

Х.Ш.ИЛХОМОВ

“ЭХМНИ БИОТЕХНОЛОГИЯГА ТАТБИҚИ” ФАНИДАН  
ХИМИК ВА БИОТЕХНОЛОГИК  
Ж АРАЁН МАСАЛАЛАРИНИ ЭХМ ДА ХИСОБЛАШ УЧУН  
УСЛУБИЙ КЎРСАТМА

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКА СОҒЛИҚНИ САҚЛАШ  
ВАЗИРЛИГИ

ОЛИЙ ВА ЎРТА ТИББИЙ ТАЪЛИМ БЎЙИЧА  
ЎҚУВ-УСЛУБИЙ ИДОРАСИ

ТОШКЕНТ ФАРМАЦЕВТИКА ИНСТИТУТИ

Физика, математика ва ахборот технологиялари кафедраси

“ТАСДИҚЛАЙМАН”  
ЎЗБЕКИСТОН СОҒЛИҚНИ  
САҚЛАШ ВАЗИРЛИГИНИНГ  
КАДРЛАР, ФАН ВА ЎҚУВ  
ЮРТЛАРИ ИЛМИЙ БОШҚАР-  
МАСИ БОШЛИҒИ

\_\_\_\_\_Атаханов Ш.Э.

\_\_\_\_\_ 2006 йил

“ЭХМни биотехнологияга татбиқи” фанидан

Химик ва биотехнологик жароён масалаларини ЭХМ да

хисоблаш учун

УСЛУБИЙ КЎРСАТМА

ТОШКЕНТ 2006

Муаллиф: Тошкент фармацевтика институти «Физика,  
математика ва ахборот технологиялари» кафедраси  
кактга ўқитувчиси, техника фанлари номзоди  
Илхомов Х.Ш.

Таъқризчилар: Тошкент тўқимачилик ва енгил саноат  
институти, «Информатика» кафедраси  
доценти М.АТАМИРЗАЕВ.

Тошкент Фармацевтика институти  
«Биотехнология» кафедраси мудири ф.ф.д.  
проф., Х.М.КОМИЛОВ.

Тошкент Фармацевтика институтининг илмий кенгашида  
тасдиқланган. Баённома №            июн 2006 йил.

### Кириш.

Ишлаб чиқарилаётган махсулотни сифатли, таннархи арзон, рақобатбардош бўлиши бозор иқтисодининг асосий талаблардан биридир. Дори ишлаб чиқариш саноатида эса бу талаблар билан биргаликда уларнинг таъсирчанлиги ўта муҳим вазифалардан бири ҳисобланади. Ҳар қандай табиий фанда бўлгандаги каби, дори ишлаб чиқариш жараёнида ҳам янгилик очилиши қўйидаги босқичлардан ўтади: ўрганилаётган ҳодиса жуда кўп марта ҳар хил шароитда тажрибаларда қайтарилди. Кузатиш натижалари ва тажриба шароити жадвал ва график кўринишида ёзилади. Бунда ЭҲМни татбиқи ва тажрибани автоматлашуви изланувчини маълумотларни жамлаш жараёнидан озод қилиши мумкин. Изланувчига олинган сонлар тўпламини таҳлил қилиш ва иккинчи даражалилардан асосийларини ажратиш қолади. Бу ерда ўлчаш натижаларини математика ёрдамисиз ишлаб чиқиб бўлмайди. Ҳар гал тажриба ўтказиш жуда қийин ва қиммат бўлиши мумкин. Агар излаувчи ўрганилаётган масалага математик модел туза олса, яъни унга математик кўриниш берилса, у буни математика усуллари орқали ўрганиши мумкин. Тажриба шуни кўрсатадики, моделни тўғри танлаш (тузиш) – муаммони ярмидан кўпини ҳал қилади. Бу босқичнинг қийинлиги шундан иборатки, у математика ва бошқа махсус илмларнинг қўшилишини тақозо этади. Математик модел қурилгандан кейин, тажрибани шу моделда, ЭҲМ ёрдамида қайтариш мумкин ёки таҳлил қилиниши мумкин, бу эса камчиқим ва анча енгилдир.

Шунинг учун табиий билишда математика усуллари ва изланиш йўллари, компьютерда моделлаштириш катта роль ўйнайди. Ҳозирги вақтда физика, кимё, биология, фармацевтика ва бошқа фанлар ўз муаммоларини ечишда математик моделлаштириш усулларини қўллай бошлади. Кимёда яхши қурилган модел мисолида кинетик нотурфун тизимларни таҳлил қилиш, биологияда эса биоценоз ҳаракатини ўрганадиган Вольтер моделларини мисол қилиб келтириш мумкин. Дори тайёрлаш жараёнида ҳам моделлаштиришнинг турли усулларидан фойдаланиш мумкин. Ҳозирги давр шак-шубҳасиз, «Информация» билан ва уни автоматик равишда қайта ишлаш имконини берувчи информатсион ва компьютер технологияларининг жадал суратлар билан ривожланиши билан характерланади. Кўпгина сохалар ўзларининг изланишларида компьютерни кенг қўллашади. Бу масалаларни самарали ечиш учун компьютерда ишлашни билиш керак. Шу мақсадда биотехнология талабалари учун ташкиллаштирилган “ЭҲМ ни биотехнологияга

татбиқи” фанида баъзи ҳисоблаш усуллари, жараённинг математик моделини қуриш ва уларни Паскал алгоритмик тилда ЭХМ да ҳисоблаш берилади.

Кўрсатмаа қуйидаги бўлимлардан иборат: 1. Масалани ечиш босқичлари; 2. Функциялар қийматларини ҳисоблашга доир масалалар; 3. Тенгламаларни ечиш; 4. Аниқ интегралларни ҳисоблаш; 5. Тажриба натижаларини математик ишлаб чиқиш; 6. Дифференциал тенгламалар.

Ҳар бўлимда бир неча типик масалаларни ечиш блок-схемаси изоҳлари билан келтирилади, кейин эса Бейсик тилида ҳисоблаш дастури ёзилади. Ниҳоят, бўлим охирида кимё ва биология мутахассисликлари учун характерли бўлган ва кўп тарқалган масалалардан вариантлар келтирилган.

### 1. Масалани ЭХМда ечиш босқичлари

Аниқ фанларда, юқорида таъкидланганидек, масалани ўрганиш жуда кўп такрорланадиган тажрибалар асосида бўлади. Лекин бу тажрибаларни ҳамма вақт ҳам қилиб бўлмайди. Биринчидан, тажриблар ичида жуда қимматга тушадиган ва қийин бўлганлари ҳам бор. иккинчидан, мақсадга олиб келмайдиган (яъни ҳеч қандай янгилик бермайдиган) тажрибалар ҳам кўп бўлади. Тажрибаларни энгиллаштириш ва кераксизларини ажратиб, ташлаб юбориш учун ЭХМдан фойдаланилади. Бу эса масаланинг ечилишини осонлаштиради ва харажатларни камайтиради. Шунинг учун, масалаларни (кимёвий, биологик, фармацевтик ва х.к.) ўрганишда юқорида эслатилган математик моделлаштириш усулидан фойдаланиш катта роль ўйнайди. Бу усул ёрдамида масала қуйидаги босқичлар асосида ечилади.

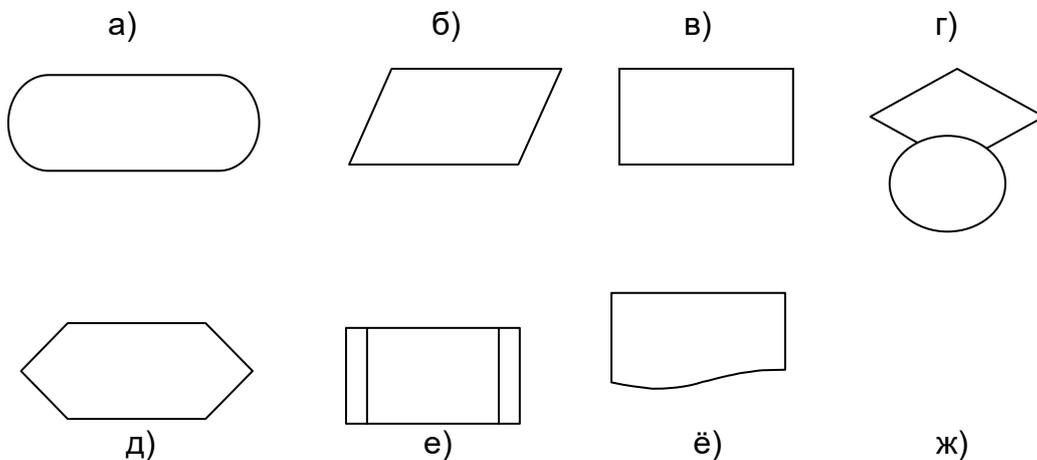
1.1. Масала ечиш усулини сўзлар орқали тасвирлаш. Бу босқичда масала қайси миқдорларга нисбатан ўрганилиши тушунилади. Шу миқдорлар ичида масалани ечиш даврида қийматларини ўзгартирувчилари ва ўзгатирмайдиганлари аниқланади. Булар мос равишда ўзгарувчилар ёки омиллар дейилади. Ўзгарувчилар ўзгармасларга боғлиқ равишда ўрганилади. Табиийки, аниқ фан масалаларида (масалан кимё ва биологияда) қандайдир ҳаётий чегаралар бўлади. Мана шу чегаравий шартлар ўрганилади ва маълум бир кўринишда тасвирлаш тўғрисида фикр юритилади.

1.2. Математик моделлаштириш. Бу босқичда кимё-биология ёки бошқа соҳа мутахассислари математиклар билан бирга тажрибага мос келадиган математик белгилар билан ифодаланадиган кўриниш тузадилар. Бу кўриниш “модель” дейилади. Моделнинг математик тушунчалар билан ифодаланиши математик модель дейилади. Математик моделлар тўғрисидага фан математик моделлаштириш деб аталади.

1.3. Сонли ҳисоблаш усулини танлаш. Математиканинг сонли ҳисоблаш усуллари ЭҲМда яхши жорий қилинган. Бу усуллар жудаям хилма-хил масалаларни кетма – кет элементар арифметик ва матиқий амаллар кўринишига олиб келади. Кўп ҳолларда, бир масалани ечишда ҳар хил усуллар қўллаш мумкин. Бу босқичда қўйиладига масалани аниқ, тез ва кам хатолик билан ечиладиган усул танланади.

1.4. Алгоритмлаштириш. Бу дастурлашнинг энг асосий, биринчи босқичидир. Бу босқичда танланган сонли усул маълум бир алгоритм кўринишида ифодаланади. “Алгоритм” деб қўйилган масалани ечимга олиб келадиган аниқ ҳаракатларнинг кетма-кетлигига айтилади. Алгоритм маълум бир ўзгариш қонуни асосида бошланғич маълумотларни натижага ўтказиши. Бошланғич маълумотлар деганда, масалани ечиш учун керак бўлган маълумотлар тушунилади. Алгоритмларнинг турлари кўп; план, формула, жадвал, график, блок-схема ва ҳ.к. Биз алгоритмнинг блок-схема турини ишлатамиз. Блок-схема махсус олинган геометрик шаклларнинг-блокларнинг тўғри чизиқлар орқали бирлаштирилган схемасидан иборатдир. Блок-схемада махсус иш бажарадиган блокларни тўғри чизиқлар орқали бирлашмаси асосида масала ечилади.

Энди алгоритмларда ишлатиладиган блоклар (шакллар) нинг кўринишини келтирамиз:



Бу ерда қуйидаги блоклар келтирилган: а) бошланиш ва тамомланиш; б) киритиш; в) ҳисоблаш; г) тармоқланиш; д) такрорланиш (циклик); е) қисм программани чиқариш; ё) принтерга чиқариш; ж) боғловчи.

Ҳар бир блок бутун мусбат сонлар билан номерланиши (юқори чап қисмида) мумкин.

1.5. Дастурлаш (Программалаштириш). Бу босқичда маълум бир тил асосида блокларга мос келган операторлар тўғри чизиқлар боғланишида ёзилади.

Операторлар – алгоритмик тилнинг иш бажарувчи махсус сўзларидир. Маълум масаларни ечганда, аввал, хусусий ЭХМларнинг тезлиги ва хотира ҳажмини ҳисобга олиш мақсадга мувофиқ. “Ямаха”да программа деганда ихтиёрий номерланган операторлар кетма-кетлиги тушунилади.

Бу қўулланмада программалар Бейсик тилида (“Ямаха”га мослаб) тузилади.

1.6. ЭХМда программани ўтказиш босқичси. Бу босқич программалашни тугатади. Бунда 5 – босқич асосида тузилган программанинг камчиликлари топилиб, ишлайдиган ҳолга олиб келинади. Программа тўғри ишлаётганини текшириш учун кўп учрайдиган масала унда ечилади. Бунинг учун программанинг ҳамма қисмларини ишлатадиган типик масала танланади. Олинган натижалар мутахассислар томонидан яхшилаб текширилади. Программанинг хато қисмлари ёки олдинги босқичлар хатолари тузатилади. Шу тариқа масалаларни тўғри ишлайдиган программалар ҳосил қилинади.

Шундай қилиб, масалани ечиш деганда, масалани қўйилиши, математик моделини, блок-схемасини ва программасини тузиш ва ниҳоят, ЭХМда ишлаб чиқариш тушунилади.

## 2. Функциялар қийматларини ҳисоблашга доир масалалар.

Кимё-биология масалаларида “функция” тушунчаси жуда кўп учрайди. Ихтиёрий функционал боғлиқликни қуйидаги кўринишда тасвирлаш мумкин:

$$y=f(x_1, x_2, \dots, x_m,)$$

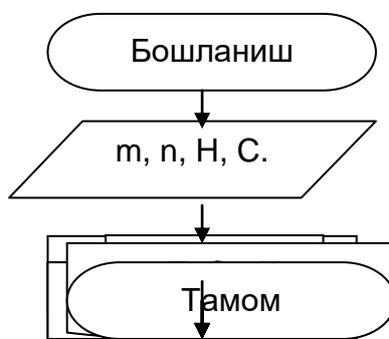
бу ерда  $x_1, x_2, \dots, x_m$  – шзгарувчилар(омиллар).

Қуйида кимёвий-биологик масалаларда функционал боғлиқликларга мисоллар ва функциялар қийматларини ҳисоблаш алгоритмларини тузиш усуллари келтиамиз.

2.1.–масала. Углеводород таркибидаги  $C_nH_m$  молекуляр массаси ҳисоблансин ва элементар таркиби фазаларда аниқлансин. Бу ерда  $n=1, m=4, C=12,011, H=1,0079$ .

Ечиш: Математик формуласи  $H_1 = (H * m) / Z * 100$  Углерод элементар таркиби  $H_1 = (H * m) / Z * 100$  формулалар билан аниқланади. Метан учун ҳисоблаймиз. Метаннинг кимёвий формуласи  $CH_4$ , атом массаси ва атомлар сони мос равишда углерод ва водород учун

### 1 – БЛОК-СХЕМА



1 – Блок – схемага изоҳ. 1 – блок масала ечилишининг бошланишини кўрсатади. 2 – блок ёрдамида керак бўлган бошланғич  $n, m, C, H$  – маълумотларни ЭХМ хотирасига киритамиз. Мос равишда 3 -, 4 – блоклар ёрдамида қўшилувчи  $C \cdot n$  ва  $H \cdot m$  ларни топиб,  $x$  ва  $y$  деб белгилаймиз. 5 – блокда углеводород массаси  $Z$  топилади, 6 -, 7 – блокларда эса углерод  $C_1$  ва водород  $H_1$  элементар таркиблари топилади. Масаланинг жавоблари  $Z, C_1, H_1$  ларни 8 – блок ёрдамида чиқариш қўрилмасига узатди. 9 – блок алгоритм тамом бўлганлигини билдиради.

Масаланинг ечиш программасини (1 - программа) Бейсик тилида, юқоридаги блок-схема ёрдамида тузамиз.

Программада қуйидаги белгилашлар қабул қилинган:

$n \rightarrow N, m \rightarrow M, x \rightarrow X, y \rightarrow Y, c_1 = C1, H_1 \rightarrow H1, z \rightarrow Z$

### 1 – Программа.

```

10  REM УГЛЕРОД МАССАСИ
20  INPUT N, M, C, H
30  X=C * N
40  Y=H * M
50  Z=X+Y
60  C1 = (X/Z) * 100
70  H1 = (Y/Z) * 100
80  PRINT "Z="; Z, "C1="; C1, "H1="; H1
90  END

```

2.2. масала. Ҳайвон оғирлигига нисбатан асосий кислород алмашинувининг жадал боғланиши ҳисоблансин. Математик формуласи:  $Z=f(x, A, \alpha) = A \cdot x^\alpha$ , бу ерда  $f(x, A, \alpha)$  – бирлик вақт ичида ҳайвоннинг ютадиган кислород миқдори.  $A, \alpha$  - берилган жонли мавжудотлар синфи учун ўзгармас ўлчамлар. Масалан: сут эмизувчилар ва қушлар учун  $\alpha=0,74$ ;  $A=70$ , балиқлар учун  $\alpha =0,8$ ;  $A=0,3$ .

2.3. – масала. Абсорбланган буғ миқдори  $A$  ҳисоблансин. У Ленгмюр тенгламаси орқали ёзилади.

$$A = f(p, k, b) = (k * b * p) / (1 + b * p),$$

бунда  $p$  – буғнинг турғун босими,  $b$  – абсорбланган коэффициент,  $k$  – ўзгармас.  $A$  ни  $k=3,4$ ;  $b=1.7$ ;  $p=1;2;3;4$  – қийматларда аниқлансин.

2.4 – масала. Хужайраларнинг бўлинишида микроорганизмлар миқдори ўсиши ҳисоблансин.

Математик формула  $Z = f(t, C, E) = Ce^{Et}$ , бунда C, E ўзгармаслар, t – вақт. Масалан, C=2, E=15, t=1;2;3;4

2.5 – масала. Компенсацион усул билан  $W = f(\alpha, R) = R(1000/\alpha - 1)$ , бунда R – маълум эталон қаршилик,  $\alpha$  - ўлчайдиган реахард кўрсаткичи, W ва  $\alpha$  - нинг 1,2; 1,3; 1,4; 1,5.

2.6 – масала. Қандайдир модданинг буғланиш иссиқлиги аниқлансин. У Клойпейрон-Клаузкус формуласи ёрдамида аниқланади.

$\lambda = f(R, P_1, P_2, T_1, T_2) = R \ln \frac{P_1}{P_2} T_1 T_2 / (T_2 - T_1)$ , бунда  $T_1, T_2$  – ҳарорат,  $P_1, P_2$  – босимлар, R – иссиқлик йиғувчи  $\lambda$  ни  $T_1=10, T_2=20, P_1=1, P_2=2, R=0,3$  учун ҳисобланг.

2.7 – масала. Освальд кўпайтириш қонуни бўйича кучсиз ишқорлар диссоциация ўзгармаси аниқланади.  $k = f(v, \alpha) = \alpha^2(V(1 - \alpha))$ , бу ерда  $\alpha$ -V кўпайтиришда ишқор диссоциацияси даражаси. K ни  $\alpha=0,5; V=11,5; 12,15; 13,25$  қийматларда ҳисобланг.

2.8 – масала. Даврий культивацияда бактерия микроорганизмларини нисбий ўсиш тезлигининг ўзгариши аниқлансин. Нисбий ўсиш тезлиги M – биомассанинг бирлик вақтда бирлик биомассага мос келган ўсиши. M оптик зичлик D – ўзгариши бўйича қуйидаги формула орқали ўзгаради:

$$M_i = (\ln D_i - \ln D_{i-1}) / (t_i - t_{i-1}), i = 2, 3, \dots, 22, D_1 = 0,08, t_1 = 30, D_i = D_1 + \sum_{k=1}^i \Delta D_k, t_i = 30' + i \cdot 15'', i = 2, 3, \dots, 22$$

Ҳар бир вақт momentiда D ва M лар ва  $M_{max} = \max_{i=1,22}(M_i)$  ўсиш тезлигининг энг катта қийматларини топинг. Оптик зичликнинг нисбий ўсиши  $\Delta D : 0,006; 0,004; 0,006; 0,008; 0,009; 0,01; 0,012; 0,016; 0,017; 0,018; 0,02; 0,017; 0,018; 0,011; 0,014; 0,014; 0,011; 0,007; 0,012; 0,009; 0,01$ .

2.9 – масала. t - вақт ичида ток I нинг ўтишида электродда ажралган модда массаси аниқланиши учун қуйидаги формула ёрдамида унинг (Фарадей қонуни) программаси тузилсин:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \cdot I \cdot t,$$

бунда F=0,0496, k – Фарадей сони, A – атом оғирлиги, Z – валентлик.

2.10 – масала. Қуйидаги формула орқали хамир ачитқиси микроорганизмларидаги ҳужайралар сони аниқлансин.

$$N = \frac{S \cdot Q \cdot G}{P \cdot q \cdot g}$$

Бу ерда  $S$  – препарат юзаси,  $Q$  – урчитиш ҳажми,  $G$  – хамир ачитқисининг умумий оғирлиги,  $P$  – микроскопнинг кўриш майдон юзаси,  $q$  – бир томчи ҳажми,  $g$  – хамир ачитқиси бўлагининг миқдори,  $N$  – қиймати  $S=5 \text{ см}^2$ ;  $Q=7,2 \text{ м}^2$ ;  $G=4,5 \text{ г}$ ;  $P=0,5 \text{ см}^2$ ;  $q=0,15$ ;  $g=5$  қийматларда ҳисоблансин.

2.11 – масала. Ишқор бирикмалари бирлашмасининг водород ионлари концентрацияси ва уни шилимшиқ (шелочный) тузи қуйидаги формула билан  $H^+ = k \cdot V_1/V_2$  - аниқланади, бунда  $k$  – диссоциация ўзгармаси,  $V_1$  – ишқор ҳажми,  $V_2$  – туз ҳажми, водород кўрсаткичи рН ушбу  $pH = -\lg H^+$  формуладан аниқланид. рН ни ҳисоблайдиган программа тузилсин ва ҳисоб сирка ишқори учун  $V_1=13 \text{ мл}$ ,  $V_2=27 \text{ мл}$ ,  $k=1,86 \cdot 10^{-5}$  да ўтказилсин.

2.12 – масала. Бир турдаги буғ суюқлик хроматограммаларини ҳисоблаш программаси тузилсин. А ва В бирикманинг таҳлил қилинаётган компонентлари бўлсин.  $S$  – ички стандарт. Учта  $h_a$ ,  $h_b$ ,  $h_s$ ,  $l_a$ ,  $l_b$ ,  $l_s$ . Қайта ҳисоблаш коэффициентлари  $C_a$  ва  $C_b$  ва бўлак стандарти  $P$  берилган.

Ҳисоблансин

$$x_a = \frac{h_a \cdot h_b}{h_s \cdot l_s / p} \cdot C_a, \quad x_b = \frac{h_b \cdot l_b}{h_s \cdot l_s / p} \cdot C_b$$

Қуйидаги  $p=1$ ,  $C_a=1,2$ ,  $C_b=3,4$ ,  $h_a=5,5$ ,  $h_b=3,7$ ,  $h_s=4,3$ ,  $l_a=l_b=l_s=3$  қийматлар учун ҳисоблаш ўтказилсин.

2.13 – масала. Балиқнинг ўлчамлари:  $R$  – пўстининг радиуси,  $L$  – озиқлантириш давридаги балиқ узунлиги,  $r$  – марказдан йиллик ҳалқаларигача бўлган масофа. У ҳолда ихтиёрий яшаган давр учун балиқ узунлиги қуйидаги формула билан аниқланади:

$$l_i = r_i \cdot L/R, \quad L=2,5 \text{ см}, R=4 \text{ см ва } r_i=3,3; 5,7; 2,4; 1,8 \text{ қийматларда ҳисоблансин.}$$

2.14 – масала. Балиқнинг семиз ёки ориқлик даражаси қуйидаги формула билан аниқланади.

$$a = (1/l^3) \cdot (W - W_1) \cdot 100,$$

бу ерда  $W$  – бадан массаси (г.),  $l$  – балиқ узунлиги (см)  $W=2567 \text{ г}$ ,  $W_1=356 \text{ г}$ ,  $l=25 \text{ см}$ .

2.15 – масала. Балиқ овлаш ихтиомассасини ҳисоблаш қуйидаги формула билан аниқланади.

$$Y = \frac{F}{Z} a \cdot N_0 l^3 p^{-Zlp} \left( 1 + \frac{3}{Z \cdot lp} + \frac{6}{(Z \cdot lp)^2} + \frac{6}{(Z \cdot lp)^3} \right),$$

бунда  $F$  – балиқлар билан ишлаш натижасида келиб чиққан ўлимлик коэффициентлари;  
 $Z=M+F$  – умумий ўлим коэффициентлари;  $N_0$  – тўлдириш,  $l_p$  – ов ўлчови,  $a$  – пропорционаллик коэффициентлари.

### 3. Тенгламаларни тақрибий ечиш.

Бир номаълумли ихтиёрий тенгламани қуйидаги  $f(x)=0$ ,  $x \in [a, b]$  кўринишда ёзиш мумкин. Бу тенгламанинг ечими деб, ихтиёрий  $f(x)=0$  бўладиган  $x=x_0$  қийматга айтилади. Ечимларни топиш формулалари синф тенгламалар учун жуда кам, масалан, квадрат, кубик ва баъзи квадратик тенгламалар. Қаралаётган тенгламани ҳар хил тақрибий ечиш усуллари мавжуд.

Масалан, оралиқни тенг иккига бўлиш, ватарлар, Ньютон (уринмалар), оддий итерация ва бошқа усуллар. Тақрибий ечим деганда, олдиндан берилган  $\epsilon$  аниқлик учун шундай  $x_\epsilon = x_k$  ( $k$  – қадамлар сони)га айтиладики, натижаси  $|0x_\epsilon = x_k| \leq \epsilon$  бўлади.

Ечимнинг тақрибий қийматини топиш масаласи икки босқичга бўлинади: 1 – соҳани ажратиш; 2 – ечимни аниқлаштириш.

1 – босқич (ечимларни ажратиш) – бу битта ечимнинг ётадиган оралиқларини топишдир, яъни  $[a, b]$  оралиқни битта ечим ётадиган оралиққа ажратишдир. Буни қуйидагича амалга ошириш мумкин.  $x_0 = a$  бошланғич нуқтани олаемиз ва  $x_i = x_0 + i \cdot h$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ;  $h = \frac{b-a}{N}$  қадам,  $x_n = b$  ларни ҳисоблаймиз. Функция қиймати ишорасини ўзгартирадиган ярим соҳалар қидирилади тенг оралиқ бўлади.

2 – босқич (ечимни аниқлаштириш). Функция ишорасини ўзгартирадиган ҳар бир оралиқда ечимни аниқлаштирадиган тақрибий усул қўлланилиб, керакли аниқликдаги ечим топилади.

Оралиқни тенг иккига бўлиш усулига тўхталаямиз. Ечимнинг биринчи тақрибий қиймати сифатида оралиқнинг ўртаси  $x_1 = (a+b)/2$   $[a, x_1]$  ва  $[x_1, b]$  оралиқлардан қайси бири чегараларида функция ишорасини ўзгартириши аниқланади. Агар  $f(a) \cdot f(x_1) < 0$  бўлса, у ҳолда  $[a, x_1]$  оралиқ олинади.  $f(x_1) \cdot f(b) < 0$  бўлганда  $[x_1, b]$  олинади, шу усулда топилган янги оралиқ ҳам иккига бўлинади. Ҳисоблашлар  $|x_n - x_{n+1}| \leq \epsilon$  бўлгунга қадар давом эттирилади, бунда  $\epsilon$  олдиндан олинган етрали кичик сон (аниқлик).

Энди қуйида ишлатиладиган итерация усулига тўхталаямиз.

$f(x)=0$ ,  $x \in [a, b]$  тенглама ушбу усул билан қуйидагича ечилади. Тенглама  $x = \varphi(x)$  кўринишга келтирилади. Бу  $f(x) = x - \varphi(x) = 0$  тенгламага тенг кучли. Буни ҳамма вақт кўрсатиш мумкин, мисол учун,  $x^4 - 4x + 6 = 0$  ни қуйидагича ўзгартириш мумкин.  $x^4 - 4x + 6 + x - x = 0$  бундан  $x = x^4 - 3x + 6$

бошланғич яқинлашиш (такрибий ечим) сифатида ихтиёрий  $x=x_0$  нукта оламиз.  $X_0$  ни келтирилган тенгламанинг ўнг томониغا қўйиб,  $x_1=f(x_0)$  ни топамиз. Кейин,  $x_1$  ни функцияга қўйиб,  $x_2=f(x_1)$  ни топамиз ва х.к. Бу жараён  $|x_n-x_{n+1}| \leq E$  бажарилгунча давом этади.

3.1. – масала.  $CO_2 \rightarrow CO + \frac{1}{2}O_2$  реакцияда  $T^0=3000^0$ ,  $P=1$  атм,  $K_p=0,27$  атм<sup>1/2</sup>

учун  $CO_2$  диссоциация даражаси  $\alpha$  топилсин. Бу ерда  $K_p$  – реакция турғунлик ўзгармаси. У қуйидаги формула билан аниқланади:

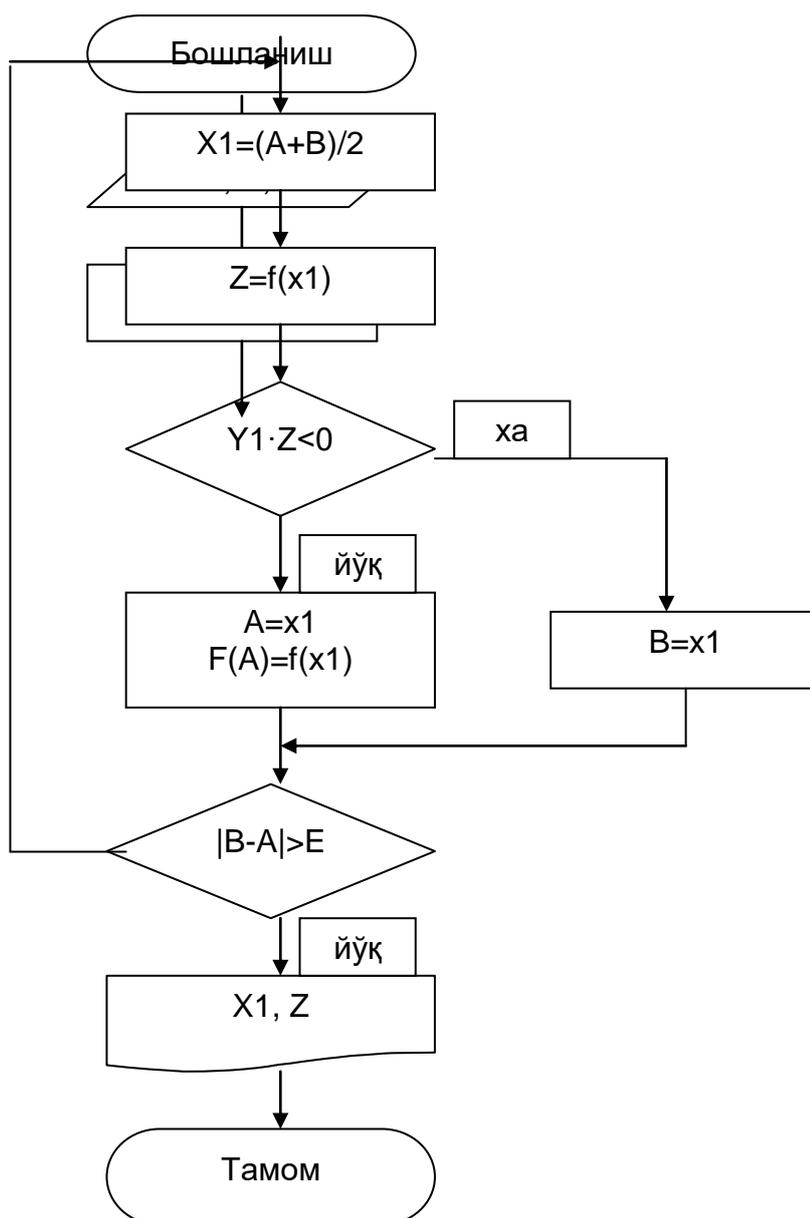
$$K_p = \frac{1}{1+\alpha/2} \cdot P \left( \frac{\alpha/2}{1+\alpha/2} \cdot P \right)^{1/2} / \left( \frac{1-\alpha}{1+\alpha/2} \cdot P \right)$$

Бундан,  $P=1$ ,  $K_p=0,27$  да кубик тенглама оламиз.

$$f(\alpha) = \alpha^3 / (1 + \alpha/2)(1 - \alpha/2) - 0,146 = \alpha^3 - 0,146(1 + \alpha/2)(1 - \alpha)^2 = 0$$

Шу тенгламани  $[a, b]$  оралиқда,  $E=10^{-2}$  учун ечиш керак.

#### 1 – БЛОК-СХЕМА



2 – блок-схемага изох:

1 ва 10 блоклар мос равишда алгоритмнинг бошланишини ва тугалланишини билдиради.

2 – блокда берилган,  $A, B, E$  – бошланғич маълумотлар ЭХМ хотирасига киритилади. 4 – блокда  $[A, B]$  оралиқнинг ўртаси топилади. ( $x_1=(A+B)/2$  кўринишда) ва  $Z=f(x_1)$  ҳисобланади. 6 – блокда  $Y_1 \cdot Z < 0$  шарт (яъни  $f(A) \cdot f(x_1) < 0$ ) текширилади, агар у бажарилса (“ҳа” ҳолати), 7 – блокда  $B=x_1$  деб олинади, акс ҳолда (“йўқ” ҳолати),  $A=x_1, f(A)=f(x_1)$  8 – блокда аниқланади. Агар 9 – блокдаги текширилаётган  $|B-A| > \epsilon \cdot S$  бажарилса (“ҳа” ҳолати), 4 – блокка ўтилади. Акс ҳолда (“йўқ” ҳолати)  $\epsilon \cdot S$  аниқликдаги ечим 10 – блок ёрдамида  $Z$  – кўринишда ЭХМдан чиқариш қурилмасига узатилади.

## 2 – ПРОГРАММА

```

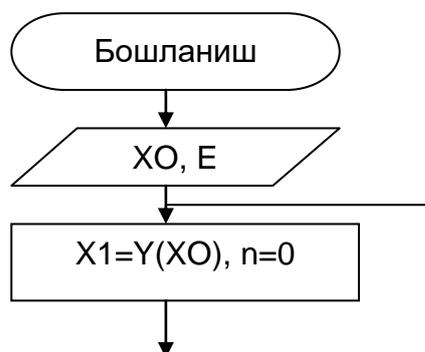
10 REM ОРАЛИҚНИ 2-ГА БЎЛИШ МЕТОДИ
20 INPUT A, B, E
30 Y1=A^3 - 0,146 * (1+A/2) * (1-A)^2
40 X1=(A+B)/2
50 Z=X1^3 - 0,146 * (1+X1/2) * (1 - X1)^2
60 IF Y1 * Z < 0 THEN 90
70 A=X1; Y1=Z
80 GOTO 100
90 B=X1
100 IF ABS (B - A) > E THEN 40
110 PRINT "АНИҚ ЕЧИМ Z="; , Z
    "X1="; X1; "НУҚТАДА ТОПИЛАДИ"
120 END

```

3.2 – масала. 3.1 – масала итерациялар усули билан очилсин.

Ечим: Берилган тенгламани қуйидаги кўринишга келтирамиз:

## 3 – БЛОК СХЕМА

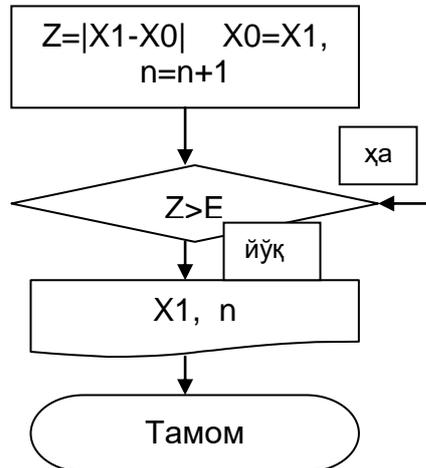


## 3 - ПРОГРАММА

```

10 REM ИТЕРАЦИЯ УСУЛИ
20 INPUT X0, E ; N=0
30 X1=X0^3 - 0,146 · (1+X0/2) · (1 - X0) ^ 2

```



```

40 Z=ABS (X1-X0)
50 X0=X1 ; N=N+1
60 IF Z > E THEN 30
70 PRINT "ЕЧИМ X0=" ; , X0
80 END

```

3 - блок-схема изоҳи. 1, 8 – блоклар бошланишини ва тугалланишини кўрсатади. 2 – блокда ЭҲМга  $X_0$  ва  $E$  киритилади. Усулга мувофиқ биринчи яқинлашув  $X_1$  3 – блокда топилади, 4 – блокда эса  $Z=|X_1-X_0|$  ни, яъни биринчи ва нолинчи яқинлашувларнинг мутлақ фарқи ҳисобланади. 5 – блокда ечим жараёнини давом эттириш учун нолинчи яқинлашув  $X_0$  қилиб биринчиси  $X_1$  олинади. 6 – блок ечимларяқинлигини текширади. Агар “ха” ҳолати бўлса,  $X_0$  ечим деб олинади ва ЭҲМдаги натижа қоғозга чиқарилади. Акс ҳолда (у “йўқ” ҳолатида) 3 – блокка узатилади, яъни яқинлашув топилади ва жараён давом эттирилади.

Шу блок-схема асосида программа тузишни ўқувчига машҳуллот сифатида қолдирамиз.

3.3 – масала. Қандайдир системаларнинг молекуляр диогарммасини ҳисоблаш масаласи. Бошланғич орбитачаларнинг энергия даражаси топилсин. Бунинг учун  $n$  – тартибли аср (вековое) тенграмаси тузилади. Масалан: 1,2,3 – гексатриенни оламиз. Углерод атомларини унинг сийма боғланиш занжирида жойлашуви тартибида номерлаб чиқамиз. Бу боғланган системани асрий дитерминантини тузамиз. Маълум

бўлган методикани қўллаган ҳолда 6 – тартибли тенгламани оламитиз:  
 $f(x) = x^6 - 5x^4 - 6x - 1$  Бу тенглама ечимларини оралиқни тенг иккига бўлиш усули билан топинг.

**3.4 – масала.** Ван дер-Вальс тенгламасини  $t=0$  ва  $P=50$  атомда метаннинг моляр ҳажмини ҳисоблаш учун ишлатиш мумкин.

$V = R \cdot T / (P + a/V^2) + b$ , бунда  $a=2,253 \text{ м}^2\text{атом моль}^{-2}$ ,  $b=0,0428 \text{ ммоль}^{-1}$ ,  $T=273$ ,  $R=0,082$ ,  $P=10$ . Итерация усули билан литрларда ўлчанадиган буғнинг бирини моль ҳажми  $V$  топилсин.

**3.5 – масала.** Кучсиз кислоталар учун водород кўрсаткичини ҳисоблаш. Ушбу  $\text{HA} \rightarrow \text{H}^+ + \text{A}^-$



реакцияларда водород ионларининг концентрацияси қуйидаги тенгламадан аниқланади.

$$[\text{HA}]_0 = ([\text{H}^+] - K_w) / K_a + [\text{H}^+] - K_w / [\text{H}^+]$$

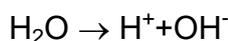
бунда  $K_a$  – кислота диссоциацияси ўзгармаса,  $K_a=1,85 \cdot 10^{-5}$   $K_w$  – сувнинг ион кўпайтмаси,  $K_w=10^{-14}$ . Бу тенгламага оғирлик турфунлиги ўзгармаса, кислота концентрацияси ва водород иони концентрацияси киришган.  $X$  орқали қуйидаги тенгламани оламитиз:

$$(x^2 - K_w) / K_a + x - K_w / x - E_w = 0,$$

бунда  $E_w = [\text{HA}]_0$  – кислота концентрацияси (моль/литр),  $E_w=0,1$ .

Бу тенгламани оралиқни тенг иккига бўлиш усули ёрдамида ечинг.

**3.6 – масала.** Буферлик бирлашма рН буғни ҳисоблаш. Ушбу реакцияда  $\text{HA} \rightarrow \text{H}^+ + \text{A}^-$



концентрацияси қуйидаги тенглама орқали аниқланади.

$$[\text{HA}]_0 + [\text{KA}]_0 = ([\text{H}^+] / K_a)(\text{H}^+) + [\text{KA}]_0 - [\text{HCl}]_0 - K_w / [\text{H}^+]$$

ионлар концентрациясини номаълум  $x$  деб белгилаймиз.  $K_s = [\text{KA}]_0$  туз концентрацияси, моль литр,  $K_k = [\text{HCl}]_0$  – киритилаётган кучли кислота концентрацияси, моль литр,  $a$ ,  $K_a$ ,  $K_w$  (3.5 – масаладаги каби). У ҳолда тенгламани қуйидагича ёзилади:

$$(x / K_a + 1)(x + K_s - K_k - K_w / x) - E_w - K_s = 0$$

Бу тенглама оралиқни иккига тенг бўлиш усули билан ечилсин.

3.7 – масала. Итерациялар усули билан қуйидаги тенглама ечилсин, ҳисоблашлар:  $e^x - \cos x = 0$ ,  $x_0 = 0,6$ ;  $N = 7$ ;  $E = 10^{-2}$  учун ўтказилсин.

#### 4. Аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш.

Жуда кўп кимёвий ва биологик масалаларда аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблашга тўғри келади. Қуйида, аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш учун трапециялар формуласи келтирилган:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{2n} (f(x_0) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n))$$

бунда  $n$  – тугун нуқталар сони, қадам ушбу формула орқали ҳисобланади:  $h = (b-a)/n$  ёки у берилган бўлади.

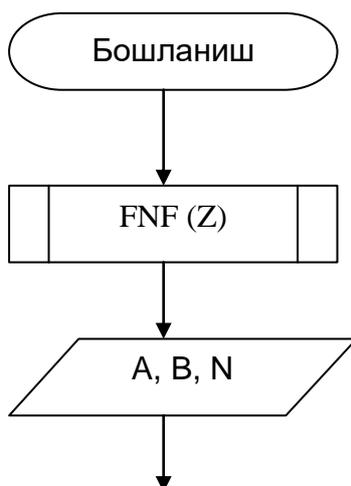
4.1 – масала. Урчитиш ўсиш тезлиги  $V(t)$  маълум бўлсин, яъни вақт ўтиши билан урчитиш миқдори ўзгаради. Ушбу  $[t_1, t_2]$  вақт оралиғида миқдорнинг қўшимча ўсиши қуйидаги формула билан аниқлансин:

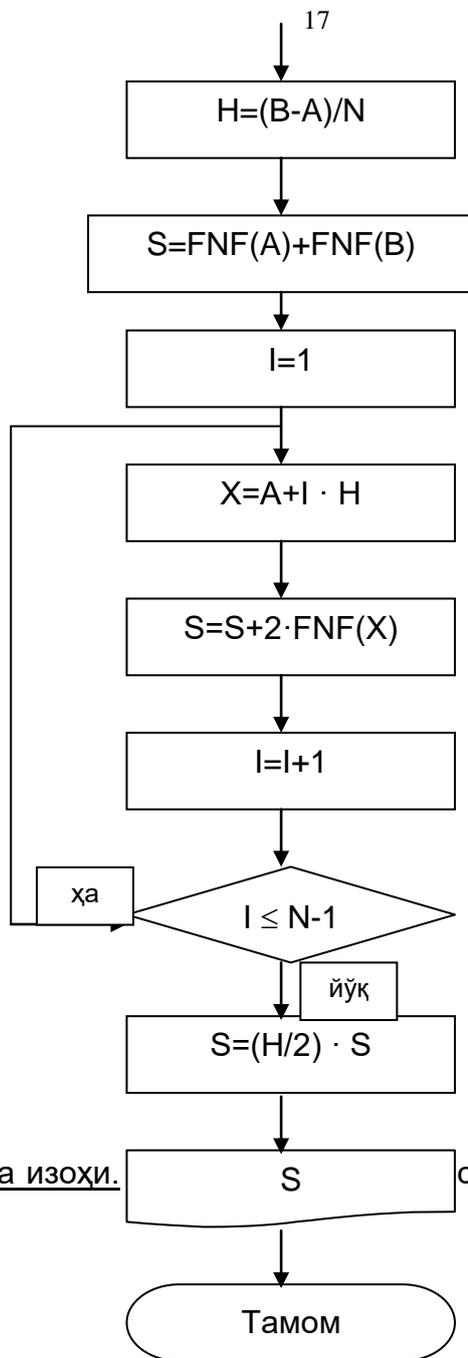
$$N(t_2) = N(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt,$$

бунда  $N(t)$ ,  $t$  – моментидаги сони, чунки чегараланмаган ресурслар шароитида жуда кўп урчитишлар учун  $V(t) = a \cdot e^{kt}$ . Масалан, бундай шароитни ривожланаётган ўсимликни вақти-вақти билан янги озуқавий борлиққа ўтказилиб туриладиган микроорганизмлар учун вужудга келтириш мумкин. бу ҳолда  $N(t_2) = N(t_1) + (a/k)(e^{kt_2} - e^{kt_1})$  яъни интеграл аниқ ҳисобланади.  $V(t) = \sqrt{t} e^{-t^2}$  бўлсин. Қуйидаги интеграл  $n = 10$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $h = 0,1$  учун трапеция формуласи орқали ҳисоблансин.

Ечиш. Интеграл остидаги ифодани қисм программа шаклида ифодалаймиз. Қисм программанинг оператор функцияси кўриниши программанинг бошида келади, қолган кўринишлари программанинг охирида келади. қисм программага мурожаат унинг номи орқали бўлади.

#### 4 – БЛОК – СХЕМА.





4 – блок – схема изоҳи.

сала ечилишининг бошланиши ва

тугалланишини кўрсатади. 2 – блок  $FNF(A)$  номли бир номаълумли функцияни ҳисоблайдиган қисм программага мурожаат қилади. 3 – блок ёрдамида бошланғич маълумотлар  $A, B, N$  лар киритилади. 4 – блокда  $H=(B-A)/N$  ҳисобланиб,  $FNF(Z)$  номли қисм программани чақирган ҳолда, аввал  $F(A)$  кейин  $F(B)$  ҳисоблаб топилади. 5 – блокда цикл ўзгарувчиси  $I=1$  бошланғич қийматини олади.  $X$  қиймати 6 – блокда ҳисобланади, 7 – блокда эса  $S=S+2 \cdot FNF(X)$  топилади. 8 – блокда цикл параметри қийматига бир қўшилади. 9 – блокда цикл параметрининг қиймати охириги  $I \leq N - 1$  қиймати билан солиштирилади. Агар “ҳа” ҳоли бажарилса, яна 6 – блокка борилади ва формуланинг бир неча марта (аниқроғи  $N - 1$  марта) ишлайди. Шундан кейин (акс ҳолда) 10 – блокка ўтилади ва цикл тугалланади. Бу блокда ҳосил қилинган  $S$   $(b-a)/(2N)$  га кўпайтирилади ва интегралнинг тақрибий қиймати  $S$  топилади. III – блок ёрдамида  $S$  ЭҲМ хотирасидан қоғозга босиб чиқарилади. 4 – блок-схема асосида кўрилаётган масаланинг Бейсик тилида программасини тузамиз.

#### 4 – ПРОГРАММА

```

10 REM ТРАПЕЦИЯЛАР УСУЛИ
20 DEF FNF(Z)=SQR(Z) * EXP(-Z^2)
30 INPUT A, B, N : H=(B-A)/N
40 S=FNF(A)+FNF(B)
50 FOR I=1 TO N-1
60 X= A+I * H
70 S=S+2 * FNF(X)
80 NEXT I
90 S=S * (H/2)
100 PRINT "ТАҚРИБИЙ ЖАВОБ = "; S
110 END

```

4.2 – масала. Ушбу  $(\lambda_1, \lambda_2)$  тўлқин узунликлари оралиғида мутлақ қора жинс чиқараётган электромагнит нурланиши интеграл орқали аниқлансин.

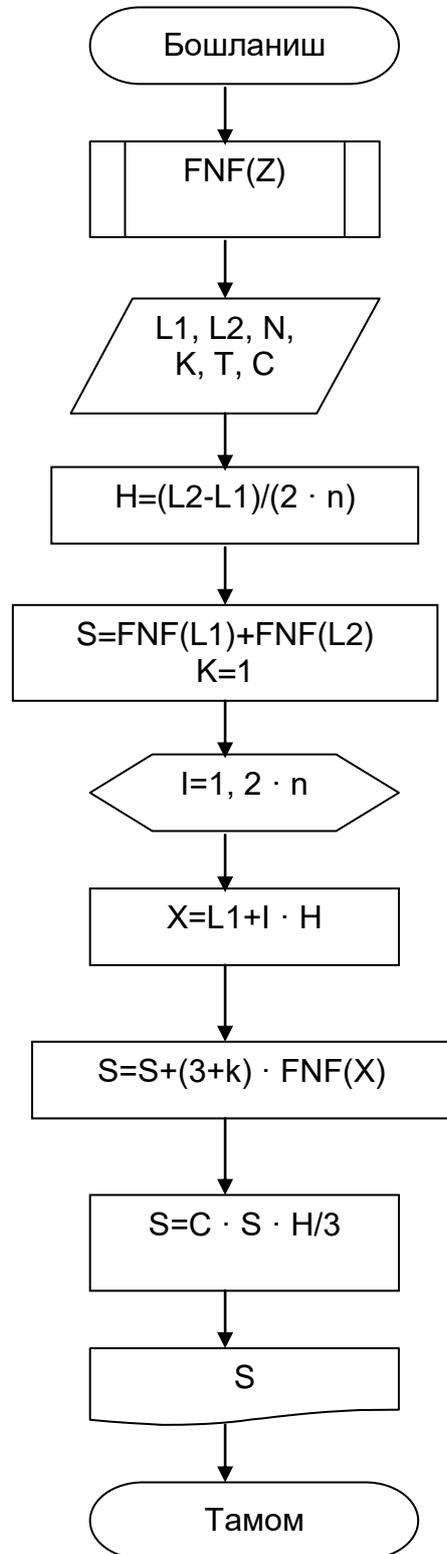
$$S = C \cdot \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} 1/(\lambda^5 (e^{h/(\lambda kT)} - 1)) d\lambda$$

Бу ерда  $h$  – Планк доимийси,  $C$  – ёруғлик тезлиги,  $T$  – мутлоқ ҳарорат,  $\lambda$  - тўлқин узунлиги,  $K$  – больцман доимийси. Интеграл  $T=273$ ,  $\lambda=0,1$ ;  $\lambda=0,5$  ҳисоблансин. Бу аниқ интегрални ҳисоблашда қуйидаги формуладан фойдаланилади:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6n} (f(a) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 4f(x_{2n-1}) + f(x_{2n}))$$

Бу формула Симпсон усулидан келиб чиқади.

## 5 – БЛОК – СХЕМА



5 – блок – схема изоҳи. 1 ва 10 блоклар ечиш бошланишини ва тугалланишини билдиради. 3 – блокда  $F$  номли бир номаълумли функция тасвирланади. 2 – блок бошланғич  $L1, L2, N$  маълумотларни  $k, T, C$  миқдорларни ЭҶМ хотирасига киритади. 4 – блокда 3 – блокдаги функция ва  $F(L1), F(L2)$  лар ҳисобланади. 5 – блок циклнинг сарлавҳасидир, унда цикл параметри  $I=1$  дан  $2 \cdot n$  гача  $I$  қадам билан ўзгаради.  $I$  нинг ҳар бир қийматида 6,7 – блоклар ишлаб,  $X, S$  ва  $F(X)$  лар ҳисобланади.  $I=2 \cdot n$  бўлганда цикл тугайди ва 8 – блокка ўтилади. Бу ерда охири  $S$ , яъни интеграл қиймати ҳисобланади.

#### 5 – ПРОГРАММА

```

10 REM СИМПСОН УСУЛИ БИЛАН
20 REM АНИҚ ИНТЕГРАЛНИ ҲИСОБЛАШ
30 DEF FNF(Z)=1/(Z^5 * EXP (10.9E-10/Z * 1.38))-1
40 INPUT L1, L2, N, C
50 H=(L2-L1)/(2 * N)
60 S=FNF(L1)+FNF(L2)
70 K=1
80 FOR I=1 TO 2 * N
90 X=L1+I * H
100 S=S+(3+k) * FNF (X)
110 K=-K
120 NEXT I
130 S=C * S * H / 3
140 PRINT "ТАҚРИБИЙ ЕЧИМ="$ S
150 STOP
160 END

```

4.3 – масала. Умумий урчитиш биомассасининг оғирлиги қуйидаги формула билан аниқланади.

$$M(T) = M(O) + \int_0^T N(t) \cdot P(t) dt,$$

бунда  $N(t)$  – наслий урчитиш сони ёки  $t$  га тенг бўлган,  $P(t)$   $t$  – ёшли наслнинг ўртача оғирлиги,  $M(t)=0$  – 0 дан  $t$  гача бўлган ҳамма наслларнинг биомассаси. Масалани  $T=5$ ,  $N(t)=\sin t^2$ ,  $p(t)=2 \cdot t^2$  учун Симпсон усули бўйича ечинг.

4.4 – масала. Қаттиқ жисмнинг иссиқлик сиғими ушбу тенглама орқали аниқланади.

$$C_V + \frac{9NH}{x_0^3} \int_0^{x_0} x^4 \cdot e^x / (e^x - 1)^2 dx,$$

бу ерда  $x=hv/(kT)$ ,  $x_0=T_0/T$ ,  $T_0$  – Дебаев ҳароратни,  $N$  – Авагадро сони,  $k$  – Больцман доимийси,  $V$  – мутлоқ ҳарорат,  $h$  – Планк доимийси,  $v$  – тебраниш частотаси. Қандайдир элементлар учун  $T_0$  қиймати қуйидагига тенг: Al=398, Na=159. Симпсон усули ёрдамида ҳисоблансин.

4.5 – масала. Берилган ҳароратда  $P$  босим (атом) да ва газнинг учувчанлиги  $f$  (атм) қуйидагича аниқланади:

$$\ln \frac{fp}{p} = \int_0^p \frac{Z-1}{P} dp,$$

бу ерда  $Z$  – қисилиш функцияси жадвал кўринишда берилади. Интеграл трапециялар усули ёрдамида ҳисоблансин.

4.6 – масала. Перколецион филтърнинг содда моделини кўрамиз – суюқликнинг ясси пленкаси ясси бактериал пленка билан мулоқатда. Танланган содда геометрик структурали филтърда концентрацияни бактериал пленкага бўлган масофа ва дозирланиш цикли вақти  $t$  нинг функцияси бўлади, деб ҳисоблаш мумкин. бу концентрацияни  $C(x,t)$  деб белгилаймиз. Суюқлик қатлами тинчланади деб ҳисоблаймиз. Шундай қилиб, органикани суюқ бактериал пленкага ўтказиш молекуляр диффузия ҳисобига вужудга келтирилади, шунинг учун у Фик қонуни ёрдамида тасвирланиши мумкин.

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \cdot \frac{\partial C}{\partial t},$$

бунда  $D$  – моляр диффузия коэффиценти. Бу параболик тенгламани ечиш учун битта бошланғич шарт: ( $L$  – суюқлик пленкаси қалинлиги), ва иккита чегаравий шарт керак.

$$\frac{\partial C(L,t)}{\partial L} = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

(яъни изод сиртдан жинс ўтказилмайди ва  $C(0,t)=0$ ,  $0 \leq t \leq T$ , яъни органик жинсларни микроорганизмлар бактериал пленкага етиши билан тезда истеъмол қилади .

Юқоридаги тенгламани битта бошланғич ва иккита чегаравий шарт асосида ечинг.

Кўрсатма: Бу тенгламанинг хусусий ҳосилавий ечимини ўзгарувчиларни ажратиш усули бўйича аниқ кўринишда топиш мумкин.

$$C(x,t) = \frac{4C_0}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} e^{-(2n+1)^2 \pi^2 Dt / (4L^2)} \cdot \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L}$$

У ҳолда меъёрлаштириш жараёни охирида ўртача концентрацияси қуйидаги ифода орқали берилади:

$$C_m = \frac{1}{L} \int_0^L C(x, T) dx$$

Бу интегрални ҳисоблаш учун Симпсон усулидан фойдаланиш мумкин.

4.7 – масала. Дебай-Энштейн формуласига асосан қаттиқ жисмнинг иссиқлик сиғимини аниқланг:

$$C = f(a) \cdot \int_0^a x^4 e^x / (e^x - 1)^2 dx,$$

бу ерда  $f(a) = 9 \cdot N_a \cdot k / a^3$ ,  $a = T_0 / T$ ,  $T = 273^0 \text{K}$ ,

$N_a = 6.02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> – Авагадро сони,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/к Больцман доимийси, Натрий ( $T_0 = 159^0 \text{K}$ ) ва қумуш ( $T_0 = 215^0 \text{K}$ ) учун ҳисоблашлар ўтказилсин.

4.8 – масала. Ишончли эътимоллик, масалан, кўп марта кимёвий таҳлил натижалари билан боғланган тасодифий хатоликни характерлайди ва ушбу формула ёрдамида ҳисобланади:

$$d = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-z^2/2} dt,$$

Бу  $d$  эҳтимоллик билан хатоликлар ишончли  $[x_1, x_2]$  оралиғида бўлишини билдиради.  $D$  ни ҳисоблаш программаси тузилсин ва  $x_1 = 0.68$  ва  $x_2 = 0.87$  учун ишлатилсин.

4.9 – масала. Моҳор замбуруғлари сонини  $t_0$  ва  $t_1$  вақт оралиғида янада ўсишини аниқлаш учун қуйидаги формуладан фойдаланилади:

$$N(t_1) = N(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} V(t) dt,$$

бунда  $V(t)$  – замбуруғлар ўсиш тезлиги.  $N(t_1)$  ҳисоблансин, агар  $N(t_0) = 100$ ,  $V(t) = te^{\sin t}$ ,  $t_0 = 1$ ,  $t_1 = 8$  бўлса.

## 5. Тажриба натижаларини математик таҳлил қилиш.

Тасодифий миқдорнинг математик кутилмаси (ўрта арифметиғи)

$M = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$  формула билан аниқланади  $E_i = M - x_i$  мутлоқ хато.

Тарқалиш, яъни олинган миқдорларни дисперсияси (тарқоқлиги) қуйидаги миқдор билан характерланади  $\sigma^2 = 1/(n-1) \cdot \sum_{i=1}^n E_i^2$ ,  $\sigma$  - ўрта квадратик хато эса -

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (M - x_i)^2 / (n-1)}$$

Ўртача миқдор  $M$  айрим олинган ўлчашларга қараганда қидирилаётган миқдорга яқинроқ бўлади, шунинг учун унинг хатоси камроқ. Табиийки, ўлчашлар сони қанча кўп бўлса, ўртача хато шунча кам бўлади. Ўртачанинг ўрта квадратик хатоси қуйидаги формула орқали аниқланади:

$$m = \sqrt{\sigma^2 / n} = \sqrt{(\sum_{i=1}^n E_i^2) / (n \cdot (n-1))}$$

Ўлчашларнинг нисбий хатоси  $\delta = m/M \cdot 100$  га тенг бўлади. Одатда, ҳамма ҳисоблашлар натижасида, ўртача учун аниқ қиймат эмас, балки шу оралиқга у ёки бу ишонч эҳтимоли билан киритилиши мумкин. маълумки,  $M \pm 1.96m$ ;  $M \pm m \cdot 2.58$ ;  $M \pm 3.23m$  оралиқларни бутун тўпلام ҳажмининг мос равишда 95, 99 ва 99,9% аниқликда киритилган.

Умумий кўринишда ишонч оралиқлари  $M \pm t \cdot m$  қилиб ёзилиш мумкин.  $t$  миқдорнинг ҳар хил эҳтимолликлар учун қийматлари ва озодлик даражалари учун сони  $t$  – Стьюдент (1 - жадвал) томонидан топилган. Шунинг учун  $A = M \pm t \cdot m$ , бундан  $t = \pm(A - M) / m$ ,  $A - M = \Delta$  мутлақ хатоликни ҳисобга олганда,  $m = \sigma / \sqrt{n}$ ,  $t = \pm \Delta \sqrt{n} / \sigma$ ,  $\Delta, n, \sigma$  - ларни билсак, эҳтимоллик миқдорини жадвалдан топишимиз мумкин.

Энди икки танланма ўртачанинг фарқланиш баҳосини келтирамиз. Кўпинча изланувчилар тажриба ўтказганларида фақат, кузатишларни математик ишлаб чиқиш натижасида олинадиган, ўртача миқдорларга қизиқибгина қолмай, балки айрим қатор кузатишларини характерлайдиган ўрталар айирмасининг ишончлилигига ҳам қизиқишади (масалан, бир қанча чиқарилганларни ёки ўғит меъёрларини ўрганишда олинган ҳосилалар орасидаги фарқнинг ишочлилиги).

Ўрта квадратик хатолик ёрдамида иккита танланма ўртачаларни фарқланишларини баҳолаш қуйидагича олиб борилади. Фараз қилайлик, биринчи ўртача  $M_1 \pm m_1$ ,  $n_1$  – тажрибалар ва иккинчи ўртача  $M_2 \pm m_2$ ,  $n_2$  – тажрибалардан олинган. Айирма  $(M_1 - M_2) \pm t \cdot m_d$  ларни ҳисоблаймиз, бунда  $t$  – Стьюдент мезони,  $m_d$  – иккита ўрта айирмаси хатолиги. Озодлик даражалари

$n_1 + n_2 - 2, m_d = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$  бўлади. Ҳақиқий айирма кўрсаткичи (тажриба ишончилиги мезони)  $t_q = (M_1 - M_2) / t_d$  бўлади. Агар  $t_d \geq t$  бўлса, ишончли ҳисобланамайди.

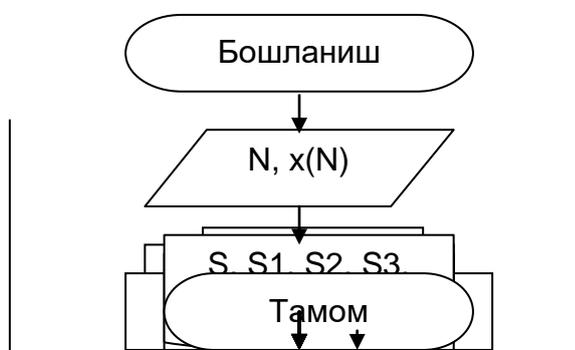
Бу шуни кўрсатадики, танланган ўртачаларни солиштиришдан келиб чиққан хулосалари фақат ўрганилган гуруҳлар учун тўғри, лекин унга умумий тус бериш мумкин эмас. Ишончсиз айирма интеграл ўртачалари айирмасини тўғрилигини кўрсатмайди, лекин танланган ўртачалар орасидаги фарқни кўрсатади.

n-1=f озодлик даражалар сони	Ишонч босқичлари		
	95	99	99,9
1	12,7	68,6	-
2	4,3	9,9	31,6
3	3,2	5,8	12,9
4	2,8	4,6	18,6
5	2,0	4,0	6,9
6	2,4	3,7	6,7
7	2,4	3,5	5,4
8	2,3	3,4	4,8
9	2,9	3,2	4,8
10	2,2	3,2	4,6
11-14	2,2	3	4,3
15-20	2,1	2,9	3,9
21-30	2,1	2,8	3,7
31-60	2,0	2,7	3,5
61-120	2,0	2,6	3,4
	1,96	2,58	3,29

1 – жадвал.

5.1 – масала. 49 соат ичида культивация қилинганидан кейин биомасса қанча эканлигини ўрта арифметиги, ўрта квадрат хатолиги, стандарт хатолик ва ишонч интерваллари топилсин. Тажриба натижалари.

#### 6 – БЛОК – СХЕМА



6 – блок-схема изоҳи. 1, 2 - блоклар ишнинг бошланиши ва тугалланишини билдиради. 2 – блок ёрдамида  $x$  векторига ЭХМда хотирасида жое ажратилади ва  $n, x$  вектор қийматлари киритилади. 3 блокда  $S=0, S1=0$  қилиб олинади, чунки бу ўлчамларда йиғинди ҳосил қилинади. 4 – блокда  $i$  бўйича 1 дан  $n$  гача (1 қадам билан) цикл бошланади.  $i=1, 2, \dots, n$  ўзгарганда 5 – блок ва 6 – блоклар ёрдамида мос равишда  $S = \sum_{i=1}^n x_i$  ва  $S1 = \sum_{i=1}^n x_i^2$  лар ҳосил бўлади. Жараён тугаб 7 – блокка ўтамыз. Бунда ўрта арифметик  $S$  ҳисобланади. 8- блокда ҳисобланиб, 9 – блокда ҳисобланаётган ўрта квадратик хатолик  $S2$  ва стандарт хатолик  $S3$  лар топилади. 10 – блок ёрдамида  $S4$  ва  $S5$  ишонч оралиғи ҳисобланади. Ниҳоят, 11 – блок ёрдамида миқдорлар  $S1, S2, S3, S4, S5$  ЭХМдан чиқарилади.

#### 6 – ПРОГРАММА

```

10 REM йиғиндиларни ҳисоблаш
20 INPUT N
30 DIM X (N)
40 FOR I=1 TO N
50 INPUT X (I)
60 NEXT I: S1=0; S=0
70 FOR I=1 TO N
80 S=S+X(I)
90 S1=S1+X(I)*2
100 NEXT I
110 S=S/N
120 S1=(S1-N*S*2)/(N-1)
130 S2=SQR (S1)
140 S3=SQR (S1/N)
150 S4=S+3*S3
160 S5=S-3*S4
170 PRINT "S="; S, "S1="; S1, "S3="; S3, "S4="; S4, "S5="; S5
180 END

```

5.2 – масала. 6 та тажриба участкасида 2 хил ўғит қўлланиб, пахтадан қуйидаги ҳосил олинган:

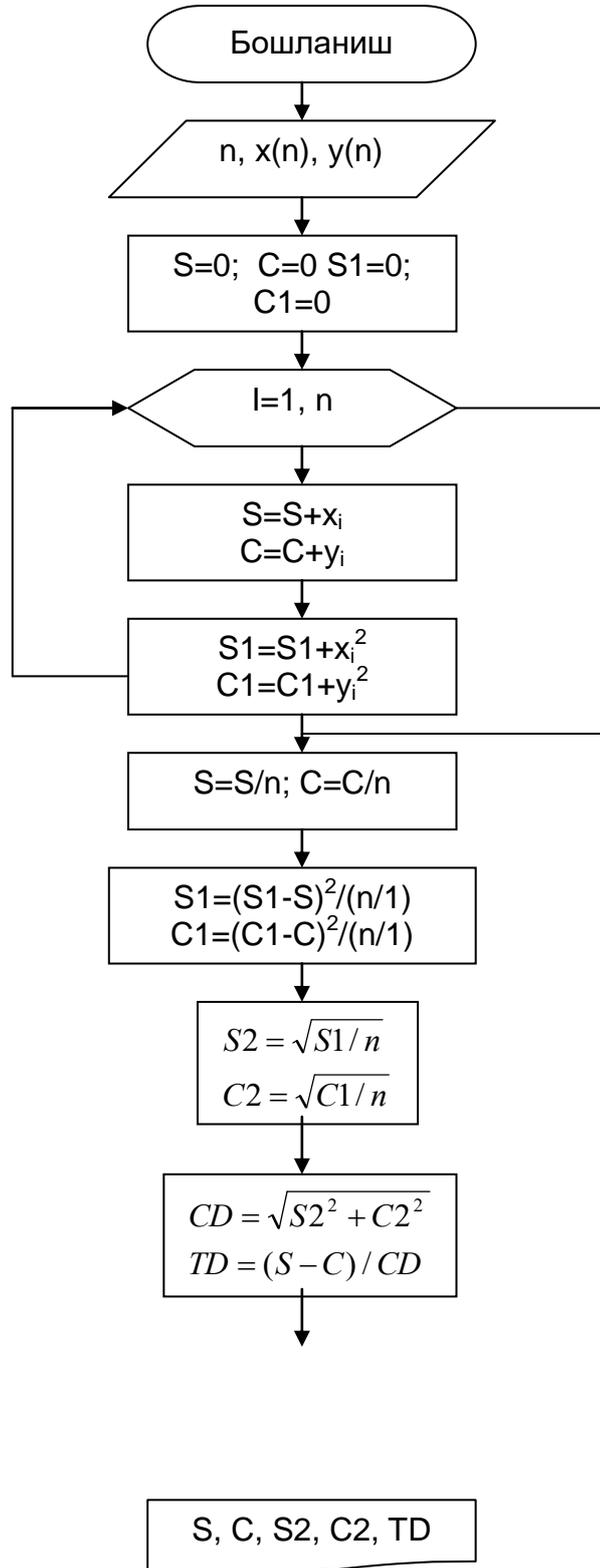
1 – ўҳит 9,0; 17,0; 31,0; 18,0; 7,0; 20,0

2 – ўҳит 15,0; 11,0; 18,0; 14,0; 17,0; 5,0

ўрта арифметиклар  $M_1$  ва  $M_2$  нинг  $m_1$  ва  $m_2$  стандарт хатоликларин, тажриба ишончлилик мезон  $t_d$  ларини топинг.

Ечим: Қуйидаги белгиларни киритамиз  $M_1 \rightarrow S$ ,  $M_2 \rightarrow C$ ,  $m_1 \rightarrow S_2$ ,  $m_2 \rightarrow C_2$ ,  $t_d \rightarrow TD$ .

### 7 – БЛОК - СХЕМА





7 – блок – схема изоҳи худди 6 – блок-схеманикига ўхшагани учун уни ўқувчига машқ сифатида қолдирамиз.

#### 7 – ПРОГРАММА

```

10 REM 5,2 масаланинг прграммаси
20 INPUT N
30 DIM X (N), Y(N)
40 FOR I=1 TO N
50 INPUT X (I), Y(I)
60 NEXT I
70 S=0: C=0: S1=0: C1=0
80 FOR I=1 TO N
90 S=S+X(I): C=C+Y(I)
100 S1=S1+X(I)*2: C1=C1+Y(I)*2
110 NEXT I
120 S=S/N: C=C/N
130 S1=(S1-S)*2/(N-1)
140 C1=(C1-C)*2/(N-1)
150 S2=SQR (S1/N)
160 C2=SQR (C1/N)
170 CD=SQR (S2*2+ C2*2)
180 TD=(S-C)/ CD
190 PRINT "S="; S, "C="; C, "S2="; S2, "C2="; C2,
        "CD="; CD: "TD="; TD
200 END

```

5.3 – масала. pH бирикмани олти марталаб ўлчаш қуйидаги қийматларни беради:

pH<sub>i</sub>: 2,87; 2,84; 2,89; 2,86; 2,89; 2,87;

Ўрта ариаметик, стандарт хатолик ва ишончлилик оралиғи аниқлансин.

5.4 – масала. 7 та тажриба учун сув қаттиқлигини аниқлашда қуйидаги натижалар олинган:

$x_i$ : 6,53; 6,43; 6,50; 6,48; 6,48; 6,44; 6,53;

Ўрта арифметик, стандарт хатолик ва ишончлилик оралиғи аниқлансин.

5.5 – масала. Петри косчасидаги микроорганизмлар колониялар сонини  $N_i = n_i \cdot R^2/r$  формула орқали ҳисоблаганда қуйидаги маълумотлар олинган:

$n_i$ : 15; 17; 14; 19; 18; 14; 17; 17; 13; 16;

бунда  $R_i$  микроскоп кўриш майдонидаги колонияларнинг ўртача сони,  $R$  Петри кисласи радиуси,  $r$  микроскопнинг кўриш майдони радиуси. Ўрта арифметик, стандарт хатолик ва ишончлилик оралиғи аниқлансин.

5.6 – масала. Тажриба натижасида 8 – та вегетацион идишдан ўсимлик ҳосили олинган, яъни  $n=8$

$x_i$  : 10,55 10,09 10,54 9,57 10,08 10,67 9,62 9,97 ҳисоблаш керак: ўрта арифметик қийматини, ўрта арифметик хатолигини, стандарт хатолигини ва ишончлилик оралиғини.

5.7 – масала. Иккита аналитик А ва В қотишманинг таркибида Аи борилигини бир хил усул билан таҳлил қилинди ва қуйидаги натижаларни олинди:

А : 1,40 1,60 1,45 1,67 1,51

В : 1,43 1,33 1,47 1,48 1,59 1,70

Уларнинг ўрта арифметикларини ( $M_1, M_2$ ) стандарт хатосини ( $m_1, m_2$ ) иккала қийматларининг бир-биридан хатолик фарқини ва қайси бирининг тажрибаси аниқроқ натижа берганлигини аниқлаш керак.

5.8 – масала. Иккита лабораторияда бир хил усул ёрдамида қазиб олинган маҳсулотнинг таркибида рухнинг борлиги таҳлил қилинган ва қуйидагилар қайд қилинган:

1 – лабораторияда: 21,6 21,1 21,4 21,7 21,9

2 – лабораторияда: 22,0 20,6 21,3 20,4 21,1 21,5

$M_1, M_2, m_1, m_2, t_d$  ларни аниқлаш керак.

5.9 – масала. Тажрибалар асосида 2 та оғирликни билдирмайдиган қотишмаларнинг таъсир қилиш вақтларини аниқланг.

А – қоришма: 3,2 1,6 5,7 2,8 5,5 1,2 6,1 2,9

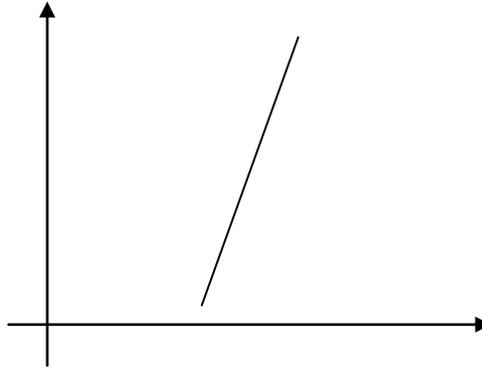
В – қоришма: 3,9 1,0 8,4 3,6 9,0 3,5 7,3 4,8

$M_1, M_2, m_1, m_2, t_d$  ларни ҳисоблаш керак.

**5.10 – масала.** Таҷрибалар асосида ҳар хил қийматлари учун радиоактивлик индикаторидан фойдаланиб рух билан титан гидрооксидининг чўкиш ҳолатлари ўрганилди ва қуйидаги боғлиқлик аниқланди  $\lg D_{Zn}=f(pH)$  (1 – расм ва 1 - жадвал)

$D_{Zn}$  – рухнинг чўкмадаги массасининг қоришмадаги массасига нисбатан нисбий тўйинганлигини билдиради.  $\lg D_{Zn}$  ва pH ларнинг корреляция кучларини баҳолаш ва регрессия тенгламаларини келтириб чиқаринг.

x	y
3,5	-1,5
3,8	-1,2
4,0	-1,0
4,2	-1,0
4,5	-0,8
4,7	-0,5
5,0	-0,5
5,2	-0,0
5,5	0,1
6,0	0,8



1 – расм.

**Ечилиши:** Корреляция коэффиенти (танланма) ушбу формула орқали ҳисобланади:

$$r = \left( \frac{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})]}{n - \bar{X} \cdot \bar{Y}} \right) / (\delta_x \cdot \delta_y)$$

бу ерда  $\delta_x$  ва  $\delta_y$  лар стандарт хатоликлар бўлиб, улар қуйидагича аниқланади:

$$\delta_x = \sqrt{\left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{X}^2 \right)}; \quad \delta_y = \sqrt{\left( \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{Y}^2 \right)}$$

бу ерда :

$$\bar{X} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right); \quad \bar{Y} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \right)$$

Чизиқли регрессия коэффиенти орқали ифода қилинади.

$$\alpha = 2\delta_y / \delta_x$$

**5.11 – масала.** Нордон муҳитдаги сульфасалицилли кислотада жойлаштирилган  $Fe^{2+}$  нинг жадваллаштирилган графигини фотометрик аниқлашда 9 та стандарт суюқликларнинг оптик зичлиги аниқланган ва улар жадвалда келтирилган.

Жадвал

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$X_i(E_i)r/l$ концентрацияси	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,018	0,20	0,22
Оптик	0,19	0,25	0,32	0,39	0,47	0,53	0,61	0,72	0,79

зичлиги									
---------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Чизиқли график характеристикаларини аниқлаш керак. Худди шу йўл билан ўзингиз тажриба қилаётган концентрациялар учун уларнинг чизиқли графиклар характеристикасини ҳисобланг.

5.12 – масала. Микроорганизмларнинг рибофинлигини биосинтезлаш энг қулай бажарилиши учун муҳитнинг ишқорлик даражасини аниқланг.

Кўрсатма. Ген инженерлиги усули билан шундай муҳит ҳосил қилинганки (*Bacillus Subtilis*), қайсиники ўта рибофлавинаки синтезлаш имконини берсин. Рибофлавинани ишлаб чиқариш жараёнини такомиллаштириш учун, маҳсулотларни маданийлаштириш шарт-шароитларини яхшилаш керак. Бу жараённинг энг асосий негизи “рН<sub>7</sub>”нинг оптимал қийматини танлаб олишни ташкил қилади. Изланувчи – биотехнологлар юқоридаги жараёнларни (яъни *Bacillus Subtilis* ни маданийлаштириш) рН<sub>7</sub> ва рН<sub>8</sub> учун бажарганлар. Рибофлавина таркибини ўлчаш миқдори (1 мкг – мл) шундай натижалар беради.

Жадвал.

Вақт соат	рН <sub>7</sub>			рН <sub>8</sub>		
0	4,4	4,45	4,20	4,10	4,16	4,00
3	4,01	4,48	8,61	9,62	11,24	8,88
6	15,90	18,40	18,40	21,23	21,65	23,16
9	29,68	35,03	33,70	49,71	52,47	57,03
12	55,23	59,47	49,60	88,18	73,78	93,49
18	131,44	118,72	131,16	235,88	263,41	304,75
24	352,98	243,27	428,77	641,30	587,24	572,40
30	1118,30	885,10	773,80	1011,24	1031,81	1043,04
36	1123,60	1028,2	1106,0	1354,7	1420,4	1445,8
42	1392,8	1590,0	1655,7	1700,2	1674,8	1579,4
48	2281,6	2363,3	2231,3	2445,9	2456,5	2313,5

Аниқлаш керак: рН нинг қайси қийматларида рибофлавина *Bacillus Subtilis* ни синтез қилиш энг яхши натижа беради? Бунинг учун тажрибанинг ишончлилик аломатидан фойдаланишимиз мумкин:

$$V_i = \left( \sum_{j=1}^{n_1} a_{ij} \right) / n_i; N_i = \left( \sum_{j=1}^{n_2} b_{ij} \right), i = 1.2.....m$$

Бу ерда  $m$  – тажрибалар сони,  $n_1, p_{H_7}$  - учун ўлчашлар сони,  $n_2, p_{H_8}$  – учун ўлчашлар сони,  $M_i p_{H_7}$  – учу ўртача арифметиги,  $N_i p_{H_8}$  – учун ўртача арифметиги,  $A=(a_{ij})$  учун ва  $B=(b_{ij})$  мос равишда  $p_{H_7}$  ва  $p_{H_8}$  лар учун тажрибалар натижаси.

$$S_i = \sum_{j=1}^{n_1} (a_{ij} - M_i)^2; \quad C_i = \sum_{j=1}^{n_2} (b_{ij} - N_i)^2; \quad A_i = \frac{S_i}{n_1(n_2 - 1)}; \quad t_i = (M_i - N_i) / \sqrt{d_i}$$

$t_i$  – ўртадаги фарқнинг кўрсаткичи. Агар  $t_i < t$ , ( $t=2.13$ ) бўлса, у ҳолда  $k=k+1$  ёрдамида ўзаро бир хил нуқтали боғлиқликлар сонини ҳисоблаш мумкин.

Трапециялар методи ёрдамида рибофлавина ( $B_9$ ) концентрациясининг вақтга боғлиқлик эгри чизиғини тажрибада аниқлаб, уларнинг юзасини ҳисоблаш йўли билан  $pH$  нинг энг қулай қийматини аниқлаб олишимиз мумкин бўлади. Энг катта юза рибофлавинанинг янада қулайроқ режимида бўлади. Фараз қиламиз,  $k=k \cdot 100/11$ . Бу ҳолда  $k$  ўзаро мос келадиган нуқталар нисбатини билдиради. Агар  $k > 90^0$  бўлса, у ҳолда муносабатлар мос келади, агар  $k < 90^0$  бўлса, у ҳолда  $F$  ва  $L$  юзаларни, мос равишда  $p_{H_7}$ ,  $p_{H_8}$  эгри чизиқлар остида аниқлаймиз:

$$F = 3 \cdot \sum_{i=1}^4 (M_i + M_{i+1}) - \frac{3}{2} \sum_{i=5}^{m-1} (M_i - M_{i+1}), \quad L = 3 \cdot \sum_{i=1}^4 (N_i - N_{i+1}) + \frac{3}{2} \sum_{i=5}^{m-1} (N_i - N_{i+1})$$

Агар  $F > L$  бўлса, у ҳолда  $p_{H_7}$  рибофлавинани синтези учун етарли бўлади, акс ҳолда  $p_{H_8}$  қулай деб қабул қилинади.

**5.13 – масала.** Тўққизта параллел тажибалар натижасида силикат таркибининг неча фоизини ташкил қилиш анишланган:

Таҳлиллар №	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_{iO_2}$ таркиби	57,3	56,8	57,6	57,3	56,9	57,6	55,9	56,0	55,0

Улар таркибидаги  $p_{iO_2}$  ларнинг ўрта арифметигини ва ўртача стандарт хатолигини ҳисоблаш керак.

**5.14 – масала.** Етти марта таҳлил қилиш натижасида чўян таркибининг неча фоизини фосфор ташкил қилиш аниқланган:

Таҳлиллар №	1	2	3	4	5	6	7
Фосфор таркиби	0,77	0,38	10,375	0,383	0,39	0,36	0,374

Топиш керак: Чўян таркибидаги фосфорнинг ўртача арифметигини ва ўртача стандарт хатолигини.

## 6. Дифференциал тенгламалар

Табиатнинг вақт ва фазода ўзгарувчи ҳар бир ҳодисаси дифференциал тенгламалар орқали ифода қилинади.

Оддий дифференциал тенглама берилган бўлсин:

$$dy/dx = f(x, y)$$

ва  $y(0)=y_0$  бошланғич шартни қаноатлантирсин. Берилган  $[a, b]$  оралиқда  $y(x)$  ни топиш керак бўлсин. Бу масalani ҳисоблаш учун қўлланадиган тақрибий методлардан бири – Эйлер усулидир. Бу усул  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , дискрет (узлувчанлик) нуқталарида,  $y(x_0), y(x_1), \dots, y(x_n)$  функцияларнинг тақрибий қийматларини формуладан фойдаланиб тиклаш имконини беради.

$$y(x_{k+1}) = y(x_k) + h_i f(x_k, y(x_k)), k = 0, 1,$$

бу ерда  $h=(b-a)/n$ ,  $x_i=a+i \cdot h$ ,  $(i=0, 1, 2, \dots, n)$

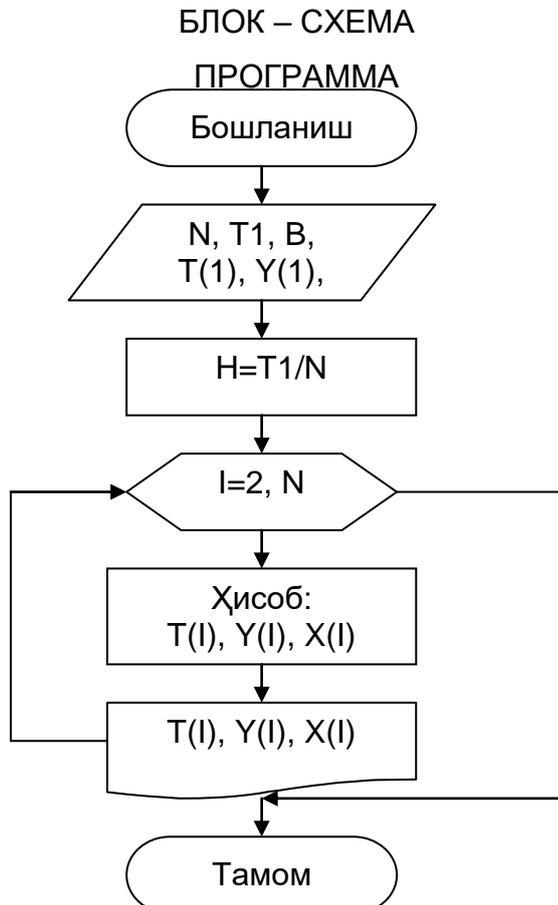
6.1 – масала.  $y \xrightarrow{k} Z$  нинг ажралиш реакцияси тезлиги ушбу дифференциал тенгламада аризали ифода қилинади.

$$dy/dx = k(t - y)^b, y(0) = 1$$

бу ерда  $y(0)$  у модданинг бошланғич концентрацияси,  $k$  – пропорционаллик коэффициентини.

Берилган  $[0, T]$  оралиқда Эйлер усули ёрдамида  $y(x)$  ни топиш керак. Бу ерда  $H=T_1/N$ ,  $T_1=5$ ,  $b=1$

Бу масalani ҳисоблаш блок-схемасининг программасини келтирамиз:



```

10 INPUT N, T1, B
20 DIM T (N), Y(N), X(N)
30 INPUT T (I), Y(I), X(I)
40 H=T1/N
50 FOR I=2 TO N
60 T(I)=T(I-1)+
70 Y(I)=Y(I-1)+
80 X(I)=X(I-1)+
90 PRINT T(I), Y(I), X(I)
100 NEXT I
110 END

```

Блок – схемага изоҳ: 1 ва 7 - блоклар алгоритмнинг бошини ва охирини ифодалайди. 2 – блок ҳисоблаш учун керак бўлган T1, B, N, X(1), Y(1) ва T(1) ларнинг дастлабки қийматларини киритади. Ўзгариш қадами H-T1/N 3 – блокда ҳисобланади. Формула бўйича ҳисоблашни ташкил қилиш учун 4 – блокда жараён бошланади. (i=2,3,...N) Y<sub>i</sub> ва T<sub>i</sub> массивларнинг қийматини ҳисоблаш 5 – блокда бажарилади ва ниҳоят 6 – блокда ҳосил бўлган натижаларни босиб чиқаради.

6.2 – масала. Чекланмаган миқдорда озиқ-овқат ресурсларига эга бўлган шароитда яшовчи микроорганизмлар устунлиги, бошқа турлар томонидан исканжага олинган бўлсин. Вақтга боғлиқ бўлган кўпайиш ушбу формула ифода қилинади:

$$dx / dt = Ex$$

бу ерда x(t) – тирик организмлар сони, x(0)=5, E=2 бўлсин, t =10 бўлгандаги x(t) ни топинг.

6.3 – масала. Агар 6,2 – масаладаги ўз-ўзини йўқотиш самарасини эътиборга олсак, яъни ўқишни ва кўпайишни камайтириш хусусияти десак, биз қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$dx / dt = E \cdot x - \delta x^2$$

$\delta$  - ўз – ўзини заҳарлаш коэффициенти. x(0)=1, 0<t<1 h=0.1 бўлганда формуладан фойдаланиб x(t<sub>i</sub>+i/h), i=1,2,...10 ни ҳисобланг.

6.4 – масала. Эпидемиологиядан масала. фараз қиламиз: a ва n дастлабки вақтдаги заҳарланган ва заҳарланмаган одамлар сони бўлсин. x(t), 0<t<10, - вақт оралиғида заҳарланган одамлар сони, B=0,5 – инфекция юқтириш коэффициенти, j=0,3 – соғайиб кетиш коэффициенти. вақт t=10 бўлганда соғайиб кетганлар сони Z(t) ни топинг. Ҳисоблаш формуласи қуйидагича:

$$dz / dt = j(n + a - z - ne^{-B/j^2}), z(0) = 0$$

формуладан фойдаланиб,  $Z(t)$  ни ҳисобланг.

$K_1$

6.5 – масала.  $y_1 \longrightarrow y_2$  учун кинетик система қуйидаги

$K_2$

$$dy_1 / dt = k_2 y_2 - k_1 y_1, y_1(0) = 1, k_1 = 10,$$

$$dy_2 / dt = k_1 y_1 - k_2 y_2, y_2(0) = 1, k_2 = 5,$$

дифференциал тенгламалар системаси орқали ифода қилинади:

$$\frac{dy_1}{dt} = k_2 y_2 - k_1 y_1, y_1(0) = 1, k_1 = 10$$

$$\frac{dy_2}{dt} = k_1 y_1 - k_2 y_2, y_2(0) = 1, k_2 = 5$$

қуйидаги формулалардан фойдаланиб топилади:

$$y_1(x_0 + i \cdot h) = y_1(x_0 + (i-1) \cdot h) + h(k_2 y_2 \cdot (x_0 + (i-1) \cdot h) - k_1 y_1(x_0 + (i-1) \cdot h)),$$

$$y_2(x_0 + i \cdot h) = y_2(x_0 + (i-1) \cdot h) + h(k_1 y_1 \cdot (x_0 + (i-1) \cdot h) - k_2 y_2(x_0 + (i-1) \cdot h)),$$

$$y_1(x_0 + i \cdot h), y_2(x_0 + i \cdot h), i = 1, 2, \dots, 10$$

$$x_0 = 0, h = 0,1$$

6.6 – масала. Ушбу кинетик тенгламалар тизимини ечинг.

$K_{12} \quad K_{23}$



$K_{21} \quad K_{32}$

Бу ерда  $A, B, C$  – концентрациялар.  $K_{12}, K_{21}, K_{22}, K_{32}$  реакциялар тезлигининг коэффициентлари. Концентрацияларнинг вақтга боғлиқлиги қуйидаги дифференциал тенгламалар тизими орқали ифода қилинади:

$$\frac{dA}{dt} = k_{21} B - k_{12} A$$

$$\frac{dB}{dt} = k_{12} A + k_{32} C - (k_{21} + k_{23}) \cdot B$$

$$\frac{dC}{dt} = k_{23} B - k_{32} C$$

ушбу бошланғич шартлар асосида:

$$A(0)=A_0, B(0)=0, C(0)=0$$

Бу системанинг ечимлари аниқ қўринишда олиниши мумкин:

$$A(t) = A_0 (T_1 + T_2 e^{-\lambda_2 t} + T_3 e^{-\lambda_3 t})$$

$$B(t) = A_0 (T_4 + T_5 e^{-\lambda_2 t} + T_6 e^{-\lambda_3 t})$$

$$C(t) = A_0 - A(t) - B(t)$$

Бу ерда:

$$T_1 = k_{21} \cdot k_{32} \cdot (\lambda_{21} \cdot \lambda_1)$$

$$T_2 = k_{12} (\lambda_2 - k_{23} - k_{32}) / (\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_3));$$

$$T_3 = k_{12} (k_{23} + k_{32} - \lambda_3) / (\lambda_3 (\lambda_2 - \lambda_3));$$

$$T_4 = k_{12} \cdot k_{32} \cdot (\lambda_{21} \cdot \lambda_3);$$

$$T_5 = k_{12} (k_{32} - \lambda_2) / (\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_3));$$

$$T_6 = k_{12} (\lambda_3 - k_{32}) / (\lambda_3 (\lambda_2 - \lambda_3));$$

$$\lambda_2 = (p + Q) / 2; \lambda_3 = (p - Q) / 2; p = k_{12} + k_{21} + k_{23} + k_{32};$$

$$Q = \sqrt{p^2 - 4(k_{12} \cdot k_{23} \cdot k_{21} \cdot k_{32} + k_{12} \cdot k_{32})}.$$

$A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  – лар ҳисобланган бўлиши мумкин, агар қуйидаги шартлар системаси бажарилса:

$$\lambda_2 \cdot \lambda_3 \neq 0,$$

$$\lambda_2 \cdot (\lambda_2 - \lambda_3) \neq 0,$$

$$P^2 - 4(k_{12} \cdot k_{23} \cdot k_{21} \cdot k_{32} + k_{12} \cdot k_{32}) \geq 0,$$

келиб чиқади.

**6.7 – масла.** Иккинчи тартибли кимёвий реакцияни кўриб чиқайлик.



$a$  ва  $b$  лар  $A$  ва  $B$  – моддаларнинг бошланғич концентрацияси бўлсин. Таъсир этувчи масса ёки таъсирланувчи модданинг таркибидаги моллар миқдори бўлсин.  $T$  вақт давомида  $A$  ва  $B$  моддалар таркибидаги моллар сонини топинг.

Фараз қиламиз:  $x_t$  вақтда  $A$  моддадаги таъмирланган моллар сони, бундан  $B$  учун ҳам худди шундайлиги келиб чиқади, чунки  $A$  моддадаги ҳар бир моль  $B$  – моддадаги ҳар бир моль билан бирикади, шунинг учун  $A$  ва  $B$  – моддадаги таъсирланган моллар сони бир хил бўлади.

$T$  – вақтда реакция тезлиги  $dx/dt$  бўлади.  $A$  модданинг таъсир этувчи массаси  $(a-x)$ ;  $B$  – модданинг таъсир этувчи массаси  $(b-x)$ .

Ўзаро таъсир этувчи массалар қонунига асосан реакция тезлиги шу моментдаги таъсир этувчи массаларга тенг бўлади, яъни

$$dx/dt = k(a-x)/(b-x),$$

бу ерда  $k$  пропорционаллик коэффициентидир. Бу тенгламани ечсак,

$$a - a / (1 + k \cdot t), \text{ агар, } a = v$$

$$\frac{a \cdot b [e^{(b-a)/(k \cdot t)} - 1]}{b \cdot e^{(b-a) \cdot k \cdot t} - a}, \text{ агар, } a \neq v$$

эканлигини аниқлаймиз.

Шундай қилиб, х формула ёрдамида ҳисоблаш мумкин бўлади.

**6.8 – масала.** Биомассанинг йиғилиш динамикаси ва озучавий субстрактнинг сарфланишини узлуксиз маданийлаштириш.

Микроорганизмларнинг ўқиш характеристикасини аниқлаш учун қатъий маданийлаштириш усулидан фойдаланилади. Юқоридаги жараённинг ферментердаги *Escherichia – Coli* ни маданийлаштиришни ифодалайдиган оддий дифференциал тенгламаларни кўриб чиқамиз:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 \cdot x_2 - u_1 \cdot x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_1 \cdot x_2 - u_1 \cdot x_2 + u_2$$

Бу ерда  $x_1$  – биомасса концентрацияси;  $x_2$  – субстракт концентрацияси;  $I_1$  – оқиш тезлиги;  $I_1$  - кўрилатган субстрактнинг бошланғич концентрацияси; маданийлаштиришнинг бошланғич шартлари берилган бўлсин:

$$t=0, \quad x_{10}=12 \text{ мг/л; } x_{20}=50 \text{ мг/л; } I_1=0,4, \quad I_2=85 \text{ мг/л}$$

Биомасса ва субстракт массани берилган  $t=0$  дан  $t=1$  гача бўлган вақт оралиғида интеграллаганда, уларнинг концентрациясини ўзгариш динамикаси кузатиш керак. Интеграллаш қадами  $h=0,1$ .

**Кўрсатма:** Биотехнологик жараёнлар дифференциал тенгламалар ёрдамида моделлаштирилади. Фақат бу тизимларнинг чекли сонини аналитик йўл билан ечиш мумкин, кўп ҳолларда интеграллашнинг ҳисоблаш усулларини қўллаш талаб қилинади. Бу тизимлар учуе Эйлер усули тақрибий ечимини беради, нисбатан аниқроқ ечимни эса Рунге – Кутта усули беради.

Дифференциал тенгламани умумий кўринишда берамиз. Бу тенгламанинг ечими бўлмиш функциянинг кетма-кет яқинлашишини қуйидагича ёзамиз:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y \quad \text{қаердаки} \quad \Delta y = 4f(x_n, y_n) \quad (\text{Эйлер усули учун})$$

$$\Delta y = (1/6) \cdot (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (\text{Рунге – Кутта усули учун})$$

Коэффициентларни қуйидагича топамиз:

$$K_1 = Hf(x_n, y_n); \quad K_2 = Hf(x_n + H/2, y_n + K_1/2);$$

$$K_3 = Hf(x_n + H/2, y_n + K_2/2); \quad K_4 = Hf(x_n + H, y_n + K_3)$$

**6.9 – масала.** Денгиз цепоси учун ушуб моделни кўриб чиқамиз. Фараз қиламиз:  $\varphi(x, t)$ ,  $t$  – вақтда,  $x$  – чуқурликдаги тирик организмлар зичлиги бўлсин,  $P$  – фотосинтез жараёнининг жадаллашуви,  $E$  – табиий ўсиш коэффициенти,  $j$  нобуд бўлиш коэффициенти. У ҳолда фиксирланган  $x$  учун ушбу тенглама ўринли бўлади:

$$d\varphi(x_0, t) / dt = E \cdot \varphi(x_0, t) \cdot p - j \cdot \varphi(x_0, t)$$

$\varphi(x_0, t)$  ни  $[0, T]$  ораликда тенг масофалардаги 10 та  $t$  – ларнинг қийматлари учун ҳисоблаш программаси ёзиш керак, агар  $\varphi(x_0, t) = \varphi_0$  бўлса.

Программани ушбу қийматлар учун боғлаш керак:

$$t_0=0; T=2; \varphi_0=1; E=1,5; j=0,5; P=0,75$$

**6.10 – масала.** Берилган дифференциал тенглама ечимини топиш учун унинг программасини ёзинг:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-t^2}$$

Бошланғич  $x(0)=0$  шартда,  $[0, 1]$  ораликда 0,1 қадам билан.

**6.11 – масала.** Истеъмолдаги балиқлар популяциясининг математик модели:

а) Балиқлар кўпайиш моделининг тенграмаси:

$$\partial W / \partial t = h \cdot w^M - K \cdot w, 2/3 < M < 1,$$

$W$  – балиқнинг узунлиги

$h$  – ўсишнинг пропорционал коэффициенти

$k$  – бузилишнинг пропорционал коэффициенти

Бу модел қуйидагича ечилади:

$$W_{t+1} = W_t(1 - W_t / W_\infty), W_\infty = (h/k)^{1/(1-m)}$$

б) Популяция сонини аниқлаш учун қуйидаги формула ўринли:

$$N_{t+1} = \begin{cases} N_t(1-n), & \text{ага } t < t_p \\ N_t(1-n)(1-f), & \text{ага } t > t_p \end{cases}$$

Бу ерда  $N_0$  – бошланғич популяция сони  $m = 1 - e^{-M\Delta t}$ ,  $F = 1 - e^{-t\Delta t}$

$M$  ва  $F$  – табиий ва овлаш натижасида нобуд бўлиш коэффициентлари,  $\Delta t$  – вақт бўйича қадам,  $t_p$  – овлаш жараёнининг бошланиши.

Фойдаланилган адабиётлар.

1. Чарыков А.К. Математическая обработка результатов химического анализа. Л. Химия. 1984, с.169.

2. Ждан-Пушкина С.И. , и др. Задания к практическим занятиям по микробиологии.Л.ЛГУ.1974. с.123.
3. Зудин Д.В., и др. Автоматизация битехнических исследований. Кн.4. М.Высшая школа,1987, с.112.
4. Расулов А.С., Абдурахмонов Б.Ф., Қодиров Т.Т., Иброхимов Т.И. ЭХМ ва программалаш фани бўйича масалалар тўплами ва уларни бажариш намуналари. Т. Миллий университет. 1993.
5. Марченко Г.Н., Маннанов У.В., Бояринов А.И. Проведение эксперимента с использованием статистических методов планирования и ЭВМ. Т. "Мехнат", 92, с262.
6. Закгейм А.Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов- М.Химия 1982 с-288с.
7. Кафаров В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии - М. Химия, 1985.
8. Бояринов А.И.,Кафаров В.В. Методы оптимизации в химической технологии - М. Химия, 1975. с-378с.

#### Мундарижа:

Кириш .....	3
Масалани ЭХМда ечиш босқичлари .....	5
Функциялар қийматларини ҳисоблашга доир масалалар.....	8
Тенгламаларни тақрибий ечиш.....	12

Аниқ интегралларни тақрибий ҳисоблаш.....	18
Тажриба натижаларини математик таҳлил қилиш.....	25
Дифференциал тенгламалар .....	35
Фойдаланилган адабиётлар.....	42