaga kirgan hosilalarning eng yuqori tartibiga **differensial tenglamaning tartibi** deyiladi.

$y'' = 3x^2$, $y''' = \cos x$ tenglamalar mos ravishda ikkinchi va uchinchi tartibli tenglamalarga misol bo'ladi.

Umumiy holda n -tartibli differensial tenglama

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

ko'rinishda belgilanadi.

3-ta'rif. **Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali** deb tenglamaga qo'yganda uni ayniyatga aylantiradigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

Differensial tenglama yechimining grafigiga **integral chiziq** deyiladi. Masalan, $\frac{dy}{dx} = 2x$, $y = x^2$ bu berilgan differensial tenglamaning yechimi bo'lib, bu holda integral chiziq paraboladan iborat bo'ladi.

Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalasi berilgan tenglamaning barcha yechimlarini topish va bu yechimlarning hossalari o'rganishdan iborat.

Algebraik tenglamalardagidek hamma differensial tenglamalarni yechish mumkin bo'ladigan umumiy usullar yo'q. Differensial tenglamalarning har bir turiga xos yechish usulidan foydalaniladi.

2. Birinchi tartibli tenglamalar.

Birinchi tartibli tenglama umumiy holda

$$F(x, y, y') = 0 \quad (1)$$

ko'rinishda yoziladi. (1) tenglamani y ga nisbatan yechsak

$$y' = f(x, y) \text{ yoki } \frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2)$$

bo'ladi. (2) tenglamaning o'ng tomoni faqat x ning funksiyasi bo'lsa, tenglama

$$y' = f(x) \quad (3)$$

ko'rinishda bo'lib, oxirgi tenglikdan bevosita ko'rish mumkinki, bunday tenglamaning yechimini topish $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasini topishdan iborat bo'ladi, ya'ni

$y = F(x) + C$, $[F(x)]' = f(x)$. Shunday qilib, (3) ko'rinishdagi

birinchi tartibli differensial tenglamaning yechimi cheksiz ko'p yechimlar to'plamidan iborat bo'ladi.

1-ta'rif. $y = \varphi(x, C)$ x ning funksiyasi har bir C ixtiyoriy o'zgarmas bo'lganda (2) tenglamani qanoatlantirsa, uning **umumiy yechimi** deyiladi.

2-ta'rif. C ixtiyoriy o'zgarmasning muayyan qiymatida umumiy yechimdan olinadigan yechimga **xususiy yechim** deyiladi.

Umumiy yechimdan yagona yechimni olish uchun ko'pincha qo'shimcha

$$y(x_0) = y_0 \quad (4)$$

shartdan foydalaniladi, bu yerda x_0 , y_0 lar berilgan sonlar bo'lib, bu shartga boshlang'ich shart deb ataladi.

3-ta'rif. $y' = f(x, y)$ differensial tenglamaning (4) boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasiga **Koshi masalasi** deyiladi.

1-misol. $y' = \frac{5}{\cos^2 x}$, differensial tenglama uchun $y(0) = 3$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi Koshi masalasini yeching.

Yechish. Oldin berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimini topamiz:

$$y = \int \frac{5}{\cos^2 x} dx = 5 \operatorname{tg} x + C$$

Endi boshlang'ich shartdan foydalanib, $5 \operatorname{tg} 0 + C = 3$, bundan $C = 3$ kelib chiqadi. Demak, Koshi masalasining yechimi $y = 5 \operatorname{tg} x + 3$ bo'ladi.

3. O'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan birinchi tartibli tenglamalar

4-ta'rif. $M(x)dx + N(y)dy = 0$ ko'rinishdagi tenglamaga **o'zgaruvchilari ajralgan** differensial tenglama deyiladi.

Bunday differensial tenglamani bevosita, tenglikni integrallab uning umumiy yechimi topiladi, ya'ni

$$\int M(x)dx + \int N(y)dy = C$$

bo'ladi.

2-misol. $x dx + y dy = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Berilgan tenglamani bevosita integrallab

$$\int x dx + \int y dy = C, \quad \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C \quad \text{yoki} \quad x^2 + y^2 = C_1,$$

umumiy yechim bo'ladi.

5-ta'rif. $y' = f_1(x)f_2(y)$ yoki $\frac{dy}{dx} = f_1(x)f_2(y)$

ko'rinishdagi tenglamaga **o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama** deyiladi.

Bunday differensial tenglamani $f_2(y)$ ga bo'lib, dx ga ko'paytirib

$$\frac{dy}{f_2(y)} = f_1(x)dx$$

o'zgaruvchilari ajralgan differensial tenglamaga keltirish bilan yechimi topiladi.

3-misol. $\frac{dy}{dx} = x(1+y^2)$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. O'zgaruvchilarini ajratib $\frac{dy}{1+y^2} = xdx$ tenglamani hosil qilamiz. Oxirgi tenglamani bevosita integrallab,

$$\arctg y = \frac{x^2}{2} + C$$

likka ega bo'lamiz. Oxirgi tenglikdan

$$y = \operatorname{tg}\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$$

umumiy yechimni hosil qilamiz.

4. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalar.

$f(x, y)$ funksiya uchun $f(kx, ky) = k^\alpha f(x, y)$ tenglik bajarilsa, $f(x, y)$ funksiya α tartibli bir jinsli funksiya deyiladi, bunda α biror son. Masalan, $f(x, y) = xy - y^2$ funksiya uchun $f(kx, ky) = kx \cdot ky - (ky)^2 = k^2(xy - y^2)$ bo'lib, $f(x, y) = xy - y^2$ funksiya $\alpha = 2$ tartibli bir jinsli funksiya bo'ladi. $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy}$, $\alpha = 0$ tartibli bir jinsli funksiya (buni tekshirib ko'ring).

6-ta'rif. $y' = f(x, y)$ differensial tenglamada $f(x, y)$ funksiya no'linchi tartibli bir jinsli funksiya bo'lsa, bunday differensial tenglamaga **birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglama** deyiladi.

Bir jinsli, tenglama $y = xv(x)$ almashtirish bilan o'zgaruvchilari ajraladigan

$$xv' = f(1, v) - v$$

differensial tenglamaga keltiriladi.

4-misol. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + y^2}{x^2}$ differensial tenglamaning umumiy

yechimini toping.

Yechish. $y = x \cdot v$ almashtirish olib, $y' = x'v + xv'$ ekanligini hisobga olsak, berilgan tenglamadan

$$v + xv' = \frac{x \cdot xv + x^2 v^2}{x^2}$$

bo'lib, $v + xv' = v + v^2$ yoki $xv' = v^2$, $\frac{xdv}{dx} = v^2$

bo'ladi. Oxirgi tenglamada o'zgaruvchilarini ajratsak,

$$\frac{dv}{v^2} = \frac{dx}{x};$$

bo'ladi. Oxirgi tenglikni integrallasak,

$$-\frac{1}{v} = \ln|x| + \ln c,$$

bo'lib,

$$\ln|cx| = -\frac{1}{v}, \quad v = \frac{y}{x}$$

bo'lganligi uchun

$$\ln|cx| = -\frac{x}{y}, \quad \text{yoki} \quad y = -\frac{x}{\ln|cx|}$$

umumiy yechimni hosil qilamiz.

39.5-ilova

“Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar” mavzusi bo'yicha ttst topshiriqlari

I darajali testlar

1. Differensial tenglama deb nimaga aytiladi?

- A) erkli o'zgaruvchi va noma'lum funksiya hamda uning hosilalari yoki differensiallarini bog'lovchi munosabatga aytiladi
- B) erkli o'zgaruvchi va noma'lum funksiyaning bog'lovchi munosabatga aytiladi
- D) erkli o'zgaruvchi va noma'lumlar qatnashgan tenglamaga aytiladi
- E) erkli o'zgaruvchi va faqat hosilalar qatnashgan munosabatga aytiladi

2. Differensial tenglamaning tartibi deb nimaga aytiladi?

- A) tenglamaga kirgan hosila yoki differensiallarning eng yuqori tartibiga aytiladi
- B) noma'lum argument x ning darajasiga aytiladi
- D) noma'lum funksiya y ning eng yuqori darajasiga aytiladi
- E) tenglamaga kirgan noma'lumlarning eng kichik darajasiga aytiladi

3. Oddiy differensial tenglama deb qanday differensial tenglamaga aytiladi?

- A) Differensial tenglamaga noma'lum funksiya faqat bitta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.
- B) Differensial tenglamaga noma'lum funksiya qatnashmasa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.
- D) Differensial tenglama erkli o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.
- E) Differensial tenglamada noma'lum funksiya faqat ikkita o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.

4. Xususiy hosilali differensial tenglama deb qanday differensial tenglamaga aytiladi?

- A) Differensial tenglama faqat bitta erkli o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.
- B) Differensial tenglamada noma'lum funksiya ikki yoki undan ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga, xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.
- D) Differensial tenglamada noma'lum funksiya faqat bitta o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga, xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.
- E) Differensial tenglamaga noma'lum funksiya qatnashmasa, bunday differensial tenglamaga, xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

5. Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb nimaga aytiladi?

A) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

B) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglamaga qo'yganda uni tengsizlikka aylantiradigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

D) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglamaga qo'yganda uni ayniyatga aylantiradigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

E) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglamaga qo'yganda uni qanoatlantirmaydigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

6. Birinchi tartibli differensial tenglama umumiy holda qanday ko'rinishda bo'ladi?

A) $F(x, y) = 0$

B) $x' = f(x, y)$

D) $y'' = f(x, y)$

E) $F(x, y, y') = 0$

II darajali testlar

7. O'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamani toping.

A) $y'x^3 = 2y^2$

B) $y'y = 2y - x$

D) $x^2 + xy^2y' = y$

E) $y'x + y = -xy^2$

8. Bir jinsli birinchi tartibli differensial tenglamani toping.

A) $y'y = 2y - x$

B) $x^2 + xy^2y' = 0$

D) $y'x + y = -xy^2$

E) $y'x^3 = 2y^2$

9. Quyidagi funksiyalardan qaysisi $y' - y = 0$ tenglamaning yechimi bo'ladi?

A) $y = 5e^x$

B) $y = 2e^{-x}$

D) $y = 7e^{2x}$

E) $y = 3e^{3x}$

10. $x dx + y dy = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

A) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C$

B) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 0$

D) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 10$

E) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 25$

III darajali testlar

11. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ differensial tenglamaning $x_0 = 4$ bo'lganda $y_0 = 2$ bo'ladigan

boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

A) $y = \frac{8}{x}$

B) $y = \frac{2}{x}$

$$D) y = \frac{16}{x}$$

$$E) y = \frac{4}{x}$$

12. $x^2 y' - y = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

$$A) y = C \ell^{\frac{1}{x}}$$

$$B) y = C \ell^{-\frac{1}{x}}$$

$$D) y = -C \ell^{\frac{1}{x}}$$

$$E) y = \frac{1}{x} + C$$

39.6-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping.

$$1) (xy^2 + x)dx = (y - x^2 y)dy; \quad 2) 2(xy + y)dx = xdy.$$

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

$$1) (1 + x^2)dy - 2x(y + 3)dx = 0, \quad x = 0 \text{ bo'lganda } y = -1;$$

$$2) (1 + x^3)ydx = (y^3 - 1)xdy, \quad x = 1 \text{ da } y = 1.$$

3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping.

$$1) \frac{dy}{dx} = \frac{(x - y)y}{x^2}; \quad 2) (x^2 - 2xy)dy = (xy - y^2)dx.$$

4. Boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarni toping:

$$1) x^2 y^2 - y' = x^4 + y^4, \quad x = 1 \text{ bo'lganda } y = 3;$$

$$2) (x^2 - y^2)dx + x^2 dy = 0, \quad x = 1 \text{ bo'lganda } y = 0;$$

$$3) y^2 dx + (x^2 - xy)dy = 0, \quad x = 1 \text{ da } y = 1.$$