

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Қўлёзма ҳуқуқи
УДК 519.21

Умирзақова Камола Орипжановнанинг
**«Икки хилли критиккача тармоқланиш
жараёнига оид айрим теоремалар»**

*5А460104 – «Эҳтимоллар назарияси ва математик
статистика» мутахассислиги*

Магистр академик даражасини олиш учун ёзилган

ДИССЕРТАЦИЯ

Илмий раҳбар

проф. Р.Ибрагимов

Наманган 2010й.

РЕЖА:

Кириш

Асосий қисм.

I боб. Гальтон-Ватсон тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар

1-§. Гальтон-Ватсон тармоқланиш жараёни

2-§. Критиккача тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

3-§. Критик тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

4-§. Критикдан кейинги тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

II боб. Узлуксиз Марков тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар

1-§. Узлуксиз Марков тармоқланиш жараёни

2-§. Критиккача тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

3-§. Критик тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

4-§. Критикдан кейинги тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

III боб. Кўп хилли тармоқланиш жараёни (олинган натижа)

1-§. Кўп хилли тармоқланиш жараёни

2-§. Икки хилли тармоқланиш жараёни

3-§. Икки хилли критикдан кейинги тармоқланиш жараёни

IV боб. Генетикани тармоқланиш жараёнига тадбиқлари

1-§. Генетика масалалари учун эҳтимоллар назарияси тилида модел

2-§. Генетикага оид олинган айрим натижалар

V боб. Асосий мақсадимиз - Ватанимиз тараққиёти ва ҳалқ

фаровонлигини янада юксалтиришдир

Хулоса

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

[#Мундарижа](#)

Кириш

Ишнинг долзарблиги. Ўзбекистон-улкан имкониятлар мамлакати сифатида тан олинган. Дарҳақиқат, бу заминда ер ости ва ер усти бойликлари, қудратли иқтисодий, илмий-техникавий, инсоний ва маънавий салоҳият етарли. Ватанимиз мустақилликка эришгандан сўнг ана шу улкан имкониятларни рўёбга чиқариш, янгича ҳаёт, янги жамият асосларини барпо этиш борасида ўзига хос йўл танлади.

Ватанимизда янги жамият барпо этишда ёшларга таяниш, ёшларни таълим – тарбиясига бўлган эътиборни янада юксалтириш, уларни комил инсон сифатида тарбиялаш, уларни қалбига ва онгига миллий мафкура, маънавият, Ватан, она, миллий қадриятларимизни, миллий тарихимизни сингдириш ва шулар орқали “Озод ва обод жамиятни барпо этиш”дир.

Ҳозирги кунда барча эътибор таълим тизимидаги қонун ва қоидаларни янада такомиллаштиришга қаратилмоқда. Таълим тизимини давр талаблари даражасига кўтариш, юқори технологиялар ва ўқитишнинг замонавий усулларини кучайтириш, Ўзбекистон ёшларини маънавий салоҳиятини оширишга қаратилди.

Шу мақсадда 1992 йил 2 июлда “Таълим тўғрисидаги ” қонун қабул қилинди. Ёшларни касб-ҳунарга ўргатиш уларни келажакда мулоҳазали, жиддий, маънавиятли, касбий маданият соҳибби бўлган етук мутахассислар қилиб тарбиялашни назарда тутган ҳолда “Кадрлар тайёрлаш миллий дастури” қабул қилинди.

Биз тақдим этаётган магистрлик иши фамилияларни давомийлиги ёки йўқолиб кетишини математик моделини яратишда, эҳтимоллар назариясининг тадбиқларидан бири тармоқланиш жараёнига бағишланган.

Бугунги куннинг энг долзарб муаммоси бу 2008 йилда бошланган жаҳон молиявий инқирози, унинг таъсири ва салбий оқибатлари, юзага келётган вазиятдан чиқиш йўллари излашдан иборат. Бу инқироз АҚШда ипотекали кредитлаш тизимида рўй берган танглик ҳолатидан бошланди. Сўнгра бу жараённинг миқёси кенгайиб, йирик банклар ва молиявий тузилмаларнинг ликвидлик, яъни тўлов қобилияти заифлашиб, молиявий инқирозга айланиб кетди.

Республикамизда ҳам инқирозга қарши кураш дастури ишлаб чиқилди ва мамлакатимиз молиявий иқтисодий, бюджет, банк-кредит тизимининг барқорор ҳамда узлуксиз ишлашини таъминлаш, иқтисодиётнинг реал сектори тармоқлари ва корхоналарга ёрдам кўрсатиш, аҳолини қўллаб-қувватлашга қаратилган чора тадбирларнинг пухта ишлаб чиқишга катта эътиборни қаратилди. Аввало 2009-2012 йилларга мўлжалланган “Инқирозга қарши чоралар” самарадорлигини айтсак, қолаверса юртимизда “Қишлоқ таракқиёти ва фаровонлиги йили”да амалга оширилган ишларни айтиб ўтишни жоиз деб биламан.

Тижорат банкларининг умумий капитали 2 баробар кўпайди, ночор корхоналарни ишлаб чиқариши яна йўлга қўйилди, 17 мингдан ортиқ иш ўринлари яратилди, маҳсулот экспорт қиладиган корхоналарни қўллаб

қувватланди, экспорт ҳажмини 2,4 фоиз оширишга эришилди. Айрим енгил озиқ овқат саноатига мўлжалланган корхоналарга солиқ тўлови бўйича имтиёзлар яратилди. Фойдаланилмай ётган бинолар тадбиркорларга бўлиб берилди.

2009 йилда Ўзбекистонда ялпи ички маҳсулотнинг ўсиши 8,1 фоизни ташкил этди. Саноат маҳсулотларини ишлаб чиқариш 9,0 фоизга кўпайди, қишлоқ ҳўжалигидаги ўсиш 5,7 фоизни ташкил этди, чакана савдо айланмаси 16,6 фоиз, аҳолига пуллик хизмат кўрсатиш 12,9 фоизга ошди. Иқтисодиётга инвестициялар киритиш ҳажми 8,2 миллиард долларни ташкил этди, бу эса 2008 йилга нисбатан 24,8 фоиздан кўп демакдир. Жалб этилган хорижий инвестициялар ҳажми 68 фоизга ошди. 2009 йилда глобал иқтисодиётнинг ўсиши тахминан 1 фоизга қисқарган бўлса, жорий йилда дунёда иқтисодий ривожланиш 3 фоиз атрофида ўсиши мумкин, бу эса инқирозгача бўлган даврдаги кўрсаткичлардан анча пастдир.

2009 йил қишлоқ ҳаётини обод этиш, қишлоқларимиз қиёфасини ўзгартириш, агросаноат мажмуида олиб борилаётган ислохотларни чуқурлаштириш, қишлоқ аҳолисининг ҳаёт даражаси, ижтимоий-сиёсий ва маданий савиясини ошириш, қишлоқ жойларда уй-жой ва ижтимоий объектларни қурилишини таъминлаш каби бўлимлардан иборат бўлган давлат дастури ишлаб чиқилди. Қишлоқ жойларда қурилиш ишларини олиб бориш учун 60 миллиард сўм ажратилди. Алоҳида диққатга сазовор томони шундаки, нафақат шинам ва обод уйлар қуруш, айти пайтда болалар боғчалари, умумтаълим ва мусиқа мактаблари, спорт иншоотлари, тиббиёт муассасалари, маиший хизмат абектлари, равон йўллар, бир сўз билан айтганда қишлоқ аҳлининг қулай ҳаёт кечириши учун зарур шарт-шароит яратишдир. Ундан ташқари инсон саломатлигини асраш, оналик ва болалик муҳофазаси, соғлом авлод тарбияси, тиббиёт муассасаларининг моддий-техник базасини мустаҳкамлаш, аҳолининг тиббий маданиятини ошириш билан боғлиқ бўлган анча ишлар қилинди.

Айниқса биргина жорий йилнинг ўзида юртимиз бўйича жами 1 минг 16 та мактаб қурилган ва реконструкция қилинган бўлса, уларнинг 1 минг -22 таси айнан қишлоқ жойларда экани диққатга сазовордир. Шулар қаторида 2009 йилда барпо этилган 214 та академик лицей ва касб-ҳунар коллежининг 170 таси қишлоқ туманларимизда бунёд этилгани ва реконструкция қилинганини таъкидлаш мумкин.

Умуман олганда Қишлоқ тараққиёти ва фаровонлиги йили дастури ўз кўлами, аҳамияти ва моҳияти билан бугунги кунимиз ва эртанги келажагимизнинг нафақат моддий томонларини, айти пайтда, маданий ва маънавий савиямизни ошириш, мухтасар айтганда, бутун ҳаётимизни юксалтиришга қаратилган бўлиб, ҳеч шубҳасиз, мамлакатимиз тарихида муносиб ўрин эгаллаши мумкин.

2010 йилни юртимизда “Баркамол авлод йили” деб аталди. Табиийки барча эзгу ниятларимиз марказида фарзандларимизни ҳам жисмоний, ҳам маънавий жихатдан соғлом қилиб ўстириш, уларнинг бахту-саодати, фаровон келажагини кўриш, дунёда ҳеч кимдан кам

бўлмайдиган авлодни тарбиялаш орзуси туради. Айнан мана шундай ҳар томонлама етук авлодгина бугун ҳаёт олдимизга қўяётган ўта мураккаб, оғир синов ва қийинчиликларни енгиш, биз кўзлаган юксак марраларни эгаллашнинг энг асосий шарти эканини ҳаммамиз яхши тушунамиз.

Биз юртимизнинг эртанги ривожини йўлида қандай чуқур ўйланган дастурларни тузмайлик, бу режаларни бажариш учун қандай моддий база ва имкониятларни яратмайлик, бунинг учун қанча кўп сармоя сафарбар этмайлик, уларни барчасини амалга оширадиган, рўёбга чиқарадиган қудратли бир омил борки, у ҳам бўлса, юқори малакали иш кучи ва юртимизнинг эртанги куни, тараққиёти учун масъулиятни ўз зиммасига олишга қодир бўлган етук мутахассис ёшларимиздир.

2010 йилда давлат бюджетига соғлиқни сақлаш соҳасидаги харажатларимизни 1 триллион 700 миллиард сўм атрофида белгилаб “Соғлом она- соғлом бола” дастурини давом эттириш назарда тутилди. Шу ўринда давлат бюджетини 50 фоиздан кўпроғини таълим -тарбия ва соғлиқни сақлаш соҳаларини ривожлантиришга йўналтирилди.

Шунингдек давлат таълим стандартларини, ўқув дастурларини ва ўқув адабиётларини такомиллаштириш, олий ва ўрта махсус таълим тизимида таълим йўналишлари ва мутахассисликларни бугунги кун талаблари нуқтаи назаридан кўриб чиқиш, ўқув жараёнига янги ахборот ва педагогик технологияларни кенг жорий этиш, болаларимизни комил инсонлар этиб тарбиялашда жонбозлик кўрсатадиган ўқитувчи ва домлаларга эътиборимизни янада ошириш, қисқача айтганда, таълим-тарбия тизимини сифат жиҳатидан бутунлай янги босқичга кўтаришдан иборатдир.

Такрор айтамикки таълим соҳасида замонавий ахборот ва компютер технологиялари, интернет тизими, рақамли ва кенг форматли телекоммуникацияларнинг замонавий усулларини ўзлаштириш, бугунги тараққиёт даражасини белгилаб берадиган бундай илғор ютуқлар нафақат мактаб, лицей ва коллежлар, олий ўқув юртларига, балки ҳар қайси оила ҳаётига кенг кириб бориши учун замин туғдиришнинг аҳамиятини чуқур англаб олишимиз лозим.

Тадқиқотнинг мақсади ва вазифалари. Магистрлик ишининг мақсади эҳтимоллар назариясидаги асосий йўналишларидан бири бўлган тармоқланиш жараёни учун лимит теоремаларни яъни айнан икки хилли критиккача тармоқланиш жараёнига оид айрим теоремаларни ўрганиш ва келажакда бу соҳада илмий изланишлар олиб боришдан иборат.

Бизнинг вазифамиз тармоқланиш жараёни учун лимит теоремаларни ўрганиш, тармоқланиш жараёни учун янги теоремаларни топиш.

Мавзунинг илмий ишланганлик даражаси. Бу жараённи фамилияларга боғлиқ масалаларини Гальтон ва Ватсонлар томонидан 1874 йилларда кўрилган бўлса, 1946 йиллардан бошлаб Т.Харрис, А.Н.Колмогоров, Н.А.Дмитров, Б.А.Севастьяновлар тармоқланиш жараёнини кенг маънода моделлаштириб, тадбиқлари билан бирга ўргана бошладилар. Аҳолишунослик,

физика, химия. Биология, медицина, социология, харбий техника соҳаларда ўзини кенг тадбиқини топган.

Биз ҳам тармоқланиш жараёнини тадбиқларидан бири генетикани фан билан боғлаб ўрганишимиз. Айниқса қариндош-уруғларнинг турмуш қуриши натижасида туғилаётган болаларни ногирон туғилишини оддий ҳолга нисбатан кўп эканлигини ҳам фанимиз яна бир бор исботлаб берди. Ундан ташқари қон гуруҳлари ва резус омил наслдан-наслга ўтишини муҳимдир. Агар эркакнинг қони резус мусбат бўлиб, аёлнинг қони резус манфий бўлса, уларнинг боласига қон онадан ўтса, унинг қони резус манфий бўлади. Бундай бола соғлом туғилади. Аксинча, резус мусбат қон болага отадан ўтса, унинг қони ҳам отасиникига ўхшаб резус мусбат бўлади. Натижада она ва боланинг қони бир бирига тўғри келмаганлиги учун бундай бола гемолотик касаллик билан туғилади. Унинг териси ва кўзлари сариқ, жигар ва талоғи катталашган, қорни шишган, туғилган вақтдан бошлаб умумий аҳволи оғир бўлади. Даволаш учун болага қон қуйиб, қони алмаштирилади. Ишда юқоридаги мулоҳазаларни исботлаш учун айрим натижаларни келтириб ўтилган.

Мавзуимни тадбиқи сифатида икки жуфт хусусиятга эга бўлган ота-оналардан туғилажак болаларни қандай хусусиятини ўзига олишини ҳисобладик. Мавзунинг олиб борилаётган илмий тадқиқотлар устувор йўналишларига мослиги, диссертация Наманган Давлат Университети математика факультети “Эҳтимоллар назарияси ва математик таҳлил” кафедрасида олиб борилаётган илмий тадқиқотлар билан узвий боғлиқдир. Диссертация “Икки хилли критиккача тармоқланиш жараёнига оид айрим теоремалар” мавзуида Наманган Давлат Университети илмий кенгаши томонидан 159 сонли буйруққа асосан ёзилди.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги. Диссертацияда тармоқланиш жараёнини алоҳида математик таҳлил объекти сифатида ўрганилди. Тадқиқотнинг илмий янгилиги яна қуйидагиларда намоён бўлади:

Икки хилли критиккача тармоқланиш жараёни учун лимит теорема; барча даврлардаги тармоқланиш жараёнидаги заррачалар сони; ота-она қони гуруҳига қараб фарзандларни қони гуруҳига ажратиш эҳтимоллиги;

айрим популяциялардаги панмексия жараёнида авлодларни генетик хусусиятларини барқарорлаштириш;

селекциясиз панмексия бўлган ҳолда уч жуфт хусусиятга эга бўлган авлодлар кетма кетлиги;

яқин қариндошларни оила қуришдаги туғилган болаларни нуқсонларини кўпайиш эҳтимоллиги.

Мавзуни тадқиқ қилиш баробарида тармоқланиш жараёни бугунги ёш авлодни соғлом туғилиши, комил инсон руҳида тарбиялашдаги долзарб аҳамияти таъкидланиб, таълим соҳасида ва ҳаётда унинг назарий асосларидан фойдаланиш муҳим аҳамиятга эга эканлигини асослаб беришга ҳаракат қилинди.

Тадқиқотнинг объекти ва предмети. Илмий тадқиқот объектини икки хилли тармоқланиш жараёни учун айрим лимит теоремаларга оид илмий манбалар, тармоқланиш жараёнини ўрганишга бағишланган юртимиздаги ва хориждаги тадқиқотлар ташкил қилади.

Икки хилли тармоқланиш жараёни учун лимит теорема масаласининг талқин этилиши концептуал-методологик ва аниқ фактологик тамойилларини ўрганиш ва илмий назарий таҳлили.

Тадқиқотнинг методлари. Ушбу диссертациянинг илмий назарий томонларини ишлаб чиқаришда тармоқланиш жараёни соҳасида иш олиб боришган математик олимларимиздан Б.А.Севастьянов, А.М.Зубков, В.А. Ватутин, Ш.К.Фарманов, И.С.Бадалбаев ва бошқа йирик олимлар, ҳозирда эса Ўзбекистонлик устозларимиз назарий тадқиқотларига таянилади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.

Диссертацияда тармоқланиш жараёни тадбиқларидан бири генетикага тадбиқи кўрилди. Ундан ташқари бу соҳани жамиятнинг турли соҳаларида жумладан химияда, физикада, уран ядросини яратишда, синергетикада, медицинада, қишлоқ хўжалигининг барча соҳаларида кўриш мумкин.

Диссертация ишини таркибий тузилиши ва ҳажми. Магистрлик диссертацияга кириш, асосий қисм(5боб), хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати, интернет материалларидан иборат. Ҳажми 80 бетдан ташкил топган.

I БОБ. ГАЛЬТОН-ВАТСОН ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИ УЧУН ЛИМИТ ТЕОРЕМАЛАР

1-§. ГАЛЬТОН-ВАТСОН ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИ

Бир хилли тармоқланувчи жараён таърифи

Фараз қилайлик $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n$, мусбат, бутун қийматларни қабул қиладиган тасодифий миқдорлар қуйидаги шартларни қаноатлантирсин:

$$P(\mu_0 = 1) = 1, \quad P(\mu_1 = k) = P_k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1, \quad (1.1.1)$$

$\{\xi_\theta\}$ тасодифий миқдорлар ўзаро боғлиқсиз ва ҳар бири μ_1 дай тақсимланган бўлиб,

$$P(\mu_{n+1} = k / \mu_n = l) = P(\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_L = k),$$

$$(P(\mu_{n+1} = 0 / \mu_n = 0) = 1) \quad (1.1.2)$$

бажарилсин.

1-ТАЪРИФ. (1.1.1) ва (1.1.2) шартни қаноатлантирувчи $\{\mu_n\}$ тасодифий миқдорлар кетма-кетлиги бир жинсли бир хилли нуқтавий вақтли тармоқланиш жараёни дейилади.

Бу ерда μ_n n-чи авлоддаги заррачалар сонини билдиради. Бундай жараённи Гальтон-Ватсон жараёни деб юритамиз. (1.1.2) ифода ихтиёрий авлоддаги ҳар бир заррача ўзаро боғлиқсиз кўпайишини кўрсатади.

Тармоқланиш жараёнини ўрганишдаги қулай усуллардан бири ҳосил қилувчи функциядир. Қуйидаги ҳосил қилувчи функцияни киритамиз:

$$F(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k x^k, \quad |x| \leq 1. \quad \sum p_k = 1$$

Агар $F(x)$ бу функциянинг $x = 1$ нуқтадаги биринчи, иккинчи ва учинчи ҳосилалари мавжуд бўлса, буларни мос равишда

$$\dot{A} = F^1(1), \quad B = F^1(1), \quad D = F^{111}(1)$$

каби белгилаймиз.

Ишонч ҳосил қилиш мумкинки

$$F_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P(\mu_n = k) x^k = F(F_{n-1}(x)) = F_{n-1}(F(x)), \quad (1.1.3)$$

$n = 1, 2, \dots$, $F(x) = F_1(x)$. (1.1.3) дан фойдаланиб μ_n ни математик кутилмасини $M\mu_n = A^n$ га тенглигини топамиз.

Дисперсия эса

$$D\mu_n = \begin{cases} \frac{(B+A-A^2)A^n(A^n-1)}{A^2-A}, & A \neq 1, \\ n(B+A-A^2), & A=1 \end{cases} \quad (1.1.4)$$

2-ТАЪРИФ: Агар эҳтимоллик билан $\{\mu_n\}$ ни чекли сондаги ҳадларидан ташқари ҳадлари 0 га тенг бўлса, у ҳолда жараён тугайди дейилади.

Хусусан,

$$P(\mu_n = 0) = 1$$

бажарилса жараён n -нчи авлодда тугайди.

$\{\mu_n\}$ жараёни тугаш эҳтимоллигини q билан белгилаймиз,

у ҳолда

$$q = \lim_{n \rightarrow \infty} P(\mu_n = 0) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(0)$$

1-ТЕОРЕМА Агар $\lambda \leq 1$ бўлса $\{\mu_n\}$ жараёни тугаш эҳтимоли бирга тенг бўлади.

$\lambda > 1$ да эса $\{\mu_n\}$ жараёни тугаш эҳтимоллиги

$$F(x) = x \quad (1.1.5)$$

тенглама манфий бўлмаган ва бирдан кичик бўлган ягона q ечимига тенгдир.

Тасодифий сондан бошланган тармоқланиш жараёни

Фараз қилайлик z_{nv} тасодифий миқдор, бошланғич даврда ν -дона (ν -тасодифий миқдор) заррача бўлган ҳолда, n -нчи авлоддаги заррачалар сонини ифодаласин, у ҳолда

$$z_{nv} = \mu_n^{(1)} + \mu_n^{(2)} + \mu_n^{(3)} + \dots + \mu_n^{(\nu)},$$

бу ерда $\mu_n^{(i)}$ миқдор i -нчи заррачанинг n -нчи авлоддаги заррачалар сони ва шу билан бирга $\mu_n^{(i)}$ ўзаро боғлиқсиз μ_n билан бир хил тақсимланган.

Қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$q_k = p(v = k), \quad Mv = m, \quad Dv = \sigma^2, \quad \theta(s) = Me^{\frac{i(v-m)s}{\sigma^2}},$$

$$r_{nv} = \frac{z_{nv} - Mz_{nv}}{\sqrt{Dz_{nv}}} = \frac{\mu_n^{(1)} + \mu_n^{(2)} + \dots + \mu_n^{(v)} - mA^n}{\sqrt{Dz_{nv}}},$$

$$\Psi_n(s) = Me^{isr_{nv}}, \quad G(x) = P\left(\frac{v-m}{\sigma_1} < x\right).$$

Қуйидаги тенгликларни ўринли бўлишини кўриш қийин эмас:

$$DZ_{nv} = \sigma_n^2 = \begin{cases} m \frac{(B+A-A^2)(A^n-1)}{A^2-A} + A^{2n}\sigma^2, & A \neq 1 \\ mnB + \sigma^2, & A = 1, \end{cases}$$

$$\Psi_n(s) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k e^{-\frac{ismA^n}{\sigma_n}} \left[F_n\left(e^{-\frac{is}{\sigma_n}}\right) \right]^k. \quad (1.1.6)$$

Тармоқланувчи жараённинг давом этиш тезлиги.

$$Q_n = 1 - P(\mu_n = 0).$$

ифода Г-В жараёнини давом этиш эхтимоллигини ифодалайди.

Катта сондан бошланган тармоқланиш жараёни

Ламперти

$A \neq 1$, $B < +\infty$ шартлар асосида

$$S_n(x) = P\left(\frac{\mu_n - c_n A^n}{b_n} < x / \mu_n = c_n\right) \rightarrow \Phi(x), \quad (1.1.7)$$

кўрсатди, бу ерда

$$b_n \sim \begin{cases} \sqrt{c_n} \left(A^{2n} (B - A^2 + A) (A^2 - A)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}}, & A > 1, \\ \sqrt{c_n} \left(A^n (B - A^2 + A) (A - A^2)^{-1} \right)^{\frac{1}{2}}, & A < 1, \end{cases}$$

агар $A > 1$ бўлса $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = +\infty$,

агар $A < 1$ бўлса, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n A^n = +\infty$.

Тармоқланиш жараёни ва тасодифий қўшилувчилар

Айтайлик $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ ўзаро боғлиқсиз бир хил тақсимланган тасодифий миқдор, ξ_1 нинг тақсимот функцияси

$$M\xi_1 = h, D\xi_1 = H^2 \text{ ва } \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$$

кетма-кетлик Гальтон-Ватсон жараёни $\{\xi_i\}$ билан ўзаро боғлиқсиз бўлсин.

Қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$S_{\mu_n} = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_{\mu_n}, \quad n = 1, 2, \dots$$

S_{μ_n} ни ўрганиш тиклаш назарияси учун муҳимдир.

Умуман, $A > 1, q = 0$ ва $n \rightarrow \infty$ да

$$\sup_x \left| P\left(\frac{S_{\mu_n}}{H\sqrt{A^n}} < x\right) - \int_0^{+\infty} \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{z}}\right) dk(z) \right| \rightarrow 0 \quad (1.1.8)$$

лиги исботланган, бу ерда $k(z) = P(w < z)$

2-§. Критиккача тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

2-ТЕОРЕМА: Агар $A < 1, B < +\infty$ бўлса у ҳолда

$$Q_n = kA^n (1 + o(1)) \quad (1.2.1)$$

Бу ерда k, μ , нинг тақсимоотига боғлиқ ўзгармас сон.

3-ТЕОРЕМА: Агар $\lambda < 1, M\mu^{1+\delta} < +\infty, \delta > 0$ бўлса у ҳолда $n \rightarrow \infty$ да (1.2.1)

ўринли

4-ТЕОРЕМА $A < 1$ да (1.2.1) ифоданинг ўринли бўлиши учун

$$-\int_0^1 \frac{1 - Ax - F(1-x)}{x^2} dx < +\infty \quad (1.2.2)$$

шартни бажарилиши зарур ва етарлидир. Ушбу тенгликни кўрсатиш мумкин:

$$\frac{1 - Ax - F(1-x)}{x^2} = -\sum_{k=0}^{\infty} r_k x^k, \quad r_k = \sum_{i \geq k} \sum_{j=1} P_j$$

Хусусан, $B < +\infty$ да (1.2.2) бажарилади.

5-ТЕОРЕМА $A < 1$ да (1.2.1) ифоданинг бажарилиши учун $M\mu_1 \ln \mu_1 < +\infty$ бўлиши зарур ва етарлидир.

6-ТЕОРЕМА Агар $\lambda < 1$ бўлса у ҳолда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\mu_n k / \mu_n > 0) = P_k^*, \quad \sum_{k=1}^{\infty} P_k^* = 1$$

ва P_k^* ни ҳосил қилувчи функцияси

$$F^*(x) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k^* x^k$$

қуйидаги функционал тенгламани қаноатлантиради:

$$1 - F^*(F(x)) = A(1 - F^*(x)) \quad (1.2.3)$$

6-ТЕОРЕМА. $F^*(x)$ нинг тақсимоти математик кутилмага эга бўлиши учун M ($\mu_1 \log \mu_1$) нинг мавжуд бўлиши зарур ва етарли, шу билан бирга

$$\sum_{m=1}^{\infty} m p_m^* = k^{-1}$$

Бу ерда k (1.2.1) формула билан изоҳланган.

7-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda < 1$, $B < +\infty$ бўлса

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P \left\{ \frac{\mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n - n(F^*(1))'}{\sqrt{nH}} \leq x/\mu_n > 0 \right\} = \Phi(x)$$

бу ерда

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad H = D \left(\sum_{i=0}^n \mu_i \right)$$

8-ТЕОРЕМА. Фараз қилайлик $A < 1$, $B < +\infty$, $n \rightarrow \infty$ да

$m \rightarrow +\infty$, $\sigma_n^2 \rightarrow +\infty$, $\sigma_1 = 0(\sigma_n^2)$, у ҳолда

$$P(r_{nv} < x) = G\left(\frac{x}{\delta}\right) * \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{1+\delta^2}}\right) + o(1),$$

бу ерда $*$ -композиция белгиси, $\delta = \frac{A^n \sigma}{\sigma_n}$ теорема исботи учун қуйидаги леммани

келтирамиз.

9-ТЕОРЕМА. $A < 1$, $D < +\infty$ бажарилсин, у ҳолда

$$\sup_x |S_n(x) - \Phi(x)| \leq \frac{c}{\sqrt{c_n A^n}} \beta(n),$$

бу ерда $\beta(n) = \bar{\beta}_n \sqrt{A^n} : \sigma^{-3} n$

Эслатма. Ишонч ҳосил қилиш мумкинки

$$\beta(n) \leq \frac{(6B^2 + 10B + 2D + 4A^2)\sqrt{A}}{(A - A^3)(1 - A)\sqrt{(B - A^2 + A^3)}}$$

9-теореманинг исботида ҳам Эссен теоремасидан фойдаланилади.

3-§. Критик тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

10-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda = 1, F'(1) < +\infty$, бўлса

$$Q_n = \frac{2}{Bn} (1 + o(1)).$$

11-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda = 1, F^r(1) < +\infty, r \geq 3$ бўлса,

$$Q_n = \frac{2}{Bn} + \sum_{j=2}^{r-1} n^{-j} \sum_{k=0}^j A_{jk} \ln^k n + o(n^{1-r} \ln n) \quad (1.3.1)$$

Бу ерда $\lambda_{jk} \mu_1$ нинг тақсимотига боғлиқ миқдор.

Хусусан, $F(1-x) = 1-x = x^{1+\alpha} L(x), 0 < \alpha < 1$, бўлса

$$Q_n = n^{-\frac{1}{\alpha}} L_1(n) \quad n \rightarrow +\infty \quad (1.3.2)$$

Бу ерда $L(x), L_1(n)$ лар секин ўзгарувчи функциялар.

Критик тармоқланувчи жараён учун лимит теоремалар

12-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda = 1, 0 < B < +\infty$ шартлар бажарилса у ҳолда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{2\mu_n}{Bn} \leq x/\mu_0 = 1, \mu_n > 0\right) = 1 - e^{-x} \quad (1.3.3)$$

муносабат ўринли бўлади.

12^a-ТЕОРЕМА. Агар $A = 1, B < +\infty$ ва $n \rightarrow \infty$ да $m \rightarrow \infty, \sigma \rightarrow \infty, \sigma = o(\sigma_n^2)$

бажарилса, у ҳолда

$$P\left(\frac{z_{ny} - m}{\sqrt{mnB + \sigma^2}} < x\right) = G\left(\frac{x}{\delta_1}\right) * \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{1 - \delta_1^2}}\right) + o(1) \text{ бажарилади, бу ерда } \delta_1 = \frac{\sigma}{\sigma_m},$$

4-§. Критикдан кейинги тармоқланиш жараёнига доир

асосий теоремалар

13-ТЕОРЕМА Агар $\lambda > 1$ да $q > 0$ бўлса,

$$F_n(0) = q - d[F(q)]^n + 0([F(q)]^{2n}), \quad (1.4.1)$$

бу ерда d - мусбат ўзгармас сон.

14- ТЕОРЕМА. Агар $\lambda > 1$, $B < \infty$ бўлса у ҳолда $W_n = \frac{\mu_n}{A^n}$ тасодифий миқдор ўрта квадратик ва бир эҳтимоллик билан $n \rightarrow \infty$ да W тасодифий миқдорга интилади, шу билан бирга

$$MW = 1, \quad DW = \frac{D\mu_1}{A^2 - A} \quad (1.4.2)$$

бўлади. Бундан ташқари $P(W > 0) > 0$ бажарилиши учун $M(W \ln W) < \infty$ бўлиши зарур ва етарлидир.

15-ТЕОРЕМА $f(s)$ характеристик функция

$$f(As) = F(0, f(s)) \quad (1.4.3)$$

тенгламани қаноатлантиради.

16-ТЕОРЕМА . $D\mu_1 > 0$ шарт бажарилса, у ҳолда

$$P(W \leq x / w > 0) = \frac{k(x) - k(0)}{1 - k(0)} = \frac{k(x) - q}{1 - q} \quad (1.4.4)$$

таксимот функция абсолют узлуксиз ва $D(W/W > 0) > 0$, бу ерда

$$K(z) = P(W \leq x).$$

17-ТЕОРЕМА . Агар $B < +\infty$ бажарилса, у ҳолда бир эҳтимоллик билан қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mu_0 + \mu_1 + \dots + \mu_n}{A^n} = \frac{Aw}{A-1}. \quad (1.4.5)$$

Критикдан кейинги Гальтон-Ватсон жараёни учун интеграл теоремаларда яқинлашиш тезлиги

Қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$\sigma^2 = M(w-1)^2 = \frac{B - A^2 + A}{A^2 - A}, \quad \beta_3 = M(w-1)^3, \quad \eta_n = \frac{A^{\frac{n}{2}}(W - W_n)}{\sigma}$$

$$G(x) = \int_0^{+\infty} \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) dp(w-y).$$

Маълумки

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\eta_n < x) = G(x)$$

Шу билан бирга

$$A^{\frac{n}{2}}(W - W_n) = A^{\frac{n}{2}} \sum_{k=1}^{\mu_n} (W^{(k)} - 1),$$

бу ерда $\{w^{(k)}\}$ ўзаро боғлиқ бўлмаган, W билан бир ҳил тақсимланган тасодифий миқдорлардир.

18-ТЕОРЕМА. Агар $A > 1$, $D < +\infty$ бажарилса, у ҳолда шундай c_1 ва c_2 абсолют ўзгармас сонлар мавжудки

$$\sup_x |P(\eta_n < x) - G(x)| \leq c_1 \frac{\beta_3}{\sigma^3 \sqrt{A^n}} + c_2 \frac{\max(1, \sigma)}{\sqrt[6]{A^n}}$$

тенгсизлик бажарилади.

19-ТЕОРЕМА. Агар $A > 1$, $D < +\infty$ бўлса

$$\left| P\left(\frac{A^n(W - W_n)}{\sigma \sqrt{\mu_n}} < x / \mu_n > 0\right) - \Phi(x) \right| \leq c_4 \frac{\beta_3 \sqrt{M(\mu_n^{-1} / \mu_n > 0)}}{\sigma^3 (1 + |x|^3)}$$

бўлади. бу ерда C_4 -абсолют ўзгармас сон.

20-ТЕОРЕМА. Агар $A > 1$, $D < +\infty$ бўлса

$$\sup_x |S_n(x) - \Phi(x)| \leq \frac{c}{\sqrt{c_n}} \cdot \frac{\bar{B}_n}{\sigma_n^2}$$

тенгсизлик ўринли бўлади.

Бу ерда

$$\bar{\sigma}_n^2 = Mr^2 = M \left(\frac{\mu_n - A^n}{b_n^2} \right)^2, \quad \bar{\beta}_n^3 = M |r_n|^3, \quad \bar{\varphi}_n(\tau) = Me^{i\tau n},$$

$$\bar{B}_n = \sqrt{c_n} \left[A^n (A^n - 1) (B - A^n + A) (A^2 - A)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Эслатма.

$$\frac{\bar{B}_n}{\sigma_n^2} \leq \frac{(6AB^2 + 10A^3B + 2A^2D + 4A^5)A^2}{(A^3 - A)(A - 1)\sqrt{(B - A^2 + A)^3}}.$$

II БОБ. Узлуксиз Марков тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар

1-§. Узлуксиз Марков тармоқланиш жараёни

БИР ХИЛЛИ ТАРМОҚЛАНУВЧИ ЖАРАЁН УЧУН ЛИМИТ ТЕОРЕМАЛАР

Фараз килайлик бир дона заррачани Δt вақт оралиғида k дона ўзига ўхшаш хусусиятга эга бўлган, заррачага айланиш эҳтимоллиги $P_k(\Delta t)$ бўлсин.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$P_k = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_k(\Delta t)}{\Delta t}, k \neq 1, P_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(\Delta t) - 1}{\Delta t}, \quad (2.1.1)$$

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k x^k, \quad |x| \leq 1, \quad a = f'(1), b = f''(1), d = f'''(1),$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 0, \quad F(t, x) = Mx^{\mu_t} = \sum_{k=0}^{\infty} P(\mu_t = k) x^k, \quad |x| \leq 1$$

Бу ерда μ_t t вақт ҳолатидаги заррачалар сони. Бундай жараёнга Марков тармоқланиш жараёни дейилади.

Ишонч ҳосил қилиш мумкинки $F(x)$ функция ихтиёрий $t_1 \geq 0, t_2 \geq 0$ учун

$$F(t_1 + t_2, x) = F(t_1, F(t_2, x)) \quad (2.1.2)$$

ва $F(0, x)$ шартни қаноатлантирувчи ушбу

$$\frac{\partial F(t, x)}{\partial t} = f(F(t, x)) \quad (2.1.3)$$

оддий дифференциал тенгламани қаноатлантиради.

1-ТЕОРЕМА: Агар $\alpha \leq 0$ булса μ_t жараёни тугаш эҳтимоллиги 1 га тенг бўлади. $\alpha > 0$ да эса жараённи тугаш эҳтимоллиги

$$f(x) = 0$$

тенгламанинг манфий бўлмаган, бирдан кичик бўлган ягона ечимга тенгдир.

$$q = \lim_{t \rightarrow \infty} P(\mu_t = 0)$$

1-ТАЪРИФ: $\lambda < 1$ ($\alpha < 0$) бўлганда $\{\mu_t\}$ жараёни критиккача $\lambda = 1$ ($\alpha = 0$) бўлганда критик $\lambda > 1$ ($\alpha > 0$) бўлганда эса критикдан кейинги бир хилли жараён дейилади

КАТТА СОНДАГИ ЗАРРАЧАЛАРДАН БОШЛАНГАН ИККИ ХИЛЛИ ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИ

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$b_j(t) = \sqrt{M(\mu_j^1(t)v_j^{-1} - u_1 e^{\rho t})C_t^1 + M(\mu_j^2(t)v_j^{-1} - u_2 e^{\rho t})C_t^2},$$

$$C_t^i > 0, \quad \sigma_{i,j}^2(t) = M\left((\mu_i^j(t)v_j^{-1} - u_j e^{\rho t}) : b_j(t)\right)^2, \quad i, j = 1, 2, \quad C_t = (C_t^1, C_t^2),$$

$$\beta_3^{i,j}(t) = M\left(\frac{|\mu_j^i v_j^{-1} - u_i e^{\rho t}|}{b_j(t)}\right)^3$$

Қуйидаги теорема исботи аввалгиларидек мулоҳаза юритиб исботланади.

2-ТЕОРЕМА. Агар $C_t^1 \sim C_t^2$ бўлса

$$\sup_x \left| P \left\{ \frac{\mu_j(t)v_j^{-1} - e^{\rho t} (<uc_t >)}{b_j(t)} \middle/ \mu(0) = (C_t^1, C_t^2) \right\} - \Phi(x) \right| \leq C \frac{\max_{ij} \beta_3^{ij}(t)}{\sqrt{\min_i C_t^i \min_{i,j} \sigma_{ij}^3(t)}},$$

Бу ерда $\max_{ij} \beta_3^{i,j}(t)$, $\sigma_{ij}^3(t)$ ларни ҳисоблаш мумкин ва

$$\frac{\max_{ij} \beta_3^{i,j}(t)}{\min_{ij} \sigma_{ij}^3(t)} < C_1,$$

$C_1 \cdot t$ га боғлиқ бўлмаган ўзгармас.

2-§. Критиккача тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

Тармоқланувчи жараённинг давом этиш тезлиги

3-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda < 0$, $b < +\alpha$ тенгсизликлар бажарилса

$$1 - F(t, 0) = Q_t = ke^{at} (1 + o(1)), \quad (2.2.1)$$

муносабат ўринли бўлади, бу ерда $k = f(z)$ боғлиқ ўзгармас сон.

4-ТЕОРЕМА. $\alpha < 0$ бўлсин, у ҳолда (2.2.1) ўринли бўлиши учун

$$\int_0^1 \frac{au + f(1-u)}{uf(1-u)} du < +\infty \quad (2.2.2)$$

нинг бажарилиши зарур ва етарлидир.

Бу ерда (2.2.2) ифода $-\ln k$ га тенгдир.

Марков тармоқланиш жараёни учун ҳам 4 теоремани келтириш мумкин.

**КРИТИКГАЧА БЎЛГАН ТАРМОҚЛАНУВЧИ ЖАРАЁНЛАР УЧУН ЛИМИТ
ТЕОРЕМАЛАР**

5-ТЕОРЕМА. Агар $a < 0$ бажарилса у ҳолда

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P\{\mu_t = n / \mu_t > 0\} = P_n^*$$

ва

$$F^*(x) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n^* x^{n-1} = 1 - \exp\left(a \int_0^x \frac{dx}{f(x)}\right)$$

6-ТЕОРЕМА. Марков тармоқланиш жараёни учун ҳам ўринлидир. (1.2.3)

тенглама $0 \leq x \leq 1$ оралиқда $(F^*(1)) < +\infty$ бўлиши зарур ва етарлидир.

ТАСОДИФИЙ СОНДАН БОШЛАНГАН ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИ

7-ТЕОРЕМА. Агар $a < 0$, $b < +\infty$ ва $t \rightarrow +\infty$ да

$m \rightarrow \infty$, $\sigma_t^2 \rightarrow \infty$, $\sigma = 0(\sigma_t^2)$ бажарилса у ҳолда

$$\Psi_t(s) = \theta(\delta t) e^{-\frac{s^2}{2}(1-\delta^2)}, \quad \delta = \frac{e^{at}\sigma}{\sigma_t}$$

Хусусан $t \rightarrow \infty$ да $\delta \rightarrow 0$ са

$$P\left(\frac{z_{t,y} - me^{at}}{\sigma_t} < x\right) \rightarrow \Phi(x)$$

Бу теорема исботи ҳам аввалгилардаги каби бўлади.

8-ТЕОРЕМА. Агар $a < 0, b < \infty, \sigma < \infty$ бажарилса

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(r_{t,y} = l / r_{t,y} > 0) = \bar{P}_e$$

ўринли ва $\{\bar{P}_e\}$ ни ҳосил қилувчи функцияси

$$1 - \exp\left\{a \int_0^x \frac{du}{f(u)}\right\}$$

га тенг бўлади.

Демак, бу ҳолатда лимитик тақсимот бошланғич ҳолатга боғлиқ эмас экан.

Исбот. Ишонч ҳосил қилиш мумкинки,

$$\sum_{l=1}^{\infty} P(r_{t,y} = l / r_{t,y} > 0) S^l = \frac{\varphi(F(t,s)) - \varphi(F(t,0))}{1 - \varphi(F(t,0))}, \quad (2.2.3)$$

бу ерда

$$\varphi(s) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k s^k.$$

Лекин, $\varphi(\cdot)$ ни Тейлор қаторига ёйиб қуйидагини оламиз:

$$1 - \frac{1 - \varphi(F(t,s))}{1 - \varphi(F(t,0))} = 1 - \frac{1 - F(t,s)}{1 - F(t,0)} + 0 \left(\frac{1 - F(t,s)}{1 - F(t,0)} \right) (1 - F(t,0)) \quad (2.2.4)$$

$t \rightarrow \infty$ эса

$$1 - \frac{1 - F(t,s)}{1 - F(t,0)} \rightarrow 1 - \exp \left\{ a \int_0^x \frac{du}{f(u)} \right\},$$

Охирги тенгликдан (2.2.3), (2.2.4) ларни ҳисобга олган ҳолда, теорема исботини келтириб чиқарамиз.

9-ТЕОРЕМА. Агар $a < 0, d < +\infty$ бажарилса,

у ҳолда

$$\sup_x |S_t(x) - \Phi(x)| \leq \frac{c\beta_3(t)}{\sqrt{c_t e^{at}}},$$

бу ерда

$$\beta_3(t) = \bar{\beta}_t^3 \sqrt{e^{at}} : \bar{\sigma}_t^3.$$

Эслатма. Ҳисоблаш мумкинки

$$\beta_3(t) \leq \frac{6b^2 - ad - 8ab + 12a^2}{2a^2 \left(1 - \frac{b}{a}\right)^{\frac{3}{2}} (1 - e^{at})^{\frac{3}{2}}}, \quad a < 0$$

9-теоремаларнинг исботи аввалги теорема исботи каби бажарилади.

3-§. Критик тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

ТАРМОҚЛАНУВЧИ ЖАРАЁННИНГ ДАВОМ ЭТИШ ТЕЗЛИГИ

10-ТЕОРЕМА. Агар $\alpha = 0, 0 < b < +\infty$ бўлса

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (Q_t - \frac{2}{bt}) = 0.$$

Қуйидаги теорема ўринли.

11-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda = 0$, $f(1-z)$ нол нуқтада α кўрсаткичли тўғри ўзгарувчилик функция бўлса,

у ҳолда

$$S_t(y) = P\left(\frac{2\mu_t}{Bt} \leq x/\mu_0 = 1, \mu_t > 0\right) \quad (2.3.1)$$

тақсимот функцияга мос $\Psi_t(s)$ характеристик функция $t \rightarrow \infty$ да $\Psi(s)$ га интилади ва

$$\Psi(s) = 1 - s(1 + s^\alpha)^{-\frac{1}{\alpha}},$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S_t(y) = 1 - \begin{cases} \frac{\alpha}{\Gamma(\frac{1}{\alpha})} \int_0^{+\infty} e^{-\left(\frac{x}{u}\right)^\alpha} P(u, \alpha, 1) du, & 0 < \alpha < 1 \\ 1 - e^{-y}, & \alpha = 1, \end{cases}$$

бу ерда $P(u, \alpha, 1)$ қуйидаги ифодадан топилади:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{itz} p(z, \alpha, 1) dt = e^{-(it)^\alpha}$$

4-§. Критикдан кейинги тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар

ТАРМОҚЛАНУВЧИ ЖАРАЁННИНГ ДАВОМ ЭТИШ ТЕЗЛИГИ

12 - ТЕОРЕМА . Агар $\lambda > 0$, $b < +\infty$ бўлса $t \rightarrow +\infty$ да

$$Q_t(q) = q - F(t, 0) = K_q e^{a_q t} - \frac{b_q}{2a_q} k^2 e^{2a_q t} + O(e^{3a_q t})$$

бўлади, бу ерда

$$K_q = q \exp\left(-\int_0^q \frac{a_q u + f(q-u)}{u f(q-u)} du\right), a_q = f'(q), b_q = f'''(q)$$

13-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda > 0$ ва $b < +\infty$ бажарилса

$W_t = \mu_t e^{-at}$ тасодифий микдорлар $t \rightarrow +\infty$ да ўрта квадратик маънода W тасодифий микдорга яқинлашади ва унинг характеристик функцияси

$$\frac{d\varphi(s)}{ds} = \frac{f(\varphi(s))}{Sa}$$

тенглимани қаноатлантиради, шу билан бирга

$$1 - \varphi(s) = -is \exp \left\{ \int_1^{\varphi(s)} \frac{f(z) - a(z-1)}{f(z)(z-1)} dz \right\}. \quad (2.4.1)$$

14-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda > 0$, $0 < b < +\infty$ шартлар бажарилса

$$P(W \leq x / w > 0) = \frac{k(x) - q}{1 - q}, \quad k(x) = P(w \leq x)$$

тақсимот функцияси $x > 0$ да узлуксиз зичлик функцияга эга бўлади.

15-ТЕОРЕМА. Агар $a > 0$ бўлса, у ҳолда $t \rightarrow \infty$ шарт бажарилганда

$$P(\mu_t = n) \sim C_n P_q e^{a_q t} - \frac{b_q}{2a_q} d_n k_q^\alpha e^{2a_q t} + \dots$$

муносабат ўринли бўлади, бу ерда c_n ва α_n қуйидагича аниқланади.

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^n = 1 - \exp \left(a_q \int_0^z \frac{du}{f(u)} \right),$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n Z^n = 1 - \exp \left(2a_q \int_0^z \frac{du}{f(u)} \right).$$

ТАСОДИФИЙ СОНДАН БОШЛАНГАН ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИ

16-ТЕОРЕМА. Агар $a > 0, d < +\infty$ бўлса,

$$\sup_x |S_t(x) - \Phi(x)| \leq \frac{c}{\sqrt{C_m}} \cdot \frac{\bar{\beta}_t^3}{\sigma_t^3},$$

бўлади, бу ерда

$$\bar{b}_n = \sqrt{C_n} \left[e^{2at} \left(\frac{b}{a} - 1 \right) - e^{at} \left(\frac{b}{a} - a \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

III БОБ. Кўп хилли критиккача тармоқланиш жараёни

1-§. Кўп хилли тармоқланиш жараёни

1-ТАЪРИФ. Айтайлик $T = (T_1, T_2, \dots, T_k)$ k ўлчовли вектор бўлиб, унинг компонентлари манфий бўлмаган бутун қийматлардан иборат бўлсин.

$e_i (1 \leq i \leq k)$ билан эса i -нчи компоненти 1, қолган компонентлари 0 дан иборат векторни белгилаймиз.

2-ТАЪРИФ. Кўп ҳолатли Галттон-Ватсон тармоқланиш жараёни деб вақт бўйича бир жинсли T -ҳолатдаги Марков

$$\mu(0), \mu(1), \mu(2), \dots, \mu(n), \dots \quad (3.1.1)$$

жараёнига айтилади, бу ерда $\mu(0)$ доим аниқ бутун вектор деб қабул қилинади, $\mu(l) = (\mu_1(l), \mu_2(l), \dots, \mu_k(l))$, $l = 0, 1, 2, \dots$, да эса $\mu_i(l)$ l -нчи авлоддаги i -нчи ($1 \leq i \leq k$) хилдаги заррачалар сонини ифодалайди деб фараз қиламиз. $\mu_i^j(l)$, $i, j = \overline{1, k}$, j -нчи хилдан бошланган l -нчи авлоддаги i -нчи хилдаги заррачалар сонини белгилайди.

Ҳосил қилувчи функцияни қуйидагича киритамиз:

$$F_n^j(s) = F_n^j(s_1, s_2, \dots, s_k) = \sum_{\substack{m_i=0 \\ i=1, k}} P(\mu_1^j(n) = m_1, \dots, \mu_k^j(n) = m_k).$$

$$s_1^{m_1} \cdot s_2^{m_2} \cdot \dots \cdot s_k^{m_k}, \quad 1 \leq j \leq k, \quad |s_j| \leq 1, \quad 1 \leq i \leq k$$

$$F_n(s) = (F_n^1(s), F_n^2(s), \dots, F_n^k(s)), \quad F_1(s) = F(s),$$

$F_n(s)$ вектор ихтиёрий $n_1, n_2 \geq 0$ учун $F_0(s) = s$ шартни қаноатлантирувчи

$$F_{n_1+n_2}(s) = F_{n_1}(F_{n_2}^1(s), F_{n_2}^2(s), \dots, F_{n_2}^k(s)) \quad (3.1.2)$$

тенгламани қаноатлантиради. Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$A_j^j(n) = M\mu_j^j(n), \quad A_j^j(1) = a_j^j$$

$$B_l^j = M(\mu_l^j(1) \mu_l^j(1)), \quad i \neq l, \quad B_{l,l}^j = M(\mu_l^j(1)(\mu_l^j(1) - 1)) \quad P(\mu_1^j(n) = m_1, \dots,$$

$$\mu_k^j(n) = m_k) = P_{m_1, m_2, \dots, m_k}^j, \quad n \geq 0,$$

у ҳолда (3.1.2) га кўра

$$\frac{\partial F^j(1, 1, \dots, 1)}{\partial s_j} = A_j^j(1), \quad i, j = 1, 2, \dots, k.$$

$$A_j^j(n) = \sum_{l=1}^k A_n^j(n-1) A_j^l.$$

Маълумки, агар $\|A_i^j\|$ матрица ёйилмайдиган бўлса, у ҳолда, мусбат оддий хос сон ρ мавжуд бўлиб бу сон $\|A_i^j\|$ матрицани бошқа хос сонлардан абсолют киймат жихатдан ошмайди ва ρ га мос ўнг $u = (u_1, u_2, \dots, u_k)$ чап хос векторлар мусбат ва

$$\begin{aligned} A_1^j u_1 + A_2^j u_2 + \dots + A_k^j u_k &= \rho u_j \\ v_1 A_i^1 + v_2 A_i^2 + \dots + v_k A_i^k &= \rho v_i \\ u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_k v_k &= 1 \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

тенгликни қаноатлантиради. Бундай тармоқланиш жараёнига ёйилмайдиган тармоқланиш жараёни дейилади. Биз ёйилмайдиган даврий бўлмаган кўп хилли Гальтон-Ватсон жараёнини қараймиз, бу шартлар бузилган ҳолларни ҳам топиш мумкин.

Атрей ва Ней $A_i^j(n)$ учун $n \rightarrow \infty$ да қуйидаги асимтотик формулани келтириб чиқаради;

$$A_i^j(n) = \rho^n u_j v_i + r_{j,i}(n), \quad (3.1.4)$$

бу ерда $r_{j,i}(n) < c\rho^n$.

3-ТАЪРИФ. Агар $\rho < 1$ бўлса критикгача $\rho = 1$ критик, $\rho > 1$ критикдан кейинги кўп хилли Гальтон-Ватсон жараёни дейилади. $F_n^j(0,0)$ j -хилдан бошланган жараённи n -нчи даврда тугаш эҳтимолини билидиради.

4-ТАЪРИФ. q^j билан j -нчи типдан бошланган заррачани тугаш эҳтимолини белгилаймиз.

Маълумки

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n^j(0,0,\dots,0) = q^j, \quad j = 1,2,\dots,k \quad (3.1.5)$$

ва q^j

$$s_j = F_1^j(s_1, s_2, \dots, s_k)$$

тенгламининг ечимидан иборатдир, шу билан бирга

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(s_1, \dots, s_k) = q = (q_1, q_2, \dots, q_k), \quad (3.1.6)$$

5-ТАЪРИФ. $t \downarrow 0$ да

$$P_{m_1, m_2, \dots, m_k}^{j(t)} = \delta_{m_1, m_2, \dots, m_k}^{l_j} + P_{m_1, m_2, \dots, m_k}^{j-t+0(t)}, \quad \sum_{m_1, m_2, \dots, m_k} P_{m_1, m_2}^j = 0$$

деб қабул қиламиз, бу ерда

$$e_j = (\delta_j^1, \delta_j^2, \dots, \delta_j^k), \quad \delta_i^j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

$$\delta_m^\alpha = (\delta_m^{\alpha_1}, \delta_m^{\alpha_2}, \dots, \delta_m^{\alpha_k}), \quad m = (m_1, m_2, \dots, m_k),$$

$$\delta_m^{\alpha_i} = \begin{cases} 1, & \alpha_i = m \\ 0, & \alpha_i \neq m. \end{cases}$$

Бундай киритилган жараёнга k хилли узлуксиз вақтли тармоқланиш жараёни деб аталади.

Қуйидаги ҳосил қилувчи функция киритамиз:

$$f^j(s) = \sum_m P_m^j s^m = \sum_{m_1=0, \dots, m_k=0} P_m^j s_1^{m_1} \dots s_k^{m_k}$$

$$f(s) = (f^1(s), \dots, f^k(s))$$

у ҳолда (3.1.4) дан $t \downarrow 0$ да $s(|s| \leq 1)$ бўйича текис

$$F(t, s) = s + tf(s) + 0(t), \quad (3.1.7)$$

бу ерда

$$F^j(t, s) = \sum_m P_{m_1, m_2, \dots, m_k}^j(t) s_1^{m_1} s_2^{m_2} \dots s_k^{m_k}, \quad F(t, s) = (F^1(t, s), \dots, F^k(t, s))$$

Узлуксиз хол учун

$$q^j = \lim_{t \rightarrow \infty} F_t^j(0, 0, \dots, 0)$$

тенгламининг ечимини қаноатлантиради.

1-ТЕОРЕМА. $F(t, s) |s| < 1$ да

$$\frac{\partial F(t, s)}{\partial t} = f(F(t, s)), \quad F(0, s) = s \quad (3.1.8)$$

дифференциал тенгламаларни қаноатлантиради, хусусан

$$\frac{\partial F(t, s)}{\partial t} = \sum_{j=1}^k f^j(s) \frac{\partial F(t, s)}{\partial s^j}, \quad F(0, s) = s. \quad (3.1.9)$$

Қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$a_i^j = \left. \frac{\partial f^j(s)}{\partial s_i} \right|_{s=1}, \quad 1 = (1,1,\dots,1), \quad b_{i,l}^j = \frac{\partial^2 f^j(s)}{\partial s_i \partial s_l}, \quad \bar{A}_i^j(t) = \left. \frac{\partial F^j(t,s)}{\partial s_i} \right|_{s=1} \quad (3.1.10)$$

Бундан ва

$$F(t_1 + t_2, s) = F(t_1, F'(t_2, s), \dots, F^k(t_2, s)) \quad (3.1.11)$$

ифодадан

$$\bar{A}_i^j(t_1 + t_2) = \sum_{l=1}^k \bar{A}_i^j(t_1) \bar{A}_i^l(t_2) \quad (3.1.12)$$

ни ҳосил қиламиз.

2-ТЕОРЕМА. Агар a_i^j лар чекли бўлса у ҳолда $\bar{A}_i^j(t)$ лар ҳам чекли ва

$$\frac{d\bar{A}_i^j(t)}{dt} = \sum_{l=1}^k a_i^l \bar{A}_i^j(t), \quad \bar{A}_i^j(0) = \delta_i^j, \quad \sum_{l=1}^k a_i^l u^l = \bar{\rho} u_j, \quad \sum v_j a_i^j = \bar{\rho} v_j, \quad (3.1.13)$$

ўринли, бу ерда $\bar{\rho} \|a_i^j\|$ матрицани оддий сони ва (3.1.14) бу ҳол учун ҳам ўринли:

$$\bar{A}_i^j(t) = u^j v_i e^{t\bar{\rho}} + r_{j,i}(t), \quad r_{j,i}(t) < ce^{ts}, \quad (3.1.14)$$

6-ТАЪРИФ. Агар $\bar{\rho} < 0$ бўлса критикгача $\bar{\rho} = 0$ критик, $\bar{\rho} > 0$ критикдан кейинги кўп хилли узлуксиз вақтли жараён дейилади.

3-ТЕОРЕМА. Агар $\rho < 1$ бўлса, у ҳолда s ни ҳар бир компонентлари бўйича монотон ўсмайдиган $K(s)$ хақиқий функция мавжудки $n \rightarrow +\infty$ да

$$\frac{VR_n(s)}{\rho^n} \downarrow k(s) \geq 0, \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (3.1.15)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{R_n(s)}{\rho^n} = k(s)u, \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (3.1.16)$$

Бу ерда $R_n(s) = 1 - F_n(s) = (R_n^1(s), R_n^2(s), \dots, R_n^k(s))$.

4-ТЕОРЕМА. $n \rightarrow +\infty$ да жараённинг давом этиш эҳтимоллиги

$$R_n^j(0) = \theta_n^j = K(0)u_i \rho^n (1 + 0(1)) \quad (3.1.17)$$

га тенг. Хусусан, агар бошланишида $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) = \mu(0)$ бўлса, у ҳолда

$n \rightarrow +\infty$ да

$$P(\mu(n) > 0 / \mu(0) = \alpha) = k(0) \sum_{i=1}^k u_i \alpha_i \rho^n (1 + o(1)) \quad (3.1.18)$$

5-ТЕОРЕМА. $t \rightarrow +\infty$ да

$$P(\mu(n) = \alpha / \mu(n) \neq 0, \mu(0) = \beta \neq 0) \rightarrow P_\alpha^* \quad (3.1.19)$$

ва P_α^* ни ҳосил қилувчи функцияси

$$F^*(s) = \sum_{\alpha} P_\alpha^* s^\alpha$$

қуйидаги тенгламани қаноатлантиради:

$$1 - F^*(F(s)) = \rho(1 - F^*(s)), \quad (3.1.20)$$

яъни P_α^* бошланғич шартга боғлиқ эмас.

6-ТЕОРЕМА. $\{P_\alpha^*\}$ тақсимот фақат ва фақат $k(0)$ мусбат бўлгандагина

математик кутилмага эга бўлади:

$$A_i^* = F_i^*(1) = \frac{\partial F^*(s)}{\partial s_i} \Big|_{s=1} = \frac{v_j}{k(0)}$$

7-ТЕОРЕМА. $K(0) > 0$ бўлиши учун $M\mu_i^j \log \mu_i^j(1) < +\infty$ бажарилиши зарур ва етарлидир. Шу билан бирга (3.1.18) ягона ечимга эгадир.

8-ТЕОРЕМА. Агар $\rho < 1, B_{k,i}^j < +\infty, c_n^j \sim d_j \rho^{-n}, d_j > 0, i, k, j = 1, 2$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\mu_1(n) = \alpha_1, \mu_2(n) = \alpha_2 / \mu^j(0) = (c_n^1, c_n^2)) = q_{\alpha_1, \alpha_2}$$

бўлса, у ҳолда q_{α_1, α_2} эҳтимолликнинг ҳосил қилувчи функцияси

$$\sum_{\alpha_1, \alpha_2} q_{\alpha_1, \alpha_2} S_1^{\alpha_1} S_2^{\alpha_2} = \exp(k(0) \cdot \langle d, u \rangle (F^*(S_1, S_2) - 1)),$$

бу ерда $u = (u_1, u_2), d = (d_1, d_2), k(s), F^*(S_1, S_2)$ лар эса $P(r_{x,y}^l = +\infty, T^l = +\infty) = 0$ ва

$$\Delta_2(n) \leq \sup_x \left| P_n(x) - \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{z}} \varphi_\phi \left(\frac{x}{\sqrt{z}} \right) dk_n(x) \right| +$$

$$\sup_x \left| \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{z}} \varphi_\phi \left(\frac{x}{\sqrt{z}} \right) dk_n(z) - \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{z}} \varphi_\phi \left(\frac{x}{\sqrt{z}} \right) dk(z) \right| = J_3 + J_4$$

ларда келтирилган.

Исбот. Маълумки, тармоқланиш жараёни таърифидан

$$P(\mu_1(n) = \alpha_1, \mu_2(n) = \alpha_2 / \mu(0) = (c_n^1, c_n^2)) =$$

$$P(\mu_1^1(n) = \alpha_1, \mu_2^1(n) = \alpha_2) *_{c_n^1} (P(\mu_1^2(n) = \alpha_1, \mu_2^2(n) = \alpha_2)) *_{c_n^2} \quad (3.1.21)$$

Бу эҳтимолликнинг ҳосил қилувчи функцияси

$$(F_n^1(S_1, S_2))^{C_n^1} \cdot (F_n^2(S_1, S_2))^{C_n^2} \quad (3.1.22)$$

бўлади. Агар $n \rightarrow \infty$ да

$$(F_n^j(S_1, S_2) - F_n^j(0, 0)) : (1 - F_n^j(0, 0)) \rightarrow F^*(S_1, S_2)(1 + 0(1))$$

ни ҳисобга олсак, у ҳолда

$$\begin{aligned} P(\tau_{x,y}^l = +\infty, T^l < +\infty) &= P(\tau_{x,y}^l = +\infty, 1 \leq T^l \leq N) + P(\tau_{x,y}^l = +\infty, N < T^l < +\infty) = \\ &= P(\tau_{x,y}^l = +\infty, 1 \leq T^l \leq N) + \theta_7 E, \quad 0 \leq \theta_7 \leq 1, \end{aligned}$$

ни

$$F_n^j(S_1, S_2) = 1 + k(0) u_j \rho^n (1 - F^*(S_1, S_2))(1 + 0(1))$$

Агар $|S_j| \leq 1$ лигини эътиборга олсак

$$\ln F_n^j(S_1, S_2) = -k(0) u_j \rho^n (1 - F^*(S_1, S_2))(1 + 0(1))$$

ҳосил бўлади.

Бу ифодадан

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n^j \ln k_n^j(S_1, S_2) = k(0) u_j d_j (1 - F^*(S_1, S_2))(1 + 0(1)) \quad (3.1.23)$$

Натижада (3.1.19)-(3.1.21) дан 8-теорема исботи келиб чиқади.

$$P(\mu(n) \neq 0 / \mu(0) = \alpha) = \frac{2 \sum_{i=1}^k \alpha_i u_i}{Bn} (1 + 0(1)). \quad (3.1.24)$$

9-ТОЕРЕМА. Фараз қилайлик $\rho = 1$, $B_{i,l}^j < +\infty$ бажарилсин, у ҳолда

$\xi^l(n) = (\xi^l_1(n), \dots, \xi^l_k(n))$ вектор $\xi^l(n) \neq 0$ шарти оситида $n \rightarrow \infty$ да тақсимот бўйича

$\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)$ тасодифий векторга интилади ва 1 эҳтимоллик билан

$$\xi_1 = \xi_2 = \dots = \xi_k,$$

$$P(\xi_i \leq x) = 1 - e^{-x}, \quad x \geq 0, \quad i = \overline{1, k} \quad (3.1.25)$$

яъни l бошланғич ҳолатга боғлиқ эмас, бу ерда

$$\xi_j^{lj}(n) = \frac{1 \mu_j^l(n) v_j^{-1}}{2Bn} \quad (3.1.26)$$

10-ТЕОРЕМА. Агар $\rho = 1, 0 < B_{i,k}^j < +\infty$, $C_n^j \sim d_j n$, ($d_j > 0$),

бўлса

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{2\mu_1(n)}{nB} < x, \frac{2\mu_2(n)}{nB} < y / \mu(0) = (c_n^1, c_n^2)\right) = G(x, y)$$

бу ерда $G(x, y)$ Лаплас олиштириши

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} e^{-\lambda_1 x - \lambda_2 y} dG(x, y) = e^{-\frac{2(\langle u, d \rangle)(\langle \theta \lambda \rangle)}{B(1 + \langle v \lambda \rangle)}},$$

га тенг; $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$

$$B = \sum_{k,l,m=1}^{\lambda} v_k B_{lm}^k u_m u_l$$

Исбот: (3.1.22) га кўра

$$\begin{aligned} M\left(\exp\left(-\frac{2\lambda_1 \mu_1(n)}{nB} - \frac{2\lambda_2 \mu_2(n)}{nB}\right) / \mu(0) = (C_n^1, C_n^2)\right) = \\ = \left(F_n^1\left(e^{-\frac{2\lambda_1}{nB}}, e^{-\frac{2\lambda_2}{nB}}\right)\right)^{C_n^1} \left(F_n^2\left(e^{-\frac{2\lambda_1}{nB}}, e^{-\frac{2\lambda_2}{nB}}\right)\right)^{C_n^2} \end{aligned} \quad (3.1.27)$$

У холда

$$\left(M\left(\exp\left(\frac{i(\xi^l - u_l) \langle v_1 \tau \rangle}{\sqrt{\langle k_1, D \xi \rangle}}\right)\right)\right)^{k_l} = \exp\left(-\frac{(\langle \tau, v \rangle)^2 k_l D \xi^l}{2 \langle k, D \xi \rangle}\right) + 0(1)$$

дан

$$F_n^j\left(e^{-\frac{2\lambda_1}{nB}}, e^{-\frac{2\lambda_2}{nB}}\right) = 1 - \frac{2u_j \langle v \lambda \rangle}{nB(1 + \langle v \lambda \rangle)} (1 + 0(1)).$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Бу тенгликдан

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} C_n^j \ln F_n^j\left(e^{-\frac{2\lambda_1}{nB}}, e^{-\frac{2\lambda_2}{nB}}\right) = \frac{-2u_j d_j \langle v \lambda \rangle}{B(1 + \langle v \lambda \rangle)} \quad (3.1.28)$$

Натижада(3.1.23),

$$F_n^j(S_1, S_2) = 1 + \sum_{k=1}^2 A_i^j(n)(S_k - 1) + \frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^{\lambda} B_{k,l}^j(n)(S_l - 1)(S_k - 1) + 0(B_{k,l}^j |S_k - 1| \cdot |S_l - 1|) \quad (3.1.29)$$

га эга бўламиз, бу ерда

$$M(\mu_i^j(n)(\mu_i^j(n) - 1)) = B_i^j(n)$$

лардан теорема исботи келиб чиқади.

11-ТЕОРЕМА. Агар $\lambda = 1, \tilde{n} < +\infty$ бўлса (1.3.3) нинг яқинлашиш тезлиги $O\left(\frac{\ln^2 n}{n}\right)$ каби бўлади.

$$J_4 \leq \left| \int_{|t|>B} e^{-itx} \left(\int_0^1 \frac{K'(z)}{t^{2\delta} z^\delta} dz + \int_1^{+\infty} \frac{2}{zt^2} dk(z) dt \right) \right| \leq$$

$$\leq \left| \int_{|t|\geq B} e^{-itx} \left(\frac{2}{t^2} + \frac{\text{Sup} K'(z)}{(1-\delta)t^{2\delta}} \right) dt \right| \leq \frac{4}{B} + \frac{A}{B^{2\delta-1}}, \quad \frac{1}{2} < \delta < 1$$

2-§. Икки хилли тармоқланиш жараёни

Икки хилли критикдан кейинги жараён ҳосил қилувчи функциясининг айрим хоссалари

Қуйидаги белгилашни киритамиз.

$$m_j^l = \frac{\partial F_1^j(s_1, s_2)}{\partial s_j} \Bigg|_{\substack{s_1=q_1 \\ s_2=q_2}}, \quad l, j=1, 2.$$

Маълумки ([89]) $\|m_j^l\|$ матрицанинг оддий хос сони $\rho_q (0 \leq \rho_q < 1)$ мавжуд бўлиб, иккинчи хос сони абсолют қиймат жихатидан ρ_q дан кичикдир.

Агар $q_i > 0, i=1, 2$ бўлса, у ҳолда ρ_q га мос ўнг $u^* = (u_1^*, u_2^*)$ ва чап $v^* = (v_1^*, v_2^*)$ хос векторларини мусбат қилиб танлаш мумкин ва уларнинг элементлари

$$m_1^l u_1^* + m_2^l u_2^* = \rho u_l^*$$

$$v_1^* m_2^1 + v_2^* m_2^2 = \rho v_l^*, \quad l=1, 2 \quad (3.2.1)$$

тенгликни қаноатлантиради.

1-ТЕОРЕМА. Агар $\rho > 1$ ва $q_j > 0, j=1, 2$ бўлса, у ҳолда $0 \leq s_1 \leq q_1, 0 \leq s_2 \leq q_2$

тенгсизликни қаноатлантирувчи s_1, s_2 учун

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n(q_1, q_2) - F_n(s_1, s_2)}{v^*(F_n(q_1, q_2) - F_n(s_1, s_2))} = u^* \quad (3.2.2)$$

бажарилади.

Исботи. $F_1(s_1, s_2)$ ни (q_1, q_2) нуқта атрофида Тейлор қаторига ёйиб

$$F_1(s_1, s_2) = F_1(q_1, q_2)(s_1, s_2) + (M - E(s_1, s_2))(s - q) \quad (3.2.3)$$

ни ҳосил қиламиз, бу ерда $M = \|m_j^l\|$, $E(s_1, s_2)$ матрица $0 \leq s_j \leq s_j^1 \leq q$, $j = 1, 2$ қаноатлантирувчи s_1 ва s_2 учун $0 \leq E(s_1^1, s_2^1) \leq E(s_1, s_2) \leq M$ ни қаноатлантиради ва $\lim_{s \uparrow q} E(s_1, s_2) = 0$ $E_n(s_1, s_2) = E(F_n^1(s_1, s_2), F_n^2(s_1, s_2))$ белгилаш киритиб (3.2.3) дан

$$F_n(q) - F_n(s) = (M - E_n(s))(M - E_{n-1}(s)) \dots (M - E_1(s))(q - s) \quad (3.2.4)$$

ифодага эга бўламиз. Охирги тенгликни ρ_q^k га бўлиб ва

$$c = \frac{M}{\rho_q}, \quad M_n(s) = \frac{E_q(s)}{\rho_q},$$

$B_n(s) = (c - M_n(s))(c - M_{n-1}(s)) \dots (c - M_1(s))$ белгилашларни ҳисобга олиб

$$\frac{F_n(q) - F_n(s)}{\nu^*(F_n(q) - F_n(s))} = \frac{B_n(s)(q - s)}{\nu^* B_n(s)(q - s)} \quad (3.2.5)$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

Маълумки

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n(s)(q - s)}{\nu^* B_n(s)(q - s)} = u \quad (3.2.6)$$

$$(3.2.7)$$

Исботи. Қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$\Delta_n(s) = \frac{\nu^*(F_n(q) - F_n(s))}{\rho_q^n}, \quad 0 \leq s_i \leq q_i, \quad i = 1, 2$$

Агар (3.2.1) ва (3.2.3) ларни ҳисобга олсак $\Delta_{n+1}(s) \leq \Delta_n(s)$ тенгсизликка эга бўламиз.

Бундан $\Delta_n(s)$ ни монотон камаювчилиги келиб чиқади.

1-теоремани (3.2.7) га қўлласак

$$\frac{F_n(q) - F_n(s)}{\rho_q^n} = \frac{F_n(q) - F_n(s)}{\nu^*(F_n(q) - F_n(s))} \cdot \frac{\nu^*(F_n(q) - F_n(s))}{\rho_q^n} \rightarrow K(s)u^*$$

Теорема исботи келиб чиқади.

**3-§. Икки хилли критикдан кейинги тармоқланиш
жараёни (айрим натижалар)**

1-ЛЕММА. Агар $\rho > 1$, $B_{j,k}^l < +\infty$, $l, j, k = 1, 2$ бажарилса у ҳолда ихтиёрий τ_1, τ_2 учун $n \rightarrow \infty$ да

$$\begin{aligned} \Omega_n^l(r_1, r_2) &= M(\exp(i\rho^{\frac{n}{2}}((W_1^l - v_1 \langle W^l(n), u \rangle)\tau_1 + (W_2^l - v_2 \langle W^l(n), u \rangle)\tau_2))) = \\ &= M\left(\exp\left(-\frac{\xi^l \langle v_1 D\xi \rangle (\langle v_1, \tau \rangle)^2}{2}\right)\right) + o(1) \end{aligned}$$

бажарилади, бу ерда ва бундан кейин $\langle x, y \rangle$ билан x, y ни скаляр кўпайтмасини белгилаймиз, яъни $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2)$ бўлса $\langle x, y \rangle = x_1 y_1 + x_2 y_2$

1-ТЕОРЕМА. Агар $\rho > 1$, $D_{j,k,v}^l < +\infty$, $e, j, k = 1, 2$

бўлса

$$\left| P\left(\frac{\rho^n (\xi^l - \langle W^l(n), u \rangle)}{\sqrt{\langle \mu^l(n) D\xi \rangle}} \langle x/E \rangle\right) - \Phi(x) \right| \leq \frac{c}{\rho^n} M\left(\frac{\langle w^l(n), \beta \rangle}{(\langle W^l(n), D\xi \rangle)^{3/2}} / E\right), \quad \beta = (\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2)$$

бўлади.

Исбот. (3.3.1) га асосан

$$M\left(\exp\left(\frac{i\tau_1 (\xi^l - \langle W^l(n), u \rangle)}{\sqrt{\langle \mu^l(n) D\xi \rangle}} / E\right)\right) = \sum_{k_1, k_2=1}^{\infty} \frac{P_{k_1, k_2}^l(n)}{P(E)} \cdot (\bar{\Omega}_{k_1, k_2}^1(\tau_1))^{k_1} (\bar{\Omega}_{k_1, k_2}^2(\tau_1))^{k_2}, \quad e = 1, 2$$

ёки

$$\left| M\left(\left(\exp\left(\frac{i\tau_1 (\xi^l - \langle W^l(n), u \rangle)}{\sqrt{\langle \mu^l(n) D\xi \rangle}}\right)\right) / E\right) - e^{-\frac{\tau_1^2}{2}} \right| \leq \sum_{k_1, k_2=1}^{\infty} \frac{P_{k_1, k_2}^l(n)}{P(E)} \left| (\bar{\Omega}_{k_1, k_2}^1(\tau_1))^{k_1} (\bar{\Omega}_{k_1, k_2}^2(\tau_1))^{k_2} - e^{-\frac{\tau_1^2}{2}} \right|$$

2-ТЕОРЕМА. Агар $\rho > 1$, $D_{j,k,v}^l < +\infty$, $e, j, k = 1, 2$

бўлса

$$\begin{aligned} \sup_x \left| P\left\{\frac{\sqrt{\rho^n} (\xi^l - \langle u, W^l(n) \rangle)}{\sqrt{\langle u_1 D\xi \rangle}} \langle x \rangle\right\} - \int_0^{+\infty} \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) dp(\xi^l < y)\right| &\leq c \frac{\max \beta_j}{\sqrt{\langle v_1 D\xi \rangle \min_j D\xi^j \sqrt[3]{\rho^n}}} + \\ &+ \max\left(\sqrt{M\left(\frac{\langle D\xi, W^l(n) \rangle - \xi^l}{\langle v_1 D\xi \rangle}\right)^2 \frac{\rho^n}{1 + \rho_1^n}}, 1\right) \times \max\left(\sqrt[6]{\left(\frac{\rho 1}{\rho}\right)^n}, \rho^{-\frac{n}{6}}\right), \end{aligned}$$

бу ерда $\rho_1 = |\bar{\rho}| < \rho$

Исбот. Аввал $\rho_1 \leq 1$ холни карайлик. Қуйидаги белгиларни киритамиз:

$$\Delta_n^l = \sup_x \left| P \left\{ \frac{\sqrt{\rho^n} (\xi^l - \langle W^l(n) \rangle)}{\sqrt{\langle u_1 D \xi \rangle}} < x \right\} - \int_0^{+\infty} \Phi \left(\frac{x}{\sqrt{y}} \right) dp(\xi^l < y) \right|,$$

$$E_n^l = \int_{-\rho^{\frac{n}{6}}}^{\rho^{\frac{n}{6}}} \frac{\left| \Omega_n^l \left(\frac{\tau_1}{\sqrt{\langle v_1 D \xi \rangle}} \right) - M e^{-\frac{\xi^l \tau_1^2}{2}} \right|}{|\tau_1|} d\tau_1$$

У ҳолда, 5- леммага кўра

$$R_1^l = \frac{7 \max_i \beta_i}{6(\langle v_1 D \xi \rangle)^{3/2} \sqrt{\rho^n}} \int_{-\rho^{\frac{n}{2}}}^{\rho^{\frac{n}{2}}} \tau_1^2 M((W_1^l(n) + W_2^l(n))) e^{-\frac{\tau^2}{4} \cdot \frac{W_1^l(n) + W_2^l(n)}{\langle v, D \xi \rangle} \min_i D \xi^i} d\tau \leq$$

$$\leq c \frac{\max_i \beta_i}{\sqrt{\rho^n \langle v_1 D \xi \rangle}} \rho^{\frac{n}{6}} = c \frac{\max_i \beta_i}{\langle v_1 D \xi \rangle \min_i D \xi^i \sqrt{\rho^n}}, \quad (3.3.1)$$

$$R_2^l = \frac{1}{2} \int_{-\rho^{\frac{n}{6}}}^{\rho^{\frac{n}{6}}} |\tau_1| M \left(\left| \frac{\langle D \xi_1 W^l(n) \rangle}{\langle v_1 D \xi \rangle} - \xi^l \right| \times \exp \left(-\frac{\tau_1^2}{2} \min \left(\frac{\langle D \xi, W^l(n) \rangle}{\langle v, D \xi \rangle}, \xi^l \right) \right) \right) d\tau_1 \leq$$

$$\leq \sqrt{M \left(\frac{\langle D \xi, W^l(n) \rangle}{\langle v, D \xi \rangle} - \xi^l \right)^2} \rho^{\frac{2n}{6}} \quad (3.3.2)$$

бу ерда

$$E_n^l \leq R_1^l + R_2^l \quad (3.3.3)$$

Энди $\rho_1 > 1$ бўлсин, у ҳолда

$$R_1^l \leq C \frac{\max_i \beta_i}{\sqrt{\langle v_1 D \xi \rangle \min_i D \xi^i} \sqrt[3]{\rho^n} \sqrt[6]{\rho_1^n}}, \quad (3.3.3)$$

$$R_2^l \leq \sqrt{M \left(\frac{\langle D \xi_1 W^l(n) \rangle}{\langle v_1 D \xi \rangle} - \xi^l \right)^2} \sqrt[6]{(\rho^{-1} \cdot \rho_1)^n} \quad (3.3.4)$$

Натижада Эссен теоремасини қўллаб (3.3.1)-(3.3.4) лардан теореманинг тўғрилигига ишонч ҳосил қиламиз.

3-ТЕОРЕМА. Агар $\rho > 1$, $D_{j,k,v}^l < +\infty$, $e, j, k = 1, 2$

бажарилса

$$a) \sup_{x_1, x_2} \left| P \left\{ \frac{\sqrt{\rho^n} (W_i^l - v_i \langle u, W^l(n) \rangle)}{v^l \sqrt{\langle v_1 D \xi \rangle}} < x_i, \quad i = 1, 2 \right\} - \int_0^{+\infty} \Phi \left(\frac{\min_{1 \leq i \leq 2}}{\sqrt{y}} \right) dp(\xi^l < y) \right| \leq$$

$$\leq c \left| \frac{\max \beta_i}{\sqrt{\langle v_1 D \xi \rangle} \cdot \min_i D \xi_i \sqrt[3]{\rho^n}} + \max \left(M \left(\frac{\langle D \xi, W^l(n) \rangle}{v_1 D \xi} \right)^2 \cdot \frac{\rho^n}{1 + \rho_1^n}, 1 \right) \max \sqrt[6]{\left(\frac{\rho_1}{\rho} \right)}, \rho^{-\frac{6}{n}} \right|$$

$$\bar{b}) \sup_{x_1, x_2} \left| P \left(\frac{\rho^n (W_i^l - v_i \langle u_1 W^l(n) \rangle)}{v_2^l \sqrt{\langle \mu^l(n) D \xi \rangle}} < x_i, \quad i = 1, 2 / E \right) - \Phi \left(\frac{\min x_i}{1 \leq i \leq 2} \right) \right| \leq$$

$$\frac{c}{\rho^n} M \left(\frac{\langle \beta_i W^l(n) \rangle}{(D \xi, W^l(n))^{3/2}} / E \right)$$

Бундай натижаларни бир хилли жараёнлар учун ўрганилган.

4-ТЕОРЕМА. Агар $\rho > 1$, $B_{k,l}^j < +\infty$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln^j = +\infty$

$C_n^1 \sim c_n^2$ бўлса, у ҳолда

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\mu_i(n) v_j^{-1} - \rho^n \langle u C_n \rangle}{bn} < x / \mu(0) = (C_n^1, C_n^2) \right\} = \Phi(x)$$

ИСБОТ: Тармоқланиш жараёни хоссасига кўра

$$P(\mu_i(n) = \alpha_1 / \mu(0) = (C_n^1, C_n^2)) = P(\mu_j^1(n) = \alpha_1)^{*C_n^1} \times P(\mu_j^2(n) = \alpha_1)^{*C_n^2}$$

У ҳолда бу тенгликдан

$$M \left(e^{\frac{i\tau / \mu_j(n) v_j^{-1} - \rho^n \langle u C_n \rangle}{bn}} / \mu(0) = (C_n^1, C_n^2) \right) = e^{\frac{-i\rho^n \langle u C_n \rangle \tau}{bn}} \left[M \left(e^{\frac{i\tau \mu_j(n)}{v_j bn}} \right) \right]^{C_n^1} \cdot \left[M \left(e^{\frac{i\tau \mu_j^2(n)}{v_j bn}} \right) \right]^{C_n^2}$$

Ифодага эга бўламиз.

Агар (3.3.12)

$$B_i^j(n) = \frac{\sum_{\theta, m=1}^2 d_y^j B_{im} u_i u_m v_k v_e}{\begin{vmatrix} \rho^2 - a_1^1 & a_1^1 \\ a_1^2 & \rho^2 - a_2^2 \end{vmatrix}} \rho^{2n} (1 + o(1)) \quad (3.3.4.a)$$

ни ҳисобга олсак

$$M(\exp(i\tau \mu_j^k(n) : v_j bn)) = 1 + i\tau \frac{uk}{bn} \rho^n - \frac{\tau^2 A^k \rho^{2n}}{2b_n^2} + (\rho^{2n} : b_n^2)$$

5-ТЕОРЕМА. Агар $\rho > 1$, $D_{i,j,v}^l < +\infty$, $C_n^1 \sim C_n^2$ бўлса

$$\sup_x \left| P \left\{ \frac{\mu_j v_j^{-1} - \rho^n \langle u_1 C_n \rangle}{bj(n)} < x / \mu(0) = (C_n^1, C_n^2) \right\} - \Phi(x) \right| \leq$$

$$C \frac{1}{\sqrt{\min_i C_n^i}} \cdot \frac{\max_{ij} \beta_3^{i,j}(n)}{\min_{i,j} \sigma_{i,j}^3(n)}, \quad \frac{\max_{i,j} \beta^{i,j}(n)}{\min_{i,j} \sigma_{i,j}^3(n)} \leq C_1,$$

бу ерда C_1 n га боғлиқ бўлмаган ўзгармас сон

$$b_j(n) = \sqrt{M(\mu_j^1(n)v_j^{-1} - u_1\rho^n)^2 + M(\mu_j^2(n)v_j^{-1} - u_2\rho^n)^2},$$

$$\beta_3^{i,j}(n) = M\left|(\mu_j^i(n)v_j^{-1} - u_j\rho^n): b_j(n)\right|^3,$$

$$\sigma_{i,j}^2(n) = M\left((\mu_i^j(n)v_j^{-1} - u_i\rho^n): b_j(n)\right)^2$$

Теореманинг исботи

$$P(\mu_1(n) = \alpha_1, \mu_2(n) = \alpha_2 / \mu(0) = (c_n^1, c_n^2)) =$$

$$P(\mu_1^1(n) = \alpha_1, \mu_2^1(n) = \alpha_2) *_{C_n^1} (P(\mu_1^2(n) = \alpha_1, \mu_2^2(n) = \alpha_2)) *_{C_n^1} \quad (3.3.4.б)$$

Бу эҳтимолликнинг ҳосил қилувчи функцияси

$$(F_n^1(S_1, S_2))^{C_n^1} \cdot (F_n^2(S_1, S_2))^{C_n^1} \quad (3.3.4.в)$$

лардан фойдаланган ҳолда теорема исботи олиб борилади.

3.1 ИККИ ХИЛЛИ КРИТИКДАН КЕЙИНГИ ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИ УЧУН

ЛОКАЛ ТЕОРЕМА

Фараз қилайлик $q_j = 0, j = 1, 2$ бўлсин, агар $q_i \neq 0$ бўлса у ҳолда шакл алмаштириш билан $q_j = 0$ ҳолга келтириш мумкин.

Қуйидаги белгилар киритамиз:

$$m_i^j = \frac{\partial F_i^j(S_1, S_2)}{\partial S_i} \Big|_{\substack{S_1=0 \\ S_2=0}} \quad A = \|m_i^j\|,$$

$S_q - A$ матрицанинг перрон илдизи бўлсин

$$\varphi_n^j(t_1, t_2) = Me^{i\langle \alpha, W^j(n) \rangle}, t = (t_1, t_2)$$

$$\varphi^j(t_1, t_2) = Me^{i\langle \alpha, W^j \rangle}.$$

Маълумки $\varphi^j(t_1, t_2)$ қуйидаги тенгламани қаноатлантиради:

$$\varphi^j(t_1, \rho^n, t_2, \rho^n) = F_n^j(\varphi^j(t_1, t_2), \varphi^2(t_1, t_2)), n \geq 1 \quad (3.3.5)$$

3.2 Барча даврлардаги тармоқланиш жараёнидаги заррачалар сони

$\{\mu_n\}_1^\infty$ тармоқланиш жараёнини ташкил қилсин $F_n(x) = Mx^{\mu_n}, n = 0, 1, \dots, A = M\mu_1,$

$\mu_0 = 1$. Маълумки [1], $A \leq 1$ бўлганда жараён маълум n да тугайди. $A > 1$ да чексизликка кетади. Умумий ҳолда $\mu_0 + \mu_1 + \dots + \mu_n + \dots$ нинг йиғиндисини топиш анча мушкул, лекин ўрта қийматлари, дисперцияларини топиш мумкин. Хусусан $\sigma^2 = D\mu_1$ белгиласак,

$$M(\mu_0 + \mu_1 + \dots + \mu_n) = 1 + A + \dots + A^n = \frac{1 - A^{n+1}}{1 - A},$$

$$D(\mu_0 + \mu_1 + \dots + \mu_n) \leq 2 \sum_{k=0}^n \frac{\sigma^2 A^k (A^k - 1)}{A^2 - A} = 2 \frac{\sigma^2}{A^2 - A} (A^{2n+1} - A^{n+1})$$

Хусусий ҳолларда $\mu_0 + \mu_1 + \dots + \mu_n + \dots$ йиғиндини қабул қиладиган қийматлар эҳтимоллигини ва дисперциясини аниқ топиш мумкин.

Агар $\mu = \sum_{k=0}^{\infty} \mu_k, F(s) = Ms^u$ деб белгиласак, у ҳолда, [2], $F(s), F(s) = sF_1(F(s))$

Тенгламани ечимидан иборат.

Хусусан $F_1(s) = a + \frac{bs}{1 - cs}, a = \frac{1 - (b + c)}{1 - c}$ ни қарасак, у ҳолда

$F(s) = s(a + \frac{bF(s)}{1 - cF(s)})$ ёки $F(s) - cF^2(s) = sa + sbcF(s) - sacF(s)$ ёки

$$F(s) = \frac{1 - sb + sac \pm \sqrt{(1 - sb + sac)^2 - 4sac}}{2c},$$

Лекин $F(s)$ учун ечим

$$F(s) = \frac{1 - sb + sac - \sqrt{(1 - sb + sac)^2 - 4sac}}{2c},$$

Бўлади,

Ҳақиқатан ҳам

$$F(1) = \frac{1 - b + ac - \sqrt{(1 - b + ac)^2 - 4ac}}{2c}, a = \frac{1 - (b + c)}{1 - c}$$

У ҳолда $a - ac = 1 - b - c, a - (ac - b) + c = 1, a + c = 1 + (ac - b)$

$$F(1) = \frac{1 - b + ac - \sqrt{(a + c)^2 - 4ac}}{2c} = \frac{a + c - (a - c)}{2c} = 1$$

бўлади.

$$F'(s) = \frac{1}{2c} \left(-b + ac - \frac{(1 - sb + sac(-b + ac) - 4ac)}{\sqrt{(1 - sb + sac)^2 - 4sac}} \right),$$

$$F''(s) = -\frac{1}{2c} \left(\frac{(-b + ac)^2 [(1 - sb + sac)^2 - 4sac] - (1 - sb + sac)^2 (-b + ac)^2 + 4ac(-b + ac)(1 - sb + sac)}{[(1 - sb + sac)^2 - 4sac]^{\frac{3}{2}}} \right)$$

$$F'(1) = \frac{1}{a-c} - 1 \quad F''(1) = 2a \frac{a+c-1}{(a-c)^3}$$

2) Агар $F_1(s) = \frac{1-p}{1-ps}$ ни қарасак,

$$F(s) = s \left(\frac{1-p}{1-pF(s)} \right), pF^2(s) - F(s) + s(1-p) = 0 \text{ бўлади,}$$

$$\text{ёки } F(s) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4ps + 4p^2s}}{2p},$$

Лекин $s=1$ да

$$F(1) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4p + 4p^2}}{2p} = \frac{1-1+2p}{2p} \text{ бўлади.}$$

Демак,

$$F(s) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4ps + 4p^2s}}{2p}$$

$$F'(s) = \frac{1-p}{\sqrt{1-4ps+4p^2s}}, F''(s) = \frac{p(1-p)^2}{\sqrt{(1-4ps+4p^2s)^3}},$$

$$F'(1) = \frac{1-p}{1-2p}, F''(1) = \frac{p(1-p)^2}{(1-2p)^3}$$

3) $F_1(s) = 1 - p(1-s)^\alpha, 0 < \alpha < 1$ бўлганда

$$F(s) = s \left(1 - p(1-F(s))^\alpha \right), \frac{F(s)}{s} = 1 - p(1-F(s))^\alpha$$

$$\frac{F(s)}{sp} - \frac{1}{p} = -(1-F(s))^\alpha,$$

Хусусий ҳолда $\alpha = \frac{1}{2}$ да қабул қиладиган қийматларни

эҳтимоллигини топиш мумкин:

$$\left(\frac{F(s)}{sp} - \frac{1}{p}\right)^2 = (1 - F(s)) \quad F^2(s) - 2sF(s) + s^2 = s^2 p^2 (1 - F(s))$$

$$\text{Демак, } F(s) = \frac{-s^2 p^2 + 2s \pm \sqrt{(2s - s^2 p^2)^2 - 4s^2 + 4s^2 p^2}}{2},$$

$$F(s) = \frac{-s^2 p^2 + 2s \pm \sqrt{s^2 p^2 (s^2 p^2 - 4s + 4)}}{2}, \text{ бўлади.}$$

$$\text{лекин } F(1) = \frac{-p^2 + 2 \pm p^2}{2}.$$

$$\text{Бундан } F(s) = \frac{-s^2 p^2 + 2s + \sqrt{s^2 p^2 (s^2 p^2 - 4s + 4)}}{2},$$

$$F'(s) = -sp^2 + 1 + \frac{s^3 p^4 + 3s^2 p^2 + 2sp^2}{\sqrt{s^2 p^2 (s^2 p^2 - 4s + 4)}}, F''(s) = -p^2 + \frac{s^6 p^8 - 6s^5 p^6 + 6s^4 p^6 + 6s^4 p^4 - 8s^3 p^4}{\sqrt{(s^2 p^2 (s^2 p^2 - 4s + 4))^3}},$$

$$F'(1) = 2p^2, F''(1) = \frac{2}{p^2}$$

Демак, хусусий ҳолларда учала мисолда барча даврдаги даражаларнинг йиғиндисини математик кутилмаларини ва йиғиндисини қабул қиладиган қийматларини эҳтимоллигини топиш мумкин.

3.3 Икки хилли критиккача тармоқланиш жараёни учун лимит теорема

Фараз қилайлик $T = (T_1, T_2, \dots, T_k)$ к-ўлчовли вектор бўлиб, координаталари манфий бўлмаган бутун сонлардан иборат бўлсин, l_i i - кординатаси ноль бўлган вектор. Яъни $l_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ бўлсин.

Кўп хилли Гальтон-Ватсон тармоқланиш жараёни деб, T ҳолатли

$\mu(0), \mu(1), \dots, \mu(n), \dots$ марков жараёнига айтилади, бу ерда

$\mu(l) = (\mu_1(l), \dots, \mu_k(l)), \mu_i(l) - l$ даврдаги i кўринишдаги заррачалар, $i = 1, k,$

$\mu_i(l) = (\mu_i^1(l), \dots, \mu_i^k(l))$, $\mu_i^j(l) - l$ даврдаги j хилдан бошланган, i кўринишдаги заррачалар $i, j = \overline{1, k}$.

$\mu_i(l)$ нинг ҳосил қилувчи функцияси

$$F_n^j(s) = \sum_{m_1, \dots, m_k=0}^{\infty} P(\mu_1^j(n) = m_1, \dots, \mu_k^j(n) = m_k) \cdot S_1^{m_1} \cdot \dots \cdot S_n^{m_k} = F_n^j(S_1, \dots, S_k), n = \overline{0, \infty}$$

$$F_n(S) = (F_n^1(s_1), \dots, F_n^k(s_k)), F_0(s) = s, s = (s_1, s_2, \dots, s_k),$$

Бўлсин.

$$\text{Маълумки, } F_{n_1+n_2}(s) = F_{n_1}(F_{n_2}(s), \dots, F_{n_2}(s)).$$

Қуйидаги белгилашларни киритамиз.

$$A_i^j(n) = M\mu_i^j(n), A_i^j(1) = A_i^j; B_{il}^j = M\mu_l^j(1)M\mu_l^j(1); i \neq l, B_{ii}^l = M\mu_l^i(1)(\mu_l^i(1) - 1)$$

$$\partial F_1^j(1, 1, \dots, 1) = A_i^j(1), A_i^j(n) = \sum_{l=1}^k A_l^j(n-1)A_l^i(1), i, j = \overline{1, k}$$

Маълумки, $\|A_i^j\|$ матрица ёйилмайдиган бўлса, у ҳолда бу матрица учун мусбат, оддий ρ хос сони мавжуд бўлиб, бу хос сон матрицанинг қолган хос сонларидан абсолют қиймат жихатидан катта бўлиб, ρ га мос ўнг $U = (U_1, U_2, \dots, U_k)$, чап $V = (V_1, V_2, \dots, V_k)$ хос векторлар мавжуд

$$A_1^j U_1 + A_2^j U_2 + \dots + A_k^j U_k = \rho U_j V_1 A_i^1 + V_2 A_i^1 V_1^0 A_i^1 + \dots + V_k A_i^k = \rho V_i \text{ бўлади.}$$

Атрей ва Ней $A_i^j(n) = \rho^n u_j v_i + r_{ji}(n)$ лигини кўрсатган, бу ерда $r_{ji}(n) < c\rho^n$ дан ошмайди.

Агар $\rho < 1$ бўлса, критиккача, $\rho = 1$ бўлса критик, $\rho > 1$ бўлса. Критикдан кейинги жараён дейилади.

Таъриф: q^j билан j - заррачадан бошланган жараённи тугаш эҳтимоллигини белгилаймиз, у ҳолда $q^j = F_n^j(0, \dots, 0)$ га тенгдир. $F_n^j(0, \dots, 0) - n$ вақтда тугаш эҳтимоллигини билдиради.

1-Теорема: агар $\rho < 1$ бўлса, у ҳолда s бўйича ўсмайдиган $k'(s)$ мавжуд бўладики.

$$\frac{\nu R_n(s)}{\rho^n} \downarrow k(s) \geq 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{R_n(s)}{\rho^n} = R(s)U$$

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_k), \quad V = (V_1, V_2, \dots, V_k)$$

$S=0$ да давом этиш тезлиги

$$R_n(0) = 1 - F_n(0) - 0(\rho^n) \text{ га тенг.}$$

$$2\text{-Теорема: } n \rightarrow \infty \text{ да } R_n^j(0) - K(0)U_i\rho^n(1+j(1)).$$

Хусусан $\mu(0) = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ бўлса, у ҳолда $n \rightarrow \infty$

$$P\left[\mu(n) > 0 | (\mu(0) = \rho) = \sum_{i=1}^k k(0)U_i\alpha_i\rho^n(1+0(1))\right] \text{ бу ерда } k(0) \text{ ўзгармас сон.}$$

3-Теорема: агар $S < 1$ бўлса,

$$p(\mu(n) = \alpha | \mu(n) > 0, \dots, \mu(0) = \beta \neq 0) \rightarrow \rho_\alpha^* \text{ бўлади ва } \rho_\alpha^* \text{ ни ҳосил қилувчи}$$

функцияси $F^*(S)$

$$1 - F^*(F(S)) = \rho(1 - F^*(s))$$

Тенгламани ечимдан иборат.

Бу тенглама ягона ечимга эга бўлсада, уни аниқ кўриниши умумий ҳолда ечиб бўлмайди, шу мақсадда хусусий ҳолда қуйидаги ҳосил қилувчи функцияни кўрамиз.

Теорема: $\rho < 1, S_0 > 1$ ва

$$F_1^i(s_1, s_2) = 1 - 2\rho \frac{1-s_0}{\rho-s_0} + \rho \frac{\left(\frac{1-s_0}{\rho-s_0}\right)^2 s_1}{1 - \frac{\rho-1}{\rho-s_0} s_1} + \rho \frac{\left(\frac{1-s_0}{\rho-s_0}\right)^2 s_2}{1 - \left(\frac{\rho-1}{\rho-s_0}\right) s_2} \text{ бўлса, у ҳолда}$$

$$\lim(P(\mu_1^i(n) = m_1, \mu_2^i(n) = m_2, (\mu_1^i(n) + \mu_2^i(n) > 0))) = P_{m_1, m_2}^* \text{ бўлади,}$$

$$\text{Бу ерда } P_{10}^* = P_{01}^* \rightarrow \frac{1-s_0}{-s_0}, P_{m_1, m_2}^* = \frac{1-s_0}{-s_0^2} = \frac{s_0-1}{s_0^2}$$

Исбот: $P(\mu_1^i(n) = m_1, \mu_2^i(n) = m_2; (\mu_1^i(n) + \mu_2^i(n) > 0)) = P_{m_1, m_2}^*(n)$ нинг ҳосил қилувчи

$$\text{функцияси } F_1^{*i}(s_1, s_2) = \sum_{m_1+m_2 \geq 1}^{\infty} P_{m_1, m_2}^{*i}(n) s_1^{m_1} s_2^{m_2}.$$

Теорема шартига кўра,

$$F_1^i(s_1, s_2) = 1 - 2\rho \frac{1-s_0}{\rho-s_0} + \rho \frac{\left(\frac{1-s_0}{\rho-s_0}\right)^2 S_1}{1-\frac{\rho-1}{\rho-s_0} S_1} + \rho \frac{\left(\frac{1-s_0}{\rho-s_0}\right)^2 S_2}{1-\left(\frac{\rho-1}{\rho-s_0}\right) S_2} \quad \text{ва } S_0 > 1$$

Бўлса ишонч ҳосил қилиш мумкинки

$$F_1^i(s_1, s_2) = 1 - 2\rho^n \frac{1-s_0}{\rho^n-s_0} + \rho^n \frac{\left(\frac{1-s_0}{\rho^n-s_0}\right)^2 S_1}{1-\frac{\rho^n-1}{\rho^n-s_0} S_1} + \rho^n \frac{\left(\frac{1-s_0}{\rho^n-s_0}\right)^2 S_2}{1-\left(\frac{\rho^n-1}{\rho^n-s_0}\right) S_2} \quad (*)$$

бўлади, (*) дан

$$F_1^{*i}(s_1, s_2) = \frac{F_1^i(s_1, s_2) - F_1^i(0,0)}{1 - F_1^i(0,0)} \quad \text{лигидан}$$

$$F_1^{*i}(s_1, s_2) = \frac{1-s_0}{2} \left(\frac{s_1}{\rho^n-s_0-(\rho^n-1)s_1} + \frac{s_2}{\rho^n-s_0-(\rho^n-1)s_2} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_1^{*i}(s_1, s_2) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1-s_0}{2} \left(\frac{s_1}{\rho^n-s_0-(\rho^n-1)s_1} + \frac{s_2}{\rho^n-s_0-(\rho^n-1)s_2} \right) \right) = \frac{1-s_0}{2} \left(\frac{s_1}{s_1-s_0} + \frac{s_2}{s_2-s_0} \right)$$

Агар $s_1 = s_2$ бўлса, у ҳолда

$$F_1^{*i}(s_1, s_2) = \frac{s(1-s_0)}{2}.$$

$$\begin{aligned} & \cdot \left(\frac{1}{\rho^n-s_0-(\rho^n-1)s} + \frac{1}{\rho^n-s_0-(\rho^n-1)s} \right) = \frac{s(1-s_0)}{\rho^n-s_0-(\rho^n-1)s} = \\ & = \frac{(1-s_0)s}{(\rho^n-s_0) \left[\left(1 - \frac{\rho^n-1}{\rho-s_0} \cdot s \right) \right]} \end{aligned}$$

$S_0 > 1$ бўлса у ҳолда

$$F_1^{*i}(s_1, s_2) = \frac{1-s_0}{\rho^n-s_0} S \sum_{l_1+l_2 \geq 0} \left(\frac{\rho^n-1}{\rho^n-s_0} \cdot s \right)^{l_1+l_2}$$

$$P_{10}^* = P_{01}^* \rightarrow \frac{1-s_0}{-s_0}, P_{11}^* = \frac{1-s_0}{-s_0^2}, P_{m_1, m_2}^* = \frac{1-s_0}{-s_0^2}, m_1 + m_2 \neq 1 \quad \text{бўлади.}$$

IV БОБ. Генетикани тармоқланиш жараёнига тадбиқи.

1- §. Генетика масаласи учун эҳтимоллар назарияси тилида модел.

Тирик организм генетикаси инсоният учун амалий жиҳатдан ғоят катта аҳамиятга эга бўлгани учун сўнгги йилларда унга қизиқиш ортди. Ҳозирги вақтда одамда 40000га яқин нормал ва патологик белгиларнинг наслдан-наслга ўтиб бориши бир қадар ўрганиб чиқилган. Ирсий омилларга боғлиқ касалликлар борлиги аниқланган. Ана шу касалликларни кўпайишини олдини олиш ва даволаш муҳимдир. Одамни генетик йўл билан текшириш усуллари ишлаб чиқилганидан кейин ана шу муваффақиятларни қўлга киритиш мумкин бўлди.

Одам ирсиятини ўрганиш анчагина қийинчиликлар туғдиради. Маълумки, экспериментал генетика усуллари одамга тадбиқ этиб бўлмайди. Инсон вақтга нисбатан секинлик билан ривожланиб, анча кеч балоғатга етади. Бир оиланинг кўрадиган фарзандлари сони нисбатан кам бўлади. Бундай ҳоллар одам ирсиятини ўрганишга қийинчилик туғдиради. Одам генетикасини ўрганишда қуйидаги асосий: генекологик, эгизаклар, ситогенетик, биокимевий, популяцион, онтогенетик усуллардан фойдаланилади.

Энди бу усулларнинг таърифига қисқача тўхталиб ўтамиз.

Генекологик усул одамларнинг мумкин қадар кўпроқ сондаги, насл-насабини ўрганиб чиқишдан иборат. Шундан фойдаланиб, инсоннинг кўпгина белгилари, жумладан ирсий касалликларнинг наслдан-наслга ўтиб боришини аниқлаш мумкин бўлади. Одамнинг Мендел қокунларига мувофиқ наслдан - наслга ўтиб борадиган белгилардан бир нечтаси қуйидаги мисол тариқасида келтирамиз.

Одамдаги қобилият, истеъдод ва бошқа фазилатларнинг ривожланиши ирсий омилларга боғлиқ эканлиги генекологик усул билан аниқланган. Масалан мусиқа, математикага бўлган истеъдод ва қобилиятлар.

Маълумки, одамнинг генотипига боғлиқ бўлган у ёки бу рухий хусусиятлари, жумладан, истеъдоднинг юзага чиқиши ижтимоий муҳитга боғлиқ. Кўпгина касалликлар ресессив ҳолда наслдан –наслга ўтиши генекологик усул ёрдамида аниқланган. Жумладан: қандли диабет, туғма карлик, гемофилия, шизофрения(оғир рухий касаллик)нинг баъзи формалари.

Фақат ресессив генлар билан эмас, балки доминант генлар билан белгиланадиган ирсий касалликларни брахидактилия ёки калта бармоқлик, кўз шох пардасининг кўрликка олиб келадиган ирсий дегенератсияси, сил касаллигига мойиллик кабилар ҳам генекологик усул ёрдамида наслдан-наслга ўтишини аниқлаб чиқилган.

Генетика-организмларнинг икки хусусияти: ирсият ва ўзгарувчанлигини ўрганади.

Ирсият- бу организмнинг белги ва ривожланиш хусусиятларини келгуси авлодларга ўтказиб туриш хоссасидир.

Ўзгарувчанлик- организмларнинг янги белги ва хусусиятларини намоён этиш қобилиятидир.

Ирсият туфайли турнинг бир хиллиги сақланиб борса, ўзгарувчанлик турни аксинча, ҳар хил қилиб қўяди. Маълум бир организмларнинг барча генларининг йиғиндиси генотип деб аталади. Организмнинг барча белги ва хусусиятларининг йиғиндиси фенотип деб аталади.

Ген ДНКнинг маълум бир қисми бўлиб, алоҳида белгиларни ривожлантиришни аниқлайди ёки оқсил малекуласини шакллантиради.

Жинсий кўпайишда белгиларнинг бир қанча авлодларида наслдан-наслга ўтиб боришдаги асосий қонуниятлар дастлаб чех олими Грегор Мендел томонидан 1865 йилда эълон қилинган эди. Унинг тадқиқотлари узоқ вақтгача тўғри баҳоланмай келди. 1900 йил Мендел тадқиқотлари уч йирик олим Г. Де-Фриз, Е. Чермак ва К. Корренслар томонидан қайта кашф этилди ва тасдиқланди. Шунинг учун 1900 йил биологиянинг янги пайдо бўлган соҳаси - генетикага асос солинган йил ҳисобланади.

Г Мендел ўз тажрибаларини нўхат устида ўтказди. Бу ўсимликнинг ҳар хил навлари кўп бўлиб, улар яхши ифодаланган ирсий белгилари билан бир-биридан аниқ ажралиб туради. Масалан, гуллари оқ ва қизил, пояси баланд ва паст бўйли, донлари сариқ ва яшил, силлиқ ва буришган навлари бор. Мана шу хусусиятларнинг ҳар бири мазкур нав доирасида наслдан-наслга ўтиб боради.

Мендел қўллаган усул дурагайлаш ёки чатиштириш усули деб аталади.

Мендел текширишнинг гибридологик усулини- маълум белгилари жиҳатидан бир-биридан ажралиб турадиган ота-она формаларини чатиштириш усулини қўлади ва кузатилаётган белгиларнинг бир қанча авлодларда қандай намоён бўлишини ўрганди. Мендел тажрибаларининг моҳияти шундан иборатки, ўрганилаётган белгиларнинг барча индивидларда намоён бўлишини миқдор жиҳатдан аниқ ҳисобга олиб боришида бўлди. Бу унга ирсиятдаги муайян миқдорий қонуниятларни белгилаб олишга имкон берди.

Ихтиёрий организмда белгилар сони жуда кўп. Хромасомалар сони эса маълум миқдорда бўлади. Ҳар бир хромасомада жуда кўп генлар жойлашади. Бундай генлар бир-бири билан бириккан генлар дейилади. Бир хромасомада жойлашган генларнинг бирикиш ходисаси Морган қонуни билан машхур.

Аллел генлар-гомологик хромасомаларнинг бир хил қисмида жойлашган бўлиб, битта белгининг кескин фарқ қилувчи- алтернатив ҳолатда ривожланишини таъмин этувчи доминант ва ресессив шаклда бўладиган генлар.

Аллел бўлмаган генлар- гомологик бўлмаган хромасомаларда жойлашган бўлиб бир неча белгининг мустақил ирсийланиши ва алтернатив намоён бўлишини таъмин этувчи генлар.

Қон тўғрисидаги маълумотларни ўргандим. 1901 йили австралиялик олим К. Ландштейнер, 1907 йили чех олими Я. Янский турли одамлар қони кимёвий-биологик хоссаларига кўра бир-биридан фарқ қилишини аниқлаганлар. Қоннинг эритроцитлари таркибида агглютиноген, плазмаси таркибида агглютинин моддалари бўлиб, уларнинг ҳар бири кимёвий хоссаларига кўра икки турга бўлинади, яъни агглютиноген А ва В, агглютинин α ва β . Бинобарин, битта одам қонининг эритроцитлари ва плазмасида бир хил белгили модда бўлмаслиги керак, яъни агглютиноген А ва агглютинин α ёки агглютиноген В ва агглютинин β . Нормда агглютиноген А ва агглютинин β ёки агглютиноген В ва агглютинин α бўлиши мумкин. Агглютиноген А ва В бўлган қонда агглютининлар умуман бўлмайди. Аксинча агглютинин α ва β бўлган қонда агглютиногенлар умуман бўлмайди. Ана шунга кўра, барча одамлар қони 4 гуруҳга бўлинади.

I гуруҳ- эритроцитларда агглютиноген умуман бўлмайди плазмада агглютинин α ва β бўлади

II гуруҳ- эритроцитларда агглютиноген А, плазмада агглютинин β бўлади.

III гуруҳ-эритроцитларда агглютиноген В, плазмада агглютинин α бўлади.

IV гуруҳ-эритроцитларда агглютиноген А ва В бўлиб, плазмада агглютинин умуман бўлмайди.

Дунёдаги кўп мамлакатларда яшовчи одамларнинг қон гуруҳларини аниқлаш натижаси шуни кўрсатадики, қони I гуруҳ бўлган одамлар аҳолининг ўртача 40 фоизини, 2 гуруҳ-39 фоизини, 3 гуруҳ- 15 фоизини ва 4 гуруҳ -6 фоизини ташкил қилади.

1940 йили К Ландштейнер ва Вин қоннинг эритроцитларида агглютиноген А ва В дан ташқари, яна бир модда борлигини аниқлаб, уни резус омил (Rh-омил) деб атадилар. Бу омил 85 фоиз одамлар қонида бўлади ва улар резус мусбат қонли одам деб аталади, ўн беш фоиз одамларнинг қонида бу бўлмайди.

Қон гуруҳлари ва резус омил наслдан-наслга ўтади. Агар эркакнинг қони резус мусбат бўлиб, аёлнинг қони резус манфий бўлса, уларнинг боласига қон онадан ўтса, унинг қони резус манфий бўлади. Бундай бола соғлом туғилади. Аксинча, резус мусбат қон болага отадан ўтса, унинг қони ҳам отасиникига ўхшаб резус мусбат бўлади. Натижада она ва боланинг қони бир бирига тўғри келмаганлиги учун бундай бола гемолитик касаллик билан туғилади. Унинг териси ва кўзлари сарик, жигар ва талоғи катталашган, қорни шишган, туғилган вақтдан бошлаб умумий аҳволи оғир бўлади. Даволаш учун болага қон қуйиб, қони алмаштирилади.

Юқоридаги мулоҳазаларни исботлаш учун айрим натижаларни келтириб

ўтамыз.

1.1. Генетика қонунларининг эҳтимоллик хусусияти

Г. Мендел (1865 й) генетиканинг асосий қонунини очиб берган бўлиб, бу қонун эҳтимоллик характерга эга. Мендел бу масалани нўхат устида тажриба ўтказиб, нўхат ранги, кўринишини таҳлил қилган. У нўхатни чатиштириш натижасида унинг ранги кўринишини ўзгариши хусусиятини ўрганиб, бу хусусиятни кўпчилик доминантлик (наслдан–наслга ўтувчи асосий белги) хусусиятга эга эканлигини аниқлаган, аслида бу хусусият Менделга ҳам маълум эди, лекин қонуниятлари очилмаган эди.

Айрим ҳолларда асосий белги бузилиши мумкин, бундай ҳолда бу хусусиятга рецессивлик (йўқолиб кетувчи белги) дейилади. Мендел тажрибасидан нўхотни гулини қизил рангли бўлиши доминантлик, сариқ ранги рецессивлик хусусиятга эгаллиги кўрсатилди. Хусусий ҳолда бир жуфт хусусиятли ген доминантчилигини G , рецессивликни g билан белгилаймиз, у ҳолда бу хусусиятлардан GG , Gg , gg хусусиятли “болалар” туғилади.

Фараз қилайлик ξ, η, ζ лар юқоридаги уч хил хусусиятларни бири бўлсин.

Қуйидаги масалани қўйиш мумкин.

$P((C:\xi)/(M:\eta)(F:\zeta))$, бу ерда C янги пайдо бўлган авлод, унга хусусияти ξ, M онани хусусияти η, F отани хусусияти, ζ ни қабул қилади.

Хусусан ξ qq хусусиятли бўлса, у ҳолда x ва y мос равишда она ва ота хусусиятини билдирса

$$P(C:qq/(M:\eta)(F:\zeta)) = P((x:q)(y:q)/(M:\eta)(F:\zeta))$$

бўлади. Агар ξ qG хусусиятли бўлса,

$$P(C:qG/(M:\eta)(F:\zeta)) = P(((x:q)(y:G) + (x:G)(y:q))/(M:\eta)(F:\zeta))$$

бўлади.

Худди шундай

$$P(C:GG/(M:\eta)(F:\zeta)) = P((x:G)(y:G)/(M:\eta)(F:\zeta))$$

Қуйидаги ҳодисаларни $(x:q)(y:G); (x:G)(y:q)$ боғлиқсизлигидан

$$P(C:qG/(M:\eta)(F:\zeta)) = P((x:q)(y:G)/(M:\eta)(F:\zeta)) + P((x:G)(y:q)/(M:\eta)(F:\zeta))$$

Аёл ва эркак гаметалари боғлиқсизлигидан

$$P(C : qq / (M : \eta)(F : \zeta)) = P(x : q / M : \eta)P(y : q / F : \zeta) \quad (4.1.1)$$

$$P(C : qG / (M : \eta)(F : \zeta)) = P(x : q / M : \eta)P(y : G / F : \zeta) + P(x : G / M : \eta)P(y : q / F : \zeta) \quad (4.1.2)$$

$$P(C : GG / (M : \eta)(F : \zeta)) = P(x : G / M : \eta)P(y : G / F : \zeta) \quad (4.1.3)$$

Демак (4.1.1) ва (4.1.3) дан янги маълум бўладиган C наслини маълум хусусиятларни қабул қилиши мумкин бўладиган эҳтимолликни ҳисоблаш учун она ва ота хусусиятларни қабул қилиш эҳтимоллигини ҳисоблаш етарли:

$$P(x : q / M : qq) = 1, P(x : q / M : Gq) = \frac{1}{2}, P(x : q / M : GG) = 0 \quad (4.1.4)$$

$$P(x : G / M : qq) = 0, P(x : G / M : qG) = \frac{1}{2}, P(x : G / GG) = 1 \quad (4.1.5)$$

$$P(y : q / F : qq) = 1, P(y : q / F : qG) = \frac{1}{2}, P(y : q / p : GG) = 0 \quad (4.1.6)$$

$$P(y : G / F : qq) = 0, P(y : G / F : qG) = \frac{1}{2}, P(y : G / F : GG) = 1 \quad (4.1.7)$$

Натижада (4.1.1)-(4.1.7) дан қуйидаги жадвални тузиш мумкин:

Ота (F)	qq	Gq	GG
Она (M)			
qq	1 0 0	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 0	0 1 0
Gq	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 0	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	0 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
GG	0 1	0	0 0

	0	$\frac{1}{2}$	1
		$\frac{1}{2}$	

Ҳар бир устундан қийматлар

$$P(c : qq / MF), P(c : qG / MF), P(c : GG / MF)$$

ларнинг қийматларидир.

Хусусан бир қадамда ўтиш эҳтимолликлари матрицалари қуйидагича бўлган жараённга ажратамиз:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Жараёнини $K, K = 1, 2, \dots$ қадамдаги (даврдаги) қолдириладиган насл учун эҳтимолликлар жадвалини тузамиз.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}; A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2^2 + 2 + 2^0}{2^3} & \frac{1}{2^3} & 0 \\ \frac{2 + 2^0}{2^2} & \frac{1}{2^2} & 0 \end{pmatrix}; A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2^3 + 2^2 + 2 + 2^0}{2^4} & \frac{1}{2^4} & 0 \\ \frac{2^2 + 2 + 2^0}{2^3} & \frac{1}{2^3} & 0 \end{pmatrix};$$

$$A^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^9 2^i}{2^{10}} & \frac{1}{2^{10}} & 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^8 2^i}{2^9} & \frac{1}{2^9} & 0 \end{pmatrix}; A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\sum_{i=0}^{n-1} 2^i}{2^n} & \frac{1}{2^n} & 0 \\ \frac{\sum_{i=0}^{n-2} 2^i}{2^{n-1}} & \frac{1}{2^{n-1}} & 0 \end{pmatrix}.$$

$$B^2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{2+1}{2^2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B^3 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{2+1}{2^2} \\ 0 & \frac{1}{2^3} & \frac{2^2+2+1}{2^3} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B^4 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2^3} & \frac{2^2+2+1}{2^3} \\ 0 & \frac{1}{2^4} & \frac{2^3+2^2+2+1}{2^4} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$B^{10} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2^9} & \frac{\sum_{i=1}^8 2^i}{2^9} \\ 0 & \frac{1}{2^{10}} & \frac{\sum_{i=1}^9 2^i}{2^{10}} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B^n = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2^{n-1}} & \frac{\sum_{i=1}^{n-1} 2^i}{2^{n-1}} \\ 0 & \frac{1}{2^n} & \frac{\sum_{i=1}^n 2^i}{2^n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Хусусан A^3 матрицанинг биринчи элементи ($c:qq/M:qq, F:qq$) хусусиятга эга бўлган C индивидумнинг 3 даврдаги (эварасини) авлодини C хусусиятли туғилиш эҳтимоллигига 1 га тенглигини, иккинчи қатордаги иккинчи элементни эса ($c:Gq/M:qq, F:Gq$) C хусусиятли туғилиш эҳтимоллигига тенглигини билдиради.

Демак, $n \rightarrow \infty$ да $P(C:GQ/M:qq, F:Gq) \quad P(C:Gq/M:qq, F:GG),$

$P(C:qq/M:GG, F:Gc) \quad P(G:qq/M:GGF:Gc)$ эҳтимолликлар деярли нолга яқин бўлар экан. Бунда B^{10} тармоқланиш жараёнида бир қадамда ўтиш матрицасини 10-даврдаги ҳолатини билдиради.

2-§ Генетикага оид олинган айрим натижалар.

2.1 Айрим популяциялардаги панмиксия жараёнида авлодларни генетик хусусиятларини барқарорлаштириш.

Биологик хилма-хилликни сақлаш ва муҳофаза қилиш тадбирларини белгилашда популяцияларни генетик хусусиятларини барқарорлаштиришни илмий-назарий асосларини ишлаб чиқиш катта амалий аҳамиятга эга. Чунки, атроф муҳитда содир бўлаётган ўзгаришлардан кўплаб ўсимлик ва ҳайвонларда хўжалик учун зарарли ёки фойдасиз белги хусусиятлар пайдо бўлиб, қишлоқ хўжалик маҳсулотларини миқдори ва сифатига катта таъсир кўрсатмоқда. Бундай белгиларни популяция генофондидан чиқариб ташлашга тўғри келади.

Юқоридаги мулоҳазалримиздан кўриниб турибдики, популяциялар генофондида содир бўлиши мумкин бўлган ирсий ўзгаришларни олдини олишда математик усулларни(эҳтимолини аниқлаш) қўллаш билан популяцияларни соғломлаштириш жуда муҳим.

Айтайлик, бир популяцияда она ва ота организмлари GG,Gg ва gg генетик хусусияларга эга бўлишини бир неча авлодларда $\Pi_0, \pi_1, \Pi_1, \pi_2, \dots, \Pi_{n-1}, \pi_n, \Pi_n$ даги ҳар бир авлодни генетик хусусиятларини ўрганиш берилган бўлсин. Бир–бирига боғлиқ бўлмаган ҳолда она М ва ота F қуйидаги хусусиятларнинг бирига эга бўлади: GG –доминант, Gg-гетерозигота, gg-рецессив.

Мос равишда P_n, Q_n, R_n билан Π_n даги доминант, гетерозигота, рецессив хусусиятга эга бўлган индивидларни сони ўсишини (эҳтимоллигини) белгилаймиз. Табiiй популяцияда селекциясиз бўлгани учун π_n ва Π_{n-1} индивидлар тақсимотлари бир хил бўлади.

Фараз қилайлик, GG,Gg , gg хусусиятли она М ва F лар мос равишда

$$M : p', q', r' \qquad F : p'', q'', r''$$

эҳтимолликларга эга бўлсин. $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ ларни чатишиш шарт бўйича панмиксия бўлсин.

Маълумки, селекциясиз панмиксияда авлодлар кетма-кетлиги $\Pi_0, \pi_1, \Pi_1, \pi_2, \dots, \Pi_{n-1}, \pi_n, \Pi_n$ бўлган ҳолда С бола хусусиятини доминант бўлиш эҳтимоллиги

$$P_1 \equiv p'p'' + \frac{1}{2}p'q'' + \frac{1}{2}q'p'' + \frac{1}{4}q'q'' \equiv \left(p' + \frac{1}{2}q'\right) \left(p'' + \frac{1}{2}q''\right) \quad (4.2.1)$$

га тенг.

Чунки бунда

$$C:GG/(M:GG),(F:GG);$$

$$C:GG/(M:GG),(F:Gg);$$

$$C:GG/(M:gG),(F:GG);$$

$$C:GG/(M:Gg),(F:Gg)$$

лардан бири намоён бўлади. Худди шундай С нинг гетерозигота ва рецессив бўлиш эҳтимоллиги

$$Q_1 \equiv \left(p' + \frac{1}{2}q'\right) \left(r'' + \frac{1}{2}q''\right) + \left(r' + \frac{1}{2}q'\right) \left(p'' + \frac{1}{2}q''\right) \quad (4.2.2)$$

$$R_1 \equiv \left(r' + \frac{1}{2}q'\right) \left(r'' + \frac{1}{2}q''\right) \quad (4.2.3)$$

бўлади.

Албатта $p' \equiv p'', q' \equiv q'', r' \equiv r''$ бўлса, (4.2.1), (4.2.2), (4.2.3) қуйидаги кўринишга келади

$$P_1 \equiv \left(p' + \frac{1}{2}q'\right)^2, \quad Q_1 \equiv 2\left(p' + \frac{1}{2}q'\right) \left(r' + \frac{1}{2}q'\right), \quad R_1 \equiv \left(r' + \frac{1}{2}q'\right)^2 \quad (4.2.4)$$

$p' + q' + r' \equiv 1$ лигидан она М ва ота F ни учта хусусиятни бирига эга бўлиш эҳтимолликлари тенг бўлса, у ҳолда

$$P_1 \equiv (1 + \sqrt{R_1})^2, \quad Q_1 \equiv 2(1 - \sqrt{R_1})\sqrt{R_1}$$

бўлади.

P_n, Q_n, R_n ларни ҳисоблашда селекциясиз панмиксия бўлгани учун (4.2.4) дан келиб чиққан ҳолда

$$P_2 \equiv \left(P_1 + \frac{1}{2}Q_1\right)^2, \quad Q_2 \equiv 2\left(P_1 + \frac{1}{2}Q_1\right)\left(R_1 + \frac{1}{2}Q_1\right), \quad R_2 \equiv \left(R_1 + \frac{1}{2}Q_1\right)^2 \quad (4.2.5)$$

бўлади, натижада

$$P_2 \equiv \left(\frac{p' + p''}{2} + \frac{1}{2}\frac{q' + q''}{2}\right)^2,$$

$$Q_2 \equiv 2\left(\frac{p' + p''}{2} + \frac{1}{2}\frac{q' + q''}{2}\right)\left(\frac{r' + r''}{2} + \frac{1}{2}\frac{q' + q''}{2}\right),$$

$$R_2 \equiv \left(\frac{r' + r''}{2} + \frac{1}{2}\frac{q' + q''}{2}\right)^2.$$

(4.2.5)дан

$$P_n \equiv \left(P_{n-1} + \frac{1}{2}Q_{n-1}\right)^2, \quad Q_n \equiv 2\left(P_{n-1} + \frac{1}{2}Q_{n-1}\right)\left(R_{n-1} + \frac{1}{2}Q_{n-1}\right), \quad R_n \equiv \left(R_{n-1} + \frac{1}{2}Q_{n-1}\right)^2 \quad (4.2.6)$$

бўлади.

Агар

$$p' \equiv p'', q' \equiv q'', r' \equiv r'' \quad (4.2.7)$$

бажарилса,

$$P_1 \equiv P_2, Q_1 \equiv Q_2, R_1 \equiv R_2 \quad (4.2.8)$$

бажарилади. Бу тасдиқни қуйидаги мисолда кўрайлик:

1-мисол. $p' = 0,5$ $q' = 0,4$ $r' = 0,1$
 $p'' = 0,6$ $q'' = 0,2$ $r'' = 0,2$

Ечиш. (4.2.1) – (4.2.3) ва (4.2.6) дан

$P_1 = 0,49$	$Q_1 = 0,42$	$R_1 = 0,09$
$P_2 = 0,49$	$Q_2 = 0,42$	$R_2 = 0,09$
$P_3 = 0,49$	$Q_3 = 0,42$	$R_3 = 0,09$
.....
$P_{10} = 0,49$	$Q_{10} = 0,42$	$R_{10} = 0,09$

Демак, иккинчи даврдан бошлаб (9) бажарилади.

2-мисол. $p' = 0,6$ $q' = 0,3$ $r' = 0,1$
 $p'' = 0,7$ $q'' = 0,25$ $r'' = 0,05$

Ечиш. (4.2.1) – (4.2.3) ва (4.2.6) дан

$P_1 = 0,61875$	$Q_1 = 0,3375$	$R_1 = 0,04375$
$P_2 = 0,62156$	$Q_2 = 0,334687$	$R_2 = 0,045156$

$P_3 = 0,62156$	$Q_3 = 0,334687$	$R_3 = 0,045156$
.....
$P_{10} = 0,62156$	$Q_{10} = 0,334687$	$R_{10} = 0,045156$
.....

Хулоса қилиб айтганда, ўсимлик ва ҳайвонлар табиий популяцияларида содир бўлаётган зарарли спонтан мутациялари F_1 да жисмоний йўқ қилиниши ва ушбу жараёни селекциясиз шароитда ҳар бир организмларни кўпайиш интенсивлигига мос ҳолда генотипи ўзгаришсиз қолиши кузатилди.

2.2. ОТА-ОНА ҚОНИ ГУРУХИГА ҚАРАБ ФАРЗАНДЛАРНИ ҚОНИНИ ГУРУХЛАРГА АЖРАТИШ ЭҲТИМОЛЛИГИ

1901-йили австралиялик олим. К. Ландиетейнер, 1907 йили чех олими Я. Янский турли одамлар қони кимёвий – биологик хоссаларига кўра бир-биридан фарқ қилишини аниқлаганлар. Қоннинг эритроцитлари таркибида агглютиноген плазмаси таркибида агглютинин моддалари бўлиб, уларнинг ҳар бири кимёвий хоссаларига кўра икки турга бўлинади, яъни агглютиноген А ва В, агглютинин α ва β . Бинобарин битта одам қонининг эритроцитлари ва плазмасида бир хил белгили модда бўлмаслиги керак, яъни агглютиноген А ва агглютинин α ёки агглютиноген В ва агглютинин β . Нормада агглютиноген А ва агглютинин β ёки агглютиноген В ва агглютинин α бўлиши мумкин. Агглютиноген А ва В бўлган қонда агглютининлар умуман бўлмайди аксинча, агглютинин α ва β бўлган қонда агглютиногенлар умуман бўлмайди. Ана шунга кўра барча одамлар қони 4-гурухга бўлинади.

1-гурух – эритроцитларда агглютиноген умуман бўлмайди плазмада агглютинин α ва β бўлади.

2-гурух- эритроцитларда агглютиноген А, плазмада агглютинин β бўлади.

3-гурух- эритроцитларда агглютиноген В, плазмада агглютинин α бўлади.

4-гурух- эритроцитларда агглютиноген А ва В бўлиб, плазмада агглютинин умуман бўлмайди.

1940-йили К. Ландштейнер ва Винер қоннинг эритроцитларида агглютиноген А ва В дан ташқари, яна бир модда борлигини аниқлаб, уни резус омил (Rh – омил) деб атадилар бу омил 85% одамлар қонида бўлади ва улар резус мусбат қонли одам деб аталади, 15% одамларнинг қонида бу омил бўлмайди. Улар резус манфий қонли одам деб аталади. Резус мусбат қон резус манфий қонли одам қуйилса биринчи мартада ҳеч қандай нохуш реакция рўй бермайди, лекин резус манфий қонни одам қонида қуйилган, резус мусбат қонга қарши антителалар (организмда ёт моддага қарши ҳосил бўлган маҳсус ҳимоя хоссасига эга бўлган оқсил заррачалари) ҳосил бўлади шу одамга иккинчи марта резус мусбат қон қуйилса, унинг қонида агглютинация ҳодисаси рўй беради. Қон қуйилишида резус фактор албатта ҳисобга олинади, акс ҳолда одам ҳалок бўлади.

.....

Аниқлик учун а ва в агглютингенларни а,а билан белгилаймиз, у ҳолда А,В,а алленлар қон группасини аниқлади.

Ечиладиган масала аа АА, ВВ аллеларга қараб қон группасини эҳтимоллигини аниқлашдан иборат. Бунинг учун қуйида ота-оналар қон группасига қараб уларни болалари қон группасини аниқлаш жадвалини келтирамиз.

Қон гуруҳи	Қуйилади	гуруҳлари
I (O)		I. II.III.IV
II (A)	→	II. IV
III (B)	→ →	III, IV
IV (AB)	→ →	IV

Қон гуруҳи	Қуйлади	Қон гуруҳлари
I (O)		I
II (A)	←	I,II
III (B)	← ←	I,III
IV (AB)	← ← ←	I. II.III.IV

Она		Ота		Бола	
Қон гуруҳи	Мумкин бўлган генотип	Қон гуруҳи	Мумкин бўлган генотип	Мумкин бўлган генотип	Қон гуруҳи
(A)	AA, Aa	(A)	AA, Aa	AA, Aa, aa	(A), (O)
(A)	AA, Aa	(O)	Aa	Aa, aa	(A), (O)
(A)	AA, Aa	(B)	BB, BA	AB, Aa, Ba, aa	(B),(O)(AB)(A)
(A)	AA, Aa	(AB)	AB	AA, BB, Aa, Ba	(A), (B),(AB)
(O)	aa	(AB)	AB	Aa, Ba	(A),(B)
(O)	aa	(O)	aa	aa	(O)
(AB)	AB	(AB)	AB	AB, AB, BB	(A),(B),(AB)
(B)	BB, BA	(B)	BB, BA	BB, Ba, aa	(B),(O)
(B)	BB, BA	(AB)	AB	AB, BB, Ba, Aa	(AB),(B),(A)
(AB)	AB	(B)	BB, BA	AB, BB, Aa, Ba	(AB),(B),(A)

Бошқа комбинациялар қон шундай аниқланади.

Қуйидаги масалани ечамиз:

1. Онаси (B), отаси (A) гуруҳи қонга эга бўлса боласини турли гуруҳи қонга эга бўлиши эҳтимотликларини топинг.

Ечиш : онаси тенг эҳтимоллик билан BB, Ba неча типга отаси тенг эҳтимоллик билан AA, Aa гуруҳ генотипига эга бўлади. Буларга қараб маълум эҳтимоллик билан қон гуруҳ қонга эга бўлишини аниқлаймиз. Бунинг учун жадвални тузамиз.

Ота – она генотиплари мажмуаси	Болани мумкин бўлган генотип мажмуаси	Мумкин бўлган қон гуруҳи
$\frac{1}{2} BB \times \frac{1}{2} AA$	$\frac{1}{4} AB$	$\frac{1}{4} (AB)$
$\frac{1}{2} BB \times \frac{1}{2} Aa$	$\frac{1}{4} \left(\frac{AB}{2} + \frac{1}{2} Ba \right)$	$\frac{1}{8} (AB) + \frac{1}{8} (A)$
$\frac{1}{2} Bb \times \frac{1}{2} AA$	$\frac{1}{4} \left(\frac{AB}{2} + \frac{Aa}{2} \right)$	$\frac{1}{8} (AB) + \frac{1}{8} (B)$
$\frac{1}{2} Bb \times \frac{1}{2} Aa$	$\frac{1}{4} \left(\frac{AB}{4} + \frac{Aa}{4} + \frac{Ba}{4} + \frac{aa}{4} \right)$	$\frac{1}{16} (AB) + \frac{1}{16} (A) + \frac{1}{16} (B) +$ $\frac{1}{16} (O)$

Бу ердаги сонлар мос ҳодисанинг эҳтимоллигини билдиради.

Демак туғилган чақалоқни қони (AB) яъни 10 гуруҳга тегишли бўлиши эҳтимоллиги $\frac{9}{16}$ га , (A) яъни 2 гуруҳга тегишли бўлиш эҳтимоллиги $\frac{3}{16}$ га , (B) яъни 3 гуруҳга тегишли бўлиши эҳтимоллиги $\frac{3}{16}$ га ,(O) яъни 1 гуруҳга тегишли бўлиши эҳтимоллиги $\frac{3}{16}$ га экан.

Кўрсатилган гепотипга эга бўлган ота-оналарни болаларни деярли 56,25% 4 гуруҳга қонга эга бўлар эканлар.

2. онаси (O), отаси (B) гуруҳ қонга эга бўлса боласини турли гуруҳ қонга эга бўлиши эҳтимолликларини топинг.

Ечиш: Онаси бир эҳтимоллик билан aa генотипга, отаси тенг эҳтимоллик билан BB ва Bb генотипга эга бўлади. Болани гинотини ва бундан қон гуруҳига тегишлигини топиш учун, яъни 4-жадвални тузамиз.

Ота оналар генотиплари мажмуаси	Болани мумкин бўлган генотип мажмуаси	Мумкин бўлган қон гуруҳи
------------------------------------	--	-----------------------------

$aa \times \frac{1}{2} BB$	$\frac{1}{2} Ba$	$\frac{1}{2} (B)$
$aa \times \frac{1}{2} Ba$	$\frac{1}{4} Ba + \frac{1}{4} aa$	$\frac{1}{4} (B) + \frac{1}{4} (O)$

Демак туғиладиган болани 1 гуруҳга, яъни (O) типга тегишли эҳтимолини $\frac{1}{4}$ га, 3 гуруҳга, яъни (B) типга тегишли эҳтимолини $\frac{3}{4}$ га тенг экан.

Демак, онаси (O), отаси (B) гуруҳга тегишли бўлса уларни 75% болалари (B) гуруҳ қон билан туғилар экан.

Онаси ва отаси қон гуруҳи	Ота-оналар генотиплари мажмуаси	Болани мумкин бўлган генотип мажмуаси	Мумкин бўлган қон гуруҳлари	Мос қон гуруҳи Эҳтимоли- лиги	% да
A, AB	$\frac{1}{2} AA \times AB$ $\frac{1}{2} Aa \times AB$	$\frac{1}{2} (\frac{AA}{2} + \frac{AB}{2})$ $\frac{1}{2} (\frac{AA}{4} + \frac{AB}{4} + \frac{Aa}{4} + \frac{Ba}{4})$	$\frac{1}{4} (A) + \frac{1}{4} (AB)$ $\frac{1}{8} (A) + \frac{1}{8} (AB) + \frac{1}{8} (A) + \frac{1}{8} (B)$	$P([A]) =$ $\frac{1}{2}$ $P([AB]) =$ $\frac{3}{8}$ $P([B]) =$ $\frac{1}{8}$	$[A]$ 50% $[B]$ 37,5% $[B]$ 12,5%
O, A	$aa \times \frac{1}{2} AA$ $aa \times \frac{1}{2} Aa$	$\frac{1}{2} Aa$ $\frac{1}{4} Aa + \frac{1}{4} aa$	$\frac{1}{2} (A)$ $\frac{1}{4} (A) + \frac{1}{4} (O)$	$P([A]) =$ $\frac{3}{4}$ $P([O]) =$ $\frac{1}{4}$	$[A]$ 75% $[O]$

					25%
A,B	$\frac{1}{2}AA \times \frac{1}{2}BB$	$\frac{1}{4}AB$	$\frac{1}{4}(AB)$	$P([AB]) = \frac{9}{16}$	$[AB]$ 56,25%
	$\frac{1}{2}AA \times \frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{4}\left(\frac{AB}{2} + \frac{Aa}{2}\right)$	$\frac{1}{8}(AB) + \frac{1}{8}(A)$	$P([A]) = \frac{3}{16}$	$[A]$ 18%
	$\frac{1}{2}Aa \times \frac{1}{2}BB$	$\frac{1}{4}\left(\frac{AB}{2} + \frac{1}{2}Ba\right)$	$\frac{1}{8}(AB) + \frac{1}{8}(B)$	$P([B]) = \frac{3}{16}$	$[B]$ 18%
	$\frac{1}{2}Aa \times \frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{4}\left(\frac{AB}{4} + \frac{Aa}{4} + \frac{Ba}{4} + \frac{aa}{4}\right)$	$\frac{1}{16}(AB) + \frac{1}{16}(A) + \frac{1}{16}(B) + \frac{1}{16}(O)$	$P([O]) = \frac{1}{16}$	$[O]$ 6 %
O,O	$aa \times aa$	$\frac{1}{4}(aa+aa+aa+aa)$	(O)	$P([O]) = 1$	100%
A,A	$\frac{1}{2}AA \times \frac{1}{2}AA$	$\frac{1}{4}AA$	$\frac{1}{4}(A)$	$P([A]) = \frac{15}{16}$	$[A]$ 93,75%
	$\frac{1}{2}AA \times \frac{1}{2}Aa$	$\frac{1}{4}\left(\frac{AA}{2} + \frac{Aa}{2}\right)$	$\frac{1}{8}(A) + \frac{1}{8}(A)$	$P([O]) = \frac{1}{16}$	$[O]$ 6,25%
	$\frac{1}{2}Aa \times \frac{1}{2}AA$	$\frac{1}{4}\left(\frac{AA}{2} + \frac{Aa}{2}\right)$	$\frac{1}{8}(A) + \frac{1}{8}(A)$		
	$\frac{1}{2}Aa \times \frac{1}{2}Aa$	$\frac{1}{4}\left(\frac{AA}{4} + \frac{Aa}{4} + \frac{Aa}{4} + \frac{aa}{4}\right)$	$\frac{1}{16}(A) + \frac{1}{16}(A) + \frac{1}{16}(A) + \frac{1}{16}(O)$		
B,B	$\frac{1}{2}BB \times \frac{1}{2}BB$	$\frac{1}{4}BB$	$\frac{1}{4}(B)$	$P([B]) = \frac{15}{16}$	$[B]$ 93,75%
	$\frac{1}{2}BB \times \frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{4}\left(\frac{BB}{2} + \frac{Ba}{2}\right)$	$\frac{1}{8}(B) + \frac{1}{8}(B)$	$P([O]) = \frac{1}{16}$	$[O]$ 6,25%
	$\frac{1}{2}Ba \times \frac{1}{2}BB$	$\frac{1}{4}\left(\frac{BB}{2} + \frac{Ba}{2}\right)$	$\frac{1}{8}(B) + \frac{1}{8}(B)$		
	$\frac{1}{2}Ba \times \frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{4}\left(\frac{BB}{4} + \frac{Ba}{4} + \frac{Ba}{4} + \frac{aa}{4}\right)$	$\frac{1}{16}(B) + \frac{1}{16}(B) + \frac{1}{16}(B) + \frac{1}{16}(O)$		
O,B	$aa \times \frac{1}{2}BB$	$\frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{2}(B)$	$P([B]) =$	$[B]$

	$aa \times \frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{4}Ba + \frac{1}{4}aa$	$\frac{1}{4}(B) + \frac{1}{4}(O)$	$\frac{1}{4}$ $P([O]) =$ $\frac{1}{4}$	75% [O] 25%
AB, B	$AB \times \frac{1}{2}BB$	$\frac{1}{4}AB + \frac{1}{4}BB$	$\frac{1}{4}(AB) + \frac{1}{4}(B)$	$P([AB]) =$ $\frac{3}{8}$	[AB] 37,5%
	$AB \times \frac{1}{2}Ba$	$\frac{1}{2}$ $(\frac{AB}{4} + \frac{Aa}{4} + \frac{BB}{4} + \frac{Ba}{4})$	$\frac{1}{2}(\frac{AB}{4} + \frac{A}{4} + \frac{B}{4} + \frac{B}{4})$	$P([B]) =$ $\frac{4}{8}$ $P([A]) =$ $\frac{1}{8}$	[A] 50% [B] 12,5%

Хулоса: Ота – она қони гуруҳига қараб болани қонини аниқлаш мумкин, шу билан бирга болани қонини аниқлаш имкони бўлмаганда ва қон қўйиш шарт бўлган ҳолда уни қайси гуруҳ қони имконияти катта бўлишини билган ҳолда мос гуруҳ қонини қўйиш мумкин.

Авлодлар қони гуруҳини аниқлаш “занжир” тарзида ўрганиш мумкин.

2.3 ЯҚИН ҚАРИНДОШЛАРНИ ОИЛА ҚУРИШДАГИ ТУҒИЛГАН БОЛАЛАРНИ НУҚСОНЛАРИНИ КЎПАЙИШ ЭҲТИМОЛЛИГИ

Фараз қилайлик P_0 (бошланғич давр) даврдаги GG, Gg, gg, хусусиятга эга бўлган даражалари мавжуд бўлиб, булардан gg ни ўз ичига олмаган даражаларни ажратиб оламиз(қисман селекция) ва буни π_1 биринчи давр деб атаймиз, демак бунда гибрид ва доминант хусусиятлар бор заррачалар қолади. Бунда M ва F ни гибрид ва доминант бўлиш эҳтимоллиги мос равишда

$$Q_1 = \frac{2\sqrt{R_0}}{1+\sqrt{R_0}}; \quad P_1 = 1 - q_1 = \frac{1-\sqrt{R_0}}{1+\sqrt{R_0}}$$

га тенглиги [1] да кўрсатилган, бу ерда R_0 P_0 даги рецессив заррачалар ўлиши эҳтимоллиги. M ва F ни болалари ҳисобланган заррачалар P_1 бўлиб, бундаги заррачалар уччала хусусиятга эга бўлади, заррачаларни доминант, дурагай, рецессив бўлиш эҳтимолликлари P_0 да, жинсга боғлиқ бўлмаган ҳолда, тенг деб олинади, яъни D ва S ларни хусусиятга эга бўлиши ўзаро тенг.

π_2 да D ва S чатишиб учала хусусиятни шаклантирган заррачаларни ҳосил қилади, буни Π_2 деб белгилаймиз, бунда D ни дурагай S эса рецессив хусусиятли заррачаларни ажратиб олиб, уларни π_3 деб белгилаймиз (қисман селекция).

Қуйидаги масалани ечамиз. Панмекция шарти остида D ва S ни болаларини рецессив (gg) бўлиш эҳтимоллигини R_z ни ҳисоблаймиз. Шартга кўра D: Gg ва S:Gg, gg хусусиятга эга.

Демак, (M:GG) (F:gG), (M:gG) (F:GG), (M:gG)(F:gG) лигидан

$$R_z = P(z=gg)=P \{ (M:GG) \cdot (F:Gg) (D:Gg) (S:Gg) (z:gg) + (M:gG) (F:Gg) (D:Gg) (S:Gg) (z:gg) + (M:gG) (F:GG) (D:Gg)(S:Gg)(z:gg)/M,F,S,D: \overline{gg} \} + (M:gG)(F:Gg)(D:Gg)(S:gg)(z:gg)/M,F,D: \overline{gg} \} \quad (4.2.7)$$

Бу ерда M,F,S,D: \overline{gg} ифода M,F,S,D ларни бирортасини ҳам рецессив эмаслигини билдиради. Бизга маълумки, ота оналарни генетик хусусиятлари ўзаро боғлиқсизлигини ҳисобга олсак, кўпайтириш ва кўшиш формуласига кўра

$$P \{ (M:GG) \cdot (F:Gg) (D:Gg) (S:Gg) (z:gg) + (M:gG) (F:Gg) (D:Gg) (S:Gg) (z:gg) + (M:gG) (F:GG) (D:Gg)(S:Gg)(z:gg)/M,F,S,D: \overline{gg} \} = P(M:GG)P(F:Gg)P(D:Gg/(M:GG)(F:Gg))P\{S:Gg/(M:GG)(F:Gg)\}P\{z:gg/(D:Gg)(S:Gg)\} + P(M:gG)P(F:Gg)P\{D:Gg/(M:gG)(F:Gg)P\{S:Gg/(M:gG)(F:Gg)P\{z:gg/(D:Gg)(S:Gg)\} + P(M:gG)P(F:GG)P\{D:Gg/(M:gG)(F:GG)\}P\{S:Gg/(M:gG)(F:GG)\}P\{z:gg/(D:Gg)(S:Gg)\} = \frac{R_0}{4(1+\sqrt{R_0})^2} \left(\frac{1}{\sqrt{R_0}} + \frac{7}{9} \right) \quad (4.2.8)$$

Худди шундай S рецессив бўлган ҳолда,

$$P\{ (M:gG)(F:Gg)(D:Gg)(S:gg)(z:gg)/M,F,S,D: \overline{gg} \} = P(M:gG)P(F:Gg)P\{D:Gg/(M:gG)(F:Gg)P\{S:gg/(M:gG)(F:Gg)\}P\{z:gg/(D:Gg)(S:gg)\} = q'q'' \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = q^2 \cdot \frac{1}{16} = \frac{R_0}{4(1+\sqrt{R_0})^2} \quad (4.2.9)$$

Натижада (4.2.7) - (4.2.9) дан

$$R_{z_1} = \frac{R_0}{4(1+\sqrt{R_0})^2} \left(\frac{1}{\sqrt{R_0}} + \frac{7}{9} \right) + \frac{4R_0}{16(1+\sqrt{R_0})^2} = \frac{R_0}{4(1+\sqrt{R_0})^2} \left(\frac{1}{\sqrt{R_0}} + \frac{7}{9} + 1 \right) = \frac{R_0}{4(1+\sqrt{R_0})^2} \left(\frac{1}{\sqrt{R_0}} + \frac{16}{9} \right)$$

бўлади.

Агар $R_0 = \frac{1}{9}$ деб қабул қилсак,

$$R_{z_1} = P(z = gg / M, F, D : \overline{gg}) = \frac{43}{576} \quad (4.2.10)$$

$$R_{z_2} = P(z = gg / M, F, D, S : \overline{gg}) = \frac{34}{576} \quad (4.2.11)$$

Демак, (4.2.10) ва (4.2.11) дан F ва D ни ўғли S рецессив ёки дурагай бўлса, уларни невараларини рецессив бўлиш эҳтимоллиги 21% га кўпаяр экан. Худди шундай D ва S ўрнини алмаштирганда ҳам натижа бир хил чиқади.

Биз кўрган масалада бувиси, бобоси соғлом, лекин фарзандларининг бири қизи ёки ўғли касал. Туғилажак фарзанднинг касал туғилиши фарзандлари касал бўлмаган ҳолда набирасини касал туғилишига нисбатан 79% га кўпайишини кўриш мумкин.

Ишни кенг маънода қараш керак, яъни M, F, D, S, z лар фақат инсонни назарда тутмасдан хайвонлар учун ҳам ўринлидир.

2.4 СЕЛЕКЦИЯСИЗ ПАНМЕКСИЯ БЎЛГАН ҲОЛДА УЧ ЖУФТ ҲУСИЯТГА ЭГА БЎЛГАН АВЛОДЛАР КЕТМА -КЕТЛИГИ

Фараз қилайлик Gg, Hh, Aa уч жуфт генлар мавжуд бўлсин ва булар ҳар бир индивидумдаги жинсга боғлиқ бўлмасин. Авлодлар кетма-кетлигида селекция иштирок этмасин. Бир жуфт генлар бўлган ҳолда бир неча авлоддан сўнг генетик нусхаларнинг тақсимоти стабиллашади (қ. [1]).

Агар икки жуфт генлар бўлса, у ҳолда иккинчи авлоддан бошлаб генетик нусхаларнинг тақсимоти барқарорлашиши мумкин ёки лимитга эга бўлади.

Умумийликка зиён келтирмаслик учун уччала жуфтни уланувчи бўлади деб қараймиз.

W билан хромасом жуфтликлар g, G, h, H, A, a генлар орасида бўлиниш эҳтимоллигини белгилаймиз, хусусан $W \equiv 1$ бўлса битта хромасомда фақат битта геннинг ётишини ифодалайди, яъни уланмайдиган ҳолат содир бўлади.

Бундай схемада 36 та турли генотип ҳосил бўлади:

$$T_1 \equiv gg, hh, aa, \quad T_2 \equiv gg, hh, AA, \quad T_3 \equiv gg, hh, aA, \quad T_4 \equiv gg, hH, AA \dots$$

$$T_{12} \equiv gg, hH, Aa, \quad T_{24} \equiv Gg, hH, Aa, T_{35} = GG, Hh, Aa \quad T_{36} = GG, hH, Aa$$

Фараз қилайлик, бошланишда T_i , $i \equiv \overline{1,36}$ хусусиятга эга бўлган индивидумлар берилган бўлсин. P_i билан M онанинг T_i хусусиятга, F отанинг g_i хусусиятга эга бўлиши эҳтимоллигини белгилаймиз.

Ихтиерий индивидумнинг n -чи даврда T_i хусусиятга эга бўлиш эҳтимоллиги $P_n(i)$ билан ифодаланса бу эҳтимоллик ота ва онанинг кейинги авлодда T_i хусусиятга эга бўлишини ҳам билдиради.

Қуйиладиган масала $P_n(i)$ ни ҳисоблашдан иборат.

X_1 ва Y_1 билан биринчи авлодни ҳосил килувчи она ва оталар C боласига узатадиган хужайраларни белгилаймиз, у ҳолда X_1 ва Y_1 лар мос равишда қуйидаги 8 та генлар

$$x_1 \equiv gha, \quad x_2 \equiv ghA, \quad x_3 \equiv gHa, \quad x_4 \equiv gHA, \quad x_5 \equiv Gha, \quad x_6 \equiv GhA, \quad x_7 \equiv GHa, \quad x_8 \equiv GHA, \quad (4.2.12)$$

нинг биттадан C га узатади. Натижада T_i лар X_1, Y_1 лар узатган хусусиятдан ҳосил бўлади: $T_i \equiv (x_i, x_j)$, $i, j \equiv \overline{1,8}$ Хусусан

$$T_1 \equiv (x_1, x_1), T_2 \equiv (x_1, x_2), T_7 \equiv (x_4, x_4), T_8 \equiv (x_3, x_3), \\ T_6 \equiv (x_6, x_6), T_{31} \equiv (x_8, x_8), T_{32} \equiv (x_7, x_7), T_{26} \equiv (x_5, x_5)$$

лар бир хил жуфтлардан тузилган бўлади, қолган T_i лар x_i, x_j , $i \neq j$ комбинациялардан иборат, бу ҳолда C $T_k \equiv (x_i, x_j)$ хусусиятни онасидан x_i сени отасидан x_j сени олади.

x' ва x'' билан (4.2.12) ни турли хил хусусиятни ифодаласин, у ҳолда $T_i \equiv (x', x')$ учун

$$P(C : T_i / (M : T_m)(F : T_n)) \equiv P(X_1 : x' / (M : T_m))P(Y_1 : x' / F : T_n), \quad (4.2.13)$$

$T_i \equiv (x', x'')$ учун

$$P(C : T_i / (M : T_m)(F : T_n)) \equiv P(X_1 : x' / M : T_m) \cdot P(Y_1 : x'' / F : T_n) + \\ P(X_1 : x'' / M : T_m)P(Y_1 : x' / F : T_n), \quad n, m \equiv \overline{1,36}, \\ (4.2.14)$$

бу ерда $P(C:T_i/(M:T_m)(F:T_n))$ билан M - онанинг T_m хусусиятга, F - онанинг T_n хусусиятга эга бўлган ҳолда C - боласининг T_i хусусиятга эга бўлиш эҳтимоллигини билдиради. У ҳолда кўпайтириш ва кўшиш теоремасига кўра $T_i, i \equiv 1, 2, 7, 8, 25, 26, 31, 32$ учун

$$\begin{aligned}
 P_1(i) &\equiv \sum_{m=1}^{36} \sum_{n=1}^{36} P\{(M:T_m)(F:T_n)(C:T_i)\} \equiv \sum_{m=1}^{36} \sum_{n=1}^{36} p_m q_n P\{C:T_i/(M:T_m)(F:T_n)\} \equiv \\
 &\equiv \sum_{m=1}^{36} p_m P(x_1 : x' / M:T_m) \cdot \sum_{n=1}^{36} q_n P(y_1 : x' / F:T_n) \\
 (4.2.15)
 \end{aligned}$$

ҳосил бўлади.

$$\begin{aligned}
 &T_i \text{ нинг қолган } x', x'' \text{ аралаш комбинациялари учун} \\
 P_1(i) &\equiv \sum_{m=1}^{36} p_m P\{X_1 : x' / M:T_m\} \cdot \sum_{n=1}^{36} q_n P\{Y_1 : x'' / F:T_n\} + \sum_{m=1}^{36} p_m P\{X_1 : x'' / M:T_m\} \cdot \sum_{n=1}^{36} q_n P\{Y_1 : x' / F:T_n\} \\
 (4.2.16) &\text{ ўринлидир.}
 \end{aligned}$$

(4.2.15) даги биринчи йигинди $P\{X_1 : x'\}$ га иккинчи йигинди $P\{Y_1 : x'\}$ га тенгдир X_1 ва Y_1 учун барча эҳтимолликлар (4.2.12) даги 8та комбинациялардан иборат, бу эҳтимолликларни мос равишда A_i ва a_i билан белгилаймиз, $i \equiv \overline{1, 8}$.

Хусусан X_1 учун

$$\begin{aligned}
A_1 &\equiv P\{x_1 : gha\} \equiv p_1 + \frac{1}{2}p_3 + \frac{1}{2}p_5 + \frac{1}{2}p_6\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{4}p_{10} + \frac{w}{4}p_{11} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{w}{2}\right)p_{12} + \frac{1}{2}p_{14} + \\
&+ \frac{1}{4}p_{15} + \frac{1}{4}p_{17} + \frac{1}{4}p_{18}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{22} + \frac{w}{8}p_{23} + \frac{1}{4}p_{24}\left(1 - \frac{w}{2}\right) \\
A_2 &\equiv P\{x_1 : ghA\} \equiv p_2 + \frac{1}{2}p_3 + \frac{1}{2}p_4 + \frac{w}{4}p_6 + \frac{1}{2}p_{10}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{2}p_{11}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{4}p_{12} + \frac{1}{2}p_{13} + \frac{1}{4}p_{15} + \\
&+ \frac{1}{4}p_{16} + \frac{1}{4}p_{18}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{22} + \frac{1}{4}p_{23}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{24}, \\
A_3 &\equiv P\{x_1 : gHa\} \equiv \frac{1}{2}p_5 + p_8 + \frac{1}{2}p_9 + \frac{w}{4}p_6 + \frac{1}{2}p_{10}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{2}p_{11}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{4}p_{12} + \frac{1}{4}p_{17} + \frac{w}{8}p_{18} + \\
&\frac{1}{2}p_{20} + \frac{1}{4}p_{21} + \frac{1}{4}p_{22}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{23} + \frac{1}{4}p_{24}\left(1 - \frac{w}{2}\right), \\
A_4 &\equiv P\{x_1 : gHA\} \equiv \frac{1}{2}p_4 + \frac{1}{2}p_6\left(1 - \frac{w}{2}\right) + p_7 + \frac{1}{2}p_9 + \frac{w}{4}p_{10} + \frac{w}{4}p_{11} + \frac{1}{2}p_{12}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{4}p_{16} + \frac{w}{8}p_{18} + \\
&+ \frac{1}{2}p_{19} + \frac{p_{21}}{4} + \frac{1}{4}p_{22}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{4}p_{23}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{24}, \\
A_5 &\equiv P\{x_1 : Gha\} \equiv \frac{1}{2}p_{14} + \frac{1}{4}p_{15} + \frac{1}{4}p_{17} + \frac{w}{8}p_{18} + \frac{1}{4}p_{22}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{4}p_{23}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{24} + p_{26} + \\
&\frac{1}{2}p_{27} + \frac{1}{2}p_{29} + \frac{1}{2}p_{30}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{4}p_{34} + \frac{w}{4}p_{35} + \frac{1}{2}p_{36}, \\
A_6 &\equiv P\{x_1 : GhA\} \equiv \frac{1}{2}p_{13} + \frac{1}{4}p_{15} + \frac{1}{4}p_{16} + \frac{1}{4}p_{18}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{21} + \frac{1}{4}p_{23}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{24} + p_{25} + \\
&+ \frac{1}{2}p_{27} + \frac{1}{2}p_{28} + \frac{w}{4}p_{30} + \frac{1}{2}p_{34}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{2}p_{35}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{4}p_{36}, \\
A_7 &\equiv P\{x_1 : GHA\} \equiv \frac{1}{4}p_{17} + \frac{w}{8}p_{18} + \frac{1}{2}p_{20} + \frac{1}{4}p_{21} + \frac{1}{4}p_{22}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{8}p_{23} + \frac{1}{4}p_{24}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{2}p_{29} + \\
&+ \frac{w}{4}p_{30} + p_{32} + \frac{1}{2}p_{33} + \frac{1}{2}p_{34}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{2}p_{35}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{w}{4}p_{36}, \\
A_8 &\equiv P\{x_1 : GHA\} \equiv \frac{1}{4}p_{16} + \frac{1}{4}p_{18}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{2}p_{19} + \frac{1}{4}p_{21} + \frac{w}{8}p_{22} + \frac{w}{8}p_{23} + \frac{1}{4}p_{24}\left(1 - \frac{w}{2}\right) + \frac{1}{2}p_{28} + \\
&+ \frac{1}{2}\left(1 - \frac{w}{2}\right)p_{30} + p_{31} + \frac{1}{2}p_{33} + \frac{w}{4}p_{34} + \frac{w}{4}p_{35} + \frac{1}{2}p_{36}\left(1 - \frac{w}{2}\right)
\end{aligned}$$

(4.2.17) бўлади. Худди шундай Y_1 учун ҳам a_i ларни ёзиш мумкин, бунда p_i ўрнига q_i келади.

Бевосита ишонч ҳосил қилиш мумкинки $\sum_{i=1}^8 A_i \equiv 1, \sum_{i=1}^8 a_i \equiv 1$, чунки

$$\sum_{i=1}^{36} p_i \equiv \sum_{i=1}^{36} q_i \equiv 1.$$

Навбатда (4.2.15) ва (4.2.17) дан $P_1(T_i)$ ларни айримлари учун

$$P_1(1) \equiv A_1 a_1,$$

$$P_1(2) \equiv A_2 a_2,$$

$$P_1(3) \equiv A_1 a_2 + A_2 a_1,$$

$$P_1(4) \equiv A_2 a_4 + A_4 a_2,$$

.....

$$P_1(31) \equiv A_8 a_8,$$

$$P_1(33) \equiv A_7 a_8 + A_8 a_7,$$

$$P_1(34) \equiv \frac{1}{4} A_7 a_6 + \frac{1}{4} A_6 a_7 + \frac{1}{4} A_8 a_5 + \frac{1}{4} A_6 a_8,$$

$$P_1(35) \equiv \frac{1}{4} A_6 a_7 + \frac{1}{4} A_7 a_6 + \frac{1}{4} A_8 a_5 + \frac{1}{4} A_5 a_8,$$

$$P_1(36) \equiv \frac{1}{4} A_6 a_7 + \frac{1}{4} A_7 a_6 + \frac{1}{4} A_8 a_5 + \frac{1}{4} A_5 a_8,$$

Маълумки одам қони таркиби уч хил ҳусусият орқали аниқланади. Демак ота ва она уч жуфт ҳусусиятга эга бўлса болаларнинг мос равишда T_i ҳусусиятга эга бўлишини ҳисоблаш мумкин.

Ишни иккинчи қисмида $P_n(i) \ i \equiv \overline{1,36}$ эҳтимолликни ҳисоблаймиз.

V боб. Асосий мақсадимиз-Ватанимиз тараққиёти ва халқ фаровонлигини янада юксалтиришдир

Иқтисодиётнинг изчил ва барқарор ривожланишини таъминлашда келгуси давр учун пухта ва ҳар томонлама асосланган чора-тадбирлар, муҳим вазифа ва йўналишлар, турли даражалардаги иқтисодий тараққиёт дастурларнинг ишлаб чиқилиши ва аниқ белгилаб олиниши муваффақият гарови ҳисобланади. Айни пайтда, босиб ўтилган йўл – олдинги даврдаги эришилган ютуқ ва натижаларни танқидий баҳолаш орқали тегишли хулосалар чиқариш, улар асосида ижтимоий-иқтисодий ривожланиш дастурларини янада такомиллаштириб бориш ҳам муҳим аҳамият касб этади.

Ушбу қоида айниқса, ҳозирги шароитда янада долзарб аҳамият касб этмоқда. Чунки, 2008 йилда бошланган ва 2009 йилда жаҳоннинг кўплаб мамлакатлари иқтисодиётига сезиларли таъсир кўрсатган глобал молиявий-иқтисодий инқироз салбий таъсир оқибатларининг олдини олиш турли даражалардаги ижтимоий-иқтисодий жараёнларни амалга оширишда ўзига хос изчилликни, хатти-ҳаракатларнинг ҳар томонлама ўйланганлиги ва асосланганлигини, туб ислоҳотларни амалга оширишнинг босичма-босқичлигини, режа ва мақсадларга томон ҳаракатдаги собитқадамликни тақозо этади. Мамлакатимизда чуқурлашган жаҳон-молиявий инқирози шароитларида барқарор ўсиш суръатларининг сақланиб қолиши эса танланган мустақил тараққиёт йўлимиз ва унга кўра амалга оширилаётган иқтисодий сиёсатимизнинг нечоғлиқ тўғри эканлигини яна бир бор тасдиқламоқда.

Ушбу масалаларнинг кенг таҳлили ҳамда уларни янада чуқурроқ ҳал этиш борасида шу йилнинг 29 январида Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2009 йилнинг асосий якунлари ва 2010 йилда Ўзбекистонни ижтимоий-иқтисодий ривожлантиришнинг энг муҳим устувор йўналишларига бағишланган мажлисида Президентимиз Ислон Каримов маъруза қилди. Унда мамлакатни ривожлантириш, янгилаш, модернизация қилишнинг тўғри танланган стратегияси, қабул қилинган 2009-2012 йилларга мўлжалланган Инқирозга қарши чоралар дастурини бажариш борасида ўтган йилда куч ва

имкониятларнинг сафарбар қилиниши туфайли глобал инқирознинг оқибатлари ва таҳдидларига нафақат бардош беришга, балки иқтисодий ва ижтимоий ривожлантиришнинг барқарор суръатларини таъминлашга муваффақ бўлинганлиги қайд этилди.

Шунингдек, 2010 йилда мамлакатимизни ижтимоий-иқтисодий ривожлантиришнинг қуйидаги энг муҳим устувор вазифалари ва йўналишлари белгилаб берилди:

1)Ислоҳотларни давом эттириш ва чуқурлаштириш, мамлакатимизни янгилаш ва модернизация қилиш, 2009-2012 йилларга мўлжалланган Инқирозга қарши чоралар дастурини сўзсиз бажариш ва шу асосда иқтисодий ривожланишнинг юқори ва барқарор суръатларини, самарадорлигини ҳамда макроиқтисодий мувозанатни таъминлаш;

2)Банк-молия тизимининг барқарорлигини таъминлаш;

3)Мамлакатимизнинг рақобатдошлигини оширишни таъминлаш учун иқтисодиётни таркибий ўзгартириш жараёнларини чуқурлаштириш сиёсатини давом эттириш;

4)Асосий етакчи соҳаларни модернизация қилиш, техник ва технологик янгилаш, транспорт ва инфратузилма коммуникацияларини ривожлантиришга қаратилган стратегик аҳамиятга молик лойиҳаларни амалга ошириш учун фаол инвестиция сиёсатини олиб бориш;

5)Қишлоқда уй-жой қуриш ва ижтимоий инфратузилмани ривожлантиришни жадаллаштириш;

6)Аҳоли бандлигини таъминлаш, шу тариқа одамларнинг даромадини янада ошириш ва ҳаёт сифатини юксалтириш масалаларини ҳал этиш;

7)2010 йил - “Баркамол авлод йили” Давлат дастурини амалга ошириш.

Ундан ташқари Ўзбекистон иқтисодий ривожланишининг юқори ва барқарор суръатларини, самарадорлигини ҳамда макроиқтисодий мувозанатни таъминлаш, банк-молия тизимининг барқарорлигини ошириш, стратегик аҳамиятга молик лойиҳаларни амалга ошириш учун фаол инвестиция сиёсатини олиб бориш, ҳалқимизнинг ҳаёт даражаси ва фаровонлигини янада ошириш

борасидаги вазифаларни тўлиқ ва самарали амалга ошириш энг аввало жамиятимиз аъзолари томонидан уларнинг мазмун-моҳиятини теран ва чуқур англаб етилишини тақозо этади. Айниқса, 2010 йилни “Баркамол авлод йили” деб номланиши ҳамда бу борадаги махсус Давлат дастурининг ишлаб чиқилиши ёшларнинг жисмоний ва маънавий соғлом ўсиши, уларнинг энг замонавий интеллектуал билимларга эга бўлган, уйғун ривожланган инсонлар бўлиб етиши йўлида барчамиздан аниқ мақсадга йўналтирилган савий-ҳаракатларни талаб этади.

Ўзбекистон бугун халқаро ҳамжамиятнинг ва глобал молиявий-иқтисодий бозорнинг ажралмас таркибий қисми ҳисобланаётган бир даврда, унинг иқтисодиёт тармоқларини модернизация қилиш, соҳаларни техник ва технологик қайта жиҳозлаш ва жаҳон стандартларига мос маҳсулотлар ишлаб чиқариш учун мутахассис кадрларни янги талаблар ва услублар асосида тайёрлаш, уларга замонавий билимларни бериш долзарб масалалардан биридир.

Шундай экан, Ўзбекистон ёш, ривожланаётган мамлакатлар ичида биринчилардан бўлиб таълим тизимини ислоҳ қилишга киришди ва Республикамизда кадрлар тайёрлаш “Миллий дастур”и ва “Таълим тўғрисидаги” қонунлар қабул қилинди.

“Таълим тўғрисида”ги қонун, Президентимизнинг “Ўзбекистон ХХІ асрга интиломда” китоби, Олий мажлиснинг биринчи сессиясида қилган маърузаларидан келиб чиқиб, республикамизда касблар йўналиши бўйича мутахассис кадрлар тайёрлашга алоҳида эътибор берилмоқда.

Бу соҳада, яъни кадрлар тайёрлаш ва таълим самарадорлигини оширишда бир қатор лойиҳалар, иқтисодий таълим ислохотлари амалга оширилмоқда. Ўзбекистон Республикаси Президенти И.А.Каримовнинг кишиларнинг умумтаълим ва профессионал малака даражасини ошириш, янги талаблар асосида кишиларнинг саводхонлигини ошириш, узлуксиз таълим тизимини жорий қилиш борасидаги ташаббуслари негизида иқтисодий соҳаларда етук

мутахассислар ва рақобатбардош кадрлар тайёрлаш орқали тармоқлардаги ўсиш параметрларининг яхшиланишига эришилмоқда.

Маълумки, узлуксиз ва узвийлик таълим тизимида ортиқча такрорийликка чек қўйиб, энг аввало, жамиятнинг маънавий ва интеллектуал салоҳиятини кенгайтиради, қолаверса, давлатнинг ижтимоий ва илмий–техник тараққиётини такомиллаштириш омили сифатида ишлаб чиқаришнинг барқарор ривожланишини таъминлайди. Педагогик технологияларнинг ривожланиши ва уларнинг ўқув – тарбия жараёнига кириб келиши оқибатида, шунингдек ахборот технологияларининг тез алмашинуви ва такомиллашуви жараёнида ҳар бир инсон учун ўз касбий тайёргарлигини, маҳоратини кучайтириш имконияти яратилди.

Таълимнинг барча босқичларига оид умумий педагогик ва дидактик талаб талаба (ёки ўқувчи)нинг дастурий билим, тасаввур ва кўникмалари асосида мустақил ишлаш самарадорлигини такомиллаштириш, илмий фикрлашга, ўқув фанига қизиқишни кучайтириш, касбий билимларини фаоллигини оширишдан иборатдир. Иқтисодий таълимда педагогика тажрибаси, замонавий педагогик технологияларининг талаба (ёки ўқувчи)ларни фанларга қизиқтиришга, уларнинг мустақил ишлашда фаолликларини оширишда имконияти чексиз эканлиги тасдиқланмоқда.

Таълимнинг бугунги вазифаси ўқувчиларни кун–сайин ошиб бораётган ахборот–таълим муҳити шароитида мустақил фаолият кўрсата олишга, ахборот оқимидан оқилна фойдаланишга ўргатишдан иборатдир. Бунинг учун уларга узлуксиз равишда мустақил ишлаш имконияти ва шароитини яратиб бериш зарур. Айтиш лозимки, таълим соҳаси жамият ҳаётининг иқтисодий соҳасида ўзига хос муҳим аҳамият касб этса, таълим фаолияти эса, жамият иқтисодий ривожланишининг муҳим бир бўлаги ҳисобланади. Шу сабабли, иқтисодий таълим жараёнини технологиялаштириш, аниқ вазифаларни қўйган ҳолда, дарс машғулотларининг усул ва воситаларини тўғри танлаш орқали шахснинг интеллектуал салоҳияти ва ижодий қобилиятини ривожлантириш, жамиятдаги

хар бир фуқаронинг иқтисодий билим ва малакасини ошириш, тезкор таълим учун шарт-шароит яратиш мумкин.

Иқтисодий таълим-тарбия кишиларнинг иқтисодий тафаккури, ахлоқий ва ишчанлик сифатларини, тадбиркорлик кўникмаларини ривожлантириш, ижтимоий фаоллигини оширишга имкон беради; иқтисодий таълим-тарбия натижасида уларда ташаббускорлик, тежамкорлик, жамоат мулкига эҳтиёткорлик билан муносабатда бўлиш кўникмалари шаклланади, ўз-ўзига талабчанлик ва масъулият ҳисси ортади. Иқтисодий тарбия натижасида технологик жараёнлар ва жиҳозларнинг янгиланиши, юқори сифатли маҳсулотлар тайёрлаш, шахсий муваффақият ва фаровонликка олиб келади.

Энди айрим соҳаларда эришилган ютуқларни айтиб ўтсак. Молий-банк тизимини мустаҳкамлаш борасида эришилган натижаларга тўхталсак. Бугунги кунда мамлакатимизда 30 та акциядорлик тижорат банк фаолият кўрсатиб, шундан 3 таси давлат банклари, 13 таси акциядорлик тижорат банклари, 9 таси хусусий банклар, 5 таси хорижий капитал иштирокидаги банклар ҳисобланади. Бугунги кундаги натижаларга кўра тижорат банклари кредитлари ҳажми 2,2 марта, депозитлари ҳажми 5,2 марта, умумий капитал 3,2 марта ошди. Ҳозирда банкларнинг умумий активлари аҳоли ва юридик шахслар ҳисоб рақамидаги маблағлар миқдоридан 2 баробардан ҳам ортиқроқдир. Фақат ўтган йилнинг ўзида аҳоли омонатлари миқдори 1,7 баробар ошди. Жами кредит портфелининг 84 фоизи ички манбалар ҳисобидан шакллантирилган. Ташқи қарзлар аксарият ҳолларда узоқ муддатга, фақат иқтисодиётнинг стратегик тармоқларини модернизация қилиш, кичик бизнес ва хусусий тадбиркорлик субъектларини қўллаб қувватлаш бўйича инвестиция лойиҳаларини молиялаш учун жалб қилинмоқда.

Энг қизиғи шундаки,

-тадбиркорлик фаолиятини бошлаш учун 18 ойгача муддатга бериладиган энг кам иш ҳақининг 200 баробари миқдоридаги имтиёзли микрокредитлар бўйича максимал ставкани йиллик 5% дан 3% га,

-кичик бизнес субъектлари фаолиятини кенгайтириш ва айланма маблағларини тўлдириш учун 24 ойгача муддатга бериладиган энг кам иш ҳақининг 500 баробари миқдордаги микрокредитлар бўйича Марказий банк томонидан қайта молиялаштириш ставкасининг 100%идан 50%ига,

-кичик бизнес субъектлари учун 3 йилгача муддатга бериладиган энг кам иш ҳақининг 2000 баробари миқдордаги имтиёзли микролизинг хизматлари бўйича максимал ставкани йиллик 7%дан 5% га туширилди.

Реал сектор корхоналарини қўллаб қувватлашда ишлаб чиқаришни модернизация қилиш, кооперация алоқаларини кенгайтириш, мустаҳкам ҳамкорликни йўлга қўйиш, мамлакатимизда ишлаб чиқарилган корхоналарнинг барча ресурслардан самарали фойдаланиши ҳисобига маҳсулот таннархини 20%дан кам бўлмаган миқдорда пасайтириш орқали уларнинг рақобатбардошлигини таъминлаш вазифаси ҳам белгилаб берилган эди. Республикамиз бўйича маҳсулотлар таннархини 2079,5 миллиард, сўмга ёки 20,38% га қисқартиришга эришилган.

Корхоналарни қўллаб қувватлашдаги муҳим тадбирлар сифатида қуйидагиларни айтиш мумкин. Қарздор корхоналарни қарзини қайта кўриб чиқиш, тўлаш имкониятларини топиш ёки қарзларни умумий рўйхатдан чиқариш. 50 та корхонанинг бюджет ва бюджетдан ташқари жамғармаларга тўловлар бўйича муддати ўтган ҳамда жорий кредитор қарздорлиги қайта кўриб чиқилди. Бу мазкур корхоналар тасарруфида 350 миллиард сўмдан ортиқ маблағни қолдириш, уларни ишлаб чиқариш фаолиятини ривожлантириш имконини берди. Ундан ташқари узоқ давр мобайнида сифатсиз маҳсулот ишлаб чиқарган, эскирган техник ва технология асосида зарар кўриб ишлаётган корхоналарни банкрот деб эълон қилиш ва молиявий хўжалик фаолиятини таркибий ўзгартириш орқали қайта тузиш бу борадаги энг тўғри ва самарали ечим ҳисобланади.

Мамлакатимизда таркибий ўзгаришларни изчил амалга оширишда қулай инвестиция муҳитининг яратилгани асосий омил бўлиб келмоқда. 2008 йилда иқтисодиётни ривожлантириш учун барча молиявий манбалар ҳисобидан 6,4

миллиард АҚШ доллари миқдорида инвестиция жалб этилди. Бу 2007 йил билан таққослаганда, 28,3 фоизга кўп бўлиб, ялпи ички маҳсулотга нисбатан инвестициялар ҳажми 23 фоизни ташкил этди.

Ўзлаштирилган барча инвестицияларнинг 50 фоизга яқини ишлаб чиқаришни модернизация қилиш ва техник қайта жиҳозлашга йўналтирилганини таъкидлаш даркор.

Кейинги йилларда Ўзбекистон иқтисодиётига киритилаётган хорижий инвестициялар ҳажмининг изчил ва барқарор ўсиб бораётгани эътиборга сазовордир. 2008 йилда 1 миллиард 700 миллион АҚШ доллари миқдоридаги хорижий инвестициялар ўзлаштирилди. Бу 2007 йилдагига нисбатан 46 фоиз кўп демакдир. Энг муҳими, хорижий инвестицияларнинг 74 фоизини тўғридан-тўғри инвестициялар ташкил этди. Жаҳон инқирози давом этаётганига қарамасдан, 2009 йилда мамлакатимиз иқтисодиётига жалб этиладиган хорижий инвестициялар ҳажми 1 миллиард 800 миллион долларга кўпаяди, бунинг тўртдан уч қисми тўғридан-тўғри инвестициялардир.

Шуни мамнуният билан таъкидлаш керакки, ўзлаштирилган барча инвестицияларнинг қарийб 54 фоизини корхоналар ва аҳоли маблағлари ташкил этади. Бу мамлакатимизда солиқ юқини камайтириш ва хўжалик юритувчи субъектларнинг инвестиция фаоллигини рағбатлантириш бўйича олиб борилаётган солиқ сиёсати қанчалик тўғри эканини яна бир бор тасдиқлайди..

«Инвестициялар» атамаси лотин тилидаги «invest» сўзидан келиб чиққан бўлиб, пул сарф қилмоқ, қўймоқ маъносини англатади. Инвестиция фаолияти субъектлари инвестиция лойиҳаларининг барча қатнашчилари: инвесторлар, буюртмачилар, ишни бажарувчилар, инвестиция фаолияти объектларидан фойдаланувчилар, таъминотчилар, банк, суғурта ва воситачи ташкилотлар, инвестиция биржалари ва бошқалар ҳисобланади.

Демак, инвестиция бу пул тушунчаси деган тор маънодаги фикрда тўхталмаслигимиз керак экан. Инвестицияни содда ҳолатда куйидагича

тушуниш мумкин: бирор дастур ишлаб чиқилса ва шу дастур қандайдир фойда келтирса, демак бу инвестиция.

Мамлакатимизда инвестицияларни жалб этишда аввало ички манбаларни сафарбар этишга устувор аҳамият қаратилмоқда. Чунки ички манбаларнинг тўлиқ сафарбар этилиши, бир томондан мавжуд иқтисодий ресурслардан тежамли ва оқилона фойдаланишни таъминласа, бошқа томондан, инвестицияларни самарадорлигини оширади. Буни мувафаққиятли амалга ошириш мақсадида инвестиция дастури ишлаб чиқилди.

Инвестиция дастури – республика иқтисодиётини барқарор ва тадрижийривожлантиришга эришишга табиий, минерал- хом ашё, молиявий моддий ва меҳнат ресурсларидан оқилона фойдаланиш йўли билан республика айрим тармоқлари ва минтақаларини таркибий ўзгартиришнинг асосий устуворликларини ва стратегик вазифаларини амалга оширишга йўналтирилган, бир-бири билан ўзаро боғланган чора тадбирлар комплекси. Наманган шаҳридаги енгил автомобиллар учун бутловчи қисмлар ишлаб чиқариш заводи объекти қурилиши охирига етказилди. Бу лойиҳа енгил автомобиллар учун фара ва чироқлар ишлаб чиқаришга мулжалланган. Яна Наманган туманида 2 та (МТП Текстил ва ХК нинг 1-навбати), Чортоқ туманида 1 та (Дайхан-текстил), Уйчи туманида 2 та(Халал чикен энд ЕГГС МЧЖ ва Мегатекстил) янги ишлаб чиқариш объектларини фойдаланишга топширилди ва хоказо.

Республикаимизда умумий фойдаланишдаги автомобил йўлларининг 51% и маҳаллий аҳамиятдаги, 40% и давлат аҳамиятидаги йўллар ҳисобланади. 2009 йилда 217 километрлик автомобил йўли фойдаланишга топширилди 538 километр йўл ва 19 та кўприк капитал таъмирланди.

Мамлакатимизда қишлоқларимиз қиёфасини ўзгартириш, агросаноат мажмуида олиб борилаётган ислохотларни чуқурлаштириш, қишлоқ аҳолисининг ҳаёт даражаси, ижтимоий-сиёсий ва маданий савиясини ошириш мустақилликнинг биринчи йилларидан бошлаб эътиборимиз марказида бўлган

масала ҳисобланади. Бу дастур 105 та бандни ўз ичига олувчи 9 та бўлимдан иборат.

Биринчи навбатда уй-жой ва ижтимоий объектлар қурилишига катта эътибор қаратилди. Қурилиш материалларининг маҳаллий шароитларда ишлаб чиқарилиши, уларга берилган имтиёзлар натижасида қурилиш материаллари таннарини сезиларли даражада пасайганлиги ва энг муҳими, қурилиш материалларини сотиб олишда имтиёзли нархларнинг белгиланиши ўз навбатида уйлар нархининг пасайишига ҳам таъсир кўрсатмоқда.

Қишлоқда турмуш маданиятини ва савиясини оширишда ҳал қилиниши лозим бўлган масалалар қуйидагилардир: инсон саломатлигини асраш, оналик ва болаликни муҳофазаси, соғлом авлод тарбияси, тиббиёт муассасалари моддий техник базасини мустаҳкамлаш, аҳолини тиббий маданиятини ошириш.

Ижтимоий соҳанинг муҳим, марказий таркибий қисмларидан бири - бу таълим тизимидир. Таълим тизимининг аҳамиятини мазкур соҳа фаолиятининг узоқ муддатли даврда ижтимоий-иқтисодий тараққиётни белгилаб бериши орқали изоҳлаш мумкин.

Ҳақиқатан ҳам бугун иқтисодиётнинг турли соҳаларида фаолият кўрсатаётган турли касб эгалари ва мутахассислар – кечаги таълим соҳасидаги машаққатли меҳнатнинг натижаси ҳисобланади.

Баркамол авлодни тарбиялашда ёшларимизга нафақат билим бериш, балки уларни ижтимоий ҳаётнинг турли жабҳаларига-маданият, санъат, жисмоний тарбия ва спорт, фан ва бошқаларга қизиқтириш муҳим ҳисобланади. Ана шу мақсадда бугунги кунда мактаб ўқувчиларимизнинг 524,2 минг нафари мактабдан ташқари таълим муассасаларига, 2694,2 минг нафари умумтаълим мактабларидаги фан тўғаракларига, 286,5 минг нафари спорт мактабларига, 41,4минг нафари мусиқа мактабларига, 150,3 минг нафари устоз –шогирд йўналишдаги тўғаракларга қамраб олинган. Бу кўрсаткич Республика бўйича жами ўқувчилар сонига нисбатан 75,1% (3657,3 минг нафар) ни ташкил этади.

Ижтимоий соҳа объектларини барпо этиш, таъмирлаш ва тиклаш борасида 2009 йилда давлат бюджети маблағлари ҳисобидан 182 та замонавий лицей ва

коллежларда ҳамда 697 та мактабларда қурилиш ишлари тўлиқ якунланди. Шунингдек, маҳаллий бюджет ва ҳомийлар маблағлари ҳисобидан ҳудудларда жами 1,5 мингга яқин мактаб ва мактабгача таълим муассасалари, 246 та касалхона ва қишлоқ врачлик пунктлари, 84 та спорт объектлари тўлиқ таъмирдан чиқарилиб, фойдаланишга топширилди.

2010 йилни президентимиз томонидан “Баркамол авлод йили” деб эълон қилинди. Бундай ном берилишининг сабабларини қуйидагилар орқали изоҳлаш мумкин.

-ҳалқимиз ва давлатимиз, ҳар қайси инсоннинг барча ҳаракатлари, эзгу ниятлари марказида фарзандларимизни ҳам жисмоний, ҳам маънавий жихатдан соғлом қилиб ўстириш, уларнинг бахту саодати, фаровон келажagini кўриш, дунёда ҳеч кимдан кам бўлмайдиган авлодни тарбиялаш орзуси туради;

-фақат ҳар томонлама етук авлодгина бугун ҳаёт олдимизга қўяётган ўта мураккаб, оғир синов ва қийинчиликларин енгиш, кўзланган юксак марраларни эгаллашнинг энг асосий шарти ҳисобланади

-бугунги кунда бутун дунёни қамраб олган молиявий-иқтисодий инқироз даврида юртимизда тинчликни сақлаб, иқтисодиётимизнинг барқарор ўсиш суръатларини таъминлаш, айти шундай ўғир шароитда ҳалқимиз ҳаётининг тобора юксалишига эришиш асосида ёшларимизнинг чуқур билим ва касб-ҳунар эгаллаши учун замин яратилганлиги, уларни замон талаб қиладиган мутахассис кадрлар этиб тайёрланганлиги ётади

- юртимизнинг эртанги ривожини йўлида тузилган дастурлар, бу режаларни бажариш учун яратилган моддий асос ва имкониятлар, сафарбар этилган сармояларнинг барчасини амалга оширадиган, рўёбга чиқарадиган қудратли омил – бу юқори малакали ишчи кучи ва юртимизнинг эртанги кунини, тараққиёти учун масъулиятни ўз зиммасига олишга қодир бўлган етук мутахассис ёшлар ҳисобланади.

Шунга кўра, 2010 йилга «Баркамол авлод йили» деб ном берилиши муносабати билан махсус давлат дастурини ишлаб чиқиш ва унинг ижросини таъминлаш

зарур. Энг аввало, мазкур дастурнинг камрови тўғрисида етарли тасаввурга эга бўлиш мақсадга мувофиқдир.

Баркамол авлод йили давлат дастури мамлакатимиз ёшларининг барча гуруҳларини қамраб олади. Жумладан:

- соғлом фарзанднинг дунёга келиши учун «Соғлом она – соғлом бола» ғояси асосида бўлажак оналар саломатлиги бўйича ғамхўрликни амалга ошириш;
- мактабгача таълим тизими асосини ташкил этган боғча, яслиларда ўғил-қизларни миллий маънавият руҳида тарбиялашга эришиш;
- умумтаълим мактабларида тарбия ва таҳсил олаётган ёшларимизни тарбияли ва билимли камол топишларини таъминлаш, уларда касбга бўлган иштиёқларни шакллантириш;
- ўрта махсус таълим тизими, яъни касб-хунар коллежларида касб маҳоратини ўрганиб, тарбия топаётган, академик лицейларда ўз билимларини янада чуқурлаштириб таълим олаётган ёшларни ўқитиш ва олий таълим муассасаларига тайёрлаш;
- олий таълим муассасида таҳсил олаётган ёшларда билим ва кўникмаларни шакллантириш, ўз йўналиши, мутахассислиги бўйича етук кадр сифатида катта ҳаётга тайёрлаш;
- ёш мутахассисларни иш билан таъминлаш, ҳаётга бўлган иштиёқини ошириш, уларнинг меҳнатларидан унумли ва самарали фойдаланган ҳолда мамлакат тараққиётини таъминлаш каби тадбир ва фаолиятлар амалга оширилиши «Баркамол авлод йили»нинг мазмунини акс эттиради.

Ҳозирги кунда барча мутасадди ташкилот ва муассасалар томонидан «Баркамол авлод йили» давлат дастури бўйича Президент томонидан кўрсатиб берилган йўналишлар асосида дастурлар ишлаб чиқилди ва улар бўйича амалга оширилиши лозим бўлган тадбирлар белгиланмоқда.

Баркамол авлод йилида барча режалаштирилган ишларни амалга оширишга ҳаракат қиламан. Менинг бу ишим ҳам маълум даражада ижтимоий-маънавий фойда келтиради, бу соҳада талабалар ўқиши ва ишлаши учун замин яратади.

ХУЛОСА

Магистрлик диссертацияси кириш, асосий қисм, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган.

Магистрлик диссертацияси hozirgi замондаги энг долзарб муаммолардан бири тармоқланиш жараёни учун лимит теоремаларга бағишланган. Бу соҳадаги илмий изланишлар олиб борилди ва шулар асосида айрим натижаларга эга бўлинди.

Тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар кейинги вақтда математикада ва ҳаётда энг долзарб мавзулиги, ҳамда бу соҳани ҳаётга татбиқи ва татбиқий аҳамияти кўп бўлганлиги учун бу соҳани ўрганиш муҳим аҳамиятга эга. Бу соҳани келажакда генетика соҳаси билан боғлаб яна давом эттириш мумкин.

Магистрлик диссертациясининг кириш қисмида таълим тўғрисида қабул қилинган қонунлар, чет-эл инвестициясини, алломаларимизнинг фан соҳасига қўшган хиссалари қисқача баён қилинган. Ундан ташқари 2008 йилда бошланган 2009 йилда жаҳоннинг кўплаб мамлакатлари иқтисодиётига сезиларли таъсир кўрсатган глобал молиявий-иқтисодий инқирозни салбий оқибатлари ва уни олдини олиш чора дастурлари, эришилган ютуқ ва камчиликлар ва яна “Баркамол авлод йили” давлат дастури ҳақида айтиб ўтилган

Асосий қисмнинг 1-бобида «Гальтон-Ватсон тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар» ҳақида тўлиқ маълумотлар берилган.

2-бобда «Узлуксиз Марков тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар» баён этилган.

3-бобда Кўп хилли тармоқланиш жараёни (олинган натижа) келтирилган.

4-бобда «Генетикани тармоқланиш жараёнига тадбиқлари» келтирилган. Бунда тармоқланиш жараёни ва генетика, тармоқланиш жараёнини генетикага тадбиқи ва ота-онани қон группасини билган ҳолда фарзандини қон группасини эҳтимоллигини аниқлаш каби масалалар таҳлил қилинган ва магистрант бу масалаларни ечимига эга бўлган.

Шу билан бирга (m.n.p) белгилашлар куйидаги маънони англатади:
 m-нечанчи боблиги, n-шу бобнинг параграфларини билдиради, p-эса шу параграфдаги керакли формула номери.

Бу мавзуни ўрганиб, тармоқланиш жараёни тадбиқлари жуда кенглигини билдим, хусусан, генетика ҳамда медицинага тадбиқини ўрганиб чиқдим. Қонни текшириш учун асбоб бўлмаган вақтда ота-онасини қон гуруҳини билган ҳолда қайси гуруҳ қонни беришни афзаллигини ўргандик ва бундан медицинада фойдаланса бўлади, бу эса натижада қанча-қанча фойда келтиришини кўришимиз мумкин. Ёки ака-сингилларни турмуш қуришда ногирон болани туғилиши қариндош бўлмаганлар турмуш қургандан 250 марта кўп марта содир бўлишини кўрдик. Бу оила қуриш масаласидаги қариндошларни турмуш қуришини нотўғри бўлишини математик нуқтаи-назардан ҳам исботланганлигини яна бир бор тасдиқлади.

Бундан ташқари биз кўрган масалада бувиси, бобоси соғлом, лекин фарзандларининг бири қизи ёки ўғли касал. Туғилажак фарзанднинг касал туғилиши фарзандлари касал бўлмаган ҳолда набирасини касал туғилишига нисбатан 79% га кўпайишини кўриш мумкин. Ишни кенг маънода қараш керак, яъни M, F, D, S, z лар фақат инсонни назарда тутмасдан ҳайвонлар учун ҳам ўринлидир.

Ўсимлик ва ҳайвонлар табиий популяцияларида содир бўлаётган зарарли спонтан мутациялари жисмоний йўқ қилиниши ва ушбу жараёни селекциясиз шароитда ҳар бир организмларни кўпайиш интенсивлигига мос ҳолда генотипи ўзгаришсиз қолиши кузатилди. Буни ҳам самарадорлиги пул билан ўлчанмайди. Келажакдаги мақсадим тармоқланиш жараёнини генетика масалалари билан боғлаш ва тармоқланиш жараёнидаги олинган теорема-тасдиқларни генетикага тадбиқ этишдан иборат.

АДАБИЁТЛАР:

1. Каримов И.А. Ўзбекистон XXI аср бўсағасида: хафсизликка таҳдид, барқарорлик шартлари ва тараққиёт кафолатлари. Т. «Ўзбекистон», 1997.
2. Каримов И.А. Жамиятимиз мафкураси халқни – халқ, миллатни – миллат қилишга хизмат этсин. // «Тафаккур» журнали, 1998.
3. Каримов И.А. Тарихий хотирасиз келажак йўқ. Т. Шарқ, 1998, 32-б.
4. Каримов И.А. Ўзбекистон XXI асрга интилоқда. Т. «Ўзбекистон», 2000.
5. Каримов И.А. Миллий истиқлол мафкураси – халқ эътиқоди ва буюк келажакка ишончдир. – «Фидокор» газетаси, 2000 йил, 8-июн.
6. Каримов И.А. Юксак маънавият-енгилмас куч. “Маънавият”., Тошкент, 2008 йил.
7. Каримов И.А. Ўзбекистон конституцияси – биз учун демократик тараққиёт йўлида ва фуқаролик жамиятини барпо этишда мустаҳкам пойдевордир Ўзбекистон., Тошкент, 2009 йил 5 декабрь
8. Каримов И.А. Ўзбекистон Республикаси Олий Мажлиси Қонунчилик палатаси ва Сенатининг 2010 йил 27 январда бўлиб ўтган қўшма мажлисидаги Мамлакатимизни модернизация қилиш ва кучли фуқаролик жамияти барпо этиш-устувор мақсадимиздир ҳамда ва 2009 йилнинг асосий яқунлари ва 2010 йилда Ўзбекистонни ижтимоий-иқтисодий ривожлантиришнинг энг муҳим устувор йўналишларига бағишланган Вазирлар Маҳкамасининг 2010 йил 29 январда бўлиб ўтган мажлисидаги Асосий мақсадимиз – Ватанимиз тараққиёти ва халқ фаровонлигини янада юксалтиришдир номли маърузаларини ўрганиш бўйича Ўқув- услубий мажмуа
9. Athreya K.B, Ney P, The local limit theorem and some related aspects of supercritical franching processes. Trans. Amer. Math. Soc, 1970, 152, №1, 233-251.

10. Атакузиев Д. Ибрагимов Р, О скорости сходимости в предельной теореме для надкритических ветвящихся процессов и её применение сумм случайного числа случайных слагаемых. (Изв. Ан. УзР. Сер. Физ-мат н. 1978, №2, 3-8)
11. Бадалбоев И.С Об одном свойстве оценки для регулирующегося параметра в ветвящемся случайном процессе. В.сб «Случайн. Процессы и стат. выводы». Ташкент: Фан, 1971, 11-17.
12. Бадалбоев И.С Об одном свойстве надкритического ветвящегося случайного процесса с напре рывным временем. (Изв. Ан.УзР Сер. Физ-мат. н, 1973, №5, 9-13)
13. Бадалбоев И.С Об одной теореме для критического ветвящегося процесса с дискретным временем.В. сб. «Случайн. Процессы и стат. выводы» Вып. 4. Ташкент: Фан, 1974, 32-24
14. Бадалбоев И.С Об одной предельной теореме для надкритического процесса Гальтона-Ватсона.(Мат. заметки, 1975, 18, №1, 123-128).
15. Бадалбоев И.С О распределении момента первого выхода за растущую область над критическим ветвящимся случайным процессом с двумя типами частиц. В.сб «Предельные теоремы и мат. статистика». Ташкент: Фан, 1976, 18-23.
16. Ватутин.В.А., Зубков.А.М. Ветвящиеся процессы.1// Теория вероятностей. Мат. статистика. Теорическая кибернетика. Т.23.(итоги науки и техн. ВИНТИ АН Р). М.:Наука,1988.
17. Ибрагимов. Р. Тармокланиш жараёни учун лимит теорема. Монография. Депонирован в УзНИНГИ № 1398 1991.
18. Ибрагимов Р., Полванов Р., Вероятности Наследования Родительских Признаков. Наманган давлат университети Илмий ахбороти. Наманган -2009.
19. Маматов М. М, Ибрагимов Р, Локальная предельная теорема для надкритических ветвящихся процессов с непрерывным временем с двумя

типами частиц. В сб. «Предельные теоремы, случайные процессы и их прилож» Ташкент: Фан, 1979, 143-150.

20. Сергей Лесков Математика чуть не погубила генетику (интернетдан)

21. Маматов М. М, Ибрагимов Р, Об одной теореме о статистике ветвящихся процессов. «Тезиси докл. Международ. Конференций по теории вер» Г.Вильнюс т. 2, 1981, 27-28.

22. Маматов М. М, Ибрагимов Р, О предельных теоремах для надкритических ветвящихся процессов непрерывного времени с конечными типами частиц. Изв. Ан УзР Сер. физ –мат. наук, 1981, №6, 26-28.

23. Макаров ГД, Большие уклонения для ветвящихся процессов с иммиграцией, Мат. заметки. 1982, 32, №3, 401-410.

24. Митов К В. Предельные теоремы для ветвящихся процессов с иммиграцией зависящей от состояния процесса. Докл. Болг. АН 1983, 36, №2, 189-192.

25. Мухмамедханова Р И, Оценка скорости к показательному закону в критической ветвящейся случайном процессе с непрерывным временем В сб, «Случайные процессы и статические выводы» Ташкент: Фан, 1971, 42-45.

26. Машраббоев. А. Тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар. Фан. Тошкент., 2008.

27. Marek Kimmel. David E. Axelrod. Branching Processes in Biology. Springer (Интернет маълумоти), 2002.

28. Феллер.В. Введения в теорию вероятностей и её приложения М.Мир 1967г Т.2-972

29. Нейман. Ю. А. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики. Из."Наука".;М.1968

30. Прохоров. А.В., Ушаков. В.Г., Н.Г.Ушаков «Задачи по теории вероятностей» М., Наука, 1986.

31. Севостьянов Б.А, Ветвящиеся процессы. М, Наука, 1971

32. Харрис Т.Е, Теория ветвящихся случайных процессов. М: Мир 1966, 355.

Магистрантнинг илмий ишлари рўйхати:

1. Ибрагимов.Р, Умирзақова.К, Қаюмова.М.Икки хилли критиккача тармоқланиш жараёни учун лимит теорема НамДУ, Илмий ахборотнома. № 1, Наманган-2007.
2. Ибрагимов.Р, Умирзақова.К, Каримжанова.У Барча даврлардаги тармоқланиш жараёнидаги заррачалар сони НамДУ, Илмий ахборотнома. № 2, Наманган-2007.
3. Ибрагимов.Р, Умирзақова.К, Умарова.Н, Икрамов. Э Айрим популяциялардаги панмиксия жараёнида авлодларни генетик хусусиятларини барқарорлаштириш “Табиий фанлар ва экологияга оид айрим муаммолар”. Илмий маколалар тўплами. Наманган, 2009.
4. Ибрагимов.Р, Умирзақова.К, Жўраева.Д, Икрамов. Э Яқин қариндошлар оила қуришдаги туғилган болаларни нуқсонларини кўпайиш эҳтимоллиги“Табиий фанлар ва экологияга оид айрим муаммолар”. Илмий маколалар тўплами. Наманган, 2009.
5. Полванов Р., Маҳмудова Д., Умарова Н., Умирзақова К., Боймирзаева Ф. Раҳбар Р.Ибрагимов. Ота-она қони группасига қараб фарзандларни қонини гуруҳларга ажратиш эҳтимоллиги. Наманган давлат университети Илмий ахбороти. Наманган, 2009.
6. Ибрагимов.Р, Умирзақова.К, Боймирзаева.Ф Селекциясиз панмиксия бўлган холда уч жуфт хусусиятга эга бўлган авлодлар кетма-кетлиги Наманган давлат университети. Иқтидорли талабалар илмий ахбороти. 1-сон. Наманган, 2009.

МУНДАРИЖА

Кириш.....	3
I боб. Гальтон-Ватсон тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар.....	8
1-§. Гальтон-Ватсон тармоқланиш жараёни.....	8
2-§. Критиккача тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар.....	11
3-§. Критик тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар.....	13
4-§.Критикдан кейинги тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар,.....	13
II боб. Узлуксиз Марков тармоқланиш жараёни учун лимит теоремалар.....	16
1-§. Узлуксиз Марков тармоқланиш жараёни.....	16
2-§. Критиккача тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар.....	17
3-§. Критик тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар.....	19
4-§. Критикдан кейинги тармоқланиш жараёнига доир асосий теоремалар.....	20
III боб. Кўп хилли тармоқланиш жараёни (олинган натижа).....	22
1-§. Кўп хилли тармоқланиш жараёни.....	22
2-§. Икки хилли тармоқланиш жараёни.....	29
3-§. Икки хилли критикдан кейинги тармоқланиш жараёни.....	30
IV боб. Генетикани тармоқланиш жараёнига тадбиқлари.....	41
1-§. Генетика масалалари учун эҳтимоллар назарияси тилида модел.....	41
2-§. Генетикага оид олинган айрим натижалар.....	47
V боб. Асосий мақсадимиз - Ватанимиз тараққиёти ва халқ фаровонлигини янада юксалтиришдир.....	63
Хулоса.....	74
Фойдаланилган адабиётлар рўйхати.....	76