

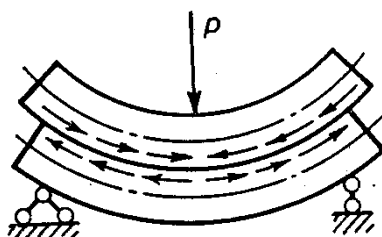
Ўзбекистон республикаси олий ва ўрта
махсус таълим вазирлиги

Фарғона политехника институти

«Амалий механика ва материаллар қаршилиги»
кафедраси

«МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ» ФАНИДАН

Маърузалар матни



**Ўзбекистон республикаси олий ва ўрта
махсус таълим вазирлиги**

Фарғона политехника институти

**«Амалий механика ва материаллар қаршилиги»
кафедраси**

«МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ» ФАНИДАН

Маърузалар

МАТНИ

БИҚ., йўналиши

ТАЛАБАЛАРИ УЧУН

**ФарПИ услубий
кенгашида тасдиқланган
(баён №1. 29.08.2009 йил)**

ФАРҒОНА-2009

Материаллар қаршилиги курси иншоот элементларида, конструкцияларда ҳосил бўладиган зўриқишлар, деформацияларни аниқлаш усуллари, ҳамда мазкур конструкцияларни мустаҳкамликка, бикирликка ва устиворликка ҳисоблаш усуллари ўргатади.

Курснинг ўқитилишидан мақсад талабаларда иншоотларни лойиҳалаш жараёнида асосий масалалардан бири ҳисобланган лойиҳа-конструкторлик ҳисоблари бўйича бошланғич кўникмалар ҳосил қилишдан иборатдир.

Талабалар иншоот конструкцияларининг ҳисобий моделлари тўғри танлаш, амалий масалаларни ечишда курснинг ҳисоб формулаларидан, замонавий ҳисоблаш услубларидан яхши фойдаланиши учун асосий формулаларни пухта эгаллаши лозим.

«Материаллар қаршилиги» фанидан мазкур маъруза матнлари 5580200 - «Бино ва иншоотлар қурилиши» (БИҚ) ва 5580400- (Муҳандислик коммуникациялари қурилиши) «МКҚ» йўналишлари талабалари учун тайёрланган. Қайта кўриб чиқилган ушбу қисмда 27 та маъруза назарда тутилган бўлиб, тегишли бобларнинг асосий мазмунини қамраб олган.

Маъруза матнлари «Амалий механика ва материаллар қаршилиги» кафедрасининг йиғилишида кўриб чиқилган ва маъқулланган (баён №1 29 август 2009 й).

Тузувчи:

т.ф.н.,доц Хамзаев И.Х.

Такризчилар:

т.ф.н.,доц Абдурахмонов Ш.Т.

т.ф.н.,доц Дустматов А.Д.

1 - МАЪРУЗА

Мавзу: Кириш

Режа:

- 1.1. «Материаллар қаршилиги» фани, ҳақида асосий тушунчалар.
- 1.2. Муҳандислик тузилмалари қисмларининг ҳисоб шакллари.
- 1.3. Фанда қабул қилинган асосий фараз ва чекланишлар.

1.1. «Материаллар қаршилиги» фани ҳақида асосий тушунчалар

«Материаллар қаршилиги» фани умуммуҳандислик фани ҳисобланиб, конструкциялар (тузилмалар), иншоотлар, машина ва механизмлар қисмларини мустаҳкамликка, бикрликка ва устворликка ҳисоблаш усулларини ўргатади.

Мустаҳкамлик - юқоридагиларнинг ташқи кучлар таъсирида емирилишига қаршилиқ кўрсатиш қобилиятидир.

Маълумки, табиатда абсолют қаттиқ, яъни деформацияланмайдиган ва емирилмайдиган жисмлар мавжуд эмас. Масалан, оғирлиги 75 кг бўлган киши оддий қурилиш ғиштини босса, унинг баландлиги 1/20.000 см га камаяди. Бунда ғиштининг икки қўшни атоми бир - бирига тахминан 1/500000 Å (ангстрем) га яқинлашади ($2 \cdot 10^{-14}$ см). Маълумки, 1 Å = 1/10000 микрон = $1 \cdot 10^{-8}$ см.

Шотландиядаги Форт кўрфазидаги узунлиги 3 км бўлган осма кўприкни тутиб турувчи пўлат арқонларнинг доимий деформацияси тахминан 0,1 процентни, яъни 3 м ни ташкил қилади. Юкланмаган ҳолда пўлат атомлари орасидаги масофа деярли 2 Å ни ташкил қилса, бунда улар тахминан 2/1000 Å га узоқлашадилар.

Муҳандислик тузилмаларининг меъёрий ишлашларини таъминлаш учун уларнинг қисмларининг деформациясини, яъни ташқи кучлар таъсирида шакл ва ўлчамларининг ўзгаришини, чегаралаш зарур бўлади.

Бикрлик - муҳандислик тузилмалари қисмларининг ташқи кучлар таъсирида деформацияланишга қаршилиқ кўрсатиш қобилиятидир.

Муҳандислик тузилмалари қисмларининг ташқи кучлар таъсирида ўзларининг дастлабки мувозанат ҳолатларини сақлаш қобилиятлари **устворлик** дейилади. Тузилма қисмининг ташқи кучлар таъсирида ўзининг дастлабки мувозанат шаклини ва деформацияланиш тарзини сифатан ўзгартирмаслиги унинг меъёрий ишлашида ниҳоятда муҳимдир.

Муҳандислик тузилмаларига қўйиладиган мустаҳкамлик, бикрлик ва устворлик талаблари иқтисодий талаблар билан зиддиятли ечимларга эга. Чунки, биринчи учта талабларни қондириш учун материални кўпроқ сарфлаш талаб қилинса, иқтисодий талаблар харажатларни камайтириш учун материал сарфини камайтиришни назарда тутаяди. «Материаллар қаршилиги» ҳисоб усуллари ёрдамида бу зиддиятли талаблар кесишувли ечимларга келтирилади.

«Материаллар қаршилиги» фанига оид дастлабки ишларни тарихда 1638 йилдаги Г. Галилей (Италиянинг Падуе шаҳридаги ўқув юртининг

математика профессори) ишлари билан боғлашади. Баъзи манбаларда италян олими Леонардо Да Винчи (1452-1519) ҳам баъзи ҳисобларни бажарганлиги кўрсатилади. Фаннинг вужудга келиши ва ривожланишига Р. Гук, Э. Мариотт, Дюгамелр, Ш. Кулон, Я. Бернулли, Т. Юнг, О. Коши, А. Сен-Венан, О. Мор, Л. Эйлер, Д. Журавский, Ф. Ясинский, С. Тимошенко, А. Беляев, С. Пономарев, В. Феодосрев, ўзбек олимларидан М. Ўразбоев, Х. Рахматуллин, К. Мансуров, Т. Рашидов, Қ. Абдурашидов ва бошқаларнинг тадқиқотлари ва яратган адабиётлари катта аҳамиятли бўлди.

Материаллар қаршилигидан дастлабки китоб Францияда 1826 йилда нашр қилинди.

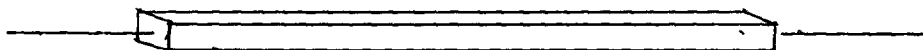
Айни пайтда ҳам ушбу фаннинг ҳал қилиши зарур бўлган масалаларининг етарлилигини таъкидлаш лозим.

Бу фан ўз масалаларини бошқа фанларга асосланиб, улар билан узвий алоқада ҳал қилади. Материаллар қаршилиги фани, айниқса, назарий механика фани билан боғлиқ. Шу билан бирга улар орасида баъзи масалаларга турлича ёндошиш ҳам мавжуд. Масалан, назарий механика жисмларни абсолют қаттиқ деб ҳисобласа, материаллар қаршилиги фанида уларнинг деформацияланишлари ҳам назарда тутилади. Ушбу асосий зиддият оқибатида назарий механиканинг тўпланган кучни таъсир чизиги бўйича, жуфт кучни ўз таъсир текислигида кўчириш қоидаларини деформацияланувчи жисмлар механикасида қўллаб бўлмайди.

1.2. Мухандислик тузилмалари қисмларининг ҳисоб схемалари

Мураккаб шаклли мухандислик тузилмаларининг элементларини схемалаштириб, оддий шаклли жисмлар кўринишига келтирилади. Улар каторига қуйидагилар киради:

1. **Брус** - кўндаланг кесимининг икки ўлчамлари учинчи ўлчами (узунлиги) га нисбатан анча юқори тартибда катта жисм. Бруслар тўғри ва эгри ўқли бўладилар. Кўндаланг кесимлар оғирлик марказларининг брус узунлиги бўйлаб геометрик ўрни брус ўқини ташкил қилади. (1.1-шакл)



1.1 - шакл

Агар брус чўзилиш ёки сиқилишга ишласа - стержен, буралишга ишласа - вал, эгилишга ишласа – балка тўсин деб юритилади.

2. **Пластика** - иккита текис сирт билан чегараланган жисм бўлиб, текис сиртлар орасидаги масофа, яъни жисм қалинлиги, бошқа икки ўлчамларига нисбатан кўп марта кичикдир. (1.2-шакл)



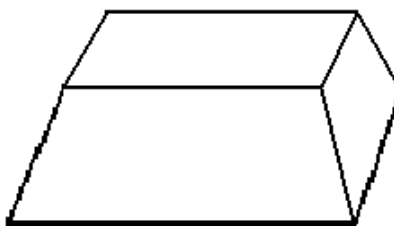
1.2 - шакл

3. **Қобик** - иккита эгри сирт билан чегараланган жисм бўлиб, унинг қалинлиги, яъни сиртлар орасидаги масофа қолган икки ўлчамига нисбатан кўп марта кичикдир. (1.3-шакл)



1.3 - шакл

4. **Массив (вазмин жисм)** - учала ўлчами бир хил тартибда бўлган жисм. (1.4-шакл)



1.4 - шакл

5. Стерженларни шарнирлар ёрдамида туташтириб тузилган шакли геометрик ўзгармас система **ферма** деб юритилади. Фермани ташкил қилувчи стерженлар фақат чўзилиш - сиқилишга ишлайди.

6. Брусларни бикр қилиб туташтириб тузилган шакли геометрик ўзгармас система **рама** дейилади.

1.3. Фанда қабул қилинган асосий фараз ва чекланишлар

«Материаллар қаршилиги» усулларида бажарилаётган ҳисобларда кўрилаётган жисмларнинг барча хусусиятларини назарда тутиб бўлмайди. Ҳисоб усуллари содда ва ҳисобларда қўлланилиши қулай бўлишлари лозим. Улар етарли аниқликда ва тузилмага қўйиладиган асосий талабларни қаноатлантиридиган бўлишлари зарур.

Шу мақсадларда қуйидаги асосий умумий фаразлар назарда тутилади.

1 - фараз. Жисм материалининг тузилиши узлуксиз. Бунда жисмнинг атом тузилиши ҳисобга олинмайди, материал жисм ҳажмини бўшлиқларсиз тўлдиради деб қаралади.

2 - фараз. Жисм материали бир жинсли ва изотроп, яъни жисмнинг хусусиятлари унинг барча нуқталарида ва йўналишларида бир хил.

3 - фараз. Жисмга ташқи куч қўйилгунга қадар унинг ташкил қилувчилари орасида ўзаро таъсир кучлари бўлмайди (зўрикмаганлик).

4 - фараз. Кучлар таъсирининг мустақиллик қондаси (принципи). Бу фаразга кўра кучлар тизимининг жисмга таъсирларининг умумий натижаси ҳар қайси кучнинг алоҳида - алоҳида таъсирлари натижаларининг йиғиндисига тенг.

5-фараз. Сен-Венан қондаси (принципи). Бу фаразга кўра ташқи кучларнинг қўйилиш нуқталаридан етарлича узоқликда жойлашган нуқталардаги ички кучларнинг характери бу кучларнинг таъсир усулига боғлиқ эмас. Бу фаразга асосланиб, кичик юзалардаги тақсимланган кучларни, ҳисобларни соддалаштириш мақсадларида, тўпланган куч билан алмаштириш мумкин.

Ушбу асосий умумий фаразлардан бошқа чекланишлар фаннинг тегишли бўлимларида кўрсатилади.

Назорат саволлари

1. «Материаллар қаршилиги» фани нималарни ўрганади? Мустаҳкамлик, бикрлик ва устворлик тушунчалари ҳақида сўзланг.
2. Фаннинг қисқача тарихини гапириб беринг.
3. «Материаллар қаршилиги» ҳисобларида назарий механиканинг қандай қондаларини қўллаб бўлмайди? Нима учун?
4. Муҳандислик тузилмалари элементларининг асосий турларини тушунтиринг.
5. Брус, пластинка ва массивларнинг характерли геометрик белгиларини кўрсатинг.
6. «Материаллар қаршилиги» ҳисобларида қабул қилинган асосий фаразлар ва чекланишлар нималардан иборат?
7. Жисмнинг деформацияси нима?
8. Лойиҳаланаётган муҳандислик тузилмаларига қандай асосий талаблар қўйилади?
9. Қандай кесим кўндаланг кесим деб айтилади?
10. Сен-Венан қондасининг моҳиятини қандай тушунасиш?
11. Кучлар таъсирларининг мустақиллик принципи нимани билдиради?

2 - МАЪРУЗА

Мавзу: Кириш (давоми)

РЕЖА:

- 2.1. Ташқи кучлар ва уларнинг классификацияси.
- 2.2. Деформациялар ва кўчишлар.
- 2.3. Ички кучлар. Кесиш усули. Кучланишлар.
- 2.4. Ички куч факторлари (ИКФ) билан кучланишлар орасидаги боғланишлар.

2.1. Ташқи кучлар ва уларнинг классификацияси

Муҳандислик тузилмаларининг қисмлари иш жараёнида ташқи таъсирни куч кўринишида қабул қиладилар ва уларни бир - бирларига узатадилар. Ташқи кучлар энг аввало қўйилиш шартига кўра **ҳажмий** ва **сиртқи** турларга бўлинади. Ҳажмий кучлар жисмнинг барча ташкил қилувчи зарраларига таъсир қилади (жисмнинг оғирлик кучи, инерция кучлари, магнит таъсири).

Сиртқи кучлар жисмларга қўшни жисмнинг тегиб турган сирти орқали узатилади. Сиртқи кучлар тўпланган ва тақсимланган бўлишлари мумкин. Тўпланган куч жисмнинг жуда кичик юзасига қўйилиб, ҳисобларни енгиллаштириш мақсадида нуқта орқали таъсир қилади деб ҳисобланади.

Узунлик ёки юзага узлуксиз қўйилган куч тақсимланган кучдир. Уларнинг асосий таърифи унинг жадаллиги (интенсивлиги) ҳисобланади $(\frac{H}{m}, \frac{H}{m^2})$.

Тақсимланган кучлар **текис тақсимланган** ёки **текис тақсимланмаган** бўлиши мумкин.

Ташқи кучлар вақт бўйича ўзгариш тарзига кўра **статик** ва **динамик** кучларга бўлинади.

Жисмга аста - секин қўйиладиган, жисмни тебратмаган ҳолда нолдан энг юқори қийматигача ўсиб бориб, кейин ўзгармай қоладиган ёки сезиларсиз ўзгарадиган куч статик кучдир. Унинг ёрқин мисоли сифатида томга ёққан қор оғирлигини келтириш мумкин.

Вақт ўтиши билан ўзгарадиган, жисмнинг тезланишлари ва тебранишларига сабаб бўладиган кучлар динамик кучлардир. Бунга зарб таъсирни, беҳосдан қўйилган кучни мисол қилиб кўрсатиш мумкин. Умуман динамик куч статик кучдан маълум тезланишда қўйилиши билан фарқланади. Бу эса ўз навбатида анча катта қийматларда инерция кучларининг ҳосил бўлишига сабаб бўлади.

Ташқи кучлар, булардан ташқари **доимий** (кўприкнинг хусусий оғирлиги) ва **вақтинчалик** (кўприкдан ўтаётган поезд оғирлиги), шунингдек, **циклик** (даврий ўзгарувчи ёки такрорланувчи ўзгарувчи) бўлиши мумкин.

2.2. Деформациялар ва кўчишлар

Юқорида белгиланганидек, жисмлар ташқи кучлар таъсирида ўзларининг шакл ва ўлчамларини ўзгартиради, яъни деформацияланади.

Жисмнинг ёки унинг бирор қисмининг чизиқли ўлчамининг ўзгариши - **чизиқли**, бурчак ўлчамининг ўзгариши - **бурчак деформацияси** деб юритилади. Агар деформация жисм ҳажми бўйича содир бўлса, жисмнинг маълум йўналишда мазкур нуктасидаги деформацияси тўғрисида гап боради.

Чизиқли деформация ўлчови сифатида нисбий узайиш ёки нисбий қисқариш (ϵ) қўлланади.

Бурчак деформациясининг ўлчами силжиш бурчаги (γ) ҳисобланади.

Тажрибаларнинг кўрсатишича чизиқли ва бурчак деформациялари юк олинганидан кейин тўла ёки қисман йўқолишлари мумкин.

Жисмдан ташқи куч таъсири олингандан кейин йўқоладиган деформация **қайишқоқ** ёки **эластик** деформация, жисмлардан куч олинганидан кейин ўзининг дастлабки ўлчамларини ва шаклини сақлаш қобилияти **қайишқоқлик** дейилади.

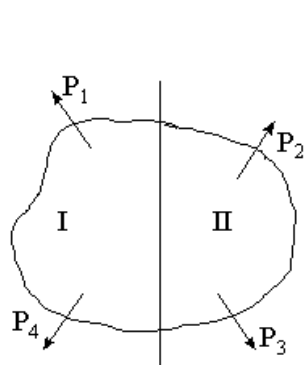
Куч олинганидан кейин ҳам сақланадиган деформация **қолдиқ** ёки **пластик** деформация, жисмларнинг емирилмасдан қолдиқ деформация бериш хусусияти **пластиклик** деб юритилади.

Жисмнинг барча нукталаридаги деформация ва жисмнинг маҳкамланиш шартлари маълум бўлса, унинг нукталарининг кўчишларини, яъни уларнинг деформациядан кейинги вазиятларини (яъни координатларини) аниқлаш мумкин.

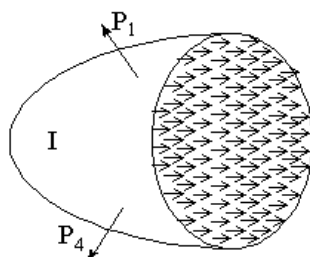
2.3. Ички кучлар. Кесиш усули (КОАМ-қондаси). Кучланишлар

Жисмни ташкил қилувчи элементар зарралар орасида ўзаро таъсир кучлари (бирламчи ички кучлар) таъсир қилиб, улар жисмнинг яхлитлигини таъминлайди. Жисмга ташқи куч қўйилганида элементар зарралар орасида бирламчи ички кучларга қўшимча ички қаршилиқ кучлари ҳосил бўлади. Бу кучларни **ички кучлар**, ёки зўриқиш кучлари, ёки қайишқоқлик кучлари деб юритилади. Улар қисм деформациясига қаршилиқ қилади, яъни жисмнинг дастлабки шакли ва ўлчамларини тиклашга интилади. Бу ички кучларнинг қиймати деформация ортиши билан ички ва ташқи кучлар мувозанатлашгунга қадар ортиб боради. Агар бу мувозанат содир бўлмаса қаттиқ жисмни ташкил қилувчи элементар зарралар мувозанати, яъни уларнинг ўзаро боғлиқлиги бузилади. Натижада жисмнинг тегишли жойида микроёриқ ҳосил бўлади ва жисм емирилади. Демак, **жисмнинг емирилишининг бевосита сабабчиси** сифатида қиймати молекулалараро ўзаро таъсир кучлари катталигига эриша оладиган **ички зўриқиш кучларини** кўрсатиш мумкин. Шунинг учун уларнинг катталигини аниқлаш муҳим масала касб этади. Бу мақсадларда **кесиш усулидан** фойдаланилади.

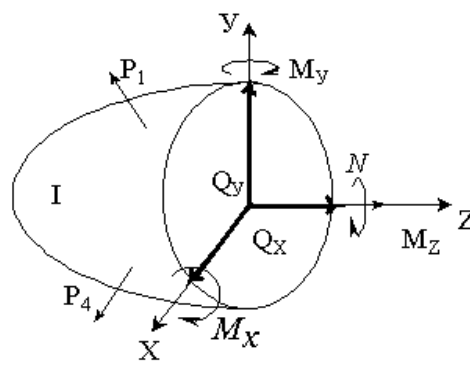
Кесиш усулининг моҳияти қуйидагича. Бирор нуқтасидаги зўриқиш кучларини топиш зарур бўлган жисм P_1, P_2, P_3 ва P_4 кучлар системаси



2.1 - шакл



2.2 - шакл



2.3 - шакл

таъсирида мувозанатда турибди (2.1 - шакл).

1. Жисмни бизни қизиқтираётган нуқта ва кесим орқали ўтувчи текислик билан фикран **кесамиз**. Жисм икки бўлакка бўлинади.

2. Ажратилган бўлаклардан бири, масалан, ўнг II томон ташлаб юборилади 1- қисм **олиб** қолинади (2.2 - шакл). Бунда қолган чап I қисм мувозанати бузилади.

3. Олиб қолинган қисм мувозанатини тиклаш учун ташлаб юборилган ўнг II қисмнинг олиб қолинган чап I қисмга таъсирини ички зўриқиш кучлари билан **алмаштирамиз**. Уларнинг катталиги, йўналиши ва тақсимланиши қонуни номаълум. Аммо, маълумки, ҳар қандай кучлар системасини битта бош вектор ва битта бош моментга келтириш мумкин. 2.3 - шаклда уларнинг тузувчилари (компонентлари) кўрсатилган. Уларни баъзан ички куч омиллари деб ҳам юритилади.

4. Қолдирилган чап қисмнинг **мувозанат** шарти ёзилади.

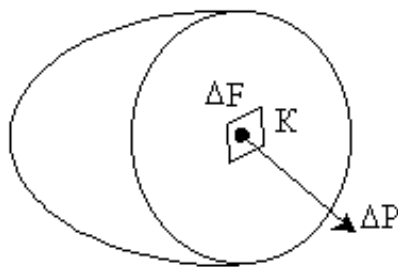
$$\begin{aligned}
\sum Z &= 0 & \sum M_Z &= 0 \\
\sum X &= 0 & \sum M_X &= 0 \\
\sum Y &= 0 & \sum M_Y &= 0
\end{aligned}
\tag{2.1}$$

Ички куч омиллариининг ҳар бир алоҳида тури деформациянинг алоҳида тури билан боғлиқ. Масалан, брус кўндаланг кесимларида фақат нормал куч N ҳосил бўлиб, қолганлари нолга тенг бўлса, брус **чўзилиш** ёки **сиқилиш** деформацияси таъсирида бўлади. Брус кўндаланг кесимларида фақат кўндаланг куч (Q_x ёки Q_y) таъсир этса-**силжиш**, фақат буровчи момент M_z таъсир этса **буралиш** деформацияси содир бўлади. Брус кўндаланг кесимларида бош момент тузувчиларидан фақат M_x ёки M_y таъсир этса, у **соф эгилиш** деформацияси остида бўлади. Бир вақтда кўндаланг кесимда бир неча зўриқиш кучлари таъсир этса брус **мураккаб деформация** вазиятида бўлади.

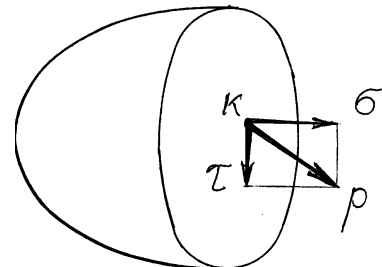
Ички кучларнинг жадаллигини (интенсивлигини) баҳолаш учун **кучланиш** тушунчаси киритилади. Кучланиш топилиши зарур бўлган K нукта атрофида элементар ΔF юзача ажратамиз (2.4 - шакл). Унда ўртача кучланиш

$$p_{\text{ўр}} = \frac{\Delta P}{\Delta F}, \tag{2.2}$$

бу ерда ΔP - ушбу ΔF элементар юзачадаги ички зўриқиш кучларининг тенг таъсир этувчиси.



2.4 - шакл.



2.5 - шакл.

Ажратилган элементар юзача қанча камайтирилса, кесим нуктасидаги ички куч интенсивлиги шунча аниқроқ топилади.

Ажратилган элементар юзача нолга интилганда (нуктага тортилганда) нуктадаги кучланиш ҳақиқий кучланиш дейилади.

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}. \tag{2.3}$$

Кучланиш векторини иккита тузувчига ажратамиз (2.5 - шакл): кесим юзига тик йўналган нормал кучланиш (σ) ва кесим юзига параллел йуналган уринма кучланиш (τ).

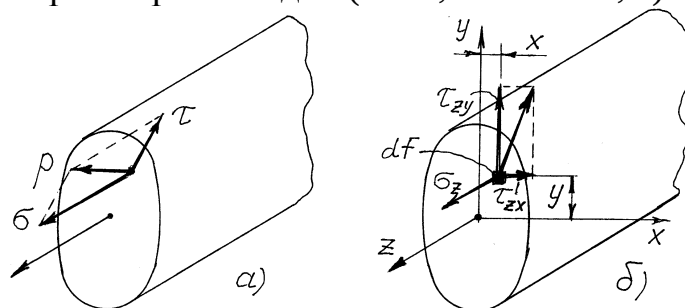
Нуктадаги тўла кучланиш

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}. \tag{2.4}$$

Юқоридагилардан кўринадик, ички кучларнинг кесим юзаси бирлигига тўғри келган катталиги кучланишдир. Унинг ўлчов бирлиги-Паскал ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/М}^2$). Бу бирлик жуда кичиклигидан амалий ҳисобларда кучланиш мегапаскалларда ўлчанади ёки кН/м^2 . ($1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$.)

2.4. Ички куч факторлари (ИКФ) билан кучланишлар орасидаги боғланишлар

Юқорида нуқтадаги кучланишни иккита тузувчиларга - нормал ва уринма кучланишларга ажратган эдик (2.5 - , 2.6 - шакл, а).



2.6 - шакл.

Баъзи ҳолларда тўла кучланиш векторини координата ўқларига параллел бўлган учта тузувчига ажратиш қулай бўлади. 2.6, б шаклда брус кўндаланг кесимидаги ихтиёрий нуқтадаги кучланишларнинг координата ўқларига параллел бўлган тузувчилари кўрсатилган. Бу тузувчиларнинг индекслари қуйидаги қоида асосида қўйилган: нормал кучланишнинг индекси кесим нормали параллел бўлган ўқни, уринма кучланишнинг биринчи индекси шу нуқтадаги нормал кучланиш индекси билан мос бўлиб, кесим нормали параллел бўлган ўқни, иккинчи индекси кучланишнинг қайси ўққа параллеллигини кўрсатади.

Тўла кучланишни нормал ва уринма кучланишларга ажратиш маълум физик маънога эга. Зўриққан материал зарралари бир - бирларидан узоқлашиш ёки яқинлашишга интилган ҳолда нормал кучланишлар ҳосил бўлади. Уринма кучланишлар материал зарраларининг кўриляётган кесим бўйича силжиши билан боғлиқдир.

Энди бруснинг кўндаланг кесимидаги ИКФ билан кучланишлар орасидаги муносабатларини тузамиз. Элементар юзачадаги элементар ички кучлар қуйидагига тенг:

$$dN = \sigma_z dF; \quad dQ_x = \tau_{zx} dF; \quad dQ_y = \tau_{zy} dF.$$

Элементар ички кучларни бруснинг кўндаланг кесим юзи бўйича йиғиб, бош векторнинг тузувчилари учун қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$N = \int_F \sigma_z dF; \quad Q_x = \int_F \tau_{zx} dF; \quad Q_y = \int_F \tau_{zy} dF. \quad (2.5)$$

Элементар ички кучларнинг тегишли ўқларга нисбатан элементар моментларини топамиз:

$$dM_x = \sigma_z \cdot y dF; \quad dM_y = \sigma_z \cdot x dF; \\ dM_z = \tau_{zx} \cdot y dF + \tau_{zy} \cdot x dF.$$

Бундан

$$M_x = \int_F \sigma_z \cdot y dF; \quad M_y = \int_F \sigma_z \cdot x dF; \quad M_z = \int_F (\tau_{zx} \cdot y + \tau_{zy} \cdot x) dF. \quad (2.6)$$

Бу формулалар ёрдамида ИКФ маълум бўлганида кучланишларни топиш мумкин.

Назорат саволлари

1. Сиртки ва ҳажмий кучлар бир - бирларидан нима билан фарқланадилар? Сиртки кучларнинг қандай турларини биласиз?
2. Тўпланган куч ва момент нима?
3. Тақсимланган кучларнинг қандай турларини биласиз? Тақсимланган кучнинг жадаллиги нима?
4. Деформация тушунчасини таърифланг?
5. Чизикли ва бурчак деформацияларининг фарқи нимада?
6. Эластик ва пластик деформациялар қандай фарқланадилар?
7. Ички зўриқиш турларини таърифланг.
8. Кесиш усулининг моҳияти нимада?
9. Ички куч омилларининг қандай турларини биласиз?
10. Оддий деформация турларининг ички куч омиллари турлари билан боғлиқлиги нимада?
11. Кучланиш нима? Унинг иккита турини айтинг. Улар кесимга нисбатан қандай йўналадилар?
12. Тўла кучланиш вектори тузувчилари индексларининг маъносини тушунтириб беринг.
13. Тўла кучланишни нормал ва уринма кучланишларга ажратишнинг физик маъноси нимада?
14. Брус кўндаланг кесимидаги ИКФ билан кучланишлар орасида қандай боғланишлар мавжуд?

3 - МАЪРУЗА

Мавзу: Оддий деформацияларда ИКФ ни аниқлаш ва уларнинг эпюраларини қуриш

РЕЖА:

- 3.1. Чўзилиш - сиқилиш деформациясида ИКФ эпюраларини қуриш.
- 3.2. Буралиш деформациясида ИКФ эпюраларини қуриш.
- 3.3. Эгилишдаги ИКФ ва уларни аниқлаш.
- 3.4. Чўзилиш-сиқилиш деформациясида ИКФ эпюраларини қуриш

3.1. Чўзилиш - сиқилиш деформациясида ИКФ эпюраларини қуриш.

Чўзилиш ёки **сиқилиш** деформациясида брус кўндаланг кесимларида фақат бўйлама зўриқиш кучлари ҳосил бўлади.

Бўйлама куч деб, бруснинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлган нормал кучланишларнинг тенг таъсир этувчисига айтилади:

$$N = \int_F \sigma dF \quad (3.1)$$

Бўйлама зўриқиш кучини кесиш усули ёрдамида топилади. Бруснинг ихтиёрий кесимидаги бўйлама зўриқиш кучи бруснинг олиб қолинган қисмидаги барча ташқи кучларнинг брус ўқиға проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг. **Бунда ташқи куч проекцияси кесимдан ташқарига йўналган бўлса мусбат ишора билан тенгламага киритилади ва аксинча.**

Бўйлама кучларнинг брус ўқи бўйлаб ўзгариш қонунини кўрсатувчи график бўйлама куч эпюраси дейилади. Бунда абсцисса ўқи

эпюранинг база чизиқи бўлиб хизмат қилади ва у стержен ўқига параллел қилиб ўтказилади. Бунга тик қилиб ўтказилган ордината ўқида танланган масштабда, ишорани назарда тутган ҳолда бўйлама куч катталиклари кўйилади.

Бўйлама куч эпюрасининг бруснинг ўқи бўйича йўналишда таъсир этаётган тўпланган кучга тегишли нуқтасида шу тўпланган куч катталиги ва йўналишида бўйлама куч қиймати сакраб ўзгаради. Агар брусга бўйлама йўналишда текис тақсимланган куч таъсир этаётган бўлса, бўйлама куч эпюрасининг тегишли қисми оғма тўғри чизиқ кўринишида бўлади. Бунда шу қисмдаги эпюранинг оғма тўғри чизиқи ординаталарининг фарқи шу қисм узунлиги билан ёппа куч интенсивлиги (жадаллиги) кўпайтмасига тенг бўлади. Қурилган бўйлама куч эпюрасининг тўғрилигини текширишда ана шу кўрсатмаларга эътибор қилиш керак.

Стерженларни мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблашда зарур бўладиган бўйлама кучнинг зарур қийматлари бўйлама куч эпюрасидан олинади. Бўйлама кучларни аниқлаш ва уларнинг эпюрасини қуришни қуйидаги мисолда кўрамиз:

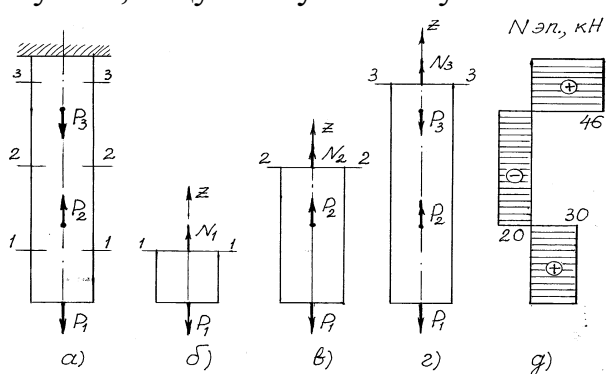
3.1 - мисол. Бир учи билан маҳкамланган стерженнинг ўқи бўйлаб

$P_1=30$ кН, $P_2=50$ кН, $P_3=66$ кН кучлар таъсир этади. Шу стержен учун бўйлама куч эпюраси қурилсин (3.1 - шакл, а).

Ечиш. Стержен кесимларидаги бўйлама кучларни аниқлашни бруснинг эркин учидан бошлаймиз.

1-1 кесим (3.1 - шакл, б). Системадаги таянч реакциясини топиб ўтирмаслик учун кесим ўтказилгач, бруснинг эркин учи томонини олиб қолингани маъқул.

Олиб қолинган қисм кесимидаги бўйлама кучни доимо кесимдан ташқарига йўналтирайлик. Агар аниқланган бўйлама куч қиймати мусбат ишорали чикса, кўрилатган қисм чўзилиш, акс ҳолда сиқилиш деформацияси остида бўлади. Шартли равишда чузувчи бўйлама кучни мусбат, сиқувчи бўйлама кучни эса манфий деб ишоралаш қабул қилинган.



3.1 - шакл.

Шундай қилиб, бруснинг 1-1 кесимдан пастда қолган қисми учун мувозанат тенгламасини ёзамиз.

$$\Sigma Z=0. N_1-P_1=0.$$

Бундан $N_1=P_1=30$ кН (чўзувчи).

Ушбу ифода юқорида кўрилган бўйлама зўриқиш кучи тенгламасини тузиш қоида-сига мос келади.

2-2 кесим (3.1 - шакл, в)

Энди юқоридаги қоидага кўра:

$$N_2=P_1-P_2=30-50=-20 \text{ кН (сиқувчи)}$$

3-3 кесим (3.1 - шакл, г)

Шунга ўхшаш. $N_3=P_3-P_2+P_1=66-50+30=46$ кН (чўзувчи)

Энди бўйлама кучларнинг топилган қийматлари асосида бўйлама куч эпюраси (3.1 - шакл, д) қурилади. Ундан бруснинг пастки ва юқоридаги қисмларининг чўзилиши, ўртадаги қисмининг сиқилишини кўрамиз.

$$N_{\max}=46 \text{ кН.}$$

3.2. Буралиш деформациясида ИКФ эпюрасини куриш

Брусни буралишга ҳисоблашда унинг ихтиёрий кесимидаги буровчи момент қийматини билиш зарур бўлади. Буровчи моментларнинг вал узунлиги бўйича ўзгариш қонунини кўрсатувчи график буровчи **моментлар эпюраси** дейилади. Бу эпюрани куриш бўйлама куч эпюрасини куришга ўхшаш. Валнинг ихтиёрий кесимидаги буровчи моментни топишда ҳам кесиш усулидан фойдаланилади.

Кўрилатган кесимдаги буровчи момент кўрилатган кесимдан бир томондаги ташқи буровчи моментларнинг алгебраик йиғиндисига тенг. Эпюрани куриш учун ишоралар тартиби тўғрисида келишиб олиш лозим. Умуман буровчи моментнинг ишораси физик маънога эга эмас.

Агар кесим томондан қараганда, ташқи буровчи момент вални соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига қарши айлантирса мусбат, соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйича айлантирса манфий деб оламиз.

Вал кесимларидаги буровчи моментларни аниқлаш ва уларнинг эпюрасини куришни қуйидаги мисолда кўрамиз.

3.2 - мисол. Бир учи билан маҳкамланган брусга унинг кўндаланг кесимлари текислигида таъсир қилувчи $m_1=24$ кНм, $m_2=12$ кНм, $m_3=50$ кНм ва $m_4=14$ кНм буровчи моментлар таъсир этади. Буровчи моментлар эпюраси курилсин (3.2 - шакл, а).

Ечиш. Брусни I, II, III ва IV қисмларга бўлайлик. Брус кесимларидаги буровчи моментларни аниқлашни бруснинг I қисмидан бошлайлик.

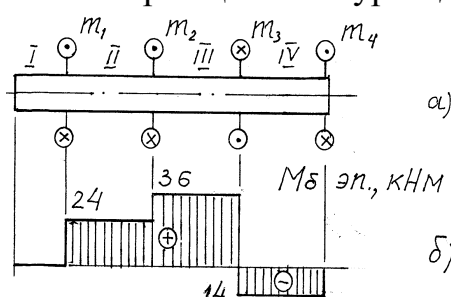
I қисм. $M_6=0$.

II қисм. $M_6=m_1=24$ кНм.

III қисм. $M_6=m_1+m_2=24+12=36$ кНм.

IV қисм. $M_6=-m_4=-14$ кНм.

Охирги қисмни кўришда бруснинг ўнг томони олиб қолинди.



3.2 - шакл.

Буровчи моментларнинг аниқланган қийматлари бўйича буровчи моментлар эпюраси (3.2 - шакл, б) курилди. Буровчи моментларнинг брус қисмларидаги қийматлари кесим абсциссасига боғлиқ эмас. Шунинг учун буровчи моментлар эпюраси учта тўғри тўртбурчакдан иборат бўлди. Буровчи момент эпюрасининг бруснинг ташқи тўпланган

моментлар таъсир қилаётган кесимларига тегишли нуқталарида шу моментлар қиймати ва йўналишига мос «сакраш»лар кузатилади. Қурилган эпюранинг тўғрилигини текширишда одатда ана шу «сакраш»ларга эътибор берилади.

Буровчи моментнинг энг катта қиймати бруснинг учинчи қисмида таъсир қилиб, унинг қиймати $M_{6\max}=36$ кНм.

3.3. Эгилишдаги ички куч факторлари омиллари (ИКФ) ва уларни аниқлаш

Текис кўндаланг эгилишда балка кўндаланг кесимларида ҳосил бўлувчи ички зўриқиш кучлари битта бош вектор (Q_y) ва битта бош моментга (M_x) келтирилади (бундан кейинги ҳолларда уларнинг индексларини тушириб ёзамиз). Уларни аниқлаш учун кесиш усулидан фойдаланамиз.

Кучлар системаси билан юкланган консол балканинг чап учидан Z масофада ўтувчи текислик билан балкани хаёлан кесайлик (3.3 - шакл,а).

Айтайлик, балканинг ўнг қисмини ташлаб юбориб, чап қисмининг мувозанатини кўриб чиқамиз. Бунинг учун олиб қолинган чап қисм мувозанатини тиклаш мақсадида ташлаб юборилган ўнг қисм таъсирини ички кучларнинг тенг таъсир этувчилари кўндаланг кесувчи куч Q ва эгувчи момент M билан алмаштирамиз (3.3-шакл,б). Энди мувозанат тенгламаларини тузамиз.

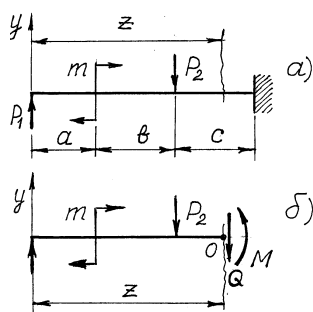
$$\sum Y=0; P_1-P_2-Q=0; \text{ бундан } Q=P_1-P_2.$$

Демак, балканинг ихтиёрий кесимидаги кўндаланг (кесувчи) куч балканинг олиб қолинган қисмидаги ташқи кучларнинг балка вертикал ўқига проекцияларининг алгебраик йигиндисига тенг.

$$\sum M_0 = 0; P_1Z + m - P_2(Z - a - b) - M = 0; \text{ бундан}$$

$$M = P_1Z + m - P_2(Z - a - b).$$

Демак, балканинг ихтиёрий кесимидаги эгувчи момент балканинг олиб қолинган қисмидаги ташқи кучлардан кўриляётган кесим марказига нисбатан олинган моментларнинг алгебраик йигиндисига тенг.

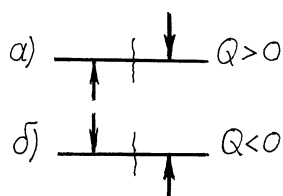


3.3 - шакл.

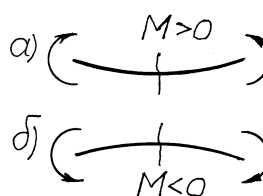
Кўндаланг куч ва эгувчи момент тенгламаларини тузишда ишоралашнинг қуйидаги қоидаларига риоя қилиш керак.

Кўриляётган кесимдан чап томонда жойлашган пастдан юқорига йўналган ташқи кучлар кўндаланг куч тенгламасига мусбат ишора билан киритилади (3.4 - шакл,а) ва аксинча (3.4 - шакл,б).

Кўндаланг куч ишорасини қуйидаги белги бўйича ҳам аниқлаш мумкин: балка кўриляётган қисмини кесим марказига нисбатан соат стрелкаси юриши бўйича буришга интилувчи кучлар (3.4 - шакл,а) тенгламага мусбат ишора билан киритиладилар ва аксинча (3.4 - шакл,б).



3.4 - шакл.

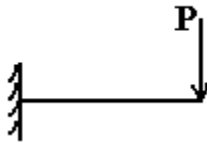
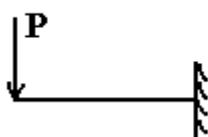
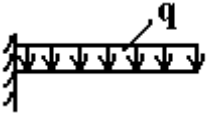
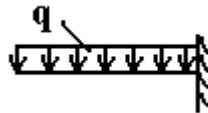
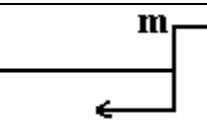
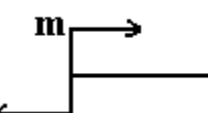


3.5 - шакл.

Агар кўриляётган кесимдан чапдаги куч соат стрелкаси ҳаракати йўналишида момент берса, ўнг томондаги момент соат стрелкаси ҳаракатига тескари йўналишда бўлса (3.5 - шакл,а) бу куч моменти мусбат ишораланади ва аксинча (3.5 - шакл,б).

(3.5 - шакл,а) дан кўринадик, мусбат ишорали эгувчи моментлар таъсирида балка қисми қавариқ томони билан пастга эгилади ва аксинча (3.5 - шакл,б). Q ва M ишоралари қуйидаги жадвалда келтирилган (3.1 – жадвал.)

3.1 – жадвал.

Кесим чапта	Ишоралар		Кесим ўнгда	Ишоралар	
	+Q	- M		- Q	- M
	+Q	- M		- Q	- M
	Q=0	- M		Q=0	+M

Назорат саволлари

1. Бўйлама кучнинг физик маъносини тушунтиринг.
2. Бўйлама куч тенгламаси қандай тузилади? Бунда ишоралар тартиби қандай?
3. Бўйлама куч эпюраси нима?
4. Бўйлама куч эпюрасининг тўғрилиги қандай текширилади?
5. Буровчи момент эпюраси нима?
6. Буровчи момент тенгламаси қандай тузилади? Бунда ишоралар тартибини тушунтиринг.
7. Буровчи моментлар эпюрасининг тўғрилигини қандай текшириш мумкин?
8. Кесимдаги қўндаланг (кесувчи) куч нима ва у қандай топилади?
9. Қўндаланг кучнинг миқдор ва ишоралари қандай қоидаларга биноан аниқланади?
10. Балка ихтиёрий кесимидаги эгувчи момент қандай топилади?
11. Балка ихтиёрий қўндаланг кесимидаги эгувчи момент тенгламаси қандай тузилишини тушунтиринг.
12. Ариқ устига қўйилган тахта кўприкча кесимларида ундан ўтаётган одам таъсирида қандай ишорали эгувчи моментлар ҳосил бўлади?

4 - МАЪРУЗА

Мавзу: Эгувчи момент, кўндаланг куч ва тақсимланган юк орасидаги дифференциал боғланишлар. Эгилишдаги ИКФ эпюраларини қуриш

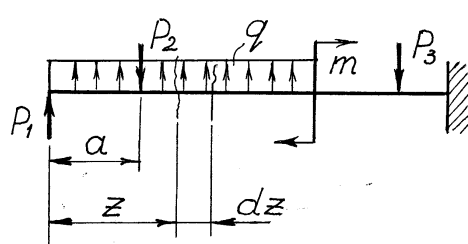
РЕЖА:

- 4.1. Эгувчи момент, кўндаланг куч ва тақсимланган юк орасидаги дифференциал боғланишлар.
- 4.2. Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини қуриш ва уларнинг тўғрилигини текшириш.

4.1. Эгувчи момент, кўндаланг куч ва тақсимланган юк орасидаги дифференциал боғланишлар

Кўндаланг куч (Q) ва эгувчи момент (M) балкани мустаҳкамликка ҳисоблашда муҳим аҳамиятга эга омиллардир. Уларнинг эпюралари ёрдамида балканинг хавфли кесимлари осонгина аниқланади. Кўндаланг куч ва эгувчи момент катталикларининг балка узунлиги бўйлаб ўзгариш қонунини кўрсатувчи графиклар уларнинг эпюраларидан иборатдир. Бу эпюраларни қуриш ва уларнинг тўғрилигини текширишда қуйидаги дифференциал боғланишлар муҳим аҳамиятга эга.

Ихтиёрий юкланган балка берилган. (4.1 - шакл). Унинг ихтиёрий кесимидаги кўндаланг куч



4.1 - шакл.

$Q = P_1 - P_2 + qz$.
 dz орттирма берилган қўшни кесимда кўндаланг куч

$$Q + dQ = P_1 - P_2 + q(Z + dZ)$$

Ушбу кўндаланг кучлар фарқи $dQ = qdz$, бундан

$$q = dQ/dz \quad (4.1)$$

Яъни, кўндаланг кучдан абсцисса бўйича олинган биринчи ҳосила тақсимланган юк интенсивлигининг катталигига тенг.

Энди абсциссалари z ва $z + dz$ бўлган қўшни кесимлардаги эгувчи моментларнинг ифодаларини тузамиз.

$$M = P_1 z - P_2(z - a) + qz \cdot z/2.$$

$$M + dM = P_1(z + dz) - P_2(Z + dz - a) + q(z + dz)(Z + dz)/2.$$

Ушбу эгувчи моментлар айирмаси $dM = P_1 dz - P_2 dz + qz dz = (P_1 - P_2 + qz) dz = Q dz$, бундан

$$Q = dM/dz, \quad (4.2)$$

Яъни эгувчи моментдан абсцисса бўйича олинган биринчи ҳосила шу кесимдаги кўндаланг кучга тенг.

(4.2) тенгламанинг иккала томонидан z бўйича ҳосила олсак.

$$dQ/dz = d^2 M/dz^2 = q, \quad (4.3)$$

Яъни эгувчи моментдан абсцисса бўйича олинган иккинчи ҳосила тақсимланган юк интенсивлигининг катталигига тенг.

(4.2) ва (4.1) формулалардан қуйидаги интеграл боғланишларни оламиз:

$$M = \int Qdz + M_0; \quad (4.4)$$

$$Q = \int qdz + Q_0. \quad (4.5)$$

Бу боғланишларда интеграл чегараси кўрилатган участка чегаралари билан мос, M_0 ва Q_0 - шу участка бошидаги эгувчи момент ва кўндаланг куч.

Келтирилган (4.1)...(4.5) боғланишлардан қуйидаги хулосаларни қилиш мумкин:

1. Агар $q=0$ бўлса, $Q=Q_0(\text{const})$ ва $M=Q_0Z+M_0$, яъни тақсимланган юк таъсир этаётган балка қисмларида Q эпюраси абсцисса ўқиға параллел тўғри чизиқ, M эпюраси - оғма тўғри чизиқ кўринишида бўлади.

2. Агар $q=C$ бўлса, $Q=CZ+Q_0$ ва $M=CZ^2/2+Q_0Z+M_0$, яъни текис тақсимланган юк таъсир этаётган балка қисмларида Q эпюраси абсцисса ўқиға оғма бўлган тўғри чизиқ, M эпюраси эса квадратик парабола чизиқи билан чегараланади.

3. (4.2) боғланиш M эпюрасини чегараловчи эгри чизиққа ўтказилган уринманинг абсцисса ўқи билан ташкил қилган бурчагининг тангенсини ифодалаганидан $Q=\text{tg}\alpha>0$ бўлган балка қисмида M орта боради, $Q=\text{tg}\alpha<0$ бўлган қисмда M кичраяди. Агар Q нолдан ўтиб, ўз ишорасини мусбатдан манфийга ўзгартирса, $Q=0$ кесимда M максимум, Q ишораси манфийдан мусбатга ўтган кесимда эса минимум бўлади. Балканинг $Q=0$ қисмларида $M=\text{const}$ бўлиб, шу қисм соф эгилиш ҳолида бўлади.

4. Балканинг кўрилатган кесимидаги кўндаланг куч тақсимланган юк эпюрасининг тегишли (ушбу қисм бошидан шу кесимгача) қисми юзаси билан қисм бошидаги кўндаланг кучнинг бошланғич катталиги (Q_0) йиғиндисига тенг.

Балканинг кўрилатган кесимидаги эгувчи момент кўндаланг куч эпюраси тегишли (ушбу қисм бошидан шу кесимгача) қисми юзаси билан қисм бошидаги эгувчи моментнинг бошланғич катталиги (M_0) йиғиндисига тенг.

Агар балканинг кўрилатган қисми кесимдан ўнг тарафда жойлашган бўлса q ва Q эпюраларининг юзаси тескари ишора билан олинади.

5. M эпюраси эгри чизиқли қисмининг қавариқ томони тақсимланган юк йўналиши томонда жойлашади.

Булардан ташқари Q ва M эпюраларининг тўғрилигини текширишда, шунингдек бу эпюраларни характерли кесимлар ординаталари бўйича қуришда қуйидаги қоидаларни назарда тутиш лозим:

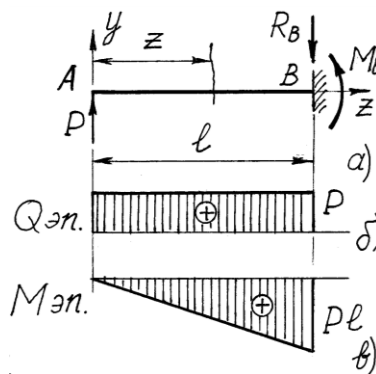
1. Балканинг тўпланган куч қўйилган кесимига тегишли Q эпюрасининг ординатаси шу куч йўналишида ва катталигида сакраб ўзгаради (чапдан ўнгга юрилганда), M эпюраси эса синади. Бунда синиш нуқтаси атрофидаги M эпюрасининг «қанотлари» тўпланган куч стрелкаси йўналишига мос жойлашади.

2. Балканинг «тўпланган момент» таъсир этаётган кесимига тегишли M эпюрасининг ординатаси қўйилган момент йўналиши ва катталигида сакраб ўзгаради, Q эпюраси эса ўзгаришсиз қолади.

3. Балканинг чекка кесимидаги кўндаланг куч балканинг шу кесимига таъсир этаётган тўпланган куч катталигига, эгувчи момент эса шу кесимга қўйилган тўпланган момент катталигига тенг. Энди кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини қуриш бўйича мисоллар кўрамиз.

4.2. Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларини қуриш ва уларнинг тўғрилигини текшириш.

1 - мисол. Ўнг учи қистириб маҳкамланган консол балканинг эркин учига тўпланган куч қўйилган. (4.2 - шакл,а). Q ва M эпюралари қурилсин.



Ечиш. Кўрилатган балка фақат битта қисм (участка)дан иборат. Координаталар боши (А нукта) дан Z масофада балкани кесиб, чап қисмини олиб қолайлик. Бу ҳолда таянч реакцияларини топиш шарт эмас ва бу нарса масалани ечишни осонлаштиради. Участка чегаралари $0 \leq Z \leq l$.

Кесимдаги кўндаланг куч $Q=P(\text{const})$, эгувчи момент $M=PZ$.

4.2 - шакл.

Тенгламадан кўринадики, кўндаланг куч ўзгармас катталигидан Q эпюраси абсцисса ўқига параллел тўғри чизикдан иборат бўлади (4.2 - шакл,б). Эгувчи момент тенгламаси оғма тўғри чизикдан иборат бўлганидан, қисм чегараларида унинг орданаталарини аниқлаймиз.

$Z=0$ да $M=0$;

$Z=l$ да $M=P\ell$.

Олинган қийматлар бўйича M эпюрасини қурамиз (4.2 - шакл,в).

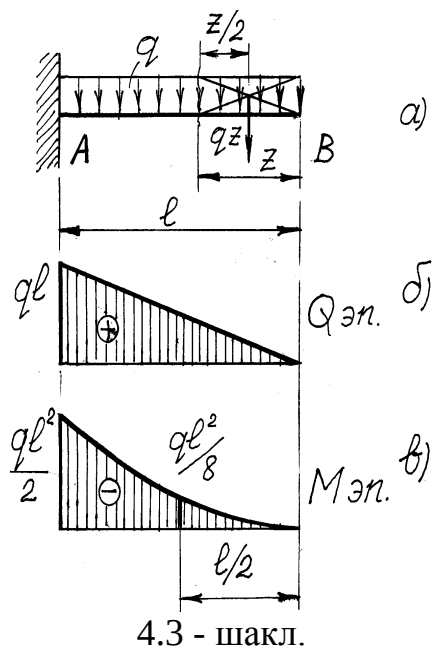
Эпюралардан кўрамизки, балканинг В кесими хавфли бўлиб, унда $Q=P$ ва $M_{\max}=P\ell$.

Қурилган эпюраларнинг тўғрилигини текшириб кўрайлик. Статика тенгламалари ёрдамида қистириб маҳкамланган В таянчдаги реакция кучи $R_B=P$ ва реактив момент $M_B=P\ell$ эканлигини топамиз.

Q эпюрасининг балканинг тўпланган куч таъсир этаётган тегишли нуктасида P йўналиши ва катталигида «сакраш» мавжуд; Балканинг А ва В нукталари оралигида ташқи куч таъсир этмаганлигидан $Q=P$ ўзгармас катталиқни кўрамиз; В таянчга тегишли эпюра нуктасида $R_B=P$ йўналиши ва катталигида «сакраш»дан кейин $Q=0$ (мувозанат).

M эпюрасининг А нуктасида тўпланган P кучга мос равишда эпюра синган; балканинг АВ қисмида $Q>0$ бўлганидан M қиймати нолдан $P\ell$ катталиқкача Q эпюрасининг юзаси катталигида ортади; тўпланган реактив момент $M_B=P\ell$ таъсир этаётган нуктада унинг йўналиши ва катталигида «сакраш» дан кейин мувозанатга эришилган.

2-мисол. Чап учи қистириб маҳкамланган консол балка бутун узунлиги бўйича интенсивлиги q бўлган текис тақсимланган ёппа куч билан юкланган. Q ва M эпюралари қурилсин.



4.3 - шакл.

Ечиш. Балка чегаралари $0 \leq Z \leq \ell$ бўлган битта қисмдан иборат. Балкани координата бошидан (В нуктадан ихтиёрий Z масофада кесиб, унинг эркин ўнг қисмини олиб қолайлик. Кўриладики қисмдаги тенг тақсимланган кучни кесимдан $z/2$ масофада қўйилган qz тўпланган куч билан алмаштирамиз. Кесимдаги кўндаланг куч ва эгувчи момент тенгламаларини тузамиз:

$$Q = qz,$$

$$M = -qz \cdot z/2.$$

Тенгламалардан кўриладики, кўндаланг куч оғма тўғри чизик, эгувчи момент - параболик эгри чизикдан иборат.

Q эпюрасини куриш учун чегара нукталаридаги ординаталарни ҳисоблаймиз:

$$Z=0 \text{ да } Q=0;$$

$$Z=\ell \text{ да } Q=q\ell$$

ва топилган нукталарни туташтирамиз (4.3 - шакл,б)

M эпюраси параболик эгри чизикдан иборатлигини ҳисобга олиб, камида учта кесимдаги ординаталарни топишимиз зарур.

Q эпюраси абсцисса ўқини координата боши В нуктада кесиб ўтганлигидан, M эпюраси эгри чизикнинг характерли нуктаси, яъни чўққиси, ана шу В нуктада ётади. Бундай ҳолда эгри чизикнинг учинчи нуктасини қисм ўртасида олингани маъқул. Энди

$$Z=0 \text{ да } M=0$$

$$Z=\ell \text{ да } M = -q \frac{\ell^2}{2};$$

$$Z=\ell/2 \text{ да } M = -q\ell^2/8.$$

Топилган нукталарни мос лекало ёрдамида текис эгри чизик кўринишида туташтирамиз (4.3 - шакл,в). Эпюралардан кўрамизки,

$$Q_{\max} = q\ell; \quad M_{\max} = q\ell^2/2.$$

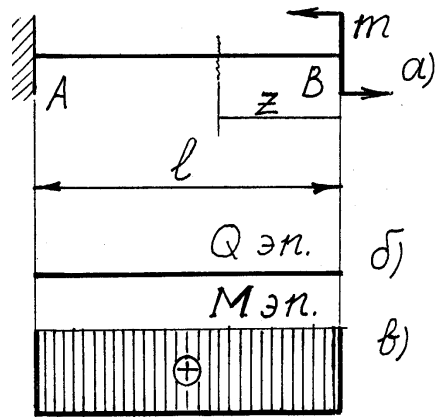
Курилган эпюраларнинг тўғрилигини балка ўқи бўйлаб ўнгдан чапга қараб, яъни тескари йўналишда текшириб кўрайлик.

Балкадаги пастга йўналган текис тақсимланган куч таъсирида Q эпюраси ординатаси «О» дан « $q \cdot \ell$ » катталиқкача ортиб, А таянчдаги юқорига қараб йўналган реакция кучи $R_A = q\ell$ катталиқка сакраб, мувозанатга эришди.

$$Q \text{ эпюраси учбурчак кўринишида бўлиб, унинг юзаси } \frac{1}{2} q\ell \cdot \ell = \frac{q\ell^2}{2}$$

бўлганидан, M эпюрасида эгри чизик «О» дан ана шу катталиқнинг тескари ишорали қийматига қавариқ томони пастда (q йўналишда) жойлашган эгри чизикли қонун бўйича камайди. Кесимга тегишли нуктада соат стрелкаси юришига тескари йўналишдаги $M_A = q\ell^2/2$ катталиқка сакраб ўзгариб, мувозанатга эришди. Демак эпюралар тўғри курилган.

3 - мисол. Чап учи қистириб маҳкамланган консол балканинг эркин ўнг учига моменти m бўлган жуфт куч қўйилган (4.4 - шакл,а). Q ва M эпюралари



қурилсин.

Ечиш. Координаталар боши сифатида балканинг эркин В учини қабул қилайлик. Балка битта қисмдан иборат бўлиб, чегаралари $0 \leq Z \leq l$.

Координата бошидан ихтиёрий Z масофадаги ички куч омиллари тенгламалари:

$$Q = Q(\text{const});$$

$$M = m(\text{const}).$$

Демак, балканинг бутун узунлиги бўйича кўндаланг куч нолга тенг (4.4 - шакл, б).

Балканинг барча кесимларидаги эгувчи моментлар доимий қийматга эга бўлганидан M эпюраси абсцисса ўқига параллел тўғри чизикдан иборатдир (4.4 - шакл, в).

Ушбу ҳолда балка соф эгилиш кучланиш ҳолатида бўлади.

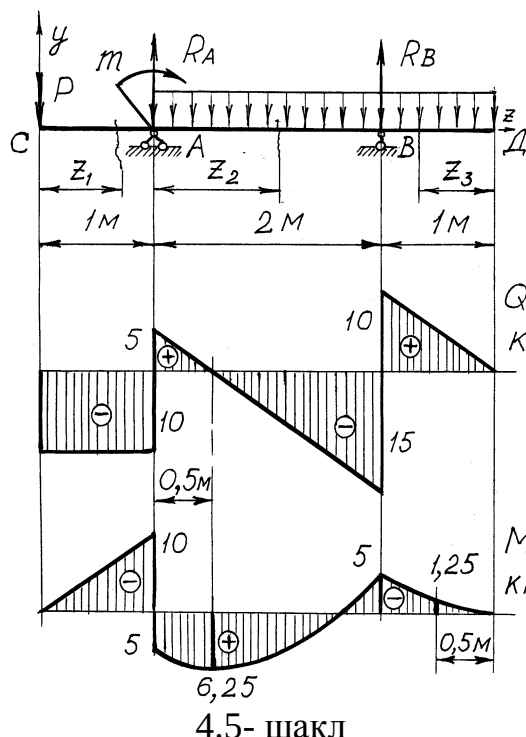
4 - мисол. Умумий ҳолда юкланган консолли икки таянчда ётган балканинг (4.5 - шакл,а) Q ва M эпюралари қурилсин. $P=10$ кН; $m=15$ кНм ва $q=10$ кН/м бўлсин.

Ечиш. Олдин балканинг таянч реакцияларини аниқлаб оламиз.

$$\sum M_A = 0. -P \cdot 1 + m + 3q \cdot 1,5 - R_B \cdot 2 = 0.$$

$$R_B = \frac{-P \cdot 1 + m + 4,5q}{2} = \frac{-10 \cdot 1 + 15 + 4,5 \cdot 10}{2} = 25 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0. -P \cdot 3 + m + R_A \cdot 2 - 3q \cdot 0,5 = 0.$$



$$R_A = \frac{3P - m + 1,5q}{2} = \frac{3 \cdot 10 - 15 + 1,5 \cdot 10}{2} = 15 \text{ кН}.$$

Текшириш.

$$\sum Y = 0.$$

$$-P + R_A - 3q + R_B = 0.$$

$$-10 + 15 - 3 \cdot 10 + 25 = 0.$$

$$-40 + 40 = 0$$

$$0 = 0.$$

Балка юкланиш характери билан фарқланувчи учта қисм (участка)дан (СА, АВ, ВД) иборат. Балка қисми ёки участкаси дейилганида тузилган ИКФ тенгламалари чегарасида ўзгармас бўлган балка бўлаклари тушунтирилади.

Участка чегараларини тўпланган куч ва моментлар, жумладан таянч

реакциялари, қўйилган кесимлар, тақсимланган юк таъсири бошланган ёки тамомланган, ёки унинг интенсивлиги янги қонун бўйича ўзгарадиган кесимлар ташкил қилади. 1 - қисм. Координата боши (С нуқта) дан Z_1 масофада балкани кесиб, ўнг томонни ташлаб юборайлик. Участка С ва А нуқталари билан чегараланган:

$$0 \leq Z_1 \leq 1 \text{ м}.$$

$Q=-P(\text{const})$ - абсцисса ўқиға параллел тўғри чизик.

$M=-P \cdot Z_1$ - координата бошидан ўтган тўғри чизик

$Z_1=0$ да $M=0$;

$Z_1=1$ м да $M=-10$ кНм.

2 - қисм, А ва В таянч кесимлари билан чегараланган. А кесимни координат боши сифатида қабул қилингани маъқул. Ундан участкани Z_2 масофада кесиб, балканинг ўнг қисмини ташлаб юборайлик.

$0 \leq Z_2 \leq 2$ м

$Q=-P+R_A-qZ_2$;

$M=-P(Z_2+1)+m+R_A \cdot Z_2-qZ_2 \cdot Z_2/2$.

Кўрамизки, Q эпюраси координата бошидан ўтмаган тўғри чизик, M эпюраси - квадратик парабола кўринишида. Абсциссанинг чегаравий қийматларида Q ва M катталикларини топамиз.

$Z_2=0$ да $Q=5$ кН; $M=5$ кНм.

$Z_2=2$ м да $Q=-15$ кН; $M=-5$ кНм.

Эгувчи моментнинг экстремал катталигини топиш учун Q ва M орасидаги дифференциал боғланишга кўра, кўндаланг куч эпюраси абсцисса ўқини кесиб ўтган нуқта координатасини ҳисоблаймиз.

$$Q=0. \quad -P+R_A-qZ_2=0.$$

$$Z_2 = \frac{-P + R_A}{q} = \frac{-10 + 15}{10} = 0,5 \text{ м}$$

Энди $Z_2=0,5$ м да $M=6,25$ кНм.

3 - қисм. Балканинг В ва Д нукталар билан чегараланган ўнг консол қисмидан иборат. Ҳисобларни енгиллаштириш мақсадида координата бошини Д нуктада деб қабул қилиб, кесимдан ўнг томоннинг мувозанатини кўрайлик.

$0 \leq Z_3 \leq 1$ м.

$Q=qZ_3$ - координата бошидан ўтган тўғри чизик;

$M=-qZ_3 \cdot Z_3/2$ - квадратик парабола.

$Z_3=0$ да $Q=0$; $M=0$.

$Z_3=1$ м да $Q=10$ кН; $M=-5$ кНм.

Q эпюраси оғма тўғри чизики абсцисса ўқини Д нуктада кесиб ўтганлигидан, M эпюраси эгри чизикининг чўққиси шу нуктада жойлашиши келиб чиқади. Бундай ҳолда M эгри чизикини ўтказиш учун зарур бўлган 3 - нукта ординатасини участканинг ўртасида топамиз, яъни $Z_3=0,5$ м да $M=-1,25$ кНм.

Ҳисоб натижалари асосида қурилган эпюраларнинг тўғрилигини балка ўқи бўйлаб чапдан ўнгга текширайлик.

Олдин Q эпюрасини текширайлик. Балканинг С нуктасига $P=10$ кН куч таъсир этаётганидан тегишли нуктада абсцисса ўқидан пастга шу нуктада сакраш мавжуд. СА ораликда тақсимланган куч йўқлигидан Q катталиги ўзгармас.

А нуктадаги таянч реакцияси $R_A=15$ кН катталигида реакция кучи йўналишида сакрашни ҳосил қилади. Таянчлар оралиғи кН ораликда тақсимланган куч таъсирида кўндаланг куч «+5 кН» дан «-15 кН» гача, яъни «q·2 м» катталиқда тақсимланган куч йўналишида, яъни пастга ўзгаради. В нуктадаги $R_B=25$ кН қийматга R_B йўналишида, яъни юқорига, сакрашдан кейин кўндаланг куч «q·1 м» қийматга камайиб, нолга келади, яъни мувозанат таъминланади. Демак, Q эпюраси тўғри қурилган.

М эпюрасини кўрайлик. С нуктада таъсир этаётган тўпланган куч таъсирида М эпюрасидаги тегишли синишдан кейин у СА ораликда Q эпюрасининг юзаси «-10 кН·1 м» қийматда С нуктадаги «О» дан манфий йўналишда «-10 кНм» қийматгача камайди. Балканинг А нуктасига қўйилган соат стрелкасининг юриши йўналишидаги момент $m=15$ кНм жуфт куч таъсирида М эпюрасида «-10 кНм» дан «+5 кНм» га сакраш мавжуд. Бундан ташқари шу нуктадаги юқорига йўналган R_A реакция кучи таъсирида, сакрашни назарда тутиб қаралганда, М эпюрасининг мос йўналишдаги синиши кузатилади.

Балканинг АВ таянчлар оралиғида текис тақсимланган куч таъсирида М эпюраси қавариқ томони шу куч йўналишида - пастда бўлган параболик эгри чизик кўринишида. Q - эпюраси абсцисса ўқини А таянчдан $Z_2=0,5$ м масофада кесиб ўтганлигидан эгри чизик чўққиси шунга тегишли нуктада жойлашган. Q эпюраси А нуктадан абсцисса ўқи билан кесишиш нуктасигача учбурчак кўринишида бўлиб, унинг шу қисмининг юзаси $\frac{1}{2} \cdot 5 \text{ кН} \cdot 0,5 \text{ м} = 1,25 \text{ кНм}$ бўлганидан, М эпюраси А нуктадан бошлаб $5+1,25=6,25$ кНм гача ортди. Q эпюрасининг абсцисса ўқи билан кесишиш нуктасидан В таянчгача ораликдаги кўриниши учбурчак кўринишида ва унинг шу қисми юзаси $\frac{1}{2}(-15 \text{ кН}) \cdot (2 \text{ м} - 0,5 \text{ м}) = -11,25 \text{ м}$ бўлганидан М эпюраси «+6,25 кНм» дан «-5 кНм» гача камайишини кўрсатувчи эгри чизик кўринишида.

В нуктадаги R_B таянч реакцияси таъсирида М эпюраси R_B йўналишига мос равишда синди.

Балканинг ВД консол қисмида Q эпюраси юзаси $\frac{1}{2} \cdot 10 \text{ кН} \cdot 1 \text{ м} = 5 \text{ кНм}$ бўлган учбурчак кўринишида. Шунинг учун М эпюраси «-5 кНм» дан «О» гача ортиб бориб, мувозанат содир бўлди. Эпюра эгри чизикининг қавариқ томони ёппа куч йўналиши билан мос, яъни пастда.

Демак, М эпюраси ҳам тўғри қурилган.

Назорат саволлари

1. Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюралари нимага керак?
2. Кўндаланг куч ва ёппа куч интенсивлиги орасида қандай дифференциал боғланиш бор?
3. Эгувчи момент ва кўндаланг куч орасида қандай дифференциал боғланиш бор?
4. Эгувчи момент ва ёппа куч интенсивлиги орасида қандай дифференциал боғланиш бор?
5. Кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюралари орасида қандай боғланиш мавжуд?
6. Эгувчи моментнинг эгри чизик кўринишидаги эпюрасининг қавариқ томони тақсимланган юк йўналишига нисбатан қандай йўналади?
7. Балкага қўйилган тўпланган куч ва жуфт куч моменти таъсири кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларида қандай акс этади?
8. Балканинг чап учига тўпланган куч, ўнг учига жуфт куч таъсир этади. Уларнинг кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларига таъсири қандай кўринишда бўлади?
9. Қурилган кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраларининг тўғрилигини қандай белгилар бўйича текширишни биласиз?
10. Квадратик парабола кўринишидаги эгувчи момент эпюрасининг характерли нукталари қандай топилади?

5 - МАЪРУЗА

Мавзу: Тўғри стерженнинг чўзилиши ва сиқилиши

РЕЖА:

- 5.1. Кўндаланг кесимдаги кучланишлар.
- 5.2. Бўйлама деформация. Гук қонуни. Кўчишлар.
- 5.3. Кўндаланг деформация коэффиценти. Ҳажмнинг нисбий ўзгариши.
- 5.4 Деформациянинг потенциал энергияси.

5.1. Кўндаланг кесимлардаги кучланишлар

Стерженнинг чўзилиш ёки сиқилиши унинг бўйлама ўқи бўйича таъсир этаётган кучлар таъсирида содир бўлади. Бунда стержен кесимларида олтига ички куч омилларидан фақат битта бўйлама зўриқиш кучи (N) ҳосил бўлади.

Стержен кўндаланг кесимидаги кучланишларни аниқлаймиз.

Стерженни кўндаланг кесим билан мос текислик билан кесиб, унинг бир қисмининг мувозанатини кўрайлик. Масаланинг статик томони маълум

$$N = \int_F \sigma dF \quad (5.1)$$

тенглама билан ифодаланади. Аммо нормал кучланиш σ нинг тақсимланиш қонуни номаълум.

Масаланинг геометрик томонини кўриб чиқамиз. Тўғри стержен сиртига унинг ўқига параллел ва тик йўналган тўғри чизиклар ёрдамида тўр чизамиз. Энди стерженни статик куч таъсирида марказий чўзсак, чўзилган стержен сиртидаги бўйлама ва кўндаланг чизиклар бир - бирларига тиклигича қолганини ва фақат уларнинг оралиқлари ўзгарганини кўрамиз. Стерженнинг бундай деформацияланиши **текис кесимлар** гипотезасининг тўғрилигини исботлайди: стерженнинг деформациясигача текис ва стержен ўқига тик бўлган кесимлари деформациядан кейин ҳам текис ва стержен ўқига тиклигича қолади (**Я. Бернулли гипотезаси**). Демак, стерженни ташкил қилувчи барча толалар бир хил қийматга чўзилади, яъни

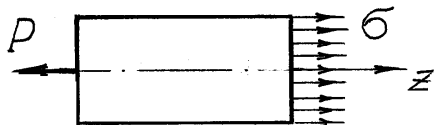
$$\varepsilon = \Delta l / l - \text{const} \quad (5.2)$$

Масаланинг физик томони Гук қонуни

$$\sigma = \varepsilon E \quad (5.3)$$

билан ифодаланади. Бу ерда E - пропорционаллик коэффиценти бўлиб, биринчи даражали эластиклик модули ёки Юнг модули деб юритилади. У материалнинг эластиклик хоссаларини ифодалайдиган физик доимийлардан бири бўлиб, кучланиш бирликларида ўлчанади. Умуман E

материалларнинг деформацияларга қаршилик кўрсатиш қобилиятини, яъни материалнинг қаттиқлигини ифодалайди. Унинг катталиклари



5.1 - шакл.

справочникларда турли материаллар учун берилган. Энди 5.2 ва 5.3 - лар асосида

$$\sigma = \varepsilon E \text{ (const)} \quad (5.4)$$

(5.4) ни (5.1) га қўямиз:

$$N = \int_F \varepsilon E dF = \varepsilon E \int_F dF = \varepsilon E \cdot F = \sigma F. \quad (5.5)$$

Бундан

$$\sigma = \frac{N}{F}. \quad (5.6)$$

5.2. Бўйлама деформация. Гук қонуни. Кўчишлар

Стержен деформациясини аниқлашга ўтамыз. (5.5) дан нисбий чўзилиш:

$$\varepsilon = \frac{N}{EF}. \quad (5.7)$$

Махраждаги ЕЎ кўпайтма стержен кўндаланг кесимининг чўзилиш - сиқилишдаги бикрлиги деб юритилиб, куч ўлчовига эга. $C = E\ell$ катталиқ стерженнинг бикрлиги деб аталади.

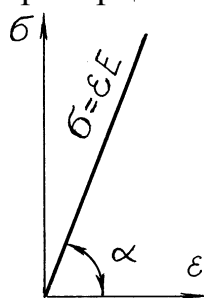
Стерженнинг бутун узунлиги бўйича тақсимланган элементар узунликлар нисбий деформацияларининг йиғиндиси стерженнинг абсолют (мутлақ) деформациясини ташкил этади:

$$\Delta l = \int_l \varepsilon dz = \int_l \frac{N dz}{EF} = \frac{Nl}{EF}$$

бу ердаги:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \quad (5.8)$$

формула абсолют деформация учун Гук қонунини ифодалайди. Унга кўра абсолют чўзилиш ёки сиқилиш бўйлама кучга, стержен узунлигига тўғри пропорционал (мутаносиб) ва стержен бикрлигига тесқари пропорционал.



5.2 - шакл.

Юқоридаги маълум (5.3) боғланиш Гук қонуни деб аталиб, унга асосан нормал кучланиш нисбий деформацияга тўғри пропорционал. Ана шу (5.3) боғланишнинг чап ва ўнг томонларини (5.6) ва (5.2) орқали ифодалаб ҳам (5.8) формула олиниши мумкин:

$$\frac{N}{F} = \frac{\Delta l}{l} E, \text{ бундан } \Delta l = \frac{Nl}{EF}.$$

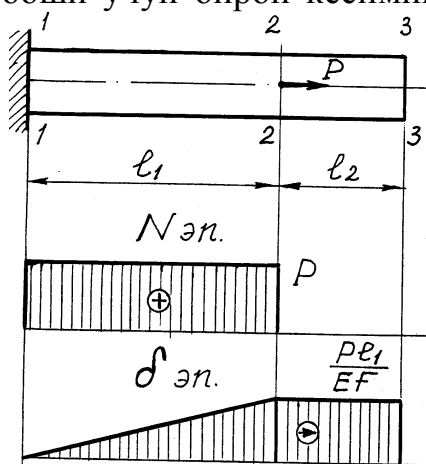
(5.3) боғланиш координата ўқлар системасида оғма тўғри чизик билан кўрсатилиши мумкин

Тўғри чизик билан абсцисса ўқи орасидаги бурчакнинг тангенс эластиклик модули Е нинг миқдорини кўрсатади:

$$E = \operatorname{tg} \alpha.$$

Бу нарсa эластиклик модули Е нинг геометрик моҳиятини аңглатса, унинг физик моҳияти материалларнинг эластиклик хоссаларини ифодалашидадир.

Стерженларнинг кўндаланг кесимлари деформация натижасида бўйлама ўқ йўналишида кўчадилар. Кўчишлар (δ) эпюрасини қуришда одатда санок боши учун бирон кесимнинг (одатда таянч кесимининг) маълум кўчишини қабул қилинади. 5.3 - шаклдаги мисол учун 1-1 таянч кесими маҳкамланганидан санок боши $\delta_{1-1}=0$.



5.3 - шакл.

2-2 кесимнинг кўчиши

$$\delta_{2-2} = \delta_{1-1} + \Delta l_1 = 0 + \frac{N l_1}{EF} = \frac{P l_1}{EF} \text{ (ўнганга).}$$

3 - кесимнинг кўчиши

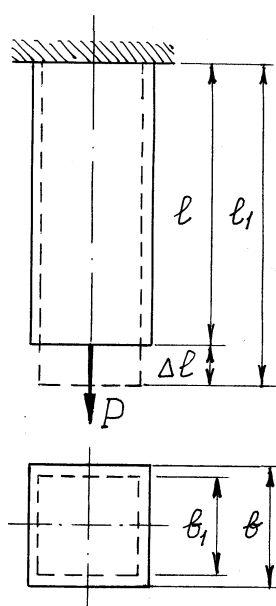
$$\delta_{3-3} = \delta_{2-2} + \Delta l_2 = \frac{P l_1}{EF} + 0 = \frac{P l}{EF} \text{ (ўнганга).}$$

Демак, стерженнинг l_1 узунликка эга бўлган чап қисмигина деформацияланади, l_2 узунликдаги ўнг қисми эса, бу қисмда нормал куч таъсир этмаганлигидан, деформацияланмасдан кўчади.

5.3. Кўндаланг деформация коэффиценти. Пуассон коэффиценти. Хажмнинг нисбий ўзгариши.

Стержен чўзилганида унинг кўндаланг кесими ўлчамлари кичрайиб, сиқилганда катталашади. Бу ҳодиса кўндаланг деформацияни ташкил қилади.

5.4 - шаклдаги стерженнинг абсолют деформациялари:



5.4 - шакл.

бўйлама $\Delta l = l_1 - l$;

кўндаланг $\Delta v = v - v_1$;

нисбий деформациялари

бўйлама $\epsilon = \Delta l / l$;

кўндаланг $\epsilon' = \Delta v / v$.

Кўндаланг ва бўйлама нисбий деформациялар ўртасида қуйидаги тажрибавий боғланиш мавжуд.

$$\epsilon' = -\mu \epsilon \quad (5.9)$$

бу ердаги μ - кўндаланг деформация коэффиценти (Пуассон коэффиценти) бўлиб, у материалнинг кўндаланг деформацияланиш қобилятини ифолайди. Бу коэффицент, умуман, материалнинг эластиклик характеристикаларидан биридир.

Пуассон коэффиценти катталиги 0 билан 0,5 оралигида, кўпчилик материаллар учун 0,25 дан 0,35 гача, ўзгаради, масалан пўлат учун $\mu = 0,25 \dots 0,33$; чўян учун $\mu = 0,23 \dots 0,210$; пўкак учун $\mu \approx 0,00$; кўрғошин учун $\mu = 0,45$; каучук учун $\mu = 0,410$; парафин учун $\mu \approx 0,5$.

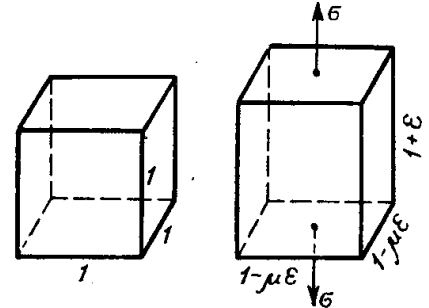
Чўзилиш - сиқилишда жисм ҳажмининг қандай ўзгаришини кўрамиз. Бунинг учун стержендан деформациягача ҳолатидан иккита кўндаланг ва тўртта бўйлама текисликлар ёрдамида томонлари 1 (бирлик) бўлган элементар куб ажратамиз (5.5 - шакл, а). Деформация натижасида элементар куб ўлчамлари ўзгаради (5.5 - шакл, б).

Деформациягача ҳажм:

$$V_0 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

Деформациядан кейинги ҳажм:

$$V = (1 + \varepsilon)(1 - \mu\varepsilon)^2 = (1 + \varepsilon)(1 - 2\mu\varepsilon + \mu^2\varepsilon^2) = 1 - 2\mu\varepsilon + \varepsilon - 2\mu\varepsilon^2 = 1 + \varepsilon(1 - 2\mu).$$



5.5 - шакл.

Бу ерда $\mu^2\varepsilon^2$ ва $2\mu\varepsilon^2$ қийматлар иккинчи тартибли кичик миқдорлар сифатида эътиборга олинмади.

Деформация натижасида ҳажмнинг нисбий ўзгариши.

$$\theta = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{1 + \varepsilon(1 - 2\mu) - 1}{1} = \varepsilon(1 - 2\mu). \quad (5.10)$$

$0 \leq \mu \leq 0,5$ бўлганидан чўзилиш деформацияси натижасида ҳажм катталашади ва аксинча.

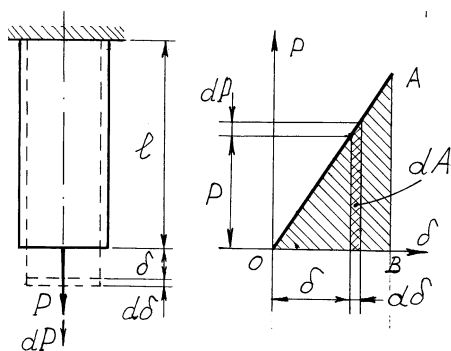
5.4. Эластик деформациянинг потенциал энергияси

Ташқи кучлар кўчишлар жараёнида иш бажарадилар. Бунда уларнинг потенциал энергияси камайбориб, энергиянинг сақланиш қонунига кўра, деформациянинг потенциал энергиясига айланади. Ташқи куч потенциал энергиясининг камайган миқдорининг қиймати деформация жараёнида ташқи кучнинг бажарган ишига тенглигидан, деформация потенциал энергиясини аниқлаш масаласи ташқи кучнинг бажарган ишини ҳисоблаш масаласига келтирилади, яъни $U = A$.

Ташқи кучлар таъсирида ҳосил бўлган эластик (қайишқоқ) деформация натижасида материалда тўпланадиган энергия деформациянинг потенциал энергияси дейилади. Стержендан ташқи куч олинганида унинг таъсирида стерженнинг ўлчамлари ва шакли қайта тикланади. Бинобарин, деформацияланувчи эластик жисм энергия манбаи бўлган «аккумуляторга» айланади (масалан, патефон ва механик соатларнинг пружинаси).

Статик ўзгарувчи куч таъсирида ишни аниқлаш лозимлигидан P - δ графигидан фойдаланиш қулай (5.6 - шакл).

Деформациялаш жараёнининг бирон лаъзасида куч қиймати P , стержен пастки кесимининг мос кўчиши $\delta = \Delta l = \frac{Pl}{EF}$ бўл-син. Кейинги чексиз кичик лаъзада куч қиймати dP орттирма олади, кўрилатган кесим бунга мос равишда $d\delta$ қўшимчага кўчади. Бунда ташқи куч бажарган элементар иш



5.6 - шакл.

$$dA = (P + dP)d\delta = Pd\delta + dP \cdot d\delta$$

Иккинчи тартибли чексиз кичик қийматни ташлаб юборсак,

$$dA = Pd\delta = P \frac{dP \cdot l}{EF}$$

тенгламанинг иккала томонини P бўйича интегралласак

$$A = \frac{P^2 l}{2EF} = \frac{P\delta}{2}.$$

Ушбу ифода чўзилиши диаграмасидаги OAB учбурчак қисмининг юзасидан иборат бўлиб, қуйидаги Клапейрон теоремаси кўринишида таърифланади.

Чизиқли деформацияланувчи системага статик қўйилган кучнинг бажарган иши куч охириги қийматининг тегишли кўчишнинг охириги қийматига кўпайтмасининг ярмига тенг:

$$A = 0,5 P\delta \quad (5.11)$$

Теоремани деформациянинг барча турлари учун қўллаш мумкин. (5.11) формулани ва $U=A$ ни эканлигини назарда тутсак,

$$U = \frac{N^2 l}{2EF} = \frac{(\Delta l)^2 EF}{2l} = \frac{\sigma^2 Fl}{2E} \quad (\mathcal{K}) \quad (5.12)$$

Стерженнинг ҳажм бирлигига тўғри келган потенциал энергия солиштирма потенциал энергия дейилади:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\sigma \varepsilon}{2} \quad (\mathcal{K} / \text{м}^3) \quad (5.13)$$

Деформациянинг потенциал энергияси қанчалик каттароқ бўлса, ёки уни характерловчи чўзилиш диаграммасининг юзаси қанчалик каттароқ бўлса, стержен материали шунчалик пластикроқ, зарб таъсирга шунчалик чидамлироқдир.

Назорат саволлари

1. Текис кесимлар гипотезасининг моҳияти нимада?
2. Марказий чўзилиш ёки сиқилиш қандай ҳолда содир бўлади?
3. Бўйлама кучнинг математик ифодаси қандай?
4. Бўйлама куч билан нормал кучланиш орасидаги боғланишни ёзинг.
5. Абсолют чўзилиш нима?
6. Нисбий чўзилиш нима ва унинг ўлчамлари қандай топилади?
7. Гук қонуни нимадан иборат ва унинг математик ифодаси қандай ёзилади?
8. Чўзилиш ёки сиқилишдаги эластик модули нимани характерлайди?
9. Чўзилиш ёки сиқилишда стержен кўндаланг кесими бикрлиги нима?
10. Стержен бикрлиги нима?
11. Пуассон коэффиценти нима?
12. Чўзилиш ёки сиқилишда жисм ҳажми қандай ўзгаради?
13. Деформациянинг потенциал энергияси нима? У нима ҳисобига тўпланади
14. Клапейрон теоремасини тушунтиринг.
15. Солиштирма потенциал энергия нима? У қандай ифодаланади?

6 - МАЪРУЗА

Мавзу: Материалларнинг хоссаларини синаб ўрганиш

РЕЖА:

- 6.1. Умумий тушунчалар.
- 6.2. Чўзилиш диаграммаси. Материалнинг мустаҳкамлик характеристикалари.
- 6.3. Материалнинг пластиклик кўрсаткичлари.
- 6.4. Солиштирма деформация иши.
- 6.5. Қаттиқлик.
- 6.6. Зарбий қовушқоқлик.

6.1. Умумий тушунчалар

Мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблашда материалларнинг зарур хусусиятларини билиш лозим. Материалларнинг асосий механик хоссаларини унинг чегаравий кучланишлари (асосий эластиклик ва мустаҳкамлик характеристикалари), пластиклик кўрсаткичлари, қаттиқлиги ва зарбий қовушқоқлиги ташкил этади.

Конструкцион материаллар ўз хоссалари бўйича шартли равишда пластик ва мўрт материалларга бўлинадилар. Пластик материалларга кам углеродли пўлат, мис, алюминий ва бошқалар кирази. Улар сезиларли деформацияланиб емирилади. Мўрт материалларга юқори углеродли пўлат, чўян, бетон, тош ва бошқалар кириб, улар жуда оз деформацияланиб емирилади.

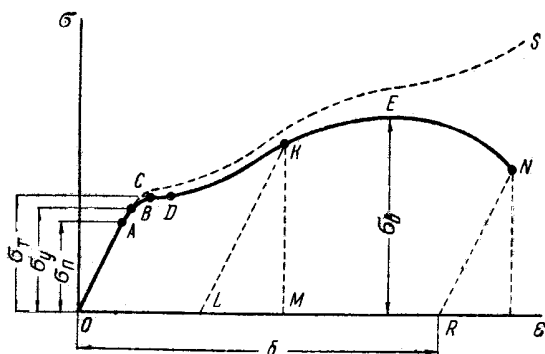
Пластик материаллар чўзилиш ва сиқилишда бир хил қаршилик кўрсатадилар. Мўрт материаллар чўзилишга қараганда сиқилишга яхшироқ қаршилик кўрсатадилар.

Материалларнинг хоссаларини материалдан ясалган махсус намуналарни синаш орқали аниқланади. Чўзилиш ва сиқилишга синаш статик синовлар ичида кенг тарқалган ва оддий ҳисобланиб, унинг натижалари асосида материалнинг бошқа деформацияларга қаршилик кўрсатиш қобилиятлари ҳақида хулоса қилиш имконини беради.

Чўзилишда синаш учун цилиндрик ёки ясси намуналар қўлланади. Намуна ишчи қисмининг диаметри $d_0=10$ мм ва ҳисоблаш узунлиги $\ell_0=10d_0=100$ мм бўлган цилиндрик намуна асосий намуна ҳисобланади.

6.2. Чўзилиш диаграммаси. Материалнинг мустаҳкамлик характеристикалари

Синов пайтида машинада $N-\Delta\ell$ чўзилиш диаграммаси ёзиб олинади. Бир хил материалдан ясалган турли ўлчамли намуналарнинг синов натижалари ҳақида тўғри хулосалар қилиш мақсадида чўзилиш диаграммасини σ - ε координата ўқлар системасида қайта қурилади (6.1 - шакл). Бунда $\sigma=P/F_0$ ва $\varepsilon=\Delta\ell/\ell_0$.



6.1 - шакл.

Кучланиш ва нисбий чўзилиш тегишлича бошланғич кесим юзаси ва наmunанинг бошланғич узунлигига нисбатан ҳисобланганидан бу диаграммани шартли чўзилиш ёки шартли кучланиш диаграммаси деб юритилади.

Кам углеродли пўлатнинг чўзилиш диаграммасининг пропорционаллик чегараси (σ_p) гача ОА қисмида деформация кучланишларга пропорционал ортиб боради, яъни бу ораликда материал Гук қонунига бўйсунди. А нуқтага жуда яқин В нуқта эластиклик чегараси (σ_e) га мос бўлиб, бунда 0,002...0,005 фоиз қолдиқ деформация қолиши мумкин. Кучланиш С нуқтага етганда деформация кучнинг деярли ўзгармас қийматида ортиб боради. Диаграмманинг СД қисми оқувчанлик юзачаси деб юритилади. Бу қисм бошидаги С нуқта оқувчанлик чегараси ($\sigma_{ок}$) га мос келади. Материал оққанда наmunанинг ялтироқ сирти хиралашади. Бунинг сабаби материал зарраларининг ўзаро силжишидир. Унда намуна сиртида бўйлама ўққа 45 градус бурчак остида **силжиш чизиклари (Чернов-Людерс чизиклари)** пайдо бўлади.

Юқори углеродли ва легирланган пўлатлар, дюралюмин, бронза, мис ва алюмин диаграммаларида оқувчанлик юзачалари бўлмайди. Улар учун **шартли оқувчанлик чегараси** ($\sigma_{0,2}$) белгиланади. У қолдиқ узайиш намуна узунлигининг 0,2 фоизини ташкил қиладиган кучланишдан иборат.

Оқувчанлик чегарасидан кейин материал мустаҳкамлашади ва намуна бутун узунлиги бўйича бир текис узаяди. Кучланиш диаграмманинг Е нуқтасига мос энг юқори қийматга эришгач, намунада маҳал лий ингичкалашиш - «**бўйин**» ҳосил бўлади. Ана шу энг катта кучланиш **мустаҳкамлик чегараси** ёки **вақтли қаршиликка** (σ_b) тегишли кучланиш деб юритилади.

Қолдиқ деформация «**бўйин**»да тўпланади, натижада унинг кўндаланг кесим юзаси кичраяди ва чузувчи куч пасаяди. Намунанинг узилиши диаграмманинг N нуқтасида «**бўйин**»нинг энг кичик кесими бўйича юз беради. Бу вақтда ҳақиқий кучланиш камаймайди, балки наmunани узадиган даражада ўсади (ҳақиқий диаграмманинг S нуқтаси).

Амалий ҳисобларда материалларнинг асосий эластиклик ва мустаҳкамлик характеристикалари сифатида эластиклик чегараси - σ_e , оқиш чегараси - $\sigma_{ок}$ ва вақтли қаршилик (мустаҳкамлик чегараси) - σ_b қўлланади.

6.3. Материалнинг пластиклик кўрсаткичлари

Материалнинг мустаҳкамлик характеристикаларидан ташқари чўзилишга синаш натижасида унинг пластиклик кўрсаткичлари: **нисбий қолдиқ узайиш ε ва нисбий кўндаланг торайиш ψ** аниқланади:

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100\%; \quad (6.1)$$

$$\psi = \frac{F_0 - F_\delta}{F_0} \cdot 100\%, \quad (6.2)$$

бу ерда ℓ_1 - намунанинг узилгандан кейинги узунлиги,
 B_δ - узилиш жойида бўйиннинг энг кичик кесими юзаси.

6.4. Солиштира деформация иши

Материалнинг динамик кучларга қаршилиқ кўрсатиш хусусиятини **солиштира деформация иши** характерлайди.

$$a = \frac{A}{V_0} \cdot (\text{Ж/м}) \quad (6.3)$$

Баъзан ушбу кўрсаткични материалнинг статик қовушқоқлиги деб ҳам юритилади. Қовушқоқлик - материалнинг емирилмай деформациянинг механик энергиясини ютиш қобилиятини ифодалайди.

Намунани узишга сарфланган иш (A) чўзилиш диаграммасининг юзаси билан аниқланади. Намуна ҳисоблаш қисмининг дастлабки ҳажми $V_0 = F_0 \ell_0$.

Бу кўрсаткич ҳам мустаҳкамликни, ҳам пластикликни ифодалайди.

Мисол тариқасида Ст.3 маркали пўлатнинг кўрсаткичларини келтирамиз.

$$\sigma_n \approx 210 \text{ МПа}; \sigma_s \approx 220 \text{ МПа}; \sigma_{ок} \approx 230 \text{ МПа}; \sigma_b = 380 \text{ МПа}; \\ \varepsilon \geq 21\% (25...27\%); \psi = 50...60\%; a = 0,8...1,0 \text{ Дж/м}^3.$$

Мўрт материалларнинг чўзилиш диаграммасида оқувчанлик юзачаси ва мустаҳкамланиш зонаси бўлмайди. Намуна кичик қолдиқ деформациялар (2...3%) да бўйин ҳосил қилмай емирилади. Мўрт материалларнинг асосий хоссаси - σ_b .

Материалларнинг сиқилувчанлигини ўлчамлари $\ell_0 = (1...3)d_0$ бўлган цилиндрик намуналарни синаб бажарилади. Пластик материал - кам углеродли пўлатнинг сиқилиш диаграммасида пропорционаллик ва оқувчанлик чегараларига тегишли кучланишларни белгилаш мумкин. Мўрт материал - кўлранг чўяннинг сиқилиш диаграммасида фақат мустаҳкамлик чегарасига тегишли кучланишни белгиланади. Намунанинг емирилиши бўйлама ўққа 45 градус бурчак остида дарзлар пайдо бўлиши билан кузатилади.

6.5. Қаттиқлик

Қаттиқлик - материалнинг маҳаллий контакт таъсирларда сиртки пластик деформацияланишга ёки маълум синов шароитларида сиртки қатламда мўрт емирилишга қаршилиқ кўрсатиш қобилиятидир. Баъзи авторлар (В. И. Феодосьев, Б. Қ. Қорабоев) таъбири билан айтганда, қаттиқлик - материалнинг унга бошқа жисмнинг сиртдан механик киришига қаршилиқ кўрсатиш хусусиятидир.

Қаттиқликка синаш усулларининг энг кўп тарқалганлари **Бринелл**, **Роквелл**, **Виккерс** усуллари дир. Буларда синалаётган жисм сиртига тегишлича тобланган пўлат шарча, ёки олмос конус, ёки олмос пирамида катта куч (3000 кГк) билан босилади ва маълум вақт (одатда 10 С) дан кейин

материал сиртида қолган из катталиги бўйича қаттиқлик сони аниқланади. Қаттиқлик сони ва материалнинг мустаҳкамлик кўрсаткичлари орасида боғланишлар мавжуд. Масалан, кам углеродли пўлат учун $\sigma_b \approx 0,36 \text{ НВ}$; пўлат қўймалар учун $\sigma_b = (0,3 \dots 0,4) \text{ НВ}$; кўлранг чўян учун $\sigma_b = (\text{НВ}-40)/6$.

6.6. Зарбий қовушқоқлик

Материалнинг динамик кучларга қаршилик кўрсатиш қобилиятини **зарбий қовушқоқлик** ифодалайди. Қовушқоқлик - қаттиқ жисм структурасининг ёриқларнинг тарқалишини ушлаб қолиш, қийинлаштириш, унга қаршилик қилиш хусусиятидир.

Зарбий қовушқоқлик зарб билан намуна синдиришга сарфланган ишнинг унинг синган жойидаги кўндаланг кесими юзасига нисбатидан иборат:

$$a = A/F_H. \quad (\text{Дж/м}^2) \quad (6.4)$$

Материал қанча пластик бўлса бу кўрсаткич шунча каттароқ бўлади.

Илмий ишлар хулосаларига кўра материалнинг зарбий қовушқоқлиги унинг структурасига боғлиқ бўлади.

Назорат саволлари

1. Материалларнинг механик хоссалари қандай кўрсаткичлар билан ифодаланади?
2. Пластик ва мўрт материаллар қандай асосий хусусиятлари билан фарқланади?
3. Шартли кучланиш диаграммаси нима?
4. Материалларнинг мустаҳкамлик характеристикаларини нималар ташкил этади?
5. Кучланиш оқувчанлик чегарасидаги қийматига эришганда материалда қандай ғодиса рўй беради?
6. Шартли оқувчанлик чегараси нима?
7. Намунанинг узилиш пайтидаги ҳақиқий кучланиш қандай ҳисобланади?
8. Материалларнинг пластиклик кўрсаткичлари ва уларнинг қандай топилишини сўзлаб беринг.
9. Солиштира деформация иши кўрсаткичи материалнинг қандай хусусиятини характерлайди?
10. Зарбий қовушқоқлик нима? Унинг қандай кўрсаткичлари бор?
11. Қаттиқлик нима? Уни аниқлашнинг қандай усуллари биласиз?

7 - МАЪРУЗА

Мавзу: Чўзилиш ва сиқилишда мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблар

РЕЖА:

- 7.1. Рухсат этилган кучланишни танлаш. Мустаҳкамлик захира коэффиценти.
- 7.2. Чўзилиш - сиқилишдаги мустаҳкамлик ва бикрлик шартлари.
- 7.3. Чўзилиш - сиқилишда ўз оғирлигини ҳисобга олиш.
- 7.4. Тенг қаршиликли бруслар.
- 7.5. Поғонали бруслар.

7.1. Рухсат этилган кучланишни танлаш. Мустаҳкамлик захира коэффиценти

Конструкциянинг емирилмай, узоқ вақт хавфсиз ишлашини таъминлайдиган энг катта кучланиш рухсат этилган кучланиш дейилади. Рухсат этилган кучланиш хавфли (чекли) кучланишнинг танланган эҳтиёт коэффицентиغا бўлган нисбатига тенг.

Конструкция мустаҳкамлигини камайтирувчи тасодифий факторлар турли-туман бўлиб, улар таъсирида конструкциянинг хавфсизлик чораларини кўриш керак. Конструкция ва унинг қисмлари хавф - хатарсиз ишлашлари учун уларда ҳосил бўладиган кучланишлар рухсат этилган кучланишдан ошмасликлари керак. Рухсат этилган кучланиш:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{чек}}}{n} \quad (7.1)$$

бунда n - эҳтиёт ёки запас коэффиценти, $\sigma_{\text{чек}}$ - материалнинг чекли кучланиши бўлиб, пластик материаллар учун $\sigma_{\text{чек}} = \sigma_{\text{ок}}$, мўрт материаллар учун $\sigma_{\text{чек}} = \sigma_{\text{в}}$.

Эҳтиёт - запас коэффиценти қиймати тўпланган тажрибаларга, ҳисоб усуллариининг аниқлигига, материалларнинг хоссаларига, ҳатто муҳандиснинг малакасига, сезгирлигига боғлиқ.

Умуман, эҳтиёт - запас коэффиценти қуйидаги кўпайтма кўринишида ифодаланади:

$$n = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \dots$$

Ҳозирги пайтда машинасозликда битта, учта, бешта ва ҳатто ўн та хусусий коэффицентлардан фойдаланиш тавсия қилинган. «Машинасозликдан справочник» да учта хусусий коэффицент назарда тутилган.

n_1 - кучлар ва кучланишларнинг аниқлашдаги ноаниқликларни назарда тутати. Ҳисобларнинг аниқ бажарилган ҳолларида $n_1 = 1, 2 \dots 1, 5$; кам аниқлик ҳолларида $n_1 = 2 \dots 3$.

n_2 - материалнинг бир жисмли эмаслигини ва механик ишловга сезгирлигини эътиборга олади. Унинг катталиги чекли кучланиш ва материал турига боғлиқ равишда 1,2 дан 6,0 гача олинади.

$N_3 = 1 \dots 1, 5$ бўлиб, иш шароити ва деталнинг масъуллик даражасини назарда тутати.

Рухсат этилган кучланишни танлашда $\sigma_{чек}=\sigma_{ок}$ бўлган ҳолда $n=1,5...2,5$ ва $\sigma_{чек}=\sigma_{в}$ бўлса $n = 2,5 ...5,0$ бўлиши лозим.

Умуман, асосий материаллар учун рухсат этилган кучланишлар қийматлари справочникларда берилган.

7.2. Чўзилиш - сиқилишдаги мустаҳкамлик ва бикрлик шартлари

Чўзилаётган (сиқилаётган) стерженнинг хавфли кесимидаги кучланишни аниқлаб ва стержен материали учун рухсат этилган кучланишни белгилаб олингандан сўнг стержен мустаҳкамлиги тўғрисида хулоса қилиш мумкин. Бунинг учун хавфли кесимдаги кучланишни стержен материали учун рухсат этилган кучланиш билан солиштирилади.

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma] \quad (7.2)$$

Агар стержен материали чўзилиш ва сиқилишга турлича қаршилик кўрсатса, мустаҳкамликка ҳисоб чўзилишга алоҳида, сиқилишга алоҳида бажарилади.

Мустаҳкамлик шarti ёрдамида қуйидаги **уч хил масалани** ҳал қилиш мумкин:

1. Мавжуд конструкциянинг мустаҳкамлигини текшириш. Бунда маълум ташқи кучлар катталиклари ва кўндаланг кесим ўлчамлари бўйича ҳақиқий кучланиш ҳисобланиб, рухсат этилган кучланиш билан солиштирилади:

$$\sigma \leq [\sigma]. \quad (7.3)$$

Бунда ҳақиқий кучланишлар рухсат этилган кучланишлардан $\pm 5\%$ дан фарқланмасликлари керак. Ҳақиқий кучланишнинг ортиқлиги ушбу қийматдан кўпроқ фарқланишига мустаҳкамлик нуктаи назаридан йўл қўйиб бўлмайди. Камлигининг 5% дан ортиқлиги эса материалнинг ортиқча сарфланаётганлигини кўрсатади.

Ҳақиқий мустаҳкамлик эҳтиёт запас коэффициенти пластик материаллар учун $n=\sigma_{ок}/\sigma$; мўрт материаллар учун $n=\sigma_{в}/\sigma$. Бу ерда σ - стержен кўндаланг кесимидаги ҳақиқий кучланиш.

2. Ташқи кучнинг хавфсиз катталигини аниқлаш. Бунда мавжуд конструкциянинг юк кўтариш қобилятини кўндаланг кесим ўлчамлари ва конструкция материали учун рухсат этилган кучланиш қийматлари бўйича аниқланади.

$$N \leq F[\sigma]. \quad (7.4)$$

3. Лойиҳалаш масаласи, яъни кўндаланг кесимнинг зарур ўлчамларини топиш. Бунда ташқи кучларнинг маълум қийматлари ва танланган материал учун рухсат этилган кучланиш катталигига асосланилади.

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (7.5)$$

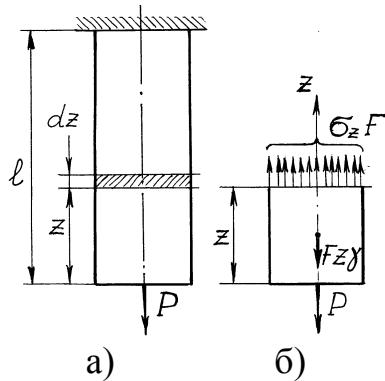
Чўзилиш - сиқилишдаги бикрлик шarti баъзи конструкцияларнинг меъёрий ишлашлари учун уларнинг элементларининг деформацияси рухсат этилган катталиқдан ортмаслиги кераклигини назарда тутати.

$$\Delta l \leq [\Delta l] \quad \Delta l = \frac{Nl}{EF} \leq [\Delta l], \quad (7.6)$$

$$\text{ёки} \quad \varepsilon \leq [\varepsilon] \quad \varepsilon = \frac{N}{EF} \leq [\varepsilon], \quad (7.7)$$

7.3. Чўзилиш - сиқилишда ўз оғирлигини ҳисобга олиш

Баъзи ҳолларда конструкцияларнинг ўз оғирликлари анча катта кучланиш ва деформацияларни ҳосил қиладики, уларнинг таъсирини албатта ҳисобга олиш зарур бўлади.



7.1 - шакл.

Кесим юзаси доимий бўлган стерженнинг (7.1 - шакл) ўз оғирлиги таъсирини кўрамиз. Бруснинг ихтиёрий кесимидаги кучланишларни кесиш усулида топамиз. Олиб қолинган пастки қисмнинг мувозанатини текширамиз.

$$\sum Z = 0; \quad \sigma_z \cdot F - P - FZ\gamma = 0$$

Бундан ихтиёрий кесимдаги нормал кучланиш

$$\sigma_z = \frac{P}{F} + \gamma Z. \quad (7.8)$$

Бу ерда γ - материалнинг солиштирма оғирлиги.

Бруснинг ўз оғирлиги таъсиридаги нормал кучланиш

$$\sigma_z = \gamma Z. \quad (7.9)$$

Ушбу кучланиш брус материалынинг вақтли қаршилик (мустаҳкамлик чегараси)га тегишли кучланиш қийматига эришса, брус ўз оғирлиги таъсирида узилади. Бруснинг ўз оғирлиги таъсиридан узиладиган узунлиги **критик узунлик** дейилади:

$$\ell_k = \sigma_{\sigma} / \gamma \quad (7.10)$$

Стерженнинг ўз оғирлигини ҳисобга олгандаги мустаҳкамлик шарт

$$\sigma = \frac{P}{F} + \gamma l \leq [\sigma] \quad (7.11)$$

Бундан хавфсиз юк катталиги

$$P \leq F([\sigma] - \gamma l),$$

кўндаланг кесимнинг зарур катталиги

$$F \geq \frac{P}{[\sigma] - \gamma l}.$$

Ўз оғирлиги таъсиридан dz қалинликдаги элемент деформацияси:

$$\Delta dz = \frac{Fz\gamma \cdot dz}{EF}.$$

Интегралласак

$$\Delta l = \frac{Ql}{2EF}, \quad (7.12)$$

Бу ерда бруснинг ўз оғирлиги $Q = Fl\gamma$

Бруснинг ўз оғирлиги таъсиридаги нормал куч пастки учда ($Z=0$) $N_Z=0$; юқориги маҳкамланган кесимда $N_Z=Q=Fl\gamma$; ўртача нормал куч эса $Q/2$ га тенг. Иккинчи томондан, ҳисобларда бруснинг ўз оғирлиги бруснинг оғирлик марказига, яъни узунлигининг ўртасига қўйилган деб қараш мумкин. Бу ҳолда бруснинг узунлиги $l/2$ бўлган юқориги қисмига чўзилади деб қараш

мумкин. (7.12) формуланинг махражидаги «2»нинг физик маъноси ана шу нуқтаи назарлардан тушунтирилиши мумкин.

Кучлар таъсирларининг мустақиллик принцигига кўра ташқи куч ва ўз оғирлиги таъсиридаги деформация

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} + \frac{Ql}{2EF}. \quad (7.13)$$

7.4. Тенг қаршиликли бруслар

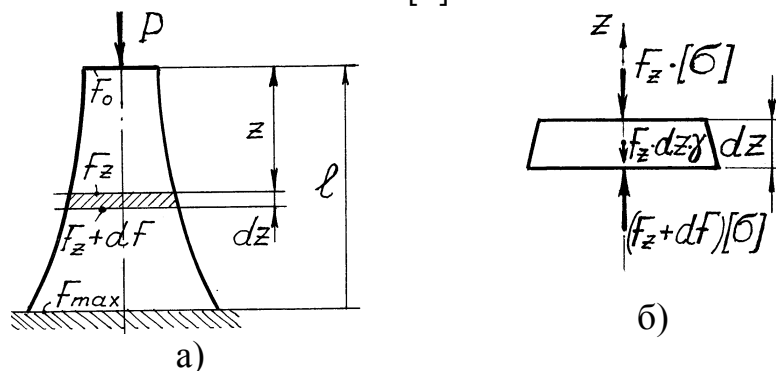
Юқорида кўрилган бруснинг фақат маҳкамланган кесими рухсат этилган кучланишга тенг кучланишга, бошқа кесимлари эса ундан кам кучланишларга қаршилиқ қилади, демак брусни тайёрлашга ортиқча материал сарфланади. Материални зарур миқдорда сарфлаш учун кесим ўлчамларини ўзгарувчан қилиб тайёрлаш керак бўлади. **Барча кўндаланг кесимларидаги кучланишлар доимий ва рухсат этилган кучланишга тенг бруслар тенг қаршиликли бруслар дейилади.**

Бруснинг эркин учидан z масофада чексиз кичик dz қалинликда элемент ажратиб (7.2-шакл, а), унинг мувозанатини текшираемиз.

$$\sum Z = 0. \quad -F_z[\sigma] - F_z \cdot dz \cdot \gamma + (F_z + dF)[\sigma] = 0$$

$$\text{Бундан} \quad dF \cdot [\sigma] = F_z \cdot dz \cdot \gamma \quad \text{ва} \quad \frac{dF}{F_z} = \frac{\gamma}{[\sigma]} dz$$

$$\text{интегралласак} \quad \ln F_z + C = \frac{\gamma}{[\sigma]} Z$$



7.2 - шакл.

Интеграл доимийсини топамиз: $Z=0$ да $F_z=F_0$, демак $C = -\ln F_0$.

У ҳолда

$$\ln F_z - \ln F_0 = \frac{\gamma}{[\sigma]} Z.$$

$$F_z / F_0 = e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} Z}$$

$$\text{ёки} \quad F_z = F_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} Z} \quad (7.14)$$

Бруснинг энг катта юзаси маҳкамланган кесимда ($Z=l$) бўлиб,

$$F_{\max} = F_0 e^{\frac{\gamma l}{[\sigma]}}.$$

Бошланғич кесим ($z=0$) $F_0=P/[\sigma]$ эканлигини назарда тутсак.

$$F_{\max} = \frac{P}{[\sigma]} e^{\frac{\gamma l}{[\sigma]}} \quad (7.15)$$

Тенг қаршиликли бруснинг оғирлигини ҳисоблайлик. Бруснинг мувозанат тенгламаси:

$$P+Q=[\sigma] B_{max}. \quad \text{бундан} \quad Q=[\sigma] F_{max}-P$$

$$\text{ёки} \quad Q=P\left(e^{\frac{\gamma l}{[\sigma]}}-1\right) \quad (7.16)$$

Бруснинг абсолют деформациясини топамиз. Бруснинг барча кесимларидаги кучланишлар доимий ва рухсат этилганига тенглигидан бутун узунлиги бўйича нисбий деформация $\varepsilon = \frac{[\sigma]}{E}$ ҳам доимий бўлади. Унда

$$\Delta l = \varepsilon l = \frac{[\sigma]}{E} l.$$

Тенг қаршиликли брус контури гипербола чизиқи қонуни бўйича ўзгаришини ҳисобга олсак, бундай устунни яшаш қимматга тушади. Шунинг учун бундай устунларни яшаш кесик конус ёки, асосан, кесик пирамида шаклида тайёрланади.

7.5. Поғонали бруслар

Кўпчилик ҳолларда тенг қаршиликли брусларни ўзгарувчан кесимли поғонали бруслар кўринишида тайёрланади (7.3 - шакл).

Пастдан биринчи поғонанинг зарур кесим юзаси

$$F_1 = \frac{P}{[\sigma] - \gamma l_1}.$$

Пастки қисмнинг юқориги кесимидаги кучланиш $[\sigma]$ га тенглигидан, иккинчи қисмнинг пастки кесимида таъсир қилаётган куч $N_1 = [\sigma] F_1$ бўлади. Демак, иккинчи қисмнинг зарур кесим юзаси

$$F_2 = \frac{N_1}{[\sigma] - \gamma l_2}.$$

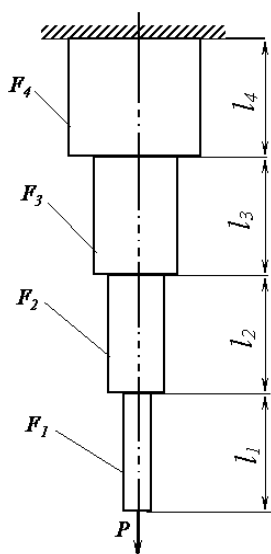
Шунга ўхшаш, $N_2 = [\sigma] F_2$ ва

$$F_3 = \frac{N_2}{[\sigma] - \gamma l_3}.$$

Умуман, n - поғона учун

$$F_n = \frac{N_{n-1}}{[\sigma] - \gamma l_n}. \quad (7.17)$$

Бунда $N_{n-1} = [\sigma] F_{n-1}$.



7.3 - шакл.

Назорат саволлари

1. Қандай кучланиш рухсат этилган кучланиш деб аталади ва у пластик ва мўрт материаллар учун қандай топилади?
2. Эҳтиёт коэффиценти нима ва унинг миқдори қандай факторларга боғлиқ?
3. Чўзилиш - сиқилишдаги мустаҳкамлик шартини ёзинг.
4. Мустаҳкамлик шarti ёрдамида ҳал қилинадиган уч хил масалани тушунтиринг.
5. Чўзилиш - сиқилишдаги бикрлик шarti қандай кўринишларда ифодаланиши мумкин?
6. Мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисобларнинг иктисодий аҳамияти нимада?
7. Вертикал бруснинг ўз оғирлиги таъсиридаги нормал куч, нормал кучланиш, бўйлама деформация формулаларини келтириб чиқаринг.
8. Ўз оғирлигини ҳисобга олгандаги мустаҳкамлик шартини ёзинг ва унинг ёрдамида ҳал қилинадиган уч хил масалани тушунтиринг.
9. Доимий кесимли вертикал бруснинг бўйлама деформацияси формуласидаги « $1/2$ » кўпайтма нима билан тушунтирилади?
10. Тенг қаршиликли бруслар деб қандай брусларга айтилади? Уларнинг ихтиёрий юзаси қандай топилади?
11. Поғонали брус юзаси қандай топилади?

8 - МАЪРУЗА

Мавзу: Чўзилиш - сиқилишдаги статик аниқмас масалалар

РЕЖА:

- 8.1. Умумий тушунчалар.
- 8.2. Чўзилиш - сиқилишдаги статик аниқмас масалаларни ечиш.
- 8.3. Температура ўзгаришида ҳосил бўладиган кучланишлар.
- 8.4. Йиғишдаги кучланишлар.

8.1. Умумий тушунчалар

Чўзилиш - сиқилишга ишлайдиган инженерлик конструкциялари статик аниқ ёки статик аниқмас система кўринишида бўлишлари мумкин.

Ташқи кучлар ёки бошқа омиллар таъсирида системада ҳосил бўладиган номаълум реакцияларни статика тенгламалари ёрдамида топиш мумкин бўлган системалар **статик аниқ системаларни** ташкил этади.

Конструкция мустаҳкамлиги ва бикрлигини орттириш мақсадларида баъзан унга қўшимча таянчлар, қўшимча стерженлар ўрнатилади. Бу ўз навбатида қўшимча боғланишларни ҳосил қилиб, номаълум реакциялар миқдорини орттиради.

Ташқи куч таъсирида системада ҳосил бўладиган номаълум реакциялар миқдори шу система учун тузиш мумкин бўлган статиканинг мувозанат тенгламалари миқдоридан кўп бўлган системалар **статик аниқмас системалар** деб юритилади. Системадаги номаълум реакциялар ва шу система учун тузилган статика тенгламалари миқдорлари фарқи системанинг статик аниқмаслик даражасини ташкил этади.

Статик аниқмас масалаларни ечиш учун системанинг статик аниқмаслик даражаси миқдорида қўшимча тенгламалар тузиш зарур бўлади.

Уларни деформацияларнинг умумийлик шарти ёки деформацияларни солиштириш усули ёрдамида тузилади.

8.2. Чўзилиш - сиқилишдаги статик аниқмас масалаларни ечиш

Бундай масалаларни ечишда қуйидаги усулдан фойдаланиш тавсия қилинади.

Системада ҳосил бўладиган барча номаълум реакция кучлари белгиланади.

1. **Масаланинг статика томони** кўрилади, яъни система учун тузиш мумкин бўлган статиканинг барча мувозанат тенгламалари тузилади.

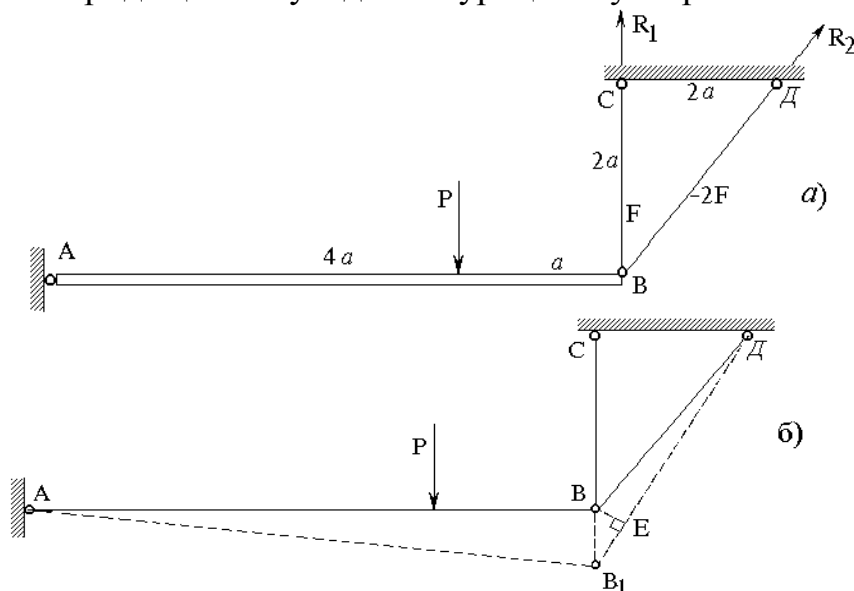
2. **Масаланинг геометрия томони** кўрилади. Бунда системани деформацияланган ҳолда тасаввур қилиб, конструкция алоҳида элементларининг деформациялари ёки кўчишлари орасидаги геометрик боғланиш тузилади. Бундай боғланишлар миқдори системанинг статик аниқмаслик даражаси билан мос бўлиши лозим.

3. **Масаланинг физик томони** кўрилади. Бунда 3-бандда тузилган геометрик боғланишларни Гук қонуни орқали ифодаланади. Температура ўзгарган ҳолда зўриқишлар таъсиридаги деформацияларга ҳарорат деформациялари ҳам қўшилади. Бу билан зарур деформация тенгламалари ҳосил бўлади.

4. **Синтез.** Статика ва деформация тенгламалари биргаликда ечилади ва барча номаълумлар аниқланади.

Чўзилиш - сиқилишда оддий статик аниқмас системалар ҳисобига доир мисоллар кўраимиз.

8.1 - мисол. Абсолют қаттиқ АВ брус (8.1 - шакл, а) қўзғалмас А шарнирли таянчга тиралиб, шарнирлар ёрдамида бир хил материалдан тайёрланган ВС ва ВД стерженларга бириктирилган. Стерженларда ташқи куч таъсирида ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари топилсин.



8.1 - шакл.

Масалани ечишда юқорида тавсия қилинган усулдан фойдаланамиз. Масала шартига кўра қўзғалмас А таянчда ҳосил бўладиган реакция кучининг вертикал ва горизонтал тузувчиларини аниқлашнинг зарурияти

йўқ. Шунинг учун уларни белгиламасдан, улар ҳисобига иккита мувозанат тенгламасини (ўқларга нисбатан проекция тенгламаларини) чиқариб юборайлик.

Ечиш.

1. Стерженлар шарнирли бириктирилганидан, С ва Д таянч реакциялари R_1 ва R_2 стерженларнинг ўқлари бўйича йўналади.

2. Масаланинг статика томони - системанинг А нуктасига нисбатан момент тенгламасини тузамиз.

$$P \cdot 4a - R_1 \cdot 5a - R_2 \cdot 5a \sin 45^\circ = 0 \quad (8.1)$$

Масаланинг статик аниқмаслик даражаси $S=2-1=1$ марта.

3. Масаланинг геометрия томони. Бунинг учун ташқи куч таъсиридан системанинг деформацияланган вазиятини тасаввур қиламиз: абсолют қаттиқ АВ брус деформациядан кейин AB_1 вазиятни олади (8.1 - шакл, б). Бунда иккала стержен чўзилиб, B_1C ва B_1D вазиятни оладилар. ВС стерженнинг абсолют деформацияси Δl_{BC} унинг BB_1 орттирмасидан иборат. ВД стерженнинг деформациясини шаклда белгилаш учун циркулнинг игнасини Д нуктага қўйиб, ВД радиусда ёй чизиш керак. Деформация жуда кичиклигидан бу ёйни В нуктадан B_1D га туширилган ВЕ тик чизиқ билан алмаштирамиз. ВД стерженнинг абсолют деформацияси $\Delta l_{ВД}$ бунда B_1E кесма билан ифодаланади.

Деформациялар орасидаги боғланишни BB_1E учбурчак орқали тузамиз. Деформациягача 45 градусни ташкил қилган СВД бурчак деформация жуда кичиклигидан деярли ўзгармаслигини назарда тутсак

$$B_1E = BB_1 \cos 45^\circ$$

ёки

$$\Delta l_{ВД} = \Delta l_{BC} \cos 45^\circ \quad (8.2)$$

Масаланинг статик аниқмаслик даражаси бир марта бўлганидан деформациялар орасидаги тузилган битта боғланиш кифоя қилади.

4. Масаланинг физика томони. Деформациялар орасидаги (8.2) боғланишни Гук қонуни билан ифодалаймиз.

$$\frac{R_2 \cdot l_{ВД}}{E \cdot 2F} = \frac{R_1 \cdot l_{BC}}{EF} \cdot \cos 45^\circ$$

бундан
$$\frac{R_2 \cdot 2a / \cos 45^\circ}{2} = R_1 \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ёки

$$R_2 = R_1 \quad (8.3)$$

Ҳосил қилинган (3) тенглама зарур бўлган деформация тенгламасидир.

5. Синтез. (1) ва (3) тенгламаларни биргаликда ечамиз.

$$4P - 5R_1 - 5R_1 \sin 45^\circ = 0$$

$$R_1 = R_2 = \frac{4P}{5 \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)};$$

Стерженларнинг зўриқиш кучлари аниқланган реакция кучларига тенг.

8.2 - мисол. Икки учи билан қистириб маҳкамланган стержен қисмларида ташқи Р кучи таъсиридаги ҳосил бўладиган зўриқишлари топилсин (8.2 - шакл).

Ечиш.

1. Номалум реакция кучлари R_A ва R_B ларни белгилаймиз.
2. Масаланинг статика томони. Ушбу ҳолда қуйидаги ягона статика тенгламасини тузиш мумкин.

$$\sum Z=0. R_A - P + R_B = 0 \quad (8.4)$$

Масаланинг статик аниқмаслик даражаси $S=2-1=1$ марта

3. Масаланинг геометрия томони. Бруснинг учлари қистириб маҳкамланганидан улар орасидаги масофа ўзгармайди, яъни брус қисмлари абсолют деформацияларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг:

$$\Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 = 0 \quad (8.5)$$

4. Масаланинг физика томони.

$$\frac{R_A \cdot 3a}{E2F} + \frac{-R_B \cdot a}{EF} = 0$$

$$R_B = \frac{3}{2} R_A. \quad (8.6)$$

5. Синтез.

$$R_A - P + \frac{3}{2} R_A = 0 \quad R_A = \frac{2}{5} P; \quad R_B = \frac{3}{5} P.$$

8.2 - шакл. Стерженнинг юқори қисмидаги зўриқиш кучи $R_A = \frac{2}{5} P$; пастки

қисмида эса $R_B = \frac{3}{5} P$.

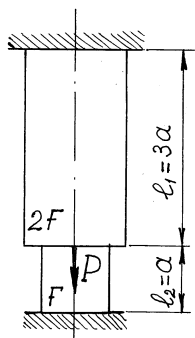
Баъзи ҳолларда ушбу кўринишдаги масалаларни асосий система танлаш орқали ечиш тавсия қилинади. Статик аниқмас берилган (8.3 - шакл, а) системадан ташқи кучлар ва «ортиқча боғланиш» ташлаб юбориб, асосий система (8.3 - шакл, б) ҳосил қилинади. Ушбу ҳолда «ортиқча боғланиш» сифатида пастки таянч қабул қилинган. Энди асосий системани ташқи кучлар ва «ортиқча боғланиш» таъсирини ифодаловчи реакция кучи билан юклаб, эквивалент система (8.3 - шакл, в) ҳосил қилинади.

Масаланинг геометрия томонини кўришда эквивалент системадаги «ортиқча боғланиш»га тегишли кесим кўчишини топиб, берилган система шартига асосан нолга тенглаштирамиз.

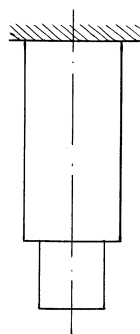
$$\delta_B = \Delta \ell_p + \Delta \ell_{RB} = 0 \quad (8.7)$$

Масаланинг физика томони

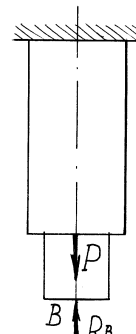
$$\frac{P \cdot 3a}{E \cdot 2F} + \frac{-R_B \cdot 3a}{E \cdot 2F} + \frac{-R_B \cdot a}{EF} = 0. \text{ кўринишида бўлади.}$$



а - берилган система



б - асосий система



в - эквивалент система

8.3 - шакл.

Бундан

$$R_B = \frac{3}{5} P.$$

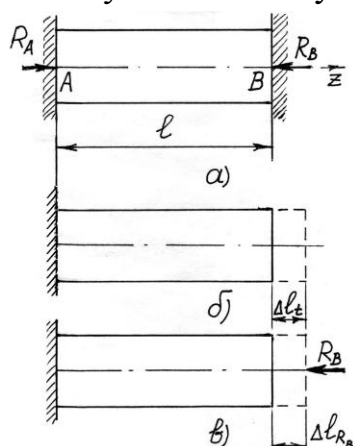
Натижада юқоридагидек.

Баъзи ҳолларда 8.2 - мисол туркумидаги масалаларда стержен учларидан бири маҳкамланиб иккинчи учи билан таянч оралигида тирқиш берилади. Бундай ҳолда масаланинг геометрия томони стержен қисмлари абсолют деформацияларининг алгебраик йиғиндиси тирқиш катталигига тенг кўринишида бўлади.

8.3. Температура ўзгаришида ҳосил бўладиган кучланишлар

Температура ўзгаришида статик аниқмас тизимда ҳосил бўладиган кучланишлар ҳарорат кучланишлари деб юритилади.

Узунлиги ℓ ва кўндаланг кесими B бўлган стержен t_1 температурада икки учи билан қистириб маҳкамлаб қўйилган (берилган система 8.4 - шакл, а)



8.4 - шакл.

Температура t_2 га кўтарилганда асосий системанинг (8.4 - шакл,б) эркин «В» учи

$$\Delta \ell_t = \alpha \ell \cdot \Delta t$$

катталиқда узаяди. Бунда

$$\Delta t = t_2 - t_1;$$

α - материалнинг чизикли кенгайиш коэффиценти.

Берилган системада стержен учлари қистириб маҳкамланганидан уларда таянч реакциялари R_A ва R_B ҳосил бўлади (8.4 - шакл,а).

Масаланинг статика томони:

$$\sum Z = 0; \quad R_A - R_B = 0 \quad (8.8)$$

Масаланинг статик аниқмаслик даражиси $S = 2 - 1 = 1$ марта.

Масаланинг геометрия томони:

$$\delta_B = \Delta \ell_t + \Delta \ell_{R_B} = 0 \quad (8.9)$$

Масаланинг физика томони:

$$\alpha \ell \cdot \Delta t + \frac{-R_B \cdot \ell}{EF} = 0.$$

Синтез:

$$R_B = \alpha \cdot \Delta t \cdot EF$$

Демак, стержен кесимларида температура ортиши натижасида ҳосил бўладиган нормал куч

$$N_t = R_A = R_B = \alpha \cdot \Delta t \cdot EF.$$

Нормал кучланиш

$$\sigma_t = N_t / F = \alpha E (t_2 - t_1) \text{ бўлади.}$$

Нормал кучланиш ишорасини чўзилиш ва сиқилиш учун мос равишда олиш учун охириги формулани

$$\sigma_t = \alpha E (t_1 - t_2)$$

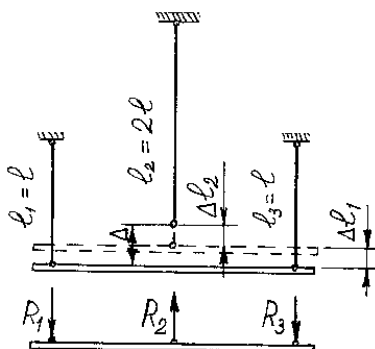
кўринишида ёзамиз

Амалда ҳарорат кучланишлари ниёоятда катта бўлишлари мумкин. Уларни камайтириш учун конструкцияларда ҳарорат тирқишлари қолдирилади.

8.4. Йиғишдаги кучланишлар

Статик аниқмас тизимларда ташқи юк бўлмаса ҳам айрим деталларнинг ноаниқ тайёрланганлиги туфайли кучланишлар вужудга келиши мумкин.

Бундай кучланишлар **йиғиш**(монтаж) ёки **бошланғич кучланишлар** деб юритилади.



8.5 - шакл.

Кўндаланг кесим юзалари бир хил бўлган стерженларга бикир брус симметрик маҳкамланган (8.5 - шакл.). Ўртадаги стержен зарур бўлганидан Δ катталиқда калта тайёрланган. Йиғиш натижасида четки стерженларда сиқувчи (R_1 ва R_3), ўртадаги стерженда чўзувчи куч (R_2) пайдо бўлиб, четки стерженлар Δl га қисқариб, ўрта стержен Δl_2 катталиқка чўзилади.

Мувозанат тенгламаларини тузамиз.

Симметрия шартидан

$$R_1 = R_3 \quad (8.10)$$

$$\sum Y = 0. \quad -R_1 + R_2 - R_3 = 0.$$

$$R_2 = 2R_3. \quad (8.11)$$

Масаланинг статик аниқмаслик даражаси

$$S = 3 - 2 = 1 \text{ марта.}$$

Деформациялар орасидаги боғланиш.

$$\Delta = \Delta l_1 + \Delta l_2 \quad (8.12)$$

(3) ни Гук қонуни орқали ифодалаймиз:

$$\Delta = \frac{R_1 l}{EF} + \frac{R_2 \cdot 2l}{EF} \quad (8.13)$$

(1),(2) ва (4) тенгламаларни биргаликда ечсак

$$R_1 = R_3 = \frac{\Delta EF}{5l}; \quad R_2 = \frac{2\Delta EF}{5l}.$$

Энди йиғиш кучланишларини аниқлаш осон. **Шуни айтиш керакки, Δ масофани ўзгартириш орқали статик аниқмас тизимлардаги зўриқиш ва кучланишларни сунъий равишда бошқариш мумкин. Айниқса, бу нарса темирбетон конструкцияларда кенг қўлланилади.**

Назорат саволлари

1. Статик аниқ система нима? Статик аниқмас системачи?
2. Масаланинг статик аниқмаслик даражаси нимани ифодалайди?
3. Чўзилиш - сиқилишдаги статик аниқмас системаларни ечиш усулини тушунтириб беринг.
4. Асосий система нима? Эквивалент системачи?
5. Учлари қистириб маҳкамланган брус учун деформациялар орасидаги боғланиш тенгламасининг моҳияти нимада?
6. Бир учи қистириб маҳкамланган, иккинчи учи билан таянч оралигида тирқиш бўлган бруснинг деформациялар орасидаги боғланиш тенгламаси қандай кўринишда бўлади?
7. Ҳарорат кучланишининг ҳосил бўлиш механизмини тушунтириб беринг.

8. Ҳарорат кучланишини аниқлаш формуласини ёзинг. Бу кучланишлар қандай ҳосил бўлади?

9. Йиғишдаги кучланишлар қандай ҳосил бўлади?

10. Йиғишдаги кучланишлар ва статик аниқмас системаларда уларни сунъий равишда бошқаришнинг моҳиятини тушунтириб беринг.

9 - МАЪРУЗА

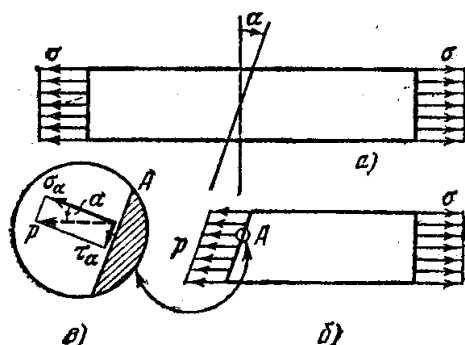
Мавзу: Чўзилиш ва сиқилишдаги кучланганлик ва деформацияланганлик ҳолатларининг таҳлили РЕЖА:

9.1. Чўзилиш ва сиқилишдаги кучланганлик ҳолатининг хусусиятлари.

9.2. Чўзилиш ва сиқилишдаги деформацияланганлик ҳолатининг таҳлили.

9.1. Чўзилиш ва сиқилишдаги кучланганлик ҳолатининг хусусиятлари

Чўзилаётган стержен кўндаланг кесими текислиги билан α бурчак остида жойлашган оғма кесимда (9.1 - шакл, а) таъсир этаётган кучланишларни топамиз. Бурчак ҳисобларининг мусбат йўналиши сифатида соат стрелкаси йўналишига тескари йўналишни оламиз. Кўрилаётган оғма кесимдаги тўла кучланиш p чўзилиш - сиқилишдаги кучланганлик ҳолатининг бир



9.1 - шакл

жинслилик шартига кўра барча нуқталарда бир хил бўлади. Оғма кесимдаги ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси стержен ўқи бўйлаб йўналиб, ташқи кучни мувозанатлаб туриши лозим (9.1 - шакл, б).

$$\Sigma Z=0 \quad -p_{\alpha} \cdot B_{\alpha} + P = 0$$

Ташқи куч (P) ни кўндаланг кесим (B) даги нормал кучланиш (σ) орқали ифодалаймиз:
 $P = \sigma B$.

$$p_{\alpha} = \sigma B / B_{\alpha}$$

ёки

$B_{\alpha} = B / \cos \alpha$ эканлигини назарда тутсак,

$$p_{\alpha} = \sigma \cos \alpha \quad (9.1)$$

Ушбу боғланиш чўзилиш - сиқилишдаги кучланиш ҳолатида оғма кесимдаги тўла кучланиш билан кўндаланг кесимдаги нормал кучланишлар орасидаги боғланишни ифодалайди.

Тўла кучланишни оғма кесимга нормал ва уринма кучланишларга ажратамиз (9.1 - шакл, в):

$$\sigma_{\alpha} = p \cdot \cos \alpha \quad \text{ва} \quad \tau_{\alpha} = p \cdot \sin \alpha$$

ёки

$$\sigma_{\alpha} = \sigma \cos^2 \alpha \quad (9.2)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \quad (9.3)$$

Демак, чўзилиш - сиқилишдаги стерженнинг кўрилаётган нуқтасидаги кучланишлар шу нуқта орқали ўтаётган кесимлар кўплигидан қайсиниси

кўрилатгани, аниқроғи, кўрилатган кесим ориентациясига (жойлашишига) боғлиқ экан. Шунинг учун, хусусан, чўзилиш - сиқилишда фақат нормал кучланишлар ҳосил бўлади деб фикрлаш нотўғри бўлади. Бундай хулоса стерженнинг фақат кўндаланг кесимлари учунгина тегишлидир.

Энди кўрилатган кесим жойлашишига боғлиқ равишда ундаги нормал ва уринма кучланишларнинг катталикларини (9.2) ва (9.3) формулалар бўйича топамиз.

$$\begin{array}{lll} \alpha = 0 \text{ да} & \sigma_{\alpha} = \sigma; & \tau_{\alpha} = 0, \\ \alpha = 90^{\circ} \text{ да} & \sigma_{\alpha} = 0; & \tau_{\alpha} = 0, \\ \alpha = 45^{\circ} \text{ да} & \sigma_{\alpha} = \frac{\sigma}{2}; & \tau_{\alpha} = \frac{\sigma}{2}. \end{array}$$

Бундан кўринадик, чўзилаётган ёки сиқилаётган стерженлар кўндаланг кесимларида фақат энг катта нормал кучланишлар таъсир этиб, уринма кучланишлар таъсир этмайдилар.

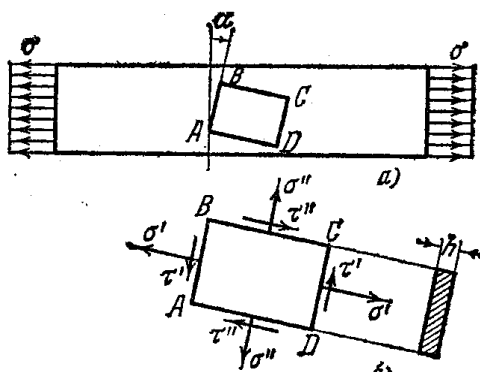
Чўзилаётган стерженлар бўйлама кесимларида ($\alpha=90^{\circ}$) ҳам нормал, ҳам уринма кучланишларнинг таъсир этмасликлари деформация жараёнида бўйлама қаватлар ён сиртлари орасида ўзаро таъсир кучлари бўлмаслигини кўрсатади. Бу маънода чўзилаётган стерженни ўзаро параллел иплар тўпламининг чўзилишига таққослаш мумкин.

Энг катта уринма кучланиш стержен кўндаланг кесими билан 45 градус бурчак остида жойлашган оғма юзаларда вужудга келади ва унинг қиймати энг катта нормал кучланишнинг ярмига тенг бўлади. Жилоланган намуналарнинг чўзилишида худди ана шу юзаларда Чернов-Людерс чизиклари ҳосил бўладики, улар материал кристалларининг дастлабки силжишларини ифодалайдилар. Сиқилаётган чўян намунанинг емирилиш характери ҳам худди ана шу уринма кучланишларнинг таъсири билан тушунтирилади.

Энди кучланишларнинг ишоралари ҳақида. Агар нормал кучланиш чўзувчи бўлса мусбат, агар сиқувчи бўлса - манфий ҳисобланади. Агар кўрилатган кесим ташқи нормалини уринма кучланиш йўналиши билан мослаш учун соат стрелкаси юриши йўналишида бурилса, уринма кучланиш мусбат ишорали, акс ҳолда манфий ҳисобланади. Уринма кучланиш ишорасини бошқача белги бўйича ҳам аниқлаш мумкин: кўрилатган юзадаги уринма кучланиш элементнинг ичкарисида олинган ҳар бир нуқтага нисбатан элементни соат стрелкаси юриши йўналишида буришга интилса мусбат ишораланади ва аксинча.

Чўзилаётган ёки сиқилаётган стержен материали бу икки кучланиш таъсирида икки хил деформацияланади. Чўзилган стержендан иккита параллел оғма кесимлар ёрдамида юпқа элемент ажратилса, оғма кесимларга таъсир этаётган нормал кучланишлар таъсирига бўйлама (чизикли) деформация, уринма кучланишлар таъсирига эса - силжиш (бурчак) деформацияси мослиги кўринадик.

h қалинликдаги чўзилаётган полосадан ABCD тўғри тўртбурчак элемент ажратайлик (9.2 - шакл,а). Ажратилган бу элемент томонларига энг умумий ҳолда $\sigma_{\alpha}(\sigma')$, $\sigma_{\alpha+90}(\sigma'')$, $\tau_{\alpha}(\tau')$ ва $\tau_{\alpha+90}(\tau'')$ кучланишлар таъсир этадилар (9.2 - шакл,б).



9.2 - шакл

Биринчидан,

$$\sigma' + \sigma'' = \sigma, \quad (9.4)$$

яъни ўзаро тик юзалардаги нормал кучланишлар йиғиндиси кўндаланг кесимдаги нормал кучланишга тенг.

Иккинчидан,

$$\tau' = -\tau'', \quad (9.5)$$

яъни ўзаро тик юзалардаги уринма кучланишлар бир - бирига тенг ва тескари ишорали бўладилар. Бу ифодани уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни деб юритилади ва бу қонун кучланиш ҳолатининг барча турларида таъсирлидир. Бунда ўзаро тик юзалардаги уринма кучланишлар ё юзаларнинг кесишиш чизиқига, ёки ундан тескари томонга йўналган бўладилар.

Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунига кўра σ' ва σ'' қийматлари ва йўналишларидан қатъий назар τ' ва τ'' шундай қиймат ва йўналишларга эга бўлишлари керакки улар жуфтларининг моментлари ўзаро мувозанатлашаолсинлар (9.2 - шакл,б):

$$\tau' \cdot AB \cdot h \cdot AD = \tau'' \cdot AD \cdot h \cdot AB.$$

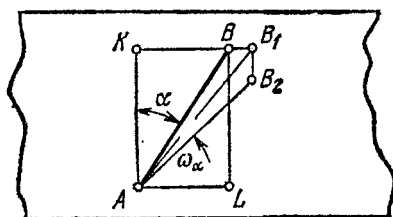
9.2. Чўзилиш ва сиқилишдаги деформацияланганлик ҳолатининг таҳлили

Маълумки, стерженнинг бўйлама йўналишида чўзилиши кўндаланг йўналишда кичрайиши билан кузатилади. Бунда кўндаланг деформация (ϵ') ва бўйлама деформация (ϵ) орасида

$$\epsilon' = \mu \epsilon$$

боғланиш мавжуд.

Д еформация натижасида юқоридаги кўрилган ABCD тўғри тўртбурчак



9.3 - шакл.

(9.2 - шакл,а) параллелограмга айланади. Бунда тўғри тўртбурчакнинг А ва С бурчаклари кичрайиб, В ва Д бурчаклари катталашади. Маълумки, тўғри бурчакларнинг бундай ўзгариши бурчак деформацияси ёки силжиш бурчагидан иборат. Уни аниқлаш учун аввал АВ ва АД кесмаларнинг оғиш бурчакларини аниқлаймиз. Уларнинг айирмаси

силжиш бурчагини ташкил этади.

AB кесмадан бошлайлик (9.3 - шакл). Уни диагонал сифатида кабул қилиб, АКВL тўғри тўртбурчак қурамыз. Унинг KB ва AL томонлари стержен ўқи йўналишида жойлашганлар.

Стерженнинг бўйлама чўзилиши натижасида кесманинг В нуктаси ўнгга кўчади, натижада АВ кесма

$$\frac{BB_1}{AB} \cos \alpha = \frac{KB \cdot \varepsilon \cdot \cos \alpha}{AB} = \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \varepsilon \cdot \cos \alpha}{AB} = \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\alpha \quad (a)$$

бурчакка оёди.

Кўндаланг торайиш оқибатида В нуктанинг вертикал кўчиши натижасида АВ кесманинг қўшимча оғиш бурчаги қуйидагига тенг:

$$\frac{B_1B_2 \sin \alpha}{AB} = \frac{AK \cdot \varepsilon' \cdot \sin \alpha}{AB} = \frac{AB \cdot \cos \alpha \cdot \mu \varepsilon \cdot \sin \alpha}{AB} = \frac{\mu \varepsilon}{2} \sin 2\alpha. \quad (б)$$

Олинган (a) ва (б) ифодаларнинг йиғиндиси АВ кесманинг тўла оғиш бурчагини ифодалайди.

$$\omega_\alpha = \frac{\varepsilon}{2} (1 + \mu) \sin 2\alpha. \quad (в)$$

Бурчак α ни 90 градусга ўзгартириб, АД кесманинг оғиш бурчагини ҳосил қиламиз:

$$\omega_{\alpha+90} = -\frac{\varepsilon}{2} (1 + \mu) \sin 2\alpha \quad (г)$$

Бурчак деформацияси, яъни силжиш бурчагини, аниқлаш учун АВ ва АД кесмаларнинг оғиш бурчаклари айирмасини аниқлаймиз. Бунинг учун (в) ифодадан (г) ифодани айирсак

$$\gamma_\alpha = \omega_\alpha - \omega_{\alpha+90} = \varepsilon (1 + \mu) \sin 2\alpha. \quad (д)$$

Чўзилиш - сиқилишдаги Гук қонуни

$$\sigma = \varepsilon E \quad (9.6)$$

дан $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ эканлигини ва оғма кесимдаги уринма кучланиш формуласи

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \quad (9.7)$$

дан $\sin 2\alpha = \frac{2\tau_\alpha}{\sigma}$ эканлигини (д) формулада назарда тутсак

$$\gamma_\alpha = \frac{\sigma}{E} (1 + \mu) \cdot \frac{2\tau_\alpha}{\sigma} = \frac{2(1 + \mu)}{E} \tau_\alpha.$$

Бундан

$$\tau_\alpha = \gamma_\alpha \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Бу ифодадаги α индексини ташлаб юбориб, уни чўзилиш - сиқилишдаги Гук қонуни (5.3) кўринишида ёзамиз:

$$\tau = \gamma G \quad (9.8)$$

Ушбу боғланиш силжишдаги Гук қонунини ифодалайди. Бу ерда

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (9.9)$$

бўлиб, уни силжиш модули ёки иккинчи даражали эластиклик модули деб юритилади.

(9.9) ифода силжиш модули G , бўйлама эластиклик модули E ва Пуассон коэффиценти μ орасидаги боғланишни ифодалайди. Шунинг учун уни **уч доимий орасидаги боғланиш** деб ҳам юритилади.

Силжиш модули маъно жиъатдан бўйлама эластиклик модулига ўхшайди ва кучланиш ўлчамига эга. У материалнинг силжиш деформациясига қаршилиқ кўрсатиш қобилиятини ифодалаб, қийматлари материал турига боғлиқ равишда справочникларда берилади.

Демак, силжишдаги Гук қонуни чўзилиш - сиқилишдаги Гук қонунининг оқибати сифатида келиб чиқади.

Назорат саволлари

1. Чўзилиш - сиқилишда оғма юзалардаги тўла, нормал ва уринма кучланишлар қандай формулалар билан аниқланади?
2. Нормал ва уринма кучланишларнинг энг катта қийматлари стерженларнинг қандай кесимларида таъсир этадилар?
3. Кучланишларнинг ишоралари ҳақида гапириб беринг.
4. Нормал кучланишга деформациянинг қандай тури мос? Уринма кучланишгачи?
5. Уринма кучланишларининг жуфтлик қонунининг моҳияти нимада?
6. Чўзилаётган стержен ўзаро тик юзаларидаги нормал кучланишлар йиғиндиси нимага тенг?
7. Силжишдаги Гук қонуни қандай ифодаланади?
8. Уч доимий орасидаги математик боғланишни ёзинг.
9. Материалнинг силжиш модули нимани характерлайди?
- 10 Силжишдаги Гук қонунини келтириб чиқаринг.

Мавзу: Кучланганлик ва деформация ҳолати назариялари

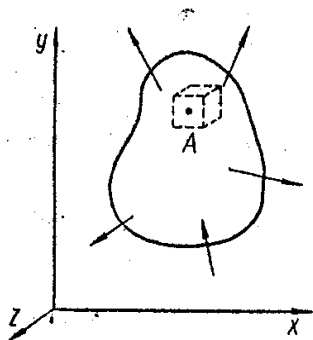
РЕЖА:

- 10.1. Нуқтадаги кучланиш ҳолати. Нуқта кучланганлик ҳолат турлари.
- 10.2. Чизикли кучланиш ҳолати.
- 10.3. Текис кучланиш ҳолати.
- 10.4. Текис кучланиш ҳолатида ўзаро перпендикуляр юзалардаги кучланишлар орасидаги боғланиш.

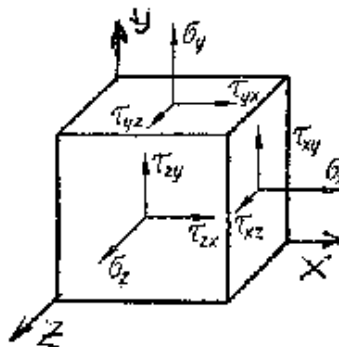
10.1. Нуқтадаги кучланиш ҳолати. Нуқта кучланганлик ҳолат турлари.

Текширилаётган нуқтадан ўтказилган барча юзалардаги (σ, τ) кучланишлар тўпламига нуқта кучланганлик ҳолати дейилади.

Ташқи кучлар таъсирида бўлган қандайдир жисм ихтиёрий А нуқтадаги кучланганлик ҳолатини текшириш учун шу нуқта атрофида чексиз кичик



10.1-шакл



10.2-шакл

элементар параллелопипед ажратиб олинади (10.1, 10.2 - шакллар).

x, y, z координата ўқларига тик параллелопипед қирраларида P_x, P_y, P_z тўла кучланишлар таъсир этади. Уларни индекслари шу юзага тиклигини билдиради. Масалан, P_x - x ўқига тик юзадаги тўла кучланиш. σ - ларни индекси ҳам юзалар ҳолатини ифодалайди, яъни σ_x - x ўқига тик юзадаги нормал кучланишни ифодалайди.

Уринма кучланишлар - τ иккита индекс орқали ифодаланиб биринчиси юзадаги нормал йўналишини ифодаласа иккинчиси эса кучланиш йўналишини ифодалайди.

Масалан, τ_{xy} - x ўқига нормал юзадаги y ўқига параллел кучланиш.

Шундай қилиб текширилаётган нуқта атрофида ажратилган элементлар параллелопипед қирраларида ҳаммаси бўлиб $3 \times 3 = 9$ та кучланиш компонентлари мавжуд экан. Уларни қуйидагидек квадрат матрица шаклида ёзамиз.

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (10.1)$$

Бу ерда 1 чи, 2 чи, 3 чи қатордаги жойлашган кучланишлар ташкил этувчилари мос равишда x , y , z ўқларига перпендикуляр юзалар ҳолатини ифодалайди. (10.1) кучланишлар тўпламига - кучланишлар тензори деб юритилади.

Уларнинг ишоралари қуйидагича σ - чўзувчи мусбат, сиқувчи манфий, τ - ишораси мусбат агар унинг йўналиши координата ўқлари йўналишига мос тушса. Демак, шаклда кўрсатилган кучланишлар ишоралари мусбат ҳисобланади. (10.2 шакл). Ажратилган элемент мувозанат шартидан: (10.2 шакл) $\sum M_z = 0$ Z -ўқига параллел ва уни кесиб ўтувчи кучлар бу тенгламада қатнашмайди, яъни

$$\tau_{yx} \cdot dx \cdot dz \cdot dy - \tau_{xy} \cdot dy \cdot dz \cdot dx = 0$$

бундан $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ ҳосил бўлади

Худи шунга ўхшаш бошқа ўқларга ҳам $\sum M_x = 0, \sum M_y = 0$ тенгламалар тўзиб қуйидагига эга бўламиз

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yx} &= \tau_{xy} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \end{aligned} \right\} \quad (10.2)$$

(10.2) умумий ҳолдаги уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни деб юритилади.

Демак: ўзаро перпендикуляр юзаларда уринма кучланишлар қиймати тенг йўналишлари қарама - қаршидир.

Бу кучланишлар элементи ҳар - хил томонларга буришга ҳаракат қилади. (10.2)га асосан ихтиёрий нуктадаги к кучланиш компонентлари тўққизтадан олтитага келади: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$.

Агар биз элемент қирралари ҳолатини ўзгартирсак бу кучланишлар ҳам ўзгаради. Бунда биз юзалар ҳолатини шундай ўзгартирайликки уринма кучланишлар $\tau = 0$ бўлсин. Бундай юзалар бош юзалар деб юритилади. Бу юзаларда таъсир этаётган нормал кучланишлар бош кучланишлар деб аталади.

Маълумки ҳар бир ихтиёрий нуктадан ўзаро перпендикуляр 3 та ўқлар ўтказиш мумкин, бунга асосан 3 та перпендикуляр юзалар мавжуд у ҳолда жисм ҳар бир нуктасида 3 та бош кучланишлар таъсир этади, ва улар ҳам ўзаро бир - бирига перпендикуляр бўлади. Бу ўқлар бош ўқлар деб юритилади.

Бу кучланишларни шартли равишда σ_1, σ_2 ва σ_3 ,-лар билан белгилаймиз, бунда кучланишларни шундай жойлаштириш лозим бўлсинки қуйидаги тенгсизлик бажарилсин.

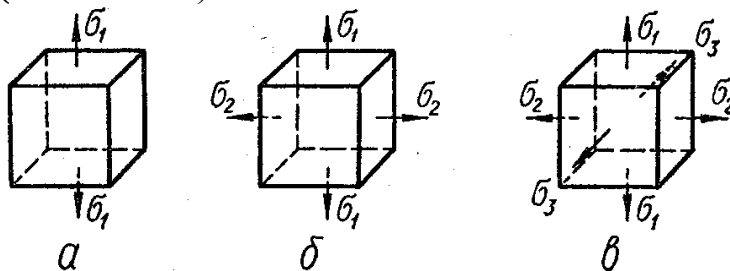
$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3. \quad (10.3)$$

Буни қуйидагича тушунамиз. Алгебраик нуктаи назардан бу кучланишларни бири нолга, бошқаси тўзувчи 60 МПа ва учинчиси сиқувчи - 140 МПа тенг у ҳолда улар қуйидагича белгиланади.

$$\sigma_1 = 60 \text{ МПа}; \sigma_2 = 0; \sigma_3 = -140 \text{ МПа}.$$

Кучланганлик ҳолати одатда уч хил бўлади:

1. Агар $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$; бўлса бундай кучланганлик ҳолати чизиқли ёки бир ўқли кучланганлик ҳолати дейилади. (10.3-шакл а)
2. $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$; $\sigma_3 = 0$; бўлса текис ёки икки ўқли кучланганлик ҳолати деб юритилади. (10.3-шакл б)
3. Агар $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$; $\sigma_3 \neq 0$. бўлса ҳажмий ёки уч ўқли кучланганлик ҳолати деб юритилади. (10.3-шакл в)



10.3 - шакл

10.2. Чизиқли кучланганлик ҳолати.

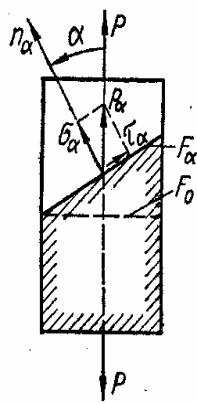
Бундай кучланганлик ҳолати асосан чўзилиш ва сиқилишга ишлаган конструкцияларда учрайди.

Кўндаланг кесим юзасини соат стрелкаси йўналишига тескари йўналишини мусбат деб қабул қиламиз. (10.4- шакл)

Чўзилаётган стержен кўндаланг кесимдаги нормал кучланиш қуйидагига тенг.

$$\sigma_0 = \frac{N}{F_0} = \frac{P}{F_0}$$

Уринма кучланишлар бу юзада нолга $\tau = 0$ тенг бу юза бош юзадир. F_2 юзани F_0 кўндаланг кесим юзаси орқали ифодалаймиз.



10.4- шакл

$$F_\alpha = \frac{F_0}{\cos \alpha}; \text{ шаклдан } \rho_\alpha \cdot F_\alpha = N_\alpha$$

ёки

$$\rho_\alpha = \frac{N}{F_\alpha} = \frac{N}{F_0} \cdot \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \quad (a)$$

$$\sigma_\alpha = \rho_\alpha \cdot \cos \alpha; \quad \tau_\alpha = \rho_\alpha \sin \alpha$$

$$\text{У ҳолда (a)га асосан:} \quad \sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \quad (10.4)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \quad \text{ҳосил бўлади.} \quad (10.5)$$

Нормал кучланиш ишораси мусбат қачонки у чўзувчи бўлса, агар элемент τ таъсирида соат стрелкаси йўналишида бурилса уринма кучланиш ишораси мусбат деб қабул қилинади.

Бал кучланишлар чўзилишда;

$$\sigma_1 = \sigma_0 = \frac{N}{F_0}; \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0;$$

сиқилишда

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0; \quad \sigma_3 = -6_0 = -\frac{N}{F_0}$$

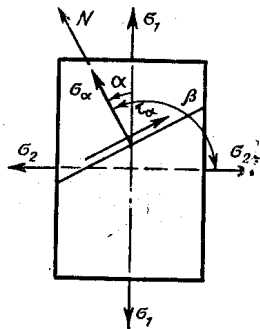
$\alpha = \pm 45^\circ$ да (10.5)дан ва $\sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1$; $\cos 90^\circ = 0$ бўлганидан:

$$\sigma_\alpha = 0; \quad \tau_{\alpha \max} = \frac{\sigma_1}{2} \text{ бош кучланишни ярмига тенг}$$

Демак силжиш юзалари бош юзалар билан $\alpha = 45^\circ$ ни ташкил этар экан.

10.3. Текис кучланганлик ҳолати

Текис кучланганлик ҳолатидаги элементни оламитиз.



10.5-Шакл.

Шаклдан $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \beta$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2} \sin 2\beta$$

бу ерда $\beta = \alpha + 90^\circ$

у ҳолда $\cos \beta = \cos(\alpha + 90^\circ) = -\sin \alpha$

$$\sin 2\beta = \sin 2(\alpha + 90^\circ) = \sin(2\alpha + 180^\circ) = -\sin 2\alpha$$

буларга асосан

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \quad (10.6)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \quad (10.7)$$

Бунда

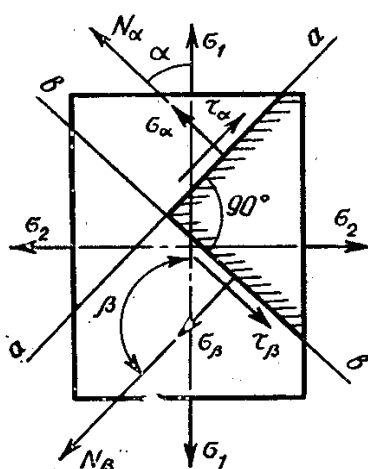
$$\alpha = 0^\circ \text{ да; } \sigma_\alpha = \sigma_{\max} = \sigma_1; \tau_\alpha = 0$$

$$\alpha = \pm 45^\circ \text{ да } \sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \quad \tau_\alpha = \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\alpha = 90^\circ \text{ да } \sigma_\alpha = \sigma_{\min} = \sigma_2; \quad \tau_\alpha = 0$$

10.4.Текис кучланиш ҳолатида ўзаро перпендикуляр юзалардаги кучланишлар орасидаги боғланиш.

Текис кучланиш ҳолатидаги ўзаро перпендикуляр юзалар орасидаги кучланишлар орасидаги боғланишни кўрамиз. (10.6 - шакл)



10.6- шакл

(10.6) ва (10.7) формулаларга асосан:

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_2 \sin^2 \beta = \sigma_1 \cos^2 (\alpha + 90^\circ) + \sigma_2 \sin^2 (\alpha + 90^\circ)$$

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha \quad (10.8)$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(\alpha + 90^\circ) \quad (10.9)$$

$$\tau_{\beta} = - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$$

(10.6) ва (10.7) ларни ўзаро қўшсак қуйидаги ҳосил бўлади.

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (10.10)$$

Бундан кўринадики, ўзаро перпендикуляр юзалардаги нормал кучланишлар йиғиндиси бу юзалар ҳолати қиялигига боғлиқ бўлмайди яъни бош кучланишлар йиғиндисига тенг бўлиб ўзаро перпендикуляр юзалардаги нормал кучланишлар йиғиндиси қия юзалардагига инвариант миқдор экан. (10.7) билан (10.9) ни ўзаро солиштириб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\tau_{\alpha} = -\tau_{\beta} \quad (10.11)$$

(10.11) ифода уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунини ифодалайди. (10.6) дан (10.8) айриб қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta} = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha \quad (10.12)$$

Назорат саволлари

1. Нуктадаги кучланиш ҳолати деганда нимани тушунасиш.
2. Кучланишлар индекслари нималарни ифодлайди.
3. Кучланишлар тензори ифодасини ёзинг.
4. Умумий ҳолда уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни қандай тушунасиш?
5. Бош кучланишлар деб қандай кучланишларга айтилади.
6. Бош юзалар нима.
7. Бош кучланишларни белгилаш қоидасини тушунтиринг.
8. Қандай кучланганлик ҳолатларини биласиз.
9. Чизиқли кучланиш ҳолатида қия кесимдаги тўла, нормал ва уринма кучланишлар қандай аниқланади.
10. Текис кучланиш ҳолатида қия кесимлардаги нормал ва уринма кучланишлар қандай аниқланади.
11. Текис кучланиш ҳолатида ўзаро қандай боғланишлар мавжуд.

11 – МАЪРУЗА

Мавзу: Бош юзалар ва бош кучланишларни аниқлаш. Морни доираси, кучланишлар доираси ёрдамида кучланганлик ҳолатини график усулда аниқлаш

РЕЖА:

11.1. Бош юзалар ва бош кучланишларни аниқлаш.

11.2. Кучланганлик ҳолатини график равишда Мор доираси ёрдамида ифодалаш (Кучланганлик ҳолатининг тўғри масаласи)

11.3. Турли кучланишлик ҳолатлари учун Мор доирасини тадбиқи.

11.4. Мор доираси ёрдамида кучланишлик ҳолатини тескари масаласини ечиш.

11.1. Бош юзалар ва бош кучланишларни аниқлаш. (Тескари масала:)

Айтайлик жисм исталган нуқтасидан ўтувчи ўзаро перпендикуляр юзаларда таъсир этаётган σ_α , σ_β ва τ_α , τ_β лар берилган бўлсин бош кучланишлар ва бош юзалар ҳолатини аниқлаш талаб этилсин.

$\sigma_\alpha > \sigma_\beta$ бўлсин

(11.1) ва (11.2) формулаларни ҳар икки томонини квадратга кўтариб сўнгра ўзаро қўшамиз:

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \quad (11.1)$$

$$\sigma_\alpha - \sigma_\beta = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha \quad (11.2)$$

$$\pm \begin{cases} 4\tau_\alpha^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \sin^2 2\alpha \\ (\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cos^2 2\alpha \\ \pm \begin{cases} \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \\ \sigma_1 \cdot \sigma_2 = \sigma_\alpha \cdot \sigma_\beta \end{cases} \end{cases}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_\alpha + \sigma_\beta \quad (11.3)$$

$$\left. \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right\} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \right] \quad (11.4)$$

$$(11.1) \text{ дан } \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2\tau_\alpha}{\sigma_1 - \sigma_2}; \quad (11.5)$$

$$(11.2) \text{ дан } \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{\sigma_1 - \sigma_2}; \quad (11.6)$$

(11.5) ва (11.6) ларни ўзаро бўлсак.

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = - \frac{2\tau_\alpha}{\sigma_1 - \sigma_2} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta} = - \frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}; \quad (11.7)$$

(11.7)да минус ишора тескари масала кўрилганини ифодалайди.

Шуни эсда тутиш лозимки, α_0 ни манфий ишораси α_0 бурчак соат стрелкаси йўналишига мослигини ифодалайди.

11.2. Кучланганлик ҳолатини график равишда Мор доираси ёрдамида ифодалаш *(Кучланганлик ҳолатини тўғри масаласи)*

Немис олими Отто Мор нуқта кучланганлик ҳолатини график равишда яъни кучланишлар доираси орқали ифодалшни таклиф этди.

Бизга нуқтада бош юзалар ҳолати ва кучланишлар маълум бўлсин дейлик. Бош юза билан ихтиёрий α бурчак остидаги нормал ва уринма кучланишларни аниқлаш талаб қилинсин. $\sigma_1 > \sigma_2$ деб қабул қиламиз (10.6)ни куйидагича шакл алмаштириш қиламиз

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha = \sigma_1 \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} + \sigma_2 \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \\ &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (11.8)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \quad (11.9) \text{дир}$$

Энди кучланишлар доираси ёки Мор доирасини курамиз (11.1- шакл б):

1. σ - ўқида σ_1 йўналишга мос тушувчи $\overline{OA} = \sigma_1 = \sigma_2$ ларни кўйямиз. У ҳолда $\overline{AB} = \sigma_1 - \sigma_2$

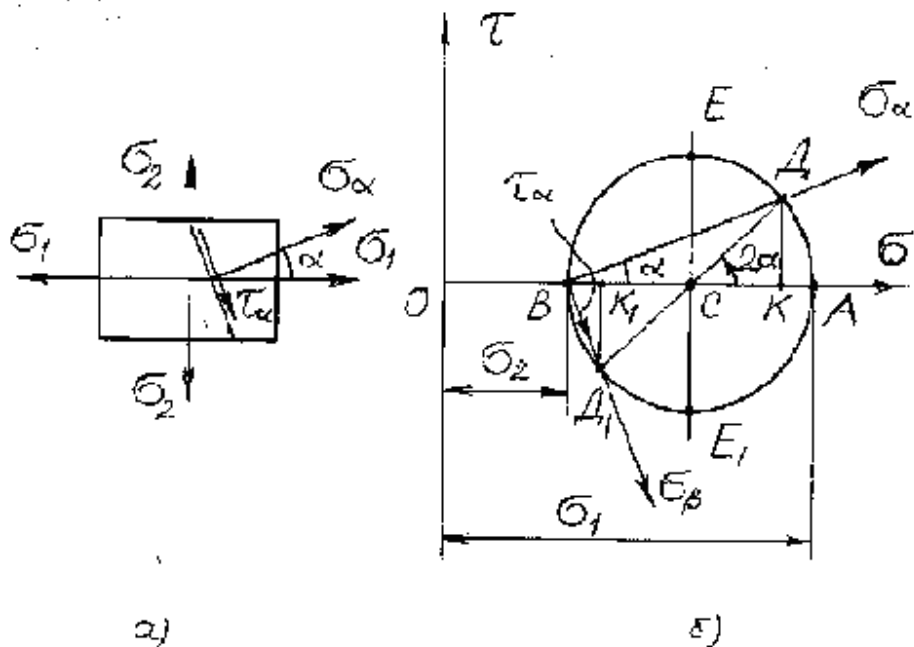
2. АВ ни диаметр қилиб доира курамиз маркази С нуқтада. У ҳолда айлана радиуси

$\overline{CA} = \overline{CB} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = R$. чизмадан $\overline{OC} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$. Айлана маркази С дан абицисса

ўқи билан 2α бурчак остида CD чизик ўтказамиз. У ҳолда

$$\overline{CK} = \overline{CD} \cos 2\alpha = R \cos 2\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cos 2\alpha$$

$$\overline{DK} = \overline{CD} \sin 2\alpha = R \sin 2\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$$



11.1- шакл

$$\overline{DK} = \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \text{ ихтиёрий юзадаги.} \quad (11.7) \text{ дир}$$

$$\overline{OK} = \overline{OC} + \overline{KC} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha \text{ бу}$$

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha \text{ ихтиёрий юзадаги (11.6) дир.}$$

Шундай қилиб айланадаги Д нукта координаталари $D(\sigma_{\alpha}, \tau_{\alpha})$ - σ_{α} ва τ_{α} ларга тенг экан. σ_{α} - абсциссаси, τ_{α} - ординатаси σ_{α} ва τ_{α} лар йўналишини аниқлаш учун доирадаги В нуктани Д ва D_1 нукталар билан тутуштириб аниқланади. σ билан α бурчак остидаги ВД чизик σ_{α} ни йўналишини ифодалайди. Маълумки, $\sigma_{\alpha} \perp \tau_{\alpha}$ бўлгани учун унинг йўналиши ВД дир.

Энди Мор доираси асосий хоссаларини кўрамыз.

$$\overline{KD} = \tau_{\alpha} \text{ ордината мусбат}$$

$$1. \tau_{\alpha} = -\tau_{\alpha}.$$

$$\overline{K_1D_1} = \tau_{\alpha} \text{ ордината манфий}$$

σ_{α} - ВД йўналишда σ_{β} - ВД₁ йўналишда.

$$2. \sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_2.$$

$$\overline{OK} + \overline{OK_1} = \sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = 2\overline{OC} = 2 \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \sigma_1 + \sigma_2$$

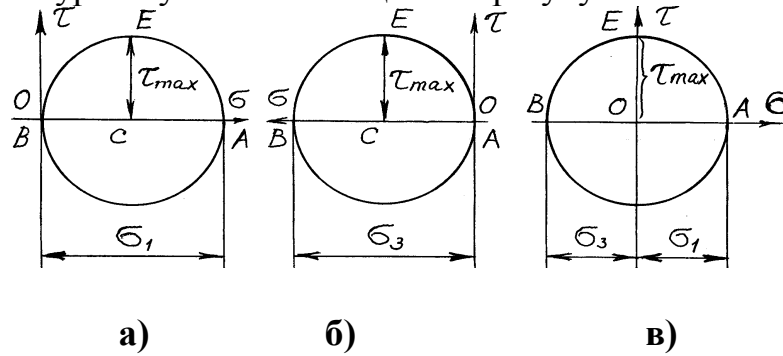
$$3. \tau_{\max} = -\tau_{\min} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = R = \overline{CE} = -\overline{CE_1}$$

$\tau_{\max}, \tau_{\min}$ - ўзаро $\perp$. (ВЕ вав ВЕ₁ йўналишлари) улар бош юза билан $\alpha=45^\circ$ чунки бурчак $\angle EVC=45^\circ$.

4. А ва В нукталарда уринма кучланишлар йўқ (чунки А ва В нукталарда ордината йўқ).

11.3. Турли кучланганлик ҳолатлари учун Мор доирасини тадбиқи.

Мор доирасини турли кучланганлик ҳолатлари учун чизамиз.



11.2-шакл

1. Оддий чўзилиш ҳолати $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$.

$$\overline{OA} = \sigma_1 = \sigma; \quad \overline{OB} = 0.$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{\sigma}{2}.$$

2. Оддий сиқилиш ҳолати $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -\sigma$.

$$\overline{OB} = \sigma_3 = -\sigma$$

$$\tau_{\max} = -\frac{\sigma}{2}.$$

3. Соф силжиш $\sigma_1 = \sigma$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -\sigma$.

$$\overline{OA} = \sigma; \quad \overline{OB} = -\sigma$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma - (-\sigma)}{2} = \sigma.$$

4. Икки ўқ бўйича чўзилиш

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma, \quad \sigma_3 = 0$$

$\overline{OA} = \overline{OB} = \sigma$ доира диаметри $\overline{AB} = 0$ га тенг. Мор доираси нуқтага айланади.

11.4. Мор доираси ёрдамида кучланганлик ҳолатини тескари масаласини ечиш.

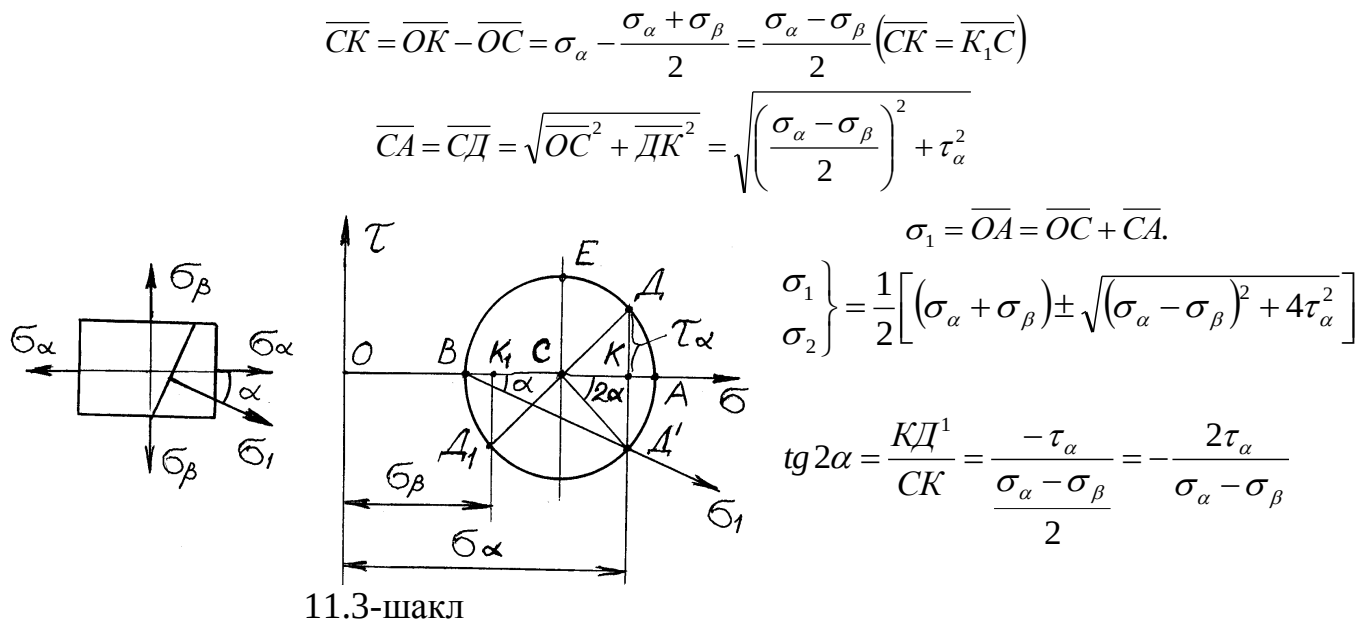
Энди Мор доирасидан фойдаланиб тескари масалани ечамиз. Айтайлик бизга σ_α ; σ_β ; $\tau_\alpha = -\tau_\beta$ лар берилган бўлсин. Бунда $\sigma_\alpha > \sigma_\beta$ дейлик σ_1 , σ_2 ва $\tau_{\max}$ лар ва уларни йўналишларини аниқлайлик.

1. $\overline{OK} = \sigma_\alpha$, $\overline{OK_1} = \sigma_\beta$, мусбат йўналишда кўямиз. К ва K_1 нуқталардан (τ) ордината бўйича $\overline{KD} = \tau_\alpha$, $\overline{K_1D_1} = \tau_\beta$ кўямиз. DD_1 ни туташтириб уни С нуқта абциссалар ўқи билан кечган жойи (5) ни доира маркази қилиб DD_1 ни диаметр қилиб айлана чизамиз. $\overline{R} = \overline{CD}$ айлана доирани икки нуқтада А ва В

нуқталарда кесиб ўтади, бунда $\overline{OA} = \sigma_1$; $\overline{OB} = \sigma_2$. $\tau_{\max} = EC = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ ни

ифодалайди. Д дан давом эттириб Д' ни (8) ни топамиз В ни ва Д' билан абцисса ўқи билан ҳосил қилган бурчаги α ни топамиз. $\overline{OA} = \sigma_1$, $\overline{OB} = \sigma_2$;

$\overline{OC} = \frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{2}$ лигини исбот қиламиз:



Назорат саволлари

1. Бош юзаларда уринма кучланишлар нимага тенг.
2. Мор доираси (кучланишлар доираси) нима учун хизмат қилади.
3. Бош юза ва бош кучланишлар нима. Бош юзалар бир-бирига нисбатан қадай жойлашган.
4. Бош кучланишлар ва юзалар ҳолатини ифодаловчи формулаларни келтириб чиқаринг.
5. Мор доираси қандай курилади.
6. Мор доираси ёрдамида ихтиёрий юзалардаги σ ва τ лар қандай аниқланади.
7. Мор доираси билан бош юзалар ҳолати ва бош кучланишлар қандай аниқланади.
8. Мор доираси ёрдамида уринма кучланишлар экстремум қийматлари қандай топилади.
9. Мор доираси радиуси нимага тенг.
10. Мор доираси маркази координата бошланишидан бошлаб қандай масофага жойлашади.
11. Мор доирасидаги жойлашган ихтиёрий нуқта координаталари нималарни ифодалайди.

12- МАЪРУЗА

Мавзу: Ҳажмий кучланганлик ҳолати. умумий ҳолатдаги кучланганлик ҳолатидаги деформациянинг потенциал энергияси

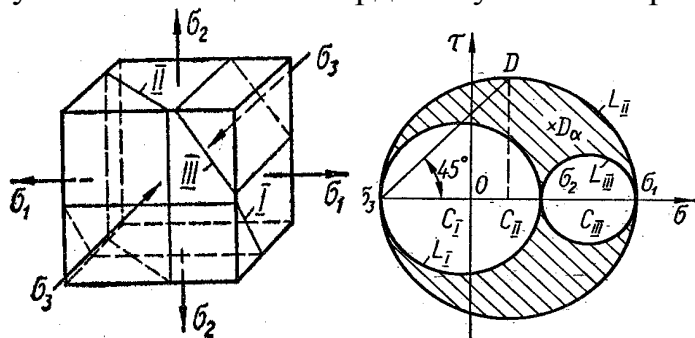
РЕЖА:

- 12.1. Ҳажмий кучланганлик ҳолати.
- 12.2. Умумлашган Гук қонуни.
- 12.3. Деформация натижасида ҳажмнинг нисбий ўзгариши.
- 12.4. Умумий ҳолатдаги кучланганлик ҳолатида деформациянинг потенциал энергияси.

12.1. Ҳажмий кучланганлик ҳолати.

Ҳажмий кучланиш ҳолати, яъни ўқли кучланиш ҳолати материаллар қаршилиги масалаларида жуда кам учрайди. Шунга асосан бу ерда ҳажмий кучланганлик ҳолатини асосий жойларига тўхталиб ўтамыз.

12.1-шаклда ҳажмий кучланганлик ҳолатида бўлган қирралар бош юзалардан иборат элемент кўрсатилган. Бу ҳолат учун бош юзаларда бўлмаган бошқа юзалардаги кучланишларни ҳисоблаймиз.



12.1- шакл

Аввало бош кучланишлардан бирига яъни σ_1 бош кучланишга параллел юзани кўрамыз. Юқоридагилардан маълумки нормал ва уринма кучланишлар σ_1 га боғлиқ бўлмайди, Балки улар қия юзаларга ва σ_2, σ_3 қийматларига боғлиқ бўлади. Бундай ҳолатни

график равишда σ_2 ва σ_3 лар асосида қурилган Мор доираси ёрдамида ифодалаш мумкин. Бу доирани барча нуқталари σ_1 га параллел кесимлардаги кучланганлик ҳолатини ифодалайди. ҳудди шундай II юзадаги кучланганлик ҳолати, σ_2 параллел σ_1 ва σ_3 лар асосида қурилган L_{II} доирадаги нуқталар, III юзадаги кучланганлик ҳолати эса, σ_3 га параллел L_{III} даги нуқталар орқали ифодаланади. Кўрсатиш мумкинки ҳеч қайси бош кучланишларга параллел бўлмаган юзадаги кучланганлик ҳолати штрихланган юзадаги нуқта D_α ($\sigma_\alpha, \tau_\alpha$) орқали ифодаланади. (12.2-шакл). Аналитик усулда бу юзадаги нормал уринма кучланишлар қуйидаги формулалар асосида топилади.

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3 \quad (12.1)$$

$$\tau_\alpha = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_2^2} \quad (12.2)$$

бу ерда $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - текширилаётган юзани нормалини σ_1, σ_2 ва σ_3 лар билан ўзаро мос равишда ҳосил қилган бурчаклар.

Бу $\tau_{\max}$ ни қайси юзада таъсир этаётганлигини ва миқдорини аниқлаш мумкин. (12.2) дан кўринадики бу нуқта D бўлиб қайсики у энг катта ординатага эга. D нуқта L_{II} доирада ётибти у катта доира радиусли бўлиб $\alpha=45^\circ$ бурчак остидаги ордината қуйидагича аниқланади $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$. Шундай қилиб, ҳар қандай кучланганлик ҳолатида энг катта уринма кучланиш

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (12.3)$$

га тенг бўлиб σ_2 га параллел юзада таъсир этиб σ_1 ва σ_3 билан 45° бурчак остида таъсир этади.

Пластик деформацияларда бурилишда уринма кучланиш барча бош йўналишгача қия бўлган юзада таъсир этади. Бундай юзани **октаэдр** юза дейилади. Бу октаэдр қирраларини кубни барча бош йўналишлар билан бу юзани нормал бир хил бурчаклардан ҳосил бўлади.

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$$

Доимо $\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1$ бўлгани учун $\cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$ ни ҳосил қиламиз.

У ҳолда (12.1) дан $\sigma_{окт} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$

$$\tau_{окт} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (12.4)$$

$\sigma_{окт}$ - уч ўқли кучланиш ҳолатида ўртача кучланиш.

$\tau_{окт}$ - октэдрик кучланишлар дейилади.

Пластиклик назариясида ҳисоблашларда $\tau_{окт}$ билан боғлиқ σ_2 - кучланиш интенсивлигини киритиш қулай.

$$\sigma_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{окт} \quad (12.5)$$

ёки бош кучланишлар орқали

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{aligned} \quad (12.6)$$

Бу ерда келтирилган барча формулалар эластик ва пластик деформацияланганлик ҳолатидаги кучланганлик ҳолатлари учун тўғридир.

12.2. Умумлашган Гук қонуни

Ҳажмий ва текис кучланганлик ҳолатларида мустаҳкамлик масллари кўрилганда, деформацияланиш текширилганда асосий гипотезаларга асосланган ҳолда материални кичик деформацияларда Гук қонунига бўй сунади деб қаралади.

Оддий чўзилиш ва сиқилиш биз аниқладикки бўйлама нисбий деформация

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (12.7)$$

нисбий кўндаланг деформация

$$\varepsilon' = -\mu \frac{\sigma}{E} \quad (12.8)$$

аниқланади. Бу икки ифода оддий чўзилиш ва сиқилишида ёки чизиқли кучланиш ҳолатида Гук қонунини ифодалайди.

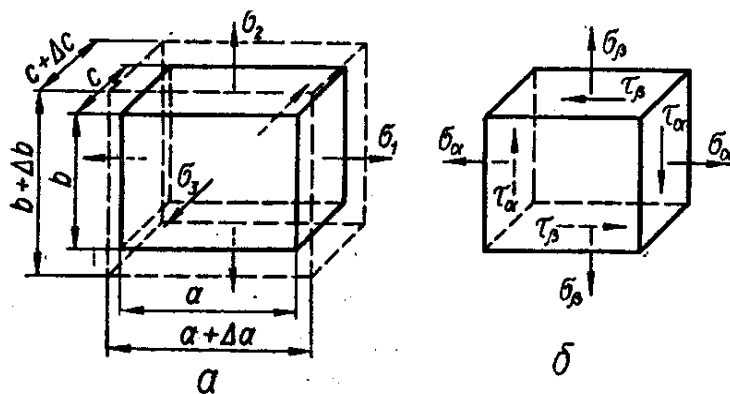
биз бу ерда деформация билан кучланиш орасидаги боғланишни умумий ҳол учун, ҳажмий кучланиш ҳолати келтириб чиқарамиз.

Умумлашган Гук қонуни. Қирралари a, b, c дан иборат бўлган элемент деформацияси кўрамиз. (12.3 шакл) Бу параллелопипед қирраларида бош кучланишлар $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ лар таъсир этади дейлик (хулоса учун бу кучланишларни мусбат деб оламиз.).

Деформация натижасида элемент қирралари ўз ўлчамларини ўзгартириб $a + \Delta a, b + \Delta b, c + \Delta c$ га тенг бўлади. Қуйидаги ифодалар

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a} \quad \varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b} \quad \varepsilon_3 = \frac{\Delta c}{c}$$

бош узайишлар дейилади. Улар бош йўналишлар бўйича нисбий узайишларни ифодалайди.



12.3- шакл

Кучлар таъсирини мустақиллик принципини қўлласак:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + \varepsilon''_1 + \varepsilon'''_1, \quad (a)$$

Ни ҳосил қиламиз.

бу ерда :

ε'_1 - σ_1 йўналиши бўйича, σ_1 таъсиридан нисбий узайиш. ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$)

ε''_1 - σ_1 йўналиши бўйича σ_2 таъсиридан нисбий узайиш.

ε'''_1 - σ_1 йўналиши бўйича σ_3 таъсиридан нисбий узайиш.

Маълумки σ_1 йўналиш бўйича σ_1 таъсирида бўйлама деформация бўлиб σ_2 , σ_3 таъсиридан кўндаланг деформация бўлгани учун (12.7) ва (12.8) ларга асосан қуйидаги аниқлаймиз

$$\varepsilon'_1 = \frac{\sigma_1}{E}; \varepsilon''_1 = -\mu \frac{\sigma_2}{E}, \varepsilon'''_1 = -\mu \frac{\sigma_3}{E}.$$

буларни (a) га қўйсак

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)].$$

Шунга ўхшаш қолган икки йўналишдаги бош деформацияларни аниқлаб қуйидаги тенгламаларни ҳосил қиламиз

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \quad (12.9)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)];$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].$$

(12.9) формула изотроп жисм учун умумлашган Гук қонуни деб аталади. Уч ўқли ҳажмий кчланиш ҳолатидаги жисмда бош кучланишлар билан чизигли деформацияларни ўзаро боғлайди, «-» ишора билан бу формулаларда сиқувчи кучланишлар ифодаланади. $\sigma_2 = 0$ деб (12.9) дан текис кучланиш ҳолати учун Гук қонуни формуласини ҳосил қилиш мумкин:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_3); \quad (12.10)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_3);$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} (\sigma_3 - \mu\sigma_1).$$

(12.9) ифода нафақат бош деформациялар учун тўғри, у 3та ўзаро перпендикуляр йўналишдаги нисбий деформациялар учун ҳам тўғридир чунки кичик деформацияларда чизиқли деформацияларга силжиш деформацияларини таъсири иккинчи тартибли чексиз кичик миқдордир, шунинг учун улар эътиборга олинмайди 12.3 шакл б га асосан σ_α ва σ_β кучланишлар йўналишидаги нисбий узайишлар қуйидагига тенг.

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \frac{1}{E}(\sigma_\alpha - \mu\sigma_\beta); \\ \varepsilon_\beta &= \frac{1}{E}(\sigma_\beta - \mu\sigma_\alpha).\end{aligned}\tag{12.11}$$

12.3. Деформация натижасида хажимнинг нисбий ўзгариши.

Хажмий деформация. Хажмий нисбий ўзгариш $E\nu$ билан бош кучланишларорасидаги боғланиш ҳосил қиламиз.

Деформациягача элемент хажми $V_0=abc$ бўлсин. Деформация натижасида элемент хажми қуйидагига тенг бўлади. (12.3 - шакл)

$$\begin{aligned}V &= (a + \Delta a)(b + \Delta b)(c + \Delta c) = abc\left(1 + \frac{\Delta a}{a}\right)\left(1 + \frac{\Delta b}{b}\right)\left(1 + \frac{\Delta c}{c}\right) = \\ &= V_0(1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) = V_0(1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3).\end{aligned}$$

Бу ерда иккинчи тартибли чексиз кичик миқдорларни эътиборга олмасак

$$\varepsilon_v = \frac{V - V_0}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

га эга бўламиз

Бу ерга умумлаштирилган Гук қонуни (12.9) ифодасини қўйсак

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).\tag{12.12}$$

Хусусий ҳолда ҳар томонлама сиқилишида да

$$\varepsilon_v = -\frac{p}{K}, \text{ бу ерда } K = \frac{E}{3(1-2\mu)}.\tag{12.13}$$

(12.13) даги K - ҳажмий деформациядаги эластиклик модули деб аталади.

(12.12) дан кўринадики материалнинг Пуассон коэффициенти $\mu=0,5$ га тенг бўлса жисм хажми ўзгармайди (масалан резина).

12.4. Умумий ҳолатдаги кучланганлик ҳолатида деформациянинг потенциал энергияси.

Эластик деформация натижасида жисмда тўпланадиган энергия потенциал энергия дейилади.

Статик кучлар таъсиридаги жисм деформацияланади бунинг натижасида унинг куч қўйилган нуқталари қўчади ва куч қўйилишидаги потенциал энергия миқдор жиҳатдан ташқи кучларни бажарган ишига тенг бўлади. Ташқи кучлар таъсиридаги энергия бутунлай йўқолмайди у деформациянинг потенциал энергиясига айланади.

Потенциал энергия жисмдан юк олинганидан сўнг у ташқи куч энергиясига ёки кинетик энергияга айланади.

Деформация потенциал энергияси миқдори жисм хажмига тўғри келувчиси солиштирма потенциал энергия дейилиб U билан белгиланади жисм ҳар хил нуқталарида U ни миқдори ҳар хил бўлиши мумкин.

Энергияни сақланиш қонуни асосида деформациянинг потенциал энергиясини ҳисоблаш мумкин. Маълумки статик куч таъсирида система кинетик энергияси ўзгармас бўлганидан ташқи куч таъсиридаги потенциал энергия ортирмаси U_n

$$U = U_n.$$

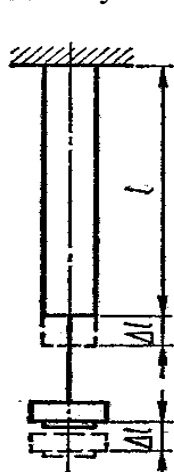
Потенциал энергиясини камайиши сон жиҳатидан уни деформация натижасида бажарган ишига тенг бўлади.

$$U_n = A_p.$$

Шундай қилиб деформация потенциал энергияси ташқи кучларни эластик деформация учун сарфланган ишига сон жиҳатдан тенгдир.

$$U = A_p. \quad (12.14)$$

Оддий чўзилиш ва сиқилиш ҳолатида 12.4 - шакл.



12.4- шакл

$$U = \frac{1}{2} P \cdot \Delta l$$

$$\text{потенциал энергия} \quad u = \frac{P \Delta l}{2 F l} = \frac{\sigma \varepsilon}{2}. \quad (12.15)$$

$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, -Гук қонунига асосан (12.15)дан солиштирма потенциал энергияни аниқлаймиз.

$$u = \frac{\sigma^2}{2E}. \quad (12.16)$$

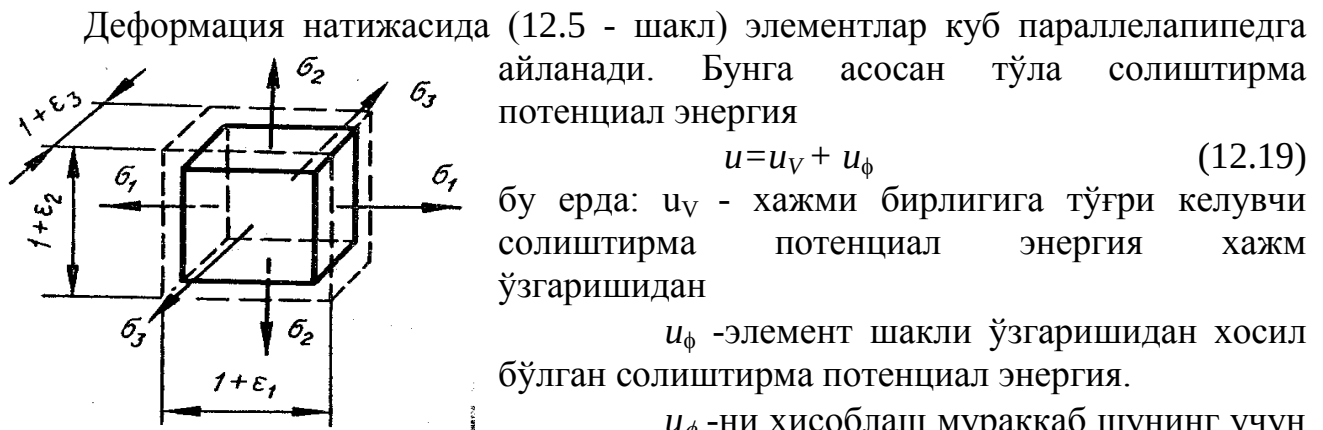
Энди солиштирма потенциал энергияни хажмий кучланганлик ҳолати учун аниқлаймиз. Бунинг учун томонлари бирга тенг бўлган кубни оламиз. Қирраларда σ_1 , σ_2 и σ_3 бош кучланишлар таъсир этсин. Куб томонлари бирга тенглигидан уларга таъсир этаётган зўриқишлар сон жиҳатдан σ_1 , σ_2 и σ_3 га тенг. Элемент қирралари кўчишлари сон жиҳатдан ε_1 , ε_2 , ε_3 деформацияларга тенг бўлиб бу кўчишларда улар иш бажаради. (12.13)га асосан:

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2}. \quad (12.17)$$

Бунда σ_2 , ε_1 кўчишда σ_2 , ε_2 кўчишда σ_3 , ε_3 кўчишларда бажарган ишлари йиғиндисидир.

Умумлашган Гук қонунидаги, (12.9)даги ε_1 , ε_2 ε_3 ларни (12.15) га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)] \quad (12.18)$$



12.5- шакл

Деформация натижасида (12.5 - шакл) элементлар куб параллеллапипедга айланади. Бунга асосан тўла солиштирма потенциал энергия

$$u = u_V + u_\phi \quad (12.19)$$

бу ерда: u_V - хажми бирлигига тўғри келувчи солиштирма потенциал энергия хажм ўзгаришидан

u_ϕ -элемент шакли ўзгаришидан ҳосил бўлган солиштирма потенциал энергия.

u_ϕ -ни ҳисоблаш мураккаб шунинг учун аввало u_V ни аниқлаймиз. Бунда қуйидаги хулосадан фойдаланамиз ҳар хил элементларда ҳар хил кучланишлар таъсиридан бир хил u_V бир хил бўлади деб қараймиз, яъни элемент хажми бир ўзгаради деб оламиз.

Текширилаётган элемент А дан ташқари A^1 элементни кўрамиз A^1 - ҳам бирлик куб аммо унинг қирраларида $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3 = \sigma'$ бир хил кучланишлар таъсирида бўлсин. Бу элемент учун (12.12), (12.19), (12.18) формулалар:

$$\varepsilon'_V = \frac{3(1-2\mu)}{E} \sigma', \text{ а } u' = u'_V + u'_\phi = \frac{3(1-2\mu)}{2E} (\sigma')^2.$$

σ_1 ни қийматини шундай олайликки қайсики унда $\varepsilon'_V = \varepsilon_V$, бўлсин

$$\frac{3(1-2\mu)}{E} \sigma' = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Бундан

$$\sigma' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}.$$

Аммо ҳар икки кубик хажм ўзгариши бир хил бўлгани учун.

$$u_V = u'_V = \frac{3(1-2\mu)}{2E} \cdot \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2}{9},$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{E} (\sigma_\alpha - \mu \sigma_\beta), \quad (12.20)$$

дан (12.19) дан

$$\varepsilon_\beta = \frac{1}{E} (\sigma_\alpha - \mu \sigma_\beta)$$

$$u_\phi = u - u_V$$

бу ерга u ва u_V лари (12.18), (12.20) даги қийматларни қўйсак

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1) =$$

$$= \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (12.21)$$

Назорат саволлари

1. Ҳажмий кучланиш ҳолатида ихтиёрий юзалардаги нормал ва уринма кучланишлар қандай ҳисобланади.
2. Ўзаро перпендикуляр учта ўқлардаги нормал кучланишлар йиғиндиси нимага тенг.
3. Умумлашган Гук қонуни формуласини келтириб чиқариш.

4. Бош кучланиш берилган ҳолатда экстремик уринма кучланишлар нимага тенг ва улар таъсир қилаётган юзалар ҳолати қандай аниқланади.
5. Гук қонуни математик ифодаси материаллар қршилигини қайси гипотезалар асосида чиқарилади.
6. Нисбий ҳажмий деформация формуласи қандай ифодаланади.
7. Солиштирма потенциал энергия ифодасини ёзинг.
8. Ҳажм ўзгаришидан ва шакл ўзгаришидан ҳосил бўлган потенциал энергиялар қандай ифодаланади.
9. Солиштирма потенциал энергия ўлчов бирлиги нима.
10. Ҳажмий деформация формуласи қайси чегараларда қўллаш мумкин.

13 – МАЪРУЗА

Мавзу: Текис кесим юзаларининг геометрик характеристикалари.

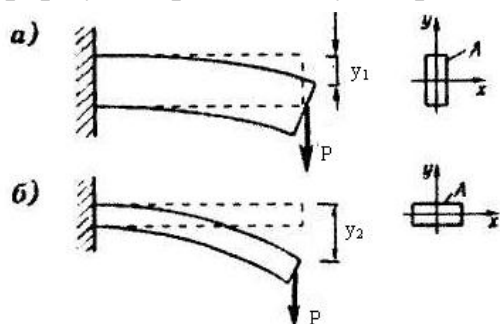
РЕЖА:

- 13.1. Текис кесимларнинг статик моментлари.
- 13.2. Текис кесимларнинг инерция моменти.
- 13.3. Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари орасидаги муносабат.
- 13.4 Оддий кесимларнинг марказий инерция моментлари.

Умумий тушунчалар.

Биз юқорида тўғри брусларни чўзилиш ва сиқилиш деформациясига мустақамликка ва биқирликка ҳисобларда, брус қаршилиги унинг кўндаланг кесими юзасига тўғри пропорционал эканлигини кўрдик.

Маълумки кўндаланг кесими юза қанча катта бўлса чўзилиш ва сиқилишга ишлайдиган стержен шунча мустақам бўлиши куйидаги формулалардан маълумдир.



13.1-шакл

$$y_2 > y_1$$

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad \Delta \ell = \frac{N \cdot \ell}{E F}$$

Яъни F қанча катта бўлса кучлагиш ва деформация шунча кичик бўлади.

Эгилишда $F = c \cdot n \cdot s \cdot t$ бўлган брус ташқи куч таъсирига қаршилик кўрсатишини ўрганиш учун

куйидаги тажрибани ўтказайлик:

Тажрибадан кўринадики кўндаланг кесм $F = c \cdot n \cdot s \cdot t$ бўлган холда ташқи куч таъсирига турли ҳолатларда жойлаштирилса ҳар-хил қаршилик кўрсатар экан. Бу тажрибага асосан стержен кўндаланг кесими юзаси унинг ташқи кучлар таъсирига қаршилигини тўла ифодалай олмас экан деган хулоса келиб чиқади.

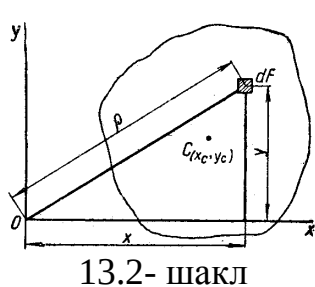
Шу муносабат билан турли текис кесим юзаларининг геометрик характеристикаларини ўрганиш масаласи пайдо бўлади.

Бундан ташқари буралиш.эгилиш ва бошқа мураккаб деформация-лардан кесим юзаларини янада мураккаброқ шакилларидан фойдаланишга тўғри келади.

Бу геометрик характеристикалар кесим ўлчамлари ва шаклига боғлиқ бўлиб уларни статик моментлари, инерция радиуслари ва қаршилиқ моментлари ташкил қилади.(F,S,J,W,i)

13.1. Текис кесимларнинг статик моментлари

Маълумки, ихтиёрий кесим юзасини аниқлаш учун уни элементар dF юзачаларга бўлинади. Унда кесим юзаси текис кесимни ташкил қилувчи элементар юзачаларнинг бутун юза бўйича йиғиндисига тенг бўлади



13.2- шакл

$$(13.2 - \text{шакл}) \quad F = \sum_{i=1}^n F_i$$

$$F = \int_F dF. \quad \text{м}^2, \text{см}^2 \quad (13.1)$$

Қуйидаги текис кесимни кўрамиз. Бутун текис кесимни ХОУ декарт координата системаси билан боғлаймиз.

Текис кесимнинг бирор ўққа нисбатан статик моменти деб, ташкил қилувчи элементар юзачаларнинг улардан тегишли ўққача масофаларга кўпайтмаларининг бутун юза бўйича йиғиндисига айтилади. (13.2. - шакл)

$$S_x = \int_F y \cdot dF; \quad S_y = \int_F x \cdot dF \quad \text{м}^3, \text{см}^3 \quad (13.2)$$

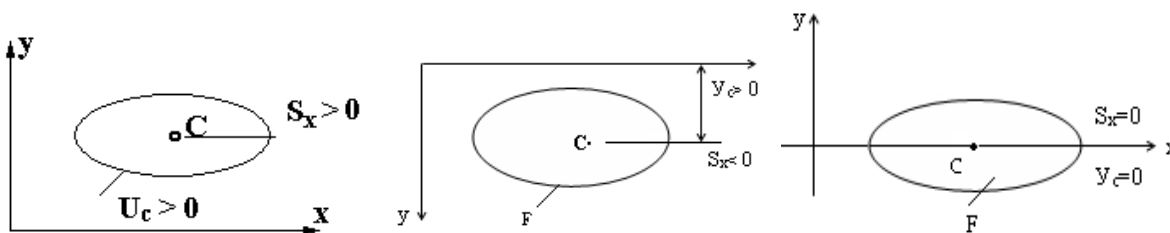
F_i - оддий кесим юзалари.

Статик момент мусбат ва манфий ишорали бўлиши мумкин, марказий ўқларига нисбатан нолга тенг бўлади.

Назарий механикадан маълумки, кесим оғирлик маркази “С” нукта координаталари x_c ва y_c маълум бўлса

$$S_x = F \cdot y_c; \quad S_y = F \cdot x_c \quad (13.3)$$

Текис шаклни координата ўқларига нисбатан вазиятига статик момент ишоралари қуйидагича бўлади:



13.3 - шакл

(13.3) орқали кесим оғирлик маркази координаталарини қуйидагича аниқланиши мумкин:

$$x_c = \frac{S_y}{F}; \quad y_c = \frac{S_x}{F} \quad (13.4)$$

Мураккаб шаклнинг оғирлик маркази координаталарини ҳисоблаш учун юзалари катталиклари ва оғирлик марказлари вазиятлари маълум бўлган оддий шаклларга бўлинади (13.4 – шакл)

У ҳолда:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_n x_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + \dots + F_n y_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$
(13.5)

13.4 – шакл.

Бу ерда F_i - айрим оддий шакллар юзалари,

x_i, y_i —ҳар эса уларни марказларини координаталри.

13.2. Текис кесимларнинг инерция моментлари.

Текис кесимнинг инерция моментлари ўққа нисбатан (экваториал), кутб ва марказдан қочма бўлишлари мумкин.

Текис кесимнинг (13.1-шакл) бирор ўққа нисбатан (экваториал) инерция моменти деб, ташкил қилувчи элементар юзачаларнинг улардан тегишли ўқча масофалар квадратларининг кўпайтмаларининг бутун юза бўйича йиғиндисига айтилади:

$$I_x = \int_F y^2 dF \quad I_y = \int_F x^2 dF \quad \text{м}^4, \text{см}^2 \quad (13.6)$$

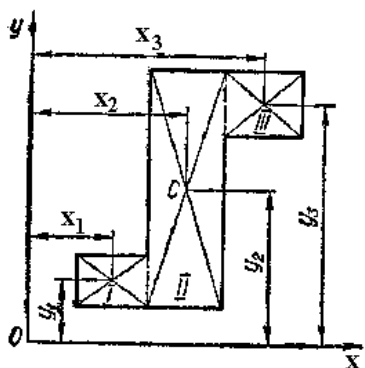
Текис кесимнинг кутб инерция моменти деб, ташкил қилувчи элементар юзачаларнинг улардан координата бошигача (кутбгача) масофалар квадратларига кўпайтмаларининг бутун юза бўйича йиғиндисига айтилади:

$$I_p = \int_F \rho^2 dF \quad \text{м}^4, \text{см}^4 \quad (13.7)$$

Пифагор теоремасига асосан

$$\rho^2 = y^2 + x^2.$$

буни (7)га қўйсак



$$J_p = \int_F (y^2 + x^2) dF = \int_F y^2 dF + \int_F x^2 dF = J_x + J_y$$

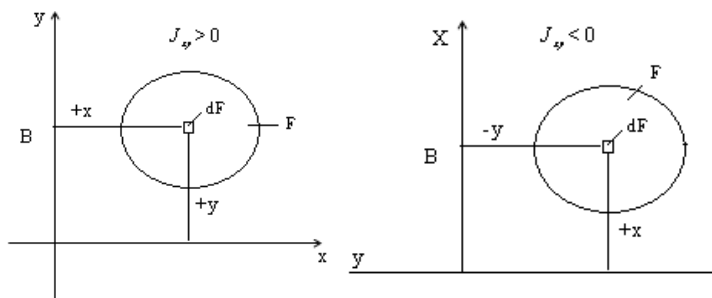
$$J_p = J_x + J_y \quad (13.8)$$

Демак ўзаро перпендикуляр икки ўққа нисбатан инерция моментлар йиғиндиси шу ўқлар кесишган нуқтага (координата бошига)

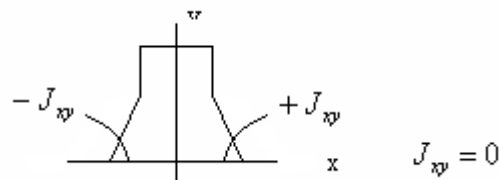
нисбатан кутб инерция моментига тенг.

Текис кесимнинг марказдан қочувчи инерция моменти деб. Ташкил қилувчи элементар юзачаларнинг улардан тегишли ўқларгача масофаларга (координаталарга) кўпайтмаларини

$$J_{xy} = \int_F x \cdot y \cdot dF \quad \text{м}^4, \text{см}^4 \quad (13.9)$$



13.5-шакл



13.6-шакл

Юқоридагилардан кўринадик, инерцияни моментларининг барча турлари узунлик ўлчовининг тўртинчи даражаси билан ўлчанади. m^4, cm^4

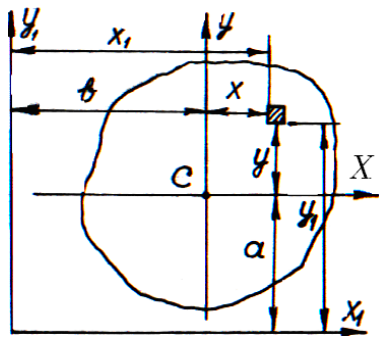
Бундан ташқари ўққа нисбатан (экваториал) ва кутуб инерция моментлари доимо мусбат ишорали, марказдан қочувчи инерция моментлари σ эса ўқлар вазиятига қараб, (+) мусбат ёки (-) манфий ишорали ва нолга тенг бўлиши мумкин.(13.5)

Шаклнинг оғирлик маркази орқали ўтадиган ўқлари марказий ўқлар, марказий ўқларга нисбатан инерция моментлари марказий инерция моментлари деб юритилади.

Симетрик шаклларнинг марказдан қочувчи инерция моменти доимо "0"га тенг бўлади. Масалан: (13.6-шакл.)

13.3. Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари орасидаги муносабат

Айтайлик текис кесимнинг марказий x ва y ўқларга нисбатан инерция моментлари J_x, J_y, J_{xy} маълум бўлсин. Марказий ўқларга параллел ва улардан ихтиёрий a ва b асофалардан ўтувчи янги x_1 ва y_1 ўқларга нисбатан экваториал ва марказдан қочувчи инерция моментларни аниқлаймиз.(13.5 – шакл).



13.7 - шакл

Координата ўқлари x_1 ва y_1 системасида ажратилган элементар юзачанинг координаталари қуйидагига тенг бўлади

$$x_1 = x + b$$

$$y_1 = y + a \quad \text{бўлади.}$$

Координата ўқлари x_1 га y_1 нисбатан инерция моментларини (13.6 формулаларга асосан)

аниқлаймиз.

$$J_{x_1} = \int_F y_1^2 dF = \int_F (y + a)^2 dF = \int_F y^2 dF + 2a \int_F y dF + a^2 \int_F dF.$$

бу ерда:

$$\int_F y^2 dF = J_x \text{ ни ифодалайди, } a = \text{const, ўзгармас бўлгани учун,}$$

$$\int_F a^2 dF = a^2 \int_F dF = a^2 F \quad \text{га тенг}$$

$$\int_F 2ay dF = 2a \int_F y dF = 2a S_x = 0 \quad \text{чунки } y \text{ марказий ўққа нисбатан}$$

У ҳолда,(13.6)ни 2 чи сига асосан юқоридаги ишларни бажариб қуйидаги формулани ҳосил қиламиз

$$\begin{aligned} J_{x_1} &= J_x + a^2 F \\ J_{y_1} &= J_y + \epsilon^2 F \end{aligned} \quad (13.10)$$

Демак, марказий ўққа параллел ўққа нисбатан инерция моменти марказий ўққа нисбатан инерция моменти билан кесим юзининг ўқлар орасидаги масофа квадратига кўпайтмасининг йиғиндисига тенг.

Текис кесимнинг марказий ўқларга параллел янги ўқларга нисбатан (марказдан қочувчи)ни инерция моментини топамиз (13.9) формулага асосан :

$$J_{x_1 y_1} = \int_F x_1 y_1 dF = \int_F (x + b)(y + a) dF = \int_F xy dF + b \int_F y dF + a \int_F x dF + ab \int_F dF.$$

$$\text{Бу ерда } \int_F xy dF = J_{xy}; \quad a \int_F xy dF = J_{xy}; \quad a \int_F x dF = 0;$$

$$\epsilon \int_F y dF = 0; \quad a \epsilon \int_F dF = a \cdot \epsilon \cdot F \text{ деб куйидагини ҳосил қиламиз}$$

$$J_{x_1 y_1} = J_{xy} + a \cdot \epsilon \cdot F \quad (13.11)$$

Демак, марказий ўқларга параллел янги ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моменти марказий ўқларга нисбатан инерция моменти билан кесим юзининг ўқлар орасидаги масофаларга кўпайтмаларининг йиғиндисига тенг. (13.13, 13.11)- Штайнер формуласи дейилади.

Агар марказий ўққа параллел x_1 ўққа параллел бўлиб, «с» масофада ўтувчи x_2 ўққа нисбатан инерция моментини топиш керак бўлса, аввал марказий x ўққа нисбатан инерция моменти (13.13) формула асосида топилади. Сўнг шу формула бўйича x_2 ўққа нисбатан инерция моменти куйидагига аниқланади:

$$J_{x_2} = J_{x_1} - a^2 F.$$

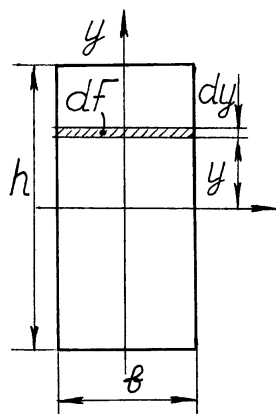
$$J_{x_2} = J_x + (a + c)^2 F = J_{x_1} + c(a + c)F.$$

Бу боғланишлардан кўринадики, ҳар қандай номарказий ўққа нисбатан инерция моментидан марказий ўққа нисбатан инерция моменти кичик бўлади. Масофа ортиши билан инерция моменти қиймати ҳам ортиб боради.

13.4. Оддий кесимларнинг марказий инерция моментлари

Энди юқоридаги келтириб чиқарилган формулалар асосида баъзи оддий шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш формулаларини келтириб чиқарамиз.

1. Тўғри тўртбурчак.



13.8-шакл.

$$dF = b \cdot dy$$

$$J_x = \int_F y^2 dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 b dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{24} - \left(-\frac{bh^3}{24} \right) = \frac{bh^3}{12}.$$

Худди шунга ўхшаш

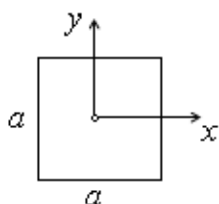
$$J_x = \frac{bh^3}{12} \quad (13.13)$$

$$J_y = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_{x1} = \frac{bh^3}{3}$$

(13.13) ифода ўлчамлари b ва h бўлган параллелеграмм учун ҳам тўғридир.

2. **Квадрат** $b=h=a$ деб олсак (13.13)га асосан қуйидаги формулага эга бўламиз



13.9-шакл

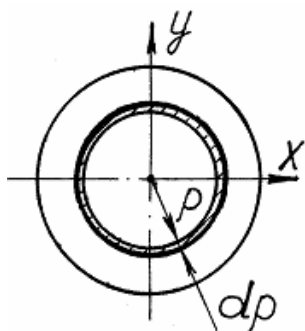
$$J_x = J_y = \frac{a^4}{12} \quad (13.13)$$

2. Доира. Аввало радиуси r га тенг бўлган доирани марказий ўқларга нисбатан қутб инерция момен тини ҳисоблаймиз

$$J_p = \int_F \rho^2 dF \quad r = \frac{d}{2} \text{ лигини эътиборга олсак}$$

$$\frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi d^4}{2 \cdot 2^4} = \frac{\pi d^4}{32} \quad J_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad (13.14)$$

Доира кесимнинг марказий ўқларига нисбатан инерция моментини аниқлашда $J_p = J_x + J_y$ боғланишни ва симметрия бўйича $J_x = J_y$ эканлигини назарда тутсак



13.10 - шакл

$$J_x = J_y = \frac{J_p}{2} = \frac{\pi d^4}{64} \quad J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} \quad (13.15)$$

Кўп холларда

$$J_p \approx 0,1 d^4 \quad ; \quad J_x = J_y \approx 0,05 d^4 \quad (13.16)$$

формулалар ишлатилади.

4. **Халқа. Халқасимон кесимнинг** марказий ўқларига нисбатан инерция моментлари бир – бирига тенг бўлиб, ташқи ва ички доираларнинг шу ўқларига нисбатан инерция моментлари айирмасига тенгдир:

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4)$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4) \quad (13.17)$$

бу ерда

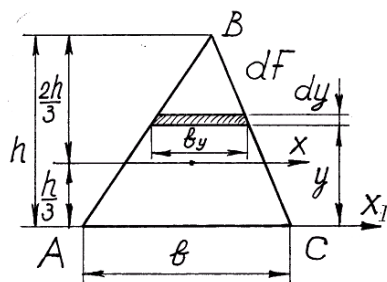
$$\alpha = \frac{d}{D}. \quad (13.18)$$

D- халқани ташқи диаметр, d-ички диаметр.

5. **Учбурчак.** Асосининг кенглиги b баландлиги h бўлган **учбурчакнинг** асоси орқали ўтувчи x_1 ўққа нисбатан инерция моментини аниқлаймиз.

Бунинг учун асосдан y масофада dy калинликда элементар dF юзача ажратамиз.

$$dF = \epsilon_y \cdot dy.$$



13.8 – шакл.

У ҳолда

$$\Delta ABC \propto \Delta A^1 B C^1 \text{ дан}$$

$$\frac{b_y}{b} = \frac{h-y}{h} \text{ бундан } b_y = \frac{b}{h}(h-y).$$

$$dF = \frac{\epsilon}{h}(h-y) \cdot dy$$

$$J_{x_1} = 0 \int_0^h y^2 \frac{\epsilon}{h}(h-y) dy = \left| \frac{y^3 h}{3} - \frac{y^4}{4} \right|_0^h = \frac{bh^3}{12}.$$

Демак $J_{x_1} = \frac{\epsilon h^3}{12}$

$$J_{x_1} = J_x + a^2 F \quad \text{формулага асосан}$$

$$J_{x_1} = J_x - a^2 F \quad a = \frac{h}{3} \quad F = \frac{1}{2} \epsilon \cdot h$$

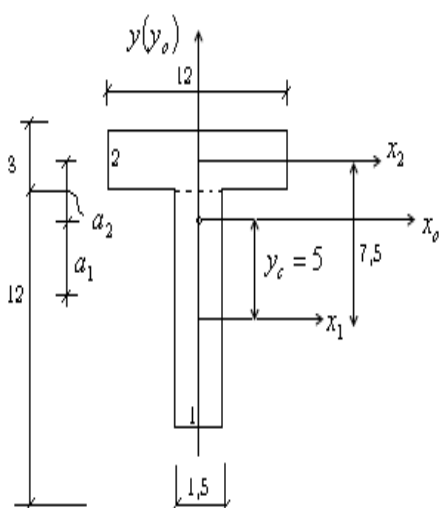
$$J_x = \left(\frac{\epsilon h}{12} \right)^2 - \left(\frac{h}{3} \right) \cdot \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{18} = \frac{bh^3}{36}.$$

$$J_x = \frac{\epsilon h^3}{36}. \quad (13.19)$$

$$J_{x_2} = J_x + a^2 F = \frac{\epsilon h^3}{36} + \left(\frac{2h}{3} \right)^2 \frac{\epsilon h}{2} = \frac{\epsilon h^3}{36} + \frac{2\epsilon h^3}{9} = \frac{\epsilon h^3}{36} + \frac{2\epsilon h^3}{9} = \frac{\epsilon h^3 + 8\epsilon h^3}{36} = \frac{9\epsilon h^3}{36} = \frac{\epsilon h^3}{4}$$

$$J_{x_2} = \frac{\epsilon h^3}{4} \quad (13.20)$$

Мураккаб шаклнинг инерция моментларини топиш учун уни оддий кесим юзаларига ажратиб сўнг улар йиғилади.



$$J_x = \sum_{i=1}^n J_{x_1}; \quad J_y = \sum_{i=1}^n J_{y_1}; \quad J_{xy} = \sum_{i=1}^n J_{xy_1};$$

$$J_{x_1} = J_{x_0}^1 + a_1^2 F_1 + J_{x_0}^2 + a_2^2 F_2 + \dots + J_{x_0}^n + a_n^2 F_n \quad (13.21)$$

бу ерда: $J_{x_0}^n$ -ҳар қайси ажратилган оддий шаклларнинг ўз марказий ўқиға нисбатан инерция моментлари;

a_n -ҳар қайси ажратилган оддий шакл марказий ўқи билан мураккаб шакл марказий шакл марказий ўқи орасидаги масофалар.

Демак мураккаб шакл инерция моменти уни ташкил этувчи оддий шаклларнинг инерция моментлари йиғиндисига тенг.

Прокат кесимларнинг (қўштавр, швеллер, бурчаклик ва бошқалар) инерция моментлари махсус маълумотномаларда берилади.

Мисол. Қуйидаги тавр шаклли кесим юзасининг оғирлик маркази координаталари ва марказий ўқларға нисбатан инерция моментлари топилсин. "У" ўқи кесм симметрия ўқи бўлгани учун, оғирлик маркази унинг устида жойлашади.

$$y_0 = \frac{\sum S_x}{\sum F} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F_1 + F_2} = \frac{12 \cdot 15 \cdot 0 + 12 \cdot 3.75}{12 \cdot 1.5 + 12 \cdot 3} = \frac{270}{54} = 5 \text{ см}$$

$$a_i = Y_i - Y_0 \quad a_1 = -5 \text{ см} \quad a_2 = 7.5 - 5 = 2.5 \text{ см}$$

$$J_{x1} = \frac{\rho h^3}{12} = \frac{1.5 \cdot 12^3}{12} = 216 \text{ см}^4; \quad J_{x2} = \frac{12 \cdot 3^3}{12} = 27 \text{ см}^4$$

$$J_{y1} = \frac{\rho h^3}{12} = \frac{12 \cdot 1.5^3}{12} = 3.375 \text{ см}^4; \quad J_{y2} = \frac{3 \cdot 12^3}{12} = 432 \text{ см}^4$$

$$J_{x0} = J_{x1} + a_1^2 F_1 + J_{x2} + a_2^2 F_2 = 216 + (-5)^2 \cdot 18 + 27 + 2.5^2 \cdot 36 = 918 \text{ см}^4$$

$$J_{y0} = J_{y1} + J_{y2} = 3.375 + 432 = 435.375 \text{ см}^4$$

$$J_{x0} = 918 \text{ см}^4 \quad J_{y0} = 435.375 \text{ см}^4$$

Назорат саволлари

1. Текис шакл юзининг статик моменти деб нимага айтилади? Унинг ўлчов бирлиги нима?
2. Текис шакл юзининг статик моментлари қандай ўқларга нисбатан нолга тенг бўлади?
3. Мураккаб шакл юзининг статик моменти қандай формула билан топилади?
4. Мураккаб шакл юзининг оғирлик марказининг координаталари қандай формулалар орқали топилади?
5. Текис шакл юзининг экваториал ва поляр (кутб) инерция моментлари деб нимага айтилади ва улар нима билан ўлчанади?
6. Экваториал ва кутб инерция моментлари манфий қийматга эга бўла оладими?
7. Текис шакл юзаларининг марказдан қочма инерция моментлари деб нимага айтилади ва у қандай қийматларга эга бўлиши мумкин?
8. Ўзаро тик ўқларга нисбатан экваториал инерция моментларининг йиғиндиси ва бу ўқлар кесишган нуқтага нисбатан кутб инерция моментлари бир – бирларига қандай боғланганлар?
9. Ўқлар параллел ҳолда кўчирилганда ўққа нисбатан ва марказдан қочма инерция моментлари учун ўтиш формулалари қандай ёзилади?
10. Тўғри тўртбурчакнинг асосига параллел бўлган марказий ўқига нисбатан экваториал инерция моменти нимага тенг?
11. Доира ва халқасимон кесимнинг ўққа нисбатан марказий инерция моментлари нимага тенг?
12. Мураккаб шаклнинг ўққа нисбатан инерция моменти қандай топилади?

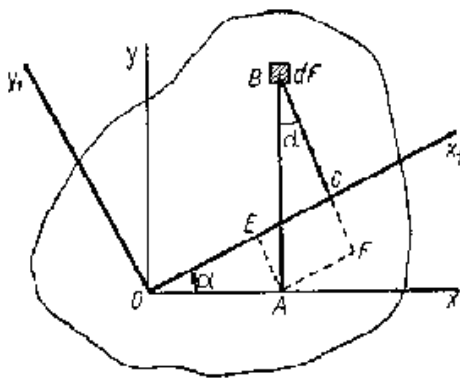
14 - МАЪРУЗА

Мавзу: Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари

РЕЖА:

- 14.1. Координата ўқлари бурилганида инерция моментларининг ўзгариши.
- 14.2. Бош ўқлар ва бош инерция моментлари.
- 14.3. Инерция радиуси ҳақида тушунча.
- 14.4. Инерция эллипси ҳақида тушунча.
- 14.5. Мисол.

14.1. Координата ўқлари бурилганида инерция моментларининг ўзгариши



14.1 - шакл

Текис кесимнинг ихтиёрий x ва y ўқларига нисбатан экваториал ($I_x > I_y$) ва марказдан қочма (I_{xy}) инерция моментлар маълум бўлсин. Ўқлар системасини соат миля юришига тескари йўналишда бирон α бурчакка бурайлик (14.1 - шакл). Бу йўналишни бундан буён мусбат йўналиш сифатида қабул қиламиз. Координата ўқлар системасининг янги вазияти x_1Oy_1 учун

$I_{x_1}; I_{y_1}$ ва $I_{x_1y_1}$ ларни аниқлаймиз. Бунинг учун эски ва янги ўқларга нисбатан координаталар орасидаги боғланишларни

топиб оламиз.

$$x_1 = \overline{OC} = \overline{OE} + \overline{EC} = \overline{OE} + \overline{AF} = \overline{OA} \cos \alpha + \overline{AB} \sin \alpha = x \cos \alpha + y \sin \alpha.$$

$$y_1 = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$

Энди янги ўқларга нисбатан инерция моментларини топамиз.

$$I_{x_1} = \int_F y_1^2 dF = \int_F (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dF = \int_F y^2 \cos^2 \alpha dF - \int_F 2xy \sin \alpha \cos \alpha dF + \int_F x^2 \sin^2 \alpha dF$$

$$\text{Бундан} \quad I_{x_1} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha \quad (14.1)$$

$$\text{Шунга ўхшаш} \quad I_{y_1} = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha, \quad (14.2)$$

$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \quad (14.3)$$

(14.1) ва (14.2) тенгликларни қўшсак

$$I_{x_1} + I_{y_1} = I_x + I_y = I_p. \quad (14.4)$$

Демак, ўзаро тик координата ўқлари бурилганида бу ўқларга нисбатан инерция моментлари йиғиндиси ўзгармасдан кутб инерция моментига тенглигича қолади.

(14.1) ва (14.2) боғланишлар айирмасини топамиз:

$$I_{x_1} - I_{y_1} = (I_x - I_y) \cos 2\alpha - 2I_{xy} \sin 2\alpha. \quad (14.5)$$

Охирги ифода ёрдамида эски ва янги координата ўқларига нисбатан экваториал инерция моментлари маълум бўлганида эски ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моментини аниқлаш мумкин.

14.2. Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари

Текис кесимнинг бирор xOy координата ўқлар системасига нисбатан марказдан қочма инерция momenti

$$I_{xy} = \int_F xy dF$$

маълум бўлсин.

Бу ўқлар системасини 90 градусга мусбат йўналишда бурсак, $x_1 = y$ ва $y_1 = -x$ бўлади.

Янги координата ўқлари x_1Oy_1 системасига нисбатан марказдан қочма инерция моменти

$$I_{x_1y_1} = \int_F x_1y_1 dF = \int_F y(-x) dF = -I_{xy}.$$

Демак, координата ўқлар системасини 90 градусга бурилганида марказдан қочма инерция моменти ўз ишорасини ўзгартиради.

Бундан келиб чиқадики, бу ораликда координата ўқлар системасининг шундай вазияти мавжудки, уларга нисбатан текис кесимнинг марказдан қочма инерция моменти нолга тенг бўлади.

Марказдан қочма инерция моменти нолга тенг ўқлар бош ўқлар, бош ўқларга нисбатан ҳисобланган инерция моментлари - бош инерция моментлари дейилади.

Бош ўқлар йўналишини топиш учун (14.3) тенгламани нолга тенглаймиз:

$$\frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0$$

Бундан

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}. \quad (14.6)$$

Бу формуладан α_0 нинг бир - биридан 90 градусга фарқланувчи иккита қиймати келиб чиқади. Уларнинг кичигининг абсолют қиймати 45 градусдан ортмайди, шу бурчак остида ўтказилган бош ўқни U , иккинчисини - v деб белгиланади.

Бош инерция моментлари I_u ва I_v қийматларини (14.1) ва (14.2) формулаларга $\alpha = \alpha_0$ қўйиб, тегишлича топиш мумкин.

Умумий ҳолда бош инерция моментларини (14.4) ва (14.5) ларни биргаликда (14.6) дан фойдаланиб ечиб топилади.

Тригонометрик боғланишлар

$$\sin 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} \quad \text{ва} \quad \cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}}$$

(14.6) тенглама орқали ифодаланади:

$$\sin 2\alpha = \frac{-\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}}{\sqrt{1 + \left(-\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}\right)^2}} = -\frac{2I_{xy}}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}},$$

$$\cos 2\alpha = \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}}.$$

Энди (14.5) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$I_{x_1} - I_{y_1} = \frac{(I_x - I_y)^2}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} + \frac{4I_{xy}^2}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} = \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}.$$

Охирги ифодани (14.4) билан ъадма - ъад кўшиб, кейин ундан айириб қуйидаги умумий боғланишни ҳосил қиламиз.

$$I_{\frac{u}{v}} = \frac{1}{2} \left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right]. \quad (14.10)$$

$I_x > I_y$ бўлганида $I_u = I_{\max}$ ва $I_v = I_{\min}$ бўлади.

Бош инерция моментлари экстремаллик хусусиятига эга. Бунга ишониш учун ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти (14.1) ёки (14.2) ни ўзгарувчи α бўйича дифференциаллайлик.

$$\frac{dI_{x_1}}{d\alpha} = I_x(-\sin 2\alpha) + I_y \sin 2\alpha - I_{xy} 2 \cos 2\alpha = -2 \left[\frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha \right] = -2I_{x_1 y_1} \quad \text{Бунда}$$

н $I_{x_1 y_1} = 0$ да $\frac{dI_{x_1 y_1}}{d\alpha} = 0$ бўлиши келиб чиқади. Демак, бош ўқларга нисбатан инерция моментлари экстремал қийматларга эга бўлади.

Ўзаро тик ўқларга нисбатан инерция моментлари йиғиндиси ўзгармас катталиқ (14.4) эканлигини назарда тутсак, бош ўқларнинг бирига нисбатан инерция моменти максимал бўлса, иккинчисига нисбатан - минимал бўлади.

Брус ўқи ва унинг кўндаланг кесими бош ўқлари орқали ўтувчи текисликлар бош текисликлар деб юритилади.

Агар текис кесим бирор симметрия ўқига эга бўлса, бу симметрия ўқи бош ўқ бўлади, иккинчиси эса кесим марказидан унга тик йўналади.

14.3. Инерция радиуси ҳақида тушунча

Текис кесимнинг бирон ўққа нисбатан инерция моментини кесим юзасининг бирор масофа квадратида кўпайтмаси сифатида ифодалаш мумкин:

$$I_x = Fr_x^2; \quad I_y = Fr_y^2.$$

Бу ерда r_x ва r_y - текис кесимнинг тегишлича x ва y ўқларига нисбатан инерция радиуслари.

Кесимнинг ўққа нисбатан инерция моментининг кесим юзасига нисбати квадрат илдизини ўққа нисбатан инерция радиуси дейилади:

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}}; \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}}; \quad (14.8)$$

Бош инерция ўқларига бош инерция радиуслари мос бўлади:

$$r_u = \sqrt{\frac{I_u}{F}}; \quad r_v = \sqrt{\frac{I_v}{F}}.$$

Асосининг кенглиги b , баландлиги h бўлган тўғри тўртбурчакнинг инерция радиуслари қуйидагиларга тенг:

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{bh^3}{12bh}} = \frac{h}{2\sqrt{3}}; \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}} = \sqrt{\frac{b^3h}{12bh}} = \frac{b}{2\sqrt{3}}.$$

14.4. Инерция эллипси ҳақида тушунча

Инерция эллипси марказий ўқларни бурганда ўққа нисбатан инерция моментларининг ўзгаришини график равишда тасвирлайди.

Инерция эллипси кесимнинг бош ўқлари U ва V да қурилади. Унинг ярим ўқлари бош инерция радиусларидир. Бунда бош инерция радиуси r_u бош ўқ U га тик, яъни V ўқиға, r_v эса V га тик, яъни U ўқиға қўйилади. Бунда инерция эллипсининг тенгламаси

$$\frac{u^2}{r_v^2} + \frac{v^2}{r_u^2} = 1 \quad (14.9)$$

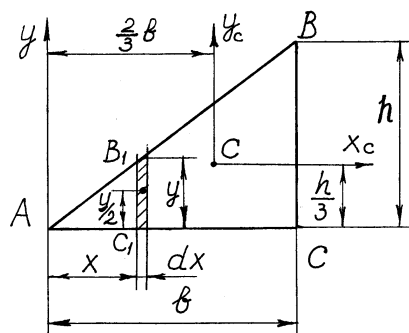
кўринишда бўлади.

Инерция эллипси ёрдамида берилган кесимнинг инерция моментини ҳар қандай ўққа нисбатан график усулда топиш мумкин. Бунда эллипс контурига, кесимнинг инерция моменти топиладиган ўққа параллел равишда уринма ўтказилади. Бу уринма билан ўқ орасидаги масофани белгиланган масштабда топиб, унинг квадратини кесим юзига кўпайтирилса, шу кесим юзининг талаб қилинган ўққа нисбатан инерция моменти олинади.

14.5. Мисол

Тўғри бурчакли учбурчакнинг (13.2 - шакл) катетларига параллел бўлиб, A учидан ўтган $x_A y$, марказий $X_C y_C$ ва катетлари билан мос $x_1 y_1$ ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моментлари аниқлансин.

Ечиш.



14.2 - шакл.

$$I_{xy} = \int_F xy dF$$

Элементар юза катталиги

$$dF = y dx$$

Бу элементар юзача оғирлик марказидан x ўқиғача масофа $y/2$. Шунинг учун

$$I_{xy} = \int_0^b x \cdot \frac{y}{2} y dF$$

$$\triangle ABC \propto \triangle AB_1C_1 \text{ бундан } \frac{y}{h} = \frac{x}{b} \text{ ёки } y = \frac{h}{b} x.$$

энди

$$I_{xy} = \frac{1}{2} \int_0^b x \left(\frac{h}{b} x \right)^2 dx = \frac{h^2}{2b^2} \frac{b^4}{4} = \frac{b^2 h^2}{8}.$$

Марказий ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моментини топамиз.

$$I_{xy} = I_{x_c y_c} + abF,$$

Бундан

$$I_{x_c y_c} = I_{xy} - abF;$$

бу ерда

$$a = -\frac{2}{3}b; \quad b = -\frac{h}{3}$$

$$I_{x_c y_c} = \frac{b^2 h^2}{8} - \left(-\frac{2}{3}b \right) \left(-\frac{h}{3} \right) \frac{bh}{2} = \frac{b^2 h^2}{8} - \frac{b^2 h^2}{9} = \frac{b^2 h^2}{72}.$$

Катетлар билан мос ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моментини топамиз.

$$I_{x_1y_1} = I_{x_cy_c} + abF, \text{ бу ерда } a = \frac{b}{3}; b = -\frac{h}{3}; F = \frac{bh}{2}.$$

Энди

$$I_{x_1y_1} = \frac{b^2h^2}{72} + \frac{b}{3} \left(-\frac{h}{3} \right) \frac{bh}{2} = \frac{b^2h^2}{72} - \frac{b^2h^2}{18} = -\frac{b^2h^2}{24}.$$

Назорат саволлари

1. Бурилган ўқларга нисбатан инерция моментлари қандай топилади?
2. Ўзаро тик ўқлар бурилганида бу ўқларга нисбатан инерция моментлари йиғиндиси қандай ўзгаради? У нимага тенг?
3. Координата ўқлари 90 градусга бурилганида марказдан қочма инерция momenti қандай ўзгаради?
4. Қандай ўқларга бош ўқлар дейилади?
5. Бош ўқларнинг йўналишлари қандай топилади?
6. Шаклларнинг инерция моментлари қандай ўқларга нисбатан энг катта ва энг кичик қийматга эга бўлади?
7. Бош инерция моментлари деб нимага айтилади?
8. Қандай ҳолларда бош ўқларнинг вазиятини ҳисобламай туриб топиб бўлади?
9. Бош ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция momenti нимага тенг бўлади?
10. Бош инерция моментларини қандай аниқлаш мумкин?
11. Инерция радиуси нима ва у қандай топилади?
12. Инерция эллипси қандай қурилади ва у қандай хусусиятга эга?
13. Инерция эллипси қандай қурилади?
14. Инерция эллипси ёрдамида марказий ўқларга нисбатан инерция моментларини қандай топиш мумкин?

15 - МАЪУЗА

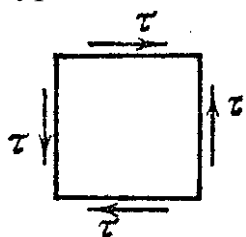
Мавзу: Силжиш

РЕЖА:

- 15.1. Умумий тушунчалар.
- 15.2. Соф силжишдаги кучланганлик ҳолати.
- 15.3. Силжишдаги деформация.
- 15.4. Силжишдаги потенциал энергия.
- 15.5. Силжишга оид амалий ҳисоблар.

15.1 Умумий тушунчалар

Чўзилиш - сиқилишдаги кучланганлик ҳолатининг таҳлили шуни кўрсатдики, стержендан ажратилган тўртбурчак элемент томонларида нормал ва уринма кучланишлар таъсир этади. Бунда нормал кучланишларнинг қиймати ва йўналишларидан қатъий назар уринма кучланишлар жуфтлик қонунига бўйсунди.



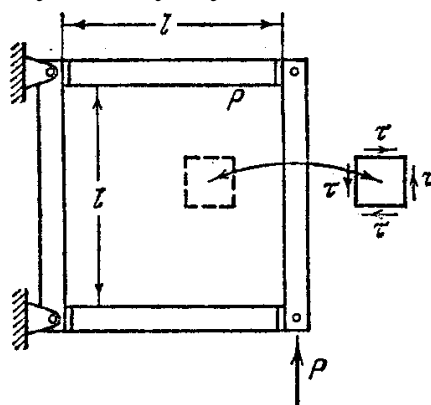
15.1 - шакл.

Айталик, шундай кучланиш ҳолати мавжуд бўлсинки, ажратилган элемент томонларига фақат уринма кучланишлар таъсир этсинлар (15.1 - шакл).

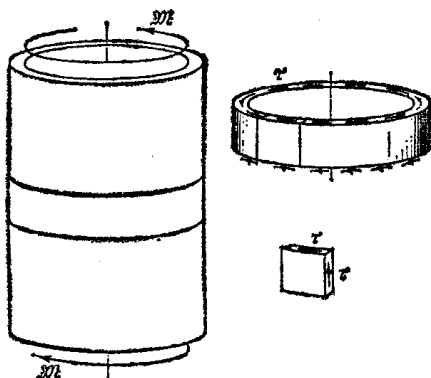
Томонларига фақат уринма кучланишлар таъсир қиладиган элементнинг кучланганлик ҳолати **соф силжиш** деб аталади. Элемент томонлари **соф силжиш юзачалари** деб юритилади.

Бир жинсли соф силжиш кучланганлик ҳолатига мисоллар сифатида шарнирли бириктирилган тахтакачлар орасига жойлаштирилган пластинканинг (15.2 - шакл) ва юпқа деворли цилиндрсимон трубанинг (15.3 - шакл) кучланганлик ҳолатларини кўрсатиш мумкин.

Шуни айтиш керакки, амалда силжиш деформацияси соф ҳолда деярли учрамайди. У бошқа деформациялар билан, айниқса, эгилиш деформацияси билан биргаликда ҳосил бўлади. Шунинг учун силжишга, бошқача қилиб айтганда қирқилишга, ҳисобларда қатор соддалаштиришларни қабул қилишга тўғри келади.



15.2 - шакл.



15.3 - шакл.

15.2. Соф силжишдаги кучланганлик ҳолати

Соф силжиш ҳолатидаги элементни кесувчи юзачалар жойлашишига қараб кучланишларнинг ўзгаришини кўриб чиқамиз. Бунинг учун соф силжиш ҳолатидаги пластинкадан уч қиррали

ABC элементар призма ажратамиз (15.4 - шакл,а).

Призмага таъсир этаётган барча кучларни n ва t йўналишларга проекциялаб ҳосил қилинган мувозанат тенгламаларини ифодалаймиз (15.4 - шакл,б):

$$\sigma_{\alpha} \cdot AC = \tau \cdot AB \cdot \sin \alpha + \tau \cdot BC \cdot \cos \alpha;$$

$$\tau_{\alpha} \cdot AC = \tau \cdot AB \cdot \cos \alpha + \tau \cdot BC \cdot \sin \alpha;$$

$$\text{Бу ерда } AB = AC \cdot \cos \alpha \text{ ва } BC = AC \cdot \sin \alpha.$$

Унда

$$\sigma_{\alpha} \cdot AC = \tau \cdot AC \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + \tau \cdot AC \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

$$\tau_{\alpha} \cdot AC = \tau \cdot AC \cdot \cos^2 \alpha - \tau \cdot AC \cdot \sin^2 \alpha.$$

Энди

$$\sigma_{\alpha} = \tau \cdot \sin 2\alpha, \quad (15.1)$$

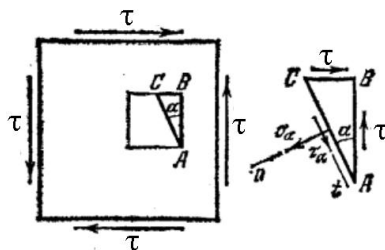
$$\tau_{\alpha} = \tau \cdot \cos 2\alpha. \quad (15.2)$$

Турлича жойлашган оғма юзачалардаги кучланишларни топамиз:

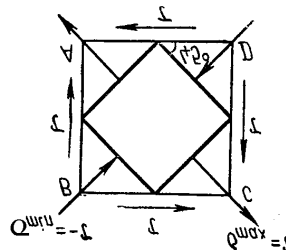
$$\alpha = 0 \text{ да} \quad \sigma_{\alpha} = 0 \quad \tau_{\alpha} = \tau.$$

$$\alpha = 45^{\circ} \text{ да} \quad \sigma_{\alpha} = \tau; \quad \tau_{\alpha} = 0.$$

$$\alpha = 90^{\circ} \text{ да} \quad \sigma_{\alpha} = 0; \quad \tau_{\alpha} = -\tau.$$



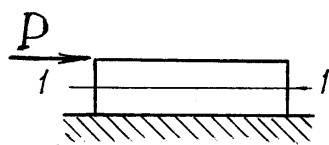
15.4 - шакл.



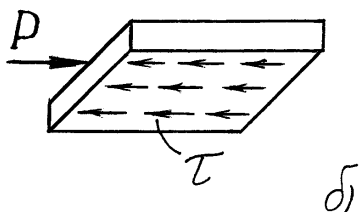
15.5 - шакл.

Демак, қирралари соф силжиш юзачаларига нисбатан 45° бурчак остида жойлашган тўртбурчак элемент томонларига фақат нормал кучланишлар таъсир этади (15.5 - шакл), уларнинг биринчи жуфти чўзувчи, иккинчи жуфти сиқувчидир. Шундай қилиб, соф силжиш кучланганлик ҳолатини ўзаро тик йўналишларда бир вақтнинг ўзида элементнинг чўзилиши ва сиқилиши сифатида тасаввур қилиш мумкин.

Силжишдаги кучланишларни қуйидаги мулоъазалар асосида топилади.



а)



б)

15.6 - шакл.

Ташки куч таъсиридаги ниёятда калта бруснинг кўндаланг кесимидаги кучланишларни топиш учун 1-1 текислик билан кесиб (15.6 - шакл,а), юқори қисми (15.6-шакл,б) мувозанатини кўриб чиқайлик.

$$Q = \int_F \tau dF,$$

бу ерда кўндаланг куч $Q = P$.

Кўриляётган кесимда уринма кучланишлар бир текис тақсимланади деб қабул қилсак,

$$\tau = \frac{P}{F}. \quad (15.3)$$

Амалда уринма кучланишлар кесим бўйича нотекис тақсимланади, лекин бу ҳол силжишга доир ҳисобларда назарга олинмайди.

15.3. Силжишдаги деформация

Чўзилиш - сиқилишдаги деформацияланганлик ҳолатининг таҳлилида (§9.2) силжишдаги Гук қонуни

$$\tau = \gamma G \quad (15.4)$$

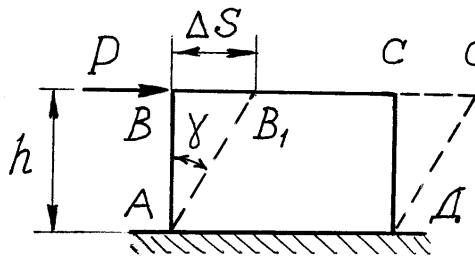
ва уч доимий орасидаги боғланишни

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (15.5)$$

кўринишда ҳосил қилган эдик.

Умуман силжишдаги Гук қонуни чўзилиш-сиқилишдаги Гук қонуни оқибати сифатида келиб чиқади.

Тўғри тўртбурчак шаклидаги ABCD элементнинг (15.7 - шакл) AD томони маҳкамланган бўлиб, BC томонига куч қўйилганида силжиш деформацияси содир бўлади. Бу ерда BB₁ катталиқ абсолют силжиш ва



$$\frac{\Delta S}{h} = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma \quad (15.6)$$

нисбий силжиш деб юритилади. Баъзан γ бурчакни силжиш бурчаги деб аталади.

15.7 - шакл.

(15.8) боғланишни (15.3) ва (15.4) билан ифодалаб, силжишдаги Гук қонунини бошқачароқ кўринишида ифодалаймиз:

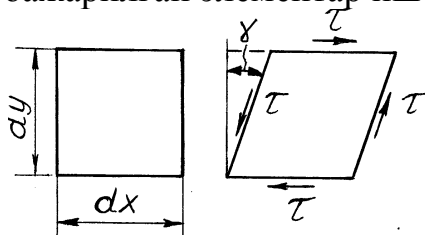
$$\Delta S = \frac{Ph}{GF}; \quad (15.7)$$

Бу ердаги GF кўпайтма силжишдаги бикрлик деб юритилади.

Силжишдаги Гук қонунининг иккинчи кўриниши (15.6) чўзилиш - сиқилишдаги (15.7) боғланиш билан ўхшашлигига эътибор бериш лозим.

15.4. Силжишдаги потенциал энергия

Соф силжишдаги потенциал энергияни аниқлаш учун ўлчамлари dx , dy ва қалинлиги δ бўлган тўртбурчаксимон элемент (15.8 - шакл) шаклининг ўзгаришини кўрайлик. Элементнинг пастки қиррасини шартли равишда маҳкамланган деб фараз қилсак, унинг юқори қиррасининг кўчишида $\tau \cdot dx \cdot \delta$ кучи $\gamma \cdot dy$ кўчишда иш бажаради. Силжиш кучга тўғри пропорционалликдан бажарилган элементар иш



15.8 - шакл.

$$dA = \frac{1}{2} \tau \cdot dx \cdot \delta \cdot \gamma \cdot dy \text{ бўлади.}$$

Унда элементар потенциал энергия қуйидагига тенг:

$$dU = \frac{1}{2} \tau \gamma \cdot dx \cdot dy \cdot \delta.$$

Бу ерда $dx \cdot dy \cdot \delta = dV$ - элементнинг ҳажми.

Унда силжишдаги солиштирма потенциал энергия

$$u = \frac{dU}{dV} = \frac{1}{2} \tau \gamma = \frac{\tau^2}{2G}; \quad (\text{ж/м}^3) \quad (15.8)$$

15.7 - шаклдан фойдаланиб, силжишдаги абсолют потенциал энергияни

$$U = \frac{P^2 h}{2GF} \text{ (ж.)} \quad (15.9)$$

кўринишда аниқлашни талабаларнинг ўзларига ўаовла қиламиз.

15.5. Силжишга оид амалий ҳисоблар

Ушбу масала машина деталлари ва пўлат тузилмалари фанларида мукамал кўрилади. Бу ерда унинг асосларини кўриб чиқамиз.

Силжишга болтли, парчинли ва пайванд бирикмалар, шпонкалар, валларнинг шлицалари ва ўоказолар ҳисобланади.

Умуман, силжишга ишлайдиган тузилма қисмларининг мустаҳкамлигини таъминлаш учун энг катта уринма кучланишлар йўл кўйиладиган уринма кучланишдан ортмасликлари керак. Силжишдаги мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишда бўлади:

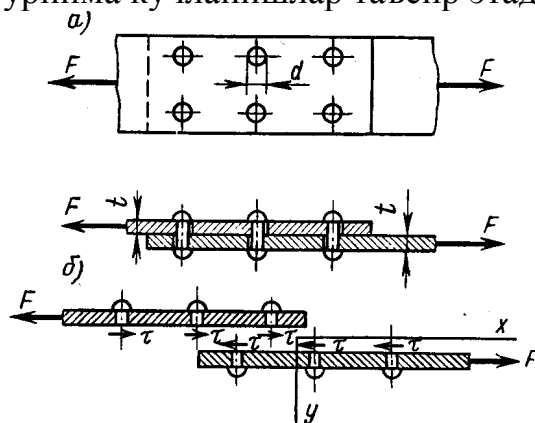
$$\tau_{\max} = \frac{Q}{F} \leq [\tau]. \quad (15.10)$$

Ушбу мустаҳкамлик шарти асосида ҳам уч хил масала ҳал қилиниши мумкинлигига эътибор бериш лозим.

Парчин бирикмаларда ҳарбир парчин бир текислик бўйича кесилса (кесилиш бириктирилувчи листларнинг туташиш текислиги бўйича содир бўлади) бир кесикли (15.9 - шакл), агар икки текислик бўйича кесилса (15.7 - шакл) - икки кесикли ва ў.к. деб юритилади.

Парчин ва болтли бирикмалар ҳисобларида баъзи соддалаштиришлар қабул қилинади.

Биринчидан, парчин материалининг емирилиш зонасида ҳақиқий кучланганлик ҳолатини аниқлаш қийинлигидан қирқилиш текислигида фақат уринма кучланишлар таъсир этади деб ҳисобланади.



15.9 - шакл.

Иккинчидан, бирикмадаги барча парчинлар бир хил юкланади деб қабул қилинади. Амалда, масалан, олти парчинли бирикмадаги чекка (биринчи ва олтинчи) парчинлар ўртадаги (учинчи ва тўртинчи) парчинларга нисбатан деярли 2,5 марта кўпроқ кесувчи юк тўғри келади.

Кузатиш натижалари кўрсатадики, статик куч таъсирида парчинлар бир вақтда емириладилар. Бу ҳолат парчин

материалнинг пластиклиги ва заклепкалар билан листлар орасидаги тирқишлар ҳисобига юкланишнинг текисланиши билан тушунтирилади.

Учинчидан, парчинлар ва болтларнинг қирқилиш юзасида уринма кучланишлар текис тақсимланади деб қабул қилинади. Аслида бундай бўлмасада, пластик деформациялар ҳисобига емирилиш пайтида кучланишлар тақсимланиши текислашади.

Парчинларнинг қирқилишга мустаҳкамлик шарти

$$\tau = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau], \quad (15.11)$$

бу ерда n - парчинлар сони,
 d - парчин кўндаланг кесими диаметри.

Агар парчинлар икки текислик бўйича кесиладиган бўлсалар, ҳисобда битта юза ўрнида икки юза олинади.

Ҳисобларда одатда $[\tau] = (0,6 \dots 0,8)[\sigma_{\text{ч}}]$ қабул қилинади, бу ерда $[\sigma_{\text{ч}}]$ - чўзилишдаги рухсат этилган кучланиш. Қарабай учун толалар бўйича $[\tau] = 0,1[\sigma_{\text{ч}}]$.

Парчинли ва болтли бирикмалар силжишдан ташқари эзилишга ҳам ҳисобланади. Бунда парчинлар ва бириктирилаётган листлар туташ юзаларининг эзилишдаги кучланишлари ҳисобланади. Эзилишдаги мустаҳкамлик шarti

$$\sigma_{\text{эз}} = \frac{P}{nd\delta} \leq [\sigma_{\text{эз}}]. \quad (15.12)$$

Бу ерда δ - туташтирилувчи лист қалинлиги бўлиб, устма -уст қўйиб улашда $\delta = t$, учма - уч қўйиб улашда агар $t < 2t_1$ бўлса (15.10-шакл) $\delta = t$; $t > 2t_1$ бўлган ҳолда $\delta = 2t_1$ қилиб олинади.

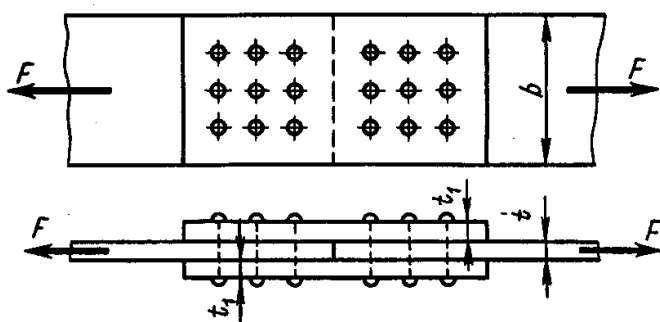
Эзилиш учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma_{\text{эз}}] = (2 \dots 2,5)[\sigma_{\text{ч}}]$.

Пайванд бирикмалар учун мустаҳкамлик шarti

$$\tau = \frac{P}{0,7t\ell} \leq [\tau_{\text{чок}}] \quad (15.13)$$

кўринишга эга. Бу ерда ℓ - пайванд чок узунлиги.

Пайванд чокнинг қандай жойлашишидан қатъий назар унинг хавфли кесими учбурчак кўринишидаги пайванд чокнинг биссектриса текислиги билан мос бўлади. Шунинг учун хавфли кесим юзаси $0,10t\ell$ га тенг.



15.10 - шакл.

Амалда пайванд чок учун рухсат этилган кучланиш пайвандланаётган материал учун чўзилишдаги рухсат этилган кучланишнинг 50...100 фоизи қадар белгиланади, яъни

$$[\tau_{\text{чок}}] = (0,5 \dots 1,0)[\sigma_{\text{ч}}] \quad (15.12)$$

Бундан ташқари пайванд чокнинг лойиҳа узунлиги ҳисоб узунликка нисбатан 10 мм

орттириб олинади. Бу билан чокнинг бошланиши ва охирида пайвандлашнинг сифатсизлигини эътиборга олинади.

Назорат саволлари.

1. Қандай кучланиш ҳолати соф силжиш дейилади?
2. Соф силжиш юзачаси нима?
3. Соф силжиш кучланганлик ҳолатига амалдан қандай мисоллар келтираоласиз?
4. Соф силжиш ҳолатидаги призма оғма юзаларида қандай кучланишлар таъсир этадилар ва улар қандай аниқланадилар?
5. Соф силжишда оғма юзачаларда таъсир этаётган кучланишларни аниқлаш формулаларини ёзинг.
6. Соф силжиш вазиятидаги элементнинг характерли кесимларидаги кучланишларни таҳлил қилинг.
7. Соф силжиш кучланганлик ҳолатини қандай кучланганлик ҳолати билан тенглаштириш мумкин?
8. Силжишдаги кучланишларни аниқлаш формуласини келтириб чиқаринг.
9. Силжишдаги Гук қонунини икки хил кўринишда ёзинг. Улар Сизга қандай формулаларни эслатади?
10. Силжишдаги солиштирма потенциал энергия қандай топилади?
11. Силжишдаги мустаҳкамлик шарти қандай кўринишга эга ва унинг ёрдамида қандай масалаларни ҳал қилиш мумкин?
12. Парчин ва болтли бирикмаларни ҳисоблашда қандай соддалаштиришлар қабул қилинади?
13. Парчин бирикмалар учун мустаҳкамлик шартларини ифодаланг.
14. Пайванд бирикмалар учун мустаҳкамлик шарти қандай кўринишда бўлади?

16 - МАЪРУЗА

Мавзу: Буралиш РЕЖА:

- 16.1. Доиравий кесимли бруснинг буралиши.
- 16.2. Буралишдаги мустаҳкамлик ва бикрлик шартлари.
- 16.3. Буралишдаги потенциал энергия.
- 16.4. Буралишдаги кучланганлик ҳолати ва вал емирилишининг таҳлили.
- 16.5. Кесими доиравий бўлмаган бруснинг буралиши.
- 16.6. Буралишдаги статик аниқмас масалалар.

16.1. Доиравий кесимли бруснинг буралиши

Буралиш деформацияси брус кўндаланг кесимларида фақат буровчи момент таъсири билан характерланади.

Буралишга доир кузатишлар асосида қуйидаги соддалаштиришларни қабул қилиш мумкин:

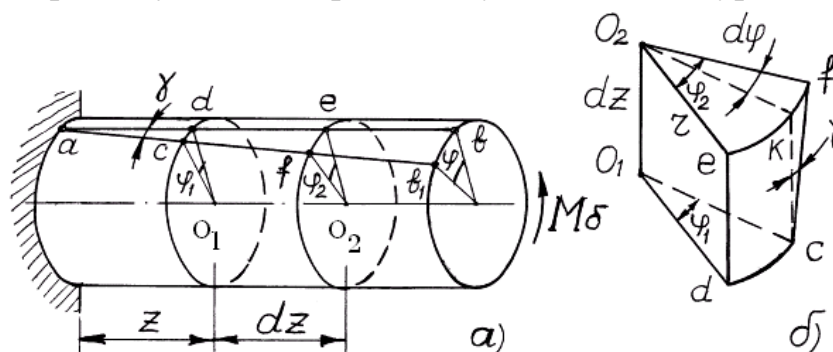
1) деформациягача текис кесимлар деформациядан кейин ҳам текисликларича қолиб, брус ўқиға нормалликлари ўзгармайди (текис кесимлар ёки Бернулли гипотезаси);

2) кўндаланг кесим радиуслари тўғриликлари қолиб, бирон бурчакка бурилади;

3) кўндаланг кесимлар орасидаги масофалар деформация натижасида ўзгармайди.

Ушбу соддалаштиришларнинг тўғрилигини устига бўйлама ва кўндаланг чизиклардан ташкил топган квадратлардан иборат тўр чизилган цилиндрик резина бруснинг бурилишини кузатиш ҳам тасдиқлайди.

Бундан ташқари, кузатишлар натижалари асосида буралаётган бруслар кўндаланг кесимларида уринма кучланишлар ҳосил бўлади, худди шундай уринма кучланишлар уларнинг жуфтлик қонунига кўра бўйлама кесимларда ҳам ҳосил бўлади деб хулоса қилаоламиз. Кўндаланг кесимлар ўлчамлари ва улар орасидаги масофанинг ўзгармаслиги брус кўндаланг ва бўйлама кесимларида нормал кучланишлар ҳосил бўлмаслигини кўрсатади.



16.1 - шакл.

Буралаётган брус кўндаланг кесимдаги уринма кучланишларнинг тақсимланишини ўрганиш мақсадида буралаётган брусдан (16.1 - шакл,а) cdefO₂O₁ элемент (16.1-шакл,б) ажратайлик. Буралиш натижасида маркази O₁ бўлган кесим φ₁ бурчакка, ундан dz масофада жойлашган, маркази O₂ бўлган кесим φ₂=φ₁+dφ бурчакка бурилади.

Шаклдан, бир томондан Kf=r·dφ, (а) Kf=γ·dz (б),

иккинчи томондан

(а) ва (б) ларни тенглаб,

$$\gamma \cdot dz = r \cdot d\varphi$$

ҳосил қиламиз, ундан

$$\gamma = r \frac{d\varphi}{dz}.$$

Шунга ўхшаш, текис кесимлар гипотезасига кўра, кесим марказидан ρ масофадаги нукта учун силжиш бурчаги

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\varphi}{dz} \quad (16.1)$$

бўлади.

Буралиш деформацияси соф силжиш деформациясидан иборат бўлганлигидан, бруснинг кўндаланг кесимида тақсимланадиган уринма кучланишни соф силжишдаги Гук қонуни асосида топамиз:

$$\tau_\rho = \gamma_\rho G = G\rho \frac{d\varphi}{dz}. \quad (16.2)$$

(16.1) ва (16.2) лардан кўринадики, буралишда кўндаланг кесимдаги нуктанинг силжиш деформацияси ва уринма кучланиши кесим оғирлик марказигача масофага тўғри пропорционал экан. Буралаётган брус кўндаланг кесимида уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюраси 16.2 - шаклда кўрсатилган. Кесим марказида уринма кучланишлар нолга тенг. Энг катта уринма кучланишлар брус сиртида жойлашган нукталарда таъсир этади.

Мувозанат тенгламаси тузсак (брус ўқиға нисбатан моментлар тенгламаси):

$$M_{\delta} = \int_F \tau_{\rho} dF \cdot \rho.$$

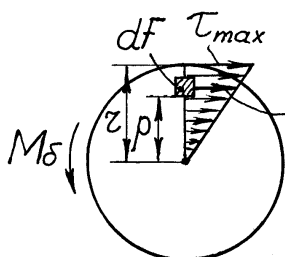
Бунга (16.2) ни қўйиб,

$$M_{\delta} = \int_F G \rho^2 \frac{d\varphi}{dz} dF = G \frac{d\varphi}{dz} \int_F \rho^2 dF \quad \text{ҳосил қиламиз.}$$

Бу ерда

$$\int_F \rho^2 dF = I_{\rho}$$

брус кўндаланг кесимининг кутб инерция моменти.
Унда



16.2 - шакл.

$$M_{\delta} = G I_{\rho} \frac{d\varphi}{dz}$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_{\delta}}{G I_{\rho}} \rho. \quad (16.3)$$

(16.3) формула буралиш назариясидаги энг асосий боғланишдир.

(16.3) ни (16.2) га қўйсак

$$\tau_{\rho} = \frac{M_{\delta}}{I_{\rho}} \rho \quad (16.4)$$

ҳосил бўлади. (16.4) формуладан буралишда ихтиёрий кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги уринма кучланиш топилади. Суратдаги буровчи момент M_{δ} катталиги буровчи момент эпюрасидан тегишли кесим учун олинади.

Кутб инерция моменти доиравий кесим учун

$$I_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4,$$

ҳалқасимон кесим учун

$$I_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) \approx 0,1 D^4 (1 - \alpha^4)$$

формулалар бўйича ҳисобланади.

Кейинги ифодада

$$\alpha = d/D$$

бўлиб, d - ҳалқасимон кесимнинг ички ва D - ташқи диаметри.

Кўрилатган кесимдаги энг катта уринма кучланиш

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{I_{\rho}} r = \frac{M_{\delta}}{\frac{I_{\rho}}{r}}.$$

Бу формула махражидаги нисбат

$$\frac{I_{\rho}}{r} = W_{\rho} \quad (16.5)$$

кўндаланг кесимнинг **кутб қаршилик моменти** дейилади.

Энди вал кўндаланг кесимидаги энг катта уринма кучланишни аниқлаш формуласини

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{W_{\rho}} \quad (16.6)$$

кўринишда ёзамиз.

Доиравий кесим учун кутб қаршилик моменти формуласини чиқарамиз:

$$W_{\rho} = \frac{I_{\rho}}{r} = \frac{\pi d^4}{32 \cdot \frac{d}{2}}$$

$$\text{ёки} \quad W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3. \quad (16.7)$$

Халқасимон кесимнинг кутб қаршилиқ моменти

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32 \cdot D/2} (1 - \alpha^4)$$

$$\text{ёки} \quad W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4) \approx 0,2D^3(1 - \alpha^4), \quad (16.8)$$

$$\text{бу ерда} \quad \alpha = \frac{d}{D}.$$

Буралишдаги деформацияни аниқлаш учун (16.3) ни узунлик бўйича интеграллаймиз.

Умуман

$$\varphi = \frac{M_{\phi} \cdot l}{GI_{\rho}} \cdot (rad) \quad (16.9)$$

Бу ерда GI_{ρ} кўпайтма буралишдаги **бикрлик** деб юритилади.

Кўринадики, валнинг буралиш бурчаги таъсир этаётган буровчи моментга, вал узунлигига тўғри пропорционал, валнинг буралишдаги бикрлигига тескари пропорционалдир.

Агар вал қисмларидаги кўндаланг кесим ўлчамлари турлича бўлсалар ёки улардаги таъсир этувчи буровчи моментлар қийматлари ҳар хил бўлсалар, валнинг тўла буралиш бурчаги вал қисмларидаги буралиш бурчакларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

Узунлик бирлигига тўғри келадиган буралиш бурчаги **нисбий буралиш бурчаги** деб аталади:

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_{\phi}}{GI_{\rho}} \quad (16.10)$$

16.2. Буралишдаги мустаҳкамлик ва бикрлик шартлари

Буралишга ишлайдиган тузилмалар элементларининг мустаҳкамликларини таъминлаш учун уларда ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланишларнинг қийматларини чегаралаб қўйилиши керак:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} \leq [\tau] \quad (16.11)$$

Пўлат материали учун буралишдаги рухсат этилган уринма кучланиш

$$[\tau] = (0,5 \dots 0,6) [\sigma_{\text{ч}}]$$

чўян учун

$$[\tau] = (1 \dots 1,2) [\sigma_{\text{ч}}]$$

Буралишдаги мустаҳкамлик шarti ёрдамида уч хил масала ҳал қилиниши мумкин:

1. Мавжуд тузилманинг мустаҳкамлигини текшириш. Бунда (16.11) шартнинг қаноатлантирилиши текширилади.

2. Хавфсиз юк катталигини аниқлаш:

$$M_{\phi} \leq W_{\rho} [\tau]$$

3. Лойиҳалаш масаласи. Бунда валнинг зарур ўлчамлари ҳисобланади:

$$w_p = \frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{M_\delta}{[\tau]}, \text{ бундан доиравий кесим диаметри}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_\delta}{\pi[\tau]}}.$$

Халқасимон кўндаланг кесимнинг зарур ташқи диаметри

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16M_\delta}{\pi[\tau](1-\alpha^4)}},$$

ички зарур диаметри

$$d = \alpha D.$$

Буралишга ишлайдиган валлар мустаҳкамлик билан бирга бикрликка ҳам ҳисобланади. Вал бикрлигини таъминлаш учун унинг энг катта нисбий буралиш бурчаги валнинг, аҳамиятига қараб белгиланувчи йўл қўйиладиган қийматдан ошмаслигини таъминлаш керак, яъни:

$$\theta = \frac{M_\delta}{GI_p} \leq [\theta], \quad (16.12)$$

бу ерда θ - рухсат этилган буралиш бурчаги, рад/м.

Кўпчилик ҳолларда рухсат этилган буралиш бурчаги град/м ларда берилади. Унда бикрлик шартини

$$\theta = \frac{180}{\pi} \frac{M_\delta}{GI_p} \leq [\theta] \quad (16.13)$$

кўринишида ёзилади. Одатда машинасозликда рухсат этилган нисбий бурилиш бурчаги

$$[\theta] = 0,25 \dots 1,0 \text{ град/м.}$$

Бикрлик шарти мустаҳкамликка ҳисоблашдагидек ҳисобларни бажаришга имкон беради.

16.3. Буралишдаги потенциал энергия

Буралаётган брусда тўпланадиган потенциал энергия чўзилиш - сиқилиш деформациясидагига ўхшаш аниқланади.

Буралаётган бруснинг dz узунликдаги қисмини кўрайлик (16.3 - шакл).

Элементда тўпланган потенциал энергия

$$dU = \frac{1}{2} M_\delta \cdot d\varphi.$$

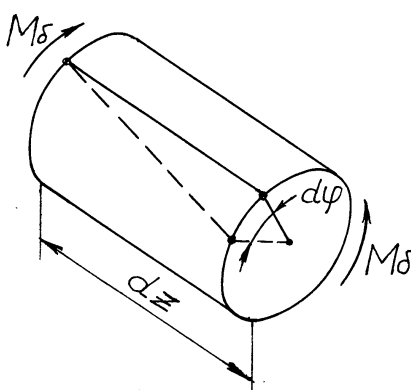
(16.3) боғланишни назарда тутсак

$$dU = \frac{M_\delta^2 dz}{2GI_p}.$$

Бу ифодани узунлик бўйича интеграллаб, бруснинг тўла потенциал энергияси топилади:

$$U = \int_0^l \frac{M_\delta^2 dz}{2GI_p}. \quad (16.14)$$

Агар буровчи момент ва вал бикрлиги узунлик бўйича доимий бўлсалар



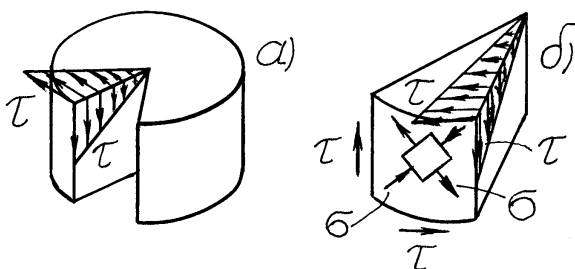
16.3 - шакл.

$$U = \frac{M_\phi^2 l}{2GI_p} = \frac{\phi^2 GI_p}{2l} \quad (\text{жс}) \quad (16.15)$$

бўлади. Охирги боғланишда (16.9) асосида олинган $M_\phi = \frac{\phi GI_p}{l}$ ифодадан фойдаланилди.

16.4. Буралишдаги кучланганлик ҳолати ва вал емирилишининг таҳлили

Буралаётган вал кўндаланг кесимларида уринма кучланишлар ҳосил бўлиб, улар кесим марказидаги нолдан кесим четларидаги энг катта қийматларигача (16.4) боғланиш бўйича тўғри чизикли қонуният асосида ўзгаради (16.4 - шакл, а, б). Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунига кўра бруснинг бўйлама кесимларида ҳам худди шундай уринма кучланишлар таъсир этади.



16.7 - шакл.

Буралаётган вал сиртида бўйлама ва кўндаланг ясовчилардан иборат кесимларда фақат уринма кучланишлар таъсир этади (16.5 - шакл). Демак, ана шундай ясовчилар орқали ажратилган элемент соф силжиш ҳолатида бўлади.

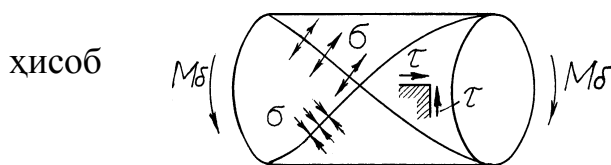
Ушбу ясовчиларга нисбатан қия жойлашган майдончаларда ҳам нормал, ҳам уринма кучланишлар таъсир этади. Бу тўғрида юқоридаги §14.2 да кўрилди. Маълумки, бундай ҳолда энг катта чўзувчи ва сиқувчи нормал кучланишлар соф силжиш юзаларига нисбатан (буралишда вал ўқиға нисбатан) 45 ва 135 градуларда қия майдончаларда таъсир этади (16.4 - шакл, б ва 16.5 - шакллар).

Шундай қилиб, доира кесимли валларнинг буралишида ҳам кўндаланг ва бўйлама кесимларда таъсир этувчи уринма кучланишлар, ҳам уларга нисбатан 45 градус бурчак остида жойлашган қия кесимлардаги нормал кучланишлар хавфли бўлишлари мумкин. Демак, валнинг емирилиш тарзи унинг материалнинг силжиш ва узилишга қаршилик кўрсатиш қобилиятига боғлиқ бўлади.

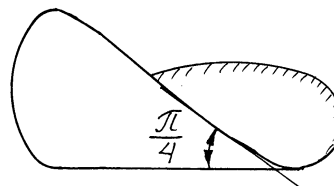
Масалан, пластик материаллар туркумига кирувчи пўлатдан ясалган валлар уринма кучланишлар таъсирида кўндаланг кесимлари бўйича кесилиш орқали емирилади. Ёбоч валлар толалари бўйича бўйлама кесимлардаги уринма кучланишлар таъсирида ёрилиб емирилади. Агар вал материали чўзувчи кучланишларга ёмон қаршилик кўрсатса, масалан чўян, емирилишдаги ёриқлар бош чўзувчи кучланишлар йўналишига тик, яъни вал ясовчисига 45 градус бурчак остидаги қия жойлашган винтсимон сирт бўйича узилиш йўли билан содир бўлади (16.6 - шакл).

16.5. Кесими доиравий бўлмаган бруснинг буралиши

Кўндаланг кесими доиравий бўлмаган брусларнинг буралишида уларнинг деформациягача текис кесимлари қийшайдилар. Шунинг учун бу ҳолда Бернулли гипотезасини қўллаб бўлмайди. Оқибатда юқорида ҳосил қилинган



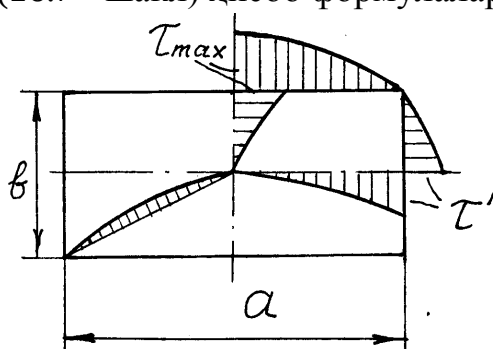
16.5 - шакл.



16.6 - шакл.

формулалари яроқсиз бўлиб қолади. Ушбу анчагина мураккаб масалаларни ҳал қилиш эластиклик назарияси усуллариغا тегишлидир.

Бу ерда тўғри тўртбурчак кесимлари бруслар учун $a > b$ ҳолга тегишли (16.7 - шакл) ҳисоб формулаларини келтирамиз.



16.7 - шакл.

Кесимдаги энг катта уринма кучланишлар катта томон ўрталарига тўғри келиб, қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{\alpha a b^2}. \quad (16.16)$$

Кесим бурчакларида нуқталарда уринма кучланишлар нолга тенг.

Кесимнинг кичик томонлари ўрталаридаги уринма кучланишлар

катталиги қуйидагича топилади:

$$\tau' = \gamma \tau_{\max}. \quad (16.17)$$

Бруснинг буралиш бурчаги

$$\varphi = \frac{M_{\delta} \cdot l}{G \beta a b^3} \quad (16.18)$$

қийматга тенг.

Кўрилган формулаларда α , β ва γ a/b нисбатга боғлиқ коэффициентлар бўлиб, уларнинг қийматлари маълумотномаларда келтирилган.

Баъзи манбаларда $\alpha a b^2 = W_{\delta}$ ва $\beta a b^3 = I_{\delta}$ катталиклар тўғри тўртбурчак кесимли бруснинг буралишидаги, тегишлича, мустаҳкамлик ва бикрликка тегишли геометрик характеристикалари деб белгиланган.

16.6. Буралишдаги статик аниқмас масалалар

Буралиш деформациясида ҳам чўзилиш - сиқилишдагига ўхшаш статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида ечиб бўлмайдиган масалалар учраб туради. Бундай масалаларда номаълумлар сони мувозанат тенгламалари сонидан ортиқ бўлади.

Буралишдаги статик аниқмас масалаларни ечиш тартиби чўзилиш-сиқилишдаги статик аниқмас масалаларни ечиш тартибига ўхшашдир.

Мисол тариқасида икки учи билан қистириб маҳкамланган пўлат бруснинг мустаҳкамлигини текширамиз (15.8 - шакл).

Берилган: Брус ўлчамлари: $\ell_1=2$ м; $\ell_2=1$ м; $d_1=15$ см; $d_2=12$ см;

Ташқи буровчи момент катталиги $M=40$ кНм; материал учун рухсат этилган уринма кучланиш $[\tau]=60$ МПа.

Ечиш. 1. Таянч реактив моментларини (M_A ва M_B) белгилаб оламиз.

2. Статиканинг мувозанат тенгламаларини, айти ҳолда бўйлама Z ўққа нисбатан моментлар тенгласини тузамиз.

$$\Sigma M_Z=0, \quad -M_A+M-M_B=0 \quad (16.19)$$

Масаланинг статик аниқмаслик даражаси $S=2-1=1$ марта.

3. Масаланинг геометрик томонини кўрамиз. Бруснинг учлари қистириб маҳкамланганлигидан, унинг қисмларининг буралиш бурчакларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак, яъни

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2=0.$$

1. Масаланинг физик томонини кўрамиз. Бунда олдинги бандда тузилган деформациялар орасидаги геометрик боғланиш тенгласини $\varphi = \frac{M_\phi \cdot l}{GI}$ формула орқали ифодалаймиз:

$$\frac{-M_A \cdot l_1}{GI'_p} + \frac{M_{B2}}{GI''_p} = 0. \quad (16.20)$$

Бу ерда брус қисмларининг кутб инерция моментлари:

$$I'_p = \frac{\pi d_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 15^4}{32} = 50625 \text{ см}^4;$$

$$I''_p = \frac{\pi d_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 12^4}{32} = 20736 \text{ см}^4.$$

Энди (2) га маълум қийматларни қўйсак

$$\frac{-M_A \cdot 2}{50625} + \frac{M_B \cdot 1}{20736} = 0$$

бундан

$$M_B = 2M_A \frac{20736}{50625} = 0,82M_A$$

$$M_B = 0,82 M_A. \quad (16.21)$$

5. Синтез. Мувозанат (1) ва деформация (3) тенгламаларини биргаликда ечамиз.

$$M_A = \frac{M}{1+0,82} = \frac{40}{1,82} = 21,98 \text{ кНм.}$$

$$M_B = 40 - 21,98 = 18,02 \text{ кНм.}$$

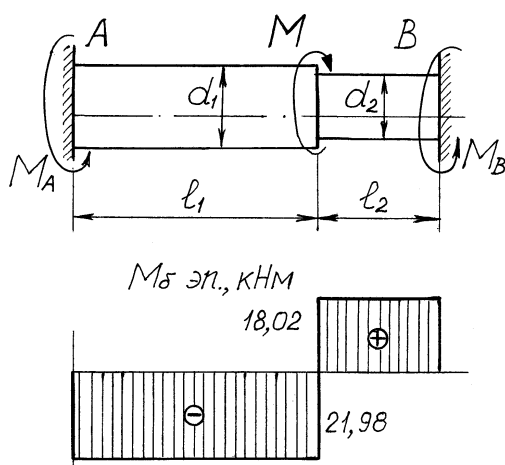
Брус учун буровчи моментлар эпюрасини курамиз.

Энди брус қисмларидаги кучланишларни $\tau = \frac{M_\phi}{W_p}$ формула ёрдамида

ҳисоблашимиз мумкин.

Чап қисмдаги уринма кучланишлар

$$\tau' = \frac{M_A}{W'_p} = \frac{21,98}{662,34} \cdot 10^3 = 33,19 \text{ МПа},$$



16.8 - шакл.

бу ерда кесимнинг кутб қаршилиқ моменти

$$W'_p = \frac{\pi d_1^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 12^3}{16} = 662,34 \text{ см}^3.$$

Худди шундай геометрик характеристика ўнг қисм учун

$$W''_p = \frac{\pi d_2^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 12^3}{16} = 339,12 \text{ см}^3.$$

Бруснинг ўнг қисмидаги уринма кучланишлар

$$\tau'' = \frac{M_B}{W''_p} = \frac{18,02}{339,12} \cdot 10^3 = 53,14 \text{ МПа}.$$

Брус қисмларидаги кучланишларни солиштирамиз:

$$\tau' = 33,19 \text{ МПа} < \tau'' = 53,14 \text{ МПа}.$$

Бруснинг мустаҳкамлик шартини кўрсак

$$\tau_{\max} = 53,14 \text{ МПа} < [\tau] = 60 \text{ МПа}.$$

демак, кўрилган бруснинг мустаҳкамлиги таъминланган.

Назорат саволлари

1. Буралиш деформацияси нима билан характерланади?
2. Доиравий кесимли бруснинг буралиш назариясида қандай соддалаштиришларга асосланилади?
3. Буралишда доиравий кесимдаги уринма кучланишларнинг тақсимланишини қандай тасаввур қиласиз?
4. Ихтиёрий кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги уринма кучланишлар қандай топилади?
5. Кесимнинг кутб қаршилиқ моменти нима? У доиравий ва хал-қасимон кесимлар учун қандай топилади?
6. Буралишда потенциал энергияни аниқлаш формуласини келтириб чиқариб беринг.
7. Буралишдаги мустаҳкамлик шартини ёзиб, унинг ёрдамида ҳал қилинадиган уч хил масалани тушунтиринг.
8. Тўғри тўртбурчак кесимдаги кучланишлар буралишда қандай тақсимланадилар? Энг катта кучланиш қайси нуқталарда таъсир этади?
9. Тўғри тўртбурчак кесимли валнинг буралишидаги асосий ҳисоб формулаларини ёзинг.
10. Буралишдаги абсолют ва нисбий буралиш бурчаклари қандай топиладилар?
11. Буралишдаги бикрлик шарти қандай кўринишда? Унинг ёрдамида қандай масалалар ҳал қилиниши мумкин?
12. Буралишдаги статик аниқмас масалалар қандай тартибда ечилади?
13. Қандай катталиқ буралишдаги бикрлик дейилади?
14. Бураляётган валнинг қайси нуқтасида энг катта кучланиш таъсир этади?
15. Халқасимон кесимли валнинг доиравий кесимли валга нисбатан қандай афзалликлари бор?
16. Мўрт материаллардан ясалган валлар қандай текисликлар бўйича емирилади? Нима учун?
17. Ёғоч бруслар буралишда қандай емириладилар? Бунинг сабаби нима?
18. Буралишдаги рухсат этилган кучланиш қандай танланади?

17 - МАЪРУЗА

Мавзу: Тўғри брусларни эгилиши. Соф эгилиш. Кучланишларни аниқлаш РЕЖА:

- 17.1. Умумий тушунчалар.
- 17.2. Эгилишдаги нормал кучланишлар.
- 17.3. Текис кесимларнинг қаршилиқ моментлари.
- 17.4. Балкаларни нормал кучланишлар бўйича мустаҳкамликка ҳисоблаш.
- 17.5. Уч хил масалалардан намуналар.

17.1. Умумий тушунчалар

Кўпчилик ҳолларда бруслар таъсир текислиги уларнинг ўқи бўйича ўтадиган ташқи кучлар таъсирида бўлади. Бунда брусларнинг кўндаланг кесимларида таъсир текислиги уларга тик текисликда бўлган эгувчи моментлар ҳосил бўлади. Бундай кучлар таъсирида тўғри бруснинг тўғри чизиқли ўқи эгилади, ёки эгри брус ўқининг эгрилиги ўзгаради.

Эгилишга ишлайдиган бруслар балкалар дейилади.

Эгилиш текис ёки қийшиқ бўлиши мумкин. Биринчи ҳолда ташқи кучларнинг таъсир текислиги балканинг бош инерция текисликларидан биронтаси билан мос бўлади ва балканинг эгилган ўқи ҳам шу текисликда ётади. Кейинроқ кўриладиган қийшиқ эгилишда эса ташқи кучларнинг таъсир текислиги балканинг бош инерция текисликларидан биронтаси билан мос бўлмайди, балканинг эгилган ўқи ҳам, умумий ҳолда, бу текисликлардан биронтаси ётмайди.

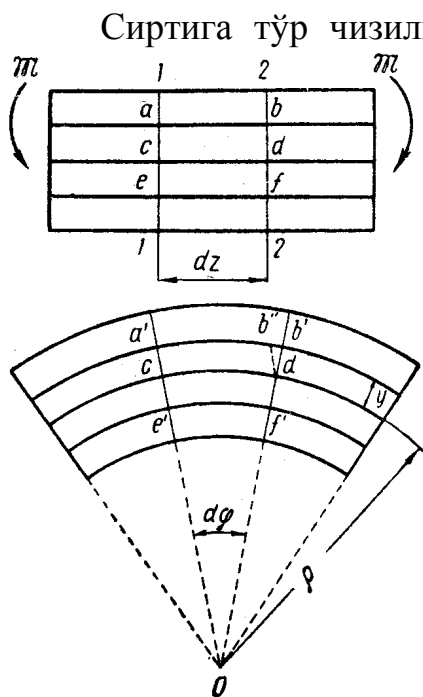
Бундан ташқари эгилиш соф ва кўндаланг бўлиши мумкин. Соф эгилишда балка кесимларида фақат эгувчи моментлар таъсир этса, кўндаланг эгилишда бунга қўшимча равишда кўндаланг (кесиб ўтувчи) кучлар ҳам таъсир этади.

17.2. Эгилишдаги нормал кучланишлар

Соф эгилишдаги балка кўндаланг кесимларида унинг бош марказий ўқларидан биронтасидан ўтувчи текисликда таъсир этадиган эгувчи моментларгина таъсир этади.

Эгувчи момент кесимда тақсимланган ички кучларнинг тенг таъсир этувчи моментини ташкил этади.

Балка кўндаланг кесимларида ички кучларнинг катталигини ва тақсимланиш қонуниятини аниқлаш учун статика тенгламалари етарли бўлмайди. Яъни ушбу масала статик аниқмасдир. Шунинг учун балканинг деформацияланиш шартларини кўриб чиқамиз.



17.1 - шакл.

Сиртига тўр чизилган намунани соф эгиш (17.1 - шакл) қуйидаги хулосаларни қилиш имкониятини беради:

1. Брус сиртидаги 1-1 ва 2-2 кўндаланг тўғри чизиклар деформациялардан кейин ҳам тўғриликлари қолади. Демак, текис кесимлар (Бернулли) гипотезаси бунда ҳам ўз кучини сақлайди.

2. Балканинг каварик томонидаги толалар чўзилиб, ботик томонидаги толалар сиқилади. Бу қаватлар оралигида шундай тола қавати мавжудки, унда жойлашган толалар чўзилмайди ва сиқилмайди. Деформация жараёнида бу толаларнинг эгриликларигина ўзгаради. Бу тола қавати нейтрал қават, унинг кўндаланг кесим билан кесишганда ҳосил бўладиган чизик нейтрал ўқ дейилади. Балка куч текислигининг кўндаланг кесим текислиги билан кесишишида ҳосил бўладиган чизик эса, куч чизиқи деб

юритилади.

Шаклдаги $Oc'd'$ ва $o'e''d'$ учбурчакларнинг ўхшашлигидан $\frac{b'b''}{c'd'} = \frac{b'd'}{Od'}$ келиб чиқади. Бу ерда $b'b''$ нейтрал қаватдан «у» масофадаги тола қаватининг абсолют деформацияси, махраждаги ифода эса шу қаватнинг дастлабки деформациясидир. Демак, тенгликнинг чап томонидаги нисбат шу тола қаватининг нисбий деформациясини ташкил қилади, унда

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}. \quad (17.1)$$

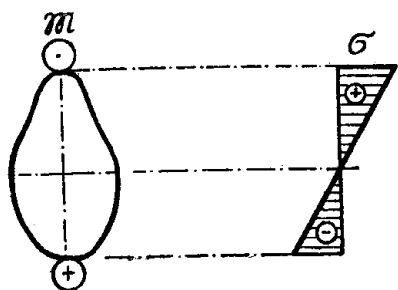
Бу ерда y - нейтрал ўқдан кўрилатган толагача масофа; ρ - балка нейтрал қаватининг эгрилик радиуси.

Эгилишда ҳар қайси тола Гук қонуни бўйича чизикли чўзилиши ва сиқилишини ҳисобга олсак,

$$\sigma = \varepsilon E = E \frac{y}{\rho} \quad (17.2)$$

бўлади. Бундан кўринадики, соф эгилишда ҳосил бўладиган нормал кучланишлар балка кўндаланг кесими баландлиги бўйича нейтрал қаватдан бўлган масофага пропорционал равишда, яъни чизикли қонун бўйича ўзгарадилар (16.2 - шакл). Формулага кўра $y=0$ да $\sigma=0$ ва $y=y_{\max}$ да $\sigma=\sigma_{\max}$. Демак, нормал кучланишлар кесимнинг нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган чекка нукталарида максимал қийматларга эришади.

Амалий ҳисоблар учун (17.2) формула ярамайди. Шунинг учун балканинг мувозанатидаги бир қисмини кўриб чиқайлик (17.3 - шакл).



17.2 - шакл.

Статиканинг фазо учун мувозанат тенгламаларини тузамиз.

- 1) $\sum X=0$ (айният)
- 2) $\sum Y=0$ (айният)
- 3) $\sum Z=0$.

$$\int_F \sigma dF = 0$$

(17.2) формулани қўлаймиз:

$$\int_F E \frac{y}{\rho} dF = \frac{E}{\rho} \int_F y dF = 0$$

Бу ерда $\frac{E}{\rho} \neq 0$, демак $\int_F y dF = 0$

Ушбу интеграл балка кўндаланг кесимининг нейтрал ўққа нисбатан статик моментини ташкил қилади. Унинг нолга тенглиги эса эгилишдаги нейтрал ўқнинг кесим оғирлик марказидан ўтишини кўрсатади.

4. $\sum M_z=0$ (айният)

5. $\sum M_y=0$

$$\int_F \sigma dF \cdot x = 0$$

(17.2) формулани бунга қўйсак,

$$\int_F E \frac{y}{\rho} x dF = \frac{E}{\rho} \int_F xy dF = 0.$$

$\frac{E}{\rho} \neq 0$, эканлигини назарда тутсак, $\int_F xy dF = 0$. Ушбу интегралнинг марказдан кочма инерция моменти $I_{xy} = \int_F xy dF$ эканлиги ва унинг нолга тенглиги кесимнинг нейтрал x ўқи ва унга тик y ўқлари бош ўқлар эканлигини кўрсатади. Демак, куч чизиғи ва нейтрал ўқ ўзаро тик бўлади.

6. $\sum M_x=0$.

$$-m + \int_F \sigma dF \cdot y = 0$$

$$m = \frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF = \frac{E}{\rho} I_x.$$

Бундан

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}. \quad (17.3)$$

Бу ерда $K = \frac{1}{\rho}$ - балка нейтрал қаватининг эгрилиги.

Юқорида таъкидлаганидек, кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқи унинг оғирлик марказидан ўтади. Демак, балка кўндаланг кесимлари оғирлик марказиларининг унинг узунлиги бўйлаб геометрик ўрнини ташкил этувчи балканинг бўйлама ўқи нейтрал қаватда жойлашади. Бундан келиб чиқадики,

(17.3) боғланиш балка эгилган ўқининг эгрилигини ифодалайди. Умуман, бу тенглама эгилиш назариясидаги энг асосий боғланиш ҳисобланади.

Шундай қилиб эгилишда балка ўқининг эгрилиги эгувчи моментга тўғри пропорционалдир ва «эгилишда кесимнинг бикрлиги» деб аталувчи EI_x катталиқка тескари пропорционалдир.

Нейтрал қават эгрилигини, яъни (17.3) боғланишни (17.2) га қўйсак,

$$\sigma = \frac{M}{I_x} y \quad (17.4)$$

формула ҳосил бўлади. Бу формула **Навье** формуласи дейилади. Унинг ёрдамида эгилишда балка ихтиёрий кесимидаги ихтиёрий нуқтадаги нормал кучланишни топиш мумкин.

Умуман, (17.4) формулани фақатгина соф эгилишда эмас, кўндаланг эгилишда ҳам қўллаш мумкин.

Бу формуладаги M - кучланиш топилаётган кесимга тегишли эгувчи момент бўлиб, унинг қийматини эгувчи моментлар эпюрасидан олинади.

17.3. Текис кесимларнинг қаршилик моментлари

Балка кўндаланг кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи нормал кучланишлар нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган нуқталарида ҳосил бўлади, уларнинг қиймати эса (17.4) формулага $y = y_{\max}$ қўйиш билан топилади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I_x} y_{\max} = \frac{M}{\frac{I_x}{y_{\max}}}$$

Бу ифоданинг махражидаги нисбат кўндаланг кесим юзининг нейтрал ўққа нисбатан қаршилик моменти:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}. \quad (17.5)$$

Буни этиборга олсак, юқоридаги ифода бундай ёзилади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_x}. \quad (17.6)$$

Қаршилик моменти кўндаланг кесимнинг геометрик характеристикаларидан бири бўлиб, унинг миқдори эгилишда балкаларнинг мустаҳкамлигини аниқлайди.

Энди турли шаклдаги кўндаланг кесим юзаларининг балканинг нейтрал ўқига нисбатан қаршилик моментларини ҳисоблаймиз.

1. Тўғри тўртбурчак. Тўғри тўртбурчак асоси b ва баландлиги h бўлсин, қаршилик моментини унинг марказий ўқи ox га нисбатан ҳисоблаймиз.

Тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқига нисбатан олинган инерция моменти

бизга маълум бўлган $J_x = \frac{bh^3}{12}$ формула билан аниқланади.

$y_{\max}$ эса тўғри тўртбурчак ҳолида $\frac{h}{2}$ га тенг бўлади.

Демак, формулага асосан:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{b h^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{b h^2}{6}$$

бўлади. Демак,

$$W_x = \frac{b h^2}{6} \text{ ва } W_y = \frac{b^2 h}{6}. \quad (17.7)$$

2. Квадрат. Квадрат томонлари тенг бўлган тўғри тўртбурчак бўлгани учун $b=h=a$ бўлади. бу қийматларни (17.10) формулага қўйсак,

$$W_y = \frac{a^3}{6} \quad (17.8)$$

бўлади.

3. Доира. Юқорида кўриб ўтилганлардан маълумки, доиранинг экваториал инерция моменти $J_x = \frac{\pi d^4}{64}$ га тенг. $y_{\max}$ эса доира радиуси $r = \frac{d}{2}$ га тенг бўлади. Шундай қилиб доиранинг экваториал қаршилик моментини (17.5) формулага асосан шундай ёзамиз:

$$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \cong 0,1 d^3 \quad (17.9)$$

4. Халқа. Халқанинг ташқи ва ички диаметрлари тегишлича D ва d бўлсин, у ҳолда (17.5) формулага асосан:

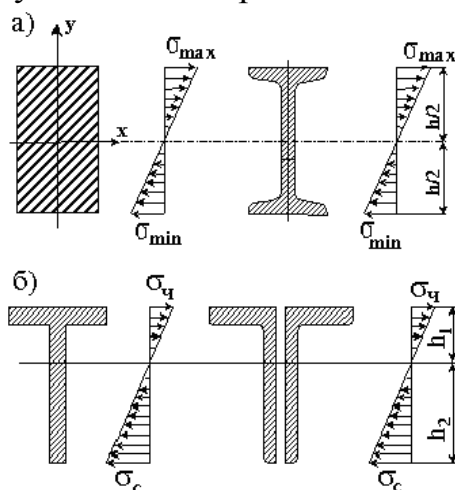
$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^4 (1 - c^4) \cdot 2}{64 \cdot D} = \frac{\pi D^3 (1 - c^4)}{32} \cong 0,1 D^3 (1 - c^4) \quad (17.10)$$

бунда $c = \frac{d}{D}$ га тенг.

6. Пўлатдан ясалган прокат буюмлар (қўштавр, швеллер ва бошқалар) учун қаршилик моментларининг қийматлари ГОСТ жадвалларида берилган.

17.4. Балкаларни нормал кучланишлар бўйича мустаҳкамликка ҳисоблаш

Балка мустаҳкам бўлиши учун унинг хавфли кесимида ҳосил бўлувчи максимал нормал кучланишлар балка материали учун рухсат этилган кучланишдан ортиб кетмаслиги керак.



17.4 - шакл

Агар балка чўзилиш ва сиқилиш учун бир хилда қаршилик кўрсатувчи материаллардан ясалган ва кесим шакли нейтрал ўққа нисбатан симметрик (18.1 - шакл, а даги каби) бўлса, балканинг мустаҳкамлик шarti (18.6) формула асосида бундай ёзилади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (17.11)$$

бунда $M_{\max}$ - балка хавфли кесимидаги эгувчи момент; $[\sigma]$ - балка материали учун рухсат этилган кучланиш.

Агар балка материали чўзилиш ва

сиқилиш учун ҳар хил қаршилик кўрсатадиган, чунончи, мўрт материаллардан ясалган бўлса ва кесим шакли нейтрал ўққа нисбатан носимметрик бўлса (17.4 - шакл, б), балка чўзиловчи ва сиқилувчи зоналар учун алоҳида - алоҳида текширилиши керак:

$$(\sigma_c)_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_1} \leq [\sigma_c] \quad (17.12)$$

$$(\sigma_t)_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_2} \leq [\sigma_t]$$

бунда σ_c - чўзилишдаги нормал кучланиш; σ_t - сиқилишдаги нормал кучланиш.

(17.12) формулада келтирилган қаршилик моментлари қуйидаги формулалар ёрдамида аниқланади (17.4 - шакл,б):

$$W_1 = \frac{J_x}{h_1} \text{ ва } W_2 = \frac{J_x}{h_2}$$

Балканинг мустаҳкамлик шарти (17.4) га мувофиқ, қуйидаги уч хил масала ҳал қилиниши мумкин:

1. Агар балкага қўйилган кучлар ва балканинг кўндаланг кесим ўлчамлари маълум бўлса, хавфли кесимларнинг энг катта кучланишлари топилиб, балканинг мустаҳкамлиги текширилади:

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{M_{\max}}{W_x} \quad (17.13)$$

Бу кучланишлар балка материали учун рухсат этилган кучланишдан $\pm 5\%$ гина фарқ қилиши мумкин, акс ҳолда балканинг мустаҳкамлиги ёки материалнинг тежалиши таъминланмай қолади.

2. Агар балка материали ва кўндаланг кесим ўлчамлари маълум бўлса, балка кўтара оладиган кучни топиш мумкин бўлади. (17.11) формула асосида $M_{\max}$ ни ҳисоблаш керак:

$$M_{\max} \leq [\sigma] \cdot W_x \quad (17.14)$$

Хавфли кесимнинг эгувчи моменти $M_{\max}$ ни балкага қўйилган кучлар билан боълаб, қўйилиши мумкин бўлган ташқи кучлар аниқланади.

3. Агар балка материали ва унга қўйилган кучлар маълум бўлса, балканинг мустаҳкамлигини таъминловчи кўндаланг кесимни танлаш ва унинг ўлчамларини топиш учун (17.11) формуладан зарур қаршилик моментини аниқлаш керак:

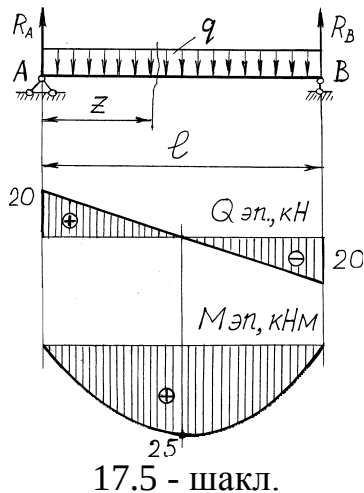
$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \quad (17.15)$$

Топилган қаршилик моменти бўйича кесимнинг шаклига қараб, юқоридаги формулага шу шакл қаршилик моментининг геометрик ифодаси қўйилади ва ундан керакли ўлчамлар аниқланади. Агар балка прокат пўлатдан ясалган бўлса (17.15) формуладан ҳосил бўлган қаршилик моменти W_x нинг қийматига кўра балканинг кўндаланг кесим ўлчамлари ГОСТ жадвалидан олинади (қўштавр, швеллер ва бошқалар).

17.5. Уч хил масалалардан намуналар

17.1 - масала. Икки таянчда ётган ва $q=8$ кН/м ёйилган куч таъсир килаётган тўғри тўртбурчак кесимли қарабай балканинг (18.2 - 7акл) мустаҳкамлиги текширилсин. Балканинг узунлиги $\ell = 5$ м, кўндаланг кесимининг ўлчамлари: $b=18$ см, $h = 30$ см, рухсат этилган нормал кучланиш $[\sigma] = 10$ МПа.

Ечиш. Балка симметрик юклангани учун



$$R_A = R_B = \frac{ql}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20 \text{ кН}.$$

Балка кесимларидаги ички кучлар: кўндаланг куч (Q) ва эгувчи момент (M) қийматларини кесиш усулида топамиз.

$$0 \leq z \leq \ell = 5 \text{ м}$$

$$Q = R_A - qz = 20 - 8z$$

$$M = R_A \cdot z - qz \cdot \frac{z}{2}$$

$$z=0 \text{ да } Q=20 \text{ кН; } M=0$$

$$z=5 \text{ м да } Q=-20 \text{ кН; } M=0$$

$Q=0$ кесим абсциссасини топамиз: $20 - 8z = 0$

$$z = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ м}.$$

$$z=2,5 \text{ м да } M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = 25 \text{ кНм}$$

Ҳисоб натижалари асосида кўндаланг куч ва эгувчи моментлар эпюраларини курамиз. Кейинги эпюрадан хавфли кесим учун

$$M_{\max} = 25 \text{ кНм}$$

Балка тўғри тўртбурчак кесимининг қаршилик моменти

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{18 \cdot 30^2}{6} = 2700 \text{ см}^3.$$

Хавфли кесимдаги максимал нормал кучланиш

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{25}{2700} \cdot 10^3 = 9,3 \text{ МПа}$$

Бу ерда 10^3 - ўлчов бирликларни келиштирувчи коэффициент.

Кўрамизки, $\sigma_{\max} = 9,3 \text{ МПа} < [\sigma] = 10 \text{ МПа}$.

Демак, балка мустаҳкамлиги таъминланган.

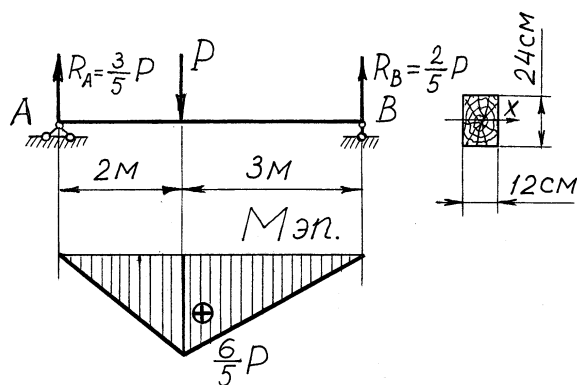
17.2.- масала. Тўғри тўртбурчак кесимли балкага 17.13 - шаклдагидек қўйиладиган куч катталиги топилсин. Рухсат этилган нормал кучланиш $[\sigma] = 10$ МПа.

Ечиш. Балкадаги рухсат этилган эгувчи моментни эгилишдаги мустаҳкамлик шarti 17.11 - асосида ҳисоблаймиз.

$$M_{\max} \leq W_x [\sigma] = \frac{bh^2}{6} [\sigma] = \frac{12 \cdot 24^2}{6} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 11,52 \text{ кНм}$$

Бу ерда 10^{-3} - ўлчов бирликларни мувофиқлаштирувчи коэффициент.

Балкага қўйилиши мумкин бўлган тўпланган куч қийматини топиш учун энг катта эгувчи момент ва қўйилаётган куч орасидаги муносабатни аниқлаш лозим. Бунинг учун эса эгувчи моментлар эпюрасини қураимиз.



17.6 - шакл.

Ундан $M_{\max} = \frac{6}{5} P$.

Ушбу ифодани юқоридаги катталик билан солиштирсак:

$$M_{\max} = \frac{6}{5} P \leq 11,52 \text{ кНм}$$

Бундан $P \leq \frac{5 \cdot 11,52}{6} \approx 9,6 \text{ кН}$

17.3-масала. 17.1 - шаклдагидек юкланган балка учун $\ell = 1,6 \text{ м}$; $q\ell = 100 \text{ кН}$ бўлса, қўштавр кесим танлансин.

Рухсат этилган нормал кучланиш $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Ечиш. Энг катта эгувчи момент қиймати

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{ql \cdot l}{8} = \frac{100 \cdot 1,6}{8} = 20 \text{ кНм}$$

Балка ксимининг зарур қаршилик моменти (18.5) асосида

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{20 \cdot 10^3}{160} = 125 \text{ см}^3$$

Сортаментлар жадвалидан бунга хос қўштавр №18 бўлиб, унинг учун $W'_x = 143 \text{ см}^3$.

Унда кучланишлар фарқи

$$\frac{W_x - W'_x}{W'_x} \cdot 100 = \frac{125 - 143}{143} \cdot 100 = -12,6\% \text{ (камлиги)}.$$

Ушбу катталикнинг ± 5 фоизидан ортмаслиги тавсия этилади. (Бундан олдинги қўштавр №16 учун $W''_x = 109 \text{ см}^3$ бўлиб, кучланишнинг кўплиги 14,68 фоизни ташкил этади - хавфли).

Назорат саволлари

1. Эгилиш деформациясининг асосий хусусияти нимада?
2. Текис эгилишнинг моҳиятини тушунтиринг.
3. Соф эгилиш нима?
4. Кўндаланг эгилишни қандай тушунасиш?
5. Эгилишдаги нейтрал қават ва нейтрал ўқ ҳақида нималарни биласиз?
6. Эгилишдаги ҳисобларда текис кесимлар гипотезасини тадбиқ қилиш нимага асосланилади?
7. Эгилишдаги ҳисобларда кўндаланг куч ва эгувчи моментлар эпюралари нима учун зарур бўлади?
8. Балка кўндаланг кесимларидаги нормал кучланишлар қандай тақсимланадилар?
9. Эгилишдаги бикрлик нима?
10. Кесимнинг ўққа нисбатан қаршилик моменти нимани англатади? Унинг ўлчамлари қандай?
11. Балка кўндаланг кесимининг ихтиёрий нуктасидаги нормал кучланиш қандай топилади?
12. Тўғри тўртбурчак, доира ва халқасимон кесимлар қаршилик моментлари формулаларини келтириб чиқаринг?

18 - МАЪРУЗА

Мавзу: Кўндаланг эгилишда кучланишларни аниқлаш ва мустаҳкамликка ҳисоблаш

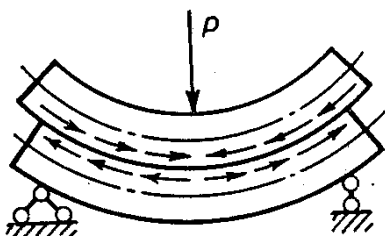
РЕЖА:

- 18.1. Кўндаланг эгилишда уринма кучланишларни аниқлаш. Д.И. Журавский формуласи.
- 18.2. Тўғри тўртбурчак кесимда уринма кучланишларнинг тақсимланиши.
- 18.3. Қўштавр кесимда уринма кучланишларнинг тақсимланиши.
- 18.4. Балкаларнинг мустаҳкамлигини уринма кучланишга текшириш.
- 18.5. Эгилишдаги потенциал энергия.

18.1. Кўндаланг эгилишда уринма кучланишларни аниқлаш

Соф эгилиш ҳолатида балкаларнинг кесимларида фақат эгувчи момент ҳосил бўлишини қайд қилган эдик. Энди балканинг кўндаланг эгилишини текшираемиз. Бу ҳолда балканинг кўндаланг кесимларида эгувчи момент билан бирга кесувчи куч ҳам ҳосил бўлишини кўрган эдик. Балка кесимларидаги эгувчи момент таъсиридан шу кесимларда (16.4) формула ёрдамида топиладиган нормал кучланишлар ҳосил бўлади. Балканинг кесимларидаги кесувчи кучлар эса шу кесимда уринма кучланиш ҳосил қилади. Уринма кучланишларнинг жуфтлик қоидасига кўра бундай уринма кучланишлар балканинг нейтрал қаватига параллел бўлган кесимларда ҳам ҳосил бўлади деган қарорга келамиз.

Кейинги мулоҳазани қуйидаги оддий тажриба тасдиқлайди.



18.1 – шакл.

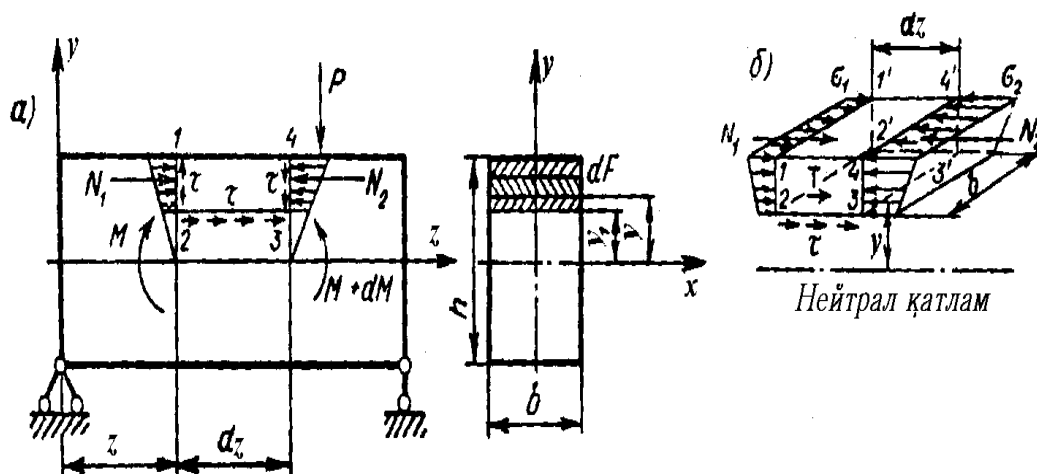
Иккита мустақил брусни икки таянчга устма – уст қўйиб, унинг ўртасига қўйилган P куч билан эгамиз (18.1 - шакл). Бу ҳолда ҳар қайси брус мустақил равишда эгилиб, оқибатда уларнинг устки толалари сиқилади, пастки толалари эса чўзилади, бунда улардаги кесим кўндаланг кесим текислиги синиб, поғонали текисликка айланади. Бу ҳол брусларнинг бир - бирига нисбатан бўйлама томонга қараб силжишидан далолат беради. Шу икки брус яхлит бўлса унинг учларига тегишли кесимлар поғона ҳосил қилмайди. Бу тажрибадан равшан кўринадики, балканинг бўйлама текисликлари юзида ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари бўйлама силжишга қаршилик кўрсатади. Шаклда бу зўриқиш кучлари стрелка билан кўрсатилган (18.1 - шакл). Бундай бўйлама силжишлар айниқса ёғоч балкаларнинг эгилишида яққол намоён бўлади, чунки ёғоч балка бўйлама ёрилишига заиф қаршилик кўрсатади. Шунинг учун ҳам улар емирилишдан олдин бўйига қараб ёрилади. Эгилган балкаларнинг кесимларида уринма кучланишларнинг пайдо бўлишига қаноат ҳосил қилгандан кейин уларнинг миқдори ва кесим юзаси бўйича тақсимланиш қонунларини аниқлашга киришамиз. Бунинг учун эни унча

кенг бўлмаган тўғри тўртбурчак кесимли оддий балкани кўриб чиқамиз (18.2 – шакл, а). Бу масалани текширишда қуйидаги икки гипотезани қабул қиламиз:

1) Кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган уринма кучланишлар кесувчи кучга параллел йўналган бўлади.

2) Кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқидан тенг масофада турган барча нуқталарнинг уринма кучланишлари тенг, яъни улар кўндаланг кесим эни бўйича текис тақсимланади.

Балкадан узунлиги dz , эни балка энига тенг бўлган 1-2-3-4 элемент ажратамиз (18.2 – шакл,б).



18.2 – шакл.

Бу элемент томонига қуйидаги кучлар таъсир қилади: элементнинг 1,2,2',1' томонида нормал σ_1 кучланиш ҳосил бўлиб, унинг қиймати (18.4) формуладан аниқланади:

$$\sigma_1 = \frac{M}{J_x} y, \quad (a)$$

бунда M биринчи, яъни (1-2) кесимдаги эгувчи момент. Бундан ташқари яна шу кесимга ҳозирча номаҳлум бўлган уринма кучланиш таъсир қилади. Балканинг эни тор бўлса, уринма кучланиш бу кенгликда текис тақсимланади (2-гипотезага асосан). Бу гипотеза Журавский томонидан киритилган.

Бу уринма кучланиш 1-2 кесимда ҳосил бўладиган кесувчи куч таъсир ида қўзғалади. Элементнинг 3-4'3' томонига (18.4) формула билан аниқланадиган σ_2 нормал кучланиш таъсир қилади:

$$\sigma_2 = \frac{M + dM}{J_x} \cdot y;$$

бунда $M + dM$ иккинчи, яъни 3-4 кесимдаги, эгувчи момент. Бу кесимда ҳам кесувчи кучдан ҳосил бўладиган уринма кучланиш қўзғалади. Ажратилган элементнинг 3-2-2'-3' томонига фақат уринма кучланиш таъсир этади; бу кучланишнинг қиймати шу элементнинг вертикал томонига таъсир қилган уринма кучланишга тенг бўлиб, унга тесқари йўналади (уринма кучланишларининг жуфтлик қонунига биноан). Энди ажратилган элементга

оид мувозанат тенгламасини ёзиш учун, унга тахсир қилган зўриқиш кучларини ҳисоблаб оламиз. Ажратилган элементнинг 233'2' томонига тахсир қилган уринма зўриқиш кучларининг тенг тахсир этувчиси $T = \tau \cdot b \cdot dz$ га тенг. 122'1' томонига тахсир қилган нормал зўриқиш кучларининг тенг тахсир этувчиси эса

$$N_1 = \int_{F_{a.ж}} \sigma_1 \cdot dF.$$

Худди шунингдек, элементнинг 344'3' томонига тахсир қилган нормал зўриқиш кучларининг тенг тахсир этувчиси қуйидагича бўлади:

$$N_2 = \int_{F_{a.ж}} \sigma_2 dF.$$

Интеграл кўндаланг кесим текислигидан ажратилган юза 122'1' ёки 344'3' юза бўйича олиниши керак. Энди $\Sigma Z = 0$ проекция тенгламасини тузамиз:

$$N_1 - N_2 + T = 0$$

ёки

$$\int_{F_{a.ж}} \sigma_1 dF - \int_{F_{a.ж}} \sigma_2 dF + \tau b dz = 0.$$

Бу тенгламадаги нормал σ_1 ва σ_2 кучланишларнинг қийматларини (а) ва (б) ғиодадан келтириб қўямиз:

$$\frac{M}{J_x} \int_{F_{a.ж}} y dF - \frac{M + dM}{J_x} \int_{F_{a.ж}} y dF + \tau \cdot b \cdot dz = 0.$$

Бу тенгламадаги $\int_{F_{a.ж}} y dF = S_x^{a.ж}$ кўндаланг кесимдан ажратилган 121'2' юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

Демак:

$$\frac{S_x^{a.ж}}{J_x} (M - M - dM) + \tau b dz = 0$$

бўлади, бунда dM балканинг dz узунлигидан эгувчи моментнинг орттирмасидир. Шундай қилиб,

$$S_x^{a.ж} \frac{dM}{J_x} = \tau b dz.$$

Демак,

$$\tau = \frac{dM}{dz} \cdot \frac{S_x^{a.ж}}{b J_x}$$

бўлади. Бу формуладаги $\frac{dM}{dz} = Q$ бўлганлигидан

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{a.ж}}{b J_x} \quad (18.1)$$

келиб чиқади, бунда τ - кўндаланг кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги уринма кучланиш; Q – текширилаётган кўндаланг кесимдаги кесувчи куч; $S_x^{a.ж}$ - кўндаланг кесимдан уринма кучланиш топиладиган қатламдан юқорида қолган юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти; b – уринма кучланиш топиладиган қатламдаги кўндаланг кесимнинг эни; J_x – кўндаланг кесимнинг инерция моменти.

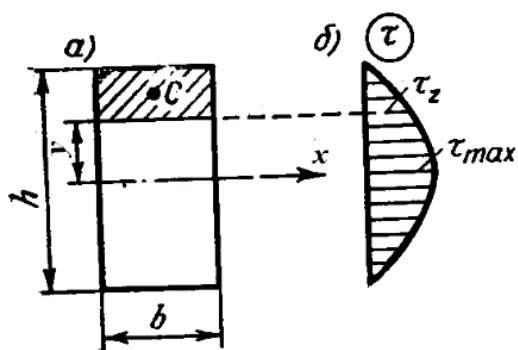
Бу формулани **Журавский формуласи** (1855 й.) деб аталади.

18.2. Тўғри тўртбурчак кесимда уринма кучланишларнинг тақсимланиши

Тўғри тўртбурчакли кўндаланг кесимнинг баландлиги бўйича уринма кучланишнинг тақсимланиш қонуни текшираамиз (18.3 – шакл, а).

Уринма кучланиш фақат $S_x^{a.ж}$ га боғлиқ бўлиб, ҳар бир кесим учун Q , b ва J_x миқдорлари ўзгармас сон эканлиги (18.1) формуладан кўриниб турибди; бунда $J_x = \frac{bh^3}{12}$ га тенг. Бинобарин, уринма кучланиш топилиши керак бўлган

нуқтадан юқорида жойлашган юзанинг нейтрал ўққа нисбатан статик моментини аниқланади (18.3 – шакл,а) бунда



18.3 – шакл.

$$S_x^{a.ж} = F_{a.ж} \cdot y_c$$

$$y_c = y + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - y \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right).$$

$$\text{Демак, } S_x^{a.ж} = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

бўлади. Бу формула парабола тенгламасидир.

Уринма кучланиш формуласини

ёзамиз:

$$\tau_2 = \frac{Qb \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \cdot 12}{bh^3 \cdot 2b} = \frac{6Q}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Бу формуладан кўринадики, ўзгарувчи миқдор y иккинчи даражали бўлганлиги учун τ кесим баландлиги бўйича парабола қонуни билан ўзгаради.

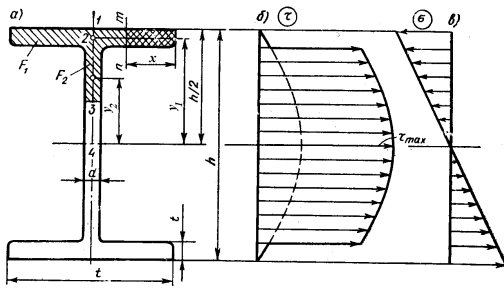
τ эпюрасини чизамиз:

$$y = \pm \frac{h}{2} \text{ бўлганда } \tau = 0 \text{ ва } y = 0 \text{ бўлганда } \tau = \frac{3}{2} \frac{Q}{F}.$$

Уринма τ кучланишнинг эпюраси 18.3 – шакл, б да кўрсатилган. Энг катта уринма кучланиш нейтрал ўқ устидаги нуқталарда бўлиб, унинг қиймати қуйидаги формуладан топилади:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_{\max}}{F} \quad (18.2)$$

18.3. Қўштавр кесимда уринма кучланишларнинг тақсимланиши



Қўштавр кесимлар учун уринма кучланишларнинг кесим баландлиги бўйлаб ўзгаришини ҳам (18.1) формулага асосланиб топамиз (18.4 – шакл,а). Қўштавр деворида нейтрал ўқдан y масофада жойлашган бирор 3 – нуктанинг уринма кучланишини аниқлаймиз:

$$\tau_3 = \frac{Q \cdot S_3^{a.ж}}{bJ_x} \quad (a)$$

Бу ҳолда (а) формуладаги v қўштавр деворининг қалинлиги d га тенг бўлади. 3 – нуктадан юқорида қолган кесимнинг юзи шаклда штрихланган. Бу юзанинг кесим нейтрал ўқиға нисбатан статик моменти $S_3^{a.ж}$ қуйидагича аниқланади (18.4 – шакл,а).

$$S_3^{a.ж} = F_1 h_1 + F_2 h_2$$

бунда F_1 – горизонтал токчанинг юзи; F_2 – деворнинг 3 – нукта сатҳидан юқоридаги юзи;

h_1 – кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқидан токча юзининг оғирлик марказигача бўлган масофа; h_2 – девордан ажратилган юзанинг оғирлик марказигача бўлган масофаси.

Қўштавр шаклидаги кесим баландлиги бўйича уринма кучланишнинг ўзгариши 18.4 – шакл, б да кўрсатилган. Бундай кесимлар учун ҳам уринма кучланиш умуман (1.1) формуладан аниқланади. Даставвал қўштаврнинг нейтрал ўқидан $\frac{h}{2} - t$ ораликда жойлашган 2 – нуктанинг уринма кучланишини топамиз (ўлчамлар шаклда кўрсатилган):

$$\tau_2 = \frac{QS_2^{a.ж}}{bJ_x} = \frac{QF_1 h_1}{bJ_x},$$

бундаги F_1 – қўштавр токчасининг юзи, h_1 – токча юзининг оғирлик марказидан нейтрал ўққача бўлган масофа.

Бу формула қўштаврнинг токчасида олинган 2 нуктадаги уринма кучланишлар учун қуйидаги кўринишни олади:

$$\tau_2 = \frac{Qtb \cdot \frac{1}{2}(h-t)}{bJ_x} \quad \text{ёки} \quad \tau_2 = \frac{Qt(h-t)}{2J_x}$$

бунда τ_2 – нукта токчаға тааллуқли бўлганлигидан уринма кучланиш.

Токчанинг эни v ўрниға девор эни d қўйилганда 2 – нукта деворға тааллуқли бўлади ва бу нукта сатҳидаги уринма кучланишларни τ'_2 ҳарфи билан белгиласак:

$$\tau_2 = \frac{Qt \cdot b \frac{1}{2}(h-t)}{J_x d} = \frac{Qb \cdot t(h-t)}{2J_x \cdot d}$$

Уринма кучланиш кесим баландлиги бўйича парабола қонуни билан ўзгаради. 1 – нуқтада уринма кучланишлар нолга тенг бўлади, чунки бу сатҳда кесим юзи чекланиб, ундан юқорида юза қолмайди ва $S=0$ бўлади.

Агар кесим шакли қўштавр токчасининг энига тенг тўғри тўртбурчакдан иборат бўлса, уринма кучланиш пунктир чизик билан кўрсатилган парабола қонуни билан ўзгарган бўлар эди. Аммо кесим қўштавр бўлганлигидан бу парабола токчадан деворга ўтадиган чегарада ўнг томонга қараб $\frac{b}{d}$ марта ортиқ миқдорда сурилади ва сидирға чизик билан кўрсатилган парабола ҳолатини олади (18.4 – шакл, б). Чунки 2 - нуқта деворга тегишли бўлганда (а) формуладаги v ўрнига d қўйилади, қолган миқдорлар ўзгармай қолади.

Максимал уринма кучланиш кесимнинг нейтрал ўқи устида ҳосил бўлади, унинг қиймати эса қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\tau_4 = \tau_{\max} = \frac{Q}{2J_x} \cdot \left[\frac{b}{d} \cdot t(h-t) + \left(\frac{h}{2} - t^2 \right) \right]. \quad (18.3)$$

Қўштавр кесим учун ҳам нормал кучланиш диаграммаси тўғри чизик қонуни билан ўзгаради. Агар нормал ва уринма кучланиш диаграммаларини таққослаб қарасак, қуйидаги хулоса келиб чиқади: уринма кучланиш максимал қийматга эришган нуқталарда нормал кучланишлар нолга тенг, нормал кучланиш максимал қийматга эришган нуқталарда эса уринма кучланишлар нолга тенгдир.

18.4. Балкаларнинг мустаҳкамлигини уринма кучланишга текшириш

Балка уринма кучланишга пухта қаршилик кўрсатиши учун унда ҳосил бўладиган максимал уринма кучланиш балка материали учун рухсат этилган уринма кучланишдан ортиб кетмаслиги керак.

Баҳзи материаллар уринма кучланишга заиф қаршилик кўрсатадилар. Масалан, ёғочдан ясалган балка синишдан олдин нейтрал қават текислиги бўйича ёрилади, бу ҳол ана шу қаватдаги толаларнинг уринма кучланишга бардош бера олмаслиги туфайли вужудга келади. Бундай балкаларнинг уринма кучланишга мустаҳкамлигини албатта текшириб кўриш талаб қилинади. Шундай қилиб, балканинг уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\max}}{b J_x} \leq [\tau], \quad (18.4)$$

бунда $S_{\max}$ – кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқи юқорисидаги ёки пастисидаги юзанинг мазкур ўққа нисбатан статик моменти; $[\tau]$ – материал учун рухсат этилган кучланиш.

18.4. Эгилишдаги потенциал энергия

Соф эгилишдаги потенциал энергияни топамиз. Унинг қиймати ташқи моментнинг бажарган иши катталигига тенг бўлади, яъни $U = A$

18.1 - шаклдаги балка элементида эгувчи моментнинг бажарган иши

$$dA = \frac{1}{2} M \cdot d\varphi.$$

Бу ерда $d\varphi = \frac{dz}{\rho}$ ва $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}$ эканлигини назарда тутсак,

$$A = \int_l \frac{M^2 dz}{2EI_x}.$$

Демак, эгилишдаги деформациянинг потенциал энергияси

$$U = \int_e \frac{M^2 dz}{2EI_x}; \text{ (жоул)} \quad (18.5)$$

Бунда кўндаланг куч таъсири жуда кичиклигидан уни ҳисобга олинмайди.

Балка бикрлиги доимий бўлган балканинг соф эгилиши учун

$$U = \frac{M^2 l}{2EI_x} \quad (18.6)$$

бўлади.

Назорат саволлари

1. Эгилишдаги уринма кучланиш формуласини чиқаришда қандай гипотезалар қабул қилинади?
2. Балканинг кўндаланг кесим баландлиги бўйича уринма кучланиш қандай қонун билан тақсимланади?
3. Тўғри тўртбурчакли кесимда максимал уринма кучланиш қандай формула билан топилади?
4. Балкаларнинг уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шarti қандай ёзилади?
5. Балкаларнинг уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамлигини қандай ҳолларда албатта текшириш керак?
6. Балка кўндаланг кесимларида нормал ва уринма кучланишларнинг тақсимланиш эпюраларини таққосланг.
7. Пластик материаллардан ясалган балкаларнинг нормал кучланишлар бўйича мустаҳкамлик шarti қандай ёзилади?
8. Мўрт материаллардан ясалган балкаларнинг мустаҳкамлик шarti қандай ифодаланади?
9. Эгилишдаги мустаҳкамлик шarti ёрдамида ҳал қилинадиган уч хил масалани тушунтириб беринг.
10. Балкаларнинг мустаҳкамлиги қандай текширилади?
11. Балкага қўйиш мумкин бўлган хавфсиз куч катталиги қандай топилади?
12. Балкалар учун кесим танлаш қандай бажарилади?
13. Эгилишдаги потенциал энергия қандай формула ёрдамида топилади?
14. Соф эгилишда деформациянинг потенциал энергияси нимага тенг?
15. Балкадаги максимал эгувчи момент қандай топилади?
16. Кўндаланг кесими носимметрик бўлган балканинг мустаҳкамлиги қандай текширилади?
17. Деформациянинг потенциал энергияси нима?

19 – Маъруза

Мавзу: Эгилишда кўчишларни аниқлаш. Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламаси ва уни интеграллаш

РЕЖА:

19.1. Умумий тушунчалар

19.2. Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламаси ва уни интеграллаш

19.3. Бошланғич параметрлар усули, балка эластик чизигининг универсал тенгламаси.

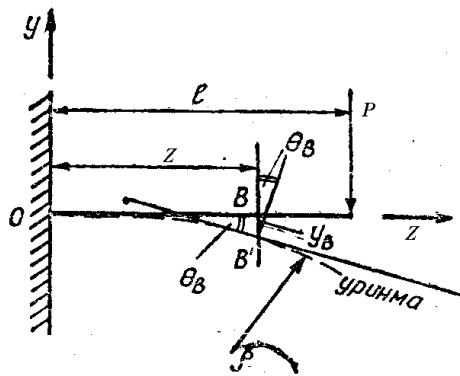
19.4. Мисоллар

19.1 Умумий тушунчалар

Балкага қўйилган ташқи кучлар таъсирида унинг тўғри чизикли ўқи қийшаяди. Балканинг қийшайган ўқи *эгилган ўқ* ёки *эластик чизик* деб аталади.

Эгилиш деформацияси эгилган балка кўндаланг кесимининг икки хил кўчиши: салқилик ва оғиш бурчаг Кўндаланг кесим оғирлик марказининг балка ўқига тик (перпендикуляр) йўналишда кўўчиши y_B *салқилик* деб аталади.

Балка кўндаланг кесимининг деформациягача ва деформациядан кейинги вазиятлари орасида ҳосил бўлган бурчак θ_B мазкур кесимнинг оғиш бурчаги деб аталади.



19.1- шакл

Баъзан уни кесим ўқининг дастлабки вазиятига нисбатан буриладиган бурчак Θ_B орқали ҳам ифодаланади. (19.1- шакл)

Балканинг ихтиёрий кесимларида салқилик ҳар хил юз беради, чунки z функцияси ҳисобланади. Эластик чизикнинг умумий ҳолдаги тенгламаси:

$$y = f(z)$$

Математикадан маълумки, берилган нуқтада текис эгри чизикқа уринманинг қиялик бурчаги тангенс z бўйича биринчи ҳосилага тенг:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dz}.$$

Одатда, қурилмаларда θ бурчак 1 градусдан ошмайди, шунинг учун $\operatorname{tg} \theta \approx \theta$ бу ҳолда

$$\theta = \frac{dy}{dz}. \quad (19.1)$$

Демак кесимнинг оғиш бурчаги шу кесимдаги салқилик ҳосиласи қийматига тенг. шакл-1дан кўринадик, балка кесимининг оғиш бурчаги уринманинг қиялик бурчагига мос келади.

Балкалар деформациясини аниқлашнинг қуйидаги усуллари бор: а) аналитик усул; б) график усул; в) графоаналитик усул; г) энергетик усул.

19.2. Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламаси ва уни интеграллаш

Эгилишдаги кўчишларни аниқлаш учун балка эластик чизиғининг тенгламаси маълум бўлиши керак. Балка ўқининг эгрилигини эгувчи момент билан боғловчи формуладан фойдаланамиз:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_{(x)}}{EI_x}.$$

бунда: ρ - эгрилик радиуси; $M_{(x)}$ – эгувчи момент; EI_x – балканинг бикрлиги.

Математик анализдан чизиқнинг эгрилик формуласи маълум:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^3}}.$$

Ифодаларнинг ўнгдаги қисмларини тенглаштириб, балка эластик чизиғининг аниқ дифференциал тенгламасини оламиз:

$$\pm \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^3}} = \frac{M_{(x)}}{EI_x}. \quad (19.2)$$

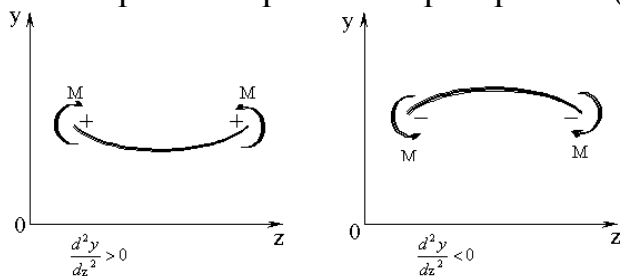
Узлуксиз кичик қиймат $\left(\frac{dy}{dz}\right)^2$ ни ҳисобга олмай балка эластик

чизиғининг тақрибий дифференциал тенгламасини оламиз: $\pm \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M_{(x)}}{EI_x}.$

Ишора қабул қилинган координаталар тизимига қараб танланади. Ўқ у юқорига йўналганда тенглама қуйидаги кўринишда ишлатилади:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M_{(x)}}{EI_x}. \quad (19.3)$$

чунки эгувчи момент ва эгрилик бир хил ишораларга эга (19.2- шакл)



19.2- шакл

(19.3) тенгламани бир марта интеграллаб, оғиш бурчаклари тенгламасини оламир:

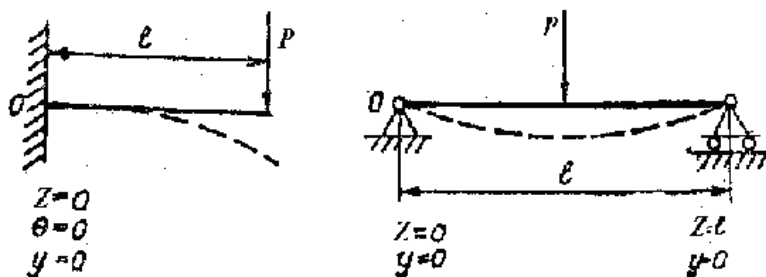
$$\frac{dy}{dz} = \theta = \frac{1}{EI_x} \int M_{(x)} dz + C \quad (19.4)$$

Уни иккинчи марта интеграллаб, салқиликлар тенгламасини оламир:

$$y = \frac{1}{EI_x} \int dz \int M_{(x)} dz + Cz + D, \quad (19.5)$$

бунда: C ва D – интеграллаш доимийлари.

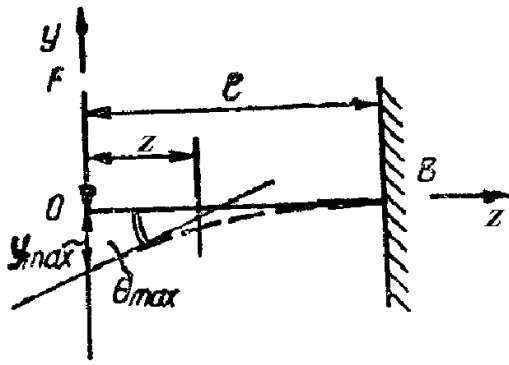
Интеграллаш доимийлари чегаравий шартлардан, яъни балканинг маҳкамланиш шартларидан аниқланади (19.3 - шакл).



19.3 -шакл

Балкалар деформациясини аниқлашга оид мисолларни кўриб чиқамиз.

1 – мисол. Бир учи қистирилган ва эркин учига тўпланган P куч қўйилган балканинг энг кўп салқилигини ва кесимининг оғиш бурчагини аниқланг (19.4 - шакл).



19.4- шакл

Координаталар боши (0 нукта) дан z масофадаги кесимдаги эгувчи момент, $M_{(x)} = -P \cdot z$. Балка эластик чизигининг дифференциал тенгламаси: $EI_z \frac{d^2 y}{dz^2} = -P \cdot z$.

Биринчи марта интегралласак .
Иккинчи марта интегралласак

$$EI_x y = -\frac{Pz^3}{6} + Cz + D. \text{ Интеграллаш}$$

доимийлари C ва D ни чегаравий шартлардан аниқлаймиз:

- 1) $z = l$ да $\theta = 0$;
- 2) $z = l$ да $y = 0$.

Биринчи шартдан $C = \frac{Pl^2}{2}$.

Иккинчи шартдан $-\frac{Pl^3}{6} + \frac{Pl^3}{2} + D = 0$,

бундан $D = -\frac{Pl^3}{3}$.

Кесимларнинг оғиш бурчаклари ва салқилик тенгламалари

$$\theta = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{Pz^2}{2} + \frac{Pl^2}{2} \right]; \quad y = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{Pz^3}{6} + \frac{Pl^2}{2} z - \frac{Pl^3}{3} \right].$$

Тенгламалардан кўринадик, $\theta_{\max}$ ва $y_{\max}$ балканинг эркин учига ($z=0$ бўлганда) юз беради

$$\theta_{\max} = \frac{Pl^2}{2EI_x} \quad \text{ва} \quad y_{\max} = \frac{Pl^3}{3EI_x}.$$

Оғиш бурчагининг мусбат қиймати кесим соат милага тескари, манфий қиймати эса – соат мили йўналишида оғишини кўрсатади.

Салқиликнинг манфий қиймати эса, балка кўндаланг кесимининг оғирлик маркази y ўққа тескари йўналишида, мусбат қиймати – y ўқ йўналишида силжишини кўрсатади, $z=0$ да қуйидагича бўлишини таъкидлаймиз:

$$C = EI_z \theta_0 \quad \text{ва} \quad D = EI_z y_0$$

Бунда: θ_0 ва y_0 – координаталар бошида кесимнинг оғиш бурчаги ва салқилик.

Интеграллаш доимийларининг ўлчамлилиги:

C - $\text{КН} \cdot \text{м}^2$ ва D - $\text{КН} \cdot \text{м}^3$.

2 – мисол. q жадалликдаги оғирлик билан юкланган бир қулочли балка (19.5 - шакл) қулочининг ўртасидаги салқиликни ва таянчлардаги кесимларнинг оғиш бурчакларини аниқланг.

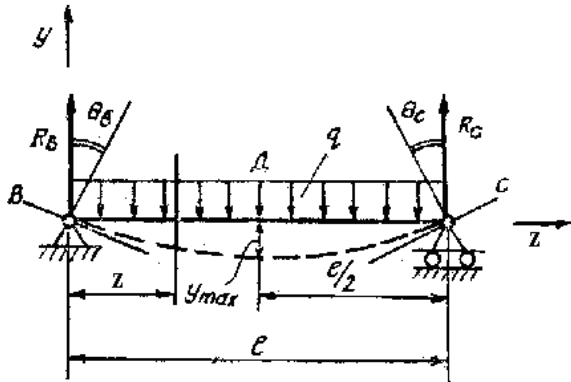
Балканинг таянч реакциялари $R_B = R_C = \frac{ql}{2}$. Координаталар боши (B нуқта) дан z масофада ётган кесимдаги эгувчи момент

$$M_{(x)} = R_B z - \frac{qz^2}{2} = \frac{qlz}{2} - \frac{qz^2}{2}.$$

Балка эластик чизигининг дифференциал тенгламаси:

$$EI_x \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{qlz}{2} - \frac{qz^2}{2}.$$

Интеграллаб ушбуни оламиз:



$$EI_x \frac{dy}{dz} = \frac{qlz^2}{2} - \frac{qz^3}{6} + C;$$

$$EI_x y = \frac{qlz^3}{12} - \frac{qz^4}{24} + Cz + D.$$

Интеграллаш доимийлари C ва D ни чегаравий шартлардан аниқлаймиз:

1) $z=0$ да $y=0$;

2) $z=l$ да $y=0$.

Биринчи шартдан $D=0$.

Иккинчи шартдан $\frac{ql^4}{12} - \frac{ql^4}{24} + Cl = 0$,

бундан:

$$C = -\frac{ql^3}{24}.$$

Балка кесимининг оғиш бурчаклари ва салқиликлар тенгламалари:

$$\theta = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{qlz^2}{4} - \frac{qz^3}{6} - \frac{ql^3}{24} \right],$$

$$y = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{qlz^3}{12} - \frac{qz^4}{24} - \frac{ql^3 z}{24} \right].$$

Энг катта салқилик $z=l/2$ да балка кулочининг ўртасияда пайдо бўлади:

$$y_{\max} = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{ql^4}{96} - \frac{ql^4}{384} - \frac{ql^4}{48} \right] = -\frac{5ql^4}{384EI_x}.$$

$z=0$ да B таянчдаги кесимнинг оғиш бурчаги:

$$\theta_B = -\frac{ql^3}{24EI_x}.$$

соат мили юриши йўналишида

$z=l$ да таянч C даги кесимнинг оғиш бурчаги

$$\theta_c = -\frac{ql^3}{24EJ_x}.$$

соат мили юриши йўналишига тескари.

19.3. Бошланғич параметрлар усули Балка эластик чизигининг универсал тенгламаси.

Балка эластик чизигининг универсал тенгламасидан фойдаланганда эгилишдаги кўчишларни аниқлаш соддалашади. Мусбат кучлар: тўпланган момент m , тўпланган куч P ва q жадалликдаги текис тақсимланган юк таъсир қилаётган балкани кўриб чиқамиз (19.6-шакл). Координаталар бошини балканинг чап учига O нуқтага қўямиз. Тенгламани чиқаришда қуйидаги соддалаштириш усуллардан фойдаланилади: шакл-19.6.

1) ташқи тўпланган момент m учун кўпайтиргич $(z-a)^0 = 1$ киритилади; 2) қавсни очмай, қуйидаги шаклда интегралланади

$$\int P(z-b)^n dz = \frac{P(z-b)^{n+1}}{n+1} + C;$$

1) текис тақсимланган юкни балка охиригача давом эттирилади ва айти пайтда қиймат жиҳатдан тенг, ўшандай жадалликдаги тескари йўналишли юк қўшилади;

2) эгувчи момент тенгламасини тузишда кесим билан координаталар боши орасида таъсир қилаётган кучлар ҳисобга олинади.

Балкани қисмларга бўлиб, эгилишнинг дифференциал тенгламасини тузамиз ва уни интеграллаймиз

I қисм

$$El_x \frac{d^2 y}{dz^2} = 0; \quad El_x \frac{dy}{dz} = C_1; \\ El_x y = C_1 z + D_1.$$

II қисм

$$El_x \frac{d^2 y}{dz^2} = m(z-a)^0; \quad El_x \frac{dy}{dz} = m(z-a) + C_2; \quad El_x y = \frac{m(z-a)^2}{2} + C_2 z + D_2$$

III қисм

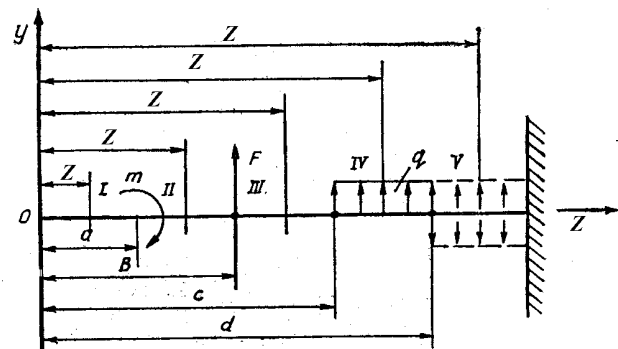
$$El_x \frac{d^2 y}{dz^2} = m(z-a)^0 + P(z-b); \quad El_x \frac{dy}{dz} = m(z-a) + \frac{P(z-b)^2}{2} + C_3; \quad El_x y = \frac{m(z-a)^2}{2} + \frac{P(z-b)^3}{6} + C_3 z + D_3.$$

IV қисм

$$El_x \frac{d^2 y}{dz^2} = m(z-a)^0 + P(z-b) + \frac{q(z-c)^2}{2}; \quad El_x \frac{dy}{dz} = m(z-a) + \frac{P(z-b)^2}{2} + \frac{q(z-c)^3}{6} + C_4; \\ El_x y = \frac{m(z-a)^2}{2} + \frac{P(z-b)^3}{6} + \frac{q(z-c)^4}{24} + C_4 z + D_4.$$

V қисм

$$El_x \frac{d^2 y}{dz^2} = m(z-a)^0 + P(z-b) + \frac{q(z-c)^2}{2} - \frac{q(z-d)^2}{2} \\ El_x \frac{dy}{dz} = m(z-a) + \frac{P(z-b)^2}{2} + \frac{q(z-c)^3}{6} - \frac{q(z-d)^3}{6} + C_5; \\ El_x y = \frac{m(z-a)^2}{2} + \frac{P(z-b)^3}{6} + \frac{q(z-c)^4}{24} - \frac{q(z-d)^4}{24} + C_5 z + D_5$$



19.6. –шакл

Қисмлар сони қанча бўлишидан қатъий назар тенгламаларда интеграллаш доимийлари иккитага келтирилади. Доимийлар тенглиги $C_1=C_2=\dots=C$ ва $D_1=D_2=\dots=D$ қўшни қисмларнинг чегарасига мос z қийматлари қўйиладиган мос тенгламаларни таққослашдан келиб чиқади.

Масалан: $z=c$ да III ва IV қисмларнинг оғиш бурчаклари тенгламаларидан $C_3=C_4$ чиқади.

$$m(c-a) + \frac{P(c-b)^2}{2} + C_3 = m(c-a) + \frac{P(c-b)^2}{2} + \frac{q(c-c)^3}{6} + C_4.$$

$C=EI_x\theta_0$ ва $D=EI_x f_0$ эканлигини ҳисобга олиб ва юкларнинг кўп такрорланиши ҳолини кўриб чиқиб, V қисм умумий тенгламаларидан универсал тенгламаларни оламиз:

Кесимларнинг оғиш бурчаклари:

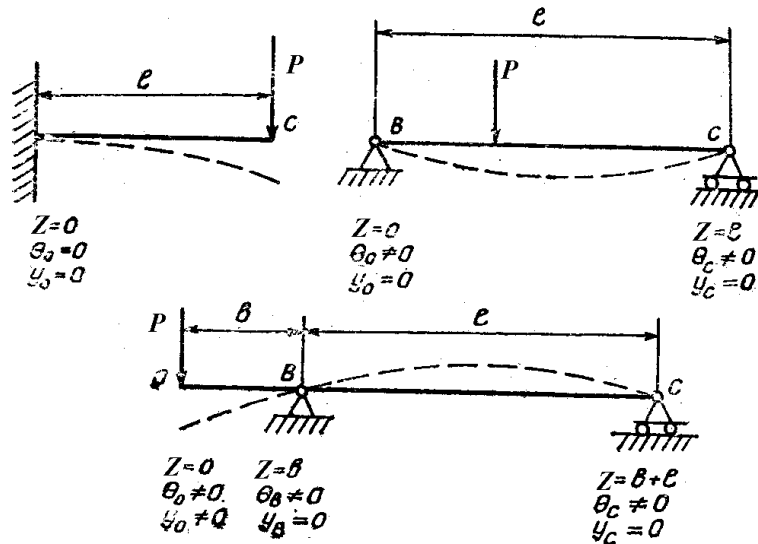
$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[\sum m(z-a) + \sum \frac{P(z-b)^2}{2} + \sum \frac{q(z-c)^3}{6} - \sum \frac{q(z-d)^3}{6} \right] \quad (19.6)$$

ва салқиликлари:

$$y = y_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[\sum \frac{m(z-a)^2}{2} + \sum \frac{P(z-b)^3}{6} + \sum \frac{q(x-c)^4}{24} - \sum \frac{q(x-d)^4}{24} \right]. \quad (19.7)$$

Тенгламалардаги θ_0 ва y_0 – координата бошидаги кесимнинг оғиш бурчаги ва салқилиги; **m**, **P** ва **q** – тўпланган момент, тўпланган куч ва тенг тақсимланган юк жадаллиги; **a**, **b**, **c** ва **d** – координаталар бошидан юк қўйиш нуқтасигача масофалар.

θ_0 ва y_0 қийматлари чегаравий шартлардан, яъни балканинг маҳкамланиш шартидан аниқланади (19.7 -шакл).



19.7. - шакл

19.4. Мисоллар

Балкалар деформациясини аниқлашга доир мисолларни кўриб чиқамиз.

1 – мисол. Таянчда тўпланган момент m билан юкланган бир қулочли балка қулочининг ўртасидаги салқиликни ва таянч кесимларининг оғиш бурчакларини аниқланг (19.8-шакл).

Балканинг таянч реакциялари

$$R_B = R_C = \frac{m}{l}.$$

Координата бошини чап таянч В га жойлаштирамиз: шунда $y_0=0$.

θ_0 ни аниқлаш учун салқиликлар тенгламасидан $z=l$ да $Y_c=0$ бўлиши шартидан фойдаланиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$y_c = \theta_0 l + \frac{1}{EI_x} \left[\frac{R_B l^3}{6} \right] = 0,$$

Бундан

$$\theta_0 = -\frac{1}{EI_x l} \left[\frac{ml^3}{6} \right] = -\frac{ml}{6EI_x}.$$

Бурчак $\Theta_0 = \Theta_B$.

$z=l/2$ да балка кулочининг ўртасидаги Д нуктадаги салқилик:

$$y_D = -\frac{ml}{6EI_x} \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{EI_x} \left[\frac{R_B (l/2)^3}{6} \right] = -\frac{ml^2}{12EI_x} + \frac{ml^2}{48EI_x} = -\frac{ml^2}{16EI_x}.$$

$z=l$ да С таянчдаги кесимнинг оғиш бурчаги

$$\theta_c = -\frac{ml}{6EI_x} + \frac{1}{EI_x} \cdot \frac{R_B l^2}{2} = -\frac{ml}{6EI_x} + \frac{ml}{2EI_x} = \frac{ml}{3EI_x}.$$

Кўриниб турибдики, тўпланган момент қўйилган таянчда кесимнинг оғиш бурчаги қарама – қарши таянчдаги кесимнинг оғиш бурчагидан икки марта катта.

2– мисол. Бир пролетли балканинг тўпланган куч P қўйилган нуктасидаги салқиликни ва таянчлардаги оғиш бурчакларини аниқланг (19.9-шакл).

Балканинг таянч реакциялари

$$R_B = \frac{P \cdot c}{l} \text{ ва } R_C = \frac{Pb}{l}.$$

Координаталар бошини чап таянч В га жойлаштирамиз, унда $y_0=0$.

θ_0 ни топиш учун салқиликлар тенгламасидан ва $z=l$ да салқилик $y_c=0$ эканлиги шартидан фойдаланамиз:

$$y_c = \theta_0 l + \frac{1}{EI_x} \left[\frac{R_B l^3}{6} - \frac{Pc^3}{6} \right] = 0,$$

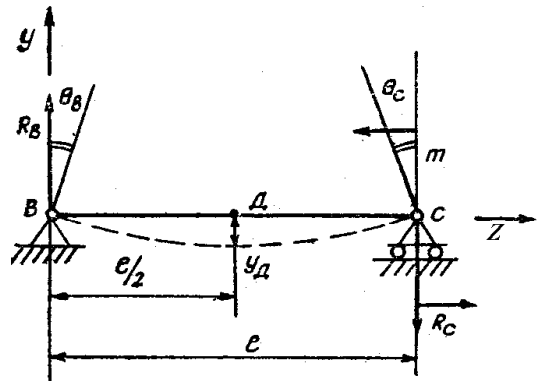
бундан

$$\theta_0 = -\frac{1}{EI_x l} \left[\frac{Pcl^3}{6} - \frac{Pc^3}{6} \right] = -\frac{Pc(l^2 - c^2)}{6EI_x l}.$$

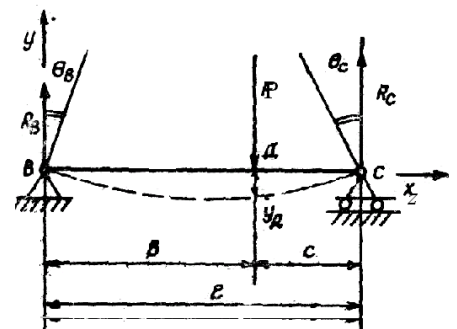
Бурчак $\theta_0 = \theta_B$.

Балканинг $z=b$ да тўпланган куч P қўйилган нуктасидаги эгилиш

$$y_D = -\frac{Pc(l^2 - c^2)}{6EI_x l} b + \frac{1}{EI_x} \left[\frac{Pcb^2}{16} \right] = -\frac{Pb^2 c^2}{3EI_x l}.$$



19.8 -шакл



19.9 - шакл

$z = l$ да С таянчдаги кесимнинг оғиш бурчаги

$$\theta_c = -\frac{Pc(l^2 - c^2)}{6EI_x l} + \frac{1}{EI_x} \left[\frac{Pcl^3}{12} - \frac{Pc^2}{2} \right] = \frac{Pb(l^2 - b^2)}{6EI_x l}.$$

Хусусий ҳолда $b = c = l/2$ бўлганда: кесимларнинг оғиш бурчаклари

$$\theta_b = -\frac{Pl^2}{16EI_x} \text{ ва } \theta_c = \frac{Pl^2}{16EI_x} \text{ ва}$$

балка пролетининг ўртасидаги энг катта салқилик

$$y_{\max} = -\frac{Pl^3}{48EI_x}$$

Назорат саволлари

1. Балканинг эгилган ўқи нима?
2. Балка кўндаланг кесимининг салқилиги ва оғиш бурчаклари орасида қандай математик боғланиш мавжуд?
3. Дифференциал тенгламанинг ишоралари қандай қабул қилинади?
4. Дифференциал тенгламани интеграллашдан ҳосил бўлган ихтиёрий ўзгармаслар қандай топилади?
5. Интеграллаш доимийлари қандай шартлардан фойдаланиб топилади?
6. Балкалар учун асосан неча хил чегара шартлари бор?
7. Балка эгилган ўқининг тахминий дифференциал тенгламаси ёрдамида балка ихтиёрий кесимининг салқилиги ва оғиш бурчаги қандай қилиб аниқланади?
8. Универсал тенгламаларга кирувчи бошланғич параметрлар қандай аниқланади?

20 - Маъруза

Мавзу: Деформацияланган системалар устиворлиги.

РЕЖА:

- 20.1. Умумий тушунчалар.
- 20.2. Критик кучни аниқлаш учун Эйлер масаласи.
- 20.3. Стержен учларини маҳкамланиш усулини критик куч формуласига таъсири.

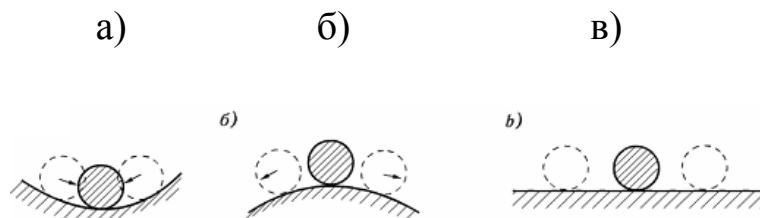
20.1. Умумий тушунчалар

Ҳар хил тузилмалар бузилиш сабабларини кузатиш шуни кўрсатадики ташқи кучлар таъсирида тузилма хавфсиз ишлаши учун, унинг элементлари мустақкам бўлиши билан бирга, уларни мувозанат ҳолатида туриб ишлашини ҳам тахминлаш керак бўлади.

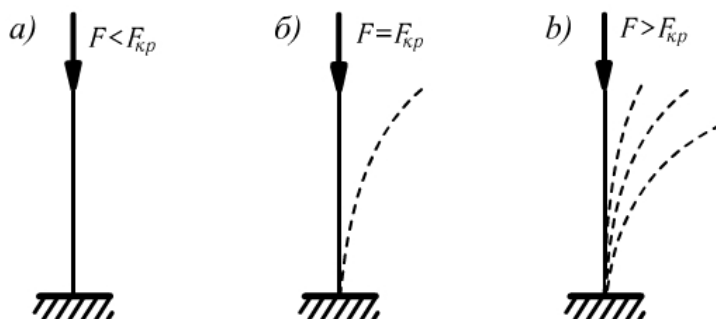
Биз мустақкамликка ҳисоблаганимизда ҳар қандай система деформация ҳолатида мувозанат ҳолатида бўлади деб қабул қилган эдик.

Амалда ташқи куч билан ички кучлар мувозанатда бўлмаслиги ҳам мумкин.

Назарий механиканинг — қаттиқ жисм механикасидан маълум ки қаттиқ жисм мувозанати уч хил бўлади: устивор, бефарқ ва ноустивор.



20.1 –шакл



20.2- шакл

Масалан ботик сиртида ётган шарнинг мувозанати устивор бўлади. Агар шар бир оз қўзғатилса, у яна ўзининг аввалги ҳолатига қайтиб келади. (20.1 – шакл, а) горизонтал текисликда ётган шар мувозанати бефарқ бўлади. Чунки шарни текисликнинг ҳар бир нуқтасига қўйсак ҳам шу жойда туриб қолаверади. (20.1 – шакл, б). Қавариқ сирт устида турган шарнинг мувозанати устивор (турғун) бўлмайди. (20.1 – шакл, в).

Бунга ўхшаш мисолларни биз деформацияланувчи эластик системалар мисолида ҳам келтиришимиз мумкин. Деформация ташқи куч миқдорига боғлиқ, шунинг учун эластик системалар устиворлиги унга боғлиқ бўлади.

Юқоридаги ингичка эластик стержен кўндаланг кесими оғирлик марказига қўйилган сиқувчи бўйлама куч таъсирида бўлсин дейлик.

$P < P_{кр}$ бўлганда стерженни кўндаланг куч таъсирида уни мувозанат ҳолатидан озгина оғдириб қўйиб юборсак у аввалги тўғри чизик мувозанат ҳолатига қайтиб келади, у бу ҳолда устивор ҳолатида бўлади.

Сиқувчи кучни аста секин орттириб борсак бу қайтиб келиш муддати секинлаша бошлайди. Агар $P = P_{кр}$ ҳолатга етказсак стержен эгри шаклда бўлади лекин, аввалги тўғри чизик вазиятга қайтмайди, лекин у мувозанат ҳолатида бўлади. Агар уни тўғирлаб қўйсак у бу ҳолатда ҳам мувозанатда бўлади. Бу ҳолат бефарқ мувозанат ҳолатга тўғри келади.

$P > P_{кр}$ стержен бутунлай эгилиб устиворлигини йўқотади.

Устивор ҳолатдан ноустивор ҳолатига ўтишдаги чегара ҳолати, бефарқ мувозанат ҳолатига тўғри келиб стерженнинг ҳам тўғри чизикли, ҳам эгри чизикли ҳолати мувозанатда бўлади шу ҳолатга тўғри келувчи ташқи кучни – критик куч дейилади ёки, стерженни аввалги мувозанат ҳолатини йўқотиш пайтидаги ташқи куч – $P_{кр}$ критик куч дейилади.

Шунга ўхшаш мисолларни тузилмаларнинг бошқа хилидаги элементларида ҳам келтиришимиз мумкин.

Мисол: Радиал кучлар таъсиридаги қобиклар ёки ҳалкасимон тузилмада $q=q_{кр}$ бўлганда ҳалқа сиқилиш билан бирга эгилишга ҳам қаршилиқ кўрсатишга мажбур бўлади.

Бу мисоллардан шундай хулоса келиб чиқади шунга ўхшаш тузилмаларни лойиҳалаганда албатта уларни мустаҳкамликка ҳисоблаш билан бирга устиворлигини ҳам текшириш керак экан.

Демак биз текширган стержен хавфсиз ишлаши учун стерженга қўйилган сиқувчи куч R_k дан бир неча маротаба кичик бўлиши керак.

$$[P] = \frac{P_{кр}}{K_y} \quad (20.1)$$

Куч – устиворлик учун эҳтиёжлик коэффициенти, $R_{кр}$ – критик куч.

20.2 Критик кучни аниқлаш учун Эйлер масаласи.

Демак тузилмаларни устивор ҳолатида туриб ишлашини таминлаш учун критик кучни топиш керак. Бу масалани биринчи бўлиб 1744 йилда Л.Эйлер назарий йўл билан ҳал этган.

Айтайлик бизга иккала учлари шарнирлар ёрдамида маҳкамланган стержен берилган бўлсин. У стержен P кучини қандайдир қийматида кичик бикрлик текислигида эгилган бўлсин дейлик.

Бунда $P=R_{кр}$ стержен эгри чизикли ҳолатда бўлади.

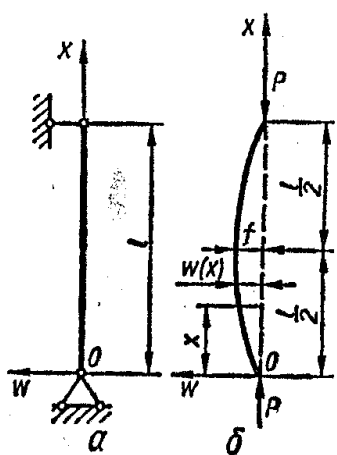
Ихтиёрий z кесимдаги эгувчи момент

$$M = P \cdot y \quad (20.2)$$

$$M \geq 0 \frac{1}{\rho} \leq 0 \text{ (-) чунки эгрилик ишораси}$$

билан M ишораси қарама қарши.

Стержен эгилган ўқининг дифференциал тенгламаси қуйидагича бўлади.



20.1 шакл.

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = - \frac{M}{EJ} \quad (20.3)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = - \frac{P \cdot y}{EJ} \quad \text{ёки} \quad \frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{P}{EJ} y = 0 \quad (20.4)$$

(20.4) да

$$K^2 = \frac{P}{EJ} \quad (20.5)$$

у ҳолда

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + K^2 y = 0 \quad (20.6)$$

(20.6) Олий математикадан маълумки гармоник функциянинг дифференциал тенгламасидир. Бу тенглама ечими ёки интеграл қуйидагига тенгдир

$$y = A \cos kz + B \sin kz \quad (20.7)$$

(20.7) даги А ва В интеграл доимийларини стержен чегаравий шартларидан фойдаланиб аниқлаймиз:

1. $z=0$ да $y=0$ у ҳолда (20.7) дан

$$0 = A \cos k \cdot 0 + B \sin k \cdot 0 = A \cdot 1 + 0$$

бундан $A=0$

2. $z=\ell$ да $y=0$ у ҳолда

$$0 = A \cos k \ell + B \sin k \ell$$

1 – шартга асосан $A=0$ у ҳолда иккинчи чегаравий шартдан қуйидагини оосил қиламиз

$$B \sin k \ell = 0 \quad (20.8)$$

Бунда 2 ҳол бўлиши мумкин.

1. $B=0$ лекин бу бўлиши мумкин эмас, чунки стержен ҳамма нуқталарида $y=0$ стержен тўғри чизиқлигича қолади, бу масалани қўйилишига зиддир чунки стержен эгилган.

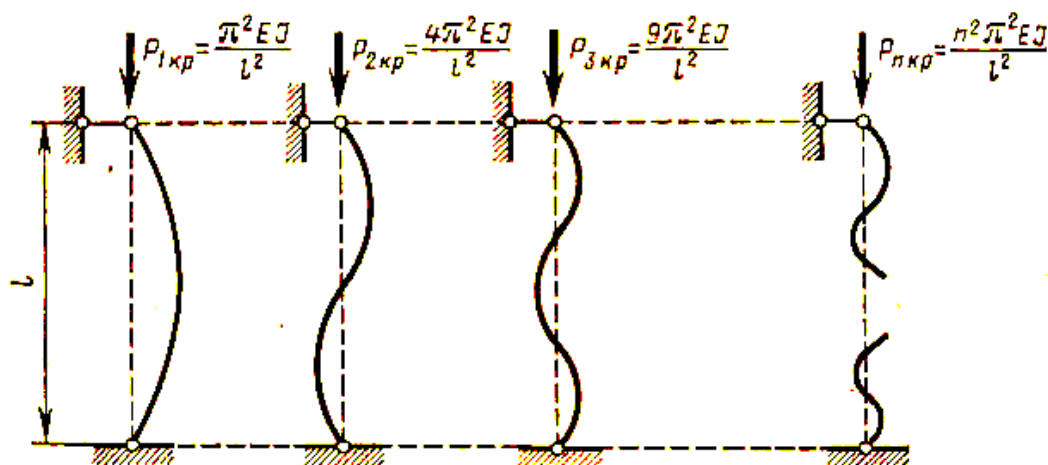
2. $\sin k \ell$

$$k \ell = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi \quad (20.9)$$

(7-8)ларни $\Rightarrow$ (6) га қўйсак

$$y = B \sin \frac{k\pi}{\ell} Z \quad (20.10)$$

стержен эластик чизиғи тенгламасини ҳосил қиламиз (10) кўринадики стержен эгилган ўқи синусоидал чизиқдан иборатдир.\



$$P_{1кр} = \frac{\pi^2 EJ}{\ell^2} \quad P_{2кр} = \frac{4\pi^2 EJ}{\ell^2} \quad P_{3кр} = \frac{9\pi^2 EJ}{\ell^2}, \dots, \quad P_{nкр} = \frac{n^2 \pi^2 EJ_{\min}}{\ell^2}$$

Шундай қилиб критик кучни бир неча қийматини ҳосил қилдик.

Бу критик кучни қайси бири ҳавфли деган савол туғилади. 1 – ҳолат устивор қолганлари эса ноустивор бўлади. Мухандислик ҳисоб ишлари учун $P_{кр}$ энг кичик қиймати амалий аҳамиятга эгадир.

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{\ell^2}$$

Маълум ки ҳар қандай марказий сиқилган тузилмалар кичик бикрлик текислиги бўйича эгилади. Шунинг учун формуладаги J ўрнига J_{min} оламиз:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell^2} \quad (20.11)$$

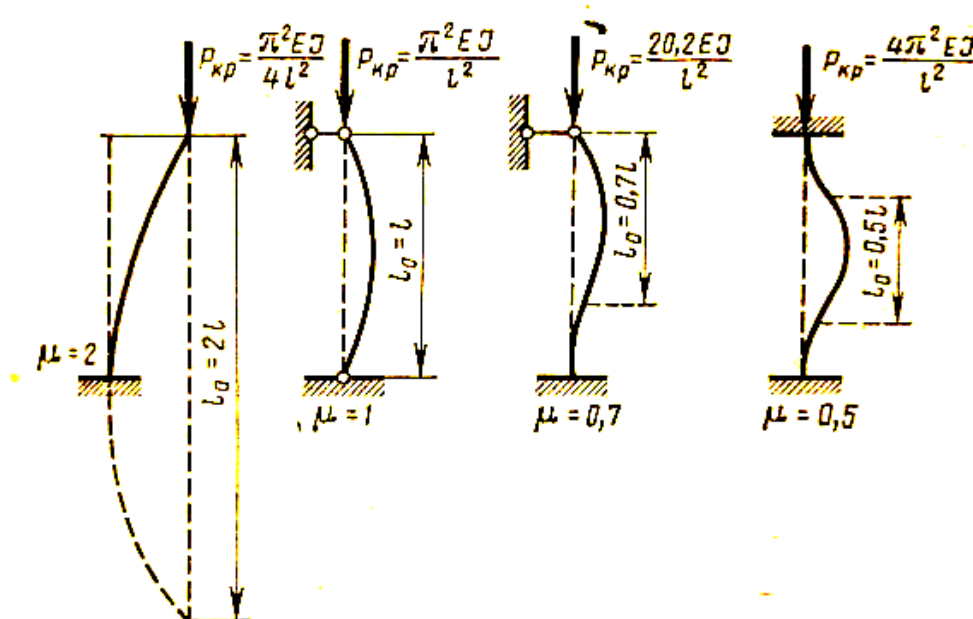
(11) Эйлер формуласи деб аталади. (11) дан кўринадики (Эйлер кучи) критик куч қиймати стержен геометрик ўлчамлари билан эластиклик модулига боғлиқ бўлади. Унинг мустаҳкамлик характеристикаларига боғлиқ бўлмайди.

20.3. Стержен учлари маҳкамланиш усулини критик куч формуласига таъсири

Умуман стержен учлари биз текширган ҳолдан бошқача маҳкамланган бўлса, у ҳоллар учун ҳам дифференциал тенгламани тузиб критик куч қийматини топишимиз мумкин.

Юқоридаги ҳолда $n=1$ бўлганда 1 та синусоидал ярим тўлқин ҳосил бўлган эди.

1. Бир учи қистириб маҳкамланган иккинчи учи эркин бўлган стерженни кўрамиз юқоридаги мисолга солиштириб курамиз (геометрик анологияларга асосан)



$$\mu = \frac{1}{n} \text{ га асосан:}$$

$$1) n=1 \quad \mu=1 \quad \mu = \frac{1}{n}=1 \quad P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(1\ell)^2}$$

$$2) n=1/2 \quad \mu=2 \quad \mu = \frac{1}{n}=2 \quad P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(2\ell)^2}$$

$$3) n=3/2 \quad \mu=0,7 \quad \mu = \frac{1}{n}=0,7 \quad P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(0,7\ell)^2}$$

$$4) n=2 \quad \mu=0,5 \quad \mu = \frac{1}{n}=0,5 \quad P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(0,5\ell)^2}$$

Буларга асосан критик куч формуласини умумий ҳолда қуйидагига ёзишимиз мумкин экан.

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu\ell)^2} \quad (20.12)$$

бу ерда

μ – стержен учларини маҳкамланиш усулини ҳисобга олувчи коэффициент дейилади.

ℓ – стержен узунлиги

$\mu\ell$ – келтирилган узунлик, эркин узунлик дейилади.

Буни биринчи маротаба бир неча тадқиқотлар асосида 1892 йилда Ф.Ясинский киритган.

Назорат саволлари

1. Қандай мувозанат турларини биласиз?
2. Критик куч деб қандай кучга айтилади.
3. Бўйлама эгилиш деганда нимани тушунаси.
4. Критик кучни аниқлашда нима учун минимал инерция моменти олинади.
5. 1-ҳолатдаги Эйлер кучини ёзинг.
6. Стержен учлари маҳкамланиш усули қандай ҳисобга олинади.
7. Келтирилган узунлик нима.
8. Келтирилган узунлик ҳолатларини кўрсатинг.
9. Эйлер кучида интеграл доимийлари қандай топилади.

21 – МАЪРУЗА

Мавзу: Пропорционаллик чегарасидан кейинги устиворликни йўқолиши.

РЕЖА

- 21.1. Пропорционаллик чегарасидан кейинги кучланишларда устиворликни йўқолиши.
- 21.2. Сиқилган стерженларни тежамли кўндаланг кесимлари.
- 21.3 Устиворликка амалий ҳисоблар.
- 21.4 Мисоллар

21.1 Пропорционаллик чегарасидан кейинги кучланишларда устиворликни йўқолиши.

Критик кучни аниқлашда Эйлер формуласидан фойдаланиш тўғрисида узоқ вақт мунозаралар давом этди. Унинг бош сабабларидан бири Эйлер формуласи стержен эластик деформациялар чегарасида, яъни Гук қонуни кучга эга бўлган чегарада келтириб чиқарилган эди. Шунинг учун ҳам Эйлер формуласидан ҳамма вақт ҳам фойдаланиб бўлавермайди. Чунки биз Эйлер формуласини чиқарганда балка эластик чизиғи универсал формуласидан фойдаланган эдик, у формула эса Гук қонуни асосида келтириб чиқарилган шунга асосан ундан критик кучланиш пропорционаллик чегарасидан катта бўлган ҳолларда фойдаланиб бўлмайди. Чунки Гук қонуни фақат $\sigma_{пч}$ дагина тўғридир.

Бу ҳулоса асосида $\sigma_{кр} \leq \sigma_{пч}$. Эйлер формулани қўллаш мумкин бўлган чегарани аниқлаймиз. Ҳақиқатан ҳам ундаги кучланиш $\sigma_{пч}$ дан ташқаридаги чегаралардан агар стерженли тўғри чизиқли ҳолати устивор бўлса эластик чизиғи дифференциал тенгламаси Гук қонуни асосида келтириб чиқарилганидан ундан фойдаланиб бўлмайди.

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} \leq \sigma_{пч}. \quad (21.1)$$

Эйлер формуласидан фойдаланиш мумкин бўлган чегарани белгилаш учун қуйидагини топамиз.

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu\ell)^2 \cdot F} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu\ell}{i_{\min}}\right)^2} \quad (21.2)$$

бу ерда: $i^2 = i_{\min}^2 = \frac{J_{\min}}{F}$ - кесим минимал инерция радиуси. (21.2) да қуйидагича белгилаш киритамиз

$$\ell = \frac{\mu\ell}{i_{\min}} \quad (21.3)$$

(21.3) λ - стержен эгиловчанлиги деб аталади. У ҳолда (21.3) ни (21.2) да ҳисобга олиб қуйидаги ҳосил қиламиз

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\ell^2} \quad (21.4)$$

Бундан кўринадикки критик куч қиймати фақат стерженни эластиклик хоссаси билан

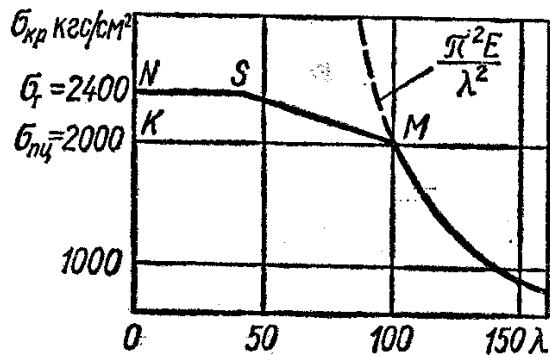
(Е-эластиклик модулига) га ва стержен эгилувчанлиги λ га боғлиқ экан.

(4) функционал боғланиш Эйлер формуласи ўзгариш киритилади. Текисликдаги $\sigma_{кр}$ - х Декарт координаталар системасида (15.4) чи боғланиш гипербола кўринишида тасвирланиб у Эйлер гиперболаси дейилади. Мисол тариқасида бундай графикни

СТ 3 навли пўлат учун қуйидаги 15.1-шаклда келтирамиз. $\sigma_{нц}=2000$ кг/см², $E=2,1 \cdot 10^6$ кг/см², $\pi^2 \approx 10$ деб қабул қилиб, қуйидагини аниқлаймиз.

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{10 \cdot 2,1 \cdot 10^6}{2000}} = 100$$

Худди шунингдек СТ5 навли пўлат учун, $\lambda_0 = 90$ тенг бўлади.



21.1 шакл

Графикдан кўринадикки λ - эгилувчанликни ортиши билан критик кучланиш 0 га яқинлашади. Аксинча λ кичрайиши билан $\sigma_{кр}$ - чексизликка интилади.

(1) формула асосида - Эйлер формуласини ишлатиш мумкин бўлган чегарада (4) ни ҳисобга олган ҳолда қуйидагиларга эга бўламиз.

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{п.ч} \quad (21.5)$$

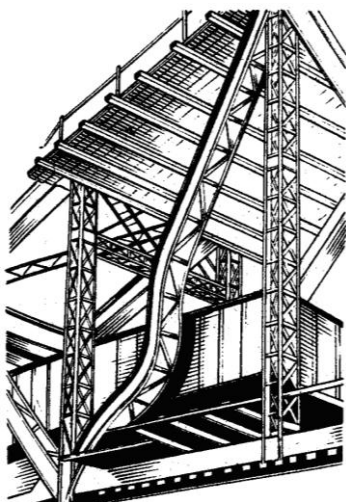
бундан

$$\lambda_{чек} \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{п.ч}}} \quad (21.6)$$

Бундан кўринадикки материал хоссасини ифодаловчи эгилувчанлиги λ чек дан кичик бўлган стерженлар учун Эйлер формуласини қўллаб бўлмайди. К нуқтадан λ га параллел чизик ўтказиб, Эйлер гиперболаси билан кесишган М нуқтани аниқлаймиз бу нуқта абциссаси λ чек мини ифодалайди. М нуқтадан гапдаги Эйлер гиперболасидаги брикланган чизикда кучланиш пропорционаллик чегарасидан катта бўлиб, Эйлер формуласини бу соҳа учун қўллаб бўлмайди.

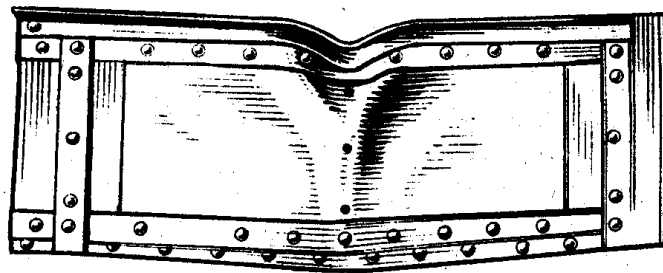
Маълумки $\sigma_{пч}$ чегарадан ташқарида ҳам бўйлама эгилиши содир бўлаверади. Тажрибилар шуни кўрсатадики ўрта ва кичик эгилувчанликдаги стерженлар учун

($\lambda < \lambda_{чек}$) Ҳақиқий кучланиш Эйлер формуласи асосида топилганидан кичик бўлади. Шундай қилиб бундай стерженлар учун Эйлер формуласи асосида аниқланган критик куч қиймати катта бўлиб, стерженни ҳақиқий устуворлиги тўғрисидаги хулосаларни бермайди. Шунинг учун ҳам пропорционаллик чегарасидан ташқаридаги устуворлигини йўқотувчи стерженлар учун Эйлер формуласини ишлатиб бўлмаслигидан ташқари унинг оқибати жуда хавфли ҳисобланади.



21.2 - шакл

Темир йўл металл кўприги ферма сини марказий сиқилган ҳавонинг устиворлигининг йўқолишини кўриниши



21.3 - шакл

Тўсинни теккис эгилиш шаклида устиворлигини йўқолиши

Назарий масалани яъни $\sigma_{пч}$ дан ташқарида устиворлигини йўқотувчи стерженларни устиворлиги тўғрисидаги масалани хал этиш мураккаб масаладир. Шунинг учун жуда кўп тажрибалар натижалари асосида чиқарилган

Эмпирик формулалардан фойдаланилади.

Бундай бўйлама эгилган стерженлар устидаги тажрибаларни ҳар хил материаллар устида Ф.С. Ясинский ўтказиб стержен эгилювчанлигига боғлиқ критик кучланишлар жадвалини тузди ва бунинг асосида куйидаги $\sigma_{пч}$ дан ташқаридаги устиворлигини йўқотувчи стерженлар учун Эмпирик формулани таклиф этди.

$$\sigma_{кр} = a - \epsilon \lambda \quad (21.7)$$

Бу ерда a ва ϵ лар стержен материалига боғлиқ бўлган коэффициентлардир

Масалан: Ст 3 навли пўлат учун $a=310$ МПа; $\epsilon=1,14$ МПа

$$\sigma_{кр} = 310 - 1,14\lambda \quad (21.8)$$

$\lambda = 100$ да, $\sigma_{кр} = 196$ МПа

Ёғоч учун

$$\sigma_{кр} = 293 - 1,94\lambda \quad (21.9)$$

Шундай қилиб, $\lambda < \lambda_{чек}$ бўлганда Эйлер формуласидан фойдаланиб бўлмайди. Эгилювчанлик 0 дан 40 гача бўлган стерженларда мустаҳкамлиги йўқолиши билан емирилади, шунинг учун критик кучланиш $\sigma_{ок}$ га тенг қилиб олинади.

Эгилювчанлик $40 \leq \lambda \leq \lambda_{чек}$ стержен эластик-пластик чегарада деформацияланиб, (MS чегара графикдаги) устиворликни йўқотади, шунинг учун график Ясинский тўғри чизиғи билан тасвирланган. Бу чегарада

Ясинский эмпирик формуласи (21.7) дан фойдаланилади. $\lambda > \lambda_{чек}$ да эса Эйлер формуласидан фойдаланилади.

21.2. Сиқилган стерженларни тежамли кўндаланг кесимлари.

Калта стерженг марказий сиқилиш таъсирида бўлганда, унинг мустаҳкамлиги фақат стерженнинг кесим юзасининг микдорига боғлиқ бўлади.

Узун стерженлар сиқилганда улар бўйлама эгилишга қаршилик кўрсатади, бундай кучланиш ҳолати унинг эгиловчанлиги, демак кўндаланг кесимининг минимал инерция радиуси муҳим аҳамиятга эга бўлади.

Бундай кесимларга материал асосий қисми кесим оғирлиги марказидан энг узоқ масофада жойлашган шакллар киради. Бундан ташқари шундай шакллар қулай буладики, бу устунлар тенг устивор бўлиши керак, бунинг учун шаклнинг иккала бош инерция радиуси тенг бўлади. Шундагина у ҳамма йўналишдаги бўйлама эгилишга бир хил қаршилик кўрсатади. $J_x = J_y$ – шарт бажарилиши керак.

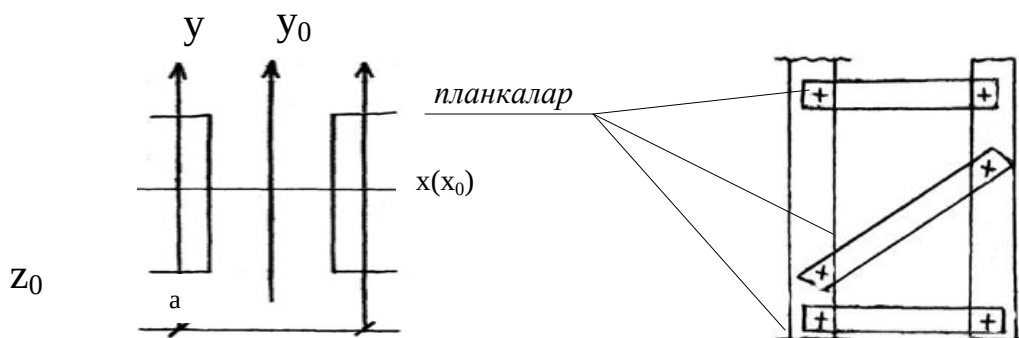
Бу шартларни бажарадиган шакл – ҳалқа шаклдир, шунинг учун ҳам кўп ҳолларда сиқилган устунлар трубалардан лойихаланади.

Уларни яна ҳам бақувват қилиш мақсадида маълум ораликда диафрагммалар қўйилади (бикрлик қабирғалари).



21.5 шакл

Қўштавр, швеллер каби кесимлар J_x , J_y лар орасидаги фарқ катта, шунинг учун ҳам уларни якка ҳолда устун сифатида ишлатиш ноқулайдир. Бирок улар қуйидагича лойихаланганда яхши қаршилик кўрсатишлари мумкин.



21.6.шакл

$J_x = J_y$ шартга асосан қуйидаги тенгламани ёзамиз

$$2J_{x_0} = 2 \left[J_{y_0} + F_0 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right] \quad (21.10)$$

Бунда J_{x_0} , J_{y_0} , F_0 - лар битта швеллернинг инерция моментлари ва кесим юзаси.

Барча ҳолларда иккала критик куч ўзаро тенг булган кесим рационал ҳисобланади.

$$P_{l_{кр}} = P_{2_{кр}} \quad (21.11)$$

Ҳар-хил кесимларни ўзаро солиштириш мақсадида қуйидаги солиштирма инерция радиуси киритилади.

$$\rho_{\min} = \frac{i_{\min}}{\sqrt{F}} \quad (21.12)$$

Қуйида бу жадвални келтирамыз:

Жадвал 21.1

Т.р.	Кесим юзалари	$\rho_{\min}$
1	Ҳалқасимон кесим ($\alpha = 0,95 \div 0,8$)	$2,25 \div 1,64$
2	Ҳалқасимон кесим ($\alpha = 0,7 \div 0,8$)	$1,2 \div 1,0$
3	Бурчаклик	$0,6 \div 0,3$
4	Қўштавр	$0,41 \div 0,27$
5	Швеллер	$0,41 \div 0,26$
6	Квадрат	$0,289$
7	Доира	$0,283$
8	Тўғри тўртбурчаг ($h = 2b$)	$0,234$

Изох: Бу ерда $\alpha = \frac{d}{D}$

21.3. Устиворликка амалий ҳисоблар.

Сиқилган стержен ташқи сиқувчи кучга етарлича қаршилиқ кўрсата олиш учун қуйидаги шартлар тахминланган бўлиши керак.

Мустаҳкамлик шarti:

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma] \quad \text{бунда} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_m}{n} \quad (21.13)$$

Устуворлик шarti

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\sigma_y] \quad \text{бунда} \quad [\sigma_y] = \frac{\sigma_{кр}}{n_y} \quad (21.14)$$

бу ерда: n - мустаҳкамлик учун эҳтиётлик коэффиценти

n_y - устуворлик учун эҳтиётлик коэффиценти

Амалда ҳисоб ишларини осонлаштириш мақсадида устуворлик учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma_y]$ билан мустаҳкамлик учун рухсат этилган $[\sigma]$ кучланиш қуйидагича боғланади.

$$\varphi = \frac{\sigma_{кр} \cdot n}{n_y \cdot \sigma_m} \quad \sigma_y = \varphi [\sigma] \quad (21.15)$$

бу ерда: φ - устиворликка ҳисоблашда асосий рухсат этилган кучланишни камайтириш коэффиценти деб юритилади. Баъзи норматив хужжатларда φ бўйлама эгилиш коэффиценти деб ҳам аталади.

φ коэффиценти топиш жадвали

Эгилувчанлик λ	Пўлатлар Ст. 2 Ст. 3 Ст. 4	Пўлат Ст. 5	Махсус пўлат $\sigma_{ок} = 32 \cdot 10^4 \frac{H}{cm^2}$	Чўян	Ёғоч
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,87	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,93	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,97	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	—	0,25
120	0,45	0,39	0,30	—	0,22
130	0,40	0,33	0,26	—	0,18
140	0,35	0,29	0,23	—	0,16
150	0,32	0,26	0,21	—	0,14
160	0,29	0,24	0,19	—	0,12
170	0,26	0,21	0,17	—	0,11
180	0,23	0,19	0,15	—	0,10
190	0,21	0,17	0,14	—	0,09
200	0,19	0,16	0,13	—	0,08

Ҳар бир масала учун φ , $\sigma_{кр}$ ва λ орасидаги боғланишлардан фойдаланиб аниқланади.

Шундай қилиб, сиқилган стерженлар устиворлик шarti қуйидагича бўлади.

$$\sigma = \frac{N}{F_{бр}} \leq \varphi[\sigma_-] \quad (21.16)$$

Текширишлар шуни кўрсатадики стерженнинг маҳаллий кучлсизлантирилган жойлари, масалан, парчин мих учун тешиклар, турли ўйиқлар критик куч қийматига кўп ҳам таъсир кўрсатмайди. Шунинг учун критик кучланишни топишда кесим юзасининг тўла қисми $F_{бр}$ олинади.

Одатда марказий сиқилган стерженлар икки кўринишда: текшириш ҳисоблари ва лойиҳа ҳисоблари шаклида бажарилади.

Текшириш ҳисоблари:

Устиворлик учун текшириш ҳисоблари $\varphi = \varphi(\lambda)$ жадвалдан фойдаланган ҳолда қуйидаги тартибда бажарилади.

1. Берилган стержен юзалари асосан $I_{\min}$ - минимал инерция моменти $F_{бр}$ - кесим юзаси ва $i_{\min}$ - минимал инерция радиуси ҳисобланади.

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F_{бр}}}$$

Бундан фойдаланиб стержен эгилувчанлигини аниқланади.

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{\min}}$$

2. $\varphi = \varphi(\lambda)$ жадвалдан λ га қараб φ олинади ва қуйидаги формула асосида устуворлик учун рухсат этилган кучланиш аниқланади.

$$\sigma \leq \varphi[\sigma_-]$$

3. $\sigma = \frac{N}{F_{\sigma p}}$ - ёрдамида ҳақиқий кучланишни аниқланиб $[\sigma]_y$ билан

солиштирилди ва қуйидаги формула асосан устиворлиги текширилади.

$$\sigma \leq [\sigma]_y$$

Лойиха ҳисоблари:

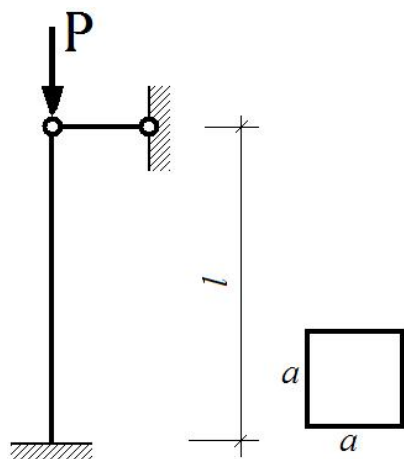
$$\sigma = \frac{N}{\varphi F_{\sigma p}} \leq [\sigma_-] \text{ бундан } F_{\sigma p} = \frac{P}{\varphi[\sigma_-]} \quad (21.17)$$

(15.6) устуворлик шартидан иккита номалум яъни φ - бўйлама эгилиш коэффиценти ва $F_{\sigma p}$ - исталган брутто кесим юзаси. Шунинг учун ҳисобни кетма-кет яқинлаштириш усулида бажарилади. Одатда биринчи яқинлаштиришда $\varphi = \varphi(\lambda)$ жадвалдаги ўртача қиймати $\varphi_1 = 0,5 \div 0,6$ деб қабул қилинади. Сўнг (15)га асосан $F_{\sigma p}$ - кесим юзаси аниқланади. λ аниқланиб $\varphi = \varphi(\lambda)$ жадвалдан φ'_1 олинади, агар φ'_1 қиймат φ_1 дан жуда ката фарқ қилса кучланиш ҳам рухсат этилган кучланишдан худди шундай фарқ қилади. Бу ҳолда ҳисобни яна такрорлаш керак бўлади. Яъни иккинчи яқинлаштириш.

Бунда $\varphi_2 = \frac{\varphi'_1 + \varphi_1}{2}$ ўртача қиймат олинади ва иккинчи яқинлаштириш

асосида φ_2 топилади. Агар фарқ катта бўлса учинчи бор яқинлаштириш ҳисоблари қайтарилади. Одатда орадаги фарқ 3÷5% дан ортиб кетмаслиги талаб этилади. Кесим танлашда икки-уч яқинлаштиришдан сўнг талаб қилинидиган аниқликка эришиш мумкин.

Текшириш ҳисоби



21.7- шакл

21.4. Мисоллар

Мисол 1. Қуйидаги кўндаганг кесим юзаси квадрат, узунлиги $l=5\text{м}$ бўлган ёғоч устун марказий қуйилган сиқувчи куч таъсирида сиқилаётган бўлсин. $P=100\text{кН}$, $a=0,15$.

Ёғоч учун $[\sigma_-] = 10\text{МПа}$ $P = 100\text{кН}$

Ечиш: Устун кўндалангкеисмини аниқлаймиз

$$F = a^2 = 15^2 = 225\text{см}^2$$

инерция моменти

$$I = \frac{a^4}{12} = \frac{15^4}{12} = 4210 \text{ см}^4 \text{ инерция радиуси } i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{4210}{225}} = 4.34 \text{ см}$$

Устун эгилувчанлигини аниқлаймиз

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{\min}} = \frac{0.7 * 500}{4.34} = 80.6$$

$\varphi = \varphi(\lambda)$ жадвалидан нтерполяция қилиб қуйидагини аниқлаймиз.

$$\begin{array}{l} \lambda = 80 \\ \lambda = 90 \end{array} \quad \begin{array}{l} \varphi = 0.48 \\ \varphi = 0.38 \end{array} \quad \begin{array}{l} \varphi = 0.48 \\ \varphi = 0.38 \end{array}$$

У ҳолда $[\sigma_y] = \varphi[\sigma_-] = 0.474 * 10 = 4.74 \text{ МПа}$

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100 * 10^3}{225 * 10^{-4}} = 4.44 \text{ МПа} \quad \sigma = 4.44 < [\sigma_y] = 4.74$$

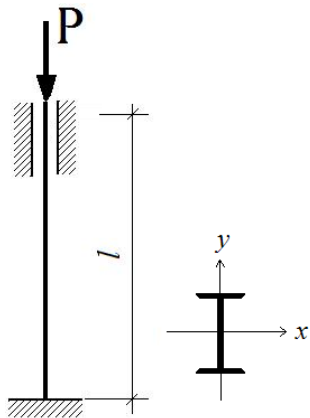
Демак устун устиворлиги тахминланган экан.

Лойиҳа ҳисоблари

Мисол 2. Қуйидаги узунлиги $l=5\text{ м}$ ва учлари қистириб маҳкамланган марказий сиқувчи куч $P=320\text{ кН}$ куч билан сиқилган устун кўндаланг кесими пўлат қўштаврдан танлансин.

Устун материали Ст.3 $[\sigma_-] = 160 \text{ МПа}$

$$\text{Ечиш: (15) га асосан} \quad F = \frac{P}{\varphi[\sigma]}$$



(16.8)

(16.8) да 2та ноомалум, яъни F билан φ , шунинг учун кетма-кет яқинлашиш усулида кесим танлаймиз.

21.8-шакл

1- **яқинлашиш:** $\varphi_1 = 0.5$ деб қабул қиламиз.

$$(21.18) \text{га асосан} \quad F = \frac{320 * 10^3}{0.5 * 160 * 10^6} = 4 * 10^{-3} \text{ м}^2 = 40 \text{ см}^2$$

Сортламентлар жвдвалида (ГОСТ 8239-72) № 27 I кесим танлаймиз. № 27 I учун: $F = 40.2 \text{ см}^2$, $i_{\min} = i_y = 2.54 \text{ см}$

Устун эгилувчанлигини ҳисоблаймиз.

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{\min}} = \frac{0.5 * 500}{2.4} = 98.5$$

$\varphi = \varphi(\lambda)$ жадвалидан

$$\lambda = 90 \quad \varphi = 0.69$$

$$\lambda = 100 \quad \varphi = 0.6$$

$$\text{интерполяция қилиб} \quad \varphi_1' = 0.69 - \frac{0.69 - 0.6}{10} * 8.5 = 0.614$$

$$\varphi_1' = 0.614 \gg \varphi_1 = 0.5$$

Ҳисобни такрорлаймиз, чунки $\varphi_1' \gg \varphi_1$

$$\text{2-яқинлашиш: } \varphi_2 = \frac{\varphi_1' + \varphi_1}{2} = \frac{0.614 + 0.5}{2} = 0.557$$

$$F = \frac{320 * 10^3}{0.557 * 160 * 10^6} = 3.6 * 10^{-3} = 36 \text{ см}^2$$

№24a I учун: $F=37,5\text{см}^2$ $i_y=i_{\min}=2,63\text{см}$

Устун эгилувчанлигини ҳисоблаймиз.

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{\min}} = \frac{0,5 * 500}{2,63} = 95 \quad \lambda = 0,95 \quad \text{да} \quad \varphi_2' = 0,69 - \frac{0,69 - 0,6}{10} * 5 = 0,645 >> \varphi_2$$

3 – яқинлашиш: $\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2} = \frac{0,557 + 0,645}{2} = 0,6$

$$F = \frac{320 * 10^3}{0,6 * 160 * 10^6} = 3,33 * 10^{-3} \text{ м}^2 = 33,3 \text{ см}^2 \quad \text{№ 24 I учун:} \quad F = 34,8 \text{ см}^2,$$

$$i_{\min}=i_y=2,37\text{см} \quad \lambda = \frac{\mu \ell}{i_{\min}} = \frac{0,5 * 500}{2,37} = 105 \quad \lambda = 105 \quad \text{да} \quad \varphi_3' = 0,6 - \frac{0,6 - 0,52}{10} * 5 = 0,56$$

Кучланишни ҳисоблаймиз:

$$\sigma = \frac{P}{\varphi F} = \frac{320 * 10^3}{0,56 * 34,8 * 10^{-4}} = 164 * 10^6 \text{ Н/м}^2 = 164 \text{ МПа}$$

$$\frac{\sigma - [\sigma]}{[\sigma]} 100\% = \frac{164 - 160}{160} 100\% = 2,5\% \leq 5\% \quad \text{рухсат этилади:}$$

Демак устун кўндаланг кесим юзаси № 24 қўштавдан иборат $F=34,8\text{см}^2$

Назорат саволлари

- 1.Эйлер формуласини ишлатиш чегараси қандай?
2. Эйлер формуласини қачон қўллаб бўлмайди?
3. Пропорционаллик чеграсидан ташқарида Эйлер формуласини қўлашни хавфлилиги нимада?
4. Тетмайер-Ясинский эмпирик формуласи қандай ифодаланади.
5. Ясинский формуласи ёрдамида критик куч қандай топилади.
- 7.Эгилувчанлиги кичик стрежанлар нимага ҳисобланди?
- 8.Устиворлик шarti қандай ифодаланади?
- 9.Устиворликка амалий ҳисоблаш усулини тушунтиринг.
10. Текшириш ҳисоблари қандай бажарилади.
- 11.Тенг устиворлк шarti нимада?
12. Лойиха ҳисоблари қандай бажарилади.
13. Кетма-кет яқинлаштириш усулини моҳиятини тушунтиринг.
14. Бўйлама эгилиш коэффиценти нималарга боғлиқ.
15. Кетма-кет яқинлаштириш усулида аввал φ танланадими ёки F
16. Кетма- кет яқинлаштириш φ_1 ва φ_2 лар орасидаги қийматларидаги фарқ нега давом этирилади.
- 17.Эгувчанлиги кичик стерженларни устиворликка ҳисоби қандай бажарилади.

22– Маъруза

Мавзу: Ихтиёрий ҳолатдаги юклар таъсиридан кўчишларни аниқлашнинг умумий усуллари.

РЕЖА:

22.1. Умумлашган кучлар ва кўчишлар.

22.2. Ташқи кучни бажарган иши. Клапейрон тенгламаси.

22.3. Ички кучни бажарган иши.

22.1 Умумлашган кучлар ва кўчишлар.

Материаллар қаршилиги фанининг асосий вазифаларидан бири бу конструкцияга бикрлик нуқтаи назаридан баҳо беришдир. Бу масалани ҳал қилиш учун биз эластик системага қўйилган ихтиёрий кучлар таъсиридан кўчишларни аниқлашни билишимиз зарур. Стерженлардан тузилган системани кўчишларини аниқлашнинг умумий усуллари назарий механиканинг қуйидаги принципларига асослангандир.

1. Мумкин бўлган кўчиш принципи.

2. Энергияни сақланиш қонуни.

Назарий механикадан бизга маълумки эластик системага қўйилган ўзгармас кучни ёки статик равишда қўйилган кучни бажарган иши Клапейрон теоремасига асосан қуйидагича аниқланади.

$$A = \frac{1}{2} P \Delta \quad (22.1)$$

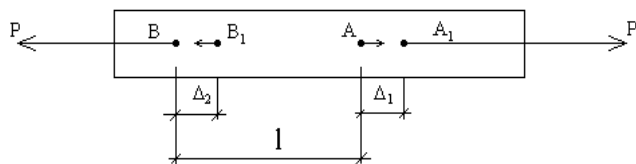
бу ерда Δ - кўчиш. (3.1) – Клапейрон тенгламаси дейилади.

Материаллар қаршилигида эса ташқи куч ҳар хил кучлар системасидан ташкил топган бўлади. Шунинг учун бажарилган иш

$$A = \frac{1}{2} P \Delta p \quad (22.2)$$

бу ерда P – кучлар системасидан иборат шунинг учун уни умумлашган куч деб аталади. (Масалан: P , m , q – лардан иборат кучлар) Δp – умумлашган кўчиш дейилади. Кўчиш деганда умумлашган куч бажариши мумкин бўлган ишдаги кўчишни тушунамиз. Мисол: Айтайлик қуйидаги стерженга A ва B нуқталарга йўналишлари қарама – қарши қийматлари тенг умумлашган куч қўйилган дейлик (3.1-шакл).

Фараз қилайлик куч қўйилган нуқталар B ва A бўйича Δ_1 ва Δ_2 ларга кўчди дейлик. Маълумки системани бу кўчишлардаги бажарган иши қуйидагича бўлади.



22.1 - шакл

$$A = P\Delta_1 - P\Delta_2 = P(\Delta_1 - \Delta_2) = P\Delta_p$$

(22.3)

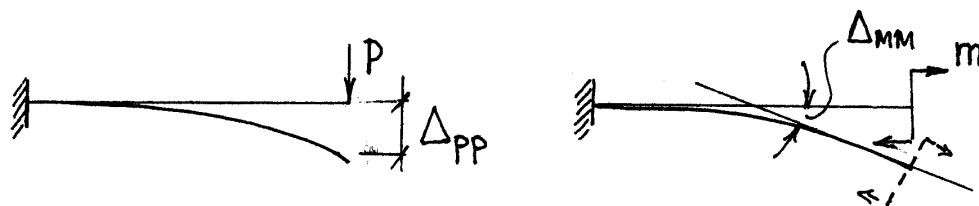
бу ерда $\Delta_p = \Delta_1 - \Delta_2 = \Delta l$ – АВ нукталар орасидаги ℓ узунликни ўзгаришидир.

Демак бу мисолда P – умумлашган куч АВ стерженни

$\Delta \ell$ ўзгариши – умумлашган кўчишдир.

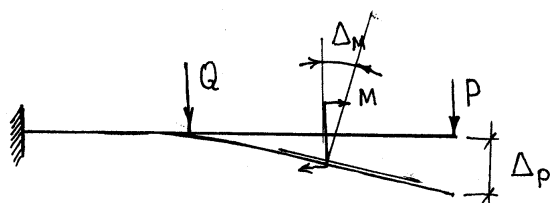
Келгусида умумлашган (чизикли ва бурчакли) кўчишни Δ_{mn} билан белгилаймиз бу ерда биринчи индекс- m шу кўчишни йўналишини, иккинчи индекс- n эса аниқлашаётган кўчиш сабабини билдиради.

Δ_{pp} , Δ_{mm} – p ва m куч қўйилган нукталарни шу кучлар таъсири йўналиши бўйича кўчиш деб тушунилади.(3.2 - шакл)



22.2 -шакл

Агар системага бир нечта кучлар қўйилган бўлса, кўчишларни қуйидагича белгиланади. С нуктани кўчиши кучлар таъсирини В нуктани чизикли ва бурчакли кўчишлари мустақиллик принципига асосан қуйидагича бўлади.(4.3 -шакл.)



22.3 - шакл

$$\begin{aligned}\Delta_p &= \Delta_{pp} + \Delta_{pQ} + \Delta_{pM} \\ \Delta_m &= \Delta_{mp} + \Delta_{mQ} + \Delta_{mm}\end{aligned}\quad (22.4)$$

Δ – В нуктани ёки P куч қўйилган нуктани шу куч йўналиши бўйича шу куч таъсиридан кўчиш.

Δ_{pQ} – P йўналиши бўйича В нуктани Q кучи таъсиридан кўчиши ва хоказо.

Δ_{pM} – P йўналиши бўйича В нуктани M -момент таъсиридан кўчиши.

Бирлик кучдан ($\bar{P}=1$ ва $\bar{M}=1$)дан ҳосил бўлган кўчишларни δ -ҳарфи билан белгиланади, у ҳолда системани тўла кўчиш $\bar{P}=1$ кўчишдан: қуйидагича бўлади:

$$\Delta_p = \delta_p P \quad (22.5)$$

22.2.Ташқи кучни бажарган иши. Клапейрон тенгламаси.

Конструкциялар деформацияланганда унинг турли нукталари деформация натижасида кўчади. Шу билан бир қаторда куч қўйилган нукталар ҳам кўчади. Бунинг натижасида ташқи кучлар бу кўчишларда иш бажаради. Қуйида ихтиёрий нуктасига умумлашган P статик куч қўйилган чизикли

деформацияланган системани кўрамиз. Фараз қилайлик куч 0 дан бошлаб ўз қийматига аста секин ортиб борсин, бу ҳолатда масса кўчишдан инерция кучларини эҳтиборга олмаса ҳам бўлади.

Айтайлик умумлашган P кучни қийматига умумлашган Δ кўчиш тўғри келсин.

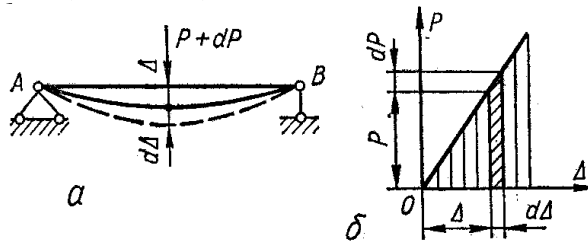
Куч системага статик равишда қўйилгандан чексиз кичик $d\Delta$ кўчишдаги dP кучини кўрамиз. Бу ҳолда бажарилган элементар иш агар иккинчи тартиблик чексиз миқдорни ҳисобга олмасак қуйидагича бўлади.

$$dA = (P+dp)d\Delta \approx Pd\Delta \quad (22.6)$$

У ҳолда статик қўйилган умумлашган кучни умумлашган Δ кўчишдаги бажарган иши қуйидагича бўлади.

$$A = \int_{\Delta} Pd\Delta \quad (22.7)$$

(22.6) интеграл маълумки берилган системани P - Δ диаграммасидаги юзасини ифода этади. (4.4шакл)



22.4 - шакл

Гук қонунига асосан чизиқли деформацияланган системада кўчиш кучга тўғри пропорционал.

$$\Delta = P \cdot \delta_{pp} \quad (22.8)$$

бу ерда $\delta_{pp} \cdot \bar{P} = 1$ бирлик куч таъсиридан кўчиш. (22.8) ни дифференцияалласак

$$d\Delta = dP \delta_{pp}$$

буни (4.6) га қўйсак

$$A = \delta_{pp} \int_0^P PdP = \frac{\delta_{pp} P^2}{2}$$

Бу ерда (4.7) ни ҳисобга олсак.

$$A = \frac{\delta_{pp} \cdot P^2}{2} = \frac{P\Delta}{2} \quad (22.9)$$

Шундай қилиб эластик системага статик равишда қўйилган умумлашган P кучини умумлашган Δ кўчишдаги бажарган иши куч билан кўчиш кўпайтмасини яримига тенг экан.

Бу Клапейрон теоремаси дейилади (француз физиги ва механиги 1799-1864 йй.)

Ҳар бир умумлашган кучдан ҳосил бўлган умумлашган кўчишдан бажарилган иш қуйидагича бўлади

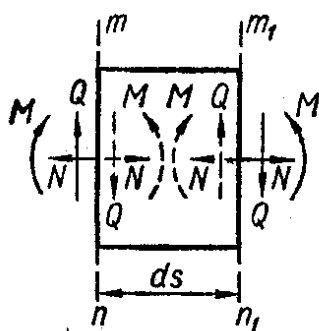
$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n P_i \Delta_i \quad (22.10)$$

бунда натижавий иш кучини қўйилиш тартибига боғлиқ бўлмайди.

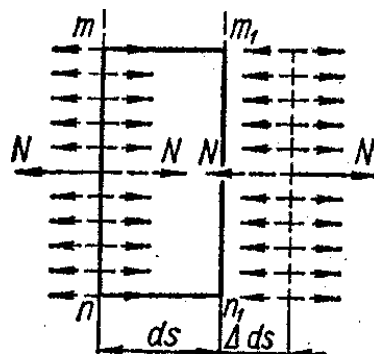
22.3 Ички кучни бажарган иши.

Эластик деформацияларда жисмни барча деформацияланувчи элементларида ички кучлар – эластик қаршилиқ кучлари вужудга келади. Бу ички кучлар иш бажаради.

Аввало текис стерженли системани деформацияланишдаги ички эластик кучни бажарган ишини аниқлайлик.



22.5 - шакл



22.6 - шакл

Стержендан “ds” элемент ажратиб оламиз. Умумий ҳолда эгилишда ташлаб юборилган қисмни таъсири мувозанатловчи бўйлама куч – N, кўндаланг (кесувчи) куч – Q ва эгувчи момент – M га келади. (шакл. 5,6). Бу кучлар ажралган ds элементга нисбатан ташқи кучлар бўлади. ички кучлар ташқи кучлар таъсиридан вужудга келган деформация натижасида ҳосил бўлиб уларни йўналишга қарама-қарши ва қиймати уларга тенг бўлади.

Ички кучлар йўналиши ташқи кучлар таъсиридаги деформацияларга нисбатан таъсирини ҳисобга юкланган жисм ички кучларини бажарган иши доим «манфий» ишорали бўлади.

Аввало фақат – N бўйлама куч таъсиридан ички кучлар бажарган ишини ҳисоблаймиз.

$$\Delta ds = -\frac{N * ds}{EF} \quad (22.11)$$

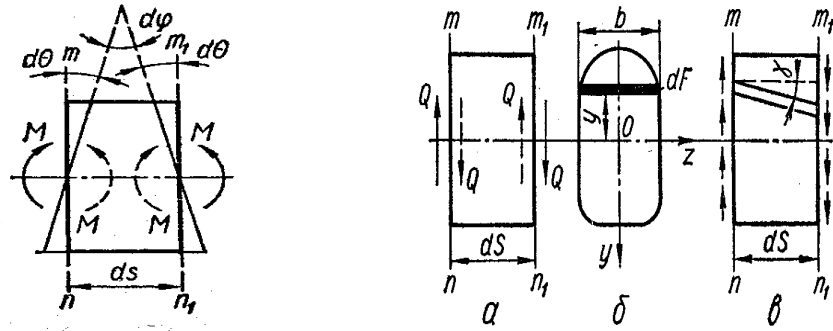
Аста секин EF – чўзилиш ва сиқилишдаги стержен бирлиги. $0 \rightarrow N$ гача ортиб боровчи ички кучларни бажарган иши.

$$dW_N = -\frac{1}{2} N * \Delta ds = -\frac{N^2 ds}{2EF} \quad (22.12)$$

Юқорида айтиб ўтилганидек ички кучлар бажарган иши манфий бўлгани учун (4.12) ифодада «минус» ишораси қўйилади.

Ҳудди шундай (22.12) ўхшаш M таъсиридан.

$$dW_M = -\frac{1}{2}Md\varphi - \frac{1}{2}Md\varphi \quad dW_M = -\frac{1}{2}Md\Theta \quad d\Theta = \frac{MdS}{EI_x} \quad dW_M = -\frac{M^2 dS}{2EI_x} \quad (22.13)$$



22.7 - шакл

Q таъсиридан (22.13) га ўхшаш Нейтрал ўққа параллел dF кесимдаги уринма кучланиш τ (Q ни тенг таъсир этувчиси), Журавский формуласига асосан қуйидагича топилади

$$\tau = \frac{QS_{аж}^x}{\sigma_y \cdot J_x} \quad (22.14)$$

Гук қонунига асосан $m_1 n_1$ ва m, n , кесимлардаги dF юзаларни ўзаро силжиши (в).

$$\gamma dS = \frac{\tau}{G} \cdot dS$$

τdF ички кучни бажарган иши.

$$-\frac{1}{2} \tau dF \gamma dS = -\frac{\tau^2 dS}{2G} dF$$

F юза бўйига интергаллаб силжитувчи кучни бажарган ишини ҳосил қиламиз.

$$dW_Q = -\int_F \frac{1}{2} \tau \gamma ds dF = -\int_F \frac{\tau^2 ds}{2G} dF = -\frac{Q^2 ds}{2G J_z^2} \int_F \frac{sf^2}{\sigma^2} dF = -K_y \frac{Q^2 ds}{2GF} \quad (22.15)$$

$$K = \frac{F}{J_z^2} \int \frac{S_z^2}{\sigma^2} dF \quad (22.16)$$

кесим юзасига боғлиқ коэффициент.

Тўғри тўртбурчакли кесим учун $v \cdot h$ $K_y = 1,5$ доиравий кесим $K_y = \frac{F}{F_c}$, бу ерда F_c -девор юзаси. Соф силжиш ҳолатида кўндаланг τ кесим юзаси бўйича текис тарқалган бўлади.

$$\text{у ҳолда} \quad \tau = \frac{Q}{F}$$

$$dW_q = -\frac{1}{2} \int_F \tau^* \gamma dS ds dF = -\frac{1}{2} \tau F \gamma dS = -\frac{Q \gamma dS}{2} = -\frac{Q^2 dS}{2GF} \quad (22.17)$$

N, Q, M ларни биргаликдаги таъсиридан тўла ишни ҳар бир кучдан алоҳида ишларни йиғиндиси каби олиш мумкин. Бу шуни ифодалайдики ҳар бир кучдан ҳосил бўлган кўчишлардаги бажарилган ишлар «О» га тенг.

Масалан, чўзилишда N таъсиридан кўндаланг кесим текислигига қолади M ва Q лар иш бажармайди. Худди шундай M ва Q лар таъсиридан ҳосил бўлган кўчишларда N иш бажармайди. Бу ҳолда элементи ички кучларни бажарган иши

$$dW = -\frac{M^2 dS}{2EJ} - \frac{N^2 dS}{2EF} - k \frac{Q^2 dS}{2GF} \quad (22.18)$$

Бу ифодани стержен узунлиги бўйича интеграллаб тўла эгилишдаги ички кучларни бажарган ишини ҳосил қиламиз.

$$W = -\sum \int_0^S \frac{M^2 dS}{2EJ} - \sum \int_0^S \frac{N^2 dS}{2EF} - \sum K \int_0^S \frac{Q^2 dS}{2GF} \quad (22.19)$$

буралишда ds элемент кесишда M_δ ҳосил бўлади. m_n , ва $m_1 n_1$ кесимларни ўзаро буралиш бурчаги

$$d\varphi = \frac{M_\delta ds}{GJ_\rho} \quad (22.20)$$

буралишдаги стержен бикирлиги дейилади. У ҳолда буралишдаги ички кучни элементар бажарган иши.

$$dW_\delta = -\frac{1}{2} M_\delta * d\gamma = -\frac{M_\delta^2 ds}{2GJ_\tau} \quad (22.21)$$

Ички кучларни буралишдаги тўла бажарган иши.

$$W_\delta = -\int_s \frac{1}{2} M_\delta ds = -\int_s \frac{M_\delta ds}{2GJ_\delta} \quad (22.22)$$

Шундай қилиб умумий ҳолда юкланган брусда 6 та ички кучлар N , Q_y , Q_x , M_δ , M_x , M_y – лар ҳосил бўлади. Ҳар бир ички кучдан қуйидаги бажарилган иш бошқа ички кучлардан ҳосил бўлган кўчишлардаги бажарилган ишлар «О» га тенглигидан қуйидаги формулани ҳосил қиламиз.

$$W = -\int_s \frac{Mx^2 ds}{2EJ_x} - \int_s \frac{My^2 ds}{2EJ_y} - \int_s \frac{M_\delta^2 ds}{2GJ_\rho} - \int_s \frac{N^2 ds}{2EF} - \int_s K_x \frac{Qx^2 ds}{2GF} - \int_s K_y \frac{Qy^2 ds}{2GF} \quad (22.23)$$

Назорат саволлари.

1. Умумлашган куч ва кўчиш деганда нимани тушунаси.
2. Умумлашган кўчишлар индекслари тўғрисида тушинтириг.
3. Клайперон теоремаси қандай ифодаланади.
4. Клайперон теоремасини математик ифодасини ёзинг.
5. Нормал кучни бажарган иши қандай топилади.
6. Эгувчи момент таъсиридан ҳосил бўлган бажарилган ишни ифодасини ёзинг.
7. Кесим юзасига боғлиқ коэффициентлар қандай топилади.
8. Ички кучлар бажарган (эластик кучни) ишларини формуласини ёзинг.
9. Кўчишлар индекслари нимани билдиради.
10. Нима мақсадда кўчишларни аниқланади.

23 – Маъруза

Мавзу: Ишлар ва кўчишлар орасидаги боғланишлар. Мор усулида кўчишларни аниқлаш.

РЕЖА:

- 23.1.Ишлар орасидаги боғланиш. Бетти теоремаси.
- 23.2.Кўчишлар орасидаги боғланиш. Максвелл теоремаси.
- 23.3.Ички кучни бажарган иши орасидаги боғланиш.
- 23.4.Мор усулида кўчишларни аниқлаш.
- 23.5.Верещагин усули.Мор интегралини графоаналитик шакли.
- 23.6.Симсон-Корноухов формуласи.
- 23.7.Мисолар.
- 23.8.Тўсинларни бикирлик шarti.
- 23.9.Тўсин рационал (тежамли) кесим юзаси шакллари.

23.1 Ишлар орасидаги боғланиш. Бетти теоремаси.

Эластик системалар ташқи куч таъсирида деформацияланиб, куч олинганидан кейин ўзларининг бошланғич ҳолатларига қайтадилар. Деформация жараёнида ташқи кучлар иш бажарадилар ва бунда уларнинг потенциал энергияси камаяди. Энергиянинг сақланиш қонунига кўра бу энергия деформациянинг потенциал энергиясига айланади. Ташқи кучларнинг бажарган иши жисмни ташкил қилувчи элементларни деформацияловчи ички кучлар ишларининг йиғиндисига тенг деб ҳисобланади. Ички кучларнинг бажарган иши ташқи кучларнинг бажарган ишига тенг ва қарама-қарши ишорали бўлади. Шундай қилиб, деформациянинг потенциал энергиясини аниқлаш ташқи кучларнинг бажарган ишини ҳисоблашга келтирилади.

Деформация жараёнида бажарилган иш тушунчасидан фойдаланиб, ҳар қандай стерженлар ва стерженли системалардаги кўчишларни аниқлашнинг нихоятда қулай усулини ишлаб чиқиш мумкин. Бу усул ишларнинг ва кўчишларнинг ўзаро боғлиқлиги ҳақидаги теоремаларга асосланади. Улар материаллар қаршилигининг умумий теоремаларидан ҳисобланиб, ташқи кучлар таъсирларининг мустақиллик принциpidан келиб чиқади.

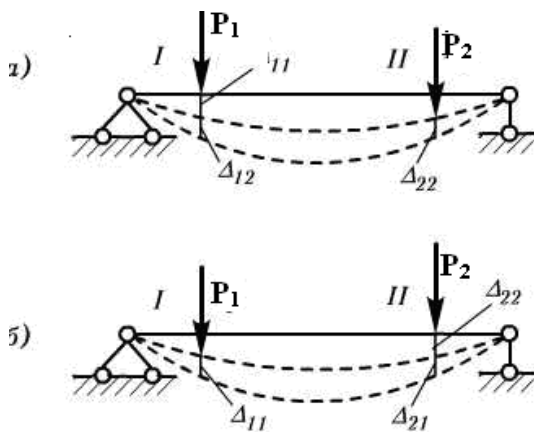
Ишлар орасидаги боғланишни эластик системаларнинг энг соддаси бўлган тўсинда кўриб чиқамиз. Тўсинни турли кетма-кетликда иккита умумлаштирилган P_1 ва P_2 кучлар билан статик равишда юклаймиз.

Аввал I кесимга P_1 кучни қўяйлик (23.1,а - шакл,). бу куч таъсиридан ўз йўналишидаги кўчишда бажарилган иш қуйидагига тенг:

$$A_{11} = \frac{P_1 \Delta_{11}}{2} \quad (23.1)$$

Иш A_{11} нинг биринчи индекси ишни бажарган кучни, иккинчи индекси иш бажарилган кўчишни ҳосил қилган кучни кўрсатади.

Кўчиш Δ_{11} нинг биринчи индекси кўчишнинг ўрни ва йўналишини, иккинчи индекси кўчишни ҳосил қилган кучни кўрсатади.



23.1 –шакл

бўлганидан $\frac{1}{2}$ кўпайтма қўйилмайди. Δ_{12} кўчиш P_1 кучи қўйилган кесимнинг шу куч йўналишида P_2 кучи таъсиридаги кўчишни, A_{12} эса P_1 кучнинг йўналишида P_2 кучи ҳосил қилган кўчишда бажарган виртуал ишни билдиради. Бошқа куч ҳосил қилган кўчишда бажарилган иш **виртуал иш** деб аталади. Иккита бир хил индексли кўчишлар, масалан Δ_{11} , Δ_{22} , бош кўчишлар, турли индексли Δ_{12} , Δ_{21} , ва ҳ.к. кўринишдаги кўчишлар- қўшимча кўчишлар деб юритилади. Бош кўчишлар фақат мусбат қийматли, қўшимча кўчишлар мусбат ва манфий қийматли, шунингдек нолга тенг бўлишлари мумкин.

Бу кучлар томонидан бажарилган тўла иш, система деформациясининг потенциал энергиясига тенг бўлиб, у қуйидагича ифодаланади:

$$A_1 = U_1 = A_{11} + A_{22} + A_{12} = \frac{P_1 \Delta_{11}}{2} + \frac{P_2 \Delta_{22}}{2} + P_1 \Delta_{12} \quad (23.2)$$

Энди кучлар қўйилишининг тартибини ўзгартирайлик, яъни аввал F_2 кучни, кейин F_1 кучни қўяйлик (5.1 –шакл, б). Бунда бажарилган тўла иш:

$$A_2 = U_2 = A_{22} + A_{11} + A_{21} = \frac{P_2 \Delta_{22}}{2} + \frac{P_1 \Delta_{11}}{2} + P_2 \Delta_{21} \quad (23.3)$$

Кучларнинг бажарган тўла иши уларнинг қўйилиш тартибига боғлиқ бўлмаганлигидан $A_1 = A_2$ бўлади. Бундан:

$$A_{12} = A_{21} \quad \text{ёки} \quad P_1 \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21} \quad (23.4)$$

Бу ифода ишларнинг ўзаро боғлиқлиги ёки Бетти теоремаси деб юритилади.

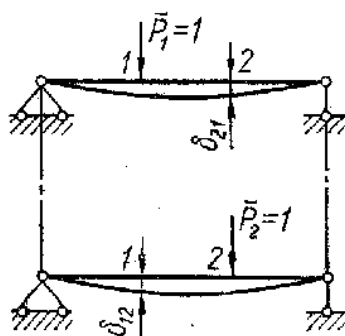
Теорема. *Биринчи кучнинг иккинчи куч таъсиридаги кўчишда бажарган иши иккинчи кучнинг биринчи куч таъсиридан кўчишда бажарган ишига тенг.*

Ушбу теорема система кетма-кет иккита куч эмас, кучлар системаси, бундан ташқари кучларнинг бошқа турлари қўйилганида ҳам ўз кучини сақлайди.

23.2. Кўчишлар орасидаги боғланиш. Максвелл теоремаси.

Энди деформацияланган ҳолатдаги тўсиннинг II кесимида P_2 кучни қўямиз. Бунда P_2 кучнинг ўз йўналишида бажарган иши $A_{22} = \frac{P_2 \Delta_{22}}{2}$ бўлади. P_2 кучи таъсирида P_1 кучи олдиндан қўйилган I кесим ҳам кўчади ва шу жараёнда P_1 кучи иш бажаради. Унинг қиймати $A_{12} = P_1 \Delta_{12}$ бўлади. Бу ишни бажаришда P_1 кучи ўзининг тўла катталигига эга

Агар биз (5.4) чи Бетти теоремасидаги $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 1$ бирлик кучларга тенг десак (5.5) га асосан



23.2 -шакл

$$\bar{P}_1 \Delta_{12} = \bar{P}_2 \Delta_{21} \quad 1 \cdot \Delta_{12} = 1 \Delta_{21}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} \quad (23.5)$$

ёки умумий ҳолда

$$\delta_{mn} = \delta_{nm} \quad (23.6)$$

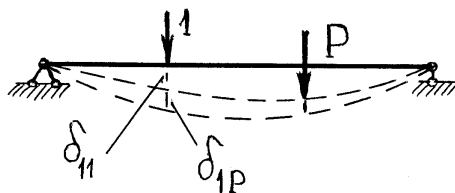
демак (5.5) га асосан:

Таъриф: Иккинчи бирлик куч таъсиридан биринчи бирлик куч йўналиши бўйича ҳосил бўлган кўчиш биринчи бирлик куч таъсиридан иккинчи бирлик куч йўналиши бўйича ҳосил бўлган кўчишга ўзаро тенгдир.

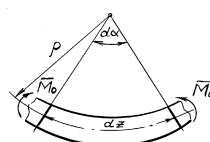
Бу Масквеев теоремаси ёки кўчишларни боғлиқлиги ҳақидаги теорема деб юритилади.

23.3 Ички кучни бажарган иши орасидаги боғланиш.

Юқоридаги теоремани яъни ички зўриқиш кучларини мумкин бўлган кўчишдаги бажарган ишини ҳам ҳисоблашимиз мумкин. Бунинг учун 1-ҳолатдаги балкадан чексиз кичик dz элементни ажратиб оламиз. Ажратиб олинган dz элементни мумкин бўлган кўчишдаги ички кучни бажарган ишини ҳисоблаймиз уни W_{12} билан белгилаймиз.



23.3 -шакл



23.4 -шакл

$$dW_{12} = M_1 d\theta_2$$

Гук қонунига асосан

$$\frac{d\Theta_2}{dz} = \frac{M_2}{EJ} \quad \text{бундан}$$

у ҳолда

$$dW_{12} = \frac{M_1 M_2}{EJ} dz \quad (23.7)$$

2- ҳолат

$$dW_{21} = M_2 d\theta_1 \quad \frac{d\theta_1}{dz} = \frac{M_1}{EJ} \quad \text{бунда} \quad d\theta_1 = \frac{M_1 dz}{EJ}$$

у ҳолда

$$dW_{21} = \frac{M_1 M_2}{EJ} dz \quad (23.8)$$

Бажарилган иш кучни қўйилиш тартибга боғлиқ эмаслигидан $dW_{12} = dW_{21}$ бу элементар иш, бутун балки узунлиги бўйлаб бажарилган ишни ҳисоблаш учун $0 \rightarrow \ell$ гача интеграллаймиз.

$$\int_0^l \frac{M_1 M_2}{EJ} dz = \int_0^l \frac{M_1 M_2}{EJ} dz \quad (23.9)$$

M_1 ва M_2 лар ҳар иккала ҳолатдаги ихтиёрий кесимдаги эгувчи моментлардир.

Энергияни сақланиш қонуни (Лагранж теоремасига) асосан

$$A + W = 0 \quad (23.10)$$

$$W_{12} = W_{21} \quad (23.11)$$

(23.11) га асосан

$$A_{12} = A_{21} = W_{12} = W_{21} \quad (23.12)$$

$$P_1 \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21} = \int_0^l \frac{M_1 M_2}{EJ} dz = \int_0^l \frac{M_1 M_2}{EJ} dz \quad (23.13)$$

Бу теоремани ҳар қандай чизикли деформацияланиш ҳолатига қўллаш мумкин:

Чўзилиш ва сиқилиш учун:

$$W_{12} = \int_0^l \frac{N_1 N_2}{EJ} dz = W_{21}$$

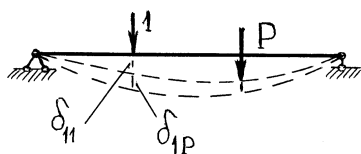
Буралиш учун:

$$W_{12} = \int_0^l \frac{M_1 M_2}{GJ_p} dz = W_{21} \quad (23.14)$$

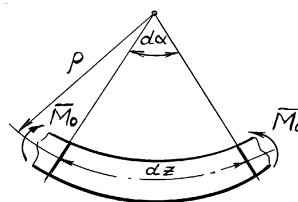
23.4. Мор усули билан кўчишларни аниқлаш.

Ҳар қандай чизикли деформацияланган ихтиёрий юklar таъсиридаги системадаги кўчишларни аниқлашни кўрамиз. Бу усулни биринчи марта немис олими Отто Мор таклиф этган (1874 й.). Бирлик юк билан юкланган

тўсинни ташқи Р юк билан юклаймиз. Бу ҳолда бирлик куч бажарган (мумкин бўлган кўчишдаги бажарган) ишни ҳисоблаймиз (мумкин бўлган кўчиш принципи)



23.6 -шакл



23.7- шакл

$$A_{1P} = 1 \cdot \delta_{1P} \quad (23.15)$$

Ички кучни бажарган (элементар) иши эса,

$$dA = du = \bar{M} d\theta \quad (23.14)$$

$\bar{M}$ – бирлик кучдан эгувчи момент

$d\theta$ – ташқи куч таъсири М дан ҳосил бўлган бурилиш бурчаги.

Шаклдан $dz = \rho d\theta$ бундан $d\theta = \frac{dz}{\rho}$

Эгилишдаги Гук қонунига асосан $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ}$

у ҳолда

$$d\theta = \frac{M \cdot dz}{EJ} \quad (23.15)$$

(23.15) ни (23.14) га қўйсак

$du = \bar{M} \cdot \frac{M dz}{EJ}$ тўла ишни топиш учун балка узунлиги бўйича
интеграллаймиз

$$A = U = \int_0^l \frac{\bar{M} M}{EJ} dz \quad (23.16)$$

(23.15) билан (23.16) солиштириб (Энергиянинг сақланиш қонунига асосан)

$$\delta_{1P} = \int_0^l \frac{\bar{M} M}{EJ} dz \quad (23.17)$$

Агар система элементлари чўзилиш ва сиқилишга ишласа(5.25) қуйидагича бўлади

$$\delta_{1P} = \int_0^l \frac{\bar{N} N}{EF} dz \quad (23.18)$$

Агар бурилишга ишласа қуйидагича бўлади.

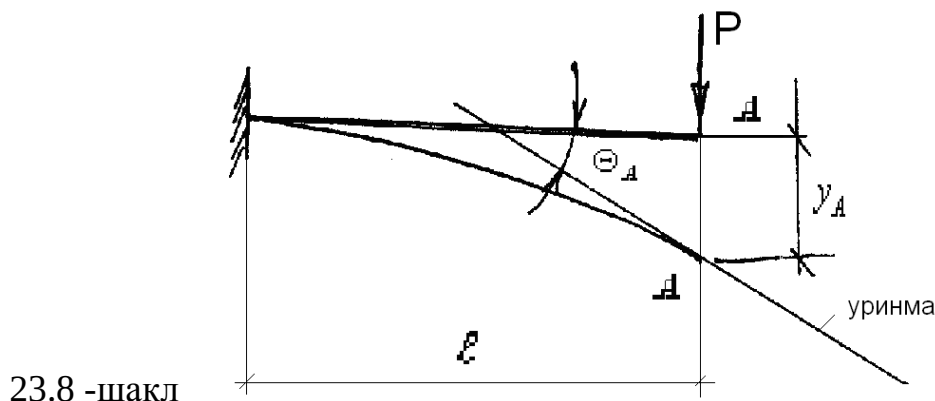
$$\delta_{1\rho} = \int_0^l \frac{M_\sigma \overline{M}_\sigma}{EI_\rho} \cdot dz \quad (23.19)$$

Шундай қилиб Мор усули билан кўчишларни аниқлаш қуйидагиларни бажариш керак:

1. Ташқи кучдан ҳосил бўлган Эгувчи момент тенгламаси тузилади.
2. Кўчиш аниқланаётган нуқтага кўчиш йўналиши бўйича бирлик куч ёки бирлик момент қўйилади.
3. Бирлик кучдан ва ташқи кучдан ҳосил бўлган эгувчи моментлар тенгламаси тузилади.
4. (5.25) интеграл ҳисобланади.

Қуйидаги мисолни кўрайлик

Мисол. А нуқтани кўндаланг кесимини бурилиш бурчаги ва салқилиги Мор усулида аниқлансин (5.7- шакл)



23.8 -шакл

Ечиш: $\Delta_{1P} = y_A = \frac{1}{EJ} \int_0^l \overline{M} \cdot M_P dz$ га асосан

$$y_A = \frac{1}{EJ} \int_0^l -Pz - z \cdot dz = \frac{1}{EJ} \frac{Pz^3}{3EJ} \Big|_0^l = \frac{Pl^3}{3EJ}$$

$$\Theta_A = \frac{1}{EJ} \int_0^l -Pz - 1dz = \frac{Pz^2}{2EJ} \Big|_0^l = \frac{Pl^2}{2EJ}$$

мусбат ишоралар шуни кўрсатадики кўчишлар бирлик кучлар йўналиши бўйича содир бўлади.

23.5. Верешагин усули. Мор интегралини графоаналитик шакли.

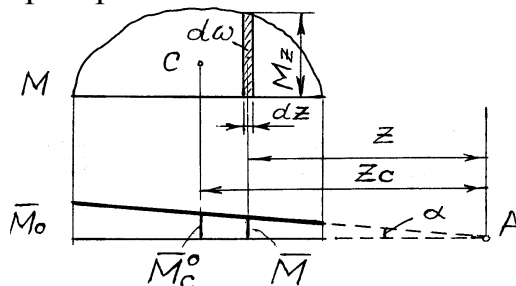
1. Мор усулида кўчишларни аниқлаш учун ҳар бир участка учун M_P ва $\overline{M}$ ларни аналитик ифодалари тузилиб интегралланар экан. Бу эса участкалар сони кўп бўлган системалар учун амалий жихатдан жуда кийиндир.

«Эпюрларни кўпайтириш усули» ёки Веришагин усули деб аталадиган графоаналитик усулдан фойдаланилганда Мор интегралини ҳисоблаш анча соддалашади. (Буни биринчаи марта 1925 йилда А.Н.Верешагин. таклиф этган).

Бизга маълумки бирлик юк $\bar{\rho}=1$ ёки $\bar{m}=1$ бўлиши мумкин бу юклардан эгувчи момент эпюраси тўғри чизикдан иборат бўлади. Ташқи кучдан эпюрада ихтиёрий қонун билан ҳосил бўлади. АВ ораликдаги Мор интегралини ҳисоблаймиз.

$$\int_A^B \bar{M}_i M_p dz \quad (23.20)$$

А,В -интеграллаш чегаралари.



23.9-шакл.

$$M \cdot d_z = d\omega_p \quad (23.21)$$

Мр эпюрасини элементлар юзасини ифодалайди.

$$\int_a^b \bar{M} M dz = \int_a^b \bar{M} d\omega_p = \operatorname{tg} \alpha \int_a^b Z d\omega_p \quad (23.22)$$

$$\int_a^b Z d\omega_p - M_p$$

Эпюра юзасининг А нуқта орқали ўтувчи у-ўқига нисбатан статик моментини ифодалайди у холда бу интегралдаги Z ўрнига Z_c ни олиш зарур бўлади шаклдан.

$$Z_c = \frac{\bar{M}_c}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (23.23)$$

(23.2)да $\bar{M}_c$ -Мр эпюраси оғирлик марказига мос келувчи $\bar{M}$ эпюраси ординатаси.

$$\int_a^b \bar{M} d\omega_p = \operatorname{tg} \alpha \int_a^b Z d\omega_p = \operatorname{tg} \alpha \cdot Z_c \cdot \omega_p = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\bar{M}_c^0}{\operatorname{tg} \alpha} \omega_p = \omega_p \cdot \bar{M}_c^0 \quad (23.24)$$

Шундай қилиб (6.3) ни ҳисобга олиб Мор интегралини қуйидагича ёзиш мумкин.

$$\Delta_{ip} = \sum_{i=1}^h \frac{\omega_p^* \bar{M}_c}{EJ_x} \quad (23.25)$$

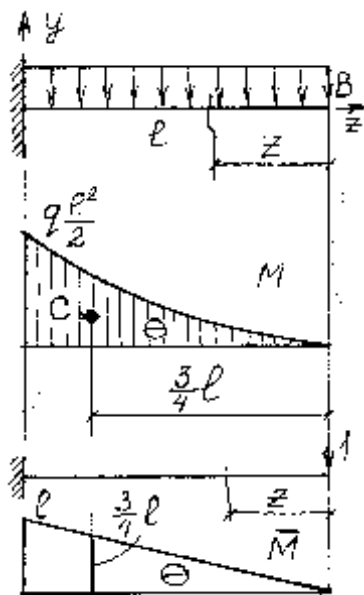
бу ерда: ω_p - ташқи кучдан ҳосил бўлган эгувчи момент эпюраси юзаси $\bar{M}_c^0$ -Мр-ташқи кучдан ҳосил бўлган эпюра юзасини оғирлик марказига га мос келувчи $\bar{M}$ -бирлик куч эпюраси ординатаси.

Шундай қилиб Верешагин қонунига асосан кўчишларни аниқлаш учун:

1. Хар бир кучдан алоҳида эгувчи момент эпюраси курилади.
2. ω_p -эпюра юзаси ҳисобланади.
3. Кўчиш аниқланаётган нуқтага $p=1$ ёки $m=1$ бирлик куч қўйиб $\bar{M}$ -эпюраси курилади.
4. ω_p эпюра оғирлик марказига мос келувчи ордината $\bar{M}$ эпюрасидан топилади.
5. (6.6)га асосан кўчиш топилади.

Қуйидаги мисолни кўрайлик.

Масалан:



23.10 -шакл

$$\Delta_{ip} = \int_0^l \frac{\omega_p \cdot \bar{M}_i}{EJ} dz \quad \omega_p = \int_0^l M_p \cdot dz$$

$$Z_c = \frac{\int_0^l M_p \cdot z \cdot dz}{\omega_p}$$

$$0 \leq z \leq l \quad M = -q \frac{z^2}{2}$$

$$\bar{M}_c = -1 \cdot \Delta_c$$

$$Z_c = \frac{\int_0^l q \frac{z^2}{2} Z dz}{\omega_p} = \frac{-\frac{ql^4}{8}}{\frac{ql^3}{6}} = \frac{3}{4}l$$

$$\omega_p = \int_0^l -q \frac{z^2}{2} dz = -\frac{ql^3}{6}$$

$\Delta_{ip} = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{ql^3}{6} \right) \cdot \left(-\frac{3}{4}l \right) = \frac{ql^4}{8EJ}$ кўчиш ишораси (+) кўчиш бирлик куч йўналиши бўйича содир бўлади.

Эпюрлар юзалари, оғирлик марказига координатлари махсус жадвалларда берилган бўлади. (М:Королёв П.Г.54 жадвал 260 бет),

(23.26) да, ω_p - қуйидагича аниқланади

$$\omega_p = \int_0^l M_p dz \quad (23.26)$$

(23.27) да, Δ_c қуйидаги формула ёрдамида топилади.

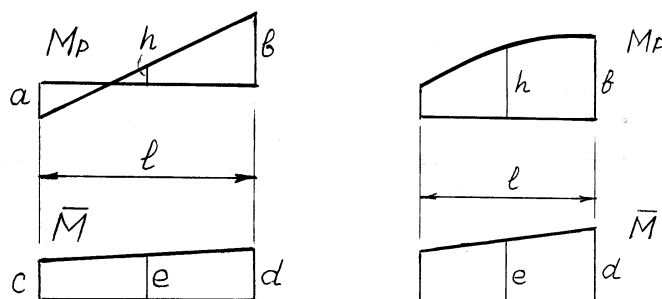
$$Z_c = \frac{\int_0^l M_p dz}{\omega_p} \quad (23.27)$$

23.6.Симсон-Корноухов формуласи.

Кўчишларни аниқлашда кўп ҳолларда эпюрларни бир-бирига қўйиштиришга тўғри келади.

Бунда (6.5.) формуладан кўринадики эпюралар юзалари ва уларни оғирлик марказига тўғри келувчи ординаталар топишга тўғри келади.

Агар Симсон-Корноухов формуласидан фойдалинилса ҳисоблашлар анча енгилашади яъни эпюраларни оғирлик марказини ва ω_p -юзаларини топиш зарур бўлмайди.



23.11 -шакл

$$\Delta_{ip} = \frac{l}{6EJ} (a \cdot c + 4e \cdot h + b \cdot d) \quad (23.28)$$

$$e = \frac{c+d}{2}; \quad h = \frac{a+b}{2},$$

Бу ерда

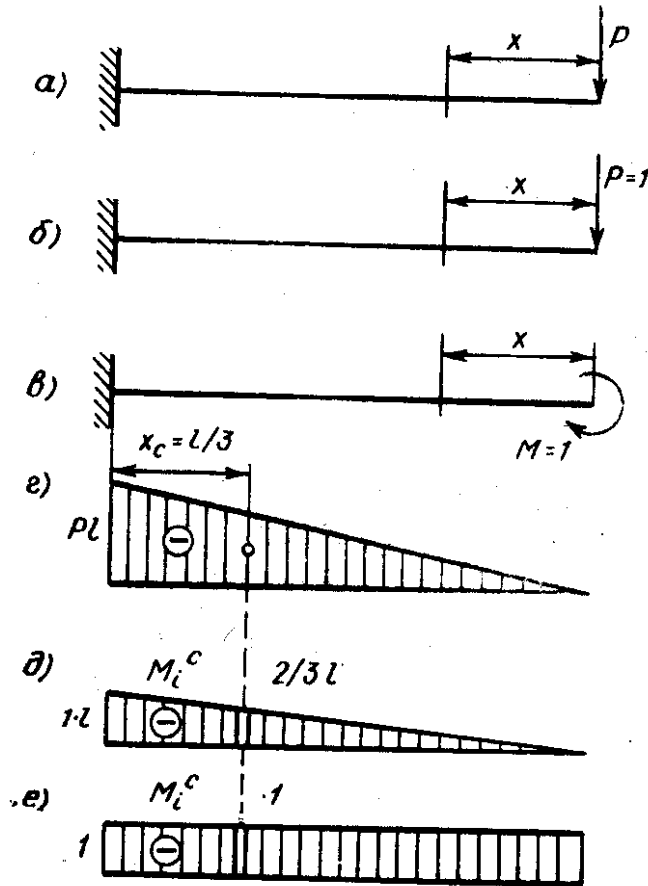
23.10 -шаклда h квадрат параболо қонуниятидан фойдаланиб топилади.

23.7.Мисолар.

Мисолар 1.Симсон – Корноухов формуласидан фойдаланиб қуйидаги берилган балкани Р. куч қўйилган кесимдаги чизиқли ва бурчакли қўчиши топилсин.

демак.(6.9.)га асосан: $\Delta_{кр} = \frac{l}{6EJ} (a \cdot c + 4eh + cd)$

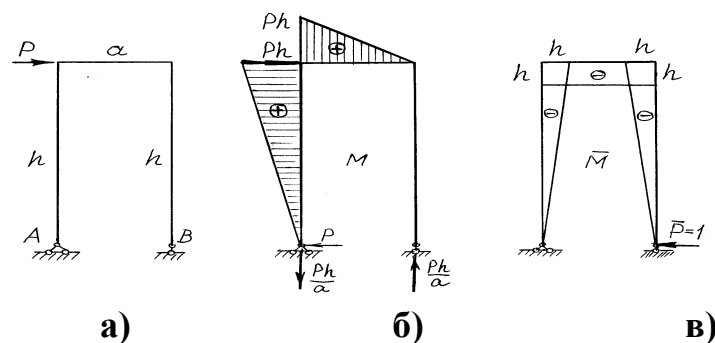
$$\Delta_{кр} = y_{\kappa} = \frac{l}{6EJ} \left(Pl \cdot l + 4 \cdot \frac{Pl}{2} \cdot \frac{l}{2} + 0 \right) = \frac{2Pl^3}{6EJ} = \frac{Pl^3}{3EJ}$$



23.12 - шакл

$$\Delta_{кр} = \Theta_{\kappa} = \frac{l}{6EJ} \left(Pl \cdot 1 + 4 \frac{Pl}{2} \cdot 1 + 0 \right) = \frac{3Pl^2}{6EJ} = \frac{Pl^2}{2EJ}$$

Мисол –2. А-нуқтани горизонтал ва вертикал қўчишлари топилсин. Ечиш. (6.6) г асосан.



23.13 - шакл

$$\Delta_{Ap}^b = \frac{1}{EJ} \left\{ \left[\omega_p^1 \right] \left(\overline{M}_6 \right) \right\} = \frac{1}{EJ} \left\{ \frac{1}{2} Pa \cdot a \cdot \frac{2}{3} a \right\} = \frac{Pa^3}{3EJ}$$

$$\Delta_{Ap}^c = \frac{1}{EJ} \left\{ \left[\omega_p \right] \left(\overline{M}_c \right) \right\} = \frac{1}{EJ} \left\{ \frac{1}{2} Pa \cdot a \cdot a \right\} = \frac{Pa^3}{2EJ}$$

23.8. Тўсинларни бикирлик шарти.

Зарур пайтларда тўсинни нормал ва уринма кучланишлари бўйича мустаҳкамлик шартидан ташқари бикирлигини ҳам билиш керак бўлади.

Балка (тўсин)ни бикирлик шарти қуйидагича бўлади.

Бикирлик шартидан фойдаланиб кўп холларда тўсин кесими таланади.

$$Y_{\max} \leq [y] \quad (23.29)$$

Бу ерда $[y]$ -рухсат этилган салкилик.

$$\text{Кўприк тўсинлари (темир йўли)} \quad [y] = \frac{\ell}{750} - \frac{\ell}{1000}$$

$$\text{Кўприк кранлари учун} \quad [y] = \frac{\ell}{700}$$

Баъзи таянч подшибниклар учун қўшимча бикирлик шарти ҳам текширилади.

$$\begin{matrix} \text{таянч} \\ \theta_{\max} \leq [0] \end{matrix} \quad (23.30)$$

$[\theta] = 0,001$ радианга тенг деб олинади.

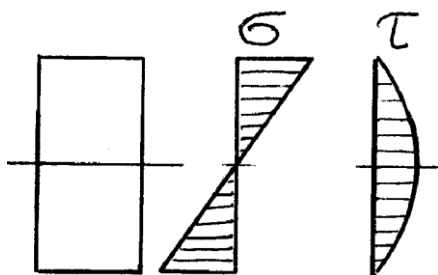
23.9. Тўсин рационал (тежамли) кесими юзаси шакллари.

Кам материал сарф этилиб етарли мустаҳкамликка ва бикирликка эришилган тўсинлар рационал кесимли тўсинлар дейилади.

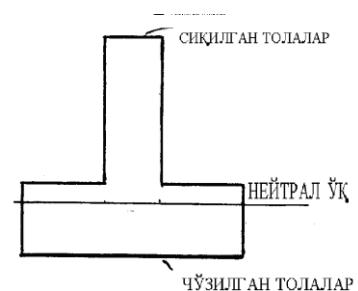
Маълумки тўсин мустаҳкамлиги асосан σ билан боғлиқдир. σ эпюрасидан кўринадикки нейтрал ўққа яқин жойлашган кесимлар эгилишга жуда кам ишлайди.

G ни асосан нейтрал ўқдан энг кам узоқдаги қисми қабул қилинади. Лекин H. ўқда τ энг ката қийматга эришади.

Шундай қилиб нейтрал шакл ўқдан энг узоққа жойлаштирилса кўндаланг кесим материали кесими шунга рационал бўлади.



23.14 - шакл

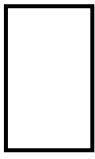
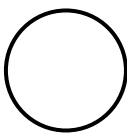
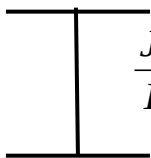


Балка бикрлигини таъминлаш учун EJ_x - катта бўлиши керак. Бу ҳолда ҳам $J_{\max}$ бўлиши учун керак юзани нейтрал ўқдан ўққа жойлаштириш керак. Бу масала штрихланган юзада ечилади яъни қўштавр кесимли тўсинларда $J_x = \int_F y^2 dF$ бўлади, чунки нейтрал ўққа нисбатан J_x симметрик.

Буларга асосан тежамли кесим юза қуйидаги нисбатга боғлиқ эканлиги келиб чиқади:

$\frac{J_x}{F}$ бу нисбат қанча катта бўлса кесим шунча тежамли бўлади.

Масалан:

- 1) 
$$\frac{J_x}{F} = \frac{bh^2}{12} \cdot \frac{1}{bh} = \frac{h^2}{12} = 0,083h^2$$
- 2) 
$$\frac{J_x}{F} = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{4}{\pi d^2} = \frac{d^2}{12} = 0,0625h^2 (d^2)$$
- 3) 
$$\frac{J_x}{F} = 16.5 \div 750 \text{ (қўштавр раками номерига асосан)}$$

Мўрт тўсинлар учун $\sigma_c > \sigma_t$ бўлади сиқилишга мўрт материалар яхши қарши кўрсатишни эътиборга олиб (симметрик кўндаланг кесим олишга ҳаракат қилиш керак, қачонки $\sigma_{\max}^r = \sigma_{\max}^c$ бўлса пластик материал). Мўрт материалар учун $\sigma_{\max}^r = \sigma_{\max}^c$ бўлгани учун нейтрал ўқини чўзилган соҳа томонга силжитишга ҳаракат қилиш керак бу тввр кесимда кўрсатилган. (6.7-шакл)

Энди рационал шаклли тўсинлар тўғрисида мулоҳаза юритсак у ички кучлар М ва Q ларга боғлиқ.

Бизга маълумки кўндаланг кесим хавфли кесим бўйича танланиб бошқа кесимлар ортиқча кесим юзаси билан танланади.

Назорат саволлари

1. Ишлар ва кўчишлар индексларини тушунтиринг.
2. «Виртуал» иш деганда қандай ишни тушинасиз.
3. Ишлар орасидаги ўзаро боғланиш қандай ифодаланади.
4. Кўчишларни ўзаро боғлиқлиги ҳақидаги теорема қандай ифодаланади.
5. Мор усулида кўчишларни аниқлаш тартибни тушунтиринг.
6. Эгувчи момент эпюраси юзаси оғирлик марказини қандай аниқланишини тушинтиринг
7. Вершагин усули билан кўчишларни аниқлашни тушинтиринг.
8. Симсон-Корнухов формуласи билан кўчишларни аниқлашни тушинтиринг.

24– Маъруза

Мавзу: Мураккаб қаршилик.

РЕЖА:

- 24.1. Умумий тушунчалар.
- 24.2. Қийшиқ эгилиш.
- 24.3. Қийшиқ эгилишда деформация.
- 24.4. Марказлашмаган сиқилиш. Умумий тушунчалар.
- 24.5. Марказлашмаган чўзилиш, сиқилишда кучланишларни аниқлаш.
- 24.6. Нейтрал ўқ ҳолатини аниқлаш.
- 24.7. Кесим ядроси.

24.1. Умумий тушунчалар

Мураккаб қаршилак деганда икки ёки ундан ортиқ деформацияни биргаликда учраши тушунилади.

Масалан: Эгилиш билан бурилиш, чўзилиш билан эгилиш, қийшиқ эгилиш ва марказлашмаган сиқилиш.

Бундай масалалар қуйидаги тартибда ечилади:

Ички кучлар кесиш усули орқали аниқланади, сўнг хавфли кесимни топишга имкон берувчи эпюралар чизилади ва хавфли кесим аниқланади.

Хавфли кесимда кучланишлар тарқалиш характериға қараб туриб (ҳар бир ички куч факторидан алоҳида) хавфли нуқта топилади, яъни ҳар қайси зўриқиш кучидан δ ва τ лар топилади ва шу хавфли кесим учун хавфли нуқта белгиланиб шу нуқта учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади.

$$\sigma_p \leq [\sigma] \quad (24.1)$$

бу ерда σ_p - келтирилган кучланиш у қайси мустаҳкамлик назариясини қабул қилишимизга боғлиқ бўлади.

24.2. Қийшиқ эгилиш

Балки ўқиға тик йўналган ва бош инерция ўқларига паралелл текисликларда бўлмаган кучлар таъсир ида ҳосил бўладиган эгилиш қийшиқ эгилиш деб аталади.

Бунда ихтиёрий z кесимда ҳосил бўладиган эгувчи момент қуйидагига тенг бўлади

$$M = P \cdot z \quad (24.2)$$

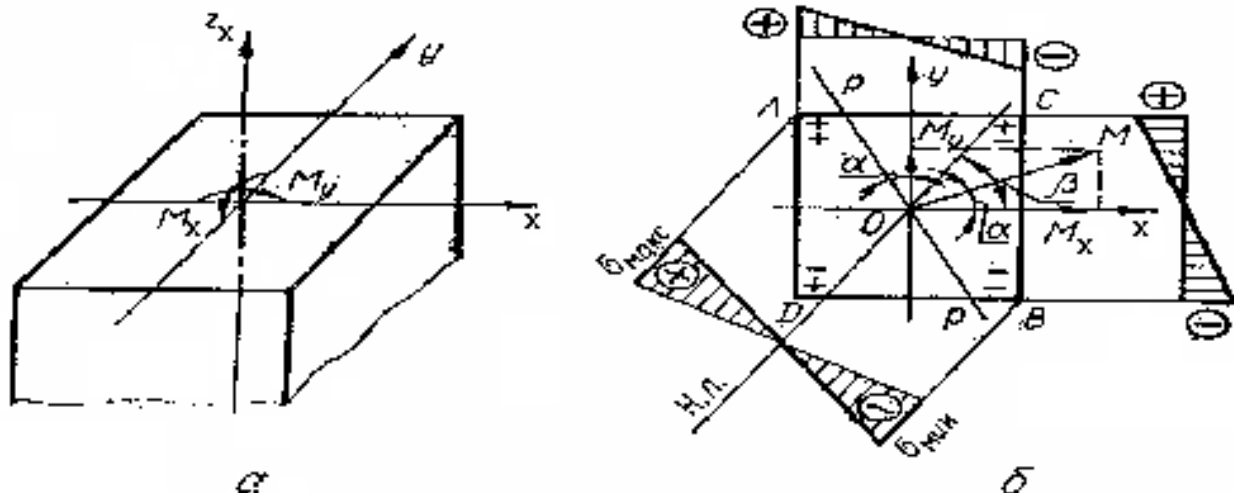
P кучини бош инерция ўқларига паралелл текисликлардаги ташкил этувчилари қуйидагича бўлади.

$$\begin{aligned} P_x &= P \sin \alpha \\ P_y &= P \cos \alpha \end{aligned} \quad (24.3)$$

у ҳолда

$$\begin{aligned} M_x &= P_y \cdot Z = P \cdot Z \cos \alpha = M \cdot \cos \alpha \\ M_y &= P_x \cdot Z = P \cdot Z \sin \alpha = M \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (24.4)$$

M_x ва M_y лар балки бош текисликларига таъсир этаяпти, булардан ҳосил бўладиган кучланишлар қуйидагича бўлади.



24.4 -шакл

демак ихтиёрий z кесмадаги кучланиш 24.4 ҳисобга олган ҳолда

$$\sigma = \sigma_x + \sigma_y \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x = \frac{M \cdot \cos \alpha}{J_x} y + \frac{M \cdot \sin \alpha}{J_y} x = M \left(\frac{y \cdot \cos \alpha}{J_x} + \frac{x \cdot \sin \alpha}{J_y} \right)$$

$$\sigma = M \left(\frac{y \cdot \cos \alpha}{J_x} + \frac{x \cdot \sin \alpha}{J_y} \right) \quad (24.5)$$

бу ерда

x, y - лар ихтиёрий A нуктанинг координаталари.

Бизга маълумки нейтрал ўқда кучланиш “0”га тенг, у ҳолда (11.5) да $\sigma=0$ деб нейтрал чизик ҳолатини аниқлаш мумкин нейтрал чизик координаталарини X_N ва Y_N деб белгилаймиз.

$$\sigma_k = M \left(\frac{y_N \cos \alpha}{J_x} + \frac{X_N \sin \alpha}{J_y} \right) = 0 \quad (24.6)$$

(24.6) да $M \neq 0$, у ҳолда

$$\frac{y_N \cos \alpha}{J_x} + \frac{X_N \sin \alpha}{J_y} = 0 \quad (24.7)$$

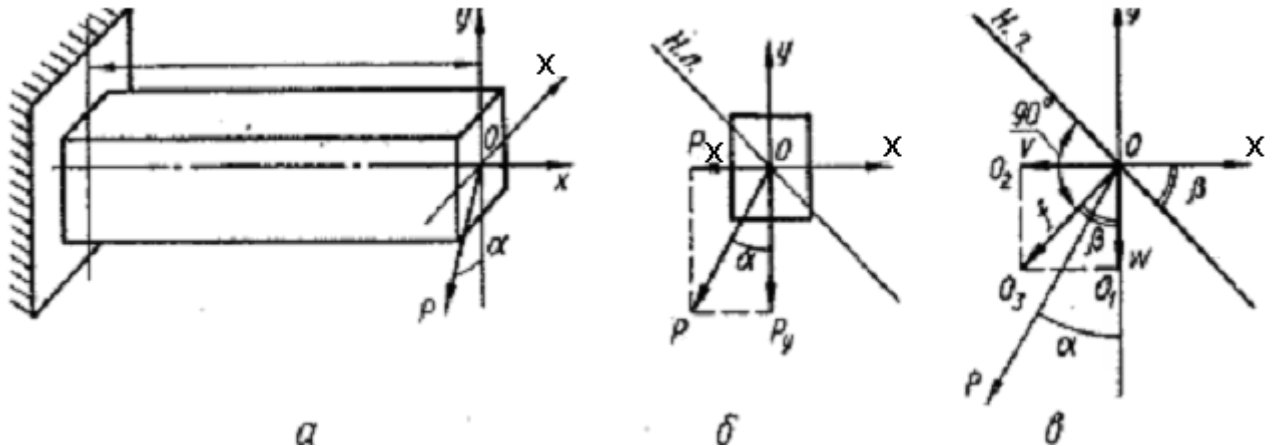
бўлиши керак.

Шаклдан

$$\sigma_{\max} = \pm M_{\max} \left(\frac{\cos \alpha}{W_x} + \frac{\sin \alpha}{W_y} \right) \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \right) \leq [\sigma] \quad (24.12)$$

24.3. Қийшиқ эгилишда деформацияни аниқлаш.



24.6. шакл

$$f_{\max} = \frac{P\ell^3}{3EJ} \quad f_{\max} = \sqrt{y_{\max}^2 + x_{\max}^2}$$

$$y_{\max} = \frac{P\ell^3}{3EJ_x} = \frac{P \cos \alpha \ell^3}{36J_x} \quad x_{\max} = \frac{P\ell^3}{3EJ_y} = \frac{P \cos \alpha \ell^3}{36J_y}$$

у ҳолда

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_{\max}}{y_{\max}} = \frac{P \sin \alpha \ell^3}{36EJ_y} \cdot \frac{36EJ_x}{P \cos \alpha \ell^3} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{J_x}{J_y} = -\operatorname{tg} \alpha \frac{J_x}{J_y} \quad (24.13)$$

Олинган (24.13) формула (24.9) га ўхшашдир

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha \quad (24.14)$$

бундан $\beta = \varphi$ эканлиги келиб чиқади. Демак салқилик йўналиши доимо нейтрал чизикқа перпендикуляр бўлади.

Бундан куч йўналиши билан салқилик йўналиши мос келмайди, демак бундай эгилиш қийшиқ эгилиш дейилади.

Хусусий ҳоллар 1) $J_x = J_y$ – кесимлар (доира, квадрат) (24.14) га асосан.

$$\operatorname{tg} \beta = 1 \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \beta = \alpha$$

Куч йўналиши билан салқилик йўналиши устма-уст тушади, бу ҳолда ҳеч қачон қийшиқ эгилиш содир бўлмайди. Демак $J_x = J_y$ – қийшиқ эгилиш бўлмайди жуда ҳам баландлиги катта бўлган балкаларда $J_x \gg J_y$ β ва α орасидаги фарқ катта бўлади. Шунинг учун уларда доимо қийшиқ эгилиш содир бўлади.

24.4. Марказлашмаган сиқилиш. Умумий тушунчалар.

Бундай ҳолдаги деформацияда ташқи кучларни тенг таъсир этувчи стержен бўйлама ўқи билан устма уст тушмайди, Z ўқиға параллел ҳолда силжиган бўлади.

Айтайлик сиқувчи куч P , AA га параллел 100 чизик бўйича таъсир этади дейлик. (12.1-шакл,а) O нуқтадан A куч таъсир этаётган нуқтагача бўлган (OA) -эксцентриент деб юритилади.

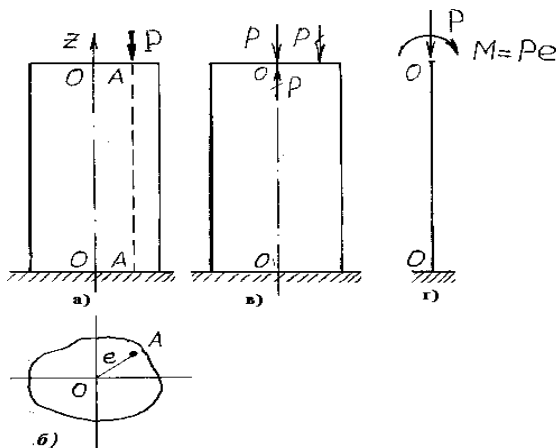
$$e = OA$$

Кучни кесим оғирлик марказига кўчирсак (10.1-шакл,в) марказлашмаган сиқилиш: марказий сиқилиш билан соф қийшиқ эгилишдан иборат бўлади.

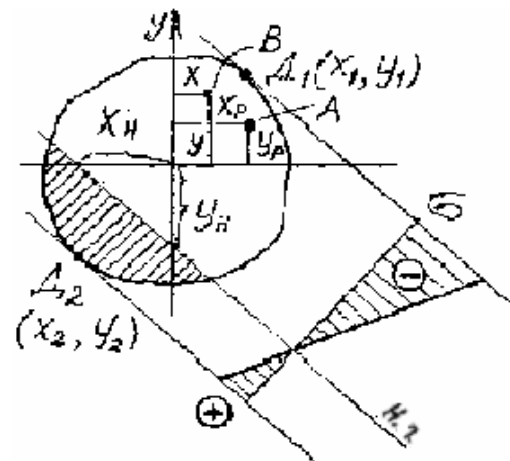
24.5. Марказлашмаган чўзилиш, сиқилишда кучланишларни аниқлаш.

Ихтиёрий кесимни текширамиз. (12.2-шакл) Ox ва Oy ўқидаги бош ўқлар бўлсин. A нуқтадаги координаталари x_p, y_p га тенг. B нуқтани x, y координаталар ўқиға нисбатан йўналишида аниқлаймиз. Кўндаланг кесимда таъсир этувчи ички куч факторлари қуйидагилардан иборат.

$$N = -P; \quad M_x = -P y_p; \quad M_y = -P x_p.$$



24.7 -шакл



24.8 -шакл

У ҳолда ихтиёрий B нуқтадаги кучланиш қуйидагига тенг бўлади.

$$\sigma = \frac{P}{F} - \frac{P y_p \cdot y}{I_x} - \frac{P x_p \cdot x}{I_y} \quad (24.15)$$

Бош инерция моментларни инерция радиуслари орқали ифодаласак

$$I_x = F i_x^2; \quad I_y = F i_y^2.$$

$$\text{У ҳолда} \quad \sigma = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p y}{i_x^2} + \frac{x_p x}{i_y^2} \right) \quad (24.16)$$

24.6. Нейтрал ўқ ҳолатини аниқлаш.

Максимал кучланишларни $\sigma_{\max}$ -ни аниқлаш учун нейтрал ўқ ҳолатини аниқламиз. $\sigma = 0$ да; $-P/F \neq 0$

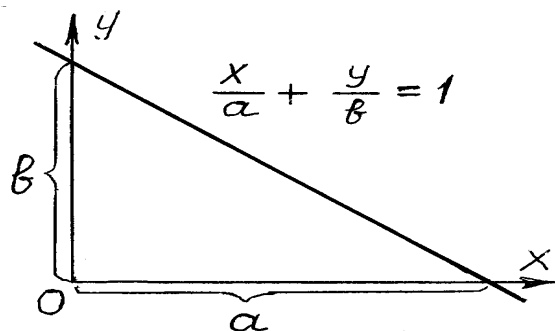
$$\text{У ҳолда} \quad 1 + \frac{y_p y}{i_x^2} + \frac{x_p x}{i_y^2} = 0 \quad (24.17)$$

Бу ерда X_0, Y_0 - нейтрал чизиқ координаталари (24.16)дан $X_N=0, Y_N=0$ бундан нейтрал ўқни оғирлик марказидан ўтмаслиги келиб чиқади(24.17) ифодани координата ўқларидан ажратган кесмаларини аниқлаш формуласи сифатида қўллаш қулайдир (24.18-шакл)(24.19)ни қуйидагича ифодалаймиз.

$$\begin{aligned} x_0 + y_0 &= 1 \\ -\frac{i_y^2}{x_p} - \frac{i_x^2}{y_p} \end{aligned}$$

Бунда қуйидагича белгилар киритамиз.

$$\left. \begin{aligned} x_n &= -\frac{i_y^2}{x_p}; \\ y_n &= -\frac{i_x^2}{y_p}; \end{aligned} \right\} (12.4)$$



24.9-шакл

Бу ерда x_N, y_N -нейтрал чизиқни x, y ўқларидан ажратган кесмалари. У ҳолда нейтрал чизиқ тенгламаси (24.20) ҳисобга олган ҳолда қуйидагича кўринишга келади.

$$\frac{x_0}{x_n} + \frac{y_0}{y_n} = 1. \quad (24.21)$$

(24.21) даги x_N, y_N ларни манфий ишоралари шуни кўрсатадики нейтрал чизиқни оғирлик марказидан P куч қўйилган A нуқтага нисбатан қарама

қарши томонла жойлашишини билдиради. Нейтрал чизик кесимни чўзилган ва сиқилган соҳаларга ажратади 24.9-шаклда чўзилган соҳа штрихланган. Кесим контурига уринма ўтказиб D_1 ва D_2 нуқталарни ҳосил қиламиз. Қайсики бу нуқталарда кучланишлар энг катта қийматларга эришди. Бу нуқталар координаталари $x_{1,2}$ ва $y_{1,2}$ ларни (24.1) ёки (24.2)га қўйиб мустаҳкамлик шартини қуйидагича ҳосил қиламиз.

$$|\sigma_{\max}| = \frac{P}{F} + \frac{Py_p y_{1,2}}{I_x} + \frac{Px_p x_{1,2}}{I_y} \leq [\sigma] \quad (24.22)$$

Симетрик кесимлар (тўртбурчак, қўштавр ва бошқа) да ҳар икки ўқлар симетрия ўқлари ҳисобланади. Бундай кесимлар учун $y_{1,2} = y_{\max}$ ва $x_{1,2} = x_{\max}$ бўлади. Бундай ҳолда (24.6) соддаллашиб қуйидагича кўринишга келади.

$$|\sigma_{\max}| = P \left[\frac{1}{F} + \frac{y_p}{W_x} + \frac{x_p}{W_y} \right] \leq [\sigma] \quad (24.23)$$

Агар брус материали чўзилиш ва сиқилишга ҳар хил қаршилиқ кўрсатувчи материалдан иборат бўлса, чўзилиш ва сиқилишга алоҳида (24.7) га асосан мустаҳкамликка текширилиб кўрилади. (24.4) дан кўринадики $x_p = 0$, $y_p = 0$ да марказий сиқилиш қосил бўлиб нейтрал чизик чексизликдан ўтади. x_p , y_p ларни ортира бориб x_N ва y_N ларни камайтира борамиз ва у кесм марказга яқинлаша боради. Бундан кўринадики марказлашмаган сиқилиш ёки чўзилишда нейтрал ўқ кесимни кесиб ўтиб уни ичидан ўтар экан. Бу ҳолда кўндаланг кесмада чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар ҳосил бўлади, $x_p = 0$, $y_p = 0$ да бир хил ишорали кучланишлар ҳосил бўлар экан.

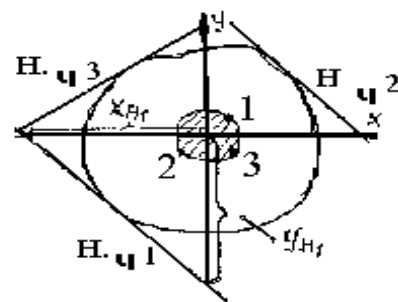
24.7. Кесим ядроси

Чўзилишдаги деформациясига ёмон қаршилиқ кўрсатувчи материаллар (масалан: бетон, ғишт, тош, сопол) ни ишлатишда шунга аҳамият қилиш керакки унинг ҳамма кесимлари фақат сиқилишга ишласин. Бунинг учун сиқувчи кучни кесим марказидан узоқлаштирилишига ҳаракат қилиш керак яъни эксцентриситетни катталаштиришга йўл қўймаслик керак.

Кесим оғирлик марказидаги, қайсики унинг ичига P куч қўйилса кўндаланг кесимда фақат бир хил ишорали кучланишлар ҳосил бўлади.

Бу соҳа кесим ядроси деб юритилади. Кесим ядросини қуриш учун кесимга уриниб ўтувчи бир неча нейтрал ўқларни ҳолатини бериш керак (24.4 шакл) ва уларга асосан x ва y координата ўқларидан нейтрал x_N ва y_N ажратган кесмаларни аниқлаш керак сўнгра (24.4) формула асосида. x_p , y_p куч қўйилган нуқта координаталари (кесим ядроси контури) аниқланади.

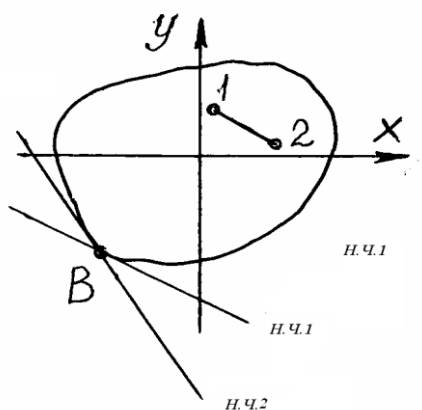
Кесим ядросини қуришни осонлаштириш мақсадида нейтрал чизикни қуйидаги хусусиятларидан фойдаланамиз. Контурни бирор қўзғалмас нуқтасидаги нейтрал чизикни айлантисак куч қўйилган кутб нуқталари 24.10 шаклда кўрсатилган чизик йўналишида ўзгарар экан.



24.10 - шакл

$$\left. \begin{aligned} x_p &= -\frac{i_y^2}{x_H}; \\ y_p &= -\frac{i_x^2}{y_H}; \end{aligned} \right\} \quad (24.23)$$

Буни тасдиқлаш учун 24.3 формуладаги x_0 , y_0 лар ўрнига В нукта координаталарини қўямиз. $a = \frac{y_0}{i_x^2}$ $\epsilon = \frac{x_0}{i_y^2}$ деб белгилаб қуйидагини ҳосил қиламиз. $1 + ay_p + \epsilon x_p = 0$, Р (x_p и y_p). Куч қўйилган нуктага нисбатан текисликдаги тўғри чизиқни тенгламасини ифодалайди.



24.11- шакл

Назорат саволлари:

1. Марказлашмаган чўзилиш ва сиқилиш деганда нимани тушунасиш.
2. Марказлашмаган чўзилиш ва сиқилиш қайси оддий деформациялар йиғиндисидан иборат.
3. Нейтрал ўқ тенгламасини келтириб чиқаринг?
4. Нейтрал ўқдаги a_x , a_y лар қандай ифодаланди.
5. Марказлашмаган сиқилишда энг катта нормал кучланиш қандай аниқланади.
6. Кесим ядроси нима?
7. Доиравий ва тўртбурчакли кесимлар учун кесим ядроси қандай кўринишда бўлади.
8. Мураккаб қаршилиқ нима.
9. Мураккаб эгилишни тушунтиринг.
10. Қийшиқ эгилиш нима?
11. Қийшиқ эгилишда кучланишлар қандай топилади.

25 – МАЪРУЗА

Мавзу: Мустаҳкамлик назариялари.

РЕЖА:

25.1. Мустаҳкамлик назарияси хақида умумий тушунчалар.

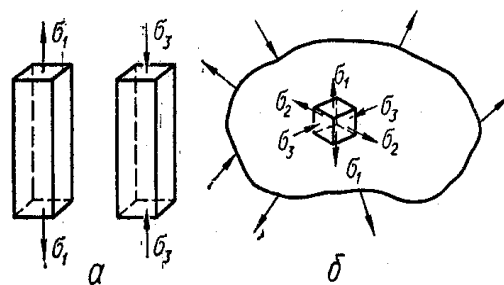
25.2. Биринчи, иккинчи ва учинчи классик мустаҳкамлик назариялари.

25.3. Мустаҳкамликнинг энергетик назарияси.

25.1. Мустаҳкамлик назарияси.

Турли конструкция ва машиналарни мустаҳкамлигини баҳолашда уларнинг кўп элементлари ва деталлари мураккаб кучланиш ҳолатида ишлашини ҳисобга олинади. Жисмнинг исталган нуқтасининг кучланиш ҳолатини чизиқли кучланишларда битта, текис кучланишларда иккита, ҳажмий кучланишларда учта бош кучланишлар орқали ҳисоблаш мумкин. Таъсир этувчи юк ортиши билан бош кучланишлар қиймати ортиб боради. Уларнинг қиймати маълум миқдорга етганда текшириладиган нуқтада материалнинг чегаравий кучланиш ҳолати ҳосил бўлади. Бу ҳолат материаллар учун хавфли ҳолат бўлиб ҳисобланади. Бирор кучланиш ҳолати қанчалик хавфли эканлигига баҳо бериш учун тажриба йўли билан чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўладиган бош кучланишлар қийматини аниқлаш зарур.

Фақат бир ўқли чўзилиш ва сиқилишдагина бундай масалани ҳал қилиш мумкин бўлади. Бунда бош кучланишларни бирдан-бир чегаравий қийматини тажриба йўли билан аниқлаш мумкин. У пластик материаллар учун оқувчанлик чегарасидаги кучланишга, мўрт материаллар учун мустаҳкамлик чегарасидаги кучланишга тенг қилиб олинади.

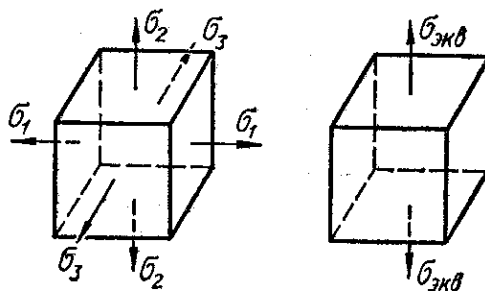


25.1 -шакл

Бир ўқли чўзилиш ва сиқилиш, яъни чизиқли кучланиш ҳолатида ўтказилган кўп тажрибаларнинг тўпланган натижалари турли материаллар учун чегаравий кучланишлар ҳолатини етарли даражадаги аниқлик билан белгилаш имконини беради. Текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларида чегаравий кучланиш ҳолатларини аниқлаш мураккаб масалалардан ҳисобланади. Чунки деформациянинг ўсиши ва материалнинг емирилиши иккита ёки учта бош кучланишларнинг таъсиридан рўй беради. Амалда учрайдиган бош кучланишлар сонининг нисбати ҳамда ишоралари чекланмаган даражада хилма-хил бўлади. Шунинг учун чегаравий кучланиш ҳолатини аниқлашда ўтказилган тажрибалар сони кўп бўлади, бундай тажрибаларни ўтказиш жуда қийин бўлиб, амалда мумкин эмас.

Ушбу масалани ечишда "мустаҳкамлик назариялари" деб аталадиган назариядан фойдаланилади. Бу назарияларни барчаси қуйидаги шартга асосланади: иккита кучланиш ҳолатига тегишли бош кучланишлар пропорционал равишда бир хил миқдорга оширилганда иккаласи бир вақтда

чегаравий кучланиш ҳолатига ўтса, бундай кучланиш ҳолатларини тенг кучланишли ва тенг хавфли ҳисобланади.



25.2 - шакл

25.2. Биринчи мустаҳкамлик назарияси.

Тенг хавфли кучланиш ҳолатларидан бири сифатида тажриба йўли билан яхши ўрганилган чизикли кучланиш, бошқаси сифатида эса хавфли ҳолати аниқланиши керак бўлган кучланиш ҳолати олинади.

Биринчи мустаҳкамлик назарияси, энг қадимги назариялардан бири бўлиб "чегаравий кучланиш ҳолатини пайдо бўлишига энг катта нормал кучланиш сабаб бўлади" деган гипотезага асосланади. Бу назария энг катта нормал кучланиш назарияси деб аталади.

Қабул қилинган гипотезага кўра қуйидаги шарт бажарилиши керак

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq \sigma_0 \quad (25.1.)$$

Бу ерда: σ_1 - текширилаётган кучланиш ҳолати учун бош кучланишлардан энг каттаси. σ_0 - чизикли чўзилиш учун тажрибадан олинган чегаравий кучланиш. Ушбу мустаҳкамлик назариясини камчилиги шундан иборатки, унда σ_1 дан бошқа бош кучланишлар σ_2, σ_3 лар ҳисобга олинмайди. Бу назария фақат мўрт материалларни чўзилишга синашда яхши натижа беради. Хозирги пайтда биринчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланилмайди, у фақат тарихий аҳамиятга эга.

Иккинчи мустаҳкамлик назарияси, материалда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта чўзилиш сабаб бўлади деган гипотезага асосланади. Бу назария энг катта чўзилиш назарияси деб аталади. Ушбу гипотезага жавоб берувчи шарт қуйидагича ёзилади:

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 \leq \varepsilon_0 \quad (25.2.)$$

Бу ерда: ε_1 - текширилаётган кучланиш ҳолати учун энг катта чўзилишнинг ҳисобий қиймати;

ε_0 - бир ўқли чўзилишга синаш тажрибасидан олинган нисбий чўзилишнинг чегаравий қиймати.

ε_1 ва ε_0 деформацияларни аниқлашда Гук қонунини ифодаловчи формуладан фойдаланилади.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (25.3)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E} \quad (25.4)$$

Ушбу ифодаларни (8.2) ифодага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq \sigma_0 \quad (25.5)$$

Бу ифодани чап томони мусбат қийматга эга бўлганда кучга эга бўлади. Бу назария бўйича олинган натижалар экспериментал натижалар билан етарли даражада тасдиқланмайди.

Учинчи мустаҳкамлик назариялари, чегаравий кучланиш ҳолати бўлишига энг катта уринма кучланишлар сабаб бўлади деган гипотезага асосланади. Ушбу назариянинг умумий шarti қуйидагича ёзилади.

$$\tau_{\max} \leq \tau_0 \quad (25.6)$$

бу ерда: $\tau_{\max}$ - текширилаётган кучланиш ҳолати учун энг катта уринма кучланишнинг ҳисобий қиймати.

τ_0 - оддий чўзилишга ўтказиладиган тажрибадан аниқланадиган уринма кучланишнинг ҳисобий қиймати.

Хажмий кучланиш ҳолатида энг катта уринма кучланиш қуйидаги формула билан топилади:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (25.7)$$

Чизикли кучланиш ҳолатида энг катта уринма кучланиш қуйидаги формуладан топилади.

$$\tau_0 = \frac{\sigma_0}{2} \quad (25.8)$$

Ушбу ифодаларни ҳисобга олган умумий шарт қуйидагича ёзилади.

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_0 \quad (25.9)$$

Текис кучланиш ҳолати учун (9) шарт қуйидагича ёзилади:

$$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \leq R \quad (25.10)$$

R- ҳисобий қаршилиқ

Кўп ҳолларда $\sigma_y = 0$ бўлади, шуни эътиборга олинганда (10) формула қуйидагича ёзилади.

$$\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2} \leq R \quad (25.11)$$

Учинчи назариянинг асосий камчилиги хажмий кучланиш ҳолатида σ_2 бош кучланиш таъсири ҳисобга олинмайди. Ушбу назария энг катта уринма кучланишлар назарияси дейилади ва пластик материалларни мустаҳкамликлигини баҳолашда кенг қўлланилади.

25.3.Тўртинчи мустаҳкамлик назарияси.

Тўртинчи мустаҳкамлик назарияси, энергетик назария чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига барча солиштирма энергия эмас, балки қирраси бирга тенг бўлган куб шаклининг ўзгариши натижасида тўпланадиган солиштирма энергиянинг бир қисми сабаб бўлади деган гипотезага асосланади. Ушбу назарияда умумий шарт қуйидаги кўринишда ёзилади.

$$U_{ш} \leq U_{шт}$$

Бу ерда: $U_{ш}$ - текширилётган чегаравий кучланиш ҳолатида куб шаклини ўзгариши билан боғлиқ бўлган энергиянинг ҳисоб қиймати;

$U_{шт}$ - Ушбу энергиянинг оддий чўзилишига ўтказилган тажриба натижасидан олинган чегаравий қиймати.

Солиштирма энергияларни ўрнига уларни маълум ифодаларини қўйиб қуйидаги шартни оламиз:

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \leq 2\sigma_0^2 \quad (25.13)$$

Бу ерда: σ_0 - оддий чўзилишда тажрибадан топилган чегаравий кучланиш.

Текис кучланиш ҳолатида (25.13) формула қуйидагича ёзилади.

$$\sigma_{хис} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z + \sigma_y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + 3\tau_{zy}^2}$$

Агар $\sigma_y = 0$ бўлган хусусий ҳол учун $\sigma_z = \sigma$ $\tau_{zy} = \tau$ десак

$$\sigma_{хис} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq R \quad (25.14)$$

Энергетик назария ҳам пластик материаллар билан ўтказилган тажрибаларда яхши натижалар беради, шунинг учун у амалда кенг қўлланилади.

Назорат саволлари.

- 1.Материаллар учун хавфли ҳолат деб нимага айтилади?
- 2.Мустаҳкамлик назарияси деб нимага айтилади?
- 3.Мустаҳкамликни биринчи назариясини моҳияти нимадан иборат?
- 4.Иккинчи мустаҳкамлик назарияси моҳияти нимадан иборат?
- 5.Учинчи мустаҳкамлик назарияси моҳияти нимадан иборат?
- 6.Мустаҳкамликнинг энергетик назарияси моҳияти нимадан иборат?
- 7.Нисбий чўзилиш нима?
- 8.Хавфли кучланиш ҳолати қачон содир бўлади?
- 9.Хавфли кучланиш ҳолатидаги энг катта уринма кучланиш қайси формула орқали ифодаланади?
- 10.Ҳисобий қаршилиг нима?

Мавзу: Морни мустаҳкамлик назарияси.

РЕЖА:

26.1. Морни мустаҳкамлик назарияси.

26.2. Мустаҳкамлик назарияларини ўзаро солиштириш.

26.1. Морнинг мустаҳкамлик назарияси.

Юқорида кўриб ўтилган барча назариялар ҳеч бири тажрибада тасдиқланмаган буларнинг ҳар бирида чекли ҳолат қандайдир бир факторга асослангандир.

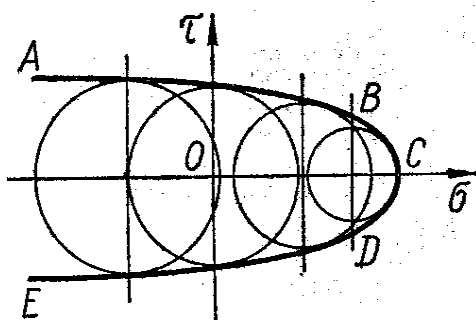
Масалан: кучланишга, деформацияга, энергияга,

Айтайлик бизда шундай синов машинаси мавжуд бўлсинки, бу машинада биз σ_1 , σ_2 ва σ_3 компонентларини пропорционал ўзгартириб хоҳлаган кучланишлик ҳолатини олишимиз мумкин бўлсин.

Ихтиёрий кучланишлик ҳолатини оламиз ва бир вақтда ҳамма компонентларни кўпайтирамиз. Бунда доира албатта чекли ҳолатга эришади, яъни намуна емирилади ёки унда пластик деформациялар ҳосил бўлади.

$$\sigma_1^* = n\sigma_1; \quad \sigma_2^* = n\sigma_2; \quad \sigma_3^* = n\sigma_3$$

σ ва τ текислигида бу доиралардан энг каттасини чизамиз фараз қиламиз σ_2 – чекли ҳолатга таъсир этмайди.



26.1 - шакл

Худди шу намунада энди бошқа кучланишлик ҳолати ҳолати учун тажриба ўтказамиз. Яъни σ_1 , σ_2 ва σ_3 ларни пропорционал ошириб чекли ҳолатга эришамиз ва бунинг учун ҳам Мор доирасини кўрамиз.

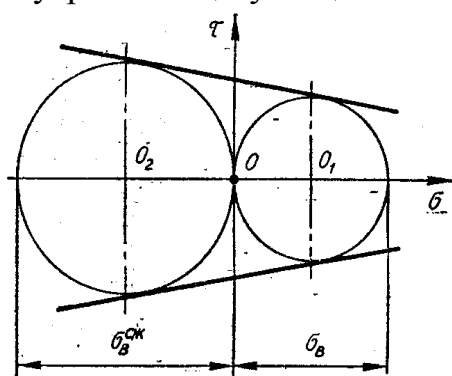
Худди шундай давом эттиравериб биз текисликда чекли доиралар тўпламига эга бўламиз. Агар бу доиралар учун чегаравий ўровчи чизик

ўтказсак у умумий ҳолда эгри чизикдан иборат бўлади ва σ ўқини C нуқтада кесиб ўтади. Чекли эгрилик материални механик хосасини ифодалайди. Чекли эгрилик мураккаб кучланиш ҳолатидаги материални чекли ҳолатини ифодалайди. Бу C нуқтада абциссаси билан аниқланадиган чегаравий кучланиш. Ҳар томонлама чўзилишга мос келади. (чўзилиш 6.1.шаклдиограммасига ўхшаш). Бу ҳолда Мор доираси нуқтага айланади, чунки $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ бўлади. Шундай қилиб бир неча чегаравий доиралар ва уларни ўровчи эгри чизик мавжуд бўлса, бош доираси ўровчи эгри чизикқа урилиб турадиган кучланиш ҳолати ҳам чегаравий бўлади.

Турли кучланиш ҳолатлари учун курилган чегаравий доираларни ўровчи ҳақиқий эгри чизикни олиш жуда қийин.

Амалда бу эгри чизикни чўзилиш ва сиқилишга ўтказилган тажриба натижалари асосида кўрилади. У бу айланаларга урилиб ўтувчи тўғри чизикдан иборат бўлади. (26.2 - шакл)

Бу тўғри чизик мустаҳкамлик ҳолати чегараси ҳисобланади.

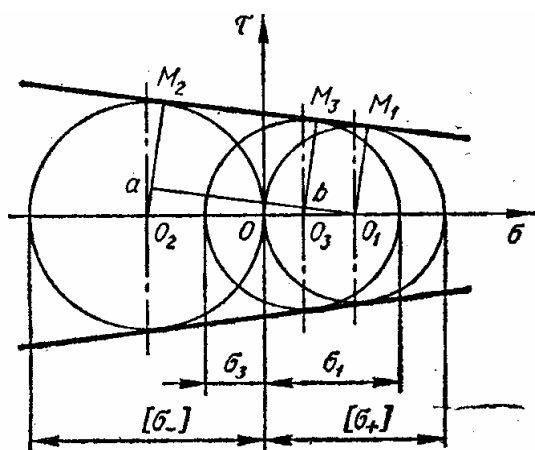


26.2 – шакл

Шу билан бирга улар бош доираси бу тўғри чизққа уринадиган ҳар қандай кучланиш ҳолатининг σ_1 ва σ_3 кучланишлари орасидаги чизқли боғланишни белгилайди. Ораликдаги қандайдир σ_1 , σ_3 кучланганлик ҳолати учун осонлик билан мустаҳкамлик шартини олиш мумкин.

Яъни 26.3 шаклда кўрсатилган маркази 26.3 – шакл O_3 да бўлган O_1 ва O_2 ўртасида жойлашган доира учун. Бу доиралар маркази билан чегаравий эгриликни бирлаштирувчи O_1M_1 , O_2M_2 ва O_3M_3 тўғри чизиклар ўтказамиз шунингдек M_1M_2 га параллел O_1a тўғри чизик ҳам ўтказамиз ΔO_1O_3b ва ΔO_1O_2a лар ўхшашлигидан қуйидиги пропорционал боғланишларини ҳосил қиламиз.

$$\frac{O_3b}{O_2a} = \frac{O_1O_3}{O_1O_2}, \text{ ёки } \frac{O_3M_3 - O_1M_1}{O_2M_2 - O_1M_1} = \frac{OO_1 - OO_3}{OO_1 + OO_2}.$$



26.3 -шакл

Бу кесмаларни (26.3. шакл) мос кучланишлар билан алмаштириб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3 - [\sigma_+]}{[\sigma_-] - [\sigma_+]} = \frac{[\sigma_+] - (\sigma_1 + \sigma_3)}{[\sigma_+] + [\sigma_-]}.$$

Баъзи шакл алмаштиришлардан сўнг ва тенгсизлик белгисини киритиб мустаҳкамлик шартини оламиз.

$$\sigma_{\text{эквМ}} = \sigma_1 - \frac{[\sigma_+]}{[\sigma_-]} \sigma_3 \leq [\sigma_+] \quad (26.1)$$

Чўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилик кўрсатувчи материал ($[\sigma_+] = [\sigma_-]$) чегаравий эгрилик кўрсатилган участкада абцисса ўқиға параллел ўтади у ҳолда (26.1) ифода учинчи мустаҳкамлик назариясида чиқарилган (26.8) ифода билан бир хил бўлади.

$k = \frac{[\sigma_+]}{[\sigma_-]}$ деб белгиласак қуйидаги ҳосил бўлади.

$$\sigma_{\text{эквМ}} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq [\sigma_+] \quad (26.2)$$

Морназарияси мўртматериаллар учун ҳам , пластик материаллар учун ҳам қўллаш мумкин.

Бунда мўрт материаллар учун $\sigma_{тч}$ ва $\sigma_{тс}$ ўрнига мос равишда пластик материаллар учун оқувчанлик чегараси олинади.

Агар $K=1$ бўлса (10.10) да

$$\sigma_{rdV} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (26.3)$$

Мор назарияси кучланиш доиралари чўзилишни ва сиқилишни бш диралари оралиғида жойлашган кучланш ҳолатлари учун аниқ натижалар беради.

Бу назарияни камчилиги σ_2 ҳисобга олинмайди.

Бу назарияни афзаллигидан яна бири кўшимча тажрибалар ўтказишни холати бўлмайди. Чекли эгриликни куриш ҳар бир материал учун текис ва хажмий кучланганлик ҳолатида бир неча мураккаб тажрибалар натижасида ҳосил қилиниши бу назарияни қўлланилишини чегаралаб туради.

26.2. Мустаҳкамлик назарияларини солиштириш.

Амалий ҳисоблашларда у ёки мустаҳкамлик назариясини қўллашда қуйидагиларни айтиш мумкин. Материалларни узилиши билан емирилиши чўзилувчи нормал кучланишлар билан ёки узатиши уринма кучланишлар билан текисликдаги емирилиш содир бўлади.

Бунда узилишдан емирилиш жуда ҳам кичик қолдиқ деформацияларда ёки уларсиз (мўрт емирилиш) кесишишдан емирилиш қолдиқ деформациялар ҳосил бўлиши билан рўй беради.

Бундан шундай хулоса келиб чиқадики, биринчи ва иккинчи мустаҳкамлик назарияларини пастки узилишдан емирилишни фақат мўрт материаллар учун тадбиқ этиш мумкин. Учинчи ва тўртинчи мустаҳкамлик назариядан оқиш чегараси ҳосил бўладиган пластик ҳолатдаги материаллар учун тадбиқ этиш яхши натижалар беради.

Мор назарияси чўзилиш ва сиқилишга бир ҳил қаршиликли материалларни емирилишдаги қаршилигини аниқлашга ёрдам беради. Бунда (26.1.) АВ тармоқ кесишдан емирилишни ҳаракатлайди.

Биринчи ва иккинчи мустаҳкамлик назарияларининг камчилигини кўплиги ҳозирги пайтда уларни қўллаш талабга жавоб бермайди. Шунинг учун амалий ҳисоблар учун тўртинчи (энергетик) назарияси ёки учинчи мустаҳкамлик назарияларини чўзилиш ва сиқилишга бир ҳилда қаршилиқ кўрсатувчи материаллар учун қўллаш таклиф этилади.

Чўзилиш ва сиқилишга ҳар-ҳил қаршилиқ кўрсатувчи яъни мўрт материаллар учун мор назариясини қўллаш таклиф этилади.

Шуни такидлаш лозимки, материални (пластик ёки мўрт) ҳолати фақатгина уни тузилиши билан эмас балки, кучланганлик ҳолати тури, температура ва юкланиш тезлиги билан ҳам белгиланади.

Тажрибалар шуни кўрсатадики, юкланиш шароитида ва температура таъсирида баъзи пластик материаллар мўрт материалларга ўхшаб қаршилиқ кўрсатса, баъзи мўрт материаллар аниқ бир кучланганлик ҳолатида пластик материалга ўхшаб емирилади. Масалан, ҳар томонлама чўзилиш

кучланганлик ҳолати остидаги пластик материаллар мўрт материалларга ўхшаб емирилади.

Бундай кучланганлик ҳолати “бикр” деб юритилади.

Ҳар томонлама сиқилиш остидаги кучланишлик ҳолати эса, “юмшоқ” деб юритилади. Чунки, бу ҳолатда мўрт материаллар пластик ҳолатларда ўзларини кўрсатади.

Ҳар томонлама сиқилишда материаллар емирилмасдан катта босимларга бардош беришлари мумкин.

Назорат саволлари

- 1.Мор назарияси асоси нима.
- 2.Чекли доира деб нимага айтилади.
- 3.Чегравий эгрилик нималарни чегаралайди.
- 4.Бош кучланишлар асосида чегаравий эгрлик ишга чизилган доира, нимани билдиради.
- 5.График равишда мустаҳкамлик учун эҳтиётлик коэффиценти қандай топиш мумкин.
- 6.Мор назарияси асосидаги мустаҳкамлик шартини ёзинг.
- 7.Материал турига қарам мустаҳкамлик назариялари.
- 8.Кучланиш турига асосан емирилиш назариялари қандай танланади.
- 9.Мор назариясиди қайси кучланиш ҳисобга олинади.
- 10.Ҳар хил фактлар материал хоссаларига қандай таъсир этади.

27– Маъруза

Мавзу: Кучларни динамик таъсири

РЕЖА

- 27.1 Умумий тушунчалар.
- 27.2 Инерция кучини ҳисобга олиш.
- 27.3 Ташқи кучни зарбий таъсири
- 27.4. Хулосалар

27.1. Умумий тушунчалар.

Биз юқорида фақат статик кучлар таъсирида конструкция элементларининг мустаокамлигини, бикрлигини ва устиворлигини ҳисоблашни ўргандик.

Аммо лекин конструкция элементлари кўпинча динамик кучлар таъсирида бўлади. бундай кучларга

Инерция кучлари Зарб кучлари Даврий ўзгарувчан кучлар киради.

Динамик кучлар таъсиридан конструкция элементлари тезланиш олади. Бу пайтда инерция кучлари вужудга келади. Демак, бу пайтда ҳосил бўладиган инерция кучларини ҳисобга олиш керак бўлади. (Р га инерция кучини қўшиб ҳисоблаш керак бўлади).

Динамик кучлар таъсирига ҳисоблашни умумий методи бу назарий механикадаги Даланбер принципига асосланади.

(Бу принципга асосан: Ҳар қандай ҳаракатдаги жисм жуда қисқа вақт ичида (оний вақтда) мувозанатда бўлади – инерция кучларини ҳисобга

олганда.) Инерция кучи – бу тезлик йўналишига тескари масса билан тезлик кўпайтмасидан иборат бўлади. бундай масалалар куйидаги тартибда ёзилади:

1. Аввало бу таъсир кучини статик таъсир ини аниқлаймиз.
2. Динамик коэффициентни аниқлаймиз.
3. Исталган катталитикни аниқлаймиз.

Мисол: $Gq=Kg \delta_{ст.}$, $\Delta g=Kg \Delta_{ст.}$

Бундан ташқари динамик кучлар таъсир ида пластик бўлган материаллар мўрт материал бўлиб қолади ва бунинг натижасида унинг мустаокамлиги бир неча марта камайиб кетиши мумкин.

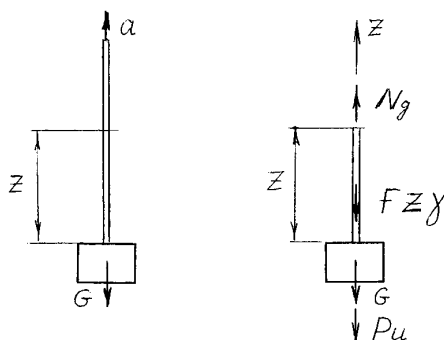
Жисм оний мувозанат ҳолатида бўлади дейилади. Бунда таъсир этувчи ташки кучга инерция кучи ҳам қўшилади маълумки инерция кучи – жисм массаси билан тезланиш кўпайтмасига тенг. Фақат йўналиши тезланиш йўналишига тескари бўлади.

Демак агар бизга инерция кучи маълум бўлса кесиш усулидан фойдаланиб ички кучларни аниқлашимиз мумкин бўлади.

Зарб кучларини таъсирида эса δg ва Δg ни аниқлашда энергияни сақлаш қонунидан фойдаланилади.

27.2.Инерция кучини ҳисобга олиш.

Бизга арқонга осилган юк берилган бўлсин у юқорига ўзгармас тезлик билан кўтарилган бўлса у ҳолда юк тросга (ўзгар) статик таъсир қилади. Агар юк маълум тезланиш билан таъсир қилса у динамик таъсир этади.



27.1.шакл.

Демак G юк юқорига a тезланиш билан кўтарилаяпти дейлик. Арқондаги кучланишни аниқлаш учун кесиш усулидан фойдаланамиз.

Маълумки инерци га тенг. $\Sigma z=0$ статика шартидан.

$$N_d - G + \frac{G}{g} a = 0 \quad g - \text{эркин тушиш тезланиши}$$

$$\text{ёки} \quad N_d - G \left(1 + \frac{a}{g} \right) = 0 \quad G - N_{ст} \text{ кучни статик таъсири.}$$

Маълумки $N_g = GgF$. (a)

$$N_d - G \left(1 + \frac{a}{g} \right) \quad G - \text{ни } N_{ст} \text{ билан } 1 + \frac{a}{g} = K_d \text{ билан белгилаймиз}$$

$$N_d = N_{ст} \cdot K_d. \quad (27.1)$$

демак

$$K_D = 1 + \frac{a}{g} \quad (27.2)$$

динамик коэффициент дейилади.

(27.2) ва (а) ни ҳисобини олсак

$$\sigma_D F = N_D \quad \text{бундан} \quad \sigma_D = \frac{N_D}{F} = \frac{N_{CT}}{F} K_D = \sigma_{CT} K_D$$

демак

$$\sigma_D = K_D \sigma_{CT} \quad \text{динамик кучланиш}$$

$$\Delta \ell_D = K_D \Delta \ell_{CT} \quad (27.3)$$

динамик деформация.

$$\sigma_D^{\max} = K_D \sigma_{CT}^{\max} \leq [\sigma] \quad (27.4)$$

мустаҳкамлик шарти

$$\Delta \ell_D^{\max} = K_D \Delta \ell_{CT}^{\max} \leq [\Delta \ell] \quad (27.5)$$

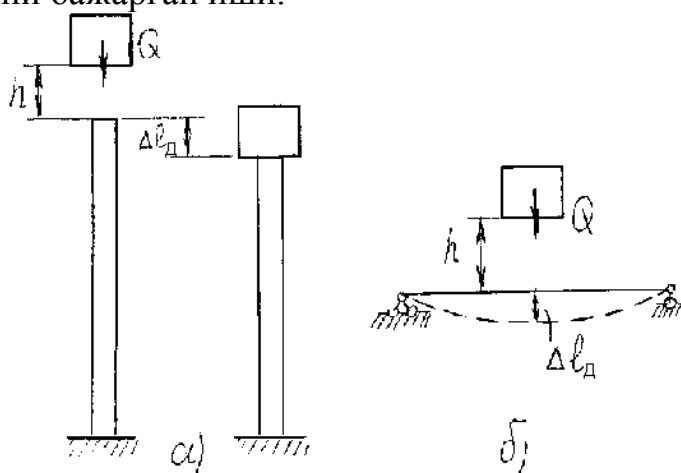
бикрлик шарти.

27.3 Ташқи кучни зарбий таъсири

Буйлаш зарб юки таъсирини кўрамиз. Айтайлик кўзгалмас жисмга h баландликдан G юк жўнаётган дейлик эркин тушиш тезланишга асосан $v = \sqrt{2gh}$. Бу ҳолатда оний вақтда куч таъсир этади. Тезлик жуда катта бўлади шининг учун зарб вақтида эса $v=0$ бўлади. 0 га тушади бунда Kg ни Даламбер принципига асосан аниқлаб бўлмайди.

Бу ҳолатда энергияни сақланиш қонунидан фойдаланамиз. Тушаётган жисм бажарган иши тўласича эластик жисм потенциал энергиясига айланади.

Демак зарб юкини бажарган иши.



27.2.шакл.

$$A = G(\Delta \ell_D + h) \quad (27.6)$$

Сиқилган жисм эластик деферциясининг потенциал энергияси юқоридагилардан.

$$U = \frac{N^2}{2EF} \quad \Delta \ell_{\text{д}} = \frac{N\ell}{EF} \quad \text{бундан} \quad N = \frac{\Delta \ell_{\text{д}} EF}{\ell} \quad \text{бўлади.}$$

у ҳолда

$$U = \frac{\Delta \ell_{\text{д}}^2 EF}{2\ell} \quad (27.7)$$

Энергияни сақланиш қонунига асосан $U=A$

$$\frac{\Delta \ell_{\text{д}}^2 EF}{2\ell} = G(\Delta \ell_{\text{д}} + h)$$

ёки

$$\Delta \ell_{\text{д}}^2 - 2\Delta \ell_{\text{д}} \frac{G\ell}{EF} - 2h \frac{G\ell}{EF} = 0 \quad \Delta \ell_{\text{дСТ}} \frac{G\ell}{EF} \quad \text{десак}$$

$$\text{ёки} \quad \Delta \ell_{\text{д}}^2 - 2\Delta \ell_{\text{СТ}} \Delta \ell - 2h\Delta \ell_{\text{СТ}} = 0 \quad (\text{a})$$

Бу квадрат тенгламани ечсак

$$\Delta \ell_{\text{д}} = \Delta \ell_{\text{СТ}} \pm \sqrt{\Delta \ell_{\text{СТ}}^2 + 2h\Delta \ell_{\text{СТ}}} \quad (27.8)$$

$$\Delta \ell_{\text{д}} = \Delta \ell_{\text{СТ}} \pm \sqrt{\Delta \ell_{\text{СТ}}^2 + 2h\Delta \ell_{\text{СТ}}} \quad (27.9)$$

бундан

$$\Delta \ell_{\text{д}} = \Delta \ell_{\text{СТ}} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_{\text{СТ}}}} \right) \quad (27.10)$$

коэффициент $K_g > 1$ бўлгани учун мусбатлигини қолдирамыз.
бу ерда

$$K_{\text{д}} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_{\text{СТ}}}} \quad (27.11)$$

белгилаймиз

$$\Delta \ell_{\text{д}} = K_{\text{д}} \cdot \Delta \ell_{\text{СТ}} \quad (27.12)$$

$$\sigma_{\text{д}} = K_{\text{д}} \sigma_{\text{СТ}} \quad (27.13)$$

K_D – зарбда динамик коэффициент.

(27.12)дан кўринадики K_D – система дефренцияланишига боғлиқ бўлади дейилади. $\Delta \ell_{CT}$ қанча катта бўлса K_D шунча кичик бўлади. Демак, динамик куч – зарб кучига қарши эластик монанд жисмдан қуйиш яхши натижали баллар экан. (яъни зарб юкидан қонлазқа ва пружиналар)

хусусий ҳолда Масалан: Жуда ҳам қисқа муддат ичида қўйилган ва $h=0$ зарб юкини кўрамиз у ҳолда (6) дан $K_D=2$ тенг бўлади. $\Delta \ell_D = K_D \Delta \ell_{CT}$ – кўчиш, кучланиш - $\sigma_D = K_D \sigma_{CT}$, $N_D = N_{CT} K_D$ – ички куч.

Бу ҳосил қилинган формулаларни кўндаланг зарб таъсиридаги балкаларга ҳам қўллаш мумкин.

$$y_D = K_D \cdot y_{cm}, \sigma_D = K_D \sigma_{CT}, M_D = K_D M_{cm}, K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{Y_{CT}}}$$

Мисол–1.

Қуйидаги поғонали стержендаги энг катта нормал кучланиш $P = 400$ Н зарбли куч таъсиридан аниқлансин. Агар А ни пружина билан алмаштирсакчи?

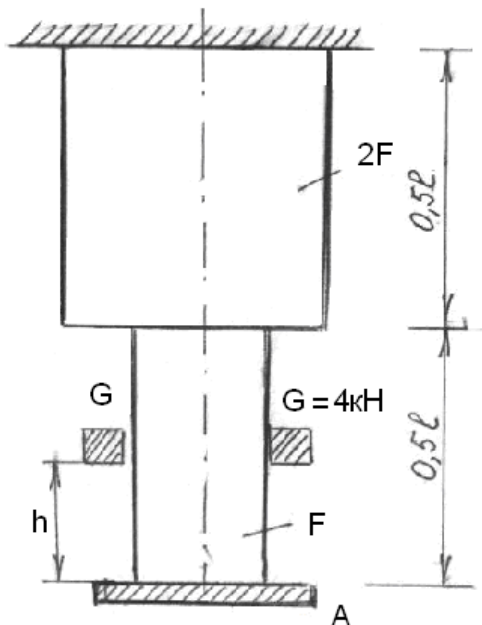
$L=5$ м, $F=2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $h=0,6 \cdot 10^{-2}$ м Пружина 1Н кучни $\lambda=4 \cdot 10^{-7}$ м камайтиради. $E=2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$.

1) Динамик кучланиш қуйидаги формула ёрдами билан топилади.

$$\sigma_D = K_D \sigma_{cm}$$

$$\sigma_{cm} = \frac{P}{F} = \frac{4000}{2 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^7 \text{ Н / м}^2 = 20 \text{ МПа}$$

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_{CT}}}$$



27.3 -шакл

$$\Delta \ell_{CT} = \frac{T \ell}{EF} = \frac{G \cdot \ell}{EF} = \frac{4000 \cdot 0,5 \cdot \ell}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = \frac{4000 \cdot 0,5 \cdot 5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 0,0375 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-2}}{0,0375 \cdot 10^{-2}}} = 6,75 \quad \sigma_D^{\max} = K_D \sigma_{cm} = 6,75 \cdot 20 = 135 \text{ МПа}$$

2) А га пружина қўйсак σ_{cm} – тўла кўчиш пружина кўчиши билан ташқи куч таъсиридан ҳосил бўладиган кўчишда йиғиндисидан иборат бўлади.

$$\Delta \ell_{CT} = \Delta \ell_{CT} + \delta \cdot \lambda = 0,0375 \cdot 10^{-2} + 4000 \cdot 4 \cdot 10^{-7} = 0,1975 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

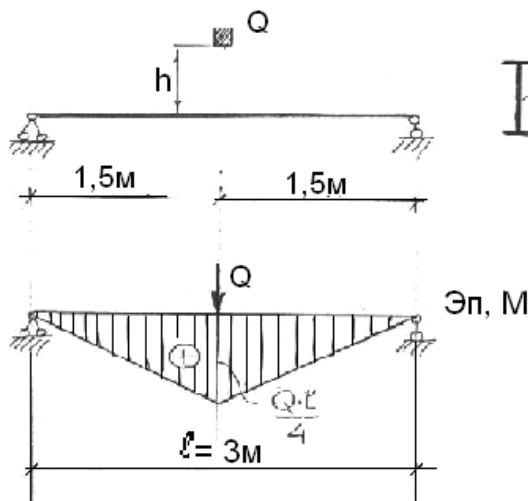
$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,6 \cdot 10^{-2}}{0,1975 \cdot 10^{-2}}} = 3,67 \quad \sigma_{D,П}^{\max} = K_D \sigma_{cm} = 3,67 \cdot 20 = 73,4 \text{ МПа}$$

$$\frac{\sigma_D^{\max}}{\sigma_{D,П}^{\max}} = \frac{135}{73,4} \approx 2$$

Демак агар юк пружинага тушса стержендаги кучланиш 2 - баробар камаяр экан.

Мисол –2.

Куйидаги берилган 30 – номерли қўштовр кесимли пролёти $\ell = 3\text{ м}$ иборат икки таянчли пўлат балкага $h = 20\text{ см}$ баландликдан $Q = 1\text{ кН}$ юк тушмоқда. Балкада ҳосил бўладиган максимал динамик кучланиш ҳисоблансин. (17.4 - шакл). Берилган: N 30 қўштовр учун ГОСТ 8239 – 89 дан сортаментлар жадвалидан куйидаги маълумотни оламиз: $J_x = 7080\text{ см}^4$, $W_x = 472\text{ см}^3$, $E = 2 \cdot 10^5\text{ МПа}$



N 30

и: Балка ҳавфли кесимида ҳосил диган кўчиш статик таъсиридан имал кучланишни аниқлаймиз.

$$= \frac{M_{\max}^{ст}}{W_x} = \frac{Q \cdot \ell}{4W_x} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 10^3}{4 \cdot 472} = 1,6\text{ МПа}$$

ерда, $M_{\max}^{ст} = \frac{Q\ell}{4}$ - ҳавфли

мдаги эгувчи момент, у М асидан олинади (27.4 - шакл)

27.4 - шакл

Динамик коэффицентни куйидаги

формула асосида аниқлаймиз.

$$K_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{ст}}} \quad (27.14)$$

бу ерда, $\Delta_{ст}$ - куч статик таъсиридан ҳосил бўладиган кўчиш (салқилик) маълумотномага асосан у куйидагаи тенг:

$$\Delta_{ст} = \frac{Q\ell^3}{48 EJ_x} = \frac{1 \cdot 3^3 \cdot 10^7}{48 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 7080} = 0,004\text{ см.}$$

20 $\gg$ 0,004см бўлгани учун юқоридаги формула (17.9) ни куйидагича оламиз.

$$K_D = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_{ст}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{0,004}} = \sqrt{10000} = 100.$$

У ҳолда (17.8) га асосан максимал динамик кучланиш.

$$\sigma_D^{\max} = K_D \cdot \sigma_D^{\max} = 100 \cdot 1,6 = 160\text{ МПа} \text{ га тенг бўлади.}$$

Демак, агар балкага $Q = 1\text{ кН}$ юк $h = 20\text{ см}$ баландликдан келиб тушса:

$$\frac{\sigma_D^{\max}}{\sigma_D^{\max}} = \frac{160}{1,6} = 100 \text{ га асосан балкада кучни динамик таъсиридан ҳосил}$$

бўладиган кучланиш, шу кучни статик таъсиридаги ҳосил бўладиган кучланишдан 100 баробар ортиб кетар экан. Шунинг учун ҳам динамик юклар таъсири учун унга қарши эластик монанд жисмлар ишлатилади масалан: (пружин, резина ва. х.о)

27.4 ХУЛОСА

Ҳозирги кунда иншоотларни ҳисоб усуллари узлуксиз ривожланмокда, чуқурлашмокда ва такомиллашмокда.

Охирги йилларда иншоотлар динамикаси масалалари, материалларни пластиклик хусусиятларини ҳисобга олгандаги иншоотларни ҳисоблаш усуллари, устиворликка ҳисоблаш усуллари, иншоотлар ҳисобига электрон ҳисоблаш машиналарини тадбиқ этиш масалалари, оғирлиги энг енгил ва бошқа конструкцияларни лойихалаш масалалари узлуксиз ишлаб чиқилмокда.

Материаллар қаршилигини ананавий классик усуллари билан махсус тадқиқотларсиз, асаосан асосий тажрибаларсиз бир қанча омилларни ишлатиш жараёнидаги реал шароитларни ҳисобга олиш, шунингдек мустаҳкамлик масалаларини ечишда конструкцияларни у ёки бу элементларини узоққа чидамлиги тўғрисида хулосалар қилиш қийиндир.

Статик юк остидаги материални ҳолатини оддий тенгламалар билан ифодалаш мумкин. У график равишда тажриба ўтказиладиган намунани деформация билан куч орасидаги боғланишни $P - \Delta \ell$ ифодоловчи чўзилиш диаграммаси ёки нисбий координаталардаги $\sigma - \varepsilon$ кучланиш диаграммаси сифатида ифодаланади.

Бошқа ҳолларда бу тадқиқот қилинаётган мустаҳкамлик ёки деформация характеристикаларни боғланишлари у ёки бу факторларга боғлиқ бўлади.

Шуни эҳтиборга олиш лозимки, ҳар қандай материални мустаҳкамлик ва деформацияланганлик хусусиятларини тадқиқоти мақсад – бу уни потенциал имкониятлари, уларни специфик хусусиятлари ва шарталрини аниқлаш, бунда уни конструкция сифатида материални оптимал ишлатишга эришишдир. Бошқа ҳолатларда уни қўшимча конструктив ва технологик модефицициялари очиш, қайсики бу материални физик – механик хоссаларини яхшилайти ва уни мустаҳкамлигини ошириш у ёки бу шароитларда ишлатишини орттиради.

Юқоридаги муаммоларни ечиш устида яъни конструкция элементларини мустаҳкамлиги ва биқирлиги муаммоси билан шуғулланувчи кўп сонли Республикамиздаги жамоалар академик ва тармоқ институтлари , ва кўп сонли олий ўқув юртлари кафедралар жамоалари шунингдек Фарғона политехника институти кафедралари шуғилланмокда. Шу муносабат билан талабалар ва магистрларни илмий – тадқиқот ишларига жалб қилиш имкониятлари кенгаймоқда.

Назорат саволлари

- 1.Статик ва динамик юкламаларга мисол келтиринг.
- 2.Зарб юки қандай юк.
- 3.Даламбер принципини тушунтиринг.
- 4.Текис тезланувчан ҳаракатда ҳисоблаш усулини тушунтиринг.
- 5.Текис тезланувчан ҳаракатда кучланиш деформация қандай топилади.
- 6.Текис тезланувчан ҳаракатда динамик коэффициент.
- 7.Зарб таъсирига ҳисоблаш услуби ва гипотезалар.

- 8.Зарб таъсирига мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблаш.
- 9.Зарб юки таъсиридан динамик коэффициент қандай топилади.
10. Зарб юки таъсирида динамик коэффициентни қандай топилади.

АДАБИЁТЛАР

- 1.Смирнов А.Ф ва бошқалар. Материаллар қаршилиги Т. ўқитувчи.1988й. 464 б.
- 2.М.Т. Ўрозбоев «Материаллар қаршилиги асосий курси», Т.1989й 510 б.
- 3.К. М. Мансуров «Материаллар қаршилиги», Т. 1983й 464 б.
- 4.Б. Қ. Қорабоев Ю. Лексашев «Материаллар қаршилигидан қисқача курс», Т. 1999й 208 б.
- 5.А. В. Александров, В.Д.Потапов, Б. П. Державин «Соппротивление материалов»,М., 2000й 560 б.
6. Г.С.Писаренко и др.«Соппротивление материалов» К., 1986г 775с.
- 7.В. И. Феодосрев «Соппротивление материалов». М., 1986г 512с.
- 8.Г. М. Ицкович, Л.С. Минин, А.И. Винокуров. Руководство к решению задач по соппротивлению материалов, Учеб. пособие для вузов, М., 1999.
9. Н.Ғ. Тўйчиев, Материаллар қаршилиги, Тошкент, 2004 й197б.
10. Материалларнинг механик синовига доир лаборатория ишлари. Аманов К,Абдурахмонов Ш, Хамзаев И. 2005й 141б.
11. Маткаримов А.Х. Материаллар қаршилиги Т.Ўқитувчи 2004й.
12. И.А. Качурин тахрири остида. Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами (таржима)Т.Ўқитувчи. 1994й.
13. А.Н.Набиев, С.М. Хасанов Материаллар қаршилиги . Т.Фан ва технология.2005й.420б.
14. В.А.Нобилов, N.J. Тўйчиев. Materiallar qarshiligi Т. Ўzbekiston faylasuflari milliy jamiyati 2008y. 400 b

Мундарижа

1 - Маъруза.....	5
Мавзу: Кириш	5
2 - Маъруза.....	8
Мавзу: Кириш (давоми)	8
3 - Маъруза.....	13
Мавзу: Оддий деформацияларда ИКФ ни аниқлаш ва уларнинг эпюраларини қуриш	13
Назорат саволлари	17
4 - Маъруза.....	18
Мавзу: Эгувчи момент, кўндаланг куч ва тақсимланган юк орасидаги дифференциал боғланишлар. Эгилишдаги ИКФ эпюраларини қуриш	18
5 - Маъруза.....	25
Мавзу: Тўғри стерженнинг чўзилиши ва сиқилиши	25
6 - Маъруза.....	30
Мавзу: Материалларнинг хоссаларини синаб ўрганиш	30
7 - Маъруза.....	34
Мавзу: Чўзилиш ва сиқилишда мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблар	34
8 - Маъруза.....	39
Мавзу: Чўзилиш - сиқилишдаги статик аниқмас масалалар	39
9 - Маъруза.....	45
Мавзу: Чўзилиш ва сиқилишдаги кучланганлик ва деформацияланганлик ҳолатларининг таҳлили	45
10 - Маъруза.....	50
Мавзу: Кучланганлик ва деформация ҳолати назариялари	50
11 - Маъруза.....	55
Мавзу: Бош юзалар ва бош кучланишларни аниқлаш. Морни доираси, кучланишлар доираси ёрдамида кучланганлик ҳолатини график усулда аниқлаш	55
12 - Маъруза.....	59
Мавзу: Ҳажмий кучланганлик ҳолати. умумий ҳолатдаги кучланганлик ҳолатидаги деформациянинг потенциал энергияси	59
13 - Маъруза.....	66
Мавзу: Текис кесим юзаларининг геометрик характеристикалари.	66
14 - Маъруза.....	73
Мавзу: Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари.....	73
15 - Маъруза.....	79
Мавзу: Силжиш	79
16 - Маъруза.....	84
Мавзу: Буралиш	84
17 - Маъруза.....	93
Мавзу: Тўғри брусларни эгилиши. Соф эгилиш. Кучланишларни аниқлаш	93
18 - Маъруза.....	101
Мавзу: Кўндаланг эгилишда кучланишларни аниқлаш ва мустаҳкамликка ҳисоблаш.....	101
19 - Маъруза.....	108
Мавзу: Эгилишда кўчишларни аниқлаш. Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламаси ва уни интеграллаш	108
20 - Маъруза.....	116
Мавзу: Деформацияланган системалар устиворлиги.	116
21 - Маъруза.....	122
Мавзу: Пропорционаллик чегарасидан кейинги устиворликни йўқолиши.	122
22 - Маъруза.....	131
Мавзу: Ихтиёрий ҳолатдаги юklar таъсиридан кўчишларни аниқлашнинг умумий усуллари. ...	131
23 - Маъруза.....	137
Мавзу: Ишлар ва кўчишлар орасидаги боғланишлар. Мор усулида кўчишларни аниқлаш....	137
24 - Маъруза.....	148
Мавзу: Мураккаб қаршилиқ.....	149
24.1.Умумий тушунчалар.....	149
25 - Маъруза.....	157
Мавзу: Мустаҳкамлик назариялари.....	157
26 - МАЪРУЗА.....	161
Мавзу: Морни мустаҳкамлик назарияси.	161
27 - Маъруза.....	164
Мавзу: Кучларни динамик таъсири	164

ФарПИ «Техника» ноширлик бўлими. Фарғона -712028
Фарғона кўчаси - 86 уй, Маъмурий бино