

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Begmatov A.

OLIV MATEMATIKA KAFEDRASI

Funksional va darajali qatorlar

**amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash
bo‘yicha uslubiy qo‘llanma**

SAMARQAND • 2011

A.Begmatov. Funktsional va darajali qatorlar. Amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash bo‘yicha uslubiy qo‘llanma. SamISI. 2011. -23 b.

Taqrizchilar:

Husanov B. f-m.f.n., dotsent, Samarqand Davlat arxitektura va qurilish instituti;

Umarov T.I. SamISI, «Oliy matematika» kafedrası dotsenti.

Uslubiy qo‘llanma „Oliy matematika“ kafedrası majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(4-son bayonnoma, 24 mart, 2011 yil).

Ushbu uslubiy qo‘llanmada **“Funktsional va darajali qatorlar”** mavzusi amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab o‘qitish bo‘yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Qo‘llanmadan **“Funktsional va darajali qatorlar”** mavzusi amaliy mashg‘ulotini tashkil etish va o‘tkazishda foydalanish mumkin.

Oliy matematika fanini ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar

O'zbekiston Respublikasi taraqqiyotida halqning boy ma'naviy salohiyati va umuminsoniy qadriyatlarga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimini barpo etish dolzarb ahamiyatga ega.

Ma'lumki, kadrlar tayyorlash Milliy dasturida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy qilish va o'zlashtirish zarurligi ko'p marta takrorlanib, "...yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib, talabalarni o'qitishni jadallashtirish" ko'zda tutilgan.

Pedagogik texnologiyaga YUNESKOning bergan ta'rifini keltiramiz: "Pedagogik texnologiya – bu butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonida o'z oldiga ta'lim shakllarini samaradorlashtirish vazifasini qo'yuvchi texnik hamda shaxs resurslari va ularning o'zaro aloqasini hisobga olib, bilimlarni yaratish, qo'llash (va belgilash)ning tizimli usulidir". Bu ta'rifdagi asosiy tushuncha "tizimli usul" bo'lib, aynan tizimli yondashuv pedagogik texnologiyaning, o'qitishga boshqa yondashuvlardan farqlanuvchi asosiy belgisi hisoblanadi. Ta'lim maqsadlari, uning mazmuni, o'qitish va ta'lim berish usullari, nazorat va natijalarni baholashni o'zaro bog'liklikda loyihalash- ko'pincha an'anaviy o'quv jarayonida yetishmaydigan narsadir.

Jaxon pedagogika fani ilmiy – texnika taraqqiyoti ta'sirini boshdan kechirib, psixologiya, kibernetika, tizimlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va boshqa fanlar yutuqlarini birlashtirib, hozirgi davrda faol yangilanish (innovatsiya) jarayonlari bosqichida turar ekan, inson imkoniyatlarini samarali rivojlantirish amaliyotiga boy mahsul bermoqda.

Pedagogik texnologiya usullari (boshda) dastlab o'qitishning harakatini namunaviy vaziyatdagi (belgilangan qoida bo'yicha) o'zlashtirish talab etiladigan mahsuldor (reproduktiv) darajasi uchun ishlab chiqilgan. Mahsuldor ta'lim har qanday ta'limning zaruriy tarkibiy qismi hisoblanib, u insoniyat jamg'argan tajribani aniq o'quv fani doirasida o'zlashtirish bilan bog'liq. Ta'lim oluvchilarda bilim va ko'nikmalarning ma'lum "poydevori" hosil qilingandan keyingina ta'limning natijali (produktiv) va ijodiy yondashish usullariga ko'chish mumkin. Pedagogik texnologiya oqimi 70-80 yillarda AQShda yuzaga keldi va YUNESKO kabi nufuzli tashkilot tomonidan tan olindi va qo'llab – quvvatlandi va hozirgi kunda ko'pgina mamlakatlarda muvaffaqiyatli o'zlashtirilmoqda.

Ma'lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta'lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og'zaki- ko'rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta'lim turlari hisoblanadi.

1. Og'zaki – ko'rgazmali an'anaviy bo'lib, o'qituvchining axborot berishi, talabalarning bilimlarni qabul qilishi, to'plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta'limda og'zaki-ko'rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo'lib, qismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta'lim tizimida ulkan xizmat ko'rsatdi. Jadal suratlar bilan o'sib borayotgan fan va texnika talablari, ta'lim tizimidagi istlohatlar, raqobotbardosh kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning

ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Tal'imga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (qismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy mahsuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal etish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir.

Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiri yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma – ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti – harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, aytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarda ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti –harakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qitish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Harbir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

Mavzuni o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz: 1) mavzu va uning rejasi beriladi; 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi; 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqa to'xtalinadi; 4) mavzuni tushuntirish ketma

– ketligi texnologik loyiha asosida o‘qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim; 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish; 6) tushuntirish jarayonida o‘quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi; 7) talabaning tarqatma material yoki o‘quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o‘qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish; 8) mavzuni o‘rganish darajasini tekshirish, talabalarga og‘zaki savollar berib borish orqali, (masalan, analitik geometriya tushunchasining mohiyati nima?); 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to‘ldirish, to‘g‘ri javoblarni rag‘batlantirish; 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayan (masalan, 10 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqlari yig‘ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo‘yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To‘g‘ri javoblar ekranda ko‘rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o‘zlarning bilimlarini o‘zlari tekshirib ko‘radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo‘ladi, o‘qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag‘batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o‘qish – o‘rganishga da‘vat etiladi; 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko‘nikmasini hosil qilish maqsadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo‘lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo‘lishi zarur.

“ Oliy matematika” fanini, o‘rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) matematikaning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o‘rni va ahamiyati anglash;
- 2) o‘quvchining matematik apparatning qo‘llanilishiga qiziqishi;
- 3) amaldagi dastur asosida matematik apparatni o‘rgatish;
- 4) ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo‘naltirib, bu bilimlarni o‘z faoliyatida qo‘llash.

Shuni ta’kidlaymizki, „Oliy matematika” fani oliy ta’limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, informatika, chiziqli va nochiziqli dasturlash, makro va mikro iqtisod, ekonometriya, iqtisodiy tahlil, moliyaning miqdoriy metodlari, logistika va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e’tiborga olinadi.

Biz ushbu uslubiy qo‘llanmada „Oliy matematika” fanining **“Funksional va darajali qatorlar”** amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab, o‘qitish- o‘rgatish haqida fikr yuritamiz.

1.1. “Funksional va darajali qatorlar” mavzusi bo‘yicha amaliy mashg‘ulotining ta’lim texnologiyasi modeli

38-mavzu	Funksional va darajali qatorlar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: 25 nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Individual topshiriqlarni bajarishga asoslangan amaliy mashg'ulot.
Mashg'ulot rejasi	1. Funksional qatorlarning misollari. 2. Darajali qatorlar va ularning xossalari. 3. Teylor va Makloren qatorlari. 4. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyishga oid misollar yechish. 5. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlariga doir misollar yechish.
Asosiy tushuncha va atamalar	Funksional qator, yaqinlashish intervali, yaqinlashish radiusi, darajali qator yig'indisi, darajali qatorni hadlab integrallash va differensiallash, Teylor qatori, Makloren qatori, binomial qator, taqribiy hisoblash, yaqinlashuvchi qatorlarning xossalari, funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish.
Amaliy mashg'ulotining maqsadi	Funksional va darajali qatorlar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Funksional qatorlar haqida tushunchalarni eslatish. 4. Darajali qatorlar va ularning xossalari tushuntirish. 5. Teylor va Makloren qatorlari. 6. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish. 7. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlari. Ikki karrali integralning ta'rifini eslatish.	1. Funksional qatorlarga misollar keltira bilish. 2. Darajali qatorlar va ularning xossalarini anglashi. 3. Teylor va Makloren qatorlarini bilishi. 4. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyishga oid misollar yechishni bilish. 5. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlariga doir misollar yecha bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).

Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Funksional va darajali qatorlar” mavzusi bo'yicha amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (15 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(50-daqiqa)	2.1.Talabalarni 4 ta o'quv guruhiga bo'linadi. va har biriga vazifalar beradi(3-ilova). Guruhlarda o'quv vazifasini bajarish bo'yicha ishni tashkil qiladi. Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi(4-ilova). O'quv faoliyati natijalarini eslatadi. Vazifani bajarishda o'quv materiallaridan foydalanish mumkinligini eslatadi. Berilgan topshiriqlarni har bir guruh lideri bittadan doskada izohlashga, ya'ni prezentatsiyaga tayyorlashni so'raydi. 2.2.Taqdimot boshlanishini e'lon qiladi. Taqdimot vaqtida javoblarga izoh beradi, to'g'ri e'chimlarga e'tibor beradi, xatolarni ko'rsatadi. Talabalar bilan birgalikda javoblar to'g'riligini baholaydi, savollarga javob beradi. 2.3. Guruhlar bajargan ishlari bo'yicha o'z-o'zini baholaydilar va tekshiradilar.	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash

	2.4. Javoblarni to'ldiradi va qisqacha xulosalar qiladi.	o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

38.1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a’lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

38. 2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalar

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qoʻllagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni oʻqing.
2. Olingan maʼlumotlarni tizimlashtiring – matnga qoʻyilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini toʻldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bila man (Q)	Bilishni xoxlay man (?)	Bilib oldim
1	Funksional qator deb qanday qatorga aytiladi?			
2	Funksional qatorning yaqinlashish nuqtasi nima?			
3	Funksional qatorning yaqinlashish sohasi deb qanday toʻplamga aytiladi?			
4	Darajali qator deb qanday qatorga aytiladi?			
5	Darajali qatorning yaqinlashish radiusi nima va u qanday topiladi?			
6	Qanday intervalga yaqinlashish intervali deyiladi?			
7	Yaqinlashish intervalining chetki nuqtalarida, darajali qator yaqinlashishi qanday boʻladi?			
8	Makloren va Teylor formulalari qanday boʻladi?			
9	Teylor qatori deb qanday qatorga aytiladi?			
10	Makloren qatori Teylor qatoridan kelib chiqadimi?			
11	$f(x) = e^x$ funksiyaning darajali qatorga yoyilmasi qanday boʻladi?			
12	$f(x) = e^x$ funksiyaning darajali qatorga yoyilmasi qanday boʻladi?			
13	Binomial qator qanday boʻladi?			
14	$f(x) = \ln(1+x)$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasi qanday boʻladi?			
15	$f(x) = \cos x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasi nimadan iborat?			

1. Talabalar ishni bajarish uchun zarur bilim va malakalarga ega bo'lmog'i lozim.
2. Guruhlarga aniq topshiriqlar berilmog'i lozim.
3. Kichik guruh oldiga qo'yilgan topshiriqni bajarish uchun yetarli vaqt ajratiladi.
4. Guruhlardagi fikrlar chegaralanmaganligi va tazyiqqa uchramasligi haqida ogohlantirilishi zarur.
5. Guruh ish natijalarini qanday taqdim etishini aniq bilish-lari, o'qituvchi ularga yo'riqnoma berishi lozim.
6. Nima bo'lganda ham muloqotda bo'ling, o'z fikringizni erkin namoyon eting.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. $\frac{4-x}{7x+2} + \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \left(\frac{4-x}{7x-2}\right)^3 + \dots$

funksional qatorning $x=0$ va $x=1$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.

2. $5x + \frac{5^2 x^2}{2!} + \frac{5^3 x^3}{3!} + \frac{5^4 x^4}{4!} + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

3. $(x-4) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-4)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-4)^3 + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

4. $f(x) = e^{-6x}$ funksiyani x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.

5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

2-varaqa

1. $\frac{3-x}{7x+2} + \left(\frac{3-x}{7x+2}\right)^2 + \left(\frac{3-x}{7x+2}\right)^3 + \dots$

funksional qatorning $x=0$ va $x=2$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.

2. $3x + \frac{3^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{3^4 x^4}{4!} + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

3. $(x-2) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-2)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-2)^3 + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.
4. $f(x) = e^{-3x}$ funksiyani x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.
5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\sin 9^\circ$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

3-varaqa

1. $\frac{5-x}{7x+2} + \left(\frac{5-x}{7x+2}\right)^2 + \left(\frac{5-x}{7x+2}\right)^3 + \dots$ funksional qatorning $x=0$ va $x=1$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.
2. $2x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^4 x^4}{4!} + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.
3. $(x-3) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-3)^3 + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.
4. $f(x) = e^{-5x}$ funksiyani x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.
5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\ln 1,1$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

4-varaqa

1. $\frac{6-x}{5x+2} + \left(\frac{6-x}{5x+2}\right)^2 + \left(\frac{6-x}{5x+2}\right)^3 + \dots$ funksional qatorning $x=0$ âa $x=3$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.
2. $6x + \frac{6^2 x^2}{2!} + \frac{6^3 x^3}{3!} + \frac{6^4 x^4}{4!} + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.
3. $(x-5) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-5)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-5)^3 + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.
4. $f(x) = e^{-7x}$ funksiyani x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.
5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\sqrt[3]{1,06}$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

38.4-ilova

“Funksional va darajali qatorlar” mavzusi bo'yicha tarqatma material

1. Funktsional qatorlar haqida.

$$u_1(x), u_2(x), u_3(x), \dots, u_n(x), \dots$$

funksiyalar ketma-ketligi bo'lsin.

1-ta'rif.

$$u_1(x) + u_2(x) + u_3(x) + \dots + u_n(x) + \dots \quad (1)$$

ifodaga **funksional qator** deyiladi.

(1) da $x = x_0$ biror son bo'lsa, qo'yidagi sonli qatorni hosil qilamiz

$$u_1(x_0) + u_2(x_0) + u_3(x_0) + \dots + u_n(x_0) + \dots \quad (2)$$

(2) sonli qator yaqinlashuvchi bo'lsa, (1) funksional qator $x = x_0$ nuqtada yaqinlashuvchi deyiladi va $x = x_0$ nuqtaga **yaqinlashish nuqtasi** deb ataladi.

$$1\text{-misol. } 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots \quad (3)$$

funksional qator $x = \frac{1}{2}$ nuqtada yaqinlashuvchidir, chunki

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

sonli qator yaqinlashuvchi.

Berilgan (3) funksional qator $x = 2$ nuqtada uzoqlashuvchi, chunki

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n + \dots$$

sonli qator uzoqlashuvchi.

Funksional qator yaqinlashuvchi bo'lgan nuqtalar to'plamiga, uning **yaqinlashish sohasi** deyiladi.

2. Darajali qatorlar va uning xossasi.

$$a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \dots + a_n(x-a)^n + \dots \quad (4)$$

funksional qatorga darajali qator deyiladi. $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ o'zgarmas sonlar, darajali qatorning koeffitsiyentlari deb ataladi. Xususiyl holda $a = 0$ bo'lsa

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$$

darajali qator hosil bo'ladi.

Darajali qator shunday xossaga egaki, u $x = b_0$ nuqtada yaqinlashuvchi bo'lsa, $|x - x_0| < |b_0 - x_0|$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi hamma x lar uchun ham yaqinlashuvchi bo'ladi. Darajali qator uchun shunday R son mavjudki, $|x - x_0| < R$ uchun, qator absolyut

yaqinlashuvchi $|x - x_0| > R$ uchun qator uzoqlashuvchi, ya'ni $-x_0 - R < x < -x_0 + R$ oralig'ida darajali qator absolyut yaqinlashuvchi, $x = -x_0 \pm R$ nuqtalarda hosil bo'lgan qator yaqinlashuvchi yoki uzoqlashuvchi bo'lishi mumkin. Har ikki nuqtada qator yaqinlashishini alohida tekshirish kerak bo'ladi. $(x_0 - R, x_0 + R)$ intervalga **yaqinlashish intervali**, R ga darajali qatorning **yaqinlashish radiusi** deyiladi. Yaqinlashish radiusi $R = 0$ *ëku* $R = \infty$ bo'lishi mumkin $R = 0$ bo'lsa, darajali qator faqat $x = x_0$ nuqtada, $R = +\infty$ bo'lsa, butun sonlar o'qida yaqinlashuvchi bo'ladi.

Yaqinlashish intervalini, berilgan qatorning absolyut qiymatidan tuzilgan qator uchun Dalamber va Koshi belgilaridan foydalanib topish mumkin. Darajali qatorning hamma koeffitsiyentlari 0 dan farqli bo'lsa, yaqinlashish radiusini topishda

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$

formuladan foydalaniladi. Boshqa hollarda bevosita Dalamber belgisidan foydalanib yaqinlashish intervalini topish mumkin.

$$\text{2-misol. } x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots$$

darajali qator yaqinlashishini tekshiring.

$$\text{Yechish: } a_n = \frac{1}{n}, a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)} . \quad \text{Qatorning yaqinlashish}$$

radiusini topamiz.

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/n}{1/(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1.$$

Demak, $-1 < x < 1$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi hamma x lar uchun qator yaqinlashuvchi.

Qator yaqinlashishini intervalning chetki nuqtalarida tekshiramiz: $x = 1$ bo'lsin. Bu holda

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

garmonik qator hosil bo'lib, u uzoqlashuvchidir. $x = -1$ bo'lsin, bu holda

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

sonli qator hosil bo'lib, u Leybnis belgisi shartlarini qanoatlantiradi, ya'ni yaqinlashuvchi bo'ladi.

Shunday qilib, berilgan qatorning yaqinlashish intervali

$-1 \leq x < 1$ dan iboratdir.

3-misol. $(x-2) + \frac{1}{2^2}(x-2)^2 + \frac{1}{3^2}(x-2)^3 + \dots + \frac{1}{n^2}(x-2)^n + \dots$

darajali qator yaqinlashishini tekshiring.

Yechish. $a_n = \frac{1}{n^2}$, $a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}$ bo'lganligi uchun,

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 = 1.$$

Demak, $-1 < x - 2 < 1$ yoki $1 < x < 3$ intervalda qator yaqinlashuvchi. Intervalning chetki nuqtalarida qator yaqinlashishini tekshiramiz. $x = 3$ bo'lsin, bu holda

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

sonli qator hosil bo'lib, integral belgidan foydalansak, uning yaqinlashuvchiligi kelib chiqadi (bajarib ko'ring). $x = 1$ bo'lsa,

$$-1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \dots$$

sonli qator hosil bo'lib, u absolyut yaqinlashuvchidir (tekshirib ko'ring).

Shunday qilib, berilgan qatorning yaqinlashish intervali $1 \leq x \leq 3$ bo'ladi.

3. Teylor va Makloren qatorlari.

$y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtada $(n+1)$ tartibgacha hosilalarga ega bo'lsa, u holda qo'yidagi Teylor formulasi o'rinlidir:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a)^1 + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$$

bu yerda, $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}[a + Q(x-a)]}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$ ($0 < Q < 1$) bo'lib,

Lagranj shaklidagi qoldiq had deyiladi.

$a = 0$ da Teylor formulasining xususiy holi, Makloren formulasi hosil bo'ladi:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x), \text{ bu erda}$$

$$R(x) = \frac{f^{(n+1)}[Qx]}{(n+1)!}x^{n+1}, \quad (0 < Q < 1).$$

$y = f(x)$ funksiya a nuqta atrofida istalgan marta differensiallanuvchi bo'lsa va bu nuqtaning biror atrofida

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$$

bo'lsa, Teylor va Makloren formulalaridan

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots \text{ va}$$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

qatorlar hosil bo'ladi. Bularning birinchisi **Teylor qatori**, ikkinchisiga **Makloren qatori** deyiladi.

Bu qatorlar x ning $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ bo'ladigan qiymatlarida $f(x)$ funksiyaga yaqinlashadi.

A nuqtani o'z ichiga oluvchi biror intervalda istalgan n uchun $|f^{(n)}(x)| < M$, (M biror musbat son) tengsizlik bajarilsa, $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ bo'ladi va $f(x)$ funksiya Teylor qatoriga yoyiladi.

4. Funktsiyalarni darajali qatorlarga yoyish.

Ayrim funksiylarni darajali qatorga yoyyamiz.

1) $f(x) = e^x$, istalgan x uchun

$$f'(x) = e^x, f''(x) = e^x, \dots, f^{(n)}(x) = e^x, \dots \quad x=0 \quad \text{d\aa} \text{s\aa} \text{k},$$

$$f(0) = 1, f'(0) = 1, f''(0) = 1, \dots, f^{(n)}(0) = 1, \dots$$

bo'ladi. Bularni Makloren qatoriga qo'yib,

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$$

ni hosil qilamiz. Oxirgi tenglikdan $x = 1$ desak,

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

bo'lib, e soni qator yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi. Bundan foydalanib e sonining taqribiy qiymatini istalgan darajadagi aniqlikkacha hisoblash mumkin.

2) $f(x) = \sin x$. Istalgan x uchun,

$$f'(x) = \cos x, f''(x) = -\sin x, f'''(x) = -\cos x, f^{(4)}(x) = \sin x, \dots$$

bo'ladi. Bundan

$$f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(0) = 0, f'''(0) = -1, f^{(4)}(0) = 0, \dots$$

bo'lib, bularni Makloren qatoriga qo'ysak,

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

hosil bo'ladi. Bu qator istalgan x uchun yaqinlashuvchi $-\infty < x < +\infty$. Oxirgi qatorni hadlab differensiallasak,

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1-1}}{(2n-2)!} + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

qator hosil bo'ladi, bu $f(x) = \cos x$ funksiya uchun Makloren qatori bo'ladi.

3) Xuddi yuqoridagidek usul bilan $f(x) = (1+x)^m$ funksiya uchun

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots + \dots$$

qatorni hosil qilamiz. Bu qatorga **binomial qator** deyiladi. U $(-1,1)$ intervalda absolyut yaqinlashuvchi bo'ladi.

4) $f(x) = \ln(1+x)$ funksiya uchun yuqoridagi usul bilan

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

yoyilmani hosil qilish mumkin.

5-misol. $f(x) = \cos \sqrt{x}$ funksiyaning x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.

Yechish. Yuqoridagi $\cos x$ uchun keltirilgan qatorda x ni $\sqrt{x}$ bilan almashtirsak,

$$\cos \sqrt{x} = 1 - \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^n}{(2n)!} + \dots$$

bo'ladi. Bu qator istalgan x uchun yaqinlashuvchidir, biroq $\cos \sqrt{x}$ funksiya $x < 0$ da aniqlanmaganligini hisobga olib, hosil qilingan qator $\cos \sqrt{x}$ funksiya $0 \leq x < +\infty$ da yaqinlashadi.

5. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlari.

Bir necha misollar qaraymiz.

6-misol. $\cos x$ ning yoyilmasidan foydalanib $\cos 18^\circ$ ni 0,001 aniqlikkacha taqribiy hisoblang.

Yechish. $\cos x$ funksiyaning qatarga yoyilmasidan foydalanib,

$$\cos 18^\circ = \cos \frac{\pi}{10} = 1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{\pi}{10} \right)^2 + \frac{1}{4!} \left(\frac{\pi}{10} \right)^4 - \dots$$

qatorni hosil qilamiz.

$$\frac{\pi}{10} = 0,31416; \left(\frac{\pi}{10} \right)^2 = 0,09870; \left(\frac{\pi}{10} \right)^4 = 0,00974.$$

va $\frac{1}{6!} \cdot \left(\frac{\pi}{10} \right)^6 < 0,0001$ bo'lganligi uchun, taqribiy hisoblashda qatorning birinchi uchta hadi bilan chegaralanamiz, demak

$$\cos 18^\circ \approx 1 - \frac{0,09870}{2} + \frac{0,00974}{24}; \text{ ёки } \cos 18^\circ \approx 0,9511.$$

7-misol. $\sqrt[5]{1,1}$ ni 0,0001 aniqlikkacha taqribiy hisoblang.

Yechish: $\sqrt[5]{1,1} = (1 + 0,1)^{\frac{1}{5}}$ deb, binomial qatordan foydalansak:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{1,1} &= (1 + 0,1)^{\frac{1}{5}} = 1 + \frac{1}{5} \cdot 0,1 + \frac{\frac{1}{5} \cdot (\frac{1}{5} - 1)}{2!} 0,01 + \frac{\frac{1}{5} \cdot (\frac{1}{5} - 1) \cdot (\frac{1}{5} - 2)}{3!} 0,001 + \\ &+ \dots = 1 + 0,02 - 0,0008 + 0,000048 - \dots \end{aligned}$$

bo'ladi. To'rtinchi had $0,000048 < 0,0001$ bo'lganligi uchun, hisoblashda birinchi uchta hadini olib, hisoblaymiz:

$$\sqrt[5]{1,1} \approx 1 + 0,02 - 0,0008 = 1,0192.$$

8-misol. $\sqrt[3]{130}$ ni 0,001 aniqlikkacha taqribiy hisoblang.

Yechish. 5^3 130 ga eng yaqin butun sonning kubi bo'lganligi uchun $130 = 5^3 + 5$ ko'rinishda ifodalab, binomial qatordan foydalansak,

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{130} &= \sqrt[3]{5^3 + 5} = \sqrt[3]{5^3 \left(1 + \frac{1}{25} \right)} = 5 \left(1 + \frac{1}{25} \right)^{\frac{1}{3}} = 5 \left(1 + \frac{1}{3} 0,04 + \frac{\frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{3} - 1)}{2!} 0,0016 + \right. \\ &+ \left. \frac{(\frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{3} - 1) \cdot (\frac{1}{3} - 2))}{3!} 0,000064 + \dots \right) = 5 + 0,0667 - 0,00018 + 0,000064 - \dots \end{aligned}$$

Bo'ladi. Oxirgi qatorda 3-had 0,001 dan kichik bo'lganligi uchun, taqribiy hisoblashda birinchi ikkita had bilan chegaralanamiz:

$$\sqrt[3]{130} \approx 5 + 0,0667 \approx 5,0667.$$

9-misol. $\ln 1,04$ ni 0,0001 gacha aniqlikda taqribiy hisoblang.

Yechish: $\ln(1 + x)$ funksiyaning darajali qatarga yoyilmasidan foydalanib,

$$\ln(1 + 0,04) = 0,04 - \frac{0,04^2}{2} + \frac{0,04^3}{3} - \frac{0,04^4}{4} + \dots,$$

yoki

$$\ln 1,04 = 0,04 - 0,0008 + 0,000021 - 0,00000064 + \dots$$

qatorni hosil qilamiz, hamda uchinchi had $0,0001$ dan kichik bo'lganligi uchun birinchi ikki hadni hisobga olib hisoblaymiz:

$$\ln 1,04 \approx 0,0392.$$

38.5-ilova

“Funksional va darajali qatorlar” mavzusi bo'yicha ttst topshiriqlari

I darajali testlar

1. $y = f(x)$ funksiya uchun Teylor qatorini ko'rsating.

A)

$$f(x) = f(a) + \frac{1}{1!} f'(a)(x-a) + \frac{1}{2!} f''(a)(x-a)^2 + \frac{1}{3!} f'''(a)(x-a)^3 + \dots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$$

B)
$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)(x-a)^2 + f'''(a)(x-a)^3 + \dots + f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$$

D)
$$f(x) = f(0) + f'(0)(x-a) + f''(0)(x-a)^2 + f'''(0)(x-a)^3 + \dots + f^{(n)}(0)(x-a)^n + \dots$$

E)
$$f(x) = f(a) - f'(a)(x-a) + f''(a)(x-a)^2 - f'''(a)(x-a)^3 + \dots - f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$$

2. $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ darajali qator yaqinlashish intervali qanday topiladi?

A) yaqinlashish radiusi $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ formula bilan topilib, yaqinlashish

interval $(-R; R)$ dan iborat bo'ladi

B) yaqinlashish radiusi $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ formula bilan topiladi

D) yaqinlashish radiusi $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ formula bilan topilib, yaqinlashish intervali $(-R; R)$ dan iborat bo'ladi

E) yaqinlashish intervali $(-R; R)$ bo'lib, bunda $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ dan iborat bo'ladi

3. $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ darajali qator yaqinlashish radiusi qanday topiladi?

A) hamma koeffitsiyentlar 0 dan farqli bo'lganda $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ formula bilan topiladi

B) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ formula bilan topiladi

D) $R = \lim_{n \rightarrow 0} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ formula bilan topiladi

E) qator yaqinlashish radiusini topish uchun uning yaqinlashish intervalini topamiz

4. $y = e^x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasini ko'rsating.

A) $y = e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \dots$

B) $y = e^x = 1 - \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 - \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n - \dots$

D) $y = e^x = 1 - \frac{1}{1}x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n - \dots$

E) $y = e^x = 1 + \frac{1}{1}x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n + \dots$

5. $\sin x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasini ko'rsating.

A) $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + \dots$

B) $\sin x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \dots$

D) $\sin x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \dots$

E) $\sin x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$

6. $\cos x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasini ko'rsating.

A) $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$

B) $\cos x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$

D) $\cos x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \dots$

E) $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} + \dots$

II darajali testlar

7. $1 + \frac{x}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3^3 \cdot 4} + \dots$ qator yaqinlashish radiusini aniqlang.

A) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \frac{1}{3}$ bo'ladi

B) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 3$ bo'ladi

$$D) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = -3 \text{ bo'ladi}$$

$$E) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 9 \text{ bo'ladi}$$

8. $1 + \frac{x}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3^3 \cdot 4} + \dots$ qator yaqinlashish intervalini aniqlang.

$$A) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \frac{1}{3} \text{ bo'lib, } \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right) \text{ interval bo'ladi}$$

$$B) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 3 \text{ bo'ladi}$$

$$D) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = -3 \text{ bo'ladi}$$

$$E) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 9 \text{ bo'ladi}$$

III darajali testlar

9. $f(x) = x^3 - 3x$ funksiyani $x - 1$ ning darajalari buyicha qatorga yoying.

$$A) x^3 - 3x = 2 + 3(x-1)^2 + (x-1)^3 + (x-1)^4$$

$$B) x^3 - 3x = -2 + 3(x-1)^2 + (x-1)^3 + 0$$

$$D) x^3 - 3x = 2 + 6(x-1)^2 + 3(x-1)^3$$

$$E) x^3 - 3x = 2 + 3(x-1)^2 + 6(x-1)^3 + 9(x-1)^4$$

10. $\sqrt[3]{1+x}$ funksiya darajali qatorga yoyilmasidan, 2 ta hadini olib, $\sqrt[3]{130}$ ni taqribiy hisoblang.

A) $5\frac{4}{15}$

B) $5\frac{6}{15}$

D) $5\frac{1}{15}$

E) 5,5

11. $\sin x$ funksiyaning darajali qatorga yoyilmasining, 2 ta hadi bilan chegaralanib, $\sin 12^\circ$ ni taqribiy hisoblang ($x = 12^\circ$, radian o'lchovda $x = 0,2094$).

A) 0,3083

B) 0,2685

D) 0,1082

E) 0,2094

38.6-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $1!(x-5) + 2!(x-5)^2 + 3!(x-5)^3 + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring.

2. $\frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring.

3. Ushbu qatorlarning yaqinlashish intervalini aniqlang:

1) $x + (2x)^2 + (3x)^3 + (4x)^4 + \dots$

2) $x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \frac{x^8}{4} + \dots$

3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{x-1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^3 + \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^4 + \dots$

4. Ushbu funksiyalarni x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying:

1) $f(x) = 3^x$; 2) $f(x) = \cos^2 x$.

5. Funktsiyalarning darajali qatorlarga yoyilmasidan foydalanib quyidagilarni:

1) e sonini 0,00001 gacha aniqlikda;

2) $\ln 0,98$ ni 0,0001 gacha aniqlikda;

3) $\ln 1,1$ ni 0,0001 gacha aniqlikda

taqribiy hisoblang.