

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Begmatov A.

OLIV MATEMATIKA KAFEDRASI

Funksiya haqida asosiy tushunchalar

**amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash
bo‘yicha uslubiy qo‘llanma**

SAMARQAND • 2011

A.Begmatov. Funksiya haqida asosiy tushunchalar. Amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash bo‘yicha uslubiy qo‘llanma. SamISI. 2011. -31 b.

Taqrizchilar:

Mamirov U. E. f-m.f.n., dotsent, Samarqand Davlat universiteti;

Umarov T.I. SamISI, «Oliy matematika» kafedrası dotsenti.

Uslubiy qo‘llanma „Oliy matematika“ kafedrası majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(4-son bayonnoma, 24 mart, 2011 yil).

Ushbu uslubiy qo‘llanmada **“Funksiya haqida asosiy tushunchalar”** mavzusi amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab o‘qitish bo‘yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Qo‘llanmadan **“Funksiya haqida asosiy tushunchalar”** mavzusi amaliy mashg‘ulotini tashkil etish va o‘tkazishda foydalanish mumkin.

Oliy matematika fanini ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar

O'zbekiston Respublikasi taraqqiyotida halqning boy ma'naviy salohiyati va umuminsoniy qadriyatlarga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimini barpo etish dolzarb ahamiyatga ega.

Ma'lumki, kadrlar tayyorlash Milliy dasturida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy qilish va o'zlashtirish zarurligi ko'p marta takrorlanib, "...yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib, talabalarni o'qitishni jadallashtirish" ko'zda tutilgan.

Pedagogik texnologiyaga YUNESKOning bergan ta'rifini keltiramiz: "Pedagogik texnologiya – bu butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonida o'z oldiga ta'lim shakllarini samaradorlashtirish vazifasini qo'yuvchi texnik hamda shaxs resurslari va ularning o'zaro aloqasini hisobga olib, bilimlarni yaratish, qo'llash (va belgilash)ning tizimli usulidir". Bu ta'rifdagi asosiy tushuncha "tizimli usul" bo'lib, aynan tizimli yondashuv pedagogik texnologiyaning, o'qitishga boshqa yondashuvlardan farqlanuvchi asosiy belgisi hisoblanadi. Ta'lim maqsadlari, uning mazmuni, o'qitish va ta'lim berish usullari, nazorat va natijalarni baholashni o'zaro bog'liklikda loyihalash- ko'pincha an'anaviy o'quv jarayonida yetishmaydigan narsadir.

Jaxon pedagogika fani ilmiy – texnika taraqqiyoti ta'sirini boshdan kechirib, psixologiya, kibernetika, tizimlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va boshqa fanlar yutuqlarini birlashtirib, hozirgi davrda faol yangilanish (innovatsiya) jarayonlari bosqichida turar ekan, inson imkoniyatlarini samarali rivojlantirish amaliyotiga boy mahsul bermoqda.

Pedagogik texnologiya usullari (boshda) dastlab o'qitishning harakatini namunaviy vaziyatdagi (belgilangan qoida bo'yicha) o'zlashtirish talab etiladigan mahsuldor (reproduktiv) darajasi uchun ishlab chiqilgan. Mahsuldor ta'lim har qanday ta'limning zaruriy tarkibiy qismi hisoblanib, u insoniyat jamg'argan tajribani aniq o'quv fani doirasida o'zlashtirish bilan bog'liq. Ta'lim oluvchilarda bilim va ko'nikmalarning ma'lum "poydevori" hosil qilingandan keyingina ta'limning natijali (produktiv) va ijodiy yondashish usullariga ko'chish mumkin. Pedagogik texnologiya oqimi 70-80 yillarda AQShda yuzaga keldi va YUNESKO kabi nufuzli tashkilot tomonidan tan olindi va qo'llab – quvvatlandi va hozirgi kunda ko'pgina mamlakatlarda muvaffaqiyatli o'zlashtirilmoqda.

Ma'lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta'lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og'zaki- ko'rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta'lim turlari hisoblanadi.

1. Og'zaki – ko'rgazmali an'anaviy bo'lib, o'qituvchining axborot berishi, talabalarning bilimlarni qabul qilishi, to'plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta'limda og'zaki-ko'rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo'lib, qismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta'lim tizimida ulkan xizmat ko'rsatdi. Jadal suratlar bilan o'sib borayotgan fan va texnika talablari, ta'lim tizimidagi istlohatlar, raqobotbardosh kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning

ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Tal'imga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (qismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy mahsuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal etish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir.

Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiri yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma – ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti – harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, aytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarda ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti –harakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Harbir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

Mavzuni o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz: 1) mavzu va uning rejasi beriladi; 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi; 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqa to'xtalinadi; 4) mavzuni tushuntirish ketma

– ketligi texnologik loyiha asosida o‘qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim; 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish; 6) tushuntirish jarayonida o‘quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi; 7) talabaning tarqatma material yoki o‘quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o‘qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish; 8) mavzuni o‘rganish darajasini tekshirish, talabalarga og‘zaki savollar berib borish orqali, (masalan, analitik geometriya tushunchasining mohiyati nima?); 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to‘ldirish, to‘g‘ri javoblarni rag‘batlantirish; 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayan (masalan, 10 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqlari yig‘ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo‘yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To‘g‘ri javoblar ekranda ko‘rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o‘zlarning bilimlarini o‘zlari tekshirib ko‘radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo‘ladi, o‘qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag‘batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o‘qish – o‘rganishga da‘vat etiladi; 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko‘nikmasini hosil qilish maqsadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo‘lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo‘lishi zarur.

“ Oliy matematika” fanini, o‘rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) matematikaning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o‘rni va ahamiyati anglash;
- 2) o‘quvchining matematik apparatning qo‘llanilishiga qiziqishi;
- 3) amaldagi dastur asosida matematik apparatni o‘rgatish;
- 4) ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo‘naltirib, bu bilimlarni o‘z faoliyatida qo‘llash.

Shuni ta’kidlaymizki, „Oliy matematika” fani oliy ta’limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, informatika, chiziqli va nochiziqli dasturlash, makro va mikro iqtisod, ekonometriya, iqtisodiy tahlil, moliyaning miqdoriy metodlari, logistika va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e’tiborga olinadi.

Biz ushbu uslubiy qo‘llanmada „Oliy matematika” fanining **“Funksiya haqida asosiy tushunchalar”** amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab, o‘qitish- o‘rgatish haqida fikr yuritamiz.

1.1. “Funksiya haqida asosiy tushunchalar” mavzusi bo'yicha amaliy mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

18-mavzu	Funksiya haqida asosiy tushunchalar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: 25 nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Individual topshiriqlarni bajarishga asoslangan amaliy mashg'ulot
Mashg'ulot rejasi	1. O'zgarmas va o'zgaruvchi miqdorlarga visollar keltirish. 2. Funksiya tushunchasi va uning berilish usullariga misollar qarash. 4. Funksiyaning ayrim hollariga misollar ko'rsatish. 5. Funksiyaning limiti va uning asosiy xossalari misollar ko'rsatish. 6. Aniqmasliklar va ularni ochishni muayan misollarda ko'satish.
Asosiy tushuncha va atamalar	O'zgarmas va o'zgaruvchi miqdorlar, funksiya tushunchasi, funksiya aniqlanish sohasi, qiymatlar to'plami, analitik usul, grafik usul, jadval usul, oshkor va oshkormas funksiyalar, funksiyaning algoritmik berilishi, murakkab funksiya, teskari funksiya, funksiya limiti va uning xossalari, ketma-ketlik, cheksiz katta miqdor, chap va o'ng limitlar, cheksiz kichik funksiya, ko'paytmaning va bo'linmaning limiti, birinchi ajoyib limit, aniqmasliklarni ochish.
Amaliy mashg'ulotining maqsadi	Funksiya haqida asosiy tushunchalar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. <u>O'zgarmas va o'zgaruvchi miqdorlarga misollar keltirib tushintirish.</u> 4. <u>Funksiya tushunchasi va uning berilish</u>	1. O'zgarmas va o'zgaruvchi miqdorlarga misollar ko'rsata bilish. 2. Funksiya tushunchasi va uning berilish usullariga misollar keltira biliish. 3. Funksiyaning ayrim hollariga misollar keltira bilish. 4. Funksiyaning limiti va uning asosiy

usullariga misollar keltirish. 5. Funksiyaning ayrim hollariga misollar ko'rsatib tushuntirish. 6. Funksiyaning limiti va uning asosiy xossalariga <u>doir</u> misollar iechish. 7. Aniqmasliklar va ularni ochishni muayan misollarda ko'satish.	xossalariga doir misollar iecha bilish. 5. Aniqmasliklar va ularni ochishni muayan misollarda ko'sata bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, suhbat, munozara, insert, pinbord.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Fazoda tekislik tenglamalari" amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (15 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(18.1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(18.2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(50-daqiqa)	2.1.Talabalarni 4 ta o'quv guruhiga bo'linadi. va har biriga vazifalar beradi(18.3-ilova). Guruhlarda o'quv vazifasini bajarish bo'yicha ishni tashkil qiladi. Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi(18.4-ilova). O'quv faoliyati natijalarini eslatadi. Vazifani bajarishda o'quv materiallaridan foydalanish mumkinligini eslatadi. Berilgan topshiriqlarni har bir guruh lideri bittadan doskada izohlashga, ya'ni	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar. savollar beradilar.

	prezentatsiyaga tayyorlashni so‘raydi. 2.2. Taqdimot boshlanishini e‘lon qiladi. Taqdimot vaqtida javoblarga izoh beradi, to‘g‘ri e‘chimlarga e‘tibor beradi, xatolarni ko‘rsatadi. Talabalar bilan birgalikda javoblar to‘g‘riligini baholaydi, savollarga javob beradi. 2.3. Guruhlar bajargan ishlari bo‘yicha o‘z-o‘zini baholaydilar va tekshiradilar. 2.4. Javoblarni to‘ldiradi va qisqacha xulosalar qiladi.	Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar, savollar beradilar. Liderlar o‘z guruhlarida baholash o‘tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqiqa)	3.1. Mavzu bo‘yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg‘ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(18.5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(18.6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; Tinglaydilar. Topshiriqlarni yozadilar.

18.1-ilova

Har bir mashg‘ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me‘zonlari

Me‘zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to‘liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo‘shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a‘lo”;

71-85% / – “yaxshi”;

55-70% / – “qoniqarli”;

0-54%-- “qoniqarsiz”.

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo

№	Mavzu savollari	Bila man	Bilishni xoxlay man	Bilib oldim
1	O'zgarmas miqdorlar deb nimaga aytiladi?			
2	Qanday miqdorlarga o'zgaruvchi miqdorlar deyiladi?			
3	Funksiya deb nimaga aytiladi?			
4	Funktsiyaning aniqlanish sohasi deb nimaga aytiladi?			
5	Funktsiyaning o'zgarish sohasi yoki <u>qiymatlar to'plami</u> nimadan iborat?			
6	Funktsiyaning analitik usulda berilishi qanday bo'ladi?			
7	Funktsiyaning grafik usulda berilishi qanday bo'ladi?			
8	Funktsiyaning jadval usulda berilishi qanday bo'ladi?			
9	Funktsiyaning algoritmik usula berilishi nimadan iborat?			
10	Qanday funktsiyaga oshkor deyiladi?			
11	Oshkormas funksiya deb nimaga aytiladi?			
12	Qanday funktsiyaga murakkab funksiya deyiladi?			
13	Teskari funksiya deb qanday funktsiyaga aytiladi?			
14	Funktsiyaning limiti deb nimaga aytiladi?			
15	Funktsiyalar yig'indining limiti nimadan			

	iborat?			
16	Chekli sondagi funksiyalar ko'paytmasining limiti qanday bo'ladi?			
17	Ikkita funksiya nisbatining limiti nimadan iborat?			
18	Funktsiyaning $x = a$ nuqtadagi chap va o'ng limitkari deb nimaga aytiladi?			
19	Qanday funksiya cheksiz kichik funksiya (ch. kich. f.) deyiladi?			
20	Qanday funksiya cheksiz katta funksiya (ch. kat. f.) deyiladi?			
21	Birinchi ajoyib limit nimadan iborat?			
22	Ikkinchi ajoyib limit deb nimaga aytiladi?			
23	Aniqmasliklar va ularni ochish nimalardan iborat?			

18. 3-ilova

Kichik guruhlarda ishlash qoidasi

1. Talabalar ishni bajarish uchun zarur bilim va malakalarga ega bo'lmog'i lozim.
2. Guruhlarga aniq topshiriqlar berilmog'i lozim.
3. Kichik guruh oldiga qo'yilgan topshiriqni bajarish uchun yetarli vaqt ajratiladi.
4. Guruhlardagi fikrlar chegaralanmaganligi va tazyiqqa uchramasligi haqida ogohlantirilishi zarur.
5. Guruh ish natijalarini qanday taqdim etishini aniq bilish-lari, o'qituvchi ularga yo'riqnoma berishi lozim.
6. Nima bo'lganda ham muloqotda bo'ling, o'z fikringizni erkin namoyon eting.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. $f(x) = x^2 + 1$ funksiya berilgan: $f(4)$ ni hisoblang.
2. $f(x) = \sqrt{5-2x}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+3}{5x} = \frac{4}{5}$ tenglikni funksiya limiti ta'rifidan foydalanib isbotlang hamda x va berilgan funksiyalar qiymatlari jadvali bilan tushuntiring.

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 7x + 6}$ ni funksiya limitining xossalaridan foydalanib hisoblang.
5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 7x + 6}$; ko'rinishdagi aniqmaslikni oching.
6. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{2 - \sqrt{x} - 1}$ limitni hisoblang.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x / 3}{x^2}$ limitni hisoblang.

2-varaqa

1. $f(x) = x^2 + 1$ funksiya berilgan: $f(\sqrt{2})$ ni hisoblang.
2. $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.
3. $\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 7) = 5$ tenglikni funksiya limiti ta'rifidan foydalanib isbotlang hamda x va berilgan funksiyalar qiymatlari jadvali bilan tushuntiring.
4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 5x + 2}{3x^2 - 6x + 4}$ ni funksiya limitining xossalaridan foydalanib hisoblang.
5. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 7x + 6}$; ko'rinishdagi aniqmaslikni oching.
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1}$ limitni hisoblang.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x} + 2 - \sqrt{2}}$ limitni hisoblang.

3-varaqa

1. $f(x) = x^2 + 1$ funksiya berilgan: $f(7)$ ni hisoblang.
2. $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt[4]{7-x}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.
3. $\lim_{x \rightarrow -1} (5x + 8) = 3$ tenglikni funksiya limiti ta'rifidan foydalanib isbotlang hamda x va berilgan funksiyalar qiymatlari jadvali bilan tushuntiring.
4. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 4x + 7)$ ni funksiya limitining xossalaridan foydalanib hisoblang.
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^3 - 6x^2 + 7x + 5}{8 - 4x + 3x^2 - 2x^3}$ ko'rinishdagi aniqmaslikni oching.

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ limitni hisoblang.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$ limitni hisoblang.

4-varaqa

1. $f(x) = x^2 + 1$ funksiya berilgan: $f(3)$ ni hisoblang.

2. $f(x) = \lg(5x - x^2 - 6)$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

3. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2) - 4x + 6 = 10$ tenglikni funksiya limiti ta'rifidan foydalanib

isbotlang hamda x va berilgan funksiya qiymatlari jadvali bilan tushuntiring.

4. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 7x + 6)$ ni funksiya limitining xossaligidan foydalanib hisoblang.

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{4x^2 - 5x - 6}$ ko'rinishdagi aniqmaslikni oching.

6. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$ limitni hisoblang.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x / 2}{x^2}$ limitni hisoblang.

18.4-ilova

“Funksiya haqida asosiy tushunchalar” mavzusi bo'yicha tarqatma material

1. O'zgarmas va o'zgaruvchi miqdorlar.

Qaralayotgan jarayonda bir xil son yimatlarini qabul qiladigan miqdorlarga ***o'zgarmas miqdorlar*** deyiladi. Masalan, qanday radiusli aylana olmaylik, uning uzunligining deametriga nisbati bir xil π sonidan iborat bo'ladi. Bu holda nisbat o'zgarmas miqdordir.

Qaralayotgan jarayonda har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga ***o'zgaruvchi miqdorlar*** deyiladi. Masalan, havo harorati (temperaturasi), vaqt, harakatning tezligi o'zgaruvchi miqdorlardir. Bunday misollarni ko'plab keltirish mumkin. Hamma o'zgaruvchi miqdorlarni birdaniga o'rganib bo'lmaydi. Endi ikkita o'zgaruvchi miqdorlar orasidagi bog'lanishni qaraymiz.

2. Funksiya tushunchasi.

Funksiya tushunchasi matematikaning eng asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, uning yordamida tabiat va jamiyatdagi ko'p jarayon va hodisalar

modellashtiriladi.

Matematik tahlilda elementlari haqiqiy sonlardan iborat, bo'lgan to'plamlarni qaraymiz. X va Y lar haqiqiy sonlar to'plami bo'lsin. $x \in X$ to'plamda, $y \in Y$ to'plamda o'zgarsin.

Ta'rif. $x \in X$ har bir x ga biror qoida yoki qonun bo'yicha $y \in Y$ dan bitta y mos qo'yilsa, X to'plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi. Ayrim hollarda $y = xf$ ham deb belgilanadiki, bunda kompyuterda oldin x qiymati olinib, keyin hisoblanadigan simvol olinadi. Bunda X to'plamga funksiyani **aniqlanish sohasi**, Y to'plamga o'zgarish sohasi yoki **qiymatlar to'plami** deyiladi. Odatda funksiya aniqlanish sohasini D , qiymatlar to'plamini E bilan belgilanadi.

Shunday qilib, har bir element $x \in X$ ga bitta va faqat bitta $y \in Y$ moslik o'rnatilgan bo'lsa, bu moslikka X to'plamda funksiya aniqlangan deyiladi. x ga **erkli o'zgaruvchi** yoki **argument**, y ga esa **erksiz o'zgaruvchi** yoki x **ning funksiyasi** deyiladi.

Shunday qilib, funksiya berilgan bo'lishi uchun: 1) X to'plam berilishi kerak (ko'p hollarda uni x bilan y o'zgaruvchilarning bog'lanishiga ko'ra topiladi); 2) x o'zgaruvchining X to'plamdan olingan har bir qiymatiga unga mos qo'yiladigan y ni aniqlaydigan qoida yoki qonun berilishi kerak. (ta'rifda uni f simvol bilan belgiladik).

Masalan; 1) $f: X = (-\infty, +\infty)$ to'plamga tegishli bo'lgan har bir songa uning o'zini o'ziga ko'paytirib, ya'ni kvadratga ko'tarib mos qo'yuvchi qoida bo'lsin. Bu holda $y = x^2$ funksiya hosil bo'ladi. Bu funksiya $(-\infty, +\infty)$ oraliqda aniqlangan; 2) f har bir $x \in [0, +\infty)$ songa shu sondan olingan kvadrat ildizni mos qo'ysin. Bu $y = \sqrt{x}$ funksiyani ifodalaydi. Uning aniqlanish sohasi $[0, +\infty)$ bo'ladi.

1-misol. $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

Yechish. Ma'lumki, funksiyani aniqlanish sohasi x ning shunday qiymatlari to'plamiki, bunda y funksiya haqiqiy son qiymatlarga ega bo'lishi kerak. Berilgan funksiyada

$$x - 3 \geq 0,$$

$$4 - x > 0$$

bo'lgandagina x ning har bir qiymatiga mos keladigan y ning qiymati haqiqiy bo'ladi. Bu tengsizliklar sistemasidan, $x \geq 3$, $x < 4$ bo'lib,

ya'ni $3 \leq x < 4$ bo'lishini topamiz. Demak, berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi $[3, 4)$ bo'ladi.

3. Funksiyaning berilish usullari.

Funksiya ta'rifida keltirilgan x o'zgaruvchining har bir qiymatiga mos qo'yiladigan y ni aniqlovchi qoida yoki qonun turlicha bo'lishi mumkin. Demak, funksiyaning berilishi ham turlichadir. Funksiya **analitik, jadval va grafik hamda kompyuter** usullari yordamida berilishi mumkin:

1) funksiyaing **analitik usul** bilan berilishida, x o'zgaruvchining har bir qiymatiga mos keladigan y ning qiymati, x argument ustida algebraik amallarning bajarilishi natijasida, ya'ni formulalar yordamida beriladi. Masalan,

$$y = x^3 + 1, \quad y^2 = \frac{x+5}{x^2-3}, \quad y = 3^{x+1}, \quad y = \log_2(x+3);$$

2) o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish **jadval** ko'rinishida berilishi mumkin. Masalan, kuzatish natijasida sutni yopiq idishda qizdirilganda P_1 bosim ostida uning qaynash temperaturasi t_1 , P_2 bosim ostida qaynash temperaturasi t_2 va h.k. bo'lishini topganda qo'yidagi jadval kelib chiqadi.

Bosim P	P_1	P_2	...	P_n
Temperatura t	t_1	t_2	...	t_n

Bundan ko'rinadiki P bosim bilan t temperatura orasida bog'lanish bo'lib, P argument, t funksiya bo'ladi. Funksiyaning bunday berilishiga **jadval usulda** berilgan deyiladi. Bunday usul ko'proq tajribalarda ishlatiladi.

3) Funksiyaning **grafik usulida** berilishida, x va y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish tekislikdagi biror chiziq yordamida beriladi. Bunda X va Y to'plamlar orasidagi moslik grafik bilan beriladi. XOY tekislikda l chiziq berilgan bo'lsin. x ning qiymatiga mos kelgan y ning qiymatini, topish uchun x nuqtadan OX o'qiga perpendikulyar o'tkazamiz. U l chiziqni bitta A nuqtada kesib o'tadi. A nuqtadan OY o'qiga perpendikulyar o'tkazamiz, bu perpendikulyarning OY o'qi bilan kesishish nuqtasi, y ning x ga mos qiymati bo'ladi. Ma'lumki, bunday moslik l chiziq yordamida bajariladi. Funksiyaning bunday berilishi, **grafik usulda berilgan** deyiladi. Funksiyaning grafik usulida berilishidan, uni analitik usul bilan ifodalash qiyin bo'lgan hollarda va funksiyaning sifat o'zgarishi grafik usulda yaxshi ko'rinadigan hollarda foydalaniladi. Masalan, fizikaviy tajribalar jarayonida ossillografdan olinadigan grafik.

4) **algoritmik yoki kompyuter usuli**. Funksiyaning bunday usulda berilishida x ning har bir qiymati uchun, $y = f(x)$ funksiyaning qiymatini hisoblaydigan algoritim yoki programma berilgan bo'ladi. Bunday programma

EHMga qo'yilgan bo'lib funksiyaning qiymati avtomatik hisoblanadi.

4. Oshkor va oshkormas funksiyalar.

Funksiya $y = f(x)$ ko'rinishda, ya'ni y ga nisbatan yechilgan bo'lsa, unga **oshkor funksiya** deyiladi. Funksiya $F(x, y) = 0$ ko'rinishda berilgan bo'lsa, ya'ni y ga nisbatan yechilmagan bo'lsa, **oshkormas funksiya** ko'rinishda berilgan deyiladi. Masalan, $y = 3x^2 + 5$, $y = \sin x$, $y = 4^x$ funksiyalar oshkor ko'rinishda; $2x - 3y + 6 = 0$, $x^2 + e^{xy} + 3 = 0$ funksiyalar oshkormas ko'rinishda berilgan. Shuni ta'kidlaymizki hamma $F(x, y) = 0$ ko'rinishdagi tenglik ham funksiyani ifodalay bermaydi. Masalan, $x^2 + y^2 + 4 = 0$ tenglama funksiyani ifodalamaydi, chunki x ning har bir qiymatiga y ning qal'ibiy son qiymatini mos qo'yish mumkin emas.

5. Murakkab funksiya.

$y = f(u)$ bo'lib, $u = \varphi(x)$ funksiya berilgan bo'lsa, y funksiyaga $\varphi(x)$ **funksiyaning funksiyasi** yoki y ga x ning **murakkab funksiyasi** deyiladi. Masalan, $y = \lg(x^2 + 1)$ funksiyada $u = x^2 + 1$ bo'lib. y x ning murakkab funksiyasi bo'ladi. Bundan tashqari $y = \sin(x^2 + 1)$, $y = 3^{x+5}$, $y = \sqrt[3]{(x^3 - 1)^2}$ va h.k. lar ham, murakkab funksiyaga misol bo'laoladi.

6. Teskari funksiya.

$y = f(x)$ funksiya berilgan bo'lsin. y funksiyaning qiymatlar to'plamidagi har bir qiymatiga x argumentning aniqlanish sohasidan bitta qiymati mos qo'yilgan bo'lsa, berilgan funksiyaga **teskari** $x = d(y)$ **funksiya** berilgan bo'ladi va $D(f) = E(d)$ va $E(f) = D(d)$ har bir $x_0 \in D(f) = E(d)$ va $y_0 = E(f) = D(d)$ bo'lib. $y_0 = f(x_0)$ faqat $x_0 = d(y_0)$ uchun bajariladi. Masalan $y = 2x - 3$ funksiyaga teskari funksiya $2x = y + 3$, $x = (y + 3)/2$ bo'ladi. $y = x^3$ funksiya $x = \sqrt[3]{y}$ teskari funksiyaga ega bo'ladi. O'zaro teskari bo'lgan funksiyalarning grafiklari $y = x$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo'ladi.

7. Funksiyaning limiti.

1. 1-ta'rif. $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki,

$|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyaning $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \text{ yoki } x \rightarrow a \text{ da } f(x) \rightarrow A \quad (1)$$

bo'ladi.

Funksiya limitining ta'rifidan kelib chiqadiki $x - a = \alpha$ cheksiz kichik bo'lganda $f(x) - A$ ham cheksiz kichik bo'ladi.

2-ta'rif. $y = f(x)$ funksiya, x ning yetarlicha katta qiymatlarida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday, $N > 0$ mavjud bo'lsaki, $|x| > N$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha x lar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, o'zgarmas A son, $y = f(x)$ funksiyaning $x \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi, va

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \quad (2)$$

bilan belgilanadi.

1-ta'rifda faqat $x < a$ yoki $x > a$ bo'lgan qiymatlar qaralsa, funksiyaning **chap yoki o'ng limit** tushunchasi kelib chiqadi va

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x), \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) \quad (3)$$

bilan belgilanadi.

3-ta'rif. Limiti $A = 0$ bo'lgan funksiya **cheksiz kichik funksiya (ch. kich. f.)** deyiladi.

4-ta'rif. Limiti $A = +\infty$ yoki $A = -\infty$ bo'lgan funksiyalarga **cheksiz katta funksiya (ch. kat. f.)** deyiladi va

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty \quad (4)$$

simvollar bilan belgilanadi.

Limitning ta'rifidan kelib chiqadiki $y = C$ o'zgarmas miqdorning limiti o'ziga teng. 1-misol.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 6}{6x} = \frac{5}{6}$$

ekanligini funksiya limitining ta'rifidan foydalanib isbotlang.

Yechish. Buni isbotlash uchun $f(x) = (5x + 6)/6x$ o'zgaruvchi miqdor va $A = 5/6$ o'zgarmas miqdor orasidagi farq $x \rightarrow \infty$ da cheksiz kichik funksiya ekanligini ko'rsatish kifoya. Demak,

$$\frac{5x + 6}{6x} - \frac{5}{6} = \frac{5x + 6 - 5x}{6x} = \frac{6}{6x} = \frac{1}{x}$$

$1/x$ o'zgaruvchi miqdor $x \rightarrow \infty$ da cheksiz kichik funksiya iborat. Shunday qilib,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (5x + 6)/6x = 5/6.$$

2-misol.

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 5x + 4) = 7$$

ekanligini isbotlang hamda x va $(2x^2 - 5x + 4)$ larning qiymatlari jadvali bilan tushuntiring.

Yechish. $x \rightarrow 3$ bo'lganligi uchun $x - 3 = \alpha$ cheksiz kichik miqdordir.

$$\begin{aligned} x &= 3 + \alpha \text{ ni } (2x^2 - 5x + 4) - 7 \text{ ayirmaga qo'yib,} \\ 2(3 + \alpha)^2 - 5(3 + \alpha) + 4 - 7 &= 2(9 + 6\alpha + \alpha^2) - 15 - 5\alpha + 4 - 7 = \\ &= 18 + 12\alpha + 2\alpha^2 - 15 - 5\alpha + 4 - 7 = 2\alpha^2 + 7\alpha \end{aligned}$$

natijaga ega bo'lamiz.

α cheksiz kichik funksiya bo'lganligi uchun $2\alpha^2 + 7\alpha$ ham cheksiz kichik bo'ladi. Shunday qilib, $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 5x + 4) = 7$ isbot bo'ldi.

Endi yuqoridagi holatni x argument, $2x^2 - 5x + 4$ funksiya qiymatlari jadvali bilan ko'rsataylik. Ma'lumki $x \rightarrow 3$ intiladi.

x	2	2,5	2,8	2,9	2,99	2,999	$\rightarrow 3$
$2x^2 - 5x + 4$	2	4	5,68	6,32	6,9302	6,993002	$\rightarrow 7$

Bu jadvaldan ko'rinadiki, argumentning 3 ga yaqinlashib boruvchi qiymatlari uchun, funksiyaning mos qiymatlari 7 ga yaqinlashib boradi, ya'ni $x - 3$ cheksiz kichik miqdorga $2x^2 - 5x + 4 - 7$ ayirmaning ham cheksiz kichik miqdori to'g'ri keladi. Yuqoridagi jadvalda $x < 3$ bo'lib, $x \rightarrow 3$ holni qaradik. $x > 3$ bo'lib, $x \rightarrow 3$ holni o'quvchiga mustaqil ko'rsatishni tavsiya qilamiz.

3-misol.

$\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 6x + 3)$ limitni hisoblang.

Yechish. Algebraik yig'indining limiti, (5) formula, o'zgarmas ko'paytuvchini limit ishorasidan chiqarish (7) formulalarga asosan:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 6x + 3) &= \lim_{x \rightarrow 2} 4x^2 - \lim_{x \rightarrow 2} 6x + \lim_{x \rightarrow 2} 3 = 4 \lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 6 \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 3 = \\ &= 4(\lim_{x \rightarrow 2} x)^2 - 6 \lim_{x \rightarrow 2} x + 3 = 4 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 3 = 7 \end{aligned}$$

osil bo'ladi.

Yuqoridagi misolda, limitlarning xossalriga asosan, argument x ning o'rniga uning limitik qiymatini qo'yishga olib keldi.

8. Funksiya limitining asosiy xossalari.

1) yig'indining limiti. Chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining limiti, qo'shiluvchi funksiyalar limitlarining algebraik

yig'indisiga teng, ya'ni $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalarning $x \rightarrow a$ dagi limitlari mavjud bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \pm f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \quad (5)$$

2) chekli sondagi funksiyalar ko'paytmasining limiti funksiyalar limitlarining ko'paytmasiga teng, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \cdot f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \quad (6)$$

Natija: O'zgarmas ko'paytuvchini limit belgisidan tashqariga chiqarish mumkin, ya'ni,

$$\lim_{x \rightarrow a} [c f_1(x)] = c \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \quad (7)$$

3) Ikkita funksiya nisbatining limiti, maxrajning limiti noldan farqli bo'lsa, bu funksiyalar limitlarining nisbatiga teng, ya'ni $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \neq 0$ bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f_1(x)}{\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)} \quad (8)$$

bo'ladi.

Limitlarni hisoblashda quyidagi limitlardan foydalaniladi:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{1/\alpha} = e, \quad e = 2,71828... \quad (10)$$

Bu limitlarga mos ravishda **birinchi va ikkinchi ajoyib** limitlar deyiladi.

4-misol.

$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 4x + 7) / (2x^2 - 5x + 6)$ nisbatning limitini hisoblang.

Yechish. Ikkita funksiya nisbatining limiti (8) formula hamda oldingi misolda foydalanilgan limitlarning xossalarini qo'llasak,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 7}{2x^2 - 5x + 6} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 4x + 7)}{\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 5x + 6)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 3x^2 - \lim_{x \rightarrow 1} 4x + \lim_{x \rightarrow 1} 7}{\lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 - \lim_{x \rightarrow 1} 5x + \lim_{x \rightarrow 1} 6} = \\ &= \frac{3(\lim_{x \rightarrow 1} x)^2 - 4(\lim_{x \rightarrow 1} x) + 7}{2(\lim_{x \rightarrow 1} x)^2 - 5\lim_{x \rightarrow 1} x + 6} = \frac{3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 7}{2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 6} = \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

bo'ladi.

9. Aniqmasliklar va ularni ochish.

1. Aniqmasliklar. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)}$ limitni hisoblashda $f(x)$, $\varphi(x)$ funksiyalar ch.kich.f. lar bo'lsa, $f(x)/\varphi(x)$ nisbatga $x \rightarrow a$ da **(0/0)**

ko'rinishdagi aniqmaslik deyiladi. $f(x)$, $\varphi(x)$ funksiyalar ch.kat.f. lar bo'lsa, $f(x)/\varphi(x)$ nisbatga $x \rightarrow a$ da (∞/∞) **ko'rinishdagi aniqmaslik** deyiladi. Xuddi shunga o'xshash $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, 0^0 , ∞^0 aniqmasliklar

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) - \varphi(x)], \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot \varphi(x)] \text{ va } \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{\varphi(x)}$$

limitlarni hisoblashda kelib chiqadi. Bunday hollarda limitlarni hisoblashga **aniqmasliklarni ochish** deyiladi.

$(0/0)$ va (∞/∞) ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochishda quyidagi xossadan foydalaniladi: $f(x)$ va $\varphi(x)$ funksiyalar $x = a$ nuqtaning biror atrofida hamma nuqtalarda o'zaro teng bo'lsa, ularning $x \rightarrow a$ dagi limiti ham teng bo'ladi.

$$\text{Masalan, } f(x) = \frac{x^2 - 9}{2(x - 3)} \text{ va } \varphi(x) = \frac{x + 3}{2} \text{ funksiyalar } x \text{ ning}$$

$x = 3$ dan boshqa hamma qiymatlari uchun teng, chunki

$$\frac{x^2 - 9}{2(x - 3)} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{2(x - 3)} = \frac{x + 3}{2}$$

Yuqoridagi xossaga asosan,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x)$$

bo'ladi, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{natijaga ega bo'lamiz. 5-misol. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{4x^2 - 5x + 1} \text{ nisbatning limitni}$$

hisoblang.

Yechish. $x = 1$ da surat ham, maxraj ham nolga aylanib $(0/0)$ ko'rinishdagi aniqmaslik hosil bo'ladi.

Surat va maxrajni $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ formula yordamida chiziqli ko'paytuvchilarga ajratamiz. Bunda x_1 va x_2 lar $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tenglamaning ildizlari. Demak,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{4x^2 - 5x + 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x - 1)(x + 2/3)}{4(x - 1)(x - 1/4)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x + 2/3)}{4(x - 1/4)} = \frac{3(1 + 2/3)}{4(1 - 1/4)} = 5/3 \end{aligned}$$

bo'ladi.

$$\text{6-misol. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 5x + 4}{3x^2 + 7x - 2} \text{ limitni hisoblang.}$$

Yechish. $x \rightarrow \infty$ da (∞/∞) ko'rinishdagi aniqmas ifodaga ega bo'lamiz. Bunday aniqmaslikni ochish uchun kasrning surat va maxrajini x ning eng yuqori darajalisiga, ya'ni x^2 ga bo'lamiz, hamda limitlarning xossalaridan

foydalansak

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 5x + 4}{3x^2 + 7x - 2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 + 5/x + 4/x^2}{3 + 7/x - 2/x^2} = \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (6 + 5/x + 4/x^2)}{\lim_{x \rightarrow \infty} (3 + 7/x - 2/x^2)} = \frac{6 + 0 + 0}{3 + 0 + 0} = 2\end{aligned}$$

bo'ladi. Bunda $5/x$, $4/x^2$, $7/x$, $2/x^2$ lar $x \rightarrow \infty$ da cheksiz kichik funksiyalardir.

7-misol. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$ limitni hisoblang.

Yechish. $x = 3$ da surat va maxraj 0 ga teng bo'ladi. Maxrajda $\sqrt{x+1}$ irrasional ifoda mavjud, uni suratga o'tkazamiz, buning uchun kasrning surat va maxrajini $\sqrt{x+1} + 2$ ga ko'paytiramiz.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 9)(\sqrt{x+1} + 2)}{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{\sqrt{(x+1)^2 - 2^2}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{x+1-4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{(x-3)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) \cdot (\sqrt{x+1} + 2) = (3+3)(\sqrt{3+1} + 2) = 6 \cdot 4 = 24.\end{aligned}$$

8-misol. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ limitni hisoblang.

Yechish. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ bo'lganligi uchun

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x} &= \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{-(\cos x - \sin x)}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \\ &= - \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos x - \sin x}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = - \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1}{\cos x + \sin x} = \\ &= - \frac{1}{\cos \pi/4 + \sin \pi/4} = - \frac{1}{\sqrt{2}/2 + \sqrt{2}/2} = - \frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

natijani olamiz.

9-misol. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$ limitni birinchi ajoyib limitdan

foydalanib hisoblang.

Yechish. $5x = \alpha$, deb almashtirsak, bundan $x = \alpha/5$, $x \rightarrow 0$ $\alpha \rightarrow 0$ bo'ladi.

Shuning uchun,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha/5} = 5 \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 5 \cdot 1 = 5,$$

chunki

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1.$$

10-misol. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3/x)^x$ limitni ikkinchi ajoyib limitdan foydalanib hisoblang.

Yechish. $x \rightarrow \infty$ da limitga o'tsak, 1^∞ ko'rinishdagi aniqmaslik kelib chiqadi. $3/x = \alpha$ bilan almashtirsak, bu yerdan $x = 3/\alpha$ hamda $x \rightarrow \infty$ da $\alpha \rightarrow 0$ bo'ladi. Demak,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3/x)^x = \lim_{\alpha \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{3/\alpha} = \left[\lim_{\alpha \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{1/\alpha} \right]^3 = e^3$$

kelib chiqadi.

Shundayqilib, $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3/x)^x = e^3$.

11-misol. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ limitni hisoblang.

Yechish: $x \rightarrow 1$ da $1/(x-1) \rightarrow \infty$ va $2/(x^2-1) \rightarrow \infty$ bo'lib, $(\infty - \infty)$ ko'rinishdagi aniqmaslik kelib chiqadi. Oydinki,

$$\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{x+1-2}{x^2-1} = \frac{x-1}{x^2-1}.$$

Oxirgi ifoda $x \rightarrow 1$ da $(0/0)$ aniqmas ifoda bo'ladi. Shunday qilib,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}.$$

12-misol. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$ limitni hisoblang.

Yechish. $x \rightarrow +\infty$ da $(\infty - \infty)$ ko'rinishdagi aniqmaslik kelib chiqadi. Quyidagi shakl almashtirishni bajaramiz:

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 + 3x} - x &= \frac{(\sqrt{x^2 + 3x} - x)(\sqrt{x^2 + 3x} + x)}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \frac{(\sqrt{x^2 + 3x})^2 - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \\ &= \frac{x^2 + 3x - x^2}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x}. \end{aligned}$$

Oxirgi ifoda $x \rightarrow \infty$ da (∞/∞) ko'rinishdagi aniqmaslik bo'lib, 11-misoldagidek x ning yuqori darajalisiga surat va maxrajini bo'lib,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x/x}{\sqrt{x^2/x^2 + 3x/x^2} + x/x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{1 + 3/x} + 1} = \frac{3}{1 + 1} = \frac{3}{2} = 1,5;$$

unda $x \rightarrow +\infty$ da $3/x \rightarrow 0$ bo'ladi.

“Funksiya haqida asosiy tushunchalar” mavzusi bo‘yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. O‘zgarmas miqdorlar deb nimaga aytiladi?

- A) qaralayotgan jarayonda bir xil son qiymatlarini qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
- B) qaralayotgan jarayonda har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
- D) qaralayotgan jarayonda bir xil va har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
- E) hamma miqdorlarga aytiladi

2. O‘zgaruchi miqdorlar deb nimaga aytiladi?

- A) qaralayotgan jarayonda har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
- B) qaralayotgan jarayonda bir xil va har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
- D) to‘g‘ri javob keltirilmagan
- E) qaralayotgan jarayonda bir xil son qiymatlarini qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi

3. Funksiya deb nimaga aytiladi?

- A) $x \in X$ har bir x ga biror qoida yoki qonun bo‘yicha $y \in Y$ dan bitta y mos qo‘yilsa, X to‘plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

- B) $x \in X$ har bir x ga ixtiyoriy $y \in Y$ dan y mos qo‘yilsa, X to‘plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

- D) $x \in X$ har bir x ga biror qoida yoki qonun bo‘yicha $y \in Y$ dan birnechta y mos qo‘yilsa, X to‘plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

- E) $x \in X$ har bir x ga biror qoida yoki qonun bo‘yicha $y \in Y$ dan bitta ham y mos qo‘yilmasa, X to‘plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

4. Funksiyaning berilish usullari quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan:
 1) analitik; 2) jadval; 3) ko'rsatkichli; 4) grafik.
 A) 1),2),4) B) 1),2),3) D) 2),3),4) E) hammasida
5. Funksiyaning berilish usullari quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan:
 1) analitik; 2) jadval; 3) ko'rsatkichli; 4) grafik; 5) darajali.
 A) 1),2),4) B) 1),2),3),5) D) 2),3),4),5) E) hammasida

II darajali testlar

6. $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ funksiyani aniqlanish sohasini toping.
 A) $[3, 4)$ B) $[3, \infty)$ D) $(-\infty, 4]$ E) $4 \neq 0$
7. Murakkab funksiyani toping.
 A) $y = \log_2(x+3)$ B) $2x - 3y + 6 = 0$
 D) $y = 3x^2 + 5$ E) $y = 3^x$
8. Oshkarmas funksiyani toping.
 A) $2x - 3y + 6 = 0$ B) $y = \log_2(x+3)$
 D) $y = 3^{x+1}$ E) $y = 3x^2 + 5$
9. Funksiyaning limiti deb nimaga aytiladi?
 A) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyani $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$
- B) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| > \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyani $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$
- D) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| > \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyani $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$

E) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta < 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyaning $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$

10. Funksiya limitining xossalari quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan: 1) chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining limiti, qo'shiluvchi funksiyalar limitlarining algebraik yig'indisiga teng, ya'ni $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalarning $x \rightarrow a$ dagi limitlari mavjud bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \pm f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$$

2) chekli sondagi funksiyalar ko'paytmasining limiti funksiyalar limitlarining ko'paytmasiga teng, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \cdot f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$$

3) chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining limiti, qo'shiluvchi funksiyalar limitlarining ayirmasiga teng, ya'ni $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalarning $x \rightarrow a$ dagi limitlari mavjud bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \pm f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$$

4) Ikkita funksiya nisbatining limiti, maxrajning limiti no'ldan farqli bo'lsa, bu funksiyalar limitlarining nisbatiga teng, ya'ni $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \neq 0$ bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f_1(x)}{\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)}$$

bo'ladi

- A) 1),2),4) B) 1),2),3) D) hammasi E) 2),3),4)

11. Birinchi ajoyib limitni toping.

A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ B)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{1/\alpha} = e, \quad e = 2,71828...$

D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2$ E) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$

III darajali testlar

12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2(x - 3)}$ limitni toping.

A) 3 B) 6 D) 0 E) 2

13. $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 6x + 3)$ limitni hisoblang.

A) 7 B) 4 D) 2 E) 0

14. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 4x + 7) / (2x^2 - 5x + 6)$ limitni toping.

A) 2 B) 6 D) 3 E) 0

15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{4x^2 - 5x + 2}$ limitni toping.

A) $\frac{5}{3}$ B) 5 D) 3 E) 0

16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 5x + 4}{3x^2 + 7x - 2}$ limitni toping.

A) 2 B) 0 D) 3 E) ∞

17. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$ limitni toping.

A) 24 B) 6 D) 0 E) 4

18. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ limitni toping.

A) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$ limitni birinchi ajoyib limitdan foydalanib toping.

A) 5 B) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) 0,5

20. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3/x)^x$ limitni ikkinchi ajoyib limitdan foydalanib toping.

A) e^3 B) e D) 3 E) ∞

“Funksiya haqida asosiy tushunchalar” mavzusi bo‘yicha test topshriqlari

I darajali testlar

1. O‘zgarmas miqdorlar deb nimaga aytiladi?

A) qaralayotgan jarayonda bir xil son qiymatlarini qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi

- B) qaralayotgan jarayonda har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
 D) qaralayotgan jarayonda bir xil va har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
 E) hamma miqdorlarga aytiladi

2. O'zgaruchi miqdorlar deb nimaga aytiladi?

- A) qaralayotgan jarayonda har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
 B) qaralayotgan jarayonda bir xil va har xil son qiymatlari qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi
 D) to'g'ri javob keltirilmagan
 E) qaralayotgan jarayonda bir xil son qiymatlarini qabul qiladigan miqdorlarga aytiladi

3. Funksiya deb nimaga aytiladi?

- A) $x \in X$ har bir x ga biror qoida yoki qonun bo'yicha $y \in Y$ dan bitta y mos qo'yilsa, X to'plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

- B) $x \in X$ har bir x ga ixtiyoriy $y \in Y$ dan y mos qo'yilsa, X to'plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

- D) $x \in X$ har bir x ga biror qoida yoki qonun bo'yicha $y \in Y$ dan birnechta y mos qo'yilsa, X to'plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

- E) $x \in X$ har bir x ga biror qoida yoki qonun bo'yicha $y \in Y$ dan bitta ham y mos qo'yilmasa, X to'plamda **funksiya berilgan (aniqlangan)** deb ataladi va u

$$y = f(x)$$

simvol bilan belgilanadi

4. Funksiyaning berilish usullari quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

- 1) analitik; 2) jadval; 3) ko'rsatkichli; 4) grafik.

- A) 1),2),4) B) 1),2),3) D) 2),3),4) E) hammasida

5. Funksiyaning berilish usullari quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

- 1) analitik; 2) jadval; 3) ko'rsatkichli; 4) grafik; 5) darajali.

- A) 1),2),4) B) 1),2),3),5) D) 2),3),4),5) E) hammasida

II darajali testlar

6. $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

- A) $[3, 4)$ B) $[3, \infty)$ D) $(-\infty, 4]$ E) $4 \neq 0$

7. Murakkab funksiyani toping.

- A) $y = \log_2(x+3)$ B) $2x - 3y + 6 = 0$
 D) $y = 3x^2 + 5$ E) $y = 3^x$

8. Oshkarmas funksiyani toping.

- A) $2x - 3y + 6 = 0$ B) $y = \log_2(x+3)$
 D) $y = 3^{x+1}$ E) $y = 3x^2 + 5$

9. Funksiyaning limiti deb nimaga aytiladi?

A) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyaning $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$

B) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| > \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyaning $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$

D) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| > \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyaning $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$

E) $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtaning biror atrofida aniqlangan bo'lib, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta < 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiradigan barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyaning $x = a$ nuqtadagi limiti deb ataladi va quyidagicha yoziladi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \quad \text{yoki} \quad x \rightarrow a \quad \text{da} \quad f(x) \rightarrow A$$

10. Funksiya limitining xossalari quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan: 1) chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining limiti, qo'shiluvchi funksiyalar

limitlarining algebraik yig'indisiga teng, ya'ni $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalarning $x \rightarrow a$ dagi limitlari mavjud bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \pm f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$$

2) chekli sondagi funksiyalar ko'paytmasining limiti funksiyalar limitlarining ko'paytmasiga teng, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \cdot f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$$

3) chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining limiti, qo'shiluvchi funksiyalar limitlarining ayirmasiga teng, ya'ni $f_1(x)$ va $f_2(x)$ funksiyalarning $x \rightarrow a$ dagi limitlari mavjud bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f_1(x) \pm f_2(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f_1(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} f_2(x)$$

4) Ikkita funksiya nisbatining limiti, maxrajning limiti no'ldan farqli bo'lsa, bu funksiyalar limitlarining nisbatiga teng, ya'ni $\lim_{x \rightarrow a} f_2(x) \neq 0$ bo'lsa,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f_1(x)}{\lim_{x \rightarrow a} f_2(x)}$$

bo'ladi

- A) 1),2),4) B) 1),2),3) D) hammasi E) 2),3),4)

11. Birinchi ajoyib limitni toping.

A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ B)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{1/\alpha} = e, \quad e = 2,71828...$$

D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2$ E) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$

III darajali testlar

12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2(x - 3)}$ limitni toping.

- A) 3 B) 6 D) 0 E) 2

13. $\lim_{x \rightarrow 2} (4x^2 - 6x + 3)$ limitni hisoblang.

- A) 7 B) 4 D) 2 E) 0

14. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 4x + 7) / (2x^2 - 5x + 6)$ limitni toping.

- A) 2 B) 6 D) 3 E) 0

15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{4x^2 - 5x + 2}$ limitni toping.
 A) $\frac{5}{3}$ B) 5 D) 3 E) 0
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 5x + 4}{3x^2 + 7x - 2}$ limitni toping.
 A) 2 B) 0 D) 3 E) ∞
17. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$ limitni toping.
 A) 24 B) 6 D) 0 E) 4
18. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ limitni toping.
 A) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$ limitni birinchi ajoyib limitdan foydalanib toping.
 A) 5 B) 0 D) $\frac{1}{5}$ E) 0,5
20. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3/x)^x$ limitni ikkinchi ajoyib limitdan foydalanib toping.
 A) e^3 B) e D) 3 E) ∞

18.6-ilova

“Funksiya haqida asosiy tushunchalar” mavzusi bo'yicha mustaqil ish uchun savollar

Mustaqil ish uchun savollar	O'rganish uchun tavsiya etilgan adabiyotlar
1. $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping. 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+6}{6x} = \frac{5}{6}$ ekanligini funksiya limitining ta'rifidan foydalanib isbotlang.	1. T.J. Jo'rayev, L.Sadullayev, G. Xudoyberganov, X. Mansurov, A. Vorisov. «Oliy matematika asoslari.» I.T. «O'zbekiston. 1985. 2 Yo.U. Soatov. «Oliy matematika». I.T.: O'zbekiston. 1983. 3. Begmatov A.B. Oliy matematika. O'quv qo'llanma. Sam.KI. 2003. -250b.

3. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 5x + 4) = 7$ ekanligini isbotlang hamda x va $(2x^2 - 5x + 4)$ larning qiymatlari jadvali bilan tushuntiring. 4. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 4x + 7) / (2x^2 - 5x + 6)$ nisbatning limitini hisoblang. 5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{4x^2 - 5x + 1}$ nisbatning limitni hisoblang.- 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 5x + 4}{3x^2 + 7x - 2}$ nisbatning limitni hisoblang. 7. nisbatning $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$ nisbatning limitni hisoblang. 8. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ nisbatning limitni hisoblang. 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$ limitni birinchi ajoyib limitdan foydalanib hisoblang. 10. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3/x)^x$ limitni ikkinchi ajoyib limitdan foydalanib hisoblang. 11. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ limitni hisoblang. 12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$ limitni hisoblang. 13. Quyidagi funksiyalarning aniqlanish sohasini toping: 1) $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt[4]{7-x}$; 2) $f(x) = (a+x)/(a-x)$; 3) $f(x) = \lg(5x - x^2 - 6)$. 14. Quyidagi limitlarni hisoblang:	4. Begmatov A.B., Yakubov M.Ya. Iqtisodchilar uchun matematika. Ma'ruzalar matni. Samarqand, SamQHI, 2003 y. -300 b. 5. Begmatov A.B., Umarov T.I., Qo'ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Ma'ruzalar matni. SamISI. 2009. -347b. 6. Begmatov A.B., Qo'ldoshev A.Ch., Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Amaliy mashg'ulotlar uchun uslubiy qo'llanma. Samarqand. SamISI. 2009. -297b. 7. Begmatov A.B. Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Izohli lug'at. SamISI. 2009. -100b. 8. Begmatov A. B. Oliy matematika. Testlar. Uslubiy qo'llanma. Samarqand. SamISI. 2009. -140b. 9. Begmatov A.B., Umarov T.I., Qo'ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Mustaqil ta'lim uchun uslubiy ko'rsatma. Samarqand. SamISI. 2009. -16b. 10. Begmatov A.B. Oliy matematika. Laboratoriya ishlari. Samarqand. SamISI. 2009. -180b.
--	---

$$1) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{2 - \sqrt{x-1}}; 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}.$$

15. Quyidagi limitlarni birinchi va ikkinchi ajoyib limitlardan foydalanib hisoblang:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x/3}{x}; 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x/2}{x^2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin 1/x; \quad 6) \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2/n)^n;$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{1/x}; 8) \lim_{n \rightarrow \infty} [n/(n+1)]^n.$$

16. Quyidagi aniqmasliklarni oching:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - x + 1});$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right);$$