НИЗОМИЙ НОМИДАГИ ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ПЕДАГОГИКА УНИВЕРСИТЕТИ

Г.Ғойибназарова, А.Бакирова

ГЕОМЕТРИЯДАН МУСТАҚИЛ ИШЛАР ТЎПЛАМИ
(Аналитик геометрия бўлими бўйича)

Тошкент 2007 й.

Педагогика олий ўқув юртларидан математика информатика йўналишида ўқитиладиган геометрия фанининг муҳим бўлимларидан бири бўлган аналитик геометрия бўлими биринчи курсда ўқитилиб, бунда талабалар текисликда ва фазода векторлар, координаталар методи, тўғри чизиқ, текислик тенгламалари ва текисликда иккинчи тартибли чизиқлар ва фазода иккинчи тартибли сиртлар ҳақида билимга эга бўладилар.

Маълумки, кейинги йилларда талабаларни мустақил ишлашига катта эътибор берилмоқда. Аналитик геометрия бўлимини ўқиш давомида ҳам талабаларнинг мустақил ишлашини таъминлаш мақсадида ушбу мастақил ишлар тўплами фойдали деб ҳисоблаймиз. Талабалар учун хаволи қилинаётган ушбу мустақил ишлар тўплами Педагогика олий ўқув юртларининг математика –информатика ва физика- инфоратика йўналиши талабалари учун тавсия этилади.

Муаллифлар: Ғойибназарова Гулнора Норматовна
Бакирова Албина Юнировна

Тақризчилар: Профессор Нармонов А.Я
Рахмонов И

Методик қўлланма Низомий номидаги ТДПУ илмий кенгашининг 2007 йил 25 октябрдаги қарори билан нашрга тавсия этилган

Аналитик геометрия бўлими бўйича мустақил иш учун ажратилган мавзулар

1. Векторларнинг чизиқли боғлиқлиги ва унинг баъзи бир теоремаларнинг исботлари .
2. Вектор фазо аксиомалари. Қисм вектор фазо.
3. Векторларнинг скаляр кўпайтмасининг мисоллар ечишга татбиғи.
4. Векторлар назариясининг мактаб геометрия курсидаги масалаларни ечишга татбиғи.
5. Чораклар ҳақида маълумот. Нуқтанинг текисликдаги вазиятини аниқлашга доир мисоллар ечиш.
5. Аффин ва декарт координаталар системасини алмаштириш.
6. Қутб координаталар системсига доир мисоллар ечиш.
7. Нуқтанинг қутб ва декарт координаталари орасидаги боғланишга доир мисоллар ечиш.
8. Тўғри чизиқнинг турли тенгламаларига доир мисоллар ечиш.
9. Параллел тўғри чизиқлар орасидаги масофани ҳисоблаш.
10. Харакат турлари ва унинг классификацияси.
11. Акслантириш ва алмаштириш.
12. Эллипснинг каноник тенгламасини тузишга доир мисоллар ечиш
13. Гиперболанинг каноник тенгламасини тузишга боир мисоллар.
14. Параболани каноник тенгламасига кўра ясаш.
15. Фазода векторлар устида чизиқли амаллар.
16.Фазода координаталар системасига нисбатан нуқтани ясаш.
17. Берилган кесмани икчи ва ташқи равишда бўлиш.
18. Координаталар ситемасини алмаштириш.
19. Координаталарни боғловчи тенгсизликларнинг геометрик маъноси.
20.Икки векторнинг вектор кўпайтмасининг баъзи хоссаларининг исботи.
21. Уч векторнинг компланарлик шарти.
22. Текисликнинг кесмалар бўйича тенгламаси.
23. Текисликлар боғлами.
24. Тўғри чизиқ ва текислик орасидаги бурчак.
25.Аффин алмаштиришлар группаси ва унинг қисм группаси.
26.Геометрия группалар нуқтаи назаридан.
27. Конус кесимлари.
28.Гиперболик параболоид ва унинг хоссалари.
29.Мунтазам кўпбурчаклар.
30.Мунтазам кўпбкрчакларнинг беш тури мавжудлиги ҳақидаги теорема.

Фойдаланиладиган адабиётлар.

1. Н.Д.Додажаонов, М.Ш.Жўраева Гоеметрия 1-қисм.
2. Л.С.Атанасян, В.Т.Базылев. Геометрия 1-часть.

I семестр

1 топшириқ

x векторни *p, q,* векторлар орқали чизиқли ифода қилинг

1. x= {-2,0}, p = {0,-1}, q= {1,0}
2. x = {5,-12}, p = {1,-3}, q = {1,-1}
3. x= {0,2}, p = {3,1}, q = {0,-3}
4. x = {-1,5}, p = {2,1}, q = {-2,0}
5. x = {-1,-2}, p = {2,0}, q = {1,2}
6. x = {-5,2}, p = {-1,1}, q = {2,-1}
7. x = {1,-5}, p= {0,-1}, q = {2,0}
8. x = {5,1}, p= {2,0}, q = {0,-1}
9. x = {1,1}, p = {1,1}, q = {-1,0}
10. x = {-3,7}, p= {-2,2}, q = {2,0}
11. x = {-9,5}, p = {4,1}, q = {2,0}
12. x = {-5,-5}, p = {-2,0}, q = {1,3}
13. x = {3,-3}, p = {1,0}, q = {0,1}
14. x = {3,3}, p = {3,1}, q = {-1,2}
15. x = {-1,7}, p = {-1,2}, q = {2,0}
16. x = {6,5}, p = {1,1}, q = {0,-3}
17. x = {6-1}, p = {1,-2}, q = {-1,1}
18. x = {5,15}, p= {1,0}, q = {-1,3}
19. x = {2,-1}, p = {1,1}, q = {0,1}
20. x = {11,5}, p = {1,0}, q = {-1,0}
21. x = {8,0}, p = {2,0}, q = {1,1}
22. x = {3,1}, p = {0,1}, q = {1,2}
23. x = {8,1}, p = {1,2}, q = {3,0}
24. x-= {-9,-8}, p = {1,4}, q = {-3,2}
25. x = {- 5,9}, p = {0,1}, q = {3,-1}
26. x = {-15,5}, p = {0,5}, q = {3,2}
27. x = {8,9}, p = {1,0}, q = {0,- 2}
28. x = {3,1}, p = {2,0}, q = {1,0}
29. x = {-1,7}, p = {0,3}, q = {1,-1}
30. x = {0,- 8}, p = {0,- 2}, q= {3,1}

2 топшириқ

p, q векторлар коллинеарми?

1. $a=\{1,-3\}$, $b=\{1,0\}$, $p=3a+6b$, $q=-a+2b$.
2. $a=\{0,1\}$, $b=\{-2,1\}$, $p=2a+2b$, $q=3a-2b$.
3. $a=\{-2,2\}$, $b=\{-2,2\}$, $p=a+3b$, $q=2a-b$.
4. $a=\{2,3\}$, $b=\{2,1\}$, $p=2a+3b$, $q=a-b$.
5. $a=\{2,1\}$, $b=\{5,0\}$, $p=-a+b$, $q=a-3b$.
6. $a=\{2,-2\}$, $b=\{1,3\}$, $p=a+b$, $q=a+2b$.
7. $a=\{1,2\}$, $b=\{2,0\}$, $p=6a-2b$, $q=-3a+b$
8. $a=\{3,-1\}$, $b=\{2,1\}$, $p=+a-3b$, $q=-4a+2b$.
9. $a=\{-1,2\}$, $b=\{1,0\}$, $p=a+3b$, $q=-2a-6b$.
10. $a=\{1,3\}$, $b=\{-2,6\}$, $p=a-b$, $q=-6a+6b$.
11. $a=\{1,0\}$, $b=\{3,5\}$, $p=a+2b$, $q=3a-b$.
12. $a=\{-4,1\}$, $b=\{1,-2\}$, $p=5a+3b$, $q=2a-b$.
13. $a=\{3,5\}$, $b=\{9,7\}$, $p=-2a+b$, $q=3a-2b$.
14. $a=\{1,4\}$, $b=\{1,1\}$, $p=a+b$, $q=4a+2b$.
15. $a=\{-2,5\}$, $b=\{3,0\}$, $p=4a-2b$, $q=-2a+b$
16. $a=\{3,4\}$, $b=\{2,1\}$, $p=6a-3b$, $q=-2a+b$
17. $a=\{-2,-3\}$, $b=\{0,5\}$, $p=3a+9b$, $q=-a-3b$.
18. $a=\{4,2\}$, $b=\{3,-2\}$, $p=2a-b$, $q=-6a+3b$.
19. $a=\{5,0\}$, $b=\{2,3\}$, $p=2a-b$, $q=-6a+3b$.
20. $a=\{0,3\}$, $b=\{1,-2\}$, $p=5a-2b$, $q=3a+5b$.
21. $a=\{3,2\}$, $b=\{1,6\}$, $p=a-b$, $q=-6a+6b$.
22. $a=\{-2,7\}$, $b=\{-3,5\}$, $p=2a+3b$, $q=3a+2b$.
23. $a=\{3,7\}$, $b=\{1,4\}$, $p=4a-2b$, $q=-2a+b$
24. $a=\{2,-1\}$, $b=\{2,1\}$, $p=6a-2b$, $q=-3a+b$.

25. $a=\{5,0,\}$, $b=\{6,4\}$, $p=5a-3b$, $q=3a+5b$.
26. $a=\{3,-1\}$, $b=\{4,3\}$, $p=2a-b$, $q=-4a+2b$.
27. $a=\{3,6\}$, $b=\{5,10\}$, $p=4a-2b$, $q=-2a+b$.
28. $a=\{1,-2\}$, $b=\{7,3\}$, $p=6a-3b$, $q=-4a+2b$.
29. $a=\{3,7\}$, $b=\{4,6\}$, $p=3a+2b$, $q=5a-7b$.
30. $a=\{2,-1\}$, $b=\{3,-7\}$, $p=2a-3b$, $q=3a-2b$.

3 топшириқ

AB, AC векторлар орасидаги бурчак косинусини топинг.

1. A(2,- 2), B(-1,2), C(4,5).
2. A(0,6), B(-12,-3), C(-9,- 6).
3. A(2, 3), B(4,5), C(3,1).
4. A(-1,1), B(3,- 5), C(1,1).
5. A(- 2,0), B(1,4), C(5,1).

6. A(3,3),	B(3,2),	C(4,4).
7. A(-1,- 4),	B(-1,-1),	C(4,3).
8. A(2,- 2),	B(0,0),	C(6,-6).
9. A(1,0),	B(3,4),	C(4,3).
10. A(3,2),	B(1,4),	C(4,0).
11. A(1,- 2),	B(- 4,-6),	C(2,-1).
12. A(- 4,2),	B(-1,2),	C(-3,-8).
13. A(5,2),	B(5,1),	C(5,-1).
14. A(- 3,- 4),	B(5,- 2),	C(2,1).
15. A(2,-6),	B(1,- 4),	C(4,-10).
16. A(5,1),	B(3,2),	C(4,2).
17. A(2,-1),	B(5,7),	C(4,-1).
18. A(3,-1),	B(5,- 4),	C(4,-1).
19. A(-1,2),	B(3,4),	C(4,- 2).
20. A(5,- 2),	B(3,3),	C(5,3).
21. A(0,1),	B(2,-6),	C(5,-10).
22. A(2,4),	B(4,- 6),	C(- 2,4).
23. A(3,- 6),	B(1,-3),	C(9,1).
24. A(1,- 4),	B(1,- 2),	C(12,- 4).
25. A(3,2),	B(-1,2),	C(- 4,2).
26. A(- 4,3),	B(2,1),	C(- 2,0).
27. A(2,1),	B(1,3),	C(-1,2).
28. A(7,1),	B(- 7,2),	C(-1,3).
29. A(3,-3),	B(2,- 3),	C(4,-3).
30. A (2,3),	B(1,1),	C(-2,3).

4 топширик

M_0 нуқтадан ўтиб, M_1M_2 векторга перпендикуля бўлган тўғри чизиқ тенгламасини тузинг.

1. $M_0(3,2)$,	$M_1(4,1)$,	$M_2(2,-1)$.
2. $M_0(-1,0)$,	$M_1(- 5,- 4)$,	$M_2(- 2,-3)$.
3. $M_0(2,- 4,)$,	$M_1(-1,-3,)$,	$M_2(-1,-5)$.
4. M_0 (-5,3),	M_1 (0,7),	M_2 (7,8).
5. M_0 (2,- 4),	M_1 (0,-8),	M_2 (- 2,-5).
6. $M_0(1,9)$,	$M_1(0,4)$,	$M_2(1,6)$.

7. M_0 (0,- 2), M_1 (-5,9), M_2 (- 2,6).
8. M_0(-1,1), M_1(3,8), M_2(2,0).
9. M_0(-1,7), M_1(3,5), M_2(1, 2).
10. M (-5,2), M_1(3,- 2), M_2(-1,2).
11. M_0(-3,1), M_1(3,1), M_2(- 4- 4).
12. M_0(5,-1), M_1(3,4), M_2(2,- 4).
13. M_0(-2,4), M_1(1,- 7), M_2(4,-6).
14. M_0 (-5,11), M_1(1,7), M_2 (-7,5).
15. M_0 (2,9), M_1 (1,-8), M_2 (5,10).
16. M_0(-1,9), M_1(1,4), M_2(2,6).
17. M_0(1,-2), M_1(5,4), M_2(3,6).
18. M_0 (2,-1), M_1 (5,- 2), M_2 (3,1).
19. M_0(2,1), M_1(- 3,-1), M_2(2, 2).
20. M_0 (-4,-2), M_1 (3,- 2), M_2 (-8,2).
21. M_0(1,1), M_1(-1,5), M_2(3,-3).
22. M_0(5,2), M_1(3,- 4), M_2(1,0).
23. M_0 (-2,1), M_1 (2,- 7), M_2 (-5,1).
24. M_0(5,-3,0), M_1(1,2,7), M_2(- 2,7,-8).
25. M_0(2,,1), M_1(- 6,-8), M_2(1,0).
26. M_0(-1,-2), M_1(1,7), M_2(6,-9).
27. M_0(2,7), M_1(5,1), M_2(1,6).
28. M_0 (1,-1), M_1 (7,1), M_2 (7,1).
29. M_0(1,5), M_1(5,0), M_2(-1,4).
30. M_0(5,2), M_1(3,3), M_2(- 4, 2).

5 топшириқ
Қуйидаги тенгламалар билан берилган тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни ҳисобланг

1. $3x - y +3 = 0$, $x - 2y -10 = 0$
2. $x - y -5 = 0$, $x+2=0$
3. $5x - 4y -3 = 0$, $4x- y+2 = 0$
4. $6x + 2y +17 = 0$, $3x +3y -8 = 0$
5. $6x + 2y +17 = 0$, $9x +3y -4 = 0$
6. $x-y + 5 = 0$, $x + y+7 = 0$
7. $y - 5 = 0$, $y + -3= 0$
8. $6x + 2y +1= 0$, $x + 6y +10 = 0$
9. $2x + y -5 = 0$, $12x +16y + 2 = 0$
10. $5x - y +12 = 0$, $3x + 2y +10 = 0$
11. $x -3y + 5 = 0$, $2x - y -16 = 0$

12. $x - 3y + 1 = 0$, $x + 1 = 0$
13. $4x - 5y - 1 = 0$, $x - 4y - 9 = 0$
14. $3x - y + 15 = 0$, $5x + 9y - 1 = 0$
15. $6x + 2y + 17 = 0$, $x + y - 4 = 0$
16. $x + 2y - 3 = 0$, $16x + 12y - 1 = 0$
17. $3y = 0$, $2y\ z = 0$
18. $6x + 3y = 0$, $x + 2y - 12 = 0$
19. $2x + 2y + 9 = 0$, $x - y - 1 = 0$
20. $x + 2y - 3 = 0$, $2x - y + 5 = 0$
21. $3x + 2y - 1 = 0$, $x + y + 7 = 0$
22. $x - 3y - 8 = 0$, $x + y + 3 = 0$
23. $3x - 2y + 23 = 0$, $4y + 5 = 0$
24. $x + y - 7 = 0$, $y + -1 = 0$
25. $x - 2y + 17 = 0$, $x - 2y - 1 = 0$
26. $x + 2y - 1 = 0$, $x + y + 6 = 0$
27. $2x + 5 = 0$, $2x + 3y - 7 = 0$
28. $5x + 3y - 18 = 0$, $2y + 9 = 0$
29. $4x + 2 = 0$, $x + 2y + 5 = 0$
30. $x + 4y + 1 = 0$, $2x + y + -3 = 0$

6 топширик

P нуқтадан Ax+By+C=0 тўғри чизиққача бўлган масофани топинг.

1. P(1,0,), 4x+6y+-25=0.
2. P(-1,0,), 2x+6y-+11=0.
3. P(2,1), y++2=0.
4. P(0,2) , 2x+4y-3=0.
5. P(-1,0), 4x-5y-7=0.
6. P(2,1), x-y+-2=0.
7. P(1,1), x+4y+5=0.
8. P(1,2), 2x+10y-1=0.
9. P(0,-3), 2x+10y-1=0.
10. P(1,0), 2y+-1=0.
11. P(2,-1), x+6y-25=0.
12. P(1,0), x-5y-12=0.
13. P(-2,-1), -y+5=0.

14.P(1,2), -2x+4y=0.

15.P(-1,-2), -4x+3y-5=0.

16.P(1,0), 3x+3y=0.

17.P(-1,-1), -x+4y+5=0.

18.P(0,5), x-10y-8=0.

19.P(-1,-5), 2x-5y+4=0.

20.P(-1,-2,-1), -2y-5z-1=0.

21.P(2,4), x+y-25=0.

22.P(-1,5), 8x+2y+17=0.

23.P(5,-1), 4y+2=0.

24.P(-1,-2), 6x-4y-9=0.

25.P(1,2), 5x+2y-4=0.

26.P(-2,1), -x+2y-2=0.

27.P(2,2), 3x-4y+5=0.

28.P(-1,-2), 3x-5y-10=0.

29.P(3,3), 4x-y-10=0.

30.P(-1,-1), 5y+15=0.

7 топширик

Қуйидаги тўғри чизиқларнинг кесишган нуқтасини топинг.

1. $\begin{cases} 2x-3y+2=0, \\ 2x+3y+14=0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x-2y-4=0, \\ 2x+2y-8=0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+y-2=0, \\ x-y-2=0. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x+3y+3=0, \\ x-3y-3=0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x+y-4=0, \\ x-y=0. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-2y=0 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x+2y+1=0 \\ 3x-2y+4=0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 4x+y-4=0 \\ 2x-y+4=0 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x-y-2=0 \\ x-3y+4=0 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-y+2=0 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x+5y+11=0, \\ x-y-1=0. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x-y-2=0, \\ x-2y-4=0. \end{cases}$

13. $\begin{cases} 6x-7y-2=0, \\ x+7y-5=0. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x-3y-5=0, \\ 2x-5y+5=0. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x-3y+2=0, \\ x+3y+14=0. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x+3y-6=0, \\ x-3y+3=0. \end{cases}$

17. $\begin{cases} 3x+4y+1=0, \\ 2x-4y+4=0. \end{cases}$

18. $\begin{cases} 3x+3y-1=0, \\ 2x-3y+6=0. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 6x-5y+8=0, \\ 6x+5y+4=0. \end{cases}$

20. $\begin{cases} 2x-3y+6=0, \\ x-3y+3=0. \end{cases}$

21. $\begin{cases} 2x+y-2=0, \\ 2x-y+6=0. \end{cases}$

22. $\begin{cases} 4x+y+2=0, \\ 2x-y=0. \end{cases}$

23. $\begin{cases} 5x+y+4=0, \\ x-y+2=0. \end{cases}$

24. $\begin{cases} 2x+3y+6=0, \\ x-3y=0. \end{cases}$

25. $\begin{cases} 6x-5y+8=0, \\ 6x+5y+4=0. \end{cases}$

26. $\begin{cases} 8x-y-1=0, \\ x+y+10=0. \end{cases}$

27. $\begin{cases} 6x-7y-2=0, \\ x+7y-5=0. \end{cases}$

28. $\begin{cases} 3x+3y-1=0, \\ 2x-3y+6=0. \end{cases}$

29. $\begin{cases} 4x+y+2=0, \\ 2x-y=0. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x+y-2=0, \\ x-y+6=0. \end{cases}$

8 топшириқ
Қуйидаги нуқталардан ўтувчи эллипс каноник тенгламасини тузинг ва ярим ўқлари ҳамда фокус нуқтасининг координатасини топинг

1. A(2,- 2),	B(-1,2),
2. A(0,6),	B(-12,-3),
3. A(2, 3),	B(4,5),
4. A(-1,1),	B(3,- 5),
5. A(- 2,0),	B(1,4),
6. A(3,3),	B(3,2),
7. A(-1,- 4),	B(-1,-1),
8. A(2,- 2),	B(0,0),
9. A(1,0),	B(3,4),
10. A(3,2),	B(1,4),
11. A(1,- 2),	B(- 4,-6),
12. A(- 4,2),	B(-1,2),
13. A(5,2),	B(5,1),
14. A(- 3,- 4),	B(5,- 2),
15. A(2,-6),	B(1,- 4),
16. A(5,1),	B(3,2),
17. A(2,-1),	B(5,7),
18. A(3,-1),	B(5,- 4),
19. A(-1,2),	B(3,4),
20. A(5,- 2),	B(3,3),
21. A(0,1),	B(2,-6),
22. A(2,4),	B(4,- 6),
23. A(3,- 6),	B(1,-3),
24. A(1,- 4),	B(1,- 2),
25. A(3,2),	B(-1,2),
26. A(- 4,3),	B(2,1),
27. A(2,1),	B(1,3),
28. A(7,1),	B(- 7,2),
29. A(3,-3),	B(2,- 3),
30. A (2,3),	B(1,1),

9 топширик

Қуйидаги нуқталардан ўтувчи гипербола каноник тенгламасини тузинг ҳамда асимптоталари тенгламасини тузинг

1. $M_1(4,1)$, $M_2(2,-1)$.
2. $M_1(-5,-4)$, $M_2(-2,-3)$.
3. $M_1(-1,-3,)$, $M_2(-1,-5)$.
4 M_1 (0,7), M_2 (7,8).
5. M_1 (0,-8), M_2 (- 2,-5).
6. $M_1(0,4)$, $M_2(1,6)$.
7. M_1 (-5,9), M_2 (- 2,6).
8. $M_1(3,8)$, $M_2(2,0)$.
9. $M_1(3,5)$, $M_2(1, 2)$.
10.. $M_1(3,-2)$, $M_2(-1,2)$.
11. $M_1(3,1)$, M_2(- 4- 4).
12. $M_1(3,4)$, $M_2(2,-4)$.
13. $M_1(1,-7)$, $M_2(4,-6)$.
14. $M_1(1,7)$, M_2 (-7,5).
15. $M_1(1,-8)$, M_2 (5,10).
16. $M_1(1,4)$, $M_2(2,6)$.
17..$M_1(5,4)$, $M_2(3,6)$.
18. $M_1(5,-2)$, M_2 (3,1).
19. $M_1(-3,-1)$, $M_2(2, 2)$.
20. $M_1(3,-2)$, M_2 (-8,2).
21. $M_1(-1,5)$, $M_2(3,-3)$.
22 $M_1(3,-4)$, $M_2(1,0)$.
23 $M_1(2,-7)$, M_2 (-5,1).
24 $M_1(2,7)$, $M_2(-2,7)$.
25. $M_1(-6,-8)$, $M_2(1,0)$.
26. $M_1(1,7)$, $M_2(6,-9)$.
27 $M_1(5,1)$, $M_2(1,6)$.
28. $M_1(7,1)$, M_2 (7,1).
29. $M_1(5,0)$, $M_2(-1,4)$.
30 $M_1(3,3)$, $M_2(-4, 2)$.

10 топшириқ

Қуйидаги тенгламалар билан берилган параболанинг параметрини топинг ва шаклини чизинг.

1. $x^2 = -4y$
2. $y^2 = -6x$
3. $x^2 = 8y+6$
4. $x^2 = 5y-9$
5. $y^2 = -4x-4$
6. $x^2 = -4y-8$
7. $(3-x)^2 = -4y$
8. $(y+4)^2 = -8x-2$
9. $y^2 = -4x-7$
10. $x^2 = -4y-6$
11. $y^2+5= -4x$
12. $x^2 = -4y-2$
13. $(x-4)^2 = -4y$
14. $^{y2} = 4y+6$
15. $x^2 = 7y-6$
16. $x^2 = 4y+16$
17. $y^2 = 7y+14$
18. $x^2 = 4y+8$
19. $x^2 = -4y+5$
20. $(y-9)^2 = 8y+4$
21. $x^2 = -4(y+5)$
22. $x^2 = 3y+9$
23. $y^2 = 3x+9$
24. $x^2 = -4y-8$
25. $y^2 = 12x-6$
26. $x^2 = 9y$
27. $y^2 = -4x+34$
28. $x^2 = 8y$
29. $(y-8)^2 = -4x$
30. $x^2 = 3y-24$

II семестр

1 топшириқ.

x векторни *p, q, r* векторлар орқали чизиқли ифода қилинг

1. x= {-2,0,9}, p = {0,-1,2}, q= {1,0,-1}, r = {-1,2,4}.
2. x = {5,-12,1}, p = {1,-3,o}, q = {1,-1,1}, r = {0,-1,2}.
3. x= {0,2,4}, p = {3,1,-1}, q = {0,-3,1}, r = {1,1,1}.
4. x = {-1,5,5}, p = {2,1,1}, q = {-2,0,-3}, r = {-1,2,1}.
5. x = {-1,-2,3}, p = {2,0,1}, q = {1,2,-1}, r = {0,4,-1}.
6. x = {-5,2,-1}, p = {-1,1,0}, q = {2,-1,3}, r = {1,0,1}.
7. x = {1,-5,7}, p= {0,-1,1}, q = {2,0,1}, r = {3,-1,0}.
8. x = {5,1,4}, p= {2,0,2}, q = {0,-1,1}, r = {3,-1,4}.
9. x = {1,1,-1}, p = {1,1,o}, q = {-1,0,1}, r = {-1,0,2}.
10. x = {-3,7,4}, p= {-2,2,1}, q = {2,0,1}, r = {1,1,1}.
11. x = {-9,5,5}, p = {4,1,1}, q = {2,0,-3}, r = {-1,2,1}.
12. x = {-5,-5,5}, p = {-2,0,1}, q = {1,3,-1}, r = {0,4,1}.
13. x = {3,-3,4}, p = {1,0,2}, q = {0,1,0}, r = {2,-1,4}.
14. x = {3,3,-1}, p = {3,1,0}, q = {-1,2,1}, r = {-1,0,2}.
15. x = {-1,7,-4}, p = {-1,2,1}, q = {2,0,3}, r = {1,1,-1}.
16. x = {6,5,-14}, p = {1,1,4}, q = {0,-3,2}, r = {2,1,-1}.
17. x = {6-1,7}, p = {1,-2,0}, q = {-1,1,3}, r = {1,0,4}.
18. x = {5,15,0}, p= {1,0,5}, q = {-1,3,2}, r = {0,-1,1}.
19. x = {2,-1,11}, p = {1,1,0}, q = {0,1,-2}, r = {1,0,3}.
20. x = {11,5,- 3}, p = {1,0,2}, q = {-1,0,1}, r ={2,5,-3}.
21. x = {8,0,5}, p = {2,0,1}, q = {1,1,0}, r = {4,1,2}.
22. x = {3,1,8}, p = {0,1,3}, q = {1,2,-1}, r ={2,0,-1}.
23. x = {8,1,12}, p = {1,2,-1}, q = {3,0,2}, r = {-1,1,1}.
24. x-= {-9,-8,-3}, p = {1,4,1}, q = {-3,2,0}, r ={1,-1,2}.
25. x = {- 5,9,-13}, p = {0,1,- 2}, q = {3,-1,1}, r = {4,1,0}.
26. x = {-15,5,6}, p = {0,5,1}, q = {3,2,-1}, r = {-1,1,0}.
27. x = {8,9,4}, p = {1,0,1}, q = {0,- 2,1}, r = {1,3,0}.
28. x = {3,1,3}, p = {2,1,0}, q = {1,0,1}, r = {4,2,1}.
29. x = {-1,7,0}, p = {0,3,1}, q = {1,-1,2}, r ={2,-1,0}.

30. x = {0,- 8,9}, p = {0,- 2,1}, q= {3,1,-1}, r = {4,0,1}.

2 топшириқ

p, q векторлар коллинеарми?

1. a ={1,2,-3},	b = {1,0,-1},	p =3a +6b,	q = -a +2b .
2. a = {2,0,1},	b = {- 2,3,1},	p = 2a + 2b,	q =3a -2b .
3. a = {- 2,2,1},	b ={-1,- 2,2},	p = a +3b,	q = 2a -b .
4. a = {-1,2,3},	b= {2,1,1},	p = 2a +3b,	q=a-b.
5. a = {2,5,1},	b ={5,0,2},	p = -a +b,	q =a -3b .
6. a = {1,2,- 2},	b ={1,3,-1},	p = a +b,	q =a+2b .
7. a = {1,2,3},	b = {2,-1,0},	p = 6a - 2b,	q = -3a +b
8. a ={1,3,-1},	b ={2,1,3},	p = +a -3b,	q = -4a + 2b .
9. a = {-1,- 2,2},	b = {1,0,2},	p = a +3b,	q = -2a -6b .
10. a = {1,3,2},	b ={1,-2,6},	p = a -b,	q = -6a +6b .
11. a = {1,0,1},	b ={-2,3,5},	p = a +2b,	q=3a-b.
12. a = {- 2,4,1},	b ={1,-2,7},	p = 5a +3b,	q = 2a -b .
13. a = {3,5,4},	b = {5,9,7},	p = -2a +b,	q =3a -2b .
14. a = {1,4,- 2},	b = {1,1,-1},	p = a +b,	q = 4a +2b .
15. a = {1,- 2,5},	b = {3,-1,0},	p = 4a - 2b,	q = -2a +b
16. a = {3,4,-1},	b = {2,-1,1},	p = 6a -3b,	q = -2a +b
17. a ={-2,-3,-2},	b= {1,0,5},	p =3a +9b,	q = -a -3b .
18. a = {-1,4,2},	b ={3,-2,6},	p = 2a -b,	q = -6a +3b .
19. a ={5,0,-1},	b= {7,2,3},	p = 2a -b,	q = -6a +3b .
20. a = {0,3,- 2},	b ={1,-2,1},	p = 5a -2b,	q =3a +5b .
21. a = {1,3,2},	b ={1,-2,6},	p = a -b,	q = -6a +6b .
22. a = {- 2,7,-1},	b ={-3,5,2},	p = 2a +3b,	q =3a +2b.
23. a = {3,7,0},	b ={1,-3,4},	p = 4a - 2b,	q = -2a +b
24. a ={-1,2,-1},	b = {2,- 7,1},	p = 6a - 2b,	q = -3a +b .
25. a = {5,0,- 2},	b ={6,4,3},	p = 5a -3b,	q =3a +5b .
26. a = {8,3,-1},	b = {4,1,3},	p = 2a -b,	q = -4a +2b .
27. a = {3,-1,6},	b= {5,7,10},	p = 4a -2b,	q = -2a +b .
28. a = {1,- 2,4},	b ={7,3,5},	p = 6a -3b,	q = -4a +2b .
29. a = {3,7,0},	b = {4,6,-1},	p =3a +2b,	q =5a -7b .
30. a = {2,-1,4},	b = {3,-7,-6},	p = 2a -3b,	q =3a -2b .

3 топшириқ

AB, AC векторлар орасидаги бурчак косинусини топинг.

1. A(2,- 2,3),	B(1,-1,2),	C(4,- 4,5).
2. A(0,- 2,6),	B(-12,- 2,-3),	C(-9,- 2,- 6).

3. A(2, 3,-1),   B(4,5,- 2),   C(3,1,1).
4. A(-1,-1,1),   B(3,4,- 5),   C(1,1,0).
5. A(- 2,- 2,0),   B(1,- 2,4),   C(5,- 2,1).
6. A(3,3,-1),   B(3,2,0),   C(4,4,-1).
7. A(-1,- 7,- 4),   B(2,-1,-1),   C(4,3,1).
8. A(2,- 2,6),   B(0,0,4),   C(6,-6,10).
9. A(0,1,0),   B(3,1,4),   C(4,1,3).
10. A(3,2,0),   B(1,4,-1),   C(4,0,2).
11. A(1,- 2,- 4),   B(-3,- 4,-6),   C(-1,2,-1).
12. A(- 4,2,2),   B(-1,2,- 4),   C(-3,-8,1).
13. A(5,3,2),   B(5,- 2,1),   C(5,- 4,-1).
14. A(- 3,- 4,5),   B(5,-1,- 2),   C(2,- 3,1).
15. A(2,- 2,-6),   B(1,- 2,- 4),   C(4,-8,-10).
16. A(5,1,- 2),   B(3,2,3),   C(4,2,-1).
17. A(2,2,-1),   B(-1,5,7),   C(4,-1,-1).
18. A(3,-1,-1),   B(5,-1,- 4),   C(4,- 2,-1).
19. A(-1,2,1),   B(3,4,5),   C(4,- 2,- 2).
20. A(5,- 2,-3),   B(3,3,- 2),   C(5,3,-3).
21. A(0,1,4),   B(2,-6,-1),   C(5,-10,-1).
22. A(2,4,-1),   B(4,- 6,1),   C(- 2,4,-1).
23. A(3,- 6,4),   B(1,-3,- 6),   C(9,1,1).
24. A(1,2,- 4),   B(1,- 2,- 2),   C(12,- 2,- 4).
25. A(3,2,-1),   B(4,-1,2),   C(- 4,2,2).
26. A(- 4,3,2),   B(2,1,-3),   C(- 2,- 4,0).
27. A(2,-1,1),   B(- 2,1,3),   C(6,-1,2).
28. A(7,1,2),   B(- 7,-1,2),   C(1,-1,3).
29. A(3,-3,2),   B(2,- 3,2),   C(-3,4,-3).
30. A (2,-2,3),   B(1,1,6),   C(-2,-5,3).

4 топшириқ

а ва b векторларга қурилган параллелограмм юзасини топинг ва p,q векторлар орсидаги бурчакни ҳисобла нг

1. a=p + 3q,   b=2p - q, |p|=2, |q|=1

$\angle p,q=\pi/6$.

2. $a=2p + q$, $b=p -3q$, $|p|=2$, $|q|=2$,

$\angle p,q=\pi/4$.

3. $a=p - 2q$, $b=p + 3q$, $|p|=1$, $|q|=2$,

$\angle p,q =\pi/2$.

4. $a=3p -5q$, $b=p + 2q$, $|p|=2$, $|q|=1$

$\angle p,q =5\pi/6$.

5. $a = p - q$, $b=2p + 2q$, $|p|=1$, $|q|=6$,

$\angle p,q =3\pi/4$.

6. $a = p + 2q$, $b=3p -2q$, $|p|=3$, $|q|=2$,

$\angle p,q =\pi/3$.

7. $a=2p - 2q$, $b=p + q$, $|p|=2$, $|q|=3$,

$\angle p,q =\pi/2$.

8. $a=p + q$, $b=p – 4q$, $|p|=7$, $|q|=1$

$\angle p,q =\pi/4$.

9. $a=4p-4q$, $b=p + 3q$, $|p|=2$, $|q|=1$

$\angle p,q = \pi/ 6$,

10. $a=p + q$, $b=2p - q$, $|p|=2$, $|q|=3$,

$\angle p,q =\pi/3$.

11. $a = p + 2q$, $b=3p - q$, $|p|=1$, $|q|=2$,

$\angle p,q =\pi/6$.

12. $a=3p + q$, $b=p -2q$, $|p|=4$, $|q|=1$

$\angle p,q = \pi/4$.

13. $a=p-3q$, $b=p + 2q$, $|p|=1/5$, $|q|=1$

$\angle p,q =\pi/2$.

14. $a=3p-2q$, $b=p + 5q$, $|p|=4$, $|q|=1/2$,

$\angle p,q =5\pi/6$.

15. $a=p - 2q$, $b=2p + q$, $|p|=2$, $|q|=3$,

$\angle p,q =3\pi/4$.

16. $a=p + 3q$, $b=p -2q$, $|p| = 2$, $|q|=3$,

$\angle p,q =\pi/3$.

17. $a=2p - q$, $b=p + 3q$, $|p|=3$, $|q|=2$,

$\angle p,q =\pi/2$.

18. $a=4p + q$, $b=p - q$, $|p| = 7$, $|q|=2$,

$\angle p,q =\pi/4$.

19. $a = p - 4q$, $b=3p + q$, $|p|=1$, $|q|=2$,

$\angle p,q =\pi/6$.

20. $a = p + 4q$, $b=2p - q$, $|p|=7$, $|q|=2$,

$\angle\, p,q = \pi/3$.

21. $a=3p + 2q$, $b=p - q$, $|p|=10$, $|q|=1$

$\angle\, p,q = \pi/2$.

22. $a=4p - q$, $b=p + 2q$, $|p|=5$, $|q|=4$,

$\angle\, p,q = \pi/4$.

23. $a=2p + 3q$, $b=p -2q$, $|p|=6$, $|q|=7$,

$\angle p,q = \pi/3$.

24. $a=3pq - q$, $b=p + 2q$, $|p|=3$, $|q|=4$,

$\angle p,q = \pi/3$.

25. $a = 2p + 3q$, $b=p – 2q$, $|p|=2$, $|q|=3$,

$\angle\, p,q = \pi/4$.

26. $a=2p – 3q$, $b=3p + q$, $|p|=4$, $|q|=1$

$\angle\, p,q = \pi/6$.

27. $a = 5p + q$, $b=p -3q$, $|p|=1$, $|q|=2$,

$\angle\, p,q = \pi/3$.

28. $a=7p – 2q$, $b=p + 3q$, $|p|=1/2$, $|q|=2$,

$\angle\, p,q = \pi/2$.

29. a=6p - q, b=p + q, |p|=3, |q|=4,

$\angle$ p,q =π/4.

30. a=10p +q, b=3p – 2q, |p|=4, |q|=1

$\angle$ p,q =π/6.

5 Топшириқ. Қуйидаги векторлар компланарми?

1. a = {1,3,0}, b = {-1,0,-1}, c = {1,2,1}.
2. a = {3,2,1}, b= {5,5,5}, c = {0,-1,- 2}.
3. a = {0,6,1}, b = {0,2,0}, c = {1,1,1}.
4. a = {4,1,- 2}, b = {3,2,1}, c = {5,5,5}
5. a = {2,5,0}, b ={2,-1,2}, c = {1,1,1}
6. a = {1,0,-1}, b ={- 2,-1,0}, c = {3,1,-1}.
7. a = {4,3,1}, b= {5,1,2}, c = {2,1,-1}.
8. a = {- 2,4,3}, b = {4,7,5}, c = {2,0,-1}.
9. a = {2,5,8}, b ={1,-3,-7}, c = {0,5,10}
10. a = {1,5,1}, b = {1,7,1}, c = {2,2,1}.
11. a = {2,3,1}, b = {- 1,1-1,}, c = {2,2,1}.
12. a = {-3,0,1}, b ={0,5,5}, c = {5,-1,- 2}.
13. a = {- 4,1,1}, b = {-1,5,5}, c = {5,0,3}
14. a ={3,1,- 2}, b ={1,-2,1}, c = {-5,2,3}.
15. a = {- 3,5,-1}, b = {- 2,1,- 2}, c = {-1,2,-1}.
16. a = {4,1,-1}, b ={2,-1,3}, c = {-3,2,-1}.
17. a = {3,3,1}, b ={- 2,2,-1}, c = {- 2,2,-1}.
18. a = {2,- 4,- 3}, b= {3,5,5}, c= {2,2,2}
19. a ={-2,4,4}, b ={2,-3,-7}, c = {0,5,1}
20. a = {-1,4,-1}, b = {-1,6,-1}, c = {3,- 2,1}.
21. a = {-1,5,1}, b = {-1,5,-1}, c = {3,2,3}
22. a = {1,2,-1}, b = {4,4,4}, c = {1,5,-2}.
23. a={5,5,5}, b ={4,-4,3}, c = {0,1,-2}.
24. a = {3,3,- 2}, b = {2,- 2,1}, c = {0,1,5}
25. a = {3,5,0}, b ={1,-1,- 2}, c = {2,2,2}
26. a = {1,3,-1}, b = {2,3,0}, c = {- 3,0,-1}.
27. a = {- 4,3,-1}, b = {0,1,2}, c = {3,-1,-1}.
28. a ={-2,-4,-3}, b= {2,6,5}, c = {1,2,-1}.
29. a = {3,2,1}, b ={2,3,-7}, c = {1,5,5}

30. a = {2,-5,1}, b = {-1,6,1}, c = {- 2,-3,1}.

6 топшириқ

Учлари A_1, A_2, A_3, A_4 нуқталарда бўлган тетраэдр ҳажмини ҳисоблаб, унинг A_4 учидан $A_1A_2A_3$ ёғига туширилган баландлигини топинг.

1. $A_1(2,4,7)$, $A_2(3,3,2)$, $A_3(0,1,2)$, $A_4(-3,7,-2)$.

2. $A_1(-2,4,8)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(-8,7,10)$, $A_4(-3,4,-2)$.
3. $A_1(6,1,3)$, $A_2(6,-2,-3)$, $A_3(2,2,0)$, $A_4(-5,1,0)$.
4. $A_1(0,-1,2)$, $A_2(-3,3,-4)$, $A_3(-9,-5,0)$, $A_4(-8,-5,4)$.
5. $A_1(0,-4,3)$, $A_2(-5,1,-2)$, $A_3(4,7,-2)$, $A_4(-9,7,8)$.
6. $A_1(2,1,1)$, $A_2(0,5,7)$, $A_3(3,-3,-7)$, $A_4(1,8,5)$.
7. $A_1(4,1,-1)$, $A_2(1,4,-1)$, $A_3(0,1,3)$, $A_4(-2,0,0)$.
8. $A_1(5,2,1)$, $A_2(4,5,4)$, $A_3(8,3,-3)$, $A_4(-7,12,-4)$.
9. $A_1(0,2,-2)$, $A_2(1,9,3)$, $A_3(6,-6,-2)$, $A_4(3,-2,8)$.
10. $A_1(12,2,3)$, $A_2(-7,-5,0)$, $A_3(-4,-8,-5)$, $A_4(-4,0,-3)$.
11. $A_1(1,3,6)$, $A_2(2,2,1)$, $A_3(-1,0,1)$, $A_4(-4,6,-3)$.
12. $A_1(-4,2,6)$, $A_2(2,-3,0)$, $A_3(-10,5,8)$, $A_4(-5,2,-4)$
13. $A_1(7,2,4)$, $A_2(7,-1,-2)$, $A_3(3,3,1)$, $A_4(-4,2,1)$.
14. $A_1(2,1,4)$, $A_2(-1,5,-2)$, $A_3(-7,-3,2)$, $A_4(-6,-3,6)$.
15. $A_1(-1,-5,2)$, $A_2(-6,0,-3)$, $A_3(3,6,-3)$, $A_4(-10,6,7)$.
16. $A_1(0,-1,-1)$, $A_2(-2,3,5)$, $A_3(1,-5,-9)$, $A_4(-1,-6,3)$.
17. $A_1(5,2,0)$, $A_2(2,5,0)$, $A_3(1,2,4)$, $A_4(-1,1,1)$.
18. $A_1(2,-1,-2)$, $A_2(1,2,1)$, $A_3(5,0,-6)$, $A_4(-10,9,-7)$.
19. $A_1(-2,0,-4)$, $A_2(-1,7,1)$, $A_3(4,-8,-4)$, $A_4(1,-4,6)$.
20. $A_1(14,4,5)$, $A_2(-5,-3,2)$, $A_3(-2,-6,-3)$, $A_4(-2,2,-1)$.
21. $A_1(1,2,0)$, $A_2(3,0,-3)$, $A_3(5,2,6)$, $A_4(8,4,-9)$.
22. $A_1(2,-1,2)$, $A_2(1,2,-1)$, $A_3(3,2,1)$, $A_4(-4,2,5)$.
23. $A_1(1,1,2)$, $A_2(-1,1,3)$, $A_3(2,-2,4)$, $A_4(-1,0,-2)$.
24. $A_1(2,3,1)$, $A_2(4,1,-2)$, $A_3(6,3,7)$, $A_4(7,5,-3)$.
25. $A_1(1,1,-1)$, $A_2(2,3,1)$, $A_3(3,2,1)$, $A_4(5,9,-8)$.
26. $A_1(1,5,-7)$, $A_2(-3,6,3)$, $A_3(-2,7,3)$, $A_4(-4,8,-12)$.
27. $A_1(-3,4,-7)$, $A_2(1,5,-4)$, $A_3(-5,-2,0)$, $A_4(2,5,4)$.
28. $A_1(-1,2,-3)$, $A_2(4,-1,0)$, $A_3(2,1,-2)$, $A_4(3,4,5)$.
29. $A_1(4,-1,3)$, $A_2(-2,1,0)$, $A_3(0,-5,1)$, $A_4(3,2,-6)$.

30. $A_1(1,-1,1)$, $A_2(-2,0,3)$, $A_3(2,1,-1)$, $A_4(2,-2,-4)$.

7 топширик
M_0 нуқтадан M_1,M_2,M_3 нуқталардан ўтувчи текисликкача бўлган масофани ҳисобланг

1. $M_1(0,7,-4)$, $M_2(4,8,-1)$, $M_3(-2,1,3)$, $M_0(-9,10,2)$.
2. $M_1(5,8,3)$, $M_2(10,5,6)$, $M_3(8,7,4)$, $M_0(7,0,1)$.
3. $M_1(1,3,5)$, $M_2(-5,5,2)$, $M_3(7,-1,8)$, $M_0(-3,4,3)$.
4. $M_1(0,-2,-1)$, $M_2(-3,-1,2)$, $M_3(1,0,-2)$, $M_0(-3,3,1)$.
5. $M_1(2,3,1)$, $M_2(2,0,3)$, $M_3(1,2,0)$, $M_0(3,0,5)$.

6. $M_1(4,3,5)$, $M_2(4,5,2)$, $M_3(5,1,4)$, $M_0(-2,-6,2)$.
7. $M_1(4,5,0)$, $M_2(4,3,0)$, $M_3(1,2,9)$, $M_0(6,1,-6)$.
8. $M_1(5,12,1)$, $M_2(0,5,-3)$, $M_3(-4,2,-1)$, $M_0(-4,9,-8)$.
9. $M_1(0,3,5)$, $M_2(0,-1,-3)$, $M_3(4,0,0)$, $M_0(-1,4,6)$.
10. $M_1(1,-2,2)$, $M_2(-3,2,3)$, $M_3(3,0,6)$, $M_0(-2,5,-4)$.
11. $M_1(1,2,5)$, $M_2(5,8,2)$, $M_3(2,-1,0)$, $M_0(10,1,-2)$.
12. $M_1(1,2,3)$, $M_2(1,6,6)$, $M_3(3,7,-4)$, $M_0(-7,10,1)$.
13. $M_1(2,3,-5)$, $M_2(4,5,-2)$, $M_3(4,-1,5)$, $M_0(3,-4,5)$.
14. $M_1(10,-2,1)$, $M_2(4,-1,-2)$, $M_3(-1,1-2)$, $M_0(2,5,3)$.
15. $M_1(3,3,-1)$, $M_2(-2,1,3)$, $M_3(2,2,1)$, $M_0(-3,5,5)$.
16. $M_1(3,3,0)$, $M_2(3,5,-2)$, $M_3(4,1,4)$, $M_0(-2,6,-2)$.
17. $M_1(3,5,1)$, $M_2(5,3,1)$, $M_3(1,2,0)$, $M_0(7,1,-6)$.
18. $M_1(5,2,1)$, $M_2(0,5,4)$, $M_3(4,-2,-1)$, $M_0(4,-9,-8)$.
19. $M_1(1,3,-5)$, $M_2(1,-1,-3)$, $M_3(4,2,0)$, $M_0(-1,-4,3)$.
20. $M_1(2,-2,2)$, $M_2(2,2,3)$, $M_3(1,0,6)$, $M_0(1,-5,-4)$.
21. $M_1(1,5,-4)$, $M_2(2,6,-1)$, $M_3(-2,1,3)$, $M_0(-9,10,-2)$.
22. $M_1(2,4,1)$, $M_2(10,-5,3)$, $M_3(1,1,5)$, $M_0(-7,1,-1)$.
23. $M_1(1,2,4)$, $M_2(-5,-5,-2)$, $M_3(5,4,0)$, $M_0(-6,4,-3)$.
24. $M_1(4,1,1)$, $M_2(1,5,2)$, $M_3(1,1,-2)$, $M_0(-3,-3,-1)$.
25. $M_1(-2,-3,1)$, $M_2(-2,1,-3)$, $M_3(1,3,0)$, $M_0(-3,1,5)$.
26. $M_1(2,2,2)$, $M_2(-4,1,2)$, $M_3(-5,-1,4)$, $M_0(3,-6,2)$.
27. $M_1(3,5,0)$, $M_2(-4,3,1)$, $M_3(-1,-2,9)$, $M_0(7,1,6)$.
28. $M_1(-5,1,-1)$, $M_2(1,5,-3)$, $M_3(4,-2,-1)$, $M_0(4,-9,-8)$.
29. $M_1(1,3,-5)$, $M_2(1,-1,2)$, $M_3(4,1,1)$, $M_0(-1,-4,6)$.
30. $M_1(0,-2,2)$, $M_2(-3,2,1)$, $M_3(3,1,6)$, $M_0(-2,-5,-4)$.

8 топширик

M_0 нуқтадан ўтиб, M_1M_2 перпендикуля бўлган текислик

векторга тенгламасини тузинг.

1. $M_0(3,2,0)$,	$M_1(4,1,5)$,	$M_2(2,-1,4)$.
2. $M_0(-5,-1,0)$,	$M_1(-5,1,-4)$,	$M_2(-2,2,-3)$.
3. $M_0(2,-4,-2)$,	$M_1(-1,-3,-7)$,	$M_2(-4,-1,-5)$.
4. $M_0(-5,3,10)$,	$M_1(0,5,7)$,	$M_2(2,7,8)$.
5. $M_0(2,-10,-4)$,	$M_1(0,-6,-8)$,	$M_2(-2,-5,-9)$.
6. $M_0(1,9,2)$,	$M_1(0,4,7)$,	$M_2(1,6,9)$.
7. $M_0(0,-2,7)$,	$M_1(-5,-4,9)$,	$M_2(-2,-2,6)$.
8. $M_0(-1,1,-4)$,	$M_1(3,8,-2)$,	$M_2(2,11,0)$.
9. $M_0(-1,7,-6)$,	$M_1(3,5,-1)$,	$M_2(1,3,-2)$.
10. $M_0(-5,2,5)$,	$M_1(3,-3,-2)$,	$M_2(4,-1,2)$.
11. $M_0(-3,1,1)$,	$M_1(3,1,5)$,	$M_2(-4,-1,-4)$.
12. $M_0(5,-1,1)$,	$M_1(3,1,4)$,	$M_2(2,-2,-4)$.
13. $M_0(-2,4,1)$,	$M_1(1,3,-7)$,	$M_2(4,1,-6)$.
14. $M_0(-5,-3,11)$,	$M_1(1,-5,7)$,	$M_2(-2,-7,5)$.
15. $M_0(2,9,-3)$,	$M_1(1,-4,-8)$,	$M_2(2,5,10)$.
16. $M_0(-1,9,-2)$,	$M_1(1,4,-7)$,	$M_2(2,6,3)$.
17. $M_0(1,-2,-7)$,	$M_1(5,4,4)$,	$M_2(3,-2,6)$.
18. $M_0(2,-1,-4)$,	$M_1(-3,5,-2)$,	$M_2(3,10,1)$.
19. $M_0(2,1,1)$,	$M_1(-3,-5,-1)$,	$M_2(2,2,-2)$.
20. $M_0(-4,-2,5)$,	$M_1(1,3,-2)$,	$M_2(5,-8,2)$.
21. $M_0(1,1,1)$,	$M_1(-4,-1,5)$,	$M_2(3,3,-3)$.
22. $M_0(5,-1,2)$,	$M_1(3,3,-4)$,	$M_2(1,-5,0)$.
23. $M_0(-2,4,1)$,	$M_1(1,2,-7)$,	$M_2(-5,-2,1)$.
24. $M_0(5,-3,0)$,	$M_1(1,2,7)$,	$M_2(-2,7,-8)$.
25. $M_0(2,10,1)$,	$M_1(2,-6,-8)$,	$M_2(1,-5,0)$.
26. $M_0(-1,9,-2)$,	$M_1(1,1,7)$,	$M_2(-4,6,-9)$.
27. $M_0(2,1,7)$,	$M_1(5,1,1)$,	$M_2(1,8,6)$.
28. $M_0(1,-1,-4)$,	$M_1(-3,7,1)$,	$M_2(-2,7,1)$.
29. $M_0(1,-7,5)$,	$M_1(-3,5,0)$,	$M_2(-1,-3,4)$.
30. $M_0(5,2,-5)$,	$M_1(-3,3,3)$,	$M_2(-4,-1,-2)$.

9 топширик
Қуйидаги тенгламалар билан берилган текисликлар орасидаги бурчакни ҳисобланг

1. $3x - y + 3 = 0$,	$x - 2y + 5z - 10 = 0$
2. $x - y + 3z - 5 = 0$,	$x + z - 2 = 0$
3. $5x - 4y + 3z - 3 = 0$,	$4x - y - z + 2 = 0$
4. $6x + 2y - 4z + 17 = 0$,	$3x + 3y - 3z - 8 = 0$

5. $6x + 2y - 4z + 17 = 0$, $9x + 3y - 6z - 4 = 0$
6. $x - y + z\sqrt{2} - 5 = 0$, $x + y - z\sqrt{2} + 7 = 0$
7. $y - 3z + 5 = 0$, $y + 2z - 3 = 0$
8. $6x + 2y - 3z + 1 = 0$, $x + 6y + 2z - 10 = 0$
9. $2x + y + 2z - 5 = 0$, $12x + 16y - 15z + 2 = 0$
10. $5x - y + 2z + 12 = 0$, $3x + 2y + z + 10 = 0$
11. $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$
12. $x - 3y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$
13. $4x - 5y + 3z - 1 = 0$, $x - 4y - z + 9 = 0$
14. $3x - y + 2z + 15 = 0$, $5x + 9y - 3z - 1 = 0$
15. $6x + 2y - 4z + 17 = 0$, $x + y - 6z - 4 = 0$
16. $x + 2y + 2z - 3 = 0$, $16x + 12y - 15z - 1 = 0$
17. $3y - z = 0$, $2y + z = 0$
18. $6x + 3y - 2z = 0$, $x + 2y + 6z - 12 = 0$
19. $2x + 2y + z + 9 = 0$, $x - y + 3z - 1 = 0$
20. $x + 2y + 2z - 3 = 0$, $2x - y + 2z + 5 = 0$
21. $3x + 2y - 3z - 1 = 0$, $x + y + z - 7 = 0$
22. $x - 3y - 2z - 8 = 0$, $x + y - z + 3 = 0$
23. $3x - 2y + 3z + 23 = 0$, $4y + z + 5 = 0$
24. $x + y + 3z - 7 = 0$, $y + z - 1 = 0$
25. $x - 2y + 2z + 17 = 0$, $x - 2y - 1 = 0$
26. $x + 2y - 1 = 0$, $x + y + 6 = 0$
27. $2x - z + 5 = 0$, $2x + 3y - 7 = 0$
28. $5x + 3y + z - 18 = 0$, $2y + z - 9 = 0$
29. $4x + 3z - 2 = 0$, $x + 2y + 2z + 5 = 0$
30. $x + 4y - z + 1 = 0$, $2x + y + 4z - 3 = 0$

10 топшириқ

Қуйидаги тўғри чизиқларнинг каноник тенгламасини тузинг.

1. $\begin{cases} 2x - 3y + 2z + 2 = 0, \\ 2x + 3y + z + 14 = 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x - 2y + 2z - 4 = 0, \\ 2x + 2y - 2z - 8 = 0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0, \\ x - y - 3z + 2 = 0. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x + 3y + z + 3 = 0, \\ x - 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x + y - z - 4 = 0, \\ x - y + 2z = 0. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x + y - 2z - 2 = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x + 2y - 2z + 1 = 0 \\ 3x - 2y + 3z + 4 = 0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 4x + y - 3z + 4 = 0 \\ 2x - y + z + 4 = 0 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x - y - z - 2 = 0 \\ x - 3y + z + 4 = 0 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x + y - 2z - 2 = 0 \\ x - y + z + 2 = 0 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x+5y-z+11=0, \\ x-y+2z-1=0. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x-y+z-2=0, \\ x-2y-z+4=0. \end{cases}$

12. $\begin{cases} 6x-7y-z-2=0, \\ x+7y-4z-5=0. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x-3y+2z-5=0, \\ 2x-5y-z+5=0. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x-3y+z+2=0, \\ x+3y+2z+14=0. \end{cases}$

15. $\begin{cases} 2x+3y-2z+6=0, \\ x-3y+z+3=0. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 3x+4y+3z+1=0, \\ 2x-4y-2z+4=0. \end{cases}$

17. $\begin{cases} 3x+3y+z-1=0, \\ 2x-3y-2z+6=0. \end{cases}$

18. $\begin{cases} 6x-5y+3z+8=0, \\ 6x+5y-4z+4=0. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2x-3y-2z+6=0, \\ x-3y+z+3=0. \end{cases}$

20. $\begin{cases} 2x+y-3z-2=0, \\ 2x-y+z+6=0. \end{cases}$

21. $\begin{cases} 4x+y+z+2=0, \\ 2x-y-3z-8=0. \end{cases}$

22. $\begin{cases} 5x+y+2z+4=0, \\ x-y-3z+2=0. \end{cases}$

23. $\begin{cases} 2x+3y+z+6=0, \\ x-3y-z+6=0. \end{cases}$

24. $\begin{cases} 6x-5y+4z+8=0, \\ 6x+5y+3z+4=0. \end{cases}$

25. $\begin{cases} 8x-y-3z-1=0, \\ x+y+z+10=0. \end{cases}$

26. $\begin{cases} 6x-7y-4z-2=0, \\ x+7y-z-5=0. \end{cases}$

28. $\begin{cases} 3x+3y-2z-1=0, \\ 2x-3y+z+6=0. \end{cases}$

29. $\begin{cases} 4x+y-3z+2=0, \\ 2x-y+z-8=0. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x+y+z-2=0, \\ x-y-3z+6=0. \end{cases}$

11 топшириқ

Қуйидаги тўғри чизиқ ва текисликнинг кесишиш нуқтаси кооординаталарини топинг.

1. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{4},$ *x+y+2x-9=0.*

2. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{5},$ *x+2y-z+5=0.*

3. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-1}{2},$ *x-3y+z-8=0.*

4. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{0}=\frac{z+3}{2},$ *x-y+4z=0.*

5. $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{0},$ *3x+y-2z=0.*

6. $\frac{x+1}{0}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{-2},$ *x+3y-z-3=0.*

7. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{0},$ *x+2y+2z+3=0.*

8. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{0}=\frac{z}{1},$ *x-y+4z-5=0.*

9. $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+4}{-1},$ *2x-y+z+4=0.*

10. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+1}{0},$ *2x-4y-3z+7=0.*

11. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{5},$ *2x+3y+2z-9=0.*

12. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+4}{4}=\frac{z-1}{5},$ *-x-2y+z+5=0.*

13. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-5}{4}=\frac{z-6}{3},$ *x-2y+2z-8=0.*

14. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{0}=\frac{z+2}{12},$ *2x-3y+4z=0.*

15. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-2}{1},$ *2x+3y-2z+5=0.*

16. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{-3},$ *4x+3y-2z+3=0.*

17. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+2}{1}$, *4x-2y-2z+3=0.*

18. $\frac{x+1}{3}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z-4}{1}$, *2x-y-5z+5=0.*

19. $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-5}{-1}$, *2x-2y+2z-4=0.*

20. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-2}{-1}$, *x-y-3z+10=0.*

21. $\frac{x+2}{4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z+1}{-4}$, *4x+2y+2z+1=0.*

22. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{0}=\frac{z-1}{5}$, *2x+2y-2z+5=0.*

23. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+5}{-4}=\frac{z+5}{0}$, *3x-3y+5z-8=0.*

24. $\frac{x+4}{3}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-3}{-2}$, *2x-y+4z+4=0.*

25. $\frac{x-4}{10}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{0}$, *5x+y+2z+1=0.*

26. $\frac{x-5}{-1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{-2}$, *4x-3y+2z-3=0.*

27. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+5}{-1}=\frac{z+2}{0}$, *6x-y+2z+3=0.*

28. $\frac{x+1}{0}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-5}{1}$, *2x-2y+4z-5=0.*

29. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+4}{-1}$, *x-2y-2z+4=0.*

30. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{0}$, *x-4y-z+7=0.*

12 топшириқ

P нуқтанинг текисликдаги проекцияси координаталарини топинг.

31.P(1,0,1), 4x+6y+4z-25=0.

32.P(-1,0,-1), 2x+6y-2z+11=0.

33.P(2,1,0), y+z+2=0.

34.P(0,2,1) , 2x+4y-3=0.

35.P(-1,2,0), 4x-5y-z-7=0.

36.P(2,1,-1), x-y+2z-2=0.

37.P(1,1,1), x+4y+3z+5=0.

38.P(1,2,3), 2x+10y+10z-1=0.

39.P(0,-3,-2), 2x+10y+10z-1=0.

40.P(1,0,1), 2y+4z-1=0.

41.P(2,-1,1), x+6y-4z-25=0.

42.P(1,0,-2), x-5y-2z+12=0.

43.P(-2,-1,0), -y+z-5=0.

44.P(1,2,-1), -2x+4y-3z=0.

45.P(-1,-2,-1), -4x+3y-z-5=0.

46.P(1,0,-1), 3x+3y-5z=0.

47.P(-1,-1,-1), -x+4y-2z+5=0.

48.P(0,5,3), x-10y-10z-8=0.

49.P(-1,-5,3), 2x-5y-10z+4=0.

50.P(-1,-2,-1), -2y-5z-1=0.

51.P(2,4,1), x+y+z-25=0.

52.P(-1,5,-1), 8x+2y-3z+17=0.

53.P(5,-1,0), 4y+5z+2=0.

54.P(-1,-2,1), 6x-4y-9=0.

55.P(1,2,6), 5x+2y-z-4=0.

56.P(-2,1,-1), -x+2y-3z-2=0.

57.P(2,2,2), 3x-4y+5z+5=0.

58.P(-1,-2,-3), 3x-5y+10z-10=0.

59.P(3,3,-3), 4x-y+12z-10=0.

60.P(-1,-1,-1), 5y+8z-15=0.

13 топшириқ

Р нуқтага қуйидаги тўғри чизиқларга нисбатан симметрик бўлган нуқтанинг координатасини топинг.

1. P(0,-3,1), $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}.$

2. P(2,1,-1), $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{0}=\frac{z+1}{-1}.$

3. P(-1,0,3), $\frac{x}{0}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}.$

4. P(3,0,-1), $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1},$

5. P(-1,2,1), $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}\frac{z}{0}.$

6. P(3,-1,0), $\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z+1}{2}.$

7. P(-1,3,0), $\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{-1}.$

8. P(1,-1,2), $\frac{x}{0}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-2}.$

9. P(0,3,-1), $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{0}.$

10. P(0,2,1), $\frac{x-4}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{3}.$

11. P(0,-3,-2), $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1{,}5}{-1}=\frac{z}{1}.$

12. P(2,-1,1), $\frac{x-4{,}5}{1}=\frac{y+3}{0{,}5}=\frac{z-2}{1}.$

13. P(1,1,1), $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1{,}5}{-2}=\frac{z-1}{1}$

14. P(1,2,3), $\frac{x-0{,}5}{2}=\frac{y-1{,}5}{2}=\frac{z}{0}.$

15. P(1,0,-1), $\frac{x-3{,}5}{2}=\frac{y-1{,}5}{2}=\frac{z}{0}.$

16. P(2,1,0), $\frac{x-2}{0}=\frac{y+1{,}5}{-1}=\frac{z+0{,}5}{1}.$

17. P(-2,-3,0), $\frac{x+0{,}5}{1}=\frac{y+1{,}5}{0}=\frac{z-0{,}5}{1}.$

18. P(-1,0,-1), $\frac{x}{-1}=\frac{y-1{,}5}{0}=\frac{z-2}{1}.$

19.P(0,2,1), $\frac{x-1{,}5}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}.$

20.P(3,-3,-1), $\frac{x-6}{5}=\frac{y-3{,}5}{4}=\frac{z+0{,}5}{0}.$

21. P(3,3,3), $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-1{,}5}{0}=\frac{z-3}{1}.$

22.P(-1,2,0), $\frac{x+0{,}5}{1}=\frac{y+0{,}7}{-0{,}2}=\frac{z-2}{2}.$

23. P(2,-2,-3), $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+0{,}5}{0}=\frac{z+1{,}5}{0}.$

24. P(-1,0,1), $\frac{x+0{,}5}{0}=\frac{y-1}{0}=\frac{z-4}{2}.$

25.P(0,-3,-2), $\frac{x-0{,}5}{0}=\frac{y+1{,}5}{-1}=\frac{z-1{,}5}{1}$.

26. P(-3,1,0), $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

27. P(1,-1,1), $\frac{x-4}{2}=\frac{y+4}{0}=\frac{z+1}{-1}$.

28. P(-2,1,-2), $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+4}{0}$.

29. P(-1,2,3), $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+4}{0}$.

30. P(-2,1,1), $\frac{x-4}{0}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{-4}$

Топшириқларни бажариш бўйича методик кўрсатмалар

Юқорида келитирилган топшириқларни бажариш учун талабалар «Аналитик геометрия» бўлими бўйича қуйидаги назарий билимларга эга бўлишлари талаб қилинади:

1. Векторларнинг скаляр, вектор ва аралаш кўпайтмаси таърифи ва хоссалари.
2. Векторлар системасининг чизиқли боғлиқлиги ва чизиқли эрклилиги таърифлари ва хоссалари.
3. Векторлар устида бажариладиган чизиқли амаллар ва уларнинг хоссалари.
4. Текисликда ва фазода координаталар методи.
5. Текисликда ва фазода тўғри чизиқнинг берилиш усуллари.
6. Текисликда иккинчи тартибли чизиқлар ва уларнинг каноник тенгламалари.
7. Фазода текисликнинг берилиш усуллари.
8. Фазода текислик ва тўғри чизиқнинг ўзаро жойлашиши.

I семестр бўйича топшириқларнинг бажарилиши бўйича кўрсатмалар.

1 топшириқ

Масаланинг қўйилиши. Берилган x = $\{x_1, x_2,\}$ векторнинг p = $\{p_1, p_2,\}$, q = $\{q_1, q_2\}$ *ва* $r = \{r_1, r_2\}$ векторлар бўйича ёйилмасини топинг.

Ечиш.

1. Изланаётган x векторнинг ёйилмаси x = αp + βq кўринишда бўлади.

2. Бу вектор тенглик α, β ўзгарувчиларга нисбатан қуйидаги икки ўзгарувчили тенгламалар системасидан иборат

$p_1\alpha + q_1\beta = x_1,$

$p_2\alpha + q_2\beta = x_2,$

3. Ҳосил бўлган тенгламалар системасини α, β, ўзгарувчиларга нисбатан ечиб x– векторнинг p, q векторлр бўйича ёйилмасидаги коэффициентларни топамиз.

Жавоб x = αp + βq кўринишда ёзилиши мумкин.

Мисол. x = {3,-1} векторни p = {2,0}, q= {1,-1} векторлар бўйича чизиқли ифода қилинг.

Ечиш.

1. Изланаётган ёйилма қуйидаги ўринишда бўлади

$$x = \alpha p + \beta q$$

2. α, β ўзгарувчиларга нисбатан ёзилган бу вектор тенглик қуйидаги тенгламалар системаси билан тенг кучли.

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 3 \\ -\beta = -1 \end{cases}$$

3. Система ягона α=1, β=1, ечимга эга.

Жавоб: x = p + q.

2 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. $a=\{\alpha_1,\alpha_2\}$ $b=\{b_1,b_2\}$ векторлар берилган бўлса $p=\lambda_1\alpha+\lambda_2 b$ ва $q=\mu_1 a+\mu_2 b$ векторлар коллинеарми?

Ечиш . Маълумки, $p=\alpha q$ тенгликни қаноатлантирувчи α сони мавжуд бўлса, бу векторлар коллинеар бўлади. Бошқача қилиб айтганда векторларнинг координаталари пропорционал бўлса, улар коллинеар бўлади.

Координатаси билан берилган векторларни қўшиш ва сонга кўпайтириш ҳоссаларига асосланиб p ва q векторларнинг координатасини топамиз.

1. Агар $p=\{p_1,p_2\}$ ва $q=\{q_1,q_2\}$ векторларнинг координаталари пропорционал бўлса, яъни $\frac{p_1}{q_1}=\frac{p_2}{q_2}$, у ҳолда p ва q векторлар коллинеар бўлади. Агар тенглик бажарилмаса, p ва q векторлар коллинеар бўлмайди.

3 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. A(x_1, y_1,), B(x_2, y_2,), C(x_3, y_3,) нуқталар берилган бўлса, $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар орасидаги бурчак косинусини топинг.

Ечиш: $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар орасидаги бурчак косинусини топиш қуйидаги формула ёрдамида ҳисобланади.

$$\cos\varphi=\frac{(\overline{AB},\overline{AC})}{|\overline{AB}|*|\overline{AC}|}$$

1. $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар узунлигини ҳамда уларнинги скаляр кўпайтмасини топиш учун аввал бу векторларнинг координаталарини топамиз.

$$\overline{AB}=\{x_2-x_1,y_2-y_1\},\overline{AC}=\{x_3-x_1,y_3-y_1\}.$$

2. Вектор узунлиги ва икки векторнинг скаляр кўпайтмасини ҳисоблаш формулалардан фойдаланилади.
3. Келтирилган формула ёрдамида $\cos\varphi$ бурчакни ҳисобланади ва жавоб келтирилади.

4 топширик

Масаланинг қўйилиши: M_0 (x_0, y_0) нуқтадан ўтиб, n (A, B) векторга перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ тенгламасини тузинг.

Ечиш: Изланган тўғри чизиқ тенгламаси қуйидаги тенглама орқали тузилади.

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) = 0$$

5 топширик

Масаланинг қўйилиши: Қуйидаги $A_1x+B_1y+C_1 =0$ ва $A_2x+B_2y+C_2 =0$ тенгламалар билан берилган тўғри чизиқлар орасидаги бурчакни ҳисобланг.

Ечиш: Маълумки, берилган икки тўғри чизиқ орасидаги бурчакни топиш учун уларнинг йўналтирувчи векторлари орасидаги бурчак топилади. Демак берилган тўғри чизиқларнинг йўналтиручи векторлари

$u_1(-B_1,A_1)$ ва u_2 $(-B_2, A_2)$ векторлар оасидаги бурчак 3 топшириқда кўрсатилган усулда тегишли формулалар ёрдамида топилади.

Тўғри бурчакли декарт координаталар системасига нисбатан d_1 ва d_2 тўғри чизиқлар ўзининг бурчак коэффициентли тенгламаси билан берилган бўлсин, яъни

$$d_1:\ y = k_1x + b_1;$$
$$d_2:\ y = k_2x + b_2.$$

$k_1=tg\varphi_1$, $k_2=tg\varphi_2$ у холда бу тўғри чизиқлар орасидаги бурчак қуйидаги формула орқали ҳисобланади.

$$tg\varphi = tg(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{tg\varphi_2 - tg\varphi_1}{1 + tg\varphi_1 \cdot tg\varphi_2}$$

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$$

6 топширик

Масаланинг қўйилиши: $M_0(x_0, y_0)$ нуқтадан $Ax+By+C =0$ тўғри чизиққача бўлган масофани ҳисобланг.

Ечиш d тўғри чизиқ умумий тенгламаси билан берилган бўлсин. M_0 нуқтадан тўғри чизиққа репрендикуляр туширамиз ва унинг асосини H билан белгилаймиз.

M_0H вектор узинлиги M_0 нуқтадан d тўғри чизиққача бўлган масофа дейилади ва $\rho(M_0,d)$ кўринишда ёзилади.

Векторларнинг скаляр кўпайтмаси таърифига кўра

$$HM_0 \cdot n = |HM_0||n|\cos(HM_0,n) = \rho\ (M_0,d)|n|(\pm 1)$$

Бундан $p(M_0,d) = \dfrac{|HM_0 \cdot n|}{|n|}$

$HM_0 \cdot n = Ax_0 + By_0 + C$, $|n| = \sqrt{A^2+B^2}$ эканлигини эътиборга олиб қуйидаги формулани ёзиш мумикн.

$$p(M_0,d) = \frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

Топилган формула орқали берилган нуқтадан берилган тўғри чизиққача бўлган масофани ҳисоблан мумикн бўлади.

8 топширик

Маълумки, текисликда эллипснинг каноник тенгламаси

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

кўринишда бўлиб, эллипсга тегишли ихтиёрий нуқтанинг координаталари бу тенгликни қаноатлантиради. Бу ерда $b^2=a^2-c^2$ тенглик ўринли бўлиб, a эллипснинг катта ярим ўқи, b эса эллипснинг кичик ярим ўқи деб юритилади, c эса эллипс марказидан фокус нуқтагача бўлган масофа.

Демак $M_1(x_1, y_1)$ ва $M_2(x_2, y_2)$ нуқталардан ўтувчи эллипснинг каноник тенгламасини тузиш учун бу нуқталарнинг координаталари каноник тенгламага қўйилади яъни

$$\frac{x_1{}^2}{a^2}+\frac{y_1{}^2}{b^2}=1 \qquad \frac{x_2{}^2}{a^2}+\frac{y_2{}^2}{b^2}=1$$

Тенгламалар биргаликда ечилади ва a, b катталиклар топилади.

9 топширик

Маълумки, текисликда гиперболанинг каноник тенгламаси

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

кўринишда бўлиб, гирерболага тегишли ихтиёрий нуқтанинг координаталари бу тенгликни қаноатлантиради. Бу ерда $b^2= c^2-a^2$ тенглик ўринли бўлиб, a гиперболанинг ҳақиқий ярим ўқи, b эса гипербооланинг мавҳум ярим ўқи деб юритилади, с эса гипербола марказидан фокус нуқтагача бўлган масофа.

Демак $M_1(x_1, y_1)$ ва $M_2(x_2, y_2)$ нуқталардан ўтувчи гиперболанинг каноник тенгламасини тузиш учун бу нуқталарнинг координаталари каноник тенгламага қўйилади яъни

$$\frac{x_1^{\ 2}}{a^2}-\frac{y_1^{\ 2}}{b^2}=1 \qquad \frac{x_2^{\ 2}}{a^2}-\frac{y_2^{\ 2}}{b^2}=1$$

Тенгламалар биргаликда ечилади ва a, b катталиклар топилади.

10 топшириқ

Текисликда параболанинг каноник тенгламаси қуйидаги кўринишлардан бирида бўлиши мумкин:

$y^2=2px$ $\quad$ $y^2=-2px$, $\quad$ $x^2=-2py$, $\quad$ $x^2=2py$

бу ерда p катталик параболанинг параметри деб аталиб унинг геометрик маъноси параболанинг фокус нуқтасидан директрисасигача бўлган масофани аниқлайди. Юқоридаги парабола каноник тенгламаларидан дастлабки иккитаси учун симметрия ўқи ох ўқдан иборат бўлиб, биринчи тенглик билан аниқланувчи парабола ох ўқнинг мусбат қисмида, иккинчи тенглик билан аниқланувчи парабола ох ўқнинг манфий қисмида жойлашади. Учинчи ва тўртинчи тенгликлар билан аниқланган параболаларнинг симметрия ўқлар оу ўқдан иборат бўлади.

II семестр бўйича топшириқларни бажариш учун кўрсатмалар

1 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. Берилган $x = \{x_1, x_2, x_3\}$ векторнинг $p = \{p_1, p_2, p_3\}$, $q = \{q_1, q_2, q_3\}$ *ва* $r = \{r_1, r_2, r_3\}$ векторлар бўйича ёйилмасини топинг.

Ечиш.

1. Изланаётган x векторнинг ёйилмаси $x = \alpha p + \beta q + \gamma r$ кўринишда бўлади.

2. Бу вектор тенглик α, β, γ ўзгарувчиларга нисбатан қуйидаги уч ўзгарувчили тенгламалар системасидан иборат

$p_1\alpha + q_1\beta + r_1\gamma = x_1,$

$p_2\alpha + q_2\beta + r_2\gamma = x_2,$

$p_3\alpha + q_3\beta + r_3\gamma = x_3.$

3. Ҳосил бўлган тенгламалар системасини α, β, γ ўзгарувчиларга нисбатан ечиб x— векторнинг p, q, r векторлр бўйича ёйилмасидаги коэффициентларни топамиз.

Жавоб $x = \alpha p + \beta q + \gamma r$ кўринишда ёзилиши мумкин.

Изох. Агар тенгламалар системаси ечимга эга бўлмаса (p ,q ва *r* векторлар бир ткисликда жойлашиб қолса) у ҳолда x вектор p,q ва r векторлар орқали ёйилмага эга бўлмайди. Агар тенгламалар системаси чексиз кўп ечимга эга бўлса (p, *q*,*r* ва x векторлар бир текисликда жойлашади) у ҳолда x вектор p, *q*,*r* векторлар бўйича ягона ёйилмага эга бўлмайди.

Мисол. x = {3,-1,2} векторни p = {2,0,1}, q= {1,-1,1} ва r = {1,-1,-2} векторлар бўйича чизиқли ифода қилинг.

Ечиш.

1. Изланаётган ёйилма қуйидаги ўринишда бўлади

$$x = \alpha p + \beta q + \gamma r$$

2. α, β, γ ўзгарувчиларга нисбатан ёзилган бу вектор тенглик қуйидаги тенгламалар системаси билан тенг кучли.

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta + \gamma = 3 \\ -\beta - \gamma = -1 \\ \alpha + \beta - 2\gamma = 2 \end{cases}$$

3. Система ягона α=1, β=1, γ=0 ечимга эга.

Жавоб: $x = p + q$.

2 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. $a=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$ $b=\{b_1,b_2,b_3\}$ векторлар берилган бўлса $p=\lambda_1\alpha+\lambda_2 b$ ва $q=\mu_1 a+\mu_2 b$ векторлар коллинеарми?

Ечиш . Маълумки, $p=\alpha q$ тенгликни қаноатлантирувчи α сони мавжуд бўлса, бу векторлар коллинеар бўлади. Бошқача қилиб айтганда векторларнинг координаталари пропорционал бўлса, улар коллинеар бўлади.

Координатаси билан берилган векторларни қўшиш ва сонга кўпайтириш ҳоссаларига асосланиб p ва q векторларнинг координатасини топамиз.

1. Агар $p=\{p_1,p_2,p_3\}$ и $q=\{q_1,q_2,q_3\}$ векторларнинг координаталари пропорционал бўлса, яъни $\frac{p_1}{q_1}=\frac{p_2}{q_2}=\frac{p_3}{q_3}$, у ҳолда p ва q векторлар коллинеар бўлади. Агар тенглик бажарилмаса, яъни

$$\frac{p_1}{q_1}\neq\frac{p_2}{q_2}\neq\frac{p_3}{q_3},\ \frac{p_1}{q_1}=\frac{p_2}{q_2}\neq\frac{p_3}{q_3},\frac{p_1}{q_1}\neq\frac{p_2}{q_2}=\frac{p_3}{q_3}$$ бўлса, у ҳолда

p ва *q* векторлар коллинеар бўлмайди.

Мисол . $a=\{-1,2,8\}$ ва $b=\{3,7,-1\}$ векторлар берилаган. *p=4a-3b, q=9b-12a* векторлар коллинеарми?

Ечиш

1. векторларни айириш ва сонга кўпайтириш ҳоссаларига кўра *p ва q* векторларнинг координаталарини топамиз:

$$p=\{-13,-13,35\}, q=\{39,39,-105\}.$$

2. $\frac{-13}{39}=\frac{-13}{39}=\frac{35}{-105}$ бўлганидан *p, q* векторларнинг коллинеарлигини кўриш мумкин

Жавоб: *p, q* векторлар коллинеар.

3 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, $C(x, y, z)$ нуқталар берилган бўлса, $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар орасидаги бурчак косинусини топинг.

Режа. $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар орасидаги бурчак косинусини топиш қуйидаги формула ёрдамида ҳисобланади.

$$\cos\varphi = \frac{(\overline{AB}, \overline{AC})}{|\overline{AB}| * |\overline{AC}|}$$

4. $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар узунлигини ҳамда уларнинги скаляр кўпайтмасини топиш учун аввал бу векторларнинг координаталарини топамиз.

$$\overline{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}, \overline{AC} = \{x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1\}.$$

5. Вектор узунлиги ва икки векторнинг скаляр кўпайтмасини ҳисоблаш учун қуйидаги формулалардан фойдаланамиз:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2}$$

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) = (x_2 - x_1)(x_3 - x_1) + (y_2 - y_1)(y_3 - y_1) + (z_2 - z_1)(z_3 - z_1)$$

6. Келтирилган формула ёрдамида $\cos\varphi$ бурчакни ҳисобланади ва жавоб келтирилади.

Мисол. A(-2,4,6), B(0,2,-4), C(-6,8,-10) нуқталар берилган бўлса, $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар орасидаги бурчак косинусини ҳисобланг.

Ечиш:

1. векторларнинг координаталарини топамиз:

$\overline{AB} = \{2, -2, 1\}$, $\overline{AC} = \{-4, 4, -4\}$.

2. вектор узунлигини ҳисоблаш ва икки вектор скаляр кўпайтмасини ҳисоблаш формулалари ёрдамида қуйидагилар топилади:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}, |\overline{AC}| = \sqrt{(-4)^2 + 4^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{3},$$

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) = 2 * (-4) + (-2) * 4 + 2 * (-4) = -24.$$

3. юқорида келтирилган формула ёрдамида $\cos\varphi$ бурчакни топамиз :

$$\cos\varphi = \frac{-24}{2\sqrt{3} * 4\sqrt{3}} = -1.$$

Жавоб: $\overline{AB}$ ва $\overline{AC}$ векторлар орасидаги бурчак -1 га тенг.

4 топшириқ.

Масаланинг қўйилиш . $|p| = p_0, |q| = q_0$ ва $\overline{p}, \overline{q}$ векторлар орасидаги бурчак φ бўлса $\overline{a} = \alpha_1 \overline{p} + \alpha_2 \overline{q}$ ва $\overline{b} = \beta_1 \overline{p} + \beta_2 \overline{q}$ векторларга қурилган параллелограмм юзини ҳисобланг.

Ечиш. $\overline{a}$ ва $\overline{b}$ векторларга қурилган параллелограмм юзи бу векторлар вектор кўпайтмасининг модулига тенг:

$$S = |[a,b]| \quad (2)$$

1. Икки векторнинг вектор кўпайтмаси хоссаларидан фойдаланиб берилган векторларнинг вектор кўпайтмасини ҳисоблаймиз.

$$[\overline{a},\overline{b}] = [\alpha_1 \overline{p} + \alpha_2 \overline{q}, \beta_1 \overline{p} + \beta_2 \overline{q}] = \alpha_1\beta_1[\overline{p},\overline{p}] + \alpha_1\beta_2[\overline{p},\overline{q}] + \alpha_2\beta_1[\overline{q},\overline{p}] + \alpha_2\beta_2[\overline{q},\overline{q}] =$$
$$(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)[\overline{p},\overline{q}]$$

1. Вектор кўпайтма модулини ҳисоблаймиз.

$[\overline{a},\overline{b}] = |\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1||\overline{p}||\overline{q}|\sin\varphi.(\sin\varphi \geq 0,$ чунки $0 \leq \varphi \leq \pi$).

1. (2) формуладан фойдаланиб параллелограмм юзини ҳисоблаймиз.

$$S = |[a,b]| = |\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1||\overline{p}||\overline{q}|\sin\varphi .$$

Мисол: $\overline{a} = 3\overline{p} + 2\overline{q}$ и $\overline{b} = 2\overline{p} - \overline{q}$ векторларга қурилган параллелограмм юзини ҳисобланг. Бунда $|\overline{p}| = 4, |\overline{q}| = 3$ ва $\overline{p}, \overline{q}$ векторлар орасидаги бурчак $3\pi/4$.

***Ечиш*.**

1. Вектор кўпайтма хоссаларидан фойдаланиб $[a,b]$ ни ҳисоблаймиз.

$$[\overline{a},\overline{b}] = [3\overline{p} + 2\overline{q}, 2\overline{p} - \overline{q}] = 6[\overline{p},\overline{p}] - 3[\overline{p},\overline{q}] + 4[\overline{q},\overline{p}] - 2[\overline{q},\overline{q}].$$

2. Вектор кўпайтма модулини ҳисоблаймиз.

$$|[\overline{a},\overline{b}]| = |-7[\overline{p},\overline{q}]| = 7[\overline{p},\overline{q}] = 7|\overline{p}||\overline{q}|\sin\frac{3\pi}{4} = 42\sqrt{2}.$$

3. $S = |[a,b]| = 42\sqrt{2}$.

Жавоб: S= $42\sqrt{2}$

5 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. $\overline{a}=\{a_1,a_2,a_3\},\overline{b}=\{b_1,b_2,b_3\},\overline{c}=\{c_1,c_2,c_3\}$

векторлар компланарми?

Ечиш. Берилган уч вектор компланар (бир текисликда ётиши учун) бўлиши учун уларнинг аралаш кўпайтмаси $(\overline{a},\overline{b},\overline{c})$ нолга тенг бўлиши зарур ва етарли.

1. Координатаси билан берилган уч векторнинг аралаш кўпайтмаси қуйидаги формула орқали ифодаланади**.**

$$(\overline{a},\overline{b},\overline{c})=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

Мисол. $\overline{a}=\{7,4,6\},\overline{b}=\{2,1,1\},\overline{c}=\{19,11,17\}$ векторлар компланарми?

Ечиш.

$$(\overline{a},\overline{b},\overline{c})=\begin{vmatrix} 7 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \\ 19 & 11 & 17 \end{vmatrix}=0$$

$(\overline{a},\overline{b},\overline{c})$ =0 бўлгани сабабли $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ вектолар компланар.

Жавоб: $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ векторлар компланар.

6 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. Учлари $A_1(x_1,y_1,z_1)$, $A_2(x_2,y_2,z_2)$, $A_3(x_3,y_3,z_3)$, $A_4(x_4,y_4,z_4)$ нуқталарда бўлган тетраэдр ҳажмини ҳисоблаб, A_4 учидан $A_1A_2A_3$ ёғига туширилган баландлиги узунлигини топинг.

Ечиш.

1. $\overline{A_1A_2},\overline{A_1A_3},\overline{A_1A_4}$: векторларнинг координаталарини топамиз

$$\overline{A_1A_2}=\{x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1\},$$

$$\overline{A_1A_2}=\{x_3-x_1,y_3-y_1,z_3-z_1\},$$

$$\overline{A_1A_2}=\{x_4-x_1,y_4-y_1,z_4-z_1\}.$$

Уч вектор аралаш кўпайтмасининг геометрик маъносига кўра

$$V_m = \frac{1}{6} \cdot V_{mn} = \frac{1}{6}\left|(\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}, \overline{A_1A_4})\right|, \quad (3)$$

Бу ерда V_m, V_{mn} - $\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}, \overline{A_1A_4}$ векторларга қурилган тетраэдр ва паралелопипеднинг ҳажмлари.

$$V_m = \frac{1}{3} S_{\Delta A_1A_2A_3} \cdot h \quad (4)$$

Икки вектор вектор кўпайтмасининг геометрик маъносиа кўра

$$S_{\Delta A_1A_2A_3} = \frac{1}{2}\left|\left[\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}\right]\right|.$$

(3) ва (4) формулаларни таққослаб қуйидагига эга бўламиз.

$$h = \frac{3V_m}{S_{\Delta A_1A_2A_3}} = \frac{\left|(\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}, \overline{A_1A_4})\right|}{\left|(\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3})\right|}. \quad (5)$$

1. Энди векторларнинг аралаш кўпайтмасини ҳисоблаймиз:

$$(\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}, \overline{A_1A_4}) = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix},$$

(3) формулага кўра тетраэдр ҳажмини ҳисоблаймиз.

3. Икки вектор вектор кўпайтмасининг координатасини ва модулини ҳисоблаймиз:

$$\left[\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}\right] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} =$$

$$\left\{\begin{vmatrix} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}\right\}.$$

4. (5) формулага кўра h баландликни ҳисоблаймиз.

Мисол: Учлари $A_1(2,3,1)$, $A_2(4,1,-2)$, $A_3(6,3,7)$, $A_4(-5,-4,8)$ нуқталарда бўлган тетраэдр ҳажмини ҳисоблаб, A_4 учидан $A_1A_2A_3$ ёғига туширилган баландлиги узунлигини топинг.

Ечиш:

1. Қуйидаги векторларнинг координаталарини ҳисоблаймиз:

$$\overline{A_1A_2} = \{2,-2,-3\}, \overline{A_1A_3} = \{4,0,6\}, \overline{A_1A_4} = \{-7,-7,7\}.$$

2. Бу векторларнинг аралаш кўпайтмасини топамиз:

$$(\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}, \overline{A_1A_4}) = \begin{vmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & -7 & 7 \end{vmatrix} = 2\cdot 42 + 2\cdot 70 + (-3)\cdot(-28) = 308$$

(3) формулага кўра тетраэдр ҳажмини топамиз:

$$V_m = \frac{1}{6}\cdot 308 \text{ куб. бир}$$

Энда икки вектор вектор кўпайтмасидан фойдаланиб папаллелопипед асосининг юзини топамиз:

$$\left[\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}\right] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = -12\bar{i} - 24\bar{j} + 8\bar{k} = \{-12,-24,8\}$$

$$\left|\left[\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}\right]\right| = \sqrt{(-12)^2 + (-24)^2 + 8^2} = 28.$$

Юқоридаги маълумотлардан фойдаланиб параллелопипед баландлигини топамиз:

$$h = \frac{\left[\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}, \overline{A_1A_4}\right]}{\left|\left[\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3}\right]\right|} = \frac{308}{28} = 11$$

Жавоб: $V_m = \frac{154}{3}$ (куб бир.) , h=11.

7 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. $M_0(x_0,y_0,z_0)$ нуқтадан $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$, $M_3(x_3,y_3,z_3)$ нуқталардан ўтувчи текисликкача бўлган масофани ҳисобланг.

Ечиш. Изланган масофани учлари $M_0(x_0,y_0,z_0)$, $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$, $M_3(x_3,y_3,z_3)$, нуқталарда бўлган тетераэдрнинг $M_0(x_0,y_0,z_0)$ учидан $M_1M_2M_3$ ёғига туширилган баландлиги сифатида қараш мумкин. Иккинчи томондан $M_0(x_0,y_0,z_0)$ нуқтадан текисликкачи бўлган d масофа $\overline{M_1M_0}$ векторнинг текисликнинг нормал вектори $\vec{n}$ бўйича проекцияси узунлигига тенг, яъни

$$d = \left|ПР_n \overline{M_1M_0}\right| = \frac{\left|(\bar{n}, \overline{M_1M_0}\right|}{n} \qquad (6)$$

Текисликнинг нормал вектори $\bar{n}$ $\overline{M_1M_2}, \overline{M_1M_3}$ векторларга ортогонал бўлгани сабабли уни вектор кўпайтма сифатида ҳам топиш мумкин:

$\bar{n} = \left[\overline{M_1M_2}, \overline{M_1M_3}\right]$.

1. Векторларнинг координаталарини топамиз:

$$\overline{M_1M_2} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}, \overline{M_1M_3} = \{x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1\},$$
$$\overline{M_1M_0} = \{x_0 - x_1, y_0 - y_1, z_0 - z_1\}$$

$$n = \left[\overline{M_1M_2}, \overline{M_1M_3}\right] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}.$$

2. (6) формулага кўра $M_0(1,-1,2)$ нуқтадан текисликкача бўлган масофани ҳисоблаймиз.

Мисол. $M_0(1,-1,2)$ нуқтадан $M_1(1,5,-7)$,$M_2(-3,6,3)$,$M_3(-2,7,3)$ нуқталардан ўтувчи текисликкача бўлган масофани ҳисобданг.

Ечиш:

1. $\overline{M_1M_2} = \{-4,4,10\}, \overline{M_1M_3} = \{-3,2,10\}, \overline{M_1M_0} = \{0,-6,9\}$

$$n = \left[\overline{M_1M_2}, \overline{M_1M_3}\right] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -4 & 1 & 10 \\ -3 & 2 & 10 \end{vmatrix}.$$

2. $$d = \left|ПР_n \overline{M_1M_0}\right| = \frac{\left|(\bar{n}, \overline{M_1M_0}\right|}{|n|} = \left|\frac{-105}{\sqrt{(-10)^2 + 10^2 + (-5)^2}}\right| = 7$$

Жавоб: d=7

8 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши . $M_0(x_0,y_0,z_0)$ нуқтадан ўтиб, $\overline{M_1M_2}$ векторга перпендикуляр бўлган текислик тенгламасини тузинг. Бу ерда $M_1(x_1,y_1,z_1)$ ва $M_2(x_2,y_2,z_2)$.

Ечиш. Маълуки, $M_0(x_0,y_0,z_0)$ нуқтадан ўтиб, $\perp \bar{n} = \{A, B, C\}$ векторга перпендикуляр бўлган текислик тенгламаси $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ (7) кўринишда бўлади

1. Текисликнинг нормал вектори $\bar{n}$ сифатида

$\overline{M_1M_2} = \{x_2 - x_x, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$. векторни оламиз.

2. $M_0(x_0,y_0,z_0)$ нуқтадан утиб, $\overline{M_1M_2}$ векторга перпендикуляр бўлган текислик тенгламаси

$(x_2 - x_1)(x - x_0) + (y_2 - y_1)(y - y_0) + (z_2 - z_1)(z - z_0) = 0$

Мисол. $M_0(2,5,-3)$ $M_{1,}(7,8,-1)$, $_{,}M_2$ $(9,7,4)$ берилган, $M_0(2,5,-3)$ $\perp \overline{M_1M_2}$, текислик тенгламасини тузинг

Ечиш.

1. Текисликнинг нормал вектори $\bar{n}$ сифатида $\overline{M_1M_2} = \{2,-1,5\}$ векторни оламиз.

2. Нормал вектори $\bar{n} = \{2,-1,5\}$ бўлиб, $M_0(2,5,-3)$ нуқтадан ўтувчи текислик тенгламасини тузамиз:

$2(x-2)-1(y-5)+5(z+3)=0$

Жавоб: $2x-y+5z+16=0$.

9 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$, $A_2+B_2+C_2+D_2=0$ текисликлар орасидаги бурчакни ҳисобланг.

Ечиш. Икки текислик орасидаги бурчак бу текисликлар нормал векторлари орасидаги бурчакка тенг

$\overline{n_1} = \{A_1, B_1, C_1\}, \overline{n_2} = \{A_2, B_2, C_2\}$.

$$\cos\phi = \frac{(\overline{n_1}, \overline{n_2})}{|\overline{n_1}| \cdot |\overline{n_2}|}.$$

Мисрл. $x+2y-2z-7=0$, $x+y-35=0$ текисликлар орасидаги бурчакни ҳисобланг.

Ечиш. Юқоридаги маълумотга кўра икки текислик орасидаги бурчак уларнинг нормал векторлари $\overline{n_1} = \{1,2,-2\}$ ва $\overline{n_2} = \{1,1,0\}$ орасидаги бурчакка тенг. Икки вектор орасидаги бурчакни ҳисоблаш формуласига кўра:

$$\cos\phi = \frac{(\overline{n_1}, \overline{n_2})}{|\overline{n_1}| \cdot |\overline{n_2}|} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\phi = \arccos(1/\sqrt{2}) = \pi/4$$

Жавоб: Текисликлар орасидаги бурчак $\phi = \pi/4$.

10 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. Умумий тенгламаси билан берилган икки текисликнинг кесишмаси сифатида берилган тўғри чизиқнинг каноник тенгламасини ёзинг:

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0. \end{cases}$$

Ечиш.

1. Берилган текисликларнинг нормал векторлари $\overline{n_1} = \{A_1, B_1, C_1\}$, ва $\overline{n_2} = \{A_2, B_2, C_2\}$ коллинеар эмаслигини яъни текисликлар бирор тўғри чизиқ бўйлаб кесишишини текширамиз.

Берилган $M_0(x_0,y_0,z_0)$ нуқтадан ўтиб $\overline{a} = \{l, m, n\}$, векторга параллел бўлган тўғри чизиқнинг каноник тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n} \qquad (8)$$

2. $\overline{a} \perp \overline{n_1} = \{A_1, B_1, C_1\}, \overline{a} \perp \overline{n_2} = \{A_2, B_2, C_2\}$.

$$\overline{a} = [\overline{n_1}, \overline{n_2}] = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}.$$

3. Энди тўғри чизиққа тегишли бирор нуқтанинг кооординатасини топамиз. Бунинг учун тенгламлар системасидаги ўзгарувчилардан бирига қиймат бериб қолганларини тенгламалар системасини ечиш орқали топамиз.

4. Топилганларни тўғри чизиқнинг каноник тенгламасига қўйиб, тенгламани ёзамиз.

Мисол . Куйидаги тўғри чизиқ тенгламасини каноник тенгламасини ёзинг.

$$\begin{cases} 2x+3y+z-8=0, \\ x-2y-2z+1=0. \end{cases}$$

Ечиш.

1. $\overline{n_1}=\{2,3,1\}, \overline{n_2}=\{1,-2,-2\}$ векторлар коллинеар эмаслигини текшириб кўрамиз: $\frac{2}{1}\neq\frac{3}{-2}$.

Демак векторлар коллинеар эмас, у ҳолда текисликлар бирор тўғри чизиқ бўйлаб кесишади.

2. $\overline{a}\perp\overline{n_1}=\{2,3,1\}, \overline{a}\perp\overline{n_2}=\{1,-2,-2\}$.

$$\overline{a}=[\overline{n_1},\overline{n_2}]=\begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}=-4\overline{i}+5\overline{j}-7\overline{k}.$$

3. Энди тўғри чизиқққтанинг координатасини топамиз. Бунинг учун ўзгарувчиларнинг бирортасига, масалан y=0 қиймат берамиз. У ҳолда қуйидаги тенгламалар системасига эга бўламиз.

$$\begin{cases} 2x+z-8=0, \\ x-2z+1=0, \\ y=0. \end{cases}$$

Бу ерда тенгламалар системаси $x_0=3$, $y_0=0$, $z_0=2$, ечимга эга. Демак $M_0(3,0,2)$.

$$\frac{x-3}{-4}=\frac{y}{5}=\frac{z-2}{-7}$$

Жавоб: Берилган тўғри чизиқнинг каноник тенгламаси : $\frac{x-3}{-4}=\frac{y}{5}=\frac{z-2}{-7}$.

11 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ тўғри чизиқ ва Ax+By+Cz+D=0 текисликнинг кесишган нуқтасини топинг.

Ечиш.

1. **1.** Тўғри чизиқ текисликка параллел эмаслигини текшириб кўрамиз, яъни агар тўғри чизиқнинг йўналтирувчи вектори $\bar{a}=\{l,m,n\}$ ва текисликнинг нормал вектори $\bar{n}=\{A,B,C\}$ перпендикуляр бўлмаса уларнинг скаляр кўпайтмаси нолдан фарқли бўлади, яъни

$$Al+Bm+Cn\neq 0$$

Бу ҳолда текислик билан тўғри чизиқ бир нуқтада кесишади.

2. Текислик ва тўғри чизиқнинг кесишган нуқтасининг координатасини топиш учун уч ўзгарувчили тенгламалар системасини ечиш керак бўлади (тўғри чизиқтенгламаси иккита ва текислик тенгламаси). Лекин бу ҳолда тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасидан фойдаланиш қулайроқ бўлади.

Тўғри чизиқтенгламасини

$$\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}=t$$

Кўринишдан параметрик кўринишга келтирамиз:

$$\begin{cases} x=lt+x_1, \\ y=mt+y_1, \\ z=nt+z_1. \end{cases}$$

3. x, y, z ўзгарувчиларнинг қийматларини текислик тенгламасига қўйиб ҳосил бўлган тенгламани t ўзгарувчига нисбатан ечиб $t=t_0$ қиймат топилади.

4. Топилган t_0 қийматни тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасига қўйиб текислик ва тўғри чизиқнинг кесишган нқтасининг координаталари топилади:

$$\begin{cases} x_0=lt_0+x_1, \\ y_0=mt_0+y_1, \\ z_0=nt_0+z_1. \end{cases}$$

Демак текислик ва тўғри чизиқ (x_0, y_0, z_0) нуқтада кесишади.

Мисол.

$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{0}=\frac{z}{-1}$ тўғри чизиқ ва 2x-3y+z-8=0 текисликнинг кесишган нуқтаси координаталарини топинг.

Ечиш:

1. Тўғри чизиқнинг йўналтирувчи вектор ива текисликнинг нормал векторларининг скаляр кўпайтмасини хисоблаймиз: $\left(\bar{a},\bar{n}\right)=2\cdot 2+0\cdot(-3)+(-1)\cdot 1=3\neq 0$

Демак бу векторлар перпендикуляр эмас, яъни тўғри чизиқ ва текислик бир нуктада кесишади.

2. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{0}=\frac{z}{-1}=t$

Тўғри чизиқнинг параметрик кўринишдаги тенгламаси қуйидагича бўлади :

$$\begin{cases} x=2t+1, \\ y=-1, \\ z=-t \end{cases}$$

3. Бу қийматларни текислик тенгламасидаги ўзгарувчиларнинг ўнига қўйсак t ўзгарувчига нисбатан тенглама ҳосил бўлиб :

$2(2t+1)-3(-1)+1(-t)-8=0\Rightarrow t_0=1$ бўлади.

4. Топилган қийматни тўғри чизиқнинг параметрик кўринишдаги тенгламасидаги t ўзгарувчининг ўрнига қўйиб тўғри чизиқ ва ткуисликнинг кесишган нқтаси топилади

$x_0=3$, $y_0=-1$,$z_0=-1$.

Жавоб: тўғри чизиқ ва текислик (3,-1,-1) нуқтада кесишади.

12 топшириқ.

Масасланинг қўйилиши. P$(x_p,\ y_p,\ z_p)$ нуқтанинг $Ax+By+Cz+D=0$ текисликдаги проекцияси P' нуқтанинг координатасини топинг.

Ечиш. Изланган P' нуқта P нуқтадан берилган текисликка туширилган перпендикулярнинг асосидан иборат бўлади.

1. P нуқтадан ўтиб, берилган текисликка парпендикуляр бўлган тўғри чизиқ тенгламасини тузамиз. Бунинг учун тўғри чизиқнинг йўналтирувчи вектори сифатида текисликнинг нормал векторини оламиз, яъни $\bar{a} = \bar{n} = \{A, B, C\}$. У ҳолда тўғри чизиқнинг каноник тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{x - x_p}{A} = \frac{y - y_p}{B} = \frac{z - z_p}{C}.$$

2. Ҳосил бўлган тўғри чизиқ Билан берилган текисликнинг кесишган нуқтасини топсак бу нуқта P' нуқта бўлади.

$$\frac{x - x_p}{A} = \frac{y - y_p}{B} = \frac{z - z_p}{C} = t.$$

У ҳолда тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\begin{cases} x = At + x_p, \\ y = Bt + y_p, \\ z = Ct + z_p. \end{cases}$$

3. *x, y, z* ўзгарувчиларнинг қийматарини текислик тенламасига қўйиб *t* ўзгарувчига нисбатан ечилади ва $t = t_0$, қиймат топилади.

4. Топилган t_0 қийматни тўғи чизиқнинг параметрик тенгламасига қўйиб изланган P' нуқтанинг координатасини топамиз.

Изоҳ. Шунга ухшаш нуқтанинг тўғри чизиқдаги проекциясини ҳам топиш мумкин.

Мисол. P(1,2,-1) нуқтанинг 3x-y+2z-27=0 текисликдаги проекцияси P' нуқтанинг координатасини топинг.

Ечиш.

1. P нуқтадан ўтиб берилган текиликка перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ тенгламасини тузамиз. Бунинг учун тўғри чизиқнинг йўналтирувчи вектори сифатида берилган текисликнинг нормал векторини оламиз,яъни: $\bar{a} = \bar{n} = \{3, -1, 2\}$. У ҳолда тўғри чизиқнинг каноник тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z + 1}{2}$$

2. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}=t.$ десак, тўғри чизиқнинг параметрик тенгламаси

$$\begin{cases} x=3t+1, \\ y=-t+2, \\ z=2t-1. \end{cases}$$

кўринишда бўлади.

Бу ифодаларни текислик тенгламасига қўямиз ва t ўзгарувчининг қийматини топамиз:

$3(3t+1)-1(-t+2)+2(2t-1)-27=0 \Rightarrow t_0=2$

3. тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасига $t_0=2$ қийматни қўйиб тўғри чизиқ ва текисликнинг кесишган нуқтасининг координаталари топилади: $x_0=7$, $y_0=0$, $z_0=1$.

Демак тўғри чизиқ ва текислик (7,0,1) нуқтада кесишади.

Жавоб: P нуқтанинг берилган текисликдаги проекцияси P’ (7,0,1) нуқта бўлади.

13 топшириқ.

Масаланинг қўйилиши. P(x_p, y_p, z_p) нуқтага $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}.$ тўғри чизиққа нисбатан симметрик бўлган Q нуқтанинг координаталарини топинг.

Ечиш. Изланган Q нуқта берилган тўғри чизиққа перпендикуляр бўйиб, бу тўғри чизиқ билан P’ нуқтада кесишувчи тўғри чизиқда ётади. P’ нуқта PQ кесмани ўрта нуқтаси бўлгани сабабли Q нуқтанинг координаталарини $(x_q\ y_q, z_q)$ қуйидаги формулалардан топиш мумкин:

$$x_{p'}=\frac{x_p+x_q}{2}, y_{p'}=\frac{y_p+y_q}{2}, z_{p'}=\frac{z_p+z_q}{2} \quad (9)$$

Бу ерда (x_p, y_p, z_p)- лар P нуқтанинг ва $(x_{p'}, y_{p'}, z_{p'})$-лар P’ нуқтанинг координаталари.

1. P нуқтанинг берилган тўғри чизиқдаги проекцияси P’ нуқтанинг координаталарни топамиз.бунинг учун:

а. P нуқтадан ўтиб, берилган тўғри чизиққа перпендикуляр бўлган тўғри чизиқ тенгламасини тузамиз. Бу текисликнинг нормал вектори $\bar{n}$

сифатида берилган тўғри чизиқнинг йўналтирувчи векторни оламиз, яъни $\overline{n}=\overline{a}=\{l,m,n\}$. У ҳолда

l(x-x$_p$)+m(y-y$_p$)+n(z-z$_p$)=0;

б. Ҳосил бўлган текисликни берилган тўғри чизиқ Билан кесишиш нуқтаси P' нинг координаталари топамиз. Бунинг учун тўғри чизиқ тенгламасини параметрик кўринишда ёзиб олаиз:

$$\begin{cases} x=lt-x_0, \\ y=mt+y_0, \\ z=nt+z_0. \end{cases}$$

x, y, z ўзгарувчиларнинг қийматларини текислик тенгламасига қўйиб, тенгламани *t* ўзгарувчига нсбатан ечалади ва $t=t_0$ қийматга эга бўламиз;

в. Топилган t_0 қийматни тўғри чизиқнинг параметрик тенгламасига кўйиб изланган P' нуқтанинг координаталари топилади.

2. Q нуқтанинг координаталари эса (9) тенгликлар ёрдамида топилади.

У ҳолда:

$x_q=2x_{p'}-x_p$, $y_q=2y_{p'}-y_p$, $z_q=2z_{p'}-z_p$

Изоҳ. Шунга ўхшаш берилган нуқтага берилган текисликка нисбатан симметрик бўлган нқтанинг координаталарин ҳам топиш мумкин.

Мисол. P(2,-1,2) нуқтага берилган $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z+1}{-2}$. тўғри чизиққа нисбатан симметрик бўлган Q нуқтанинг координаталарин топинг.

1. P нуқтанинг берилган тўғри чизиқдаги проекцияси P'нуқтанинг координаталарини топамиз.

а. 1(x-2)+0(y+1)-2(z-2)=0$\Rightarrow$x-2z+2=0;

б. $\begin{cases} x=t+1, \\ y=0, \\ z=-2t-1. \end{cases}$

в. $X_{p'}=0$, $Y_{p'}=0$, $Z_{p'}=1$.

Демка, P'(0,0,1).

2. $x_q=2x_{p'}-x_p=-2$,

$y_q=2y_{p'}-y_p=1$,

$z_q=2z_{p'}-z_p=0.$

Жавоб: Q(-2,1,0).

Фойдаланилган адабиётлар.

1. Д.В.Клетеник. Сборник задач по аналитической геометрии. Москва «Наука» 1980г.
2. С.В.Бахвалов, П.С.Моденов, А.С.Пархоменко. Аналитик геометриядан масалалар тўплами.