

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

Наманган давлат университети

**“МЕХАНИКА”
бўлимидан**

**АЙЛАНМА ХАРАКАТ ҚОНУНЛАРИНИ
ЎРГАНИШГА ДОИР
лаборатория ишлари учун
УСЛУБИЙ КЎРСАТМА.**



Наманган – 2006

Тузувчилар :

ф.-м.ф.д. проф. Н.Рахимов
ф.-м.ф.н.доц. С.Ғайбуллаев

Сахифаловчи:

Х.Адашев

**Ушбу услубий қўлланма НамДУ физика-математика
факультети ўқув-услубий кенгашининг 2006 йил “30” августдаги
йиғилишида муҳокама қилинган ва нашрга тавсия этилган.**

Баённома № 1

АЙЛАНМА ХАРАКАТ

Жисмнинг ҳаракат траекториясидан иборат бўлса бундай ҳаракатни айланма ҳаракат дейилади.

Айланма ҳаракатнинг кинематик тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\varphi = \varphi(t) \quad (1)$$

Айланма ҳаракатнинг жадаллигини бурчак тезлик- ω деган катталиқ билан ҳаётланади.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2)$$

$\Delta\varphi$ -моддий нуқта радиус векторининг бурилиш бурчаги.

Бурилиш бурчаги $\Delta\varphi$ ни бурилиш учун кетган вақтга нисбатига бурчак тезлик дейилади.

ёки

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (3)$$

яъни бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосиласига бурчак тезлик дейилади. Нуқта айлана бўйлаб текис ҳаракатланаётган бўлса ихтиёрий вақтдаги бурилиш бурчаги

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t \quad (4)$$

формуладан топилади.

Нуқтанинг илгариланма ҳаракат тезлиги v билан бурчак тезлиги бири бири билан қуйидагича боғланган:

$$v = \omega \cdot R \quad (5)$$

R -нуқтанинг айланма ҳаракат радиуси.

Моддий нуқта нотекис айланма ҳаракат қилаётган бўлса, бурчак тезликнинг вақт бўйича ўзгаришини характерлаш учун бурчак тезланиши - ε киритилган.

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (6)$$

ω_0 -бошланғич вақтдаги бурчак тезлик.

Кўпинча бошланғич вақт $t_0 = 0$ деб олинади.

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad (7)$$

Нотекис айланма ҳаракатда исталган вақтдаги бурчак тезлик

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \quad (8)$$

Формула орқали аниқланади.

(7) формуладаги мусбат ишора текис тезланувчан, манфий ишора эса текис секинланувчан айланма ҳаракат учун.

Бирлик вақт ичида бурчак тезликнинг ўзгаришига бурчак тезланиш дейилади.

$$\text{ёки} \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (9)$$

бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли хосилага; ё бурчак тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли хосилага – бурчак тезланиш дейилади.

Қўзғалмас ўқ атрофида ҳаракатланаётган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси:

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2} \quad (10)$$

J -қаттиқ жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти; ω -бурчак тезлик.

Жисм бир вақтнинг ўзида ҳам илгариланма, ҳам айланма ҳаракат қилиши мумкин. Бундай ҳолда тўлиқ кинетик энергия:

$$E_k = \frac{m g_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (11)$$

g_c -жисм масса марказининг илгариланма ҳаракат тезлиги.

Айланма ҳаркат динамикасининг асосий тенгламаси қуйидагича бўлади.

$$\vec{M} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (12)$$

$\vec{M} = \vec{F} \cdot l$ -айланиш ўқиға нисбатан куч моменти; $\vec{F}$ -қаттиқ жисмға қўйилган куч; l -куч қўйилган нуқтадан айланиш ўқиғача бўлган масофа; J -айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти.

ЛАБОРАТОРИЯ ИШИ № 1

ҒИЛДИРАКНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИ АНИҚЛАШ.

Керакли асбоб ва материаллар: 1) горизантал ўққа ўрнитилган ғилдирак (диск); 2) дискнинг икки ўйма тешигига ўрнатилган жуфт юклар; 3) шкив гардишига ип ёрдамида осиладиган юклар топлами; 4) иккита секундомер; 5) штангсиркул; 6) миллиметрли ва сантиметрли линейка.

ҚИСКАЧА НАЗАРИЯ.

Қаттиқ жисмни айланма ҳаракатга келтириш учун, унинг бирор нуқтасига F ташқи кучни шундай қўйиш керакки, унинг таъсир чизиғи айланиш ўқиға параллел бўлмаслиғи ва шу ўқдан ўтмаган бўлиши керак. Фараз қилайлик ташқи таъсир этувчи F куч айланиш ўқиға перпендикуляр бўлган текисликда, айланиш ўқидан r_i масофада қўйилган бўлсин. Бу ҳолда қаттиқ жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан куч моменти M шу кучни куч елкаси кўпайтмасига тенг бўлиб, ушбу ифода орқали аниқланади:

$$M_i = [r_i F_i] \quad (1)$$

Ёки унинг модули $M = rF \sin \alpha$, бундаги $r \sin \alpha = d$ –куч елкаси дейилади. Ёхуд $M = rF$, бу ерда $F = F \sin \alpha$

Қўйилган куч таъсирида қаттиқ жисм айланма ҳаракат қилиб, β бурчак тезланиш олади. Маълумки, бурчак тезланишининг қиймати қаттиқ жисмнинг шакли, хусусиятига бўлик бўлган ва айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти деб аталувчи физик катталиққа ҳам боғлиқ бўлади. Агар қаттиқ жисмнинг фикран айланиш ўқидан r_i масофада жойлашган массаси dm_i бўлган жуда кўп майдай бўлақларга, моддий нуқталарга ажратиб кўрсак, ажратиб олинган ихтиёрий нуқтанинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти сон қиймати жиҳатидан нуқта массаси dm_i нинг айланиш ўқидан нуқтагача бўлган масофанинг квадрати r_i^2 кўпайтмасига тенг. Яни:

$$\Delta I_i = \Delta m_i r_i^2 \quad (2)$$

каттик жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти эса, шу жисмни ташкил этувчи баррча моддий нуқталарнинг инерция моментлар йиғиндисига тенг. Яни:

$$I = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \Delta m_i r_i^2 = \sum_{i=1}^n m_n r_n^2 \quad (3)$$

Шундай қилиб, жисмнинг инерция моменти унинг факат массасигагина боғлиқ бўлмасдан, балки массанинг айланиш ўқиға нисбатан тақсимланишига (демак нуқтанинг айланиш ўқиға жойлашишига нисбатан) ҳам боғлиқдир. Қаттик жисмнинг айланма ҳаракати учун динамиканинг асосий қонунига асосан куч моменти билан инерция моменти ўзаро қуйидагича муносабат орқали боғланган:

$$M = Id\omega/dt = I\beta \quad (4)$$

Бу ерда ω -жисмнинг бурчак тезлиги, $\beta = d\omega/dt$ - унинг бурчак тезланиши.

Демак, жисмга таъсир этувчи кучнинг моменти, унинг инерция моменти билан бурчак тезланиш кўпайтмасига тенг экан. Иккинчи томондан куч моменти ҳаракат микдори моментидан (импульс моментидан) вақт бўйича олинган ҳосиласига тенг.

$$M = dN/dt \quad (5)$$

Бу ерда $dN = I d\omega$ импульс моментининг дт вақт ичида ўзгариши. Бундан қуйидаги ҳуласа келиб чиқади: агар инерция моменти ўзгармас бўган жисмда доимий ташқи куч ёки куч моменти қўйилган бўлса, унинг айланиш ўқиға нисбатан ҳаракат мукдор моменти вақт бўйича ўзгариб, жисм ўзгармас бурчак тезланиш билан ҳаракатланади.

Жисмнинг оғирлик марказидан ўтган айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти I_0 — аниқ бўлса, шу ўққа параллел бўлган ихтиёрий ўк учун жисмнинг инерция моменти Штейнер теоремасига асосан

$$I = I_0 + md^2 \quad (6)$$

Ифода билан аниқланади. Бу ерда m -жисмнинг массаси, d -жисмнинг оғирлик марказидан айланиш ўқиғача бўлган масофа. Бундан ташқари жисмнинг инерция моментини, унга қўшимча m_0 юкни, айланиш ўқидан d масофага қўйиб ҳам ўзгартириш мумкин. Бу ҳолда жисмнинг инерция моменти

$$I = I_0 + I_1 + m_0 d^2 \quad (7)$$

муносабат билан аниқланади. Бу ерда I_1 - қўшимча юкнинг оғирлик марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти. Бу ишни бажаришдан асосий мақсад: динамиканинг асосий қонунини юксиз ва юкли ғилдирак (диск) учун тажрибада текширишдир, ҳамда дискнинг инерция моментларини назарий ва тажриба йўли билан аниқлаб уларни таққослаш ва Штейнер теоремасини текшириб кўришдир.

НАЗАРИЙ УСУЛ.

Тажрибада горизантал ўққа ўрнатилган R катта радиусли калинлиги ε га тенг бўлган бир жинсли дискнинг ва уни ҳаракатга келтириш учун ип ёрдамида юк осиладиган қўшимча r - радиусли ва калинлиги ε_1 га тенг бўлган шкив билан биргаликдаги инерция моментини аниқлаш керак бўлади. Катта радиусли диск иккита симметрик, айланиш ўқидан d масофада жойлашган $K_1 R_1$ радиусли маҳсус ўйма тешик ва R_2 радиусли чуқурлиги ε_2 га тенг бўлган ўймадан иборат. Бундай мураккаб жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моментини топиш учун аввал R ва r радиусли яхлит диск ва шкуфларнинг инерция моментларини ҳисоблаб ($I = I_1 + I_2$), сўнгра системанинг ўймалар ўрнига мос келувчи инерция моментлари I_3 ва I_4 ни Штейнер теоремасидан фойдаланган ҳолда ҳисоблаб системанинг инерция моменти I дан уларни айириб топилади:

$$I_0 = I - 2(I = m_3 d^2) - I_4 \quad (8)$$

Бу ерда m_2 - R_1 радиусли тешикчага мос келувчи ғилдирак диск материалидан ясалган стерженнинг массаси, d - ўйма тешикларнинг маркази билан дискнинг айланиш ўқи орасидаги масофа, I_3 ўйма тешикчага мос

келувчи стерженнинг оғирлик марказидан ўтувчи айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти. Бу (8) формуладаги инерция моментларининг ўрниға массалари ва радиуслари орқали қийматларни қўйиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$I_0 = 1/2 m_1 R^2 = 1/2 m_2 r^2 - 2(1/2 m_3 R_1^2 = m_3 d^2) - 1/2 m_4 R_2^2 \quad (9)$$

Бу формулага курувчи массаларни зичлик ρ ва ҳажм ифодалари орқали ёзиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$I_0 = \frac{1}{2} \pi R^2 \varepsilon \rho R^2 + \frac{1}{2} \pi r^2 \varepsilon_1 \rho r^2 - 2 \left(\frac{1}{2} \pi R_1^2 \varepsilon \rho R_1^2 + \frac{1}{2} \pi R_1^2 \varepsilon \rho d^2 \right) - \frac{1}{2} \pi R_2^2 \varepsilon_2 \rho R_2^2 = \frac{1}{2} \pi \rho [\varepsilon (R^4 - 2R_1^4 - 2R_1^2 d^2) + r^4 \varepsilon_1 - R_2^4 \varepsilon_2] \quad (10)$$

Бу ерда ρ -диск моддасининг зичлиги ($\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$),

R -катта дискнинг радиуси ва калинлиги,

R_1 -ўйма тешикларнинг радиуси,

r, I_1 -шків радиуси ва калинлиги,

R_2, I_2 – чуқурликдаги ўйманинг радиуси.

Диск ва шків кичик радиусли темирдан ясалган ўққа ўрнатилган ва унинг инерция моменти ўкнинг радиуси r квадратиға пропорционаллигидан ва $r < R$ бўлганлигидан ва дискнинг инерция моменти га нисбатан жуда кичкиналигидан уни назарға олмайди. Бундан ташқари шків радиуси ва ўйма тешикнинг радиуси ҳам радиусдан кичиклигини ва уларнинг диск инерция моментиға берадиган ҳоссаси 0.5% дан камлигини эътиборға олиб, (10) формулани шу аниқлик билан қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$I_0 = 1/2 \pi \rho [\varepsilon (R^2 - 2R_1^2 d^2) - R_2^2 \varepsilon_2] \quad (11)$$

Шундай қилиб, диск ва ўйма тешик радиуси ва уларни қалинлигини билган ҳолда (11) формуладан юқоридаги услубға асосан юксиз дискнинг инерция моменти аниқланади.

Агар икки ўйма тешиклар ичига бирор металдан ясалган цилиндр шаклидаги юкларни жойлаштирсак, у ҳолда Штейнер теоремасига асосан дискнинг инерция моменти ортиб қуйидагига тенг бўлади:

$$I' = I_0 = 2I_0 = 2m_0 d^2 \quad (12)$$

Бу ерда I_0 -юксиз дискнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти, I_3 -дискка ўрнатилган юкнинг оғирлик марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти, m_0 -битта юкнинг массаси, d -тешик марказидан айланиш ўқиғача бўлган масофа. (12) формуладаги I_5 ўрнига $1/2 m_0 r_0^2$ ни кўйиб

$$I' = I_0 = m_0 r_0^2 = 2m_0 d^2 \quad (13)$$

ни ҳосил киламиз. Бу ерда r_0 –метал цилиндрнинг радиуси. Шундай қилиб, ўйма тешикчага кўйиладиган ипнинг массаси ва унинг радиусини аниқлаб, (13) формуладан юкли дискнинг инерция моментини берилган экспериментал система учун аниқлаш мумкин.

Ишда (11) ва (13) формулалардаги катталикларни ўлчаб, шу формулалар ёрдамида юксиз дискларни инерция моментлари аниқланади.

ДИНАМИК УСУЛ

Ғилдирак диск ишқаланишни камайтириш мақсадида подшебниклар ёрдамида горизонтал ўққа ўрнатилган (33-расм). Шкивга ип орқали m массали юк илиниб, махсус очилиб ёпиладиган супачага кўйилади. Суппачани очсак, диск ипнинг таранглик кучи

$$F = mg - ma \quad (14)$$

таъсири остида айланма ҳаракатга келади. Бу ерда a - юкнинг тушиш тезланиши. Дискнинг бурчак тезлиги ω вақт бўйича ортиб,

$$\beta = \omega / t \quad (15)$$

га тенг бўлган ўзгармас бурчак тезланиш билан айланма ҳаракат қилади. Шкив гардишининг чизиқли тезлиги

$$v = \omega r \quad (16)$$

ва юкнинг тушиш тезлиги

$$v=at \quad (17)$$

бир-бирига тенг бўлиб, юкнинг тушиш тезланиши

$$a=2h/t^2 \quad (18)$$

ни тушиш баландлиги ва тушиш вақти t ни билган ҳолда аниқласа бўлади:

$$v=at=2ht/t^2 \quad (19)$$

Бу (17), (18), (19) формулалардаги a тезланиш, r радиусли шкив гардишидаги нукталарнинг тангенциал тезланишига тенг $a=a_i$ ёки

$$a= \beta r \quad (20)$$

Тезланишнинг ўрнига (18) формуладаги ифодани қўйиб

$$\beta r=2h/t^2 \quad \text{ёки} \quad \beta=2h/rt^2 \quad (21)$$

Формуладан бурчак тезланишини юкнинг тушиш баландлиги h ва тушиш вақти t ни ҳам шкив радиуси ўлчаб аниқланади.

Айланма ҳаракат динамикаси асосий қонунидан бурчак тезланиш

$$\beta=M/I \quad (22)$$

Бу ерда

$$M=M_1-M_2 \quad (23)$$

Бўлиб, M_2 -ининг шкивга кўрсатадиган таранглик кучи F нинг моменти

$$M_1 = Fr = (mg - m2h/t^2)r \quad (24)$$

M_2 -еса подшибниклардаги ишқаланиш кучларининг моменти бўлиб, M_1 га карама қарши йўналган.

Ишқаланиш кучлари юкнинг тушиш тезлигига ва ғилдиракнинг бурчак тезлигига боғлиқ эмас деб фараз киламиз. Юкнинг таъсир кучи тўхтагандан кейин ғилдирак – диск фақат ишқаланиш кучи ҳисобига β_1 бурчак тезланиш билан текис секинланувчан ҳаракатланади:

У ҳолда

$$M_2 = I_0 \beta_1 = I\omega/\tau \quad (25)$$

Бу ерда τ -дискнинг тўлиқ тўхташига кетган вақт.

Агар юкнинг полга тушиш вақтидаги бурчак тезлиги (16) ва (19) формулага асосан

$$\omega = 2h/\tau t \quad (26)$$

га тенг бўлса, (22) формулани (21), (23), (24), (26) формулаларни ҳисобга олган ҳолда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{2h}{t^2 r} = \frac{mgr - m \frac{2h}{t^2} - I_0 \frac{2h}{rt\tau}}{I_0} \quad (27)$$

Бу (27) формуладан ғилдирак – дискнинг инерция моменти учун қуйидаги

$$I_0 = \frac{mr^2 \left(g - \frac{2h}{t^2} \right)}{2h \left(\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t\tau} \right)} \quad (28)$$

ифодани топамиз. (28) формуланинг сурат маҳражини $2h$ га бўлиб, тажрибадан дискнинг инерция моментини ҳисоблашни осонлаштириш учун қуйидаги формулани ҳосил киламиз:

$$I_0 = \frac{mr^2 \left(\frac{\beta}{2h} - \frac{1}{t^2} \right)}{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t\tau}} \quad (29)$$

Агар дискдаги тешикларга юклар жойлаштирилса, унинг инерция моменти ортади. Натижада юкнинг тушиш ва дискнинг тўхташ вақтлари мос равишда ўзгаради. У вақтда инерция моменти (29) га биноан қуйидагича аниқланади:

$$I'_0 = \frac{mr^2 \left(\frac{g}{2h} - \frac{1}{t'^2} \right)}{\frac{1}{(t')^2} - \frac{1}{t'\tau'}} \quad (30)$$

(29) ва (30) формула, шкивга осиладиган ҳар хил массали юклар учун бирдай ўринлидир.

ЎЛЧАШЛАР.

1. Миллиметрли линейка билан дискнинг катта радиуси R ни ва штангенциркул билан унинг қалинлиги ϵ ни ўйма тешикнинг радиуси R_1 ни, диск ёнидаги ўйманинг радиуси R_2 ни унинг чуқурлиги ϵ_2 ни беш мартадан ўлчаб, уларнинг ўртача қиймати олинади. Олинган натижалар 1- жадвалга ёзилади.

№	R	l	R ₁	R ₂	l ₂	ΔR _i	Δl _i	ΔR _{1i}	ΔR _{2i}	Δl _{2i}
1.										
2.										
3.										

2. Дискнинг ўйма тешигига жойлаштириладиган юкнинг ҳамма деталарининг массаси m_{0i} ёзиб олинади ва уларнинг йиғиндиси m_0 аниқланади. Ўйма тешик маркази билан айланиш ўқи орасидаги масофа

$$d = R_1 = r_1 = i_0$$

формуладан аниқлаш кулай. Бу ерда i_0 –ўйма билан ўқ орасидаги масофа, ва r_0 - метал цилиндрнинг радиуси беш марта ўлчанади ва уларнинг натижалари иккинчи жадвалга ёзилади.

2 – жадвал.

№	r_0	l	d	m_0	Δr_0	Δd	Δm	Δl_0
1.								
2.								
3.								

3. Сантиметрли масштаб билан супачадан полгача бўлган масофа h камида уч марта ўлчанади.

4. Юкли ва юксиз диск учун ҳар-ҳил масофали m юкларни ипга осиб, уларнинг ҳар бирини ҳаракатлантириб полга урилишгача вақти t ва дискнинг тўла тўхташи учун кетадиган вақти τ камида уч мартадан аниқланади.

5. Олинган натижалар қуйидаги учинчи жадвалга ёзилади.

3-жадвал

№	Юклар оғирлиги p	t				τ				I_0
		t_1	t_2	t_3	$\bar{t}$	τ_1	τ_2	τ_3	$\bar{\tau}$	

ҲИСОБЛАШЛАР.

1. Юкли ва юксиз диск учун 1 ва 2 жадвалдан олинган катталикларнинг ўртача қийматларини (11) ва (13) формулаларга қўйиб, назарий йўл билан унинг инерция моментлари I_0 ва I'_0 ҳисобланади.

2. Юкли ва юксиз диск учун тажрибада ўлчанган катталикларнинг ўртача қийматларини 3- жадвалдан олиб, (29) ва (30) формулаларга қўйиб, унинг инерция моментлари I_0 ва I'_0 ҳисобланади.

3. Инерция моментларини аниқлашдаги абсолют ҳатолик (11), (13), (29), (30) ҳисоблаш формулаларини деформацияллаш методи билан топилади:

$$\Delta I_0 \equiv \bar{I}_0' \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{t'}{\tau' + t'}\right)^2 \left(\frac{\Delta \tau'}{\tau'}\right)^2 + \frac{[gt'(2\tau' + t') + 2h]}{(\tau' + t')^2 (gt'^2 - 2h)^2} + \frac{g^2 t'^2}{(gt' - 2h)^2} \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2} \quad (31)$$

4. Назарий ва динамик усулда топилган инерция моментларини ишонч интервали ($I \pm \Delta I$) да ўзаро тенг бўлиши текширилади.

5. Натижанинг нисбий ҳатолиги қуйидаги формула ёрдамида ҳисобланади:

$$\varepsilon = \frac{\Delta I}{I} 100\%$$

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Бурчак тезланиш нима?
2. Айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти, куч моменти, ҳаракат миқдори моменти деганда нима тушунилади?
3. Штейнер теоремасини ёзинг ва уни исботланг.
4. Дискка таъсир қилувчи ишқаланиш кучи юкнинг тушиш тезлигига қандай боғланган?
5. Ихтиёрий геометрик шаклдаги жисмни инерция моменти қандай ҳисобланади?

ЛАБОРАТОРИЯ ИШИ № 2

ҚАТТИҚ ЖИСМЛАРНИНГ АЙЛАНМА ҲАРАКАТ ҚОНУНЛАРИНИ ОБЕРБЕК МАЯТНИГИДА ТЕКШИРИШ

Керакли асбоб ва материаллар: 1) Обербек маятниги; 2) Юклар тўплами; 3) Секундомер; 4) Штангенциркул; 5) Миллиметрли чизғич; 6) Миллиметрли қоғоз.

ҚИСҚАЧА НАЗАРИЯ

Маълумки, илгариланма ҳаракат ҳолида жисмга таъсир қилувчи куч, жисм массаси ва шу куч таъсирида жисм оладиган тезланишни ўзаро боғлайдиган ифодадир:

$$F=ma \quad (1)$$

Айланиш ўқиға эга бўлган жисмни айланма ҳаракатга келтириш учун унга бирор куч таъсир этиш керак. Лекин жисм ҳар қандай йўналишдаги куч таъсирида ҳам айланма ҳаракатга келавермайди. Тажрибаларнинг кўрсатишича, микдорлари айнан бир ҳил, лекин йўналишлари турлича бўлган кучлар таъсирида жисмнинг айланиши турлича бўлади. Масалан, кучнинг таъсир йўналиши айланиш ўқиға параллел ёки айланиш марказидан ўтадиган ҳолларда жисм ҳаракатланмайди. Умуман, жисмни ўқ атрофида ҳаракат ҳарактерини кучнинг ўзи эмас, балки кучнинг ўққа нисбатан моменти белгилайди.

Жисмни бирор А нуқтасига F куч таъсир қилаётган бўлсин .(8-расм). Бу кучнинг шу ўққа нисбатан моменти М деганда 0 нуқтадан кучнинг кўйилиш нуқтасига ўтказилган радиус вектори r билан F кучнинг вектор кўпайтмаси тушунилади:

$$M=[rF] \quad (2)$$

М нинг модули эса

$$M=Fr\sin\alpha=Fh \quad (3)$$

Ифода ёрдамида аниқланиши мумкин. Бундаги h кучнинг O нуқтага нисбатан елкаси дейилади. a -г ва F векторлар орасидаги бурчак M векторнинг йўналиши ўнг парма коидасига асосан топилади. Агар парма дастасининг ўқ атрофида r вектордан F векторга қараб соат стрелкаси бўйича кичик бурчак йўналишида бурилса, парманинг йўналиши M векторнинг йўналишини кўрсатади.

Жисмнинг ўқ атрофидаги айланма ҳаракат ҳолатини чизиқли тезланиш эмас, балки бурчак тезланиш β ҳарактерлайди. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни жисмга таъсир қилувчи куч моменти билан бурчак тезланишни боғлайди:

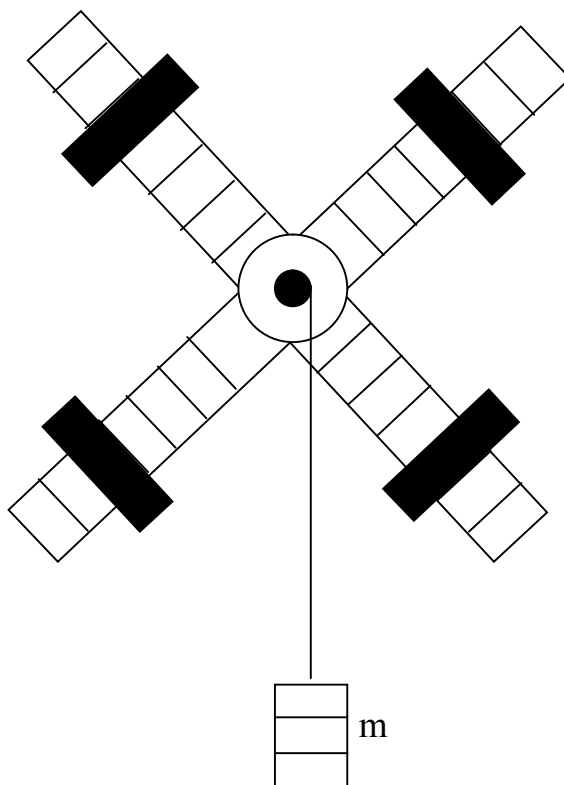
$$M = I\beta \quad (4)$$

Бу ифодага кирган I катталиқ жисмнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти дейилади. I катталиқни қиймати жисм массаси билан унинг айланиш ўқиға нисбатан қандай тақсимланганлиогига боғлиқ бўлиб, унинг сон қиймати қуйидаги ифода орқали аниқланиши мумкин:

$$I = \sum \Delta m_i r_i^2 \quad (5)$$

Агар жисм бир неча бўлакдан иборат бўлса, унинг инерция моменти таркибий қисмлар инерция моментлари йиғиндисига тенг бўлади.

Бу ишни бажаришдан мақсад айланма ҳаракат динамикасининг қонунини экспериментда текширишдир.



(8-расм)

УСЛУБ НАЗАРИЯСИ ВА ЭКСПЕРИМЕНТАЛ ҚУРИЛМА

Обербек маятниги горизонтал ўқ атрофида кичик ишқаланиш билан айланувчи марказий цилиндрга маҳкамланган ўзаро тик тўртта стержендан иборат (38-расм)

Массалари бир ҳил бўлган тўртта юк бу стерженларда кўчиб юра олади ва керакли жойда маҳкамланиш мумкин. Маятник шкивга бир текис қилиб ўраглан ип учига осилган юк ёрдамида айланма ҳаракатга келтирилади. Ушбу қурулма учун айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни бўлиб қуйидагича кўринишда ёзиш мумкин:

$$\beta = (M - M_a) / I \quad \text{ёки} \quad M = I\beta = M_a \quad (6)$$

$$I = I_0 = I_{01} = m_0 d^2$$

М-системани айлантирувчи ташқи кучларнинг моменти; M_a -ишқаланиш кучи моменти, I_0 -юксиз маятникнинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моменти, m_0 -сержендаги тўртта юкнинг умумий массаси, I_{01} -стержендаги юкларнинг массалар марказидан ўтувчи ўққа нисбатан инерция моменти, d -айланиш ўқидан стержендаги юкларнинг оғирлик марказигача бўлган масофа. (6) тенгламадан кўриниб турибдики стержендаги юкларнинг вазияти ўзгармас бўлса ($d = \text{const}$), M ва β орасида чизиқли боғланиш мавжуд бўлар экан (39-расм). Бизнинг вазифамиз ҳақиқатдан ҳам шундай боғланиш борми ёки йўқлигини текширишдан иборат.

M ва β катталикларни қуйидаги мулоҳазалар асосида аниқлашга ҳаракат қилайлик: Агар m юк осиладиган ипни чўзилмас деб ҳисобласак, юкнинг тезланиши шкив гардишидаги нуқталарнинг тангенциал тезланишига тенг бўлади. У вақтда юкнинг тушиш баландлиги h ни ва тушуш вақти t ни билган ҳолда чизиқли ва бурчак тезланишларнинг қуйидаги ифодалар ёрдамида аниқлаш мумкин:

$$a=2h/t^2 \quad (7)$$

$$\beta=a/t^2=2h/rt^2 \quad (8)$$

Бу ерда r -шків радиуси. Ипдаги m юкга ўзаро карама-карши йўналган икки куч: mg га тенг бўлган оғирлик кучи ва ипнинг таранглик кучи таъсир қилади:

$$mg=mg-F_t \quad (9)$$

$$F_t=m(g-a) \quad (10)$$

Таранглик кучи шків гардишига ҳам қўйилган бўлади. У ҳолда шківга таъсир қилувчи куч моменти

$$M=F_t r=mr(g-a) \quad (11)$$

(8) ва (10) ларни ҳисобга олиб ҳамда и юкка мос келувчи катталикларни m_i, t_i, β_i ва M_i деб белгиласак, (6) ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$m_i r (g - 2h/t_i^2) = 2Ih/rt_i^2 = M_i \quad (12)$$

(12) тенгламада қуйидаги белгилашлар киритайлик

$$I=B, M_a=A, \beta_i=2h/rt_i^2=X_i$$

$$Y_i = M_i = m r [g - 2h/t_i^2] \quad (13)$$

У ҳолда (12) тенглама қуйидаги кўринишга келади

$$Y_i = BX_i + A \quad (14)$$

Шундай қилиб, агар d нинг аниқ бир қийматлари учун M нинг β га боғланиш графиклари чизилса, бурчак коэффициентлари ҳар хил бўлган тўғри чизиқлар ҳосил бўлади.

ЎЛЧАШЛАР.

1. Сантиметрли масштаб билан платформадан полгача бўлган масофа h ни, штангенциркул билан стержендаги юк калинлиги – бўйи D_1 ни, марказий цилиндр диаметри D_2 ва шкив радиуси r уч марта ўлчаб олинади.

2. Стержендаги юклар айланиш ўқидан бирдай d_1 масофада маҳкамланиб, ипга массаси m_1 га тенг юк осилади ва унинг платформадан полга тушиш вақти ўлчанади. Бу тажриба ҳар бир m ва d учун камида уч марта такрорланиши керак.

3. d нинг шу қийматида икки пунктдаги тажриба камида m нинг тўрт хил қийматлари учун такрорланиши керак. Тажрибада олинган натижалар қуйидаги кўринишдаги жадвалга ёзилади.

1-жадвал

№	m_i	d_i	t_{1i}	T_{2i}	t_{3i}	t_i	β_i	M_i
1.								
2.								
3.								

4. Стержендаги юкларни айланиш ўқидан d_2 масофада маҳкамлаб, 2 ва 3- пунктдаги ўлчашлар такрорланади ва натижалар 1- жадвалга ёзилади.

5. Сундай тажрибалар d нинг учта қийматлари учун такрорланади.

ҲИСОБЛАШЛАР.

1. Тажрибалар натижаларидан фойдаланиб, d нинг ҳар хил қийматлари учун M_i ва β_i ларнинг қийматлари ҳисобланади:

$$X_i = \beta_i = 2h / t_i^2 r \quad Y_i = M_i = m_i r (g - 2h / t_i^2 r) \quad (15)$$

2. Ордината ўқига M ни, абсисса ўқига β ни кўйиб, миллиметрли масштаб коғозда M ва β орасидаги боғланиш графиги чизилади.

3. Графикдан фойдаланиб, d нинг агар бир қиймати учун системанинг инерция моменти I аниқланади. Инерция моменти тўғри чизиқнинг бурчак коэффициентини тенг.

$$I = (M_2 - M_1) / (\beta_2 - \beta_1) \quad (16)$$

M_a эса графикда $\beta \rightarrow 0$ ҳол учун экстропояция методи ёрдамида аниқланади ёки энг кичик квадратлар усулидан фойдаланиб ҳисобланади.

4. Энг кичик квадратлар усулидан фойдаланиб, M нинг β га боғлиқлигини ифодаловчи бирор тўғри чизик учун ΔI ва ΔM_a ҳатоликлар ҳисобланади.

$Y = Y_i^{\text{ж}} - Y_1$ лар тажриба натижалари. Y_i нинг аниқланган I ва M_a лар асосида чизилган тўғри чизикдан четлашиш катталигидир. Бу ерда $H_i^{\text{ж}} = AX_i = B$ A ва B ларни X_i -қийматини билган ҳолдаги ҳисобланган катталиклар.

ЎЛЧАШ НАТИЖАЛАРИНИ ВА ҲАТОЛИКЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

1- жадвалдаги тажриба натижаларидан фойдаланиб, ҳар бир m юklar учун (миллиметрли коғозга) абцисса ўқига t_i^2 ларни ва ордината ўқига d_i^2 ларни кўйиб, график чизилади. Олинган натижаларни тўғри чизикда жойлашиши текширилади. Бордию нуқталарни бирортаси тўғри чизикдан четлашиши бошка нуқталарни четлашишидан 3 ёки ундан кўп марта ортик бўлса, у ҳолда бу нуқта ҳисоблашларга ва тўғри чизик ўтказишда назарга олинади.

B нинг топилган қийматидан юқоридаги формулаларга асосан $I_0 = m_0 B$ дан I_0 - юксиз маятникнинг инерция моменти ҳисобланади.

I_0 - инерция моментини ифода орқали аниқланади.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ

1. Куч моменти ва куч елкаси.
2. Ҳаракат микдор моментининг сақланиш қонунини таърифланг, инерция моменти нима?
3. Айланма ҳаракат учун динамиканинг асосий қонунини таърифланг?
4. Штейнер теоремасини тушунтириб беринг.
5. Оғирлик маркази ва инерция маркази нима?

ЛАБОРАТОРИЯ ИШИ № 3

ТРИФЛЯР МАЯТНИК ЁРДАМИДА ЖИСМЛАРНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИ АНИҚЛАШ.

Керакли асбоб ва материаллар: 1) Трифляр маятник; 2) секундомер; 3) штангенциркул; 4) инерция моменти ўлчанадиган жисмлар намунаси.

НАЗАРИЯ

Трифляр маятник учта ўзаро симметрик иплар воситасида бири иккинчисига осиб қўйилган дисклардан иборат системадир (9-расм)

Пастки диск оғирлик марказидан ўтувчи вертикал ўқ атрофида эркин буралма тебранма ҳаракат қила олиш имкониятига эга. Системанинг тебраниш даври дискнинг унга қўйилган юklar билан биргаликдаги инерция моментиға боғлиқ бўлади. Бу нарсa жисмларнинг инерция моментиғи аниқлашға ва Штейнер теоремасини текширишға нимкон беради.

Агар диск мувозанат вазиятиға нисбатан φ бурчакка буралса у бирор баландликка кўтарилади ва унинг потенциал энергияси mgh га ортади. Диск иккинчи томонға бурилиб мувозанат вазиятға келганда бу потенциал энергия (агар ишқаланиш кучлари эътиборға олмайдиган даражада кичик бўлса) бутунлай системанинг кинетик энергиясига айланади. Яъни:

$$I\omega^2/2 = mgh \quad (1)$$

Бундаги ω_0 –дискнинг мувозанат ҳолатидан ўтаётган пайтдаги бурчак тезлиги, I – дискнинг унга қўйилган юklar билан биргаликдаги диск марказидан ўтувчи вертикал ўққа нисбатан инерция моменти.

Агар диск кичик бурчакка бурилиб тебранма ҳаракат қилаётган бўлса, у вақтда унинг тебранишларини гармоник деб ҳисоблаб исталган вақт учун бурилиш бурчагини қуйидаги

$$\varphi = \varphi_0 \sin(2\pi/T)t \quad (2)$$

Муносабат орқали аниқлаш мумкин. Бунда φ_0 –тебраниш амплитудаси, T -системанинг тебраниш даври, t -вақт. Дискнинг бурчак тезлиги (2) ифодага асосан қуйидагича аниқланади:

$$\omega = d\varphi/dt = (2\pi/T) \varphi_0 \cos 2\pi m/T \quad (3)$$

Диск мувозанат ҳолатига мос келувчи вазиятдан ўтаётган пайтларда унинг бурчак тезлиги максимал бўлади ва унинг қиймати

$$\omega_0 = (2\pi/T) \varphi_0 \quad (4)$$

ифодадан аниқланади.

(1) ва (4) ифодаларга кирган φ_0 ва h ларни 9-расмдан аниқлаш мумкин.

Агар ипларнинг узунлиги l ва диск марказидан ипларгача бўлган масофа R га тенг бўлса дискнинг кичик тебранишлари учун

$$\varphi_0 \approx AA''/P \approx [(l^2 - (l-h)^2)/R]^{1/2} \quad (5)$$

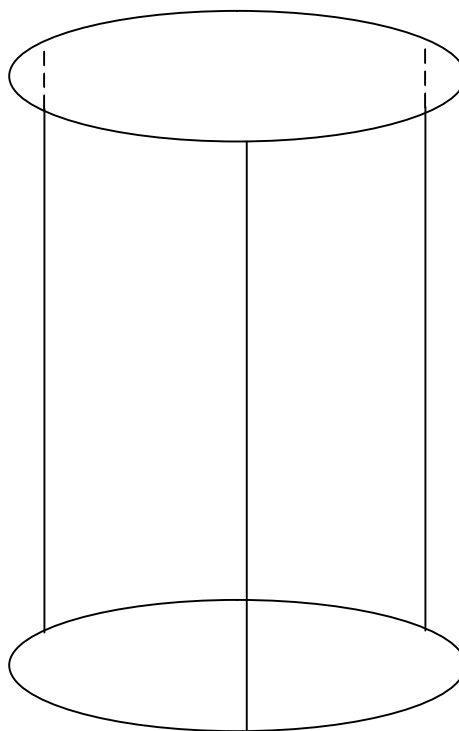
Ифода ўринли бўлади. Бундан $h^2 \approx 0$ эканлигини ҳисобга олиб h ни топамиз.

$$h = R^2 \varphi_0 / 2l \quad (6)$$

(4) ва (5) ларни ҳисобга олиб (1) дан инерция моменти учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз.

$$I = mRhT^2 / 4\pi^2 l \quad (7)$$

Бу формула ёрдамида дискнинг инерция моменти ҳам, унинг устига қўйилган жисмнинг инерция моменти ҳам аниқланиши мумкин. Чунки бу ифоданинг ўнг томондаги барча катталикларни бевосита тажриба натижаларида аниқлаш мумкин.



(9-расм)

ЖИСМЛАРНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИНИ АНИҚЛАШ.

Дискнинг массаси m_0 га ва унинг тебраниш даври T_0 га тенг бўлса у вақтда (7) формулага асосан топилган инерция моменти дискнинг инерция моменти i_d гат енг бўлади.

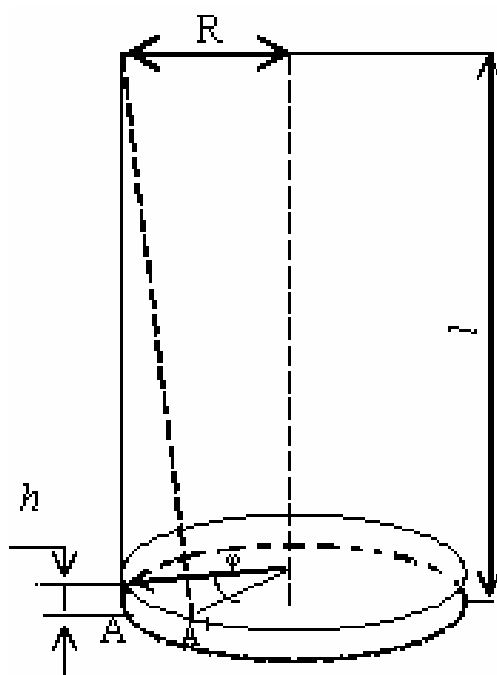
Агар диск марказига (10-расм) массаси m_1 бўлган жисм қўйилгандаги массаси $m=m_0=m_1$ бўлиб, тебраниш даври T га тенг бўлса, (7) формулага асосан топилган инерция моменти дискнинг жисм билан биргаликдаги инерция моменти га тенг бўлади:

$$I=I_{\partial}=I_{жс}$$

Бундан жисмнинг инерция моменти

$$I_{жс}=I-I_{\partial} \quad (8)$$

эканлиги келиб чиқади.



(10-расм)

ЎЛЧАШЛАР ВА ҲИСОБЛАШЛАР.

1. Инерция моменти аниқланадиган жисмларнинг массалари m_1 ва m_2 тарозида ўлчанади ва ўлчашдаги ҳатоликлар Δm_1 ва Δm_2 аниқланади.
2. Бўш платформани айланма ҳаракатга келтириб, унинг 100 марта тўлиқ тебранишга кетган вақт камида уч марта ўлчанади.
3. Шундан сўнг дискнинг марказгача массаси олдин тортиб топилган жисмлардан бири ўрнатилади ва юқоридагидек ўлчашлар бажарилиб (7) формула ёрдамида системанинг инерция моменти I аниқланади, сўнгра $I_{\text{ж}}$ топилади.
4. Биринчи жисм устига иккинчи жисмни ўрнатиб учинчи пунктдаги ўлчашлар бажарилиб системанинг шу ҳолатдаги тебраниш даври T_1 ва инерция моменти I_1 аниқланади. Бунда (7) даги m ўрнида $m_0=m_1=m_2$ масса эканлиги ҳисобга олинади.
5. Иккала жисмнинг диск марказига нисбатан ўзаро симметрик ҳолда ўрнатиб юқоридагидек системани тебраниш даври T_2 ва инерция моменти $I_{\text{ж}}$ топилади.

М	100 марта тебраниш учун кетган вақт				Т
	t ₁	t ₂	t _a	t _i	
m ₀					
m ₀ =m ₁					
m ₀ =m ₂					
m ₀ =m ₁ =m ₂					

6. I_д, I, I₁, ва I₂ ларни аниқлашдаги катталиклар қуйидагича ифодадан фойдаланиб аниқланиши мумкин:

$$\Delta I = I [(\Delta m/m)^2 = (\Delta l/l)^2 = (2\Delta T/T)^2]^{1/2} \quad (13)$$

Бундаги I, m, T лар ўрнига системанинг юкли ва юксиз ҳолатларига тўғри келувчи қийматлари қўйилади.

7. I_{ж1}, I_{дж} ва (I₂–I₁) ларни аниқлашдаги ҳатоликлар қуйидаги ифодалардан фойдаланиб топилади:

$$\Delta I_{ж} = [(\Delta I_2)^2 = (\Delta I)^2]^{1/2} \quad (14)$$

$$\Delta (I_2 - I_1) = [(\Delta I_1)^2 = (\Delta I_2)^2]^{1/2} \quad (15)$$

8. (I₂–I₁) айирмани назарий йўл билан ҳисоблашдаги ҳатолик қуйидаги ифода ёрдамида ҳисобланади:

$$(I_2 - I_1) = (m_1 = m_2) d^2 \sqrt{\left[\frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_2}{m_2}\right]^2} + \sqrt{\left[\frac{2\Delta d}{d}\right]^2} \quad (16)$$

НАЗОРАТ САВОЛЛАР.

1. Куч елкаси нима? Куч моменти нима?
2. Инерция моментининг физик маъноси.
3. қандай шароитда трифиляр маятникнинг бурилма тебраниши гармоник тебраниш бўлади?
4. Бу қурулмада қандай жисмларнинг инерция моментини аниқлаш мумкин?

5. Трифиляр маятникнинг пўлат симлари деформацияси унинг тебраниш даврига қандай таъсир қилади?
6. Ҳисоблаш формуласини келтириб чиқаринг?

□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□.

1. «□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□ »
□.□□□□□□□□, □.□□□□□□□□. «□**қ**□□□□□□□□» 2002 □.
2. «□□□□□□□□»,□.□.□□□□□□□□□□□□, □.□.□□□□□□□□□□, □□□□□□□□, 1998 □.
3. □.□.□□□□□□□□□□, «□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□», «□**қ**□□□□□□□□»,□□□□□□□□ 1973 □
4. □.□.□□□□□□□□, «□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□», «□**қ**□□□□□□□□»,□□□□□□□□ 1981 □.
5. С.Э.Хайкин, «Физическая основы механики», «Наука», Москва.
6. □.□.□□□□□□□□□□, «□□□□□□□ □□□□□□□ □□□□□□», «□**қ**□□□□□□□□»,□□□□□□□□ 1977 □.
7. □.□.□□□□□□□□□ □□ □□□**қ**□□□□□, «□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□», «□**қ**□□□□□□□□»,□□□□□□□□ 1979 □.

М У Н Д А Р И Ж А

1. Айланма ҳаракат.
2. Ғилдиракнинг инерция моменти аниқлаш.
3. Қаттиқ жисмларнинг айланма ҳаракат қонунларини
обербек маятнигида текшириш
4. Трифляр маятник ёрдамида жисмларнинг
инерция моменти аниқлаш.
5. Фойдаланилган адабиётлар