

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Begmatov A.

OLIV MATEMATIKA KAFEDRASI

Sonli ketma-ketliklar

**amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash
bo‘yicha uslubiy qo‘llanma**

SAMARQAND • 2011

A.Begmatov. Sonli ketma-ketliklar. Amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash bo‘yicha uslubiy qo‘llanma. SamISI. 2011. -25 b.

Taqrizchilar:

Mamirov U. E. f-m.f.n., dotsent, Samarqand Davlat universiteti;

Umarov T.I. SamISI, «Oliy matematika» kafedrası dotsenti.

Uslubiy qo‘llanma „Oliy matematika“ kafedrası majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(4-son bayonnoma, 24 mart, 2011 yil).

Ushbu uslubiy qo‘llanmada **“Sonli ketma-ketliklar”** mavzusi amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab o‘qitish bo‘yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Qo‘llanmadan **“Sonli ketma-ketliklar”** mavzusi amaliy mashg‘ulotini tashkil etish va o‘tkazishda foydalanish mumkin.

Oliy matematika fanini ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar

O'zbekiston Respublikasi taraqqiyotida halqning boy ma'naviy salohiyati va umuminsoniy qadriyatlarga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimini barpo etish dolzarb ahamiyatga ega.

Ma'lumki, kadrlar tayyorlash Milliy dasturida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy qilish va o'zlashtirish zarurligi ko'p marta takrorlanib, "...yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib, talabalarni o'qitishni jadallashtirish" ko'zda tutilgan.

Pedagogik texnologiyaga YUNESKOning bergan ta'rifini keltiramiz:

"Pedagogik texnologiya – bu butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonida o'z oldiga ta'lim shakllarini samaradorlashtirish vazifasini qo'yuvchi texnik hamda shaxs resurslari va ularning o'zaro aloqasini hisobga olib, bilimlarni yaratish, qo'llash (va belgilash)ning tizimli usulidir". Bu ta'rifdagi asosiy tushuncha "tizimli usul" bo'lib, aynan tizimli yondashuv pedagogik texnologiyaning, o'qitishga boshqa yondashuvlardan farqlanuvchi asosiy belgisi hisoblanadi. Ta'lim maqsadlari, uning mazmuni, o'qitish va ta'lim berish usullari, nazorat va natijalarni baholashni o'zaro bog'liklikda loyihalash- ko'pincha an'anaviy o'quv jarayonida yetishmaydigan narsadir.

Jaxon pedagogika fani ilmiy – texnika taraqqiyoti ta'sirini boshdan kechirib, psixologiya, kibernetika, tizimlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va boshqa fanlar yutuqlarini birlashtirib, hozirgi davrda faol yangilanish (innovatsiya) jarayonlari bosqichida turar ekan, inson imkoniyatlarini samarali rivojlantirish amaliyotiga boy mahsul bermoqda.

Pedagogik texnologiya usullari (boshda) dastlab o'qitishning harakatini namunaviy vaziyatdagi (belgilangan qoida bo'yicha) o'zlashtirish talab etiladigan mahsuldor (reproduktiv) darajasi uchun ishlab chiqilgan. Mahsuldor ta'lim har qanday ta'limning zaruriy tarkibiy qismi hisoblanib, u insoniyat jamg'argan tajribani aniq o'quv fani doirasida o'zlashtirish bilan bog'liq. Ta'lim oluvchilarda bilim va ko'nikmalarning ma'lum "poydevori" hosil qilingandan keyingina ta'limning natijali (produktiv) va ijodiy yondashish usullariga ko'chish mumkin. Pedagogik texnologiya oqimi 70-80 yillarda AQShda yuzaga keldi va YUNESKO kabi nufuzli tashkilot tomonidan tan olindi va qo'llab – quvvatlandi va hozirgi kunda ko'pgina mamlakatlarda muvaffaqiyatli o'zlashtirilmoqda.

Ma'lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta'lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og'zaki- ko'rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta'lim turlari hisoblanadi.

1. Og'zaki – ko'rgazmali an'anaviy bo'lib, o'qituvchining axborot berishi, talabalarning bilimlarni qabul qilishi, to'plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta'limda og'zaki-ko'rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo'lib, qismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta'lim tizimida ulkan xizmat ko'rsatdi. Jadal suratlar bilan o'sib borayotgan fan va texnika talablari, ta'lim tizimidagi istlohatlar, raqobotbardosh kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning

ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Tal'imga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (qismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy mahsuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal etish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir.

Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiri yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma – ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti – harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, aytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarda ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti –harakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Harbir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

Mavzuni o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz: 1) mavzu va uning rejasi beriladi; 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi; 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqa to'xtalinadi; 4) mavzuni tushuntirish ketma

– ketligi texnologik loyiha asosida o‘qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim; 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish; 6) tushuntirish jarayonida o‘quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi; 7) talabaning tarqatma material yoki o‘quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o‘qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish; 8) mavzuni o‘rganish darajasini tekshirish, talabalarga og‘zaki savollar berib borish orqali, (masalan, analitik geometriya tushunchasining mohiyati nima?); 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to‘ldirish, to‘g‘ri javoblarni rag‘batlantirish; 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayan (masalan, 10 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqlari yig‘ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo‘yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To‘g‘ri javoblar ekranda ko‘rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o‘zlarning bilimlarini o‘zlari tekshirib ko‘radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo‘ladi, o‘qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag‘batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o‘qish – o‘rganishga da‘vat etiladi; 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko‘nikmasini hosil qilish maqsadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo‘lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo‘lishi zarur.

“ Oliy matematika” fanini, o‘rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) matematikaning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o‘rni va ahamiyati anglash;
- 2) o‘quvchining matematik apparatning qo‘llanilishiga qiziqishi;
- 3) amaldagi dastur asosida matematik apparatni o‘rgatish;
- 4) ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo‘naltirib, bu bilimlarni o‘z faoliyatida qo‘llash.

Shuni ta’kidlaymizki, „Oliy matematika” fani oliy ta’limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, informatika, chiziqli va nochiziqli dasturlash, makro va mikro iqtisod, ekonometriya, iqtisodiy tahlil, moliyaning miqdoriy metodlari, logistika va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e’tiborga olinadi.

Biz ushbu uslubiy qo‘llanmada „Oliy matematika” fanining **“Sonli ketma-ketliklar”** amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab, o‘qitish- o‘rgatish haqida fikr yuritamiz.

1.1. “Sonli ketma-ketliklar” mavzusi bo’yicha amaliy mashg’ulotining ta’lim texnologiyasi modeli

17-mavzu	Sonli ketma-ketliklar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: 25 nafardan oshmasligi kerak
O’quv mashg’uloti shakli	Individual topshiriqlarni bajarishga asoslangan amaliy mashg’ulot
Mashg’ulot rejasi	1. Sonli ketma-ketlik ta’rifi va umumiy tushunchalarni misollar yordamida mustahkamlash. 2. Chegaralangan va chegaralanmagan sonli ketma-ketliklarga oid misollar. 3. Cheksiz katta va cheksiz kichik ketma-ketliklar hamda ularning xossalari. 4. Sonli ketma-ketlikning limiti va uning xossalariга doir misollar echish.
Asosiy tushuncha va atamalar	Sonli ketma-ketlik, umumiy had, chegaralangan va chegaralanmagan ketma-ketliklar, quyidan chegaralangan, cheksiz katta va cheksiz kichik ketma-ketliklar, ketma-ketlikning limiti, yaqinlashuvchi ketma – ketlik, nuqtaning atrofi, cheksiz limit, chekli limit.
Amaliy mashg’ulotining maqsadi	Sonli ketma-ketliklar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O’quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo’yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O’quv materiallari bilan ishlash ko’nikmalarini hosil qilish. 3. Sonli ketma-ketlik ta’rifi va umumiy tushunchalarni <u>muayan misollarda ko’rsatish</u>. 4. Chegaralangan va chegaralanmagan sonli ketma-ketliklarga misollar keltirish. 5. Cheksiz katta va cheksiz kichik ketma-ketliklar hamda ularning xossalari misollarda tushuntirish. 4. Sonli ketma-ketlikning limiti va uning	1. Sonli ketma-ketlik ta’rifi va umumiy tushunchalarni muayan misollarda ko’rsata bilish. 2. Chegaralangan va chegaralanmagan sonli ketma-ketliklarga misollar keltirish. 3. Cheksiz katta va cheksiz kichik ketma-ketliklar hamda ularning xossalari misollarda ko’sata bilish 4. Sonli ketma-ketlikning limiti va uning xossalari yordamida misollar iecha bilish.

xossalari yordamida misollar iechish.	
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, suhbat, munozara, insert.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Sonli ketma-ketliklar” mavzusi bo'yicha amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (15 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(17.1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(17.2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(50-daqiqa)	2.1.Talabalarni 4 ta o'quv guruhiga bo'linadi. va har biriga vazifalar beradi(17.3-ilova). Guruhlarda o'quv vazifasini bajarish bo'yicha ishni tashkil qiladi. Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi(17.4-ilova). O'quv faoliyati natijalarini eslatadi. Vazifani bajarishda o'quv materiallaridan foydalanish mumkinligini eslatadi. Berilgan topshiriqlarni har bir guruh lideri bittadan doskada izohlashga, ya'ni prezentatsiyaga tayyorlashni so'raydi. 2.2. Taqdimot boshlanishini e'lon qiladi. Taqdimot vaqtida javoblarga izoh beradi, to'g'ri e'chimga e'tibor beradi, xatolarni ko'rsatadi. Talabalar bilan birgalikda javoblar	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. t Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar.

	to'g'riligini baholaydi, savollarga javob beradi. 2.3. Guruhlar bajargan ishlari bo'yicha o'z-o'zini baholaydilar va tekshiradilar. 2.4. Javoblarni to'ldiradi va qisqacha xulosalar qiladi.	Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(17.5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(17.6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; Tinglaydilar; topshiriqlarni yozadilar.

17. 1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”;

71-85% / – “yaxshi”;

55-70% / – “qoniqarli”;

0-54%-- “qoniqarsiz”.

17. 2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo

№	Mavzu savollari	Bila man	Bilishni xoxlay man	Bilib oldim
1	Sonli ketma-ketlik deb nimaga aytiladi?			
2	Sonli ketma – ketlikning umumiy hadi nimadan iborat?			
3	Sonli ketma – ketlik qachon berilgan deyiladi?			
4	Sonli ketma – ketlikning geometrik tasviri nimadan iborat?			
5	Sonli ketma – ketliklar ustida qanday amallarni bajarish mumkin?			
6	Qanday sonlar ketma – ketligi yuqoridan (quyidan) chegaralangan deyiladi?			
7	Qanday sonlar ketma – ketligi chegaralangan deyiladi?			
8	Qanday sonlar ketma – ketligi chegaralanmagan deyiladi?			
9	Cheksiz katta sonli ketma-ketlik deb nimaga aytiladi?			
10	Nimaga cheksiz kichik sonli ketma-ketlik deyiladi?			
11	Cheksiz kichik ketma-ketliklar qanday xoossalarga ega?			
12	Cheksiz katta va cheksiz kichik ketma-ketliklar orasida qanday bog'lanish bor?			
13	Sonli ketma-ketlikning limiti deb nimaga aytiladi?			
14	Qanday sonli ketma-ketlikka,			

	yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi?			
15	Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar qanday xossalarga ega?			
16	$.1, 2, 3, \dots, n, \dots$ sonlar ketma-ketligi qanday chegaralangan?			
17	$.-1, -2, -3, \dots, -n, \dots$ sonlar ketma-ketligi qanday chegaralangan?			
18	$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ sonlar ketma-ketligi qanday chegaralangan?			
19	$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ sonlar ketma-ketligi chegaralanganmi?			
20	Natural sonlar ketma-ketligi qanday ketma-ketlik?			
21	$\left\{ \frac{1}{n} \right\}$ sonlar ketma-ketligi qanday ketma-ketlik?			

17. 3-ilova

Kichik guruhlarda ishlash qoidasi

1. Talabalar ishni bajarish uchun zarur bilim va malakalarga ega bo'lmog'i lozim.
2. Guruhlarga aniq topshiriqlar berilmog'i lozim.
3. Kichik guruh oldiga qo'yilgan topshiriqni bajarish uchun yetarli vaqt ajratiladi.
4. Guruhlardagi fikrlar chegaralanmaganligi va tazyiqqa uchramasligi haqida ogohlantirilishi zarur.
5. Guruh ish natijalarini qanday taqdim etishini aniq bilish-lari, o'qituvchi ularga yo'riqnoma berishi lozim.
6. Nima bo'lganda ham muloqotda bo'ling, o'z fikringizni erkin namoyon eting.

“Sonli ketma-ketliklar” mavzusi bo'yicha guruhlariga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. Ushbu

$$x_n = \frac{1}{3n}$$

sonli ketma-ketlikning $n=1,2,3,4,5$, bo'lgandagi qiymatlarini yozing?

2. 1, 2, 3, ..., n , ... sonlar ketma-ketligi qanday (quyidan, yuqoridan) chegaralangan?

3. $x_n = \frac{3}{n}$ sonlar ketma-ketligining geometrik tasvirini $n=1,2,3,4,5,6$ bo'lganda ko'rsating.

4. Bir necha cheksiz katta va cheksiz kichik sonlar ketma-ketliklarini yozing.

5. Ushbu tenglik

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+1}{n} = 5$$

ning to'g'riligini sonli ketma-ketlikning limiti, ta'rifidan foydalanib, isbotlang.

2-varaqa

1. Ushbu

$$x_n = \frac{n}{5n-1}$$

sonli ketma-ketlikning $n=1,2,3,4,5$, bo'lgandagi qiymatlarini yozing?

2. -1, -2, -3, ..., $-n$, ... sonlar ketma-ketligi qanday (quyidan, yuqoridan) chegaralangan?

3. $x_n = \frac{3(-1)^n}{2n}$ sonlar ketma-ketligining geometrik tasvirini $n=1,2,3,4,5,6$ bo'lganda ko'rsating.

4. Bir necha cheksiz katta va cheksiz kichik sonlar ketma-ketliklarini yozing.

5. Ushbu tenglik

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n} = 3$$

ning to'g'riligini sonli ketma-ketlikning limiti, ta'rifidan foydalanib, isbotlang.

3-varaqa

1. Ushbu

$$x_n = \frac{1}{4n-1}$$

sonli ketma-ketlikning $n=1,2,3,4,5$, bo'lgandagi qiymatlarini yozing?

2. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ sonlar ketma-ketligi qanday chegaralangan?

3. $x_n = 3 + (-1)^n$ sonlar ketma-ketligining geometrik tasvirini $n=1,2,3,4,5,6$ bo'lganda ko'rsating.

4. Bir necha cheksiz katta va cheksiz kichik sonlar ketma-ketliklarini yozing.

5. Ushbu tenglik

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n} = 0$$

ning to'g'riligini sonli ketma-ketlikning limiti, ta'rifidan foydalanib, isbotlang.

4-varaqa

1. Ushbu

$$x_n = \frac{3n}{5n+2}$$

sonli ketma-ketlikning $n=1,2,3,4,5$, bo'lgandagi qiymatlarini yozing?

2. Natural sonlar ketma-ketligi qanday (yaqilashuvchimi, uzoqlashuvchimi) ketma-ketlik?

3. $x_n = 5 + (-1)^n$ sonlar ketma-ketligining geometrik tasvirini $n=1,2,3,4,5,6$ bo'lganda ko'rsating.

4. Bir necha cheksiz katta va cheksiz kichik sonlar ketma-ketliklarini yozing.

5. Ushbu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n+1} = 2$ tenglikning to'g'riligini sonli ketma-ketlikning limiti,

ta'rifidan foydalanib, isbotlang.

17. 4-ilova

“Sonli ketma-ketliklar” mavzusi bo'yicha tarqatma material

1. Sonli ketma-ketlik ta'rifi va umumiy tushunchalar

1-ta'rif. Natural sonlar qatoridagi
 $1, 2, 3, \dots, n, \dots$
har bir n songa haqiqiy x_n son mos qo'yilgan bo'lsa,

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots \quad (1)$$

(1) haqiqiy sonlar to'plamiga sonli ketma-ketlik yoki qisqacha ketma-ketlik deyiladi.

$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ sonlarga sonli ketma-ketlikning hadlari deyilib, x_n ga ketma – ketlikning umumiy hadi yoki n – hadi deb ataladi, (1) sonli ketma-ketlikni qisqacha $\{x_n\}$ simvol bilan belgilanadi. Masalan, 1) $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ sonlar ketma-ketligi

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

bo'ladi;

$$2) \left\{\frac{n}{n+1}\right\} \text{ sonlar ketma-ketligi } \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots$$

bo'ladi.

Sonli ketma-ketlikning umumiy hadini olish usuli ko'rsatilgan bo'lsa, u berilgan deyiladi. Misol uchun, 1) $x_n = 2 + (-1)^n$ bo'lsa, u 1, 3, 1, 3, 1, 3, ..., 1, 3, ... ;

3) $\frac{2}{3}$ kasrni o'nli kasrga aylantirganda verguldan keyin bitta, ikkita, uchta va hokazo raqamlarni olib,

$$x_1 = 0,6, x_2 = 0,66, x_3 = 0,666, \dots$$

sonlar ketma-ketligini olish mumkin;

$$4) a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n-1)d, \dots$$

arifmetik progressiya ham sonli ketma-ketlikdir, bunda a_1 birinchi had, d arifmetik progressiya ayirmasi;

$$5) b_1, b_1 q, b_1 q^2, \dots, b_1 q^{n-1}, \dots$$

sonlar ketma-ketligi ham ketma-ketlikka misol bo'ladi, bu birinchi hadi b_1 maxraji q bo'lgan geometrik progressiyadir.

Sonli ketma-ketlikning ta'rifidan ma'lumki, u cheksiz sondagi elementlarga ega bo'lib, ular hych bo'lmaganda o'zlarining tartib raqami bilan farq qiladi.

Sonlar ketma-ketligining geometrik tasviri sonlar o'qidagi nuqtalar bilan ifodalanadi.

2. Sonli ketma-ketliklar ustida amallar.

Sonli ketma-ketliklar ustida ushbu arifmetik amallarini bajarish

mumkin:

1) $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligini songa ko'paytirish,

$$m x_1, m x_2, m x_3, \dots, m x_n, \dots$$

ko'rinishda bo'ladi;

2) ikkita $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ sonlar ketma-ketligining yig'indisi

$$x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n, \dots;$$

ko'rinishda aniqlanadi;

3) ikkita $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ sonlar ketma-ketligini ayirmasi

$$x_1 - y_1, x_2 - y_2, \dots, x_n - y_n, \dots$$

ko'rinishda bo'ladi;

4) ikkita $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ sonlar ketma-ketligi ko'paytmasi

$$x_1 \cdot y_1, x_2 \cdot y_2, \dots, x_n \cdot y_n, \dots;$$

kabi aniqlanadi;

5) ikkita $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ sonlar ketma-ketligining nisbati, maxraj 0 dan farqli bo'lganda,

$$\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}, \dots, \frac{x_n}{y_n}, \dots$$

ko'rinishda bo'ladi hamda mos ravishda $\{m x_n\}$, $\{x_n + y_n\}$, $\{x_n - y_n\}$,

$\{x_n \cdot y_n\}$, $\left\{ \frac{x_n}{y_n} \right\}$ simvollar bilan belgilanadi.

3. Chegaralangan va chegaralanmagan sonli ketma-ketliklar.

1-ta'rif. $\{x_n\}$ sonlar ketma – ketligi uchun shunday M (m son) son mavjud bo'lib, ketma-ketlikning istalgan elementi uchun $x_n \leq M$ ($x_n \geq m$) tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlik yuqoridan (quyidan) chegaralangan deyiladi.

2-ta'rif. $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi quyidan va yuqoridan chegaralangan bo'lsa, ya'ni shunday m va M sonlar mavjud bo'lib, $\{x_n\}$ ketma-ketlikning istalgan elementi uchun $m \leq x_n \leq M$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ ketma-ketlik chegaralangan deyiladi.

3-ta'rif. $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi uchun shunday A musbat son mavjud bo'lib, x_n element mavjud bo'lib, $|x_n| > A$ (ya'ni $x_n > A$ yoki $x_n < -A$) tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi chegaralanmagan deyiladi.

Yuqoridagi ta'riflardan kelib chiqadiki, $\{x_n\}$ ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan bo'lsa, uning hamma elementlari $(-\infty, M]$ oraliqqa tegishli, $\{x_n\}$ ketma-ketlik quyidan chegaralangan bo'lsa, uning hamma elementlari $[m, +\infty)$ oraliqqa tegishli, yuqoridan va quyidan chegaralangan bo'lsa,

$[m, M]$ oraliqqa tegishli bo'ladi.

Misollar:

- 1) $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ sonlar ketma-ketligi quyidan chegaralangan, lekin yuqoridan chegaralangan;
- 2) $-1, -2, -3, \dots, -n, \dots$ sonlar ketma-ketligi yuqoridan chegaralangan;
- 3) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$ sonlar ketma-ketligi chegaralangan, chunki uning hamma elementlari uchun $0 \leq x_n \leq 1$ tengsizlik bajariladi, bunda $m = 0$ $M = 1$ bo'ladi;
- 4) $-1, 2, -3, 4, -5, \dots, -(-1)^n n, \dots$ sonlar ketma-ketligi chegaralanmagan, chunki qanday A son olmaylikki, bu ketma-ketlik ichida $|x_n| > A$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi elementlari mavjud bo'ladi.

4. Cheksiz katta va cheksiz kichik ketma-ketliklar

1-ta'rif. $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi istalgan A son uchun, shunday N raqam mavjud bo'lib, hamma $n > N$ lar uchun $|x_n| > A$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi cheksiz katta ketma-ketlik deyiladi.

$\{x_n\}$ cheksiz katta ketma-ketlik chegaralanmagan bo'ladi.

2-ta'rif. Istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N raqam mavjud bo'lib, $n > N$ lar uchun $|x_n| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik sonlar ketma-ketligi deyiladi.

Misollar:

1) natural sonlar ketma-ketligi $\{n\}$ cheksiz katta ketma-ketlikdir;

2) $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ sonlar ketma-ketligi cheksiz kichikdir, haqiqatan ham, istalgan $\varepsilon > 0$

son olsak, $|x_n| = \left|\frac{1}{n}\right| < \varepsilon$ dan $n > \frac{1}{\varepsilon}$ bo'lib, N uchun $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$ ($\frac{1}{\varepsilon}$ butun

qismi) olib, hamma $n > N$ lar uchun $\frac{1}{n} = |x_n| < \varepsilon$ tengsizlik bajariladi. 2-

ta'rifga asosan $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik bo'ladi. Cheksiz kichik va

cheksiz katta ketma-ketliklar orasida ushbu bog'liqlik bor.

1-teorema. $\{x_n\}$ cheksiz katta ketma-ketlik va uning hamma elementlari 0 dan

farqli bo'lsa, $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik ketma-ketlik va aksincha

$\{\alpha_n\}$ cheksiz kichik ketma-ketlik va $\alpha_n \neq 0$ bo'lsa, $\left\{\frac{1}{\alpha_n}\right\}$ ketma-ketlik

cheksiz katta ketma-ketlik bo'ladi.

Isbot. $\{x_n\}$ cheksiz katta ketma-ketlik bo'lsin. Istalgan $\varepsilon > 0$ son olib, $A = \frac{1}{\varepsilon}$ deylik. 1-ta'rifdan shu A son uchun shunday N raqam mavjudki, $n > N$ lar uchun $|x_n| > A$ bo'ladi. Bundan hamma $n > N$ uchun $\left| \frac{1}{x_n} \right| < \frac{1}{A} = \varepsilon$ kelib chiqadi. Bu $\left\{ \frac{1}{x_n} \right\}$ ketma-ketlikning cheksiz kichikligini bildiradi. (Teoremaning ikkinchi qismini isbot qilishni o'quvchiga havola etamiz).

5. Cheksiz kichik ketma-ketliklarning xossalari

2-teorema. Ikki cheksiz kichik ketma-ketliklarning algebraik yig'indisi yana cheksiz kichik ketma-ketlik bo'ladi.

Isbot. $\{\alpha_n\}$ va $\{\beta_n\}$ cheksiz kichik ketma-ketliklar bo'lsin. Bu cheksiz kichik ketma-ketliklar uchun, istalgan ε son uchun N_1 raqam

topiladiki, $n > N_1$ lar uchun, $|\alpha_n| < \frac{\varepsilon}{2}$ tengsizlik, N_2 raqam topiladiki,

$n > N_2$ lar uchun $|\beta_n| < \frac{\varepsilon}{2}$ tengsizliklar bajariladi. $N = \max\{N_1, N_2\}$

desak, $n > N$ lar uchun birdaniga $|\alpha_n| < \frac{\varepsilon}{2}$, $|\beta_n| < \frac{\varepsilon}{2}$ tengsizliklar bajariladi. Shunday qilib,

$$|\alpha_n \pm \beta_n| \leq |\alpha_n| + |\beta_n| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$$

bo'ladi.

Bu $\{\alpha_n \pm \beta_n\}$ ketma-ketlikning cheksiz kichik ekanligini bildiradi.

Natija. Istalgan chekli sondagi cheksiz kichiklarning algebraik yig'indisi yana cheksiz kichik ketma-ketlikdir.

3-teorema. Ikki cheksiz kichik ketma-ketlikning ko'paytmasi, cheksiz kichik ketma-ketlik bo'ladi.

Isbot. $\{\alpha_n\}$ va $\{\beta_n\}$ lar cheksiz kichik ketma-ketliklar bo'lsin.

$\{\alpha_n \cdot \beta_n\}$ ketma-ketlikning cheksiz kichikligini isbotlash talab etiladi.

$\{\alpha_n\}$ cheksiz kichik bo'lganligi uchun, istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N_1 raqam topiladiki, $n > N_1$ lar uchun $|\alpha_n| < \varepsilon$, $\{\beta_n\}$ cheksiz

kichik ketma-ketlik bo'lganligi uchun $\varepsilon = 1$ uchun shunday N_2 topiladiki $n > N_2$ lar uchun $|\beta_n| < 1$, bajariladi. $N = \max\{N_1, N_2\}$

deb olsak, $n > N$ lar uchun ikkala tengsizlik ham bajarilib,

$$|\alpha_n \cdot \beta_n| \leq |\alpha_n| \cdot |\beta_n| < \varepsilon \cdot 1 = \varepsilon$$

bo'ladi. Bu $\{\alpha_n \cdot \beta_n\}$ ketma-ketlikning cheksiz kichikligini bildiradi.

Natija. Istalgan sondagi cheksiz kichiklarning ko'paytmasi yana cheksiz kichik bo'ladi.

Eslatma. Ikkita cheksiz kichiklarning nisbati cheksiz kichik bo'lmasligi

mumkin, masalan, $\alpha_n = \frac{1}{n}$, $\beta_n = \frac{1}{n}$ cheksiz kichiklarning nisbati

hamma elementlari 1 lardan iborat chegaralanlan ketma-ketlikdir.

$\alpha_n = \frac{1}{n}$, $\beta_n = \frac{1}{n^2}$ cheksiz kichik ketma-ketliklarning nisbati $\left\{\frac{\alpha_n}{\beta_n}\right\} = \{n\}$

bo'lib, cheksiz katta ketma-ketlik hosil bo'ladi. $\alpha_n = \frac{1}{n^2}$, $\beta_n = \frac{1}{n}$

bo'lsa, ularning nisbati $\left\{\frac{\alpha_n}{\beta_n}\right\} = \left\{\frac{1}{n}\right\}$ cheksiz kichik bo'ladi.

4-teorema. Chegaralangan ketma-ketlikning cheksiz kichik ketma-ketlikka ko'paytmasi cheksiz kichik ketma-ketlik bo'ladi. (Bu teoremaning isbotini o'quvchiga havola qilamiz).

6. Sonli ketma-ketlikning limiti.

1-ta'rif. Istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun unga bog'liq bo'lgan N son topilsaki, barcha $n > N$ lar uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a songa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning $n \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \quad \text{ëku} \quad n \rightarrow \infty \quad \partial a \quad x_n \rightarrow a$$

simvollar bilan belgilanadi. Chekli limitga ega sonli sonli ketma-ketlikka, yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.

Limitning ta'rifiga misol qaraymiz.

Limitning ta'rifidan foydalanib,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$ ekanligini ko'rsatamiz. Istalgan $\varepsilon > 0$ son olamiz.

$$|x_n - 1| = \left| \frac{n}{n+1} - 1 \right| = \left| \frac{n - n - 1}{n+1} \right| = \frac{1}{n+1}$$

bo'lganligi uchun, $|x_n - 1| < \varepsilon$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi n larning

qiymatini topish, $\frac{1}{n+1} < \varepsilon$ tengsizlik bilan bog'liq va

$1 < \varepsilon(n+1)$ ëku $n > \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}$ bo'ladi. Shuning uchun N sifatida $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}$

sonning butun qismini olish mumkin, ya'ni $N = \left\lceil \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right\rceil$ bo'ladi. Bu holda

$|x_n - 1| < \varepsilon$ tengsizlik hamma $n > N$ lar uchun bajariladi. Masalan, $\varepsilon = 0,1$ bo'lsin, bu holda

$$N = \left\lceil \frac{1-0,1}{0,1} \right\rceil = \left\lceil \frac{0,9}{0,1} \right\rceil = 9. \quad n = 10 > N = 9$$

bo'lsin. Bunda

$$x_{10} = \frac{10}{10+1} = \frac{10}{11}$$

bo'lib,

$$|x_{10} - 1| = \left| \frac{10}{11} - 1 \right| = \frac{1}{11} < \varepsilon = 0,1.$$

Shunday qilib $n=10$ dan boshlab, hamma n lar uchun $|x_{10} - 1| < 0,1$ tengsizlik bajariladi.

Demak, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Boshqa bir necha $\varepsilon > 0$ lar olib, qaysi raqamlardan boshlab, tengsizlikning bajarilishini ko'rsatishni o'quvchiga havola etamiz.

Eslatma 1. $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi biror a limitga ega bo'lsa, uni $\alpha_n = x_n - a$ cheksiz kichik miqdor ko'rinishida ifodalash mumkin, chunki $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N topiladiki, $n > N$ lar uchun

$$|\alpha_n| = |x_n - a| < \varepsilon$$

tengsizlik bajariladi. Shuning uchun a limitga ega bo'lgan $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligini

$$x_n - a = \alpha_n$$

ko'rinishda ifodalash mumkin, bunda α_n cheksiz kichik ketma-ketlik.

2-ta'rif. $\varepsilon > 0$ biror musbat son bo'lsin. $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik hamma n lar uchun bajarilsa, $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi a nuqtaning ε atrofida deyiladi.

2-eslatma. Ma'lumki $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizligi

$$-\varepsilon < x_n - a < \varepsilon \text{ yoki } a - \varepsilon < x_n < a + \varepsilon$$

tengsizlik bilan teng kuchli bo'lib, x_n element a nuqtaning ε atrofida bo'ladi. Shuning uchun, $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limitini quyidagicha ham ta'riflash mumkin:- a nuqtaning ε atrofi uchun shunday N raqamni ko'rsatish mumkin bo'lsaki, hamma $n > N$ lardan boshlab, hamma x_n elementlar a nuqtaning ε atrofida bo'lsa, a songa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

3-eslatma. Ma'lumki cheksiz katta ketma-ketlik limitga ega emas yoki uni cheksiz limitga ega deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$$

bilan belgilanadi. Ketma-ketlikning limitini cheksiz limitdan farq qilishi uchun chekli limit ham deb yuritiladi.

Eslatma. Tushunarliki, har bir cheksiz kichik ketma-ketlik yaqinlashuvchi va uning limiti $a = 0$ ga teng.

7. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar quyidagi xossalarga ega

1. Yaqinlashuvchi ketma-ketlikning limiti yagonadir.

2. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik chegaralangan.

Eslatma. Chegaralangan ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lmazligi mumkin. Masalan,

$$-1, 1, -1, \dots, (-1)^n, \dots$$

ketma-ketlik, chegaralangan, lekin limitga ega emas.

3. $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo'lsa, ularning algebraik yig'indisi ham yaqinlashuvchi bo'lib, $a \pm b$ limitga ega bo'ladi.

4. $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo'lsa, ularning ko'paytmasi ham yaqinlashuvchi bo'lib, limiti $a \cdot b$ ga teng bo'ladi.

5. $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo'lsa, ularning nisbati ham maxrajning limiti noldan farqli bo'lganda, yaqinlashuvchi bo'lib, uning limiti $\frac{a}{b}$ ga teng bo'ladi.

Bu xossalarni, ketma-ketlikning limiti va cheksiz kichik ketma-ketliklarning xossalaridan foydalanib isbotlash mumkin. Masalan, 4-xossani isbotlaylik. Ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lganligi uchun

$$x_n = a + \alpha_n, \quad y_n = b + \beta_n$$

ko'rinishda ifodalanadi, bunda α_n, β_n lar cheksiz kichik ketma-ketliklar. Bu holda

$$x_n \cdot y_n - ab = a\beta_n + b\alpha_n + \alpha_n \cdot \beta_n$$

bo'ladi. $(a\beta_n + b\alpha_n + \alpha_n \cdot \beta_n)$ ifoda cheksiz kichik ketma-ketlikning xossalariga asosan cheksiz kichik ketma-ketlikdir. Demak $x_n y_n - ab$ ham cheksiz kichikdir, ya'ni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n - ab) = 0 \quad \text{ëku} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = ab$$

bo'ladi.

1-misol. Ushbu limitni hisoblang.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{4n^2 - 5}$$

Yechish. $n \rightarrow \infty$ surat ham maxraj ham cheksiz katta bo'lib, nisbatning limiti haqidagi xossani qullash mumkin emas, chunki bu xossada surat va maxrajning limiti mavjud bo'lishi kerak edi. Shuning uchun, bu ketma-ketliklarni n^2 ga bo'lib, shaklini o'zgartiramiz hamda limitlarning xossalarini qo'llab, ushbuni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{4n^2 - 5} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{4 - \frac{5}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} (3 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2})}{\lim_{n \rightarrow \infty} (4 - \frac{5}{n^2})} = \\ &= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 3 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 4 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{n^2}} = \frac{3 + 0 - 0}{4 - 0} = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

17. 5-ilova

“Sonli ketma-ketliklar” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Sonlar ketma-ketligi deb nimaga aytiladi?

A) natural sonlar to'plamidagi

$$1, 2, 3, \dots, n, \dots$$

har bir n songa haqiqiy x_n son mos qo'yilgan bo'lsa,

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$$

haqiqiy sonlar to'plamiga sonli ketma-ketlik deyiladi va $\{x_n\}$ kabi belgilanadi

B) natural sonlar to'plamidagi

$$1, 2, 3, \dots, n, \dots$$

ketma-ketlikka aytiladi va $\{x_n\}$ kabi belgilanadi

D) ixtiyoriy haqiqiy sonlar to'plamiga sonli ketma-ketlik deyiladi va $\{x_n\}$ kabi belgilanadi

E) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}$ sonlar ketma-ketligiga aytiladi va $\{x_n\}$ kabi belgilanadi

2. Cheksiz katta ketma-ketlik deb nimaga aytiladi?

- A) $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi istalgan A son uchun, shunday N raqam mavjud bo'lib, hamma $n > N$ lar uchun $|x_n| > A$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi cheksiz katta ketma-ketlik deyiladi
- B) $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi istalgan A son uchun, shunday N raqam mavjud bo'lib, hamma $n > N$ lar uchun $|x_n| < A$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi cheksiz katta ketma-ketlik deyiladi
- D) $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi istalgan A son uchun, shunday N raqam mavjud bo'lib, hamma $n < N$ lar uchun $|x_n| > A$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi cheksiz katta ketma-ketlik deyiladi
- E) Istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N raqam mavjud bo'lib, $n > N$ lar uchun $|x_n| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlik cheksiz katta sonlar ketma-ketligi deyiladi

3. Cheksiz kichik sonlar ketma-ketligi deb nimaga aytiladi?

- A) istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N raqam mavjud bo'lib, $n > N$ lar uchun $|x_n| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik sonlar ketma-ketligi deyiladi
- B) istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N raqam mavjud bo'lib, $n < N$ lar uchun $|x_n| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik sonlar ketma-ketligi deyiladi
- D) istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N raqam mavjud bo'lib, $n > N$ lar uchun $|x_n| > \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa $\{x_n\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik sonlar ketma-ketligi deyiladi
- E) $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi istalgan A son uchun, shunday N raqam mavjud bo'lib, hamma $n > N$ lar uchun $|x_n| > A$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligi cheksiz kichik ketma-ketlik deyiladi

4. $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ cheksiz sonlar ketma-ketligi qanday ketma-ketlik ?

- A) cheksiz kichik
 B) cheksiz katta
 D) chegaralanmagan
 E) quyidan chegaralanmagan

5. Cheksiz kichik sonlar ketma-ketliklari uchun ushbu xossalardan qaysilari to'g'ri:

1) ikkita cheksiz kichik ketma-ketliklarning algebraik yig'indisi yana cheksiz kichik ketma-ketlik bo'ladi; 2) istalgan chekli sondagi cheksiz kichiklarning algebraik yig'indisi yana cheksiz kichik ketma-ketlikdir; 3) ikkita cheksiz kichik ketma-ketlikning ko'paytmasi, cheksiz katta sonlar ketma-ketligi bo'ladi

- A) 1),2)
- B) 1),3)
- D) 2),3)
- E) hammasi

6. Cheksiz kichik sonlar ketma-ketliklari uchun ushbu xossalardan qaysilari to'g'ri:
 1) ikkita cheksiz kichik ketma-ketliklarning algebraik yig'indisi yana cheksiz kichik ketma-ketlik bo'ladi; 2) istalgan chekli sondagi cheksiz kichiklarning algebraik yig'indisi yana cheksiz kichik ketma-ketlikdir; 3) ikkita cheksiz kichik ketma-ketlikning ko'paytmasi, cheksiz katta sonlar ketma-ketligi bo'ladi; 4) chegaralangan ketma-ketlikning cheksiz kichik ketma-ketlikka ko'paytmasi cheksiz kichik ketma-ketlik bo'ladi

- A) 1),2),4) B) 1),2),3) D) hammasi E) 2),3),4)

7. $\{x_n\}$ sonlar ketma-ketligining limiti deb nimaga aytiladi?

A) istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun unga bog'liq bo'lgan N son topilsaki, barcha $n > N$ lar uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a songa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning $n \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ yoki } n \rightarrow \infty \text{ da } x_n \rightarrow a$$

simvollarning biri bilan belgilanadi

B) istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun unga bog'liq bo'lgan N son topilsaki, barcha $n < N$ lar uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a songa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning $n \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ yoki } n \rightarrow \infty \text{ da } x_n \rightarrow a$$

simvollarning biri bilan belgilanadi

D) istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun unga bog'liq bo'lgan N son topilsaki, barcha $n > N$ lar uchun $|x_n - a| > \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a songa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning $n \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ yoki } n \rightarrow \infty \text{ da } x_n \rightarrow a$$

simvollarning biri bilan belgilanadi

E) Istalgan $\varepsilon < 0$ son uchun unga bog'liq bo'lgan N son topilsaki, barcha $n > N$ lar uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a songa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning $n \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \text{ yoki } n \rightarrow \infty \text{ da } x_n \rightarrow a$$

simvollarning biri bilan belgilanadi

8. Qanday sonlar ketma-ketligiga yaqinlashuvchi deyiladi?

- A) chekli limitga ega sonli ketma-ketlikka, yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi
- B) 0 limitga ega sonli ketma-ketlikka, yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi

- D) 1limitga ega sonli ketma-ketlikka, yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi
 E) cheksiz limitga ega sonli ketma-ketlikka, yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1}$ limitni toping.

- A) 1 B) 2 D) 0 E) -1

10. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar uchun quyidagi xossalarning qaysilari to'g'ri: 1) yaqinlashuvchi ketma-ketlikning limiti yagonadir; 2) yaqinlashuvchi ketma-ketlik chegaralanmagan; 3) $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo'lsa, ularning algebraik yig'indisi ham yaqinlashuvchi bo'lib, $a \pm b$ limitga ega bo'ladi.

- A) 1),3) B) 1),2) D) 2),3) E) hammasi

11. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar uchun quyidagi xossalarning qaysilari to'g'ri: 1) yaqinlashuvchi ketma-ketlikning limiti birnecha bo'ladi; 2) yaqinlashuvchi ketma-ketlik chegaralangan; 3) $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo'lsa, ularning algebraik yig'indisi ham yaqinlashuvchi bo'lib, $a \pm b$ limitga ega bo'ladi; 4) $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo'lsa, ularning ko'paytmasi ham yaqinlashuvchi bo'lib, limiti $a \cdot b$ ga teng bo'ladi; 5) $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo'lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo'lsa, ularning nisbati ham, maxrajning limiti noldan farqli

bo'lganda, yaqinlashuvchi bo'lib, uning limiti $\frac{a}{b}$ ga teng bo'ladi.

A) 2),3),4),5)

B) hammasi

D) 1),3),4),5)

E) 1),4),5)

II darajali testlar

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{4n^2 - 5}$ limitni toping.

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ D) 0 E) $\frac{1}{5}$

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n+1}$ limitni toping.

- A) 2 B) 1 D) 0 E) $\frac{1}{2}$

III darajali testlar

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n}$ limitni toping.

- A) 0 B) 3 D) $\frac{1}{3}$ E) ∞

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n}$ limitni toping.

- A) 3 B) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) ∞

17. 6-ilova

“Sonli ketma-ketliklar ” mavzusi bo‘yicha mustaqil ish uchun savollar

Mustaqil ish uchun savollar	O‘rganish uchun tavsiya etilgan adabiyotlar
1. Sonlar ketma-ketliklarga birnecha misollar keltiring. 2. Ikkita cheksiz kichik ketma-ketliklarning algebraik yig‘indisi yana cheksiz kichik ketma-ketlik bo‘lishini isbotlang. 3. Ikkita cheksiz kichik ketma-ketlikning ko‘paytmasi, yana cheksiz kichik ketma-ketlik bo‘lishini ko‘rsating. 4. $\{x_n\}$ cheksiz katta ketma-ketlik va uning hamma elementlari 0 dan farqli bo‘lsa, $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik ketma-ketlik va aksincha $\{\alpha_n\}$ cheksiz kichik ketma-ketlik va $\alpha_n \neq 0$ bo‘lsa, $\left\{\frac{1}{\alpha_n}\right\}$ ketma-ketlik cheksiz katta ketma-ketlik bo‘lishini isbotlang. 5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$ ekanligini limitning ta‘rifiga asosan korsating. 6. $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ soli ketma-ketliklar yaqinlashuvchi bo‘lib, mos ravishda a va b limitlarga ega bo‘lsa, ularning ko‘paytmasi ham yaqinlashuvchi bo‘lib, limiti $a \cdot b$ ga teng bo‘lishini isbotlang. 7. Ushbu limitni hisoblang.	1. T.J Jo‘rayev, L.Sadullayev, G. Xudoyberganov, X. Mansurov, A. Vorisov. «Oliy matematika asoslari.» I.T. «O‘zbekiston. 1985. 2 Yo.U. Soatov. «Oliy matematika». I.T.: O‘zbekiston. 1983. 3. Begmatov A.B. Oliy matematika. O‘quv qo‘llanma. Sam.KI. 2003. -250b. 4. Begmatov A.B., Yakubov M.Ya. Iqtisodchilar uchun matematika. Ma‘ruzalar matni. Samarqand, SamQHI, 2003 y. - 300 b. 5. Begmatov A.B., Umarov T.I., Qo‘ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Ma‘ruzalar matni. SamISI. 2009. -347b. 6. Begmatov A.B., Qo‘ldoshev A.Ch., Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Amaliy mashg‘ulotlar uchun uslubiy qo‘llanma. Samarqand. SamISI. 2009.-297b. 7. Begmatov A.B. Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Izohli lug‘at. SamISI. 2009. -100b. 8. Begmatov A. B. Oliy matematika. Testlar. Uslubiy

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - 1}{4n^2 - 5}$ 8. Ushbu $x_n = \frac{1}{3n}, x_n = \frac{n}{5n-1}, x_n = \frac{1}{4n-1}, x_n = 3n$ sonli ketma-ketliklarning $n=1,2,3,4,5$, bo'lgandagi qiymatlarini yozing? 9. Ushbu $x_n = 3n, x_n = -5n + 1,$ $x_n = \frac{1}{y_n + 1}, x_n = (-1)^n 3n$ sonlar ketma-ketliklari chegaralanganmi va qanday? 10. Bir necha cheksiz katta va cheksiz kichik sonlar ketma-ketliklarini yozing. 11. Ushbu sonlar ketma-ketliklarining limitlarga ega ekanligi yoki ega emasligi va u nimaga tengligini ko'rsating: $1) x_n = \frac{n}{3n+1}, 2) x_n = \frac{5n-1}{2n}, 3) x_n = \frac{(-1)^n n}{4n+1}.$	qo'llanma. Samarqand. SamISI. 2009. -140b. 9. Begmatav A.B., Umarov T.I., Qo'ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Mustaqil ta'lim uchun uslubiy ko'rsatma. Samarqand. SamISI. 2009. -16b. 10. Begmatav A.B. Oliy matematika. Laboratoriya ishlari. Samarqand. SamISI. 2009. -180b.
---	---