ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

САМАРҚАНД ИҚТИСОДИЁТ ВА СЕРВИС ИНСТИТУТИ

Институт ўқув- услубий
Кенгашида муҳокама
этилган ва нашрга тавсия
қилинган, 8-сон баённома
28 март 2007 й.

ОЛИЙ МАТЕМАТИКА КАФЕДРАСИ

О Л И Й М А Т Е М А Т И К А

фанидан 5811700 - сервис (туризм ва мехмонхона хўжалиги), 5811000-сервис техника ва технологияси (хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича), 5811600-сервис (сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) йўналишидаги бакалавриатлар учун 3-5 л**аборатория ишларини бажариш бўйича**

У С Л У Б И Й К Ў Р С А Т М А В А Т О П Ш И Р И Қ Л А Р

САМАРҚАНД) 2007

Услубий кўрсатма ва топшириқлар, 5811700 - сервис (туризм ва меҳмонхона хўжалиги), 5811000 - сервис техника ва технологияси (хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича), 5811600 – сервис (сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) йўналишлари ўқув режасидаги „Олий математика'' фани ишчи-ўқув дастуридаги 3-5 лаборатория ишларини бажаришга мўлжалланган бўлиб, умумий кўрсатмалар, ишнинг мақсади, тегишли назарий қисм ва амалий машқларни бажариш бўйича услубий кўрсатмалар ҳамда лаборатория ишлари топшириқлари берилган.

Тузувчи: Бегматов А. Б. Олий математика кафедраси доценти.

Тақризчилар:

Файзиев С. Р. ф-м.ф.н., доцент, Самарқанд Давлат архитектура ва қурилиш институти;

Умаров Т. И. тех.ф.н., доцент, Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти;

Алиқулов А. И. и.ф.н., доцент, Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти, ахборотлар технологияси кафедраси мудири.

Услубий кўрсатма ва топшириқлар „Олий математика'' кафедраси мажлисида муҳокама этилган ва нашр этишга тавсия қилинган (5-сон баённома, 17 март, 2007 йил).

Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти, А.Б. Бегматов. 2007.

Умумий кўрсатмалар

Маълумки, ҳозирги замонда иқтисодга, ишлаб чиқаришга қўйилаётган юксак талабларни бажаришда кадрларнинг умумий малакаси олдинги ўринга қўйилмоқда. Бу юксак талаблар ҳамма, хусусан сервис йўналишидаги мутахассисларга ҳам тегишлидир.

Бундай ҳар томонлама малакага эга бўлган мутахассисларни тайёрлашда Олий математика фанининг алоҳида ўринга эгалиги ҳеч кимда шубҳа туғдирмаса керак.

Хамма соҳаларда,математик қонуниятларга асосланган замонавий компьютерларнинг муваффақият билан татбиқ этилиши ҳамда унинг кундан-кунга ривожланиб бораётганлиги, ёш мутахассисларнинг тегишли соҳалар масалаларининг математик моделларини туза билиши ва унда ҳисоблаш техникасини қўллай олиши, долзарб масалалардан бўлиб қолмоқда. Бундай масалаларни моделлаштириш математик амаллар ва усуллар ёрдамида амалга оширилади.

Олий мактабда ,,Олий математика” фанини ўрганиш жараёни маърузалар, амалий машғулотлар,лаборатория ишлари ва мустақил таълим орқали олиб борилади. Талабалар ўқитувчи томонидан берилган маълумотларнинг маъносини англаб олишга, тушунишга ҳаракат қилади ва ундан ўзининг амалий фаолиятида фойдаланади.

Математик аппаратни ўрганишда Олий математика фанидан лаборатория ишларини бажариш ҳам катта аҳамиятга эга. Лаборатория ишлари назарий билимларни қўллаш механизмини чуқур билиш имкониятини яратиш билан биргаликда талабалар фикрлаш қобилиятини ривожлантириб унга фаоллик касб этади.

Лаборатория ишларини бажариш жараёнида талабанинг илмий текшириш малакалари шаклланиб, фанга ижодий ёндашиш кўникмалари ҳосил бўлади.

Шудай қилиб, лаборатория машғулотлари талабанинг ижодий фикрлашини ривожлантириб, фанда изланишга йўналтиради. Бундай натижаларга эришишда, лаборатория ишларини режалаштириш, талабанинг назарий тайёргарлигини ҳамда олинган билимларини чуқурлаштириб ва кенгайтириб эгаллашга илҳомлантирувчи мойилларни яратиш, иш мақсадининг аниқлиги ҳамда талабанинг ишдан оладиган натижасига мустақил эришиш имкониятини ҳосил қилиш талаблари қўйилади. Услубий кўрсатмани тузишда бу талаблар эътиборга олинди.

Маълумки, мутахассис исталган амалий фаолиятида ҳар хил турдаги ҳисоблашларни бажаришга тўғри келади. Шунинг учун ҳам лаборатория ишини бажаришда ҳисоблашларни қўлда ҳамда компьютерда амалга ошириш имконияти яратилди.

Лаборатория ишларини бажаришда, ўқитувчи ва талабалар иштирокида эркин диалог шаклида ўтказиш, муҳокома қилиш билан ишни бажаришга мўлжалланади.

Лаборатория машғулотини ўтказишда гуруҳ талабаларни 3-4 нафардан қилиб, кичик гуруҳларга бўлиб, ишни ташкил қилиш ҳам мумкин. Яъни дарснинг бу турида талабаларнинг ҳамкорликда фаолият кўрсатиши ҳисобга олинади. Бунда ҳар бир талаба ўз улушини қўшиб, ўзаро алмашинув ҳосил этилади. Бу жараёнда дўстона муносабатлар муҳити асосида, ўзаро ҳамкорлик ва биродорлик юқори даражага кўтарилишига имконият яратилади.

Шундай қилиб, лаборатория ишини бажариш, маълум мавзу бўйича якуний босқич бўлибгина қолмасдан,талабаларни тарбиялашда ҳам муҳимдир.

Ишни расмийлаштириш тартиби:

1) назирий қисмнинг қисқача матни конспектлаштирилади;
2) амалий қисм ҳамма ҳисоблашлари қўлда ва компьютерда бажарилади, бу амалий қисмда кўрсатилади;
3) юқоридагилар бажарилгандан кейин лаборатория машғулоти олиб борувчи ўқитувчи томонидан баҳоланади. Ижобий баҳоланган иш кафедрада рўйхатга олинади. Акс ҳолда иш маълум тартибда қайта бажарилади.

3-лаборатория иши.
Мавзу. Аниқ интегрални тақрибий ҳисоблаш. 2 соат.

I. Лаборатория ишининг мақсади. Аниқ интегрални тақрибий ҳисоблашни англаш. Аниқ интегрални тақрибий ҳисоблашда қўлланиладиган трапециялар ҳамда Симпсон формулалари ёрдамида аниқ интегрални тақрибий ҳисоблаш малака ва кўникмаларини ҳосил қилиш.

II. Лаборатория иши жиҳозлари: маъруза ва амалий машғулотлар конспектлари, ,,Олий математика’’ фани бўйича дарслик ва ўқув қўлланмалари, ҳисоблаш техникаси (компъютер).

III. Назарий қисм. Ҳисоблаш амалиётида кўпинча бошланғич функциялари элементар бўлмаган, яъни чекли кўринишда ифодалаб бўлмайдиган функциялардан олинган интеграллар билан, шунингдек, жадвал ёки график усулда берилган функциялардан олинган интеграллар билан иш кўришга тўғри келади. Бундай ҳолларда Ньютон - Лейбниц формуласини қўллаб бўлмайди ва интеграл тақрибий усуллар ёрдамида ҳисобланади.

Ҳисоблаш машиналарининг жадал тараққий этиб бориши натижасида аниқ интегралларни ҳисоблашнинг тақрибий усуллари кенг татбиқ қилинмоқда.

Аниқ интегрални тақрибий ҳисоблашнинг бир неча усуллари мавжуд бўлиб улардан кўпроқ ишлатиладиганлари трапециялар ва Симпсон усулларидир.

1. *Трапециялар формуласи*.

$$\int_a^b f(x)dx$$

аниқ интегрални ҳисоблаш талаб этилсин. $y = f(x)$ функция $[a,b]$ кесмада узлуксиз бўлсин. $[a,b]$ кесмани $a = x_0 < x_1 < x_2 < .... < x_n = b$ нуқталар орқали n та тенг қисмий кесмаларга ажратамиз, функциянинг x_i нуқталардаги $y_i = f(x_i)$ қийматларини ҳисоблаймиз $(i = \overline{1,n})$. $[x_{i-1}, x_i]$ қисмий кесмаларнинг узунлиги $\frac{(b-a)}{n}$ катталик интеграллаш қадами дейилади. Бўлиниш нуқталаридан $y_0, y_1, y_2, ..., y_n$ ординатларни ўтказамиз. Ординатлар охирларини тўғри чизиқлар билан туташтириб трапециялар ҳосил қиламиз.

Аниқ интегралнинг тақрибий қиймати учун, ҳосил бўлган трапециялар юзларининг йиғиндисини оламиз. Бу ҳолда

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{y_0 + y_1}{2}\cdot\frac{b-a}{n} + \frac{y_1 + y_2}{2}\cdot\frac{b-a}{n} + \frac{y_2 + y_3}{2}\cdot\frac{b-a}{n} + ... + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}\cdot\frac{b-a}{n}.$$

Шундай қилиб,

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\cdot\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + ...y_{n-1} \qquad (1)$$

бўлади. (1) формулага *трапециялар формуласи* деб аталади. Бу формулада эгри чизиқли трапецияларнинг юзларини тўғри чизиқли трапециялар юзлари билан алмаштирдик. n ўсиб бориши билан тўғри чизиқли трапецияларнинг юзи эгри чизиқли трапециялар юзларига чексиз яқинлашиб боради.

Бу тақрибий ҳисоблашда йўл қўйилган *абсолют хато*,

$$M_2\frac{(b-a)^3}{12n^2}$$

ифодадан катта эмаслигини кўрсатиш мумкин, бунда M_2, $|f''(x)|$ нинг $[a,b]$ кесмадаги энг катта қиймати.

2. *Симпсон формуласи*. $[a,b]$ кесмани $n=2m$ та жуфт сондаги тенг қисмларга ажратамиз. Учта $(x_0,y_0),\ (x_1,y_1),\ (x_2,y_2)$ нуқталар олиб улардан парабола ўтказамиз. Бу парабола билан $y=f(x)$ функциянинг $[x_0,x_2]$ кесмадаги графигини алмаштирамиз. Худди шунга ўхшаш $y=f(x)$ функциянинг графигини $[x_2,x_4]$, $[x_4,x_6]$ ва бошқа кесмаларда ҳам алмаштирамиз.

Шундай қилиб, бу усулда берилган $y=f(x)$ эгри чизиқ билан чегараланган трапециянинг юзини $[x_0,x_2]$, $[x_2,x_4]$, $[x_4,x_6]$,..... кесмаларда параболалар билан чегараланган эгри чизиқли трапециялар юзларининг йиғиндиси билан алмаштирилади. Бундай эгри чизиқли трапеция *параболик трапеция* дейилади. Параболик трапециялар юзларини қўшиб,

$$S=\int_a^b f(x)dx\approx\frac{b-a}{6m}[y_0+y_{2m}+4(y_1+y_3+....+y_{2m-1})+2(y_2+y_4+...+y_{2m-2})] \qquad (2)$$

формулани ҳосил қиламиз. Бу формула *Симпсон (параболалар) формуласи* дейилади. Симпсон формуласининг *абсолют хатоси* $\frac{M_4(b-a)^5}{2880n^4}$ дан катта бўлмайди, бунда M_4, $\left|f^{(5)}(x)\right|$ функциянинг $[a,b]$ кесмадаги энг катта қиймати. Хатоларни баҳолаш ифодаларидан маълумки n^4 катталик n^2 катталикка нисбатан тезроқ ўсгани учун Симпсон формуласининг хатолиги трапециялар формуласи хатосига нисбатан анча тез камаяди.

1-мисол. $\int_0^1 e^{-x^2}dx$ аниқ интеграл трапециялар ва Симпсон формулаларидан фойдаланиб тақрибий ҳисоблансин.

Ечиш. $[0,1]$ кесмани $x_0=0,\ x_1=0.2,\ x_2=0.4,\ x_3=0.6,\ x_4=0.8,\ x_5=1$ нуқталар ёрдамида 5 та тенг бўлакка бўламиз. Кейин $f(x)=e^{-x^2}$ функциянинг шу нуқталардаги қийматларини ҳисоблаймиз.

$f(x_0)=f(0)=e^0=1,$ $f(x_1)=f(0.2)\approx 0.96079,$

$f(x_2)=f(0.4)\approx 0.85214,$ $f(x_3)=f(0.6)\approx 0.69768,$

$f(x_4)=f(0.8)\approx 0.52729,$ $f(x_5)=f(2)\approx 0.36788.$

Трапециялар формуласи бўйича

$$\int_0^1 e^{-x^2}dx \approx \frac{1}{5}\left(\frac{1+0.36788}{2}+0.96079+0.85214+0.69769+0.52729\right)\cdot 0.74805.$$

Симпсон формуласи бўйича, ҳисоблаш учун $[0,1]$ кесмани $x_0=0,\ x_1=\frac{1}{4},\ x_2=\frac{1}{2},\ x_3=\frac{3}{4},\ x_4=1$ нуқталар орқали 4 та тенг бўлакларга ажратамиз ва бу нуқталарда функциянинг қийматлари

$$y_0=1,\quad y_1=(0.25)\approx 0.9394,\quad y_2=(0.5)\approx 0.7788,$$

$$y_3=(0.75)\approx 0.5698,\quad y_4=(1)\approx 0.3679$$

бўлади.

Симпсон формуласига асосан:

$$\int_0^1 e^{-x^2}dx \approx \frac{1}{12}\cdot 1+0.3679+4(0.9394+0.5698)+2\cdot 0.7788\approx 0.7469.$$

бўлади.

IV. Амалий қисм.

1-мисол. Ушбу

$$\int_1^5 \frac{1}{x}dx$$

аниқ интегралли [1,5] кесмани $n=10$ та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

Ечиш. [1;5] кесмани 10 та тенг бўлакларга ажратамиз: $h=\frac{b-a}{n}=\frac{5-1}{10}=0,4$ бўлади.Бўлиниш нуқталари

$$x_0=1,\ x_1=1,4,\ x_2=1,8,\ x_3=2,2,\ x_4=2,6,\ x_5=3,0,\ x_6=3,4,\ x_7=3,8,\ x_8=4,2,\ x_9=4,6,\ x_{10}=5,0$$

бўлиб,энди ҳар бир бўлиниш нуқтасида интеграл остидаги функция қийматлари $y_0, y_1, y_2, ..., y_{10}$ ларни ҳисоблаймиз. Масалан, $x_0=1$ бўлганда $y_0=\frac{1}{1}=1,\ x_1=1,4$ бўлганда $y_1=\frac{1}{1,4}=0,7143$ ва ҳ к. Ушбу жадвални тузамиз:

x	$y=\frac{1}{x}$	x	$y=\frac{1}{x}$
1	1	3,4	0,2941
1,4	0,7143	3,8	0,2632
1,8	0,5555	4,2	0,2381

2,2 2,6 3,0	0,4545 0,3846 0,3333	4,6 5,0	0,2174 0,2

Берилган интеграл учун трапециялар формуласи ушбу кўринишда бўлади:

$$\int_1^5 \frac{1}{x}dx \approx \frac{5-1}{10}\left(\frac{y_0+y_{10}}{2}+y_1+y_2+y_3+\ldots+y_9\right).$$

Охирги формулага жадвалдаги ҳисобланган қийматларни қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\int_1^5 \frac{1}{x}dx \approx$$

$$\approx 0{,}4\left(\frac{1{,}2}{2}+0{,}7143+0{,}5555+0{,}4545+0{,}3846+0{,}3333+0{,}2941+0{,}2632+0{,}2381+0{,}2174\right)\approx$$

$$\approx 0{,}4\cdot 4{,}055\approx 1{,}6220.$$

Берилган интеграл учун Симпсон формуласига, интеграл остидаги функциянинг бўлиниш нуқталаридаги ҳисобланган қийматларини қўйиб ушбу натижани оламиз:

$$\int_1^5 \frac{1}{x}dx \approx \frac{5-1}{3\cdot 10}\left(y_0+y_{10}+4\left(y_1+y_3+\ldots+y_9\right)+2\left(y_2+y_4+\ldots+y_8\right)\right)=$$

$$=0{,}1333\left(1{,}2+4\cdot 1{,}9827+2\cdot 1{,}4723\right)+0{,}1333\left(1{,}2+7{,}9308+2{,}9446\right)+0{,}1333\cdot 12{,}0754\approx 1{,}6096.$$

3-лаборатория иши учун вариантлар ва топшириқлар.

1. $\int_0^2 \frac{\ln(3+x)}{1+x}dx$ ни [0,2] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

2. $\int_0^3 \frac{\ln(4+x)}{1+x}dx$ ни [0,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

3. $\int_0^5 \frac{\ln(5+x)}{1+x}dx$ ни [0,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

4. $\int_1^3 \frac{\ln(3+x)}{x}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

5. $\int_1^4 \frac{1}{x}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

6. $\int_1^{10} \frac{1}{8x-7}dx$ ни [1,5] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

7. $\int_1^6 \frac{1}{x}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

8. $\int_1^7 \frac{1}{x}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

9. $\int_1^8 \frac{1}{x}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

10. $\int_1^9 \frac{1}{x}dx$ ни [1,9] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

11. $\int_0^1 \sqrt{1-x^3}dx$ ни [0,1] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

12. $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx$ интегрални [0,1] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

13. $\int_1^3 \frac{1}{2x-1}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалаи ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

14. $\int_1^4 \frac{1}{2x-1}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

15. $\int_1^5 \frac{1}{2x-1}dx$ ни [1,5] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

16. $\int_1^6 \frac{1}{2x-1}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

17. $\int_1^7 \frac{1}{2x\,\mathrm{Z}1}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

18. $\int_1^8 \frac{1}{2x\,\mathrm{Z}1}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

19. $\frac{®}{4}\int_0^1 \frac{1}{1\Gamma x^2}dx$ ни [0,1] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

20. $\int_1^2 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}1}dx$ ни [1,2] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

21. $\int_1^3 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}1}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

22. $\int_1^3 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}2}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

23. $\int_1^4 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}2}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

24. $\int_1^5 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}2}dx$ ни [1,5] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

25. $\int_1^6 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}2}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

26. $\int_1^7 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}2}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

27. $\int_1^8 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}2}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

28. $\int_1^9 \frac{1}{3x\,\mathrm{Z}2}dx$ ни [1,9] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

29. $\int_1^4 \frac{1}{4x\,\mathrm{Z}3}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб,

трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

30. $\int_1^5 \frac{1}{4x+3}dx$ ни [1,5] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

31. $\int_1^6 \frac{1}{4x+3}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

32. $\int_1^7 \frac{1}{4x+3}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

33. $\int_1^8 \frac{1}{4x+3}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

34. $\int_1^9 \frac{1}{4x+3}dx$ ни [1,9] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

35. $\int_1^2 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,2] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

36. $\int_1^3 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

37. $\int_1^4 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

38. $\int_1^5 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,5] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

39. $\int_1^6 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

40. $\int_1^7 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

41. $\int_1^8 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

42. $\int_1^9 \frac{1}{5x+4}dx$ ни [1,9] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

43. $\int_1^2 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,2] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

44. $\int_1^3 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

45. $\int_1^4 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

46. $\int_1^5 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,5] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

47. $\int_1^6 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

48. $\int_1^7 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

49. $\int_1^8 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

50. $\int_1^9 \frac{1}{6x+5}dx$ ни [1,9] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

51. $\int_1^2 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,2] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

52. $\int_1^3 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

53. $\int_1^4 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

54. $\int_1^5 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,5] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб,

трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

55. $\int_1^6 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

56. $\int_1^7 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

57. $\int_1^8 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

58. $\int_1^9 \frac{1}{7x+6}dx$ ни [1,9] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

59. $\int_1^2 \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,2] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

60. $\int_1^3 \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,3] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

61. $\int_1^4 \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,4] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

62. $\int_1^6 \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,6] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

63. $\int_1^7 \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,7] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

64. $\int_1^8 \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,8] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

65. $\int_1^9 \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,9] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

66. $\int_1^{10} \frac{1}{8x+7}dx$ ни [1,10] кесмани n=10 та тенг бўлакларга ажратиб, трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисобланг.

4-лаборатория иши.

Мавзу. Икки ўзгарувчили функция экстремумига оид масалалар. **4** соат

I. Лаборатория ишининг мақсади. Икки ўзгарувчили фукнциялар ҳақида асосий тушунчаларни ҳамда икки ўзгарувчили функция экстремумининг зарурий ва етарли шартларини англаш. Экстремумга оид ҳамда энг катта ва энг кичик қийматни топиш масалаларини ечиш малака ва кўникмаларини ҳосил қилиш.

II. Лаборатория иши жиҳозлари: маъруза ва амалий машғулотлар конспектлари, ,,Олий математика'' фани бўйича дарслик ва ўқув қўлланмалари, ҳисоблаш техникаси(компъютер).

III. Назарий қисм. Назарий қисм саволлари:

1. Икки ўзгарувчили функция таърифи, аниқланиш соҳаси, қийматлар(ўзгариш) соҳаси, лимити, узлуксизлиги ва узилиши тушунчаларини билиш;
2. Хусусий ҳосилаларни ва тўлиқ дифференциалларни топиш;
3. Икки ўзгарувчили функция экстремумга эга бўлишининг зарурий ва етарли шартлари;
4. Икки ўзгарувчили функциянинг ёпиқ соҳадаги энг катта ва энг кичик қийматларини топиш.

1. ***Кўп ўзгарувчили функциялар*** **ҳақида асосий тушунчалар.**

1) Табиат ва жамиятда жуда кўп масалалар борки ўзгарувчи миқдорлар боғланишларида биттасининг сонли қиймати бошқа бир нечасининг қиймати билан аниқланади. Масалан, томонларининг узунликлари x va y дан иборат бўлган тўғри тўртбурчакнинг юзи, унинг томонларининг узунликлари ўзгариши билан ўзгариб боради; параллелепипеднинг ҳажми унинг учала ўлчовининг ўзгариши билан ўзгаради; бирор ер майдонидан олинаётган ҳосилдорлик ернинг тузилишига, унга ўғит беришга, суғоришга, деҳқоннинг малакасига ва бошқа жуда кўп факторларга; сигирдан соғиб олинаётган сут миқдори, сигир зотига, унинг

қандай ем-хашак билан боқилишига ва ҳакозоларга боғлиқ. Бундай мисолларни исталганча келтириш мумкин.

Бундай боғланишларни текшириш учун *кўп ўзгарувчили (аргументли) функциялар* тушунчасини киритамиз ва уларни текшириш амалларини ўрганамиз.

2).Икки ва кўп ўзгарувчили функциялар таърифлари. 1-таъриф. R^2 фазода бирор D тўпламнинг бир-бирига боғлиқ бўлмаган x va y ўзгарувчилари ҳар бир $f(x,y)$ ҳақиқий сонлари жуфтлигига бирор қоида ёки қонунгага кўра E тўпламдаги битта z ҳақиқий сон мос қўйилган бўлса, D тўпламда *икки* x va y *ўзгарувчиларнинг функцияси* z *аниқланган* дейилади. Икки ўзгарувчининг функцияси символик тарзда қуйидагича ифодаланади: $z = f(x,y)$, $z = F(x,y)$ (функция U yoki y билан ўзгарувчилар мос равишда x,t yoki x_1, x_2 лар билан белгиланган бўлса $U = f(x,t)$ yoki $y = f(x_1, x_2)$ тарзда ифодаланиши ҳам мумкин ва ҳ.к.). Бунда x, y ўзгарувчиларга эркли ўзгарувчилар ёки аргументлар, z га эрксиз ўзгарувчи ёки функция деб аталади.

D тўпламга *функциянинг аниқланиш* соҳаси, E тўпламга ўзгариш ёки қийматлар соҳаси дейилади. Ҳар бир жуфт ҳақиқий сонга бирор тайин координат системасида битта M нуқта ва битта нуқтага бир жуфт ҳақиқий сон мос келганлиги учун икки аргументли функцияни M нуқтанинг функцияси ҳам деб қаралади, ҳамда $y = f(x_1, x_2)$ ўрнига $y = f(M)$ ҳам деб ёзиш мумкин.

Икки ўзгарувчили функция берилиш усуллари ҳам, бир ўзгарувчили функцияга ўхшаш ҳар хил бўлиши мумкин. Кўпроқ функциянинг *аналитик усулда* берилишини қараймиз. Масалан. 1) $y = x_1^2 + x_2^2$ бу функция OX_1X_2 текисликнинг ҳамма нуқталари учун аниқланган бўлиб ўзгариш соҳаси $[0, +\infty)$ дан иборат бўлади. 2) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ функция аниқланган бўлиши учун $4 - x^2 - y^2 \geq 0$ yoki $x^2 + y^2 \leq 4$ бўлиши керак, бундай нуқталар тўплами маркази координатлар бошида радиуси 2 га тенг бўлган доирадан иборат.

Қийматлар тўплами $[0,2)$ бўлади. 3) $u = 1/\sqrt{x^2 + y^2 - 9}$ функция $x^2 + y^2 - 9 > 0$, яъни маркази координатлар бошида радиуси 3 га тенг бўлган доирадан ташқарида аниқланган. Қийматлар тўплами $(0,+\infty)$.

Икки аргументли функциянинг геометрик тасвири фазода тенгламаси $z = f(x,y)$ бўлган сиртни ифодалайди. Масалан: 1) $z = 2x + 3y - 12$ икки аргументли функция фазода $2x + 3y - z - 12 = 0$ текисликни тасвирлайди. 2) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ сфера тенгламаси бўлиб, $z = \pm\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ икки аргументли функциялар графиклари сферани ифодалайди.

2-таъриф . D тўпламнинг ҳар бир (x_1, x_2, x_3) ҳақиқий сонлар учлигига бирор қоида ёки қонун бўйича E тўпламдаги битта y ҳақиқий сон мос қўйилган бўлса, D тўпламда уч ўзгарувчининг функцияси аниқланган дейилади.

Бунда x_1, x_2, x_3 эркли ўзгарувчилар ёки аргументлар, y эса эрксиз ўзгарувчи ёки функция деб аталади. Уч ўзгарувчининг функцияси $y = f(x_1, x_2, x_3)$, $u = f(x,y,z)$, $u = A(x,y,z)$ ва ҳ.к. белгиланади.

Геометрик нуқтаи назардан тўғри бурчакли координатлар системасида ҳақиқий сонларнинг ҳар бир (x,y,z) учлигига фазонинг ягона $P(x,y,z)$ нуқтаси мос келади ва аксинча. Шунинг учун уч ўзгарувчининг фукциясини $P(x,y,z)$ нуқтанинг функцияси сифатида қараш мумкин. Шундай қилиб, $u = f(x,y,z)$ ўрнига, $u = f(P)$ деб ёзиш ҳам мумкин. Уч ўзгарувчили функция аниқланиш соҳаси R^3 фазонинг бирор нуқталар тўплами ёки бутун фазо бўлиши мумкин. Масалан: $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2 - z^2}$ функция аниқланиш соҳаси: $25 - x^2 - y^2 - z^2 \geq 0$ ёки $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$ шартда аниқланганлиги учун $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ сфера ва унинг ичида аниқланган.

Тўрт ўзгарувчили ва умуман n ўзгарувчили функцияга ҳам юқоридагидек таъриф бериш мумкин. Бундай функциялар мос равишда $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ *yoki* $u = f(x,y,z,t)$, $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ деб белгиланади.

Тўрт ва ундан ортиқ ўзгарувчига боғлиқ функцияларнинг аниқланиш соҳасини чизмаларда кўргазмали намойиш этиш мумкин эмас. Аммо, уни

тасвирлаш мумкин бўлмаса y йўқ дейиш мумкин эмас. Масалан, тўртинчи ўзгарувчи фазодаги температура, бешинчиси зичлик ва ҳ.к бўлиши мумкин. Лекин, геометрик атамаларни давом эттириб n ўзгарувчининг функциясини бирор n ўлчовли фазо $P(x_1, x_2, ..., x_n)$ нуқтасининг функцияси сифатида қараш мумкин.

3) ***Икки ўзгарувчили функция лимити***. y X $f(x)$ функция учун нуқтанинг атрофи шу нуқтани ўз ичига олган оралиқ бўлар эди. Икки аргументли z X $f(x,y)$ функция қаралганда *нуқтанинг ¢ атрофи* дейилганда маркази $P_0(x_0, y_0)$ нуқтада ¢ радиусли доиранинг ичида ётувчи барча Pfx, yA нуқталар тушунилади.

3 ўлчовли фазодаги нуқтанинг ¢ атрофи ҳам шунга ўхшаш аниқланиб маркази $P_0(x_0, y_0, z_0)$ нуқтада радиуси ¢ бўлган шарнинг ички нуқталари бўлади.

n ўлчовли $(n \Psi 3)$ фазода $P_0(x_1, x_2, ..., x_n)$ нуқтанинг ¢ атрофи шунга ўхшаш аниқланади.

1-таъриф. Икки ўзгарувчили z X $f(x,y)$ X $f(P)$ функция P_0 нуқтанинг бирор атрофида аниқланган бўлса (P_0 нуқтада аниқланмаган бўлиши мумкин) ва ихтиёрий £ Ψ0 учун шундай ¢ Ψ0 топилсаки $\rho(P, P_0)$ X $\sqrt{(x \text{ Z } x_0)^2 \text{ Г } (y \text{ Z } y_0)^2}$ Φ¢ тенгсизликни қаноатлантирувчи барча Pfx, yA нуқталар учун

$$|f(x,y) \text{ Z } A| \Phi £ \quad yoki \quad |f(P) \text{ Z } A \Phi £|$$

тенгсизлик бажарилса, A ***ўзгармас сон*** z X $f(x,y)$ ***функциянинг*** $P|\ P_0$ даги лимити дейилади, ва

$$\lim_{P|\ P_0} f(P) \text{ X } A \ yoki \lim_{\substack{x|\ x_0 \\ y|\ y_0}} f(x,y) \text{ X } A$$

билан белгиланади.

Лимитнинг таърифидан келиб чиқадики, A сон z X $f(x,y)$ функциянинг лимити бўлса, $|f(x,y) \text{ Z } A|$ айирма $x|\ x_0$, $y|\ y_0$ да чексиз кичик миқдор

бўлади. Уч ва ундан ортиқ ўзгарувчи функциясининг лимити ҳам юқоридагига ўхшаш аниқланади.

Бир неча ўзгарувчили функциянинг лимити 0 га тенг бўлса, бундай функцияга чексиз кичик функция ёки чексиз кичик миқдор дейилади.

$y = f(x)$ функция учун лимитлар ҳақидаги барча асосий теоремалар бир неча ўзгарувчининг функцияси учун ҳам ўринли эканлигини таъкидлаб ўтамиз.

1-мисол. $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 0}} \dfrac{\sin xy}{y}$ лимитни ҳисобланг.

Ечиш. $P_0(2;0)$ нуқтада берилган функция аниқланмаган. $x \neq 0$ бўлгани учун

$$\frac{\sin xy}{y} = x\frac{\sin xy}{xy} = x\frac{\sin xy}{xy}$$

бўлиб,охирги тенгликда лимитга ўтсак,

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ y\to 0}} \frac{\sin xy}{y} = \lim_{\substack{x\to 2\\ y\to 0}} x\frac{\sin xy}{xy} = \lim_{\substack{x\to 2\\ y\to 0}} x \lim_{\substack{x\to 2\\ y\to 0}} \frac{\sin xy}{xy} = 2 \cdot 1 = 2$$

бўлади, чунки, $\lim\limits_{\alpha\to 0} \dfrac{\sin\alpha}{\alpha} = 1$.

4) ***<u>Икки ўзгарувчили функциянинг узлуксизлиги ва узилиши.</u>*** 1-таъриф. $z = f(x,y) = f(P)$ функция $P_0(x_0,y_0)$ нуқтада ҳамда унинг бирор атрофида аниқланган ва

$$\lim_{P\to P_0} f(P) = f(P_0) \quad yoki \quad \lim_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y) = f(x_0,y_0)$$

бўлса, яъни функциянинг $P_0(x_0,y_0)$ нуқтадаги лимити функциянинг шу нуқтадаги қийматига тенг бўлса, *<u>функция $P_0(x_0,y_0)$ нуқтада узлуксиз</u>* дейилади. Бу таърифга тенг кучли 2-тарифни ҳам келтирамиз.

$$\Delta z = f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$

функциянинг $P_0(x_0,y_0)$ нуқтадаги тўлиқ орттирмаси бўлсин.

2-таъриф. $z = f(x,y) = f(P)$ функция $P_0(x_0,y_0)$ нуқтада ва унинг атрофида аниқланган бўлса, аргументларнинг Δx *va* Δy чексиз кичик орттирмаларига функциянинг ҳам Δz чексиз кичик орттирмаси мос келса, яъни

$$\lim_{\substack{\zeta x\to 0\\ \zeta y\to 0}} \zeta z = 0$$

бўлса, *функция $P_0(x_0,y_0)$ нуқтада узлуксиз* дейилади.

3-таъриф. Узлуксизлик шартлари бажарилмаган нуқталар узилиш нуқталари дейилади. Икки ўзгарувчили функция узилиш нуқталари бутун чизиқни ҳосил қилиши мумкин.

2-мисол $z = x^2 - y^2$ функциянинг $P_0(2;3)$ нуқтада узлуксизлигини кўрсатинг.

Ечиш: Бу нуқтада функциянинг тўлиқ орттирмасини топамиз:

$$\zeta z = (2+\zeta x)^2 - (3+\zeta y)^2 - (2^2 - 3^2) = 2^2 + 2\zeta x + \zeta x^2 - 3^2 - 6\zeta y - \zeta y^2 + 2^2 - 3^2 = 2\zeta x + \zeta x^2 - 6\zeta y - \zeta y^2$$

2-таърифга асосан $\lim\limits_{\substack{\zeta x\to 0\\ \zeta y\to 0}} \zeta z = \lim\limits_{\substack{\zeta x\to 0\\ \zeta y\to 0}} (2\zeta x + (\zeta x)^2 - 6\zeta y - \zeta y') = 2\cdot 0 - 0 - 6\cdot 0 = 0$.. Шундай қилиб, $\zeta x \to 0,\ \zeta y \to 0$ *da* $\zeta z \to 0$. Демак, $P_0(2;3)$ нуқтада берилган функция узлуксиздир. Бу ҳолатни исталган $P_0(x_0;y_0)$ учун кўрсатиш мумкин. (Бу ўқувчига ҳавола этилади). $z = f(x,y)$ функция бирор тўпламнинг ҳар бир нуқтасида узлуксиз бўлса, унга бу тўпламда узлуксиз дейилади.

3-мисол. $z = \dfrac{1}{(x^2 - y^2)}$ функциянинг узилиш нуқталарини топинг.

Ечиш. Функция координаталари $x^2 - y^2 = 0$ тенгламани қаноатлантирувчи нуқталарда узилишга эга. Бу $y = x$ ва $y = -x$ тўғри чизиқлар бўлиб, бу тўғри чизиқларга тегишли ҳар бир нуқтада функция узилишга эга бўлади.

Икки ўзгарувчининг узлуксиз функцияси ҳам бир ўзгарувчининг узлуксиз функцияси эга бўлган асосий хоссаларга эга бўлади. (Бу хоссаларни такрорлаш ўқувчига тавсия этилади).

2. Хусусий хосилалар ва тўлиқ дифференциаллар. 1). Хусусий ҳосилалар. 1-таъриф. $z = f(x,y)$ функцияда x ўзгарувчига бирор ζx орттирма бериб, y ни ўзгаришсиз қолдирсак, функция $\zeta_x z$ орттирма олиб, бу орттирмага z функциянинг *x ўзгарувчи бўйича хусусий орттирмаси* дейилади ва қуйидагича ёзилади:

$$\zeta_x z = f(x + \zeta x, y) - f(x, y)$$

Худди шундай, y ўзгарувчига ζy орттирма бериб x ўзгаришсиз қолса, унга z функциянинг y *ўзгарувчи бўйича хусусий орттирмаси* дейилади ва қуйидагича ёзилади

$$\zeta_y z = f(x, y + \zeta y) - f(x, y).$$

2-таъриф. *a*) $\lim\limits_{\zeta x \to 0} \dfrac{\zeta_x z}{\zeta x}$ чекли лимит мавжуд бўлса, унга $z = f(x, y)$ функциянинг x *ўзгарувчиси бўйича хусусий ҳосиласи* дейилади ва $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ ёки $z'_x = f'_x(x, y)$ билан белгиланади.

3-таъриф. *b*) $\lim\limits_{\zeta y \to 0} \dfrac{\zeta_y z}{\zeta y}$ чекли лимит мавжуд бўлса, унга $z = f(x, y)$ функциянинг y ўзгарувчи бўйича хусусий ҳосиласи дейилади ва $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ ёки $z'_y = f'_y(x, y)$ билан белгиланади.

Хусусий ҳосилалар таърифларидан кўринадики бир аргументли функцияни дифференциаллашнинг ҳамма қоида ва формулалари ўз кучида қолади.

Исталган чекли сондаги ўзгарувчилар функциясининг хусусий ҳосилалари ҳам юқоридагидек аниқланади.

4-мисол. $z = x^2 + 2xy + 3y^2$ хусусий ҳосилаларни топинг.

Ечиш: Олдин y ни ўзгармас деб z'_x ни топамиз:

$$z'_x = (x^2 + 2xy + 3y^2)'_x = (x^2)'_x + (2xy)'_x + (3y^2)'_x = 2x + 2y,$$

энди x ни ўзгармас деб $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ ни топамиз:

$$z'_y = (x^2 + 2xy + 3y^2)'_y = (x^2)'_y + (2xy)'_y + (3y^2)'_y = 2x + 6y.$$

5-мисол. $u = \dfrac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$ функциянинг хусусий ҳосилаларини топинг.

Ечиш: Ҳосила олиш қоидалари ва формулаларидан фойдаланиб қуйидагиларни топамиз:

$u'_x = \frac{x}{x^2+y^2+z^2}$ $u'_x = \frac{x'_x(x^2+y^2+z^2) - x(x^2+y^2+z^2)'_x}{(x^2+y^2+z^2)^2} = \frac{x^2+y^2+z^2-2x^2}{(x^2+y^2+z^2)^2} = \frac{-x^2+y^2+z^2}{(x^2+y^2+z^2)^2}$

u'_y, u'_z ларни мустақил топинг.

2). ***<u>Тўлиқ дифференциал</u>***. Таъриф. x *va* y ўзгарувчилар мос равишда Δx *va* Δy орттирмалар олса, $z = f(x,y)$ функция $\Delta z = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x,y)$ тўлиқ орттирма олади. Бу тўлиқ орттирманинг Δx *va* Δy ларга нисбатан чизиқли бўлган бош қисми функциянинг *<u>тўлиқ дифференциали</u>* дейилади ва dz билан белгиланади. $z = f(x,y)$ функциянинг тўлиқ дифференциали

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy \qquad (1)$$

формула билан ҳисобланади, бу ерда $dx = \Delta x,\ dy = \Delta y.$ Тўлиқ дифференциалдан функциянинг тақрибий қийматларини ҳисоблашда фойдаланиш мумкин, яъни $\Delta z \approx dz$ ёки $f(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y) - f(x_0,y_0) \approx dz,$ бундан

$$f(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y) \approx f(x_0,y_0) + z'_x dx + z'_y dy. \qquad (2)$$

Уч аргументли $u = F(x,y,z)$ функциянинг тўлиқ дифференциали

$$du = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy + \frac{\partial F}{\partial z}dz \qquad (3)$$

формула билан ҳисобланади.

6-мисол. $z = \ln(x^2+y^2)$ функциянинг тўлиқ дифференциалини топинг.

Ечиш: Хусусий ҳосилаларни топамиз;

$$z'_x = \frac{(x^2+y^2)'_x}{x^2+y^2} = \frac{2x}{x^2+y^2}, \qquad z'_y = \frac{(x^2+y^2)'_y}{x^2+y^2} = \frac{2y}{x^2+y^2},$$

(1) формулага асосан $dz = \frac{2x}{x^2+y^2}dx + \frac{2y}{x^2+y^2}dy$ бўлади.

7-мисол. $u = x^2yz^2$ функциянинг тўлиқ дифференциалини топинг.

Ечиш: Хусусий ҳосилаларни топамиз;

$\frac{\partial u}{\partial x} = \left(x^2yz^2\right)'_x = yz^2(x^2)'_x = 2xyz^2, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \left(x^2yz^2\right)'_y = x^2z^2(y)'_y = x^2z^2,$

$\frac{\partial u}{\partial z} = \left(x^2yz^2\right)'_z = yx^2(z^2)'_z = 2x^2yz.$

(3) формулага асосан $du = 2xyz^2dx + x^2z^2dy + 2x^2yzdz$ бўлади.

8-мисол. Ўлчовлари $a = 8m,\ b = 6m,\ c = 3m$ бўлган параллелепипеднинг узунлиги ва эни мос равишда 10 см ва 5 см га кўпайтирилса, баландлиги эса 15 см камайса унинг ҳажми қандай ўзгаради.

Ечиш. Параллелепипеднинг ҳажми $v = xyz;\ \ x, y, z$ унинг ўлчамлари. Ҳажм орттирмасини тақрибан $\zeta V \approx dV$ формуладан ҳисоблаш мумкин.

$$dV = yxdx + xzdy + xydz$$

бўлиб, шартга кўра $x = 8,\ \ y = 6,\ \ z = 3,\ \ dx = 0.1,\ \ dy = 0.05,\ \ dz = -0.15$ бўлганлиги учун

$$\zeta V \approx dV = 6 \cdot 3 \cdot 0.1 + 8 \cdot 3 \cdot 0.05 + 8 \cdot 6 \cdot (-0.15) = -4,2.$$

Шундай қилиб, ҳажм тахминан $4.2m^3$ га камаяди.

9-мисол. Тўлиқ дифференциал формуласидан фойдаланиб:

1) $arcctg\ \frac{1,97}{1,02} - 1$, 2) $\sqrt{1,04^{1,99} + \ln 1,02}$

ларни тақрибий ҳисобланг.

Ечиш: Тўлиқ дифференциал формуласидан тақрибий ҳисоблашда фойдаланиш учун, олдин қиймати тақрибий ҳисобланадиган функциянинг аналитик ифодасини танлаш зарур, кейин бошланғич нуқтани шундай танлаш керакки функциянинг ва хусусий ҳосилаларнинг бу нуқтадаги қийматларини жадвалсиз ҳисоблаш мумкин бўлсин. Шундан кейин (2) формуладан фойдаланиш керак.

1) $arcctg\ \frac{1.97}{1.02} - 1$ ифода $f(x, y) = arcctg(\frac{x}{y} - 1)$ функциянинг $P_1(1.97;1.02)$ нуктадаги киймати дейиш мумкин. Бошланғич нуқта учун $P_0 = (2;1)$ ни олсак, $\zeta x = 1.97 - 2 = -0.03,\ \ \zeta y = 1.02 - 1 = 0.02$ бўлади. Энди хусусий ҳосилаларни топиб, уларнинг P_0 нуқтадаги қийматларини ҳисоблаймиз:

$$f_x'(x,y) = arcctg\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)'_x \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{x}{y}\right)^2} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{y}{y^2+(x+y)^2};$$

$$f_y'(x,y) = arcctg\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)'_y \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{x}{y}\right)^2} \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right) \cdot \frac{x}{y^2+(x+y)^2};$$

$$f_x'(2;1) = \frac{1}{1+(2+1)^2} = 0.5; \qquad f_y'(2;1) = \frac{2}{1+(2+1)^2} = 1.$$

(2) дан фойдаланиб

$$arcctg\frac{1.97}{1.02} \approx arcctg\frac{2}{1} + (0.5+0.03) + 1 \cdot 0.02 = \frac{\pi}{4} + 0.015 + 0.02 = 0.82.$$

2) $\sqrt{1{,}04^{1{,}99} + \ln 1{,}02}$ ни $f(x,y,z) = \sqrt{x^y + \ln z}$ функциянинг $P_1(1.04;\ 1.99;\ 1.02)$ нуктадаги қиймати деб қараймиз: бошланғич нукта учун $P_0(1;\ 2;\ 1)$ ни танлаймиз. Бу ҳолда $\zeta_x = 1.04 - 1 = 0.04,\ \zeta_y = 1.99 - 2 = -0.01,\ \zeta_z = 1.02 - 1 = 0.02.$ Хусусий ҳосилаларни топамиз ва уларнинг $P_0(1;\ 2;\ 1)$ нуқтадаги қийматини ҳисоблаймиз:

$$f_x'(x,y,z) = \frac{(x^y + \ln z)'_x}{2\sqrt{x^y + \ln z}} = \frac{yx^{y-1}}{2\sqrt{x^y + \ln z}}, \qquad f_x'(1;2;1) = \frac{2 \cdot 1^{2-1}}{2\sqrt{1^2 + \ln 1}} = 1;$$

$$f_y'(x,y,z) = \frac{(x^y + \ln z)'_y}{2\sqrt{x^y + \ln z}} = \frac{x^y \cdot \ln x}{2\sqrt{x^y + \ln z}}, \qquad f_y'(1;2;1) = \frac{1^2 \cdot 0}{2\sqrt{1^2 + \ln 1}} = 0;$$

$$f_z'(x,y,z) = \frac{(x^y + \ln z)'_z}{2\sqrt{x^y + \ln z}} = \frac{\frac{1}{z}}{2\sqrt{x^y + \ln z}}, \qquad f_z'(1;2;1) = \frac{1}{2}.$$

(2) формуланинг уч аргументли функция учун умумлашганидан фойдаланамиз:

$$\sqrt{1{,}04^{1{,}99} + \ln 1{,}02} \approx \sqrt{1^2 + \ln 1} + 1 \cdot 0{,}04 + 0 \cdot (-0{,}01) + \frac{1}{2} \cdot 0{,}02 = 1{,}05.$$

3). ***<u>Юқори тартибли хусусий ҳосилалар ва дифференциаллар</u>***. $z = f(x,y)$ функциянинг *<u>иккинчи тартибли хусусий ҳосилалари</u>* деб биринчи

тартибли хусусий ҳосилалардан олинган хусусий ҳосилаларга айтилади. Иккинчи тартибли хусусий ҳосилалар қўйидагича белгиланади:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=z_{xx}=f_{xx}(x,y),\quad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=z_{xy}=f_{xy}(x,y)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}=z_{yx}=f_{yx}(x,y),\quad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=z_{yy}=f_{yy}(x,y)$$

$f_{xy}(x,y)$ ва $f_{yx}(x,y)$ хусусий ҳосилалар аралаш хусусий хосилалар дейилади. Аралаш хусусий ҳосилалар узлуксиз бўлган нуқталарда улар ўзаро тенг бўлади.

Учинчи ва ундан юқори тартибли хусусий ҳосилалар ҳам юқоридагидек аниқланади.

Ушбу $\frac{\partial^{n+m} z}{\partial x^m \partial y^n}$ ёзув z функцияни m марта x ўзгарувчи бўйича ва $(n+m)$ марта y ўзгарувчи бўйича дифференциаллашни билдиради.

10-мисол. $z=x^4+4x^2y^3+7xy+1$ иккинчи тартибли хусусий ҳосилаларни топинг.

Ечиш. Биринчи тартибли хусусий ҳосилаларни топамиз:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=(x^4+4x^2y^3+7xy+1)'_x=4x^3+8xy^3+7y,$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=(x^4+4x^2y^3+7xy+1)'_y=4x^2\cdot 3y^2+7x=12x^2y^2+7x.$$

Топилган ҳосилалардан яна хусусий ҳосилалар оламиз:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 z}{dx^2}=(4x^3+8xy^3+7y)'_x=12x^2+8y^3,$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2 z}{dx\partial y}=(4x^3+8xy^3+7y)'_y=24xy^2+7,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 z}{dy\partial x}=(12x^2y^2+7x)'_x=24xy^2+7,\quad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=\frac{\partial^2 z}{dy^2}=(12x^2y^2+7x)'_y=24x^2y.$$

Иккинчи тартибли тўлиқ дифференциал $d(dz)=d^2z$ каби аниқланиб, хусусий ҳосилалар орқали қуйидагича топилади:

$$d^2z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}dx^2 + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}dxdy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}dy^2. \qquad (4)$$

11-мисол. $z = x^2y^3$ функциянинг иккинчи тартибли тўлиқ дифференциалини топинг.

Ечиш. Хусусий ҳосилаларни топамиз:

$z_x' = \left(x^2y^3\right)_x' = 2xy^3$; $z_y' = 3x^2y^2$; $z_{xx}'' = 2y^3$, $z_{xy}'' = 6xy^2$, $z_{yx}'' = 6xy^2$, $z_{yy}'' = 6xy^2$,

(4) формулага асосан иккинчи тартибли тўлиқ дифференциал

$$d^2z = 2y^3dx^2 + 12xy^2dxdy + 6x^2ydy^2.$$

3. ***<u>Икки аргументли функция экстремуми</u>***. 1-таъриф. $z = f(x,y)$ функциянинг $P_0(x_0;y_0)$ нуқтадаги қиймати унинг бу нуқтанинг бирор атрофи исталган $P(x,y)$ нуқтасидаги қийматларидан катта, яъни $f(x_0;y_0) > f(x,y)$ бўлса, $z = f(x,y)$ функция $P_0(x_0;y_0)$ нуқтада максимумга эга дейилади.

2-таъриф. $z = f(x,y)$ функциянинг $P_1(x_1;y_1)$ нуқтадаги қиймати унинг бу нуқтанинг бирор атрофи исталган $P(x,y)$ нуқтасидаги қийматларидан кичик бўлса, яъни $f(x_1;y_1) < f(x,y)$ бўлса, $z = f(x,y)$ функция $P_1(x_1;y_1)$ нуқтада минимумга эга дейилади.

Функциянинг максимум ёки минимуми унинг экстремуми дейилади. Функция экстремумга эга бўлган нуқта унинг экстремум нуқтаси дейилади. Функция экстремумини хусусий ҳосилалар ёрдамида текширилади.

<u>Экстремумнинг зарурий шартлари</u>: $P_0(x_0;y_0)$ нуқтада узлуксиз $z = f(x,y)$ функциянинг экстремум нуқтаси бўлса,

$$f_x'(x_0,y_0) = 0$$
$$f_y'(x_0,y_0) = 0$$

бўлади, ёки бу нуқтада ҳосилаларнинг ҳеч бўлмаганда биттаси мавжуд бўлмайди.

Бундай нуқталарга экстремум учун критик (стационар) нуқталар дейилади. Шуни такидлаймизки ҳамма критик нуқталар ҳам экстремум нуқталар бўлавермайди. Критик нуқтада экстремум бўлмаслиги ҳам мумкин.

<u>Экстремумнинг етарли шартлари</u>:

Иккинчи тартибли хусусий ҳосилаларнинг критик нуқтадаги қийматларини

$$A = f''_{xx}(x_0, y_0),\quad B = f''_{xy}(x_0, y_0),\quad C = f''_{yy}(x_0, y_0)$$

билан белгилаймиз ва $\zeta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2$ тузамиз.

1) $\zeta = AC - B^2 > 0$ бўлса $z = f(x, y)$ функция $P_0(x_0, y_0)$ нуқтада экстремумга эга бўлиб: *а*) $A < 0$ бўлганда $P_0(x_0, y_0)$ нуқтада максимумга, *в*) $A > 0$ бўлганда минимумга эга бўлади;

2) $\zeta = AC - B^2 < 0$ бўлса, P_0 нуқтада экстремум йўқ:

3) $\zeta = AC - B^2 = 0$ бўлса, экстремум бўлиши ҳам, бўлмаслиги ҳам мумкин.

12-мисол. $z = f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$ функция экстремумини текширинг.

Ечиш. Бу функция бутун *ХОУ* текисликда аниқлаган. Биринчи тартибли хусусий ҳосилаларни топамиз:

$$f'_x(x) = 4x^3 - 4x + 4y;\quad f'_y(x) = 4y^3 + 4x - 4y$$

экстремумга эга бўлишнинг зарурий шартидан:

$$\begin{cases} 4x^3 - 4x + 4y = 0 \\ 4y^3 + 4x - 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - x + y = 0 \\ y^3 + x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - x^3 = x(1 - x^2) \\ y^3 + x - y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x(1 - x^2)^3 + x - x^3 = 0,\qquad \begin{matrix} x_1 = 0; x_2 = -\sqrt{2}, x_3 = \sqrt{2} \\ y_1 = 0; y_2 = \sqrt{2}, y_3 = -\sqrt{2} \end{matrix}.$$

$$(1 - x^2)^3 = -1, 1 - x^2 = -1, x^2 = 2$$

Демак, учта O(0,0), $P_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ ва $P_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ критик нуқталарга эга бўламиз, бошқа критик нуқталар йўқ, чунки $f'_x(x, y), f'_y(x, y)$ хусусий ҳосилалар *ХОУ* текисликнинг ҳамма нуқталарида мавжуд. Иккинчи тартибли хусусий ҳосилаларни топамиз:

$$f''_{xx}(x, y) = 12x^2 - 4;\quad f''_{xy}(x, y) = 4;\quad f''_{yy}(x, y) = 12y^2 - 4;$$

O(0,0) нуқтада экстремумнинг етарли шартини текширамиз: $A = -4,\quad B = 4,\quad C = -4$; $\zeta = AC - B^2 = -4\ (-4) - 4^2 = 0$ бўлиб юқоридаги етарли шарт

жавоб бермайди. Бу нуқта атрофида берилган функция мусбат ҳам, манфий ҳам бўлишини кўрамиз, масалан OX ўқи бўйича ($y = 0$)

$$f(x, y)_{y=0} = f(x,0) = x^4 - 2x^2 = x^2(x^2 - 2) < 0.$$

$y = x$, биссектриса бўйича

$$f(x, y)_{y=x} = f(x, x) = 2x^4 > 0$$

бўлади. Шундай қилиб, O(0,0) бирор атрофида $\Delta f(x, y)$ орттирма ишорасини бир хил сақламайди, демак экстремум йўқ.

$P_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ нуқтада етарли шартни текширамиз:

$AC - B^2 = 400-16>0$ ва $A=20>0$ демак, $P_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ нуқтада функция минимумга эга. $f_{min} = -8$;

$P_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$ нуктада етарли шартни текширамиз:

Бу нуқта учун $A=20$, $B=4, C=20$ бўлиб $\Delta = AC - B^2 = 400-16>0$ ва $A=20>0$ бўлганлиги учун $P_2(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ нуқтада ҳам берилган функция минимумга эга бўлади, $f_{min} = -8$.

13-мисол. $z = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$ функциянинг экстремумини текширинг.

Ечиш.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}}, \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y-1}{\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}}$$

$P_0(1;1)$ нуқтада хусусий ҳосилалар мавжуд эмас. Демак, $P_0(1;1)$ нуқта критик нуқта бўлади. Бу нуқтада экстремумни текшириш учун Δz орттирманинг P_0 нукта атрофида ишорасини текширамиз:

$$\Delta z = f(1+\Delta x, 1+\Delta y) = \sqrt{(1+\Delta x - 1)^2 + (1+\Delta y - 1)^2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} > 0,$$

бу ишора $P_0(1;1)$ нуктанинг исталган атрофида сақланади яъни $P_0(1;1)$ нуктада функция минимумга эга $z_{min} = f(1;1) = 0$;

4. Икки ўзгарувчили функциянинг ёпиқ соҳадаги энг катта ва энг кичик қийматларини топиш. Чегараланган ёпиқ соҳада дифференциалланувчи функция ўзининг *энг катта ва энг кичик қийматига* ё соҳада ётувчи критик нуқтада, ё бу соҳа чегарасида эришади.

14-мисол. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ функциянинг $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$ соҳадаги энг катта ва энг кичик кийматларини топинг.

Ечиш. Соҳа AOB учбурчакдан иборат. Соҳа ичидаги критик нуқталарни топамиз:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y + 1 = 0,$$
$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2y + x + 1 = 0$$

бундан $x = -1, y = -1$ бўлиб, P_0=(-1,-1) критик нуқтага эга бўламиз. Функцияни соха чегарасида текширамиз y=0, AO чегарада $z = x^2 + x$ функция хосил булиб $z_x' = 2x + 1 = 0$, $x = -\frac{1}{2} = -0{,}5$. Демак, P_1(-0,5, 0) чегарадаги критик нуқта. Тенгламаси $x = 0$, BO чегарада $z = y^2 + y$ функция хосил бўлиб, $z_y' = 2y + 1 = 0$ y=-1/2, Демак, $P_2\ 0, -\frac{1}{2}$ BO чегарадаги критик нуқта бўлади. Тенгламаси $y = -3 + x$ бўлган AB чегарада $z = 3x^2 - 9x + 6$ функция ҳосил бўлиб $z_x' = 6x - 9 = 0$ $x = \frac{3}{2}$. AB нинг тенгламасидан $y = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$, демак, критик нуқта $P_3\ \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$ бўлади.

Берилган функциянинг P_0, P_1, P_2, P_3 критик нуқталардаги, ҳамда A, B, O нуқталардаги қийматларни ҳисоблаймиз:

$z_0 = f(P_0) = f(-1,-1) = -1$;

$z_1 = f(P_1) = f\left(-\frac{1}{2}, 0\right) = -\frac{1}{4}$;

$z_2 = f(P_2) = f\left(0, -\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$;

$z_3 = f(P_3) = f\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$;

$z_4 = f(0) = f(0,0) = 0$;

$z_5 = f(A) = f(3,0) = 6$;

$z_6 = f(B) = f(0,3) = 6$.

Функциянинг топилган барча қийматларини таққослаб $z_{eng\,kat.} = f(A) = f(B) = 6$ va $z_{eng\,kich.} = f(P_0) = 1$ деган хулосага келамиз.

IV. Амалий қисм.

1- мисол. $z = 6zy - x^2y - xy^2$ функциянинг экстремумини текширинг.

Ечиш. 1) Биринчи тартибли хусусий ҳосилаларни топамиз: улар

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (6xy - x^2y - xy^2)'_x = 6y - 2xy - y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 6x - x^2 - 2xy$$

бўлади. Экстремумга эга бўлишининг зарурий шарти $\frac{\partial z}{\partial x} = 0, \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ га асосан

$$6x - 2xy - y^2 = 0,$$
$$6x - x^2 - 2xy = 0$$

система ҳосил бўлади. Бу тенгламалар системасидан $P_1(0;0), P_2(2;2)$ критик нуқталарни топамиз. Хусусий ҳосилалар мавжуд бўлмаган нуқталар йўқ.
2). Иккинчи тартибли хусусий ҳосилалар

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = (6y - 2y - y^2)'_x = -2y, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = (6y - 2xy - y^2)'_y = 6 - 2x - 2y$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (6x - x^2 - 2xy)'_y = -2x$$

бўлади. Иккинчи тартибли хусусий ҳосилаларнинг $P_1(0;0)$ нуқтадаги қийматларини топиб экстремумга эга бўлишининг етарли шартини текширамиз:

$$A = \frac{\partial^2 z(P_1)}{\partial x^2} = -2 \cdot 0 = 0; \quad B = \frac{\partial 2z(P1)}{\partial x\,\partial y} = 6 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 = 6;$$

$$C = \frac{\partial^2 z(P_1)}{\partial y^2} = -2 \cdot 0 = 0;$$

$$\zeta = AC - B^2 = 0 \cdot 0 - 6^2 = -36 < 0,$$

охирги тенгсизликдан кўринадики, икки ўзгарувчили функция экстремумининг етарли шартига асосан: $P_1(0;0)$ нуқтада экстемум йўқ.

Энди $P_2(2;2)$ иккинчи критик нуқтани текширамиз:

$$A = \frac{\partial^2 z(P_2)}{\partial x^2} = -2 \cdot 2 = -4; \quad B = \frac{\partial^2 z(P_2)}{\partial x\,\partial y} = 6 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = -2;$$

$$C = \frac{\partial^2 z(P_2)}{\partial y^2} = -2 \cdot 2 = -4.$$

$\zeta = (A-4)(A-4) - (A-2)^2 - 16 A + 4 A + 12 \neq 0$ бўлиб, $A = A-4$ бўлганлиги учун $P_2(2;2)$ нуқтада берилган функция экстремумга эга бўлишининг етарли шартига асосан, максимумга эга бўлади.

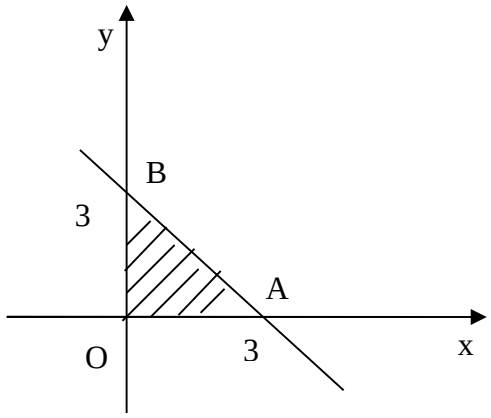
Шундай қилиб, берилган функция $P_1(0;0)$ нуқтада экстремумга эга эмас. $P_2(2;2)$ нуқатада функция максимумга эга бўлиб,

$$Z_{\max} = 6 + 2 + 2 A 2^2 + 2 A 2 + 2^2 = 24 - 8 - 8 = 24 - 16 = 8$$

бўлади.

2-мисол. $z = x^2 + 2y^2 - 4xy + 6x - 5$ функциянинг $x \geq 0,\ y \geq 0,\ x - y \leq 3$ ёпиқ соҳадаги энг катта ва энг кичик қийматларини топинг.

Ечиш. 1) D соҳа AOB учбурчакдан иборат (1-чизма).



1-чизма

Берилган функциянинг 1-тартибли хусусий ҳосилаларини топиб, уларни 0 га тенглаштириб, ҳосил бўлган тенгламалар системасидан соҳа ичидаги критик нуқта координатларини топамиз:

$$z'_x = (x^2 + 2y^2 - 4xy + 6x - 5)'_x = 2x - 4y + 6,$$

$$z'_y = (x^2 + 2y^2 - 4xy + 6x - 5)'_y = 4y - 4x,$$

$$2x - 4y + 6 = 0,$$

$$4y - 4x = 0$$

Демак, бундан $x=y$ бўлиб, $2x - 4x + 6 = 0,\ -6x = -6,\ x = 1,\ y = 1$ бўлади. $P_1(1;1)$ нуқта критик нуқта бўлади.

2) Берилган функцияни соҳа чегарасида текширамиз. AOB учбурчак OA, OB ва AB томонларининг тенгламалари мос равишда, $y = 0,\ x = 0,\ x - y = 3$ бўлади. OA томонда $y = 0$ бўлганлиги учун, $z = x^2 - 2 + 0 - 4x + 0 + 6x - 5 = x^2 + 6x - 5$ бўлади. Бу томонда $2x + 6 = 0,\ x = -3$ бўлиб, $P_2(-3;0)$ критик нуқта бўлади. OB томонда $x=0$ бўлиб, $z = -2y^2 - 5$ бўлади. Бундан , $-4y = 0;\ y = 0$ бўлиб, O (0,0) критик нуқта бўлади. Учбурчакнинг AB

томони тенгламаси $y = -2x + 3$ бўлиб, бу томонда

$z = x^2 - 2(-2x + 3)^2 + 4x(-2x + 3) - 6x + 5 = x^2 - 2x^2 + 12x - 18 - 4x^2 + 12x -$

$- 6x + 5 = -5x^2 + 18x - 13$

бўлади, критик нуқтанинг абциссасини $-10x + 18 = 0$ тенгликдан топамиз:

$10x = 18,\ x = 1,8$; x нинг бу қийматини AB томон тенгламасига қўйсак

$y = -2 \cdot 1,8 + 3 = 1,2,\quad y = 1,2.$

бўлади.

Шундай қилиб, AB томондаги критик нуқта $P_2(1,8;1,2)$ бўлади.

3) Берилган функциянинг $P_1(1;1)$, $A(3;0)$, $O(0,0)$, $P_2(1,8;1,2)$ критик нуқталардаги ҳамда чегаралар туташадиган $B(0;3)$ нуқтадаги қийматларини ҳисоблаймиз:

$$z = f(P_1) = 1^2 - 2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + 5 = 2;$$

$$z = f(A) = 3^2 - 2 \cdot 0^2 + 4 \cdot 3 - 6 \cdot 3 + 5 = -4;$$

$$z = f(O) = 0 - 2 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 6 \cdot 0 + 5 = 5;$$

$$z = f(P_2) = 1,8^2 - 2 \cdot 1,2^2 + 4 \cdot 1,8 - 6 \cdot 1,8 + 5 = 3,3;$$

$$z = f(B) = 0 - 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 0 - 6 \cdot 3 + 5 = -13$$

4) Берилган функциянинг барча топилган қийматларини таққослаб,

$z_{энг.кат} = f(O) = 5,\ z_{энг.кич.} = f(B) = -13$

хулосага келамиз.

4– лаборатория иши вариантлари

Вариант рақами	1,2- топшириқлар рақамлари	Вариант рақами	1,2- топшириқлар рақамлари
1	1,1	34	4,18
2	2,2	35	5,19
3	3,3	36	6,20
4	4,4	37	7,21
5	5,5	38	8,22
6	6,6	39	9,23
7	7,7	40	10,24
8	8,8	41	11,25
9	9,9	42	12,26
10	10,10	43	13,27
11	11,11	44	14,28
12	12,12	45	15,29
13	13,13	46	30,1
14	14,14	47	16,2
15	15,15	48	17,3
16	16,16	49	18,4
17	17,17	50	19,5

18	18,18	51	20,6
19	19,19	52	21,7
20	20,20	53	22,8
21	21,21	54	23,9
22	22,22	55	24,10
23	23,23	56	25,11
24	24,24	57	26,12
25	25,25	58	27,13
26	26,26	59	28,14
27	27,27	60	29,15
28	28,28	61	30,16
29	29,29	62	2,12
30	30,30	63	3,13
31	1,15	64	4,14
32	2,16	65	5,15
33	3,17	66	6,16

4-лаборатория иши топшириқлари

1-топшириқлар. Қуйидаги функцияларнинг экстремумини текширинг.

1. $z = 2x - y + x^2 + y^2$.
2. $z = xy + 12/x + 12/y$.
3. $z = x^2 + 5y^2 - xy + 1$.
4. $z = x^2 + xy + y^2 - x + y + 1$.
5. $z = x^2 - 3y - 2y^2$.
6. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x + 6y + 20$.
7. $z = x^2 + 2y^2 - xy + 10$.
8. $z = 3x^3 - 3y^2 + 9xy - 10$.
9. $z = 1 - 6x + x^2 + xy + y^2$.
10. $z = xy + 3/x + 2/y$.
11. $z = y\sqrt{x} + y^2 + x - 6y$.
12. $z = 2xy + 5/x^2 + 3/y^2 - 2$.
13. $z = 2x^3 - 2y^3 + 6xy - 5$.
14. $z = y\sqrt{x} + 2y^2 + x - 14y$.
15. $z = x^2 + 1/x - 2y^2$.
16. $z = x^3 - 8y^3 + 6xy - 1$.

17. $z = x\sqrt{y} + x^2 + y - 6x - 3$.
18. $z = x^2 - xy + y^2 + 6x + 9y$.
19. $z = x_3 - y^2 + 6xy + 39x - 18y - 20$.
20. $z = x^2 - xy + y^2 + 2x + y$.
21. $z = 2xy + 3x^2 + 2y^2 - 10$.
22. $z = 2xy + 2x^2 + 4y^2$.
23. $z = 6fx + y + 3x^2 + 3y^2$.
24. $z = 1 - 15x + 2x^2 + xy + 2y^2$.
25. $z = x^2 - y^2 + xy - x - y$.
26. $z = xy + x^2 + y^2 - 9$.
27. $z = x^3 - y^3 + 3xy$.
28. $z = 4fx + y + x^2 + y^2$.
29. $z = x^3 - 8y^3 + 6xy - 5$.
30. $z = xyf6 + x + y$.

2-топшириқлар. Берилган $z = f(x, y)$ **функциянинг берилган чизиқлар билан чегараланган** D **ёпиқ соҳадаги энг катта ва энг кичик қийматларини топинг:**

1. $z = x^2 + y^2 + x - y$; $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 1$.
2. $z = x^2 - 2xy + 4x - 8y$; $x = 0$, $y = 0$, $5x + 3y - 45 = 0$.
3. $z = 2xy + 3x^2 + 2y^2 - 5$; $x - y = 5$, $x = -1$, $y = -1$.
4. $z = 3y + 2x + xy$; $x = 0$, $y = 0$, $3x + 4y = 12$.
5. $z = x^2 + 2xy - \frac{5}{2}y^2 + 2x$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 2$.
6. $z = x^2 - 6xy + x - 3y$; $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$, $y = 3$.
7. $z = x^2 - 2xy + 10$; $y = 0$, $y = x^2 + 4$.
8. $z = x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 1$; $x = -3$, $y = 0$, $x - y - 1 = 0$.
9. $z = xy + 2x + y$; $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$, $y = 4$.
10. $z = x^3 - y^3 + 3xy$; $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 3$.
11. $z = 5x^2 + 3xy - y^2 - 4$; $x = -1$, $x = 1$, $y = -1$, $y = 1$.
12. $z = 6xy + 9x^2 + 9y^2 - 4x - 4y$; $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 2$.
13. $z = 4 + 2x^2 + y^2$; $x^2 + y^2 \le 1$.
14. $z = x^2 - xy$; $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 3$.
15. $z = x^2 - 2xy + y^2 + 4x$; $x = 3$, $y = 0$, $x + y - 1 = 0$.
16. $z = -3x^2 - 2y^2 - 12x + 4y$; $y = 0$, $x = 0$, $3x - 4y = 12$.
17. $z = x^2 - 2xy + y^2 + 4x$; $x = 3$, $y = 0$, $y = x - 1$.
18. $z = x^2 + xy - 5$; $y = 0, x^2 - y = 1$.

19. $z = x^2 + 4xy - y^2 - 6y$; $y = x$, $y = 0$, $x = 4$.
20. $z = 3xy + 6x^2 + 6y^2 - 15x$; $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 1$.
21. $z = 5xy + y^2$; $x = 4$, $y^2 = 5x - 5$.
22. $z = x^2 y$; $y = 0$, $y = 1 + x^2$.
23. $z = x^2 - 2xy - 4x + y^2$; $x = 0$, $y = 0$, $x - y - 2 = 0$.
24. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 2x - 2y$; $x = 2$, $y = 0$, $y = x - 2$.
25. $z = x^2 - xy + 2$; $y = 0$, $y = 4x^2 + 4$.
26. $z = \frac{1}{2}x^2 + xy$; $y = 3$, $y = \frac{x^2}{3}$.
27. $z = 1 - xy^2$; $x = 0$, $x = 1$, $y = -1$, $y = 2$.
28. $z = 2x^2 - 2xy + \frac{1}{2}y^2 - 4x$; $x = 0$, $y = 2$, $y = 2x$.
29. $z = 2x - y + xy$; $x = 0$, $x = 4$, $y = 0$, $y = 4$.
30. $z = 4\sqrt{x} + y\sqrt{x^2 + y^2}$; $x = 0$, $x - 2y = 4$, $x + 2y = 4$.

5-лаборатория иши
Мавзу. Даражали қаторларнинг тақрибий ҳисоблашлардаги татбиқлари. 4 соат

I. Лаборатория ишининг мақсади. Даражали қаторлар моҳиятини мукаммал даражада англаб, даражали қаторлар ёрдамида функцияларнинг тақрибий қийматини ҳамда аниқ интегралларнинг тақрибий қийматларини ҳисоблаш малака ва кўникмаларии ҳосил қилиш.

II. Лаборатория иши жиҳозлари. Лекция ва амалий машғулот конспектлари; ,,Олий математика” фани дарслик ва ўқув қўлланмалари, ҳисоблаш техникаси (компьютер).

III. Назарий қисм.

Назарий қисм саволлари:

1. Функционал қаторлар ҳақида тушунчалар.
2. Даражали қатор ва унинг яқинлашиш интервали.
3. Даражали қаторнинг хоссалари.
4. Маклорен ва Тейлор қаторлари.
5. Функцияларни даражали қаторга ёйиш.
6. Қаторларнинг тақрибий ҳисоблашдаги татбиқлари.

1. Функционал қаторлар ҳақида тушунчалар.

$u_1(x), u_2(x), u_3(x), ..., u_n(x)...$

функциялар кетма-кетлиги бўлсин.

1-таъриф. $u_1(x) + u_2(x) + u_3(x) + ... + u_n(x) + ...$ (1)

ифодага *функционал қатор* дейилади. (1) да $x \in x_0$ бирор сон бўлса, қўйидаги сонли қаторни ҳосил қиламиз

$$u_1(x_0) + u_2(x_0) + u_3(x_0) + ... + u_n(x_0) + ... \quad (2)$$

(2) сонли қатор яқинлашувчи бўлса (1) функционал қатор $x \in x_0$ нуқтада яқинлашувчи дейилади. $x \in x_0$ нуқтага яқинлашиш нуқтаси деб аталади.

1-мисол. $1 + x + x^2 + ... + x^n + ...$ (3)

функционал қатор $x \in \frac{1}{2}$ нуқтада яқинлашувчидир, чунки

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + ... + \frac{1}{2^n} + ...$$

сонли қатор яқинлашувчи.

Берилган (3) функционал қатор $x = 2$ нуқтада узоқлашувчи, чунки

$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^n + \ldots$.

сонли қатор узоқлащувчи.

Функционал қатор яқинлашувчи бўлган нуқталар тўпламига, унинг *яқинлашиш соҳаси* дейилади.

2. Даражали қаторлар ва унинг яқинлашиш интервали.

$$a_0 + a_1(x - a) + a_2(x - a)^2 + \ldots + a_n (x - x_0)^n + \ldots \qquad (4)$$

функционал қаторга даражали қатор дейилади. $a_0, a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ ўзгармас сонлар, даражали қаторнинг коэффициентлари дейилади.

Даражали қатор шундай хоссага эгаки, у $x = b_0$ нуқтада яқинлашувчи бўлса, $|x - x_0| < |b_0 - x_0|$ тенгсизликни қоноатлантирувчи ҳамма х лар учун ҳам яқинлашувчи бўлади. Даражали қатор учун шундай R сон мавжудки $|x - x_0| < R$ учун, қатор абсолют яқинлашувчи

$|x - x_0| > R$ учун қатор узоқлашувчи, яъни $x_0 - R < x < x_0 + R$ ораликда даражали қатор абсолют яқинлашувчи, $x = x_0 \pm R$ нуқталарда ҳосил бўлган қатор яқинлашувчи ёки узоқлашувчи бўлиши мумкин. Ҳар икки нуқтада қатор яқинлашишини алоҳида текшириш керак бўлади. $(x_0 - R,\ x_0 + R)$ интервалга *яқинлашиш интервали*, R га даражали қаторнинг *яқинлашиш радиуси* дейилади. Яқинлашиш радиуси $R = 0$ *yoki* $R = \infty$ бўлиши мумкин $R = 0$ бўлса, даражали қатор фақат $x = x_0$ нуқтада, $R = \infty$ бўлса, бутун сонлар ўқида яқинлашувчи бўлади.

Яқинлашиш интервалини, берилган қаторнинг абсолют қийматидан тузилган қатор учун Даламбер ва Коши белгиларидан фойдаланиб топиш мумкин. Даражали қаторнинг ҳамма коэффициентлари 0 дан фарқли бўлса, яқинлашиш радиусини топишда

$$R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$$

формуладан фойдаланилади. Бошқа ҳолларда бевосита Даламбер белгисидан фойдаланиб яқинлашиш интервалини топиш мумкин.

2-мисол. $x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \ldots$

даражали қатор яқинлашишини текширинг.

Ечиш: $a_n = \frac{1}{n}$, $a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)}$. Қаторнинг яқинлашиш радиусини топамиз.

$$R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{1/n}{1/(n+1)} = \lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n} = 1.$$

Демак, $-1 < x < 1$ тенгсизликни қаноатлантирувчи ҳамма x лар учун қатор яқинлашувчи.

Қатор яқинлашишини интервалнинг четки нуқталарида текширамиз: $x = 1$ бўлсин. Бу ҳолда

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

гармоник қатор ҳосил бўлиб, у узоқлашувчидир. $x = -1$ бўлсин, бу ҳолда

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

сонли қатор ҳосил бўлиб, у Лейбниц белгиси шартларини қаноатлантиргани учун яқинлашувчи бўлади.

Шундай қилиб, берилган қаторнинг яқинлашиш интервали $-1 \le x < 1$ дан иборатдир.

3-мисол. $(x - 2) + \frac{1}{2^2}(x - 2)^2 + \frac{1}{3^2}(x - 2)^3 + \dots + \frac{1}{n^2}(x - 2)^n + \dots$

даражали қатор яқинлашишини текширинг.

Ечиш. $a_n = \frac{1}{n^2}$, $a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}$ бўлганлиги учун

$$R = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 = 1.$$

Демак, $-1 < x - 2 < 1$ *yoki* $1 < x < 3$ интервалда қатор яқинлашувчи. Интервалнинг четки нуқталарида қатор яқинлашишини текширамиз. $x = 3$ бўлсин бунда

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

сонли қатор ҳосил бўлиб, интеграл белгидан фойдаланасак, унинг яқинлашувчилиги келиб чиқади. (бажариб кўринг.) $x = 1$ бўлса

$$-1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \dots$$

сонли қатор ҳосил бўлиб, у абсолют яқинлашувчидир.

Шундай қилиб, берилган қаторнинг яқинлашиш интервали $1 \le x \le 3$ бўлади.

3. Даражали қаторлар қўйидаги хоссаларга эга:

1) *даражали қаторнинг йиғиндиси* унинг яқинлашиш интервалида узлуксиз функциядир;

2) даражали қаторни унинг яқинлашиш интервалидаги ихтиёрий кесмада *ҳадлаб интегралаш* мумкин;

3) даражали қаторни унинг яқинлашиш интервалининг исталган ички нуқтасида *ҳадлаб дифференциаллаш* мумкин.

4. Тейлор ва Маклорен қаторлари. $y = f(x)$ функция $x = a$ нуқтада $(n+1)$ тартибгача ҳосилаларга эга бўлса, у ҳолда қўйидаги Тейлор формуласи ўринлидир:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x - a)^n + R_n(x),$$

бу ерда $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(a+\theta(x-a))}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$ $(0<\theta<1)$ бўлиб Лагранж шаклидаги қолдиқ ҳади дейилади.

$a=0$ да Тейлор формуласининг хусусий ҳоли Маклорен формуласи ҳосил бўлади:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x), \quad \textit{bu erda}$$

$$R(x) = \frac{f^{(n+1)}(\theta x)}{(n+1)!}x^n, \quad (0<\theta<1).$$

$y = f(x)$ функция a нуқта атрофида исталган марта дифференциалланувчи бўлса ва бу нуқтанинг бирор атрофида

$$\lim_{n\to\infty} R_n(x) = 0$$

бўлса, Тейлор ва Маклорен формулаларидан

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \ldots \quad va$$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \ldots$$

қаторлар ҳосил бўлади. Буларнинг биринчиси <u>*Тейлор қатори*</u>, иккинчисига <u>*Маклорен қатори*</u> дейилади.

Бу қаторлар x нинг $\lim_{n\to\infty} R_n(x) = 0$ бўладиган қийматларида $f(x)$ га яқинлашади.

<u>5. Функцияларни даражали қаторларга ёйиш</u>. Айрим функцияларни даражали қаторга ёямиз.

1) $f(x) = e^x$, исталган x учун

$f'(x) = e^x,\ f''(x) = e^x, \ldots, f^{(n)}(x) = e^x, \ldots$ $x=0$ *deb* $f(0)=1,\ f'(0)=1,\ f''(0)=1, \ldots f^{(n)}(0)=1, \ldots$

Буларни Маклорен қаторига қўйиб,

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots \quad (|x| < \infty)$$

ҳосил қиламиз. Охирги тенгликдан $x=1$ десак,

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{1}{n!} + \ldots$$

бўлиб, e сони қатор йиғиндиси кўринишида ифодаланади. Бундан фойдаланиб, e сонининг тақрибий қийматини исталган даражадаги аниқликкача ҳисоблаш мумкин.

2) $f(x) = \sin x$. Исталган x учун

$f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x,\ f'''(x) = -\cos x,\ f^{(4)}(x) = \sin x, \ldots;$

Бундан

$f(0)=0,\ f'(0)=1,\ f''(0)=0,\ f'''(0)=-1,\ f^{(4)}(0)=0, \ldots$

бўлиб,буларни Маклорен қаторига қўйсак,

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots$$

ҳосил бўлади.

Бу қатор исталган x учун яқинлашувчи $Z|\Phi x\Phi\Gamma|$. Охирги қаторни ҳадлаб дифференциалласак,

$$\cos x \text{X} 1 \text{Z}\frac{x^2}{2!}\Gamma\frac{x^4}{4!}\text{Z}\frac{x^6}{6!}\Gamma\ldots\Gamma(\text{Z}1)^{n\text{Z}1}\frac{x^{2n\text{Z}1\text{Z}1}}{(2n\,\text{Z}2)!}\Gamma(\text{Z}1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}\Gamma\ldots.$$

қатор ҳосил бўлади, бу $f(x)\,\text{X}\cos x$ функция учун Маклорен қатори бўлади.

3) Худди юқоридагидек усул билан $f(x)\,\text{X}(1\Gamma x)^m$ функция учун

$$(1\Gamma x)^m\ \text{X}1\Gamma\frac{m}{1!}x\Gamma\frac{m(m\,\text{Z}1)}{2!}x^2\ \Gamma\frac{m(m\,\text{Z}1)(m\,\text{Z}2)}{3!}x^3\ \Gamma\ldots.\Gamma\ldots$$

қаторни ҳосил қиламиз. Бу қаторга *биномиал қатор* дейилади. У $(\text{Z}1,1)$ интервалда абсолют яқинлашувчи бўлади.

4) $f(x)\,\text{X}\ln(1\Gamma x)$ функция учун юқоридаги усул билан

$$\ln(1\Gamma x)\,\text{X}x\,\text{Z}\frac{x^2}{2}\Gamma\frac{x^3}{3}\,\text{Z}\frac{x^4}{4}\Gamma\ldots\Gamma(\text{Z}1)^{n\text{Z}1}\frac{x^n}{n}\Gamma\ldots.\quad(\text{Z}1\,\Phi x\,{}^{\text{TM}}1)$$

ёйилмани ҳосил қилиш мумкин.

5-мисол. $f(x)\,\text{X}\cos\sqrt{x}$ функцияни x нинг даражалари бўйича қаторга ёйинг.

Ечиш. Юқоридаги $\cos x$ учун келтирилган қаторда x ни $\sqrt{x}$ билан алмаштириб

$$\cos\sqrt{x}\ \text{X}1\,\text{Z}\frac{x}{2!}\Gamma\frac{x^2}{4!}\,\text{Z}\ldots.\Gamma(\text{Z}1)^n\frac{x^n}{(2n)!}\Gamma\ldots$$

Бу қатор исталган x учун яқинлашувчидир, бироқ $\cos\sqrt{x}$ функция $x\,\Phi 0$ да аниқланмаганлигини ҳисобга олиб, ҳосил қилинган қатор $\cos\sqrt{x}$ функцияга $0\,{}^{\text{TM}}x\,\Phi\Gamma|$ да яқинлашади.

6. Қаторларнинг тақрибий ҳисоблашга татбиқлари. Бир неча мисоллар қараймиз.

6-мисол. $\cos x$ нинг ёйилмасидан фойдаланиб $\cos 18^0$ ни 0.0001 аниқликкача тақрибий ҳисобланг.

Ечиш. $\cos x$ нинг қаторга ёйилмасидан фойдаланиб,

$$\cos 18^0\ \text{X}\cos\frac{®}{10}\,\text{X}1\,\text{Z}\frac{1}{2!}\ \frac{®}{10}\ {}^2\ \Gamma\frac{1}{4!}\ \frac{®}{10}\ {}^4\ \text{Z}\ldots.;$$

ҳосил қиламиз.

$$\frac{®}{10}\,\text{X}0.31416,\quad \frac{®}{10}\ {}^2\ \text{X}0.09870,\quad \frac{®}{10}\ {}^4\ \text{X}0.00974.$$

ва $\frac{1}{6}\ \frac{®}{10}\ {}^6\ \Phi 0.0001$ бўлганлиги учун қаторнинг биринчи учта ҳади билан чегараланамиз, демак

$$\cos 18^0\ \rceil\ 1\,\text{Z}\frac{0.09870}{2}\Gamma\frac{0.00974}{24};\quad \textit{yoki}\quad \cos 18^0\ \rceil\ 0.9511.$$

7-мисол. $\sqrt[5]{1.1}$ *ni* 0.0001 аниқликкача тақрибий ҳисобланг

Ечиш: $\sqrt[5]{1.1}\,\text{X}(1\Gamma 0.1)^{\frac{1}{5}}$ деб биномиал қатордан фойдаланамиз:

$$\sqrt[5]{1.1}\ \text{X}(1\ \text{Г}\ 0.1)^{\frac{1}{5}}\ \text{X}1\ \text{Г}\ \frac{1}{5}\ 0.1\ \text{Г}\ \frac{\frac{1}{5}\ (\frac{1}{5}\ \text{Z}1)}{2!}0.01\ \text{Г}\ \frac{\frac{1}{5}\ (\frac{1}{5}\ \text{Z}1)\ (\frac{1}{5}\ \text{Z}2)}{3!}0.001\ \text{Г}$$

$$\text{Г}\ldots\ \text{X}1\ \text{Г}\ 0.02\ \text{Z}0.0008\ \text{Г}\ 0.000048\ \text{Z}....$$

Тўртинчи ҳад $0.000048\ \text{Ф}0.0001$ бўлганлиги учун биринчи учта ҳадини олиб ҳисоблаймиз:

$$\sqrt[5]{1.1}\ \rceil\ 1\ \text{Г}\ 0.02\ \text{Z}0.0008\ \text{X}1.0192\ .$$

8-мисол. $\sqrt[3]{130}$ *ni* 0.001 аниқликкача тақрибий ҳисобланг.

Ечиш. 5^3 130 га яқин бутун соннинг куби бўлганлиги учун $130\ \text{X}5^3\ \text{Г}5$ деб олиш қўлай бўлиб

$$\sqrt[3]{130}\ \text{X}\sqrt[3]{5^3\ \text{Г}\ 5}\ \text{X}\sqrt{5^3(1\ \text{Г}\ \frac{1}{25})}\ \text{X}5(1\ \text{Г}\ \frac{1}{25})^{\frac{1}{3}}\ \text{X}5(1\ \text{Г}\ \frac{1}{3}0.04\ \text{Г}\ \frac{\frac{1}{3}\ (\frac{1}{3}\ \text{Z}1)}{2!}0.0016\ \text{Г}$$

$$\text{Г}\ \frac{(\frac{1}{3}(\frac{1}{3}\ \text{Z}1)\ (\frac{1}{3}\ \text{Z}2))}{3!}0.000064\ \text{Г}....)\ \text{X}5\ \text{Г}\ \frac{1}{3}\ 0.2\ \text{Z}\ \frac{1}{9}\ 0.008\ \text{Г}\ \frac{25}{81}\ 0.00016\ \text{Z}...$$

охирги қаторда учинчи ҳад 0.001 дан кичик бўлганлиги учун, биринчи иккита ҳад билан чегараланамиз:

$$\sqrt[3]{130}\ \rceil\ 5\ \text{Г}\ 0.0667\ \text{Z}0.0009\ \rceil\ 5.066.$$

9-мисол. $\ln 1.04$ *ni* 0.0001 гача аниқликда тақрибий ҳисобланг.

Ечиш: $\ln(1\ \text{Г}\ x)$ функциянинг даражали қаторга ёйилмасидан фойдаланиб,

$$\ln(1\ \text{Г}\ 0.04)\ \text{X}0.04\ \text{Z}\frac{0.04^2}{2}\ \text{Г}\ \frac{0.04^3}{3}\ \text{Z}\frac{0.04^4}{4}\ \text{Г}....,$$

ёки

$$\ln 1.04\ \text{X}0.04\ \text{Z}0.0008\ \text{Г}\ 0.000021\ \text{Z}0.00000064\ \text{Г}...$$

қаторни ҳосил қиламиз, ҳамда учинчи ҳад 0.0001 дан кичик бўлганлиги учун биринчи икки ҳадни ҳисобга олиб ҳисоблаймиз:

$$\ln 1.04\ \rceil\ 0.0392.$$

IV. Амалий қисм.

Амалий қисмга тегишли лаборатория машқларини бажариш учун бирнеча намунавий мисолларни ечиб кўрсатамиз.

1-мисол. *cos*0,75 ни $\cos x$ функциянинг Маклорен қаторига ёйилмасидан фойдаланиб, 0,001 аниқликгача тақрибий ҳисобланг.

Ечиш. Маълумки, $\cos x$ функциянинг Маклорен қаторига ёйилмаси ушбу кўринишда

$$\cos x\ \text{X}1\ \text{Z}\frac{x^2}{2!}\ \text{Г}\ \frac{x^4}{4!}\ \text{Z}\frac{\overline{x^6}}{6!}\ \text{Г}...$$

эди. Бу қатор x нинг ҳамма қийматлари учун $\cos x$ га яқинлашувчи ва мисол шартида x =0,75 бўлганлиги учун, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$\cos 0{,}75 \approx 1 - \frac{0{,}75^2}{2!} + \frac{0{,}75^4}{4!} - \frac{0{,}75^6}{6!} + \ldots \approx 1 - 0{,}2862 + 0{,}0014 - 0{,}000026 + \ldots .$$

Охирги тенгликда 4-қўшилувчи 0,0001 дан кичик, ҳамда ишоралари алмашинувчи қаторлар ёрдамида тақрибий ҳисоблашларда йўл қўйилган хато охирги ҳисобга олинмаётган ҳаддан катта бўлмайди. Шунинг учун, бу ҳисоблашларда $\cos 0{,}75$ учун, олинган ишоралари алмашинувчи қатор биринчи 3 та ҳади билан чегараланиш мумкин. Шундай қилиб,

$$\cos 0{,}75 \approx 1\text{-}0{,}2862+0{,}0014=0{,}7152$$

бўлади.

2-мисол. $\sqrt[5]{262}$ ни тегишли функциянинг Маклорен қаторига ёйилмасидан фойдаланиб, 0,001 аниқликкача тақрибий ҳисобланг.

Ечиш. 5-даражаси 262 га яқин бўлган сон, масалан, $3(3^5 = 243)$ ни танлаймиз. Берилган сонни қуйидагича алмаштирамиз:

$$\sqrt[5]{262} = \sqrt[5]{243 + 19} = \sqrt[5]{243\left(1 + \frac{19}{243}\right)} = 3\sqrt[5]{1 + \frac{19}{243}} = 3\left(1 + \frac{19}{243}\right)^{\frac{1}{5}}.$$

Маълумки,

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \ldots$$

биномиал қатор $|x| < 1$ бўлганда, $(1+x)^m$ функцияга яқинлашувчи бўлиб, $\sqrt[5]{262}$ ни ҳисоблашда ундан фойдаланиш мумкин, яъни

$$\sqrt[5]{262} = 3\left(1 + \frac{19}{243}\right)^{\frac{1}{5}} = 3\left(1 + \frac{1}{5}\cdot\frac{19}{243} + \frac{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}-1\right)}{2!}\left(\frac{19}{243}\right)^2 + \frac{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{5}-1\right)\left(\frac{1}{5}-2\right)}{3!}\left(\frac{19}{243}\right)^3 + \ldots\right)$$

бўлиб, тегишли ҳисоблашлардан кейин ушбу сонли қаторни оламиз:

$$\sqrt[5]{262} = 3(1+0{,}0074-0{,}00011+\ldots) .$$

Охирги сонли қаторда 3-ҳад 0,001 дан кичик бўлганлиги учун, бу ҳисоблашда биринчи 2 та ҳад билан чегараланса бўлади, яъни

$$\sqrt[5]{262} \approx 3(1+0{,}0074)=3{,}0222$$

натижани оламиз.

3- мисол. $\ln 1{,}22$ ни $\ln(1+x)$ функция Маклорен қаторига ёйилмасиданфойдаланиб, 0,001 аниқликкача тақрибий ҳисобланг.

Маълумки,

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$$

қатор x нинг $-1 < x \le 1$ тенгсизликни қаноатлантирувчи ҳамма қийматлари учун $\ln(1+x)$ га яқинлашади,шунинг учун

$$\ln 1{,}22 \approx \ln(1+0{,}22) \approx 0{,}22 - \frac{0{,}22^2}{2} + \frac{0{,}22^3}{3} - \frac{0{,}22^4}{4} + \dots$$

сонли қатордан фойдаланиб, $\ln 1{,}22$ ни тақрибий ҳисоблаш мумкин, яъни

$$\ln 1{,}22 \approx 0{,}22 - 0{,}0242 + 0{,}0035 - 0{,}0006 + \dots$$

бўлиб,

$$\ln 1{,}22 \approx 0{,}22 - 0{,}0242 + 0{,}0035 \approx 0{,}1993$$

натижани оламиз, чунки охирги қаторнинг 4-ҳади 0,001дан кичик.

4-мисол. $\int_0^{0{,}25} \frac{\sin x}{x}\,dx$ аниқ интегрални, интеграл остидаги функциянинг Маклорен қаторига ёйилмасидан фойдаланиб, тақрибий ҳисобланг.

Ечиш. Маълумки,

$$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

қатор x нинг ҳамма қийматлари учун $\sin x$ функцияга яқинлашади. Энди берилган, интеграл остидаги функция учун ушбу қаторни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\sin x}{x} \approx 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \dots .$$

Охирги тенгликни ҳадлаб интегралласак

$$\int_0^{0{,}25} \frac{\sin x}{x}\,dx \approx \int_0^{0.25} dx - \int_0^{0.25} \frac{x^2}{3!}\,dx + \int_0^{0.25} \frac{x^4}{5!}\,dx - \int_0^{0.25} \frac{x^6}{7!}\,dx + \dots \approx$$

$$\approx x\Big|_0^{0{,}25} - \frac{x^3}{3!\ 3}\Big|_0^{0{,}25} + \frac{x^5}{5!\ 5}\Big|_0^{0{,}25} - \frac{x^7}{7!\ 7}\Big|_0^{0{,}25} + \dots \approx$$

$$= 0{,}25 - \frac{(0{,}25)^3}{18} + \frac{(0{,}25)^5}{600} - \frac{(0{,}25)^7}{35280} + \dots \approx$$

$$= 0{,}25 - 0{,}00087 + 0{,}0000016 - \dots .$$

Кейинги ишоралари алмашинувчи сонли қаторда, 3-ҳади 0,0001 дан кичик, шунинг учун, ҳисоблашда биринчи 2 та ҳади билан чегараланиб,

$$\int_0^{0{,}25} \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 0{,}24913$$

натижани оламиз.

5- лаборатория иши вариантлари

Вариант рақами	1,2- топшириқлар рақамлари	Вариант рақами	1,2- топшириқлар рақамлари

1	1,1	34	4,14
2	2,2	35	5,15
3	3,3	36	6,20
4	4,4	37	7,21
5	5,5	38	8,22
6	6,6	39	9,23
7	7,7	40	10,24
8	8,8	41	11,25
9	9,9	42	12,26
10	10,10	43	13,27
11	11,11	44	14,28
12	12,12	45	15,29
13	13,13	46	30,1
14	14,14	47	16,2
15	15,15	48	17,3
16	16,16	49	18,4
17	17,17	50	19,5
18	18,18	51	20,6
19	19,19	52	21,7
20	20,20	53	22,8
21	21,21	54	23,9
22	22,22	55	24,10
23	23,23	56	25,11
24	24,24	57	26,12
25	25,25	58	27,13
26	26,26	59	28,14
27	27,27	60	29,15
28	28,28	61	30,16
29	29,29	62	2,24
30	30,30	63	3,30
31	1,11	64	4,1
32	2,12	65	5,2
33	3,23	66	6,3

5-лаборатория иши топшириқлари.

1-топшириқлар. Тегишли функцияларнинг Маклорен қаторига ёйилмасидан фойдаланиб қуйидагиларни 0,001 аниқликкача тақрибий ҳисобланг.

1. 1) $\sin 0{,}76$; 2) $\sqrt[3]{521}$; 3) $\ln 1{,}12$.
2. 1) $\sin 0{,}92$; 2) $\sqrt[3]{131}$; 3) $\ln 1{,}23$.
3. 1) $\sin 0{,}56$; 2) $\sqrt[3]{138}$; 3) $\ln 1{,}32$.

4. 1) $\cos 0{,}73$; 2) $\sqrt[5]{35}$; 3) $\ln 1{,}42$.
5. 1) $\cos 0{,}78$; 2) $\sqrt[5]{521}$; 3) $\ln 0{,}92$.
6. 1) $\cos 0{,}75$; 2) $\sqrt[5]{38}$; 3) $\ln 0{,}82$.
7. 1) $\cos 0{,}25$; 2) $\sqrt[5]{40}$; 3) $\ln 1{,}53$.
8. 1) $\cos 0{,}45$; 2) $\sqrt[5]{34}$; 3) $\ln 1{,}63$.
9. 1) $\sin 0{,}75$; 2) $\sqrt[5]{36}$; 3) $\ln 1{,}73$.
10. 1) $\sin 0{,}45$; 2) $\sqrt[5]{37}$; 3) $\ln 1{,}86$.
11. 1) $\sin 1{,}8$; 2) $\sqrt[5]{39}$; 3) $\ln 1{,}94$.
12 1) $\sin 2{,}8$; 2) $\sqrt[3]{30}$; 3) $\ln 0{,}76$.
13. 1) $\sin 1{,}5$; 2) $\sqrt[3]{350}$; 3) $\ln 0{,}63$.
14. 1) $\sin 1{,}9$; 2) $\sqrt[3]{357}$; 3) $\ln 0{,}54$.
15. 1) $\sin 0{,}32$; 2) $\sqrt[3]{364}$; 3) $\ln 0{,}47$.
16. 1) $\sin 0{,}48$; 2) $\sqrt[3]{371}$; 3) $\ln 0{,}38$.
17. 1) $\sin 0{,}52$; 2) $\sqrt[3]{378}$; 3) $\ln 0{,}29$.
18. 1) $\sin 0{,}62$; 2) $\sqrt[3]{385}$; 3) $\ln 0{,}25$.
19. 1) $\sin 0{,}42$; 2) $\sqrt[3]{392}$; 3) $\ln 1{,}25$.
20. 1) $\sin 0{,}71$; 2) $\sqrt[5]{246}$; 3) $\ln 1{,}35$.
21. 1) $\cos 1{,}5$; 2) $\sqrt[5]{249}$; 3) $\ln 1{,}45$.
22. 1) $\cos 0{,}51$; 2) $\sqrt[5]{252}$; 3) $\ln 1{,}55$.
23. 1) $\cos 0{,}83$; 2) $\sqrt[5]{255}$; 3) $\ln 1{,}65$.
24. 1) $\cos 1{,}2$; 2) $\sqrt[5]{258}$; 3) $\ln 1{,}75$.
25. 1) $\cos 0{,}9$; 2) $\sqrt[6]{66}$; 3) $\ln 1{,}85$.
26. 1) $\cos 0{,}34$; 2) $\sqrt[6]{68}$; 3) $\ln 1{,}95$.
27. 1) $\cos 0{,}43$; 2) $\sqrt[6]{70}$; 3) $\ln 0{,}75$.
28. 1) $\cos 0{,}47$; 2) $\sqrt[6]{72}$; 3) $\ln 0{,}85$.
29. 1) $\cos 1{,}3$; 2) $\sqrt[6]{74}$; 3) $\ln 0{,}95$.
30. 1) $\cos 0{,}18$; 2) $\sqrt[6]{76}$; 3) $\ln 0{,}65$.

2-топшириқлар. Қуйидаги аниқ интегралларни, интеграл остидаги функцияларнинг даражали қаторга ёйилмасидан фойдаланиб, тақрибий ҳисобланг.

1. $\int_0^{0,1} \frac{\sin x}{x} dx$ 11. $\int_0^{0,3} \frac{\cos x}{x} dx$ 21. $\int_0^5 e^{\frac{x^2}{2}} dx$

2. $\int_0^{0,3} \frac{\sin x}{x} dx$

3. $\int_0^{0,4} \frac{\sin x}{x} dx$

4. $\int_0^{0,5} \frac{\sin x}{x} dx$

5. $\int_0^{0,6} \frac{\sin x}{x} dx$

6. $\int_0^{0,7} \frac{\sin x}{x} dx$

7. $\int_0^{0,8} \frac{\sin x}{x} dx$

8. $\int_0^{0,9} \frac{\sin x}{x} dx$

9. $\int_0^{1,2} \frac{\sin x}{x} dx$

10. $\int_0^{0,1} \frac{\cos x}{x} dx$

12. $\int_0^{0,4} \frac{\cos x}{x} dx$

13. $\int_0^{0,5} \frac{\cos x}{x} dx$

14. $\int_0^{0,6} \frac{\cos x}{x} dx$

15. $\int_0^{0,7} \frac{\cos x}{x} dx$

16. $\int_0^{0,8} \frac{\cos x}{x} dx$

17. $\int_0^{0,9} \frac{\cos x}{x} dx$

18. $\int_0^{1,1} \frac{\cos x}{x} dx$

19. $\int_0^{2} e^{Zx^2} dx$

20. $\int_0^{3} e^{Zx^2} dx$

22. $\int_0^{6} e^{Zx^2} dx$

23. $\int_0^{7} e^{Zx^2} dx$

24. $\int_0^{8} e^{Zx^2} dx$

25. $\int_0^{9} e^{Zx^2} dx$

26. $\int_0^{0,5} e^{Zx^2} dx$

27. $\int_0^{1} \frac{e^x}{x^2} dx$

28. $\int_0^{0,1} \frac{e^x\ Z1}{x} dx$

29. $\int_0^{0,2} \frac{\cos x}{x} dx$

30. $\int_0^{4} e^{Zx^2} dx$

Фодаланилган адабиётлар

[1]. Пискунов Н.С. Дифференциал ва интеграл ҳисоб. Ўзбек тилига таржима.-Т.: Ўқитувчи.1974.-614б.

[2]. Соатов Ё.У. Олий математика. 3-жилд.-Т.:Ўзбекистон.1996.-638б

[3]. Бегматов А.Б. Олий математика. Ўқув қўлланма. Самарқанд. СамКИ. 2003.-250б.

[4]. Азизходжаева Н.Н. Педагогические технологии и педагогические мастерство. Учеб. пособие.-Т.: Творческий дом им. Чулпана. 2005. -200с.

[5]. Бегматов А. Б. Олий математикадан лаборатория ишларини бажариш учун услубий кўрсатма ва топшириқлар(1,2 лаборатория ишлари). Самарқанд. СамИСИ. 2007.-100б.

Мундарижа

бетлар

Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти ,,Олий математика’’ кафедраси доценти А.Б Бегматов томонидан тайёрланган ,,Олий математика’’ фани лаборатория ишларини бажариш бўйича услубий кўрсатма ва топшириқларга

т а қ р и з

Математик аппаратни ўрганишда ,,Олий математика’’ фанидан лаборатория ишларини бажариш катта аҳамиятга эга. Лаборатория ишларини бажаришда назарий билимларни қўллаш механизмини чуқур билиш имкониятини яратиш билан биргаликда талабалар фикрлаш қобилиятини ривожлантириб унга фаоллик касб этади.

Услубий кўрсатма 5811700 сервис(туризм ва меҳмонхона хўжалиги) ,5811000 сервис техника ва технологияси(хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича), 5811600 сервис(сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) таълим йўналишидаги бакалаврлар ўқув режасидаги ,,Олий математика’’ фани, ишчи-ўқув дастурида бажариш учун режалаштирилган 3-5 лаборатория ишларини бажариш учун мўжалланган бўлиб, умумий тушунчалар, ишнинг мақсади, тегишли назарий қисм ва амалий машқларни бажариш учун услубий кўрсатмалар ҳамда лаборатория ишлари топшириқлари берилган.

Услубий кўрсатмада, аниқ интегрални трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисоблаш, икки ўзгарувчили функция экстремумига оид масалаларни ечиш ҳамда даражали қаторларнинг тақрибий ҳисоблашлардаги татбиқлари мавзулари бўйича масалалар ечиш малака ва кўникмаларни ҳосил қилишга йўналтирилган бўлиб, унга қўйилган талабларга мувофиқ ёзилган деб ҳисоблайман.

Услубий кўрсатма талабалар томонидан мустақил ўзлаштириб олишга мўлжалланган бўлиб, аниқ ва равшан тилда ёзилган.

Услубий кўрсатма ва топшириқларни ижобий баҳолайман ва уни чоп этишга тавсия этаман.

Самарқанд Давлат архитектура ва
қурулиш институти ,,Олий математика’’
кафедраси доценти Файзиев С.Р

Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти „ Олий математика’’ кафедрасининг 5-сон мажлис баёнидан

К Ў Ч И Р М А

17.03.2007йил. Самарқанд шаҳри.

Қатнашдилар: каф.мудири,проф. Хўжаёров Б.Х., доцентлар , Раисов М.Р., Бегматов А. Б., Сиддиқов Ю. М., Умаров Т. И., Абдусаломова М. Н., Шодмонов И.Э., катта ўқитувчилар Қўлдошев А.Ч., Зарипов М.Э..асс. Қаршибоев Х.Қ.„ лаборант Абидова Г.Х.

4. Ҳархил масалалар:

4.1.Олий математика кафедраси доценти А.Б.Бегматов томонидан «Олий математика» фанидан лаборатория ишларини бажариш бўйича тайёрлаган услубий кўрсатма ва топшириқлари муҳокамаси.

Эшитилди: 1) проф.Б.Х. Хўжаёров- доцент А.Б.Бегматов томонидан тайёрланган услубий кўрсатма билан танишиб чиқдим. Услубий кўрсатма ва топшириқлар талабалар лапборатория ишларини ташкил этишда «Олий математика» фанининг мақсад ва вазифалари фаннинг хусусияти ҳамда унинг ўқув дастуридаги ўрни ҳисобга олинган. Кўрсатма ва топшириқлар 3-5 лаборатория ишларига мўлжалланган бўлиб, аниқ интегрални трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида тақрибий ҳисоблаш, икки ўзгарувчили функция экстремумига оид масалаларни ечиш ҳамда даражали қаторларнинг тақрибий ҳисоблашлардаги татбиқлари мавзулари бўйича масалалар ечиш малака ва кўникмаларни ҳосил қилишга йўналтирилган бўлиб, унга қўйилган талабларга мувофиқ ёзилган деб ҳисоблайман. Тайёрланган услубий кўрсатма ва топшириқлар лаборатория ишларини ташкил этишда ва ўтказишда зарур деб ҳисоблайман ҳамда уни чоп этишга тавсия этаман.

2) доц. Т.И.Умаров - Услубий кўрсатма ва топшириқлар 5811700 сервис(туризм ва меҳмонхона хўжалиги) ,5811000 сервис техника ва технологияси(хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича), 5811600 сервис(сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) таълим йўналишидаги бакалавриатлар ўқув режасидаги ,,Олий математика’’ фани, ишчи-ўқув дастурида режалаштирилган 3-5 лаборатория ишларини бажариш учун мўжалланган бўлиб, умумий тушунчалар, ишнинг мақсади, тегишли назарий қисм ва амалий машқларни бажариш учун услубий кўрсатмалар ҳамда лаборатория ишлари топшириқлари берилган. Услубий кўрсатма ва топшириқлар талабалар томонидан лаборатория ишларини мустақил бажаришга мўлжалланган бўлиб, аниқ ва равшан тилда ёзилган. Услубий кўрсатма ва топшириқларни ижобий баҳолайман ва уни чоп этишга тавсия этаман.

Қарор қилинди:

1. Доцент А.Б.Бегматов томонидан «Олий математика» фанидан лаборатория ишларини бажариш бўйича тайёрланган услубий кўрсатма ва топшириқлар мақуллансин ва нашр этишга тавсия қилинсин.

2. Услубий кўрсатма ва топшириқлар бўйича доцентлар С.Р. Файзиев ва Т.И. Умаровларнинг ижобий тақризлари маълумот учун қабул қилинсин.

СамИСИ, Олий математика кафедраси

мудири, профессор Хўжаёров Б.Х.

Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти ўқув-услубий

Кенгашининг 8 -сон баённомасидан

КЎЧИРМА

28 март 2007 й. Самарқанд шаҳри.

Қатнашдилар: ўқув-услубий Кенгаш раиси, доц. Бектемиров А.Б. ва бошқа аъзолари.

Кун тартиби:

Институт ўқитувчилари томонидан тайёрланган ўқув-услубий ишларнинг муҳокамаси.

1.Олий математика кафедраси доценти А.Б.Бегматов томонидан «Олий математика» фанидан лаборатория ишларини бажариш бўйича тайёрлаган услубий кўрсатма ва топшириқларнинг муҳокамаси.

Эшитилди: 1) проф.Б.Х. Хўжаёров.

Мен, доц.Бегматов А.Б. томонидан тайёрланган услубий кўрсатма билан танишиб чиқдим. Услубий кўрсатма, 5811700- сервис (туризм ва мехмонхона хўжалиги), 5811000-сервис техника ва технологияси (хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича), 5811600-сервис(сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) йўналишлари ўқув режаси ,,Олий математика'' фани ишчи-ўқув дастуридаги 3-5 лаборатория ишларини бажаришга мўлжалланган бўлиб, уни бажариш бўйича умумий тушунчалар, ишнинг мақсади, тегишли назарий қисм ва амалий машқларни бажариш учун услубий кўрсатмалар ҳамда лаборатория ишлари топшириқлари берилган.Талабалар бундай услубий кўрсатмалар ва билан таъминланиши керак. Услубий кўрсатма, 2007 йил 17мартда кафедра 5-сон мажлисида муҳокама қилиниб чоп этишга тавсия этилди. Мен ҳам уни чоп этишга тавсия этаман;.

2) доц. А.И. Алиқулов.

Мен доц. А.Б.Бегматов томонидан тайёрланган мазкур услубий кўрсатма ва топшириқлар билан танишиб чиқдим. Ушбу услубий кўрсатма ва топшириқларни институтнинг сервис таълим йўналишидаги талабалар учун зарур кўрсатма деб ҳисоблайман ва чоп этишга тавсия этаман.

Қарор қилинди:

1. А.Б.Бегматов томонидан «Олий математика» фанидан 3-5 лаборатория ишларини бажариш бўйича тайёрланган услубий кўрсатма ва топшириқлар мақуллансин ва нашр этишга тавсия қилинсин.

2. Услубий кўрсатма бўйича доцентлар А.И.Алиқулов, С.Р.Файзиев, Т.И.Умаровларнинг ижобий тақризлари маълумот учун қабул қилинсин.

Институт ўқув- услубий

Кенгаши раиси, доцент Бектемиров А.Б.

Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти ,,Олий математика'' кафедраси

доценти А.Б Бегматов томонидан тайёрланган ,,Олий математика’’ фани лаборатория ишларини бажариш учун услубий кўрсатма ва топшириқларга

т а қ р и з

Маълумки, Олий мактабда ,,Олий математика’’ фанидан лаборатория ишларини бажариш ҳам катта аҳамиятга эга бўлиб, назарий билимларни чуқурлаштириб, унинг амалий масалаларни ечишга татбиқ қилиш механизми малакаларини ҳосил қилади.Уни бажариш жараёнида талабанинг илмий текшириш малакалари шаклланиб,фанга ижодий ёндашиш кўникмалари ҳосил бўлади.

Услубий кўрсатма 5811700 сервис(туризм ва меҳмонхона хўжалиги) ,5811000 сервис техника ва технологияси(хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича), 5811600 сервис(сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) таълим йўналишидаги бакалаврлар ўқув режасидаги ,,Олий математика’’ фанидан қўйилган лаборатория ишларини бажариш учун мўжалланган бўлиб, умумий тушунчалар, ишнинг мақсади, тегишли назарий қисм ва амалий машқларни бажариш учун услубий кўрсатмалар ҳамда лаборатория ишлари топшириқлари берилган.

Услубий кўрсатма ишчи-ўқув дастуридаги режалаштирилган 3-5 лабораторияишларини бажариш учун мўлжалланган бўлиб, лаборатория ишини бажариш кетма-кетлиги аниқ берилган ҳамда унга қўйилган талабларга мувофиқ ёзилган деб ҳисоблайман.

Тайёрланган услубий кўрсатма ва топшириқларни ижобий баҳолайман ва уни чоп этишга тавсия этаман.

СамИСИ
,,Олий математика’’ кафедраси
доценти Умаров Т. И.

Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти ,,Олий математика’’ кафедраси доценти А.Б Бегматов томонидан тайёрланган ,,Олий математика’’ фани лаборатория ишларини бажариш бўйича услубий кўрсатма ва топшириқларга

т а қ р и з

Маълумки, Олий мактабда ,,Олий математика’’ фанидан лаборатория ишларини бажариш ҳам катта аҳамиятга эга бўлиб, назарий билимларни чуқурлаштириб, унинг амалий масалаларни ечишга татбиқ қилиш малакаларини ҳосил қилади.Уни бажариш жараёнида талабанинг илмий текшириш малакалари шаклланиб, фанга ижодий ёндашиш кўникмалари ҳосил бўлади. Шундай қилиб, лаборатория машғулотлари талабанинг ижодий фикрлашини ривожлантириб, фанда изланишга йўналтиради.

Услубий кўрсатма 5811700 сервис(туризм ва меҳмонхона хўжалиги) ,5811000 сервис техника ва технологияси(хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича), 5811600 сервис(сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) таълим йўналишидаги бакалавриатлар ўқув режасидаги ,,Олий математика’’ фанидан қўйилган, ишчи-ўқув дастуридаги 3-5 лаборатория ишларини бажариш учун мўжалланган бўлиб, умумий тушунчалар, ишнинг мақсади, тегишли назарий қисм ва амалий машқларни бажариш учун услубий кўрсатмалар ҳамда лаборатория ишлари топшириқлари берилган.

Услубий кўрсатмада лаборатория ишларини бажариш кетма-кетлиги аниқ берилган бўлиб, унга қўйилган талабларга мувофиқ ёзилган деб ҳисоблайман.

Тайёрланган услубий кўрсатма ва топшириқларни ижобий баҳолайман ҳамда уни чоп этишга тавсия этаман.

СамИСИ,
ахборотлар технологияси кафедраси
мудири, доцент Алиқулов А. И.

Самарқанд иқтисодиёт ва сервис институти ўқув-услубий

Кенгашининг -сон баённомасидан

КЎЧИРМА

март,2007. Самарқанд шаҳри.

Қатнашдилар: ўқув-услубий Кенгаш раиси, доц. Бектемиров А.Б. ва бошқа аъзолари.

Кун тартиби:

Институт ўқитувчилари томонидан тайёрланган ўқув-услубий ишларнинг муҳокамаси.

1.Олий математика кафедраси доценти А.Б.Бегматов томонидан «Олий математика» фанидан лаборатория ишларини бажариш бўйича тайёрлаган услубий кўрсатма ва топшириқларнинг муҳокамаси.

Эшитилди: 1) проф.Б.Х. Хўжаёров.

Мен доц.Бегматов А.Б. томонидан тайёрланган услубий кўрсатма билан танишиб чиқдим. Услубий кўрсатма, 5811700- сервис (туризм ва мехмонхона хўжалиги) ,5811000-сервис техника ва технологияси (хизмат кўрсатиш тармоқлари бўйича) ,5811600-сервис(сифат экспертизаси, хизмат кўрсатиш ва ишлар сертификацияси) йўналишлари ўқув режасидаги ,,Олий математика'' фани ишчи-ўқув дастуридаги 3-5 лаборатория ишларини бажаришга мўлжалланган бўлиб, уни бажариш бўйича умумий тушунчалар, ишнинг мақсади, тегишли назарий қисм ва амалий машқларни бажариш учун услубий кўрсатмалар ҳамда лаборатория ишлари топшириқлари берилган.Талабалар бундай услубий кўрсатмалар ва билан таъминланиши керак. Услубий кўрсатма, 2007 йил 17мартда кафедра 5-сон мажлисида муҳокама қилиниб чоп этишга тавсия этилди. Мен ҳам уни чоп этишга тавсия этаман;.

2) доц. А.И. Алиқулов.

Мен доц. А.Б.Бегматов томонидан тайёрланган мазкур услубий кўрсатма ва топшириқлар билан танишиб чиқдим. Ушбу услубий кўрсатма ва топшириқларни институтнинг сервис таълим йўналишидаги талабалар учун зарур кўрсатма деб ҳисоблайман ва чоп этишга тавсия этаман.

Қарор қилинди:

1. А.Б.Бегматов томонидан «Олий математика» фанидан 3-5 лаборатория ишларини бажариш бўйича тайёрланган услубий кўрсатма ва топшириқлар мақуллансин ва нашр этишга тавсия қилинсин.

2. Услубий кўрсатма бўйича доцентлар А.И.Алиқулов, С.Р.Файзиев, Т.И.Умаровларнинг ижобий тақризлари маълумот учун қабул қилинсин.

Институт ўқув- услубий

Кенгаши раиси, доцент Бектемиров А.Б.

Котиба