

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Қўлёзма ҳуқукида

УДК. 513.371.3

ТУҲСОНБОВ МАМАЖОННИНГ

**ОЛИЙ ЎҚУВ ЮРТЛАРИДА МАНТИҚИЙ ЭҲТИМОЛЛИКНИ
КИРИТИШ УСУЛЛАРИ**

**5А 460107 - Математика фанини ўқитиш методикаси мутахассислиги
бўйича**

Магистр академик даражасини олиш учун

МАГИСТРЛИК ДИССЕРТАЦИЯСИ

Илмий раҳбар: физика-математика

фанлари номзоди доцент

И.Неъматов

Фарғона - 2010

Р Е Ж А

I. Кириш

II. Асосий қисм

2.1-§. Математик логика элементлари.

2.2-§. Эҳтимоллар назарияси элементлари.

2.3-§. Булр алгебраси ва Булр функцияси.

2.4-§. Мантиқий эҳтимоллик.

2.5-§. Мантиқий амалларни эҳтимоллар назарияси масалаларига татбиқлари

III. Хулоса

IV. Адабиётлар

V. Интернет маълумотлари

КИРИШ

Мамлакатимизда соғлом ва баркамол авлодни тарбиялаш, ёшларнинг ўз ижодий ва интеллектуал салоҳиятини рўёбга чиқариши, мамлакатимиз йигит-қизларини XXI аср талабларига тўлиқ жавоб берадиган бар томонлама ривожланган шахслар этиб вояга етказиш учун зарур шарт-шароитлар ва имкониятларни яратиш бўйича кенг кўламли аниқ йўналтирилган чора-тадбирлар амалга оширилмоқда.

«Баркамол авлод йили» муносабати билан тайёрланаётган мутахассисларга реал иқтисодиёт тармоқлари ва соҳаларидаги мавжуд талабга алоҳида эътибор қаратган ҳолда, ўсиб келаётган ёш авлодга таълим ва тарбия бериш соҳасидаги моддий-техника базани янада мустаҳкамлаш, ундан оқилона ва самарали фойдаланишни таоминлаш, давлат таълим стандартлари, ўқув дастурлари ва ўқув-услубий адабиётларни такомиллаштириш зарур.

Таълим жараёнига янги ахборот-коммуникация ва педагогик технологияларни, электрон дарсликлар, мултимедиа воситаларини кенг жорий этиш орқали мамлакатимиз мактабларида, касб-ўунар коллежлари, лицейлари ва олий ўқув юртларида ўқитиш сифатини тубдан яхшилаш, таълим муассасаларининг ўқув-лаборатория базасини замонавий турдаги ўқув ва лаборатория ускуналари, компютер техникаси билан мустаҳкам, шунингдек, ўқитувчилар ва мураббийлар меънاتини моддий ҳамда маонавий раъбатлантириш бўйича самарали тизимни янада ривожлантириш керак.

Илм-фанни жумладан математика илмини, хусусан эҳтимоллар назарияси ва математик статистика ҳамда математик логик фанини янада ривожлантириш, иқтидорли ва қобилиятли ёшларни илмий фаолиятга кенг жалб этиш, уларнинг ўз ижодий ва интеллектуал салоҳиятини рўёбга чиқариш учун шароит яратишга доир комплекс чора-тадбирларни ишлаб чиқиш керак бўлади.

Эҳтимоллар назарияси ғозирги замон математикасининг муҳим тармоқларидан биридир. Эҳтимоллар назариясининг элементлари XVII аср

ўрталаридан вужудга кела бошлади. Шу даврда қишор ўйинлари жуда кенг тарқалган бўлиб, ʔатто математикларнинг ʔам эотиборини ўзига жалб қилган эди. Бу ўйинларда кузатилаётган ʔодисалар ўзига хос қонуниятларга бўйсунитини билган Пойгенс, Паскалр, Ферма, Яков Бернулли каби олимлар бу қонунларни ʔар томонлама ўзргандилар ва эҳтимоллар назариясига оид эҳтимол, математик кутилма ва шунга ўхшаш тушунчаларни киритдилар. Эҳтимоллар назарияси тараққийтнинг кейинги босқичи Муавр, Лаплас, Гаусс, Пуассон каби олимларнинг номлари билан боʔлиқдир. XIX асрнинг иккинчи ярмидан бошлаб эҳтимоллар назариясининг ривожланишида рус математиклари В.Я.Бунряковский, П.Л.Чебишев, А.А.Марков, А.М.Ляпуновнинг хизматлари каттадир. В.Я.Бунряковскийнинг Россияда биринчи бўлиб эҳтимоллар назариясидан ёзган дарслиги эҳтимоллар назариясига бўлган эотиборнинг ортишида маолум туртки бўлди. Эҳтимоллар назарияси математик статистиканинг асосий аппаратигина бўлиб қолмай, бундай ташқари унинг методлари оммавий хизмат кўрсатиш назариясида, ишончилиик назариясида, назарий физикада, биологияда, географияда, математик лингвистикада, ишлаб чиқаришни планлаштириш ва оптимал бошқаришда, технологик процессларни анализ қилишда, маъсулотларнинг сифатини контрол қилишда ва бошқа мақсадларда кўлланилади. Ёзирги пайтда эҳтимоллар назарияси билан шуъулланувчилар сони тобора ортиб бораётганлиги эҳтимоллар назарияси ва математик статистикани ўрганишнинг қанчалик муъимлигини кўрсатади. Совет эҳтимолчилари мактаби умумий проблемаларнинг қўйилиши ва уларнинг ʔал этилиши, фундаментал илмий тадқиқот ишларининг сифати ва салмоъи бўйича жаъонда олдинги ўринларнинг бирида туради. Мамлакатимизнинг Москва, Ленинград, Киев, Тошкент, Новосибирск, Вилрнъюс ва бошқа шаъарларида эҳтимоллар назарияси бўйича жаъонга машъур мактаблар мавдуд. Совет математикларидан С.Н.Бернштейн, А.Н.Колмогоров, В.Н.Романовский, А.Я.Хинчик, Ю.В.Линник, Ю.В.Прохоров, Н.В.Смирнов, Б.В.Гнеденко, А.А.Боровков, А.В.Скороход, И.А.Ибрагимов,

Т.А.Саримсақов, С.Х.Сирожиддинов ва бошқалар ҳамда чет эллик олимлардан Г.Крамер, Д.Дуб, В.Феллер, Ю.Нейман ва бошқалар бозирги замон эҳтимоллар назариясини ривожлантиришда салмоқли таъсир қўшдилар ва қўшмоқдалар.

2.1-§. Математик логика элементлари.

Мулоъаза бир вақтнинг ўзида ҳам рост ҳам ёлгон бўлиши мумкин эмас. тайинланган мулоъазаларни $A, B, C, \dots$, ёки $A_1, A_2, A_3, \dots$, ўзгарувчи мулоъазаларни $x, y, z, \dots$, ёки $x_1, x_2, x_3, \dots$ харфлар билан белгилаймиз. Рост мулоъазага 1 симболини, ёлгон мулоъазага 0 симболини мос қилиб қўямиз. Бошқача қилиб айтганда шундай $f(p)$ функцияни киритамизки, бу функция $\{0;1\}$ - иккиэлементли тўпладан қиймат қабул қилади:

$$f(p) = \begin{cases} 1, & \text{агар } p \text{ рост булса} \\ 0, & \text{агар } p \text{ ёлгон булса} \end{cases}$$

$f(p)$ ни ростлик функцияси деб юритилади.

Мисоллар.

A_1 : «Тошкент - Ўзбекистоннинг пойтахти»,

A_2 : «Сирдарё - Орол денгизига қуйилади»,

A_3 : « $11 < 9$ ».

Бу мулоъазалар учун $f(A_1) = 1$; $f(A_2) = 1$; $f(A_3) = 0$.

Биз кўпинча «ва», «ёки», «агар», «у ҳолда», «фақат ва фақат» каби боъловчилар ва сўзлардан ёки бирор фикрнинг инкоридан фойдаланамиз. мулоъазалар устидаги амалларда она шу ифодаларни символлар ёрдамида баён қилинади ҳамда ростлик жадвали билан берилади.

1-таориф. A мулоъаза рост бўлганда ёлгон бўладиган ва ёлгон бўлганда рост бўладиган мулоъазага A мулоъазанинг инкори дейилади ва уни $\bar{A}$ ёки $\neg A$ каби белгиланади.

Қуйидаги ростлик жадвали билан берилади:

A	$\neg A$
Ё	Р
Р	Ё

A	$\neg A$
0	1
1	0

(A -рост
 $\neg A$ -ёлгон)

$\neg A$ - « A » эмас деб ўқилади.

2-таориф. A ва B мулоъазалар рост бўлганда рост бўладиган қолган ўолларда ёльон бўладиган мулоъазага A ва B мулоъазаларнинг коноюнкцияси дейилади ва уни $A \dot{\cup} B$ ёки $A \dot{\cap} B$ каби белгиланади.

A	B	$A \dot{\cup} B$
Ё	Ё	Ё
Ё	P	Ё
P	Ё	Ё
P	P	P

A	B	$A \dot{\cup} B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\dot{\cup}$ ни «ва» деб ўқилади, логик кўпайтма деб ҳам юритилади.

3-таориф. A ва B мулоъазалар ёльон бўлганда ёльон бўладиган қолган ўолларда рост бўладиган мулоъазаларга A ва B мулоъазаларнинг дизъюнкцияси дейилади ва уни $A \dot{\cup} B$ каби белгиланади. Қуйидаги ростлик жадвали билан берилади:

A	B	$A \dot{\cup} B$
Ё	Ё	Ё
Ё	P	P
P	Ё	P
P	P	P

A	B	$A \dot{\cup} B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$\dot{\cup}$ ни «ёки» деб ўқилади, логик қўшиш деб ҳам аталади.

4-таориф. A мулоъаза рост бўлиб, B мулоъаза ёльон бўлганда ёльон бўладиган, қолган ўолларда рост бўладиган мулоъазага A ва B мулоъазаларнинг импликацияси дейилади ва уни $A \dot{\supset} B$ ёки $A \dot{\supset} B$ каби белгиланади. Қуйидаги ростлик жадвали билан берилади:

A	B	$A \oplus B$
Ё	Ё	Р
Ё	Р	Р
Р	Ё	Ё
Р	Р	Р

A	B	$A \oplus B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$\rightarrow$ ни «... у ҳолда» деб ўқилади.

5-таориф. A ва B мулоъазалар бир хил маоноли бўлганда рост бўладиган, қолган ҳолларда ёлгон бўладиган мулоъазага A ва B мулоъазаларнинг эквиваленцияси дейилади ва уни $A \equiv B$ каби белгиланади.

Ростлик жадвали қуйидагича:

A	B	$A \equiv B$
Ё	Ё	Р
Ё	Р	Ё
Р	Ё	Ё
Р	Р	Р

A	B	$A \equiv B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\leftrightarrow$ ни «.. фақат ва фақат» деб ўқилади.

6-таориф. A ва B мулоъазалар коноюнкциясининг инкорига «Шеффер штрихи» дейилади. $A \mid B$ каби белгиланади. Ростлик жадвали қуйидагича:

A	B	$A \mid B$
Ё	Ё	Р
Ё	Р	Р
Р	Ё	Р
Р	Р	Ё

A	B	$A \mid B$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

7-таориф. A ва B мулоъазалар дизоюнкциясини нг инкорига «Пирс стрелкаси» деб юритилади. $A \downarrow B$ каби белгиланади. Ростлик жадвали куйидагича:

A	B	$A \downarrow B$
Ё	Ё	Р
Ё	Р	Ё
Р	Ё	Ё
Р	Р	Ё

A	B	$A \downarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Таорифларни мулоъазаларнинг сони 3 та, 4 та, ... бўлганда ҳам шу каби баёнлаш мумкин. Юқоридаги бинар логик амалларнинг барчасини куйидаги умумлашган ростлик жадвали билан ифодалаш мумкин:

A	B	$A \cup B$	$A \cap B$	$A \oplus B$	$A \ll B$	$A \mid B$	$A \downarrow B$
0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	0	0

Мантикий формула тушунчаси.

Бундай буён $\{\neg, \cup, \cap\}$ - амалларини бош амаллар, $\{\neg, \cup, \cap, \oplus, \ll\}$ амалларини пропозиционал амаллар деб юритамиз.

Элементлар алгебрада сонли функциялар қаралади, яони ўзгарувчилар ҳам, функция ҳам сонли қийматларни қабул қилади.

Масалан.

$$f(x, y, z) = (x + y + z)^2 - 2x$$

функцияда $x=1, y=2, z=1$ бўлса,

$$f(1, 2, 1) = (1 + 2 + 1)^2 - 2 \cdot 1 = 14.$$

Мулоъазалар алгебрасида мантикий функциялар қаралади, бу ерда ўзгарувчилар ҳам функциялар ҳам фақат иккита

X_1	X_2	X_3	1	2
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0

Юқорида келтирилган U формуланинг жадвалида $C_3^0, C_3^1, C_3^2, C_3^3$ куйидагича аниқланади:

x_1	x_2	x_3		
0	0	0	$0\} C_3^0$	$C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 2^3 = 8$
0	0	1	$\left. \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} C_3^1$	
0	1	0		
1	0	0		
1	1	0	$\left. \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right\} C_3^2$	
1	0	1		
0	1	1		
1	1	1	$1\} C_3^3$	

Мисоллар ечишда куйидагича усулдан фойдаланса ҳам бўлади: 1 - устуннинг $\frac{n}{2}$ та йўли 0 лар ва $\frac{n}{2}$ та йўли 1 лар, 2 устуннинг $\frac{n}{4}$ та йўли 0 лар ва $\frac{n}{4}$ та йўли 1 лар ва $\frac{n}{4}$ та йўли 0 лар ва $\frac{n}{4}$ та йўли 1 лар ва хоказо қилиб ёзиш мумкин.

Масалан, $n=4$ бўлса,

1-устунда қаторда 8 та 0 лар, 8 та 1 лар ёзилади.

2-устунда 4 та 0, 4 та 1 ; 4 та 0 ва 4 та 1 ёзилади.

3-устунда 2 та 0 ва 2 та 1; 2 та 0 ва 2 та 1; 2 та 0 2 та 1; 2 та 0 ва 2 та ёзилади.

4-устунда 1 та 0 ва 1 та бир ва хоказо ёзилади.

x_1	x_2	x_3	x_4
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1

0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

Агар $U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ формулани фақат 1 қийматни қабул қилса, (жадвалдаги охирги устун элементлари фақат 1 бўлса) бундай формулани айний рост (AP) формула ёки тавтология дейилади.

Мисол: $(x \dot{\cup} \dot{\cup} x)$, $(x \dot{\cap} \dot{\cup} y)$ формулалар AP формулардир.

Агар $U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ формула фақат 0 қийматни қабул қилса (жадвалдаги охирги устун элементлари фақат 0 бўлса) бундай формулани айний ёльони ($A\ddot{E}$) формула дейилади.

Мисол: $(x \dot{\cup} \dot{\cup} x)$, $\overline{(x \rightarrow (y \rightarrow x))}$, $A\ddot{E}$ формулалардир.

1)Қуйидаги мантиқий формулалар учун ростлик жадвали тузинг.

а) $((A \dot{\cap} B) \dot{\cup} (A \dot{\cap} (B \dot{\cup} A)))$

б) $((A \dot{\cup} (B \dot{\cap} A)) \dot{\cap} \dot{\cup} A)$

2)Қуйидаги мантиқий формулаларни AP эканини исботланг

а) $(A \dot{\cap} (B \dot{\cap} (A \dot{\cup} B)))$

б) $((A \dot{\cap} B) \dot{\cap} ((A \dot{\cap} \dot{\cup} B) \dot{\cap} \dot{\cup} A))$

3-§. Тенг кучли мантикий формулалар

Таориф. Агар $U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ва $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ формулалар ўзгарувчиларни барча қабул қиладиган қийматларида бир хил қиймат қабул қилса бундай формулаларни эквивалент (тенг кучли) формулалар дейилади ва $U \sim V$ ёки $U @ V$ каби белгиланади.

Таорифдан кўринадики, $U \sim V$ бўлиши учун $U \ll V$ формула AP бўлиши зарур ва етарлидир, ҳамда қуйидаги хоссалар бажарилиши керак:

1. $U \sim U$ - рефлексивлик.
2. $(U \sim V) \cup (V \sim C_s) @ (U \sim C_s)$ - транзитивлик.
3. $(U \sim V) @ (V \sim U)$ - симметриклик.

Теорема. Қуйидаги эквивалентликлар ўринлидир:

1. $\neg A \sim A$ - инкорни инкор қонуни.
 2. $(A \cup B) \sim (B \cup A)$ коноюнция учун коммутативлик қонуни.
 3. $(A \cup (B \cup C)) \sim (A \cup B) \cup C$ коноюнция учун ассоциативлик қонуни.
 4. $(A \cap B) \sim (B \cap A)$ дизоюнция учун коммутативлик қонуни.
 5. $(A \cap (B \cap C)) \sim (A \cap B) \cap C$ дизоюнция учун ассоциативлик қонуни.
 6. $(A \cap (B \cup C)) \sim (A \cap B) \cup (A \cap C)$ дизоюнция ва коноюнция учун дистрибутивлик қонуни.
 7. $(A \cup (B \cap C)) \sim (A \cup B) \cap (A \cup C)$ коноюнция ва дизоюнция учун дистрибутивлик қонуни.
 8. $\overline{A \cap B} \sim \neg A \cup \neg B$
 9. $\overline{A \cup B} \sim \neg A \cap \neg B$
- Де Морган қонунлари,
10. $\overline{\bigwedge_{i=1}^n A_i} \sim \bigvee_{i=1}^n \neg A_i$
 11. $\overline{\bigvee_{i=1}^n A_i} \sim \bigwedge_{i=1}^n \neg A_i$
- уларнинг умумлашмаси.

$$\left. \begin{array}{l} 12. A \wedge 1 \sim A \\ 13. A \wedge 0 \sim 0 \\ 14. A \vee 1 \sim 1 \\ 15. A \wedge A \sim A \\ 16. A \vee B \sim A \end{array} \right\} \text{идемпотент қонунлар}$$

$$A \otimes B \sim \neg A \dot{\vee} B$$

$$A \otimes B \sim \neg B \otimes \neg A$$

$$A \ll B \sim (\neg A \dot{\vee} B) \dot{\vee} (\neg B \dot{\vee} A)$$

$$A \ll B \sim (A \otimes B) \dot{\vee} (B \otimes A)$$

Бу эквивалент муносабатларни аксариатини ростлик жадвали

ёрдамида исботлаш мумкин, 8-ни исботи:

A	B	$A \dot{\vee} B$	$\overline{A \wedge B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \dot{\vee} \neg B$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0

Кўриниб турибдики, жадвалдаги охирги устун элементлари бир

хилни исботи:

A	B	$A \otimes B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\neg A$	$\neg A \dot{\vee} B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

тенгкучлилиқ бошқа муносабатлар ёрдамида исботланиши мумкин:

$$A \ll B - \text{муносабатга асосан } (\neg A \dot{\vee} B) \dot{\vee} (\neg B \dot{\vee} A)$$

$$A \ll B \sim (A \otimes B) \dot{\vee} (B \otimes A) \sim (\neg A \dot{\vee} B) \dot{\vee} (\neg B \dot{\vee} A)$$

Мисоллар ечишда қуйидаги ютилиш қонунлари деб аталувчи тенг кучли формулалардан фойдаланиш мумкин:

1. $(A \dot{\cup} (A \dot{\cup} B)) \sim A$
2. $(A \dot{\cup} (A \dot{\cup} B)) \sim A$
3. $(\bar{A} \wedge (A \vee B) \sim \bar{A} \wedge B)$
4. $(\bar{A} \vee (A \wedge B) \sim \bar{A} \vee B)$
5. $(A \wedge (\bar{A} \vee B) \sim A \wedge B)$
6. $(A \vee (\bar{A} \wedge B) \sim A \vee B)$

Таориф. Агар $U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ формуланинг таркибида фақат бош амаллар қатнашган бўлиб, инкор амали фақат ўзгарувчи мулоъазага тегишли бўлса, у ҳолда бундай формулани келтирилган формула деб юритилади.

Мисол: $((\dot{\cup} A \dot{\cup} B) \dot{\cup} C)$ - келтирилган,
 $(\dot{\cup} (A \dot{\cup} B) \dot{\cup} C)$ - келтирилмаган,
 $((A \wedge B) \rightarrow C)$ - келтирилмаган

формулалардир.

Теорема. Мулоъазалар алгебрасининг ҳар бир формуласи ёки келтирилгандир ёки келтирилганда келтириладиган формуладир.

Исбот: Формула келтирилган бўлса, масала ўал. Келтирилмаган бўлса, 1-дан $\rightarrow$ ва $\leftrightarrow$ амалларидан ва тенгкучлилар ёрдамида бош амалларга ўтиш керак, 2-дан $\dot{\cup}$ амали формулага тегишли бўлса, 8 ва 9 Де Морган муносабатлари ёрдамида ўзгарувчи мулоъазаларнинг и корига ўтиш керак. агар и нкор амали такрорланса 1-муносабатни қўллаш керак. натижада келтирилган формула келиб чиқади.

Мисолла. 1. $(\dot{\cup} A \dot{\cup} (A \dot{\cup} B)) \sim (\dot{\cup} \dot{\cup} A \dot{\cup} (\dot{\cup} A \dot{\cup} B)) \sim (A \dot{\cup} \dot{\cup} A \dot{\cup} B)) \sim$
 $\sim ((A \dot{\cup} \dot{\cup} A) \dot{\cup} B) \sim (1 \dot{\cup} B) \sim 1$

2. $((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)) \sim ((\overline{(\bar{A} \vee B) \wedge (\bar{B} \vee A)}) \wedge (\bar{A} \vee B)) \sim$
 $\sim ((\overline{(\bar{A} \vee B)}) \vee (\bar{B} \vee A)) \vee (\bar{A} \vee B) \sim ((A \wedge \bar{B}) \vee (B \wedge \bar{A})) \vee (\bar{A} \vee B).$

Коноюнкция амалини дизоюнкция амалига иккиланган амал деб юритилади ва аксинча. Агар формулалардаги ҳар бир амал иккиланганига алмаштирилган бўлса бундай формулаларни ҳам иккиланган формулалар

деб юритилади. Юқоридаги 2 ва 4, 3 ва 5, 6 ва 7, 8 ва 9 формулалар иккиланган формулалардир.

Тенг кучли формулалардан фойдаланиб қуйидаги ифодани соддалаштирайлик.

$$\begin{aligned}
 & (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim \\
 & \sim [(x \wedge y) \wedge (z \wedge \bar{z})] \vee \overline{(x \wedge y \wedge z)} \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim \\
 & \sim (x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim [x \wedge (y \vee (\bar{y} \wedge z))] \vee \\
 & \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim [x \wedge (y \vee z)] \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \vee \\
 & \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim (x \wedge y) \vee [z \wedge (\bar{x} \wedge y)] \sim \\
 & \sim (x \wedge y) \vee (z \wedge (x \vee y)) \sim (x \wedge y) \vee (z \wedge x) \vee (z \wedge y)
 \end{aligned}$$

Қуйидагиларни тенг кучли эканини исботланг.

а) $((A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (B \cup D) \cap (C \cup D)) \sim ((A \cap D) \cup (B \cap C))$

б) $((A \cap B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup D)) \sim ((A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (B \cap D))$

Тавтологик муносабатлар

Мулоъазалар алгебрасида қуйидаги тавтологик муносабатлар ўринлидир.

1. $\neg(A \cup \neg A) \sim 1$
2. $(\neg \neg A \cup A) \sim 1$
3. $(A \supset A) \sim 1$
4. $(A \otimes B) \ll (\neg B \otimes \neg A) \sim 1$
5. $((A \otimes B) \cap (B \otimes C)) \otimes (A \otimes C) \sim 1$
6. $(A \ll B) \ll (\neg A \ll \neg B) \sim 1$
7. $(A \otimes (B \otimes A)) \sim 1$
8. $(\neg A \otimes (A \otimes B)) \sim 1$
9. $((A \cap (A \otimes B) \otimes B) \sim 1$
10. $((A \otimes B) \cap \neg B) \otimes \neg A \sim 1$
11. $(A \otimes (B \otimes C)) \ll (B \otimes (A \otimes C)) \sim 1$
12. $(A \otimes (B \otimes C)) \ll ((A \cap B) \otimes C) \sim 1$

$$13.((A \otimes C) \dot{\vee} (B \otimes C)) \ll ((A \dot{\vee} B) \otimes C) \sim 1$$

$$14.(((\dot{\vee} A \otimes B) \dot{\vee} (\dot{\vee} A \otimes \dot{\vee} B)) \otimes A) \sim 1$$

Тавтологик муносабатларини ростлик жадваллари билан ҳамда тенгкучли муносабатлар билан исботланади.

Масалан 4-ни исботи қуйидагича.

A	B	$\dot{\vee} A \quad \dot{\vee} B$	$A \otimes B \quad \dot{\vee} B \otimes \dot{\vee} A$	$(A \otimes B) \ll (\dot{\vee} B \otimes \dot{\vee} A)$
0	0	1 1	1 1	1
0	1	1 0	1 1	1
1	0	0 1	0 0	1
1	1	0 0	1 1	1

Охирги устун элементлари бирлардан иборат бўлганлиги учун

$$\{(A \otimes B) \ll (\dot{\vee} B \otimes F)\} = 1 \quad (AP)$$

Тенг кучли формулалардан фойдаланиб қуйидаги ифодани соддалаштирайлик.

$$\begin{aligned}
& (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim \\
& \sim [(x \wedge y) \wedge (z \vee \bar{z})] \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim \\
& \sim (x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim \\
& \sim [x \wedge (y \vee (\bar{y} \wedge z))] \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim \\
& \sim [x \wedge (y \vee z)] \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \sim \\
& \sim (x \wedge y) \vee [z \wedge (x \vee (\bar{x} \wedge y))] \sim (x \wedge y) \vee (z \wedge (x \vee y)) \sim \\
& \sim (x \wedge y) \vee (z \wedge x) \vee (z \wedge y).
\end{aligned}$$

Нормал формалар

Дискрет математика ва математик логиканинг татбиқий қисмларида $\dot{\vee}, \dot{\vee}, \dot{\vee}$ амаллари иштирок этган формулалар муҳим аъамиятга эгадир. Ана шу амаллар ёрдамида бериладиган формулаларни коноюнктив ва дизоюнктив нормал формалар деб юритилади. Нормал формалар 3 типга бўлинади:

- 1.Элементар дизоюнкция ва элементар коноюнкция.
- 2.Конаюнктив ва дизоюнктив нормал формалар.
- 3.Такомиллашган нормал формалар (ТНФ).

Таориф 1. Агар логик формула $\{\neg, \wedge\}$ ($\{\neg, \vee\}$) амалларидан иборат бўлса, у ҳолда бундай формулани элементар коноюнкция (дизоюнкция) деб юритилади.

Мисол. 1 $U(x_1, x_2, x_3) = \neg x_1 \vee x_2 \vee x_3$

2. $U(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3$

Таориф. 2. Агар элементар коноюнкция (дизоюнкция)да иштирок этаётган ўзгарувчи мулоъаза ёки унинг инкори фақат бир марта иштирок этса, бундай элементар коноюнкция (дизоюнкция)ни тўла элементар коноюнкция (дизоюнкция) деб юритилади, (Т.Э.К.Т.Э.Д.).

Мисол. Юқорида 1 ва 2-мисоллар тўла Э.К. ва тўла Э.Д. эмас.

3. $U(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee x_2$ Т.Э.К.

4. $U(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_1$ Т.Э.Д.

n та ўзгарувчи мулоъазалардан 2^n та эквивалент бўлмаган Т.Э.К ва Т.Э.Д. тузиш мумкин.

Мисол. $n=3$ бўлса, булардан тузиш мумкин Т.Э.К.ларнинг сони $2^3 = 8$ та бўлади:

x_1	x_2	x_3
x_1	x_2	$\bar{x}_3$
x_1	$\bar{x}_2$	x_3
$\bar{x}_1$	x_2	x_3
x_1	$\bar{x}_2$	x_3
$\bar{x}_1$	x_2	x_3
$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	x_3
$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$

Конуюнкция дизоюнкция билан алмаштириб, $n=3$ бўлганда, Т.Э.Д.ни ёсил қилиш мумкин.

Теорема. Элементар коноюнкция (дизоюнкция) АЁ (АР) бўлиш учун формулада ўзгарувчи мулоъаза билан унинг инкори иштирок этиши зарурийдир.

Исбот. Айтайлик, $x \wedge y \wedge z \sim y \wedge \bar{y} \wedge x \wedge z \sim 0 \wedge x \wedge z = 0$, АЁ бўлади.
Худди шу каби $x \vee y \vee z \vee \bar{y} \sim y \vee \bar{y} \vee x \vee z \sim 1 \vee x \vee z \sim 1$, АР бўлади.

Таориф 3. Агар логик формула элементар дизоюнкцияларнинг коноюнкцияларидан иборат бўлса, бундай формулани коноюнктив нормал форма (К.Н.Ф) дейилади.

Таориф 4. Агар логик формула элементар коноюнкцияларнинг дизоюнкцияларидан иборат бўлса, бундай формулани дизоюнктив нормал форма (Д.Н.Ф) деб юритилади.

Мисол 1. $U(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \dot{\vee} x_2) \dot{\vee} (\dot{\vee} x_1 \dot{\vee} x_3) \dot{\vee}$
 $\wedge (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$ К.Н.Ф.

2. $U(x_1, x_2, x_3) = (\dot{\vee} x_1 \dot{\vee} \dot{\vee} x_2) \dot{\vee} (x_1 \dot{\vee} x_2) \dot{\vee}$
 $\dot{\vee} (x_2 \dot{\vee} \dot{\vee} x_3)$ Д.Н.Ф.

Таориф 5. Агар логик формула Т.Э.Д.ларнинг коноюнкцияларидан иборат бўлса, бундай формулани такомиллашган коноюнктив нормал форма (Т.К.Н.Ф) деб юритилади.

Мисол. $U(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \dot{\vee} \dot{\vee} x_2) \dot{\vee} (\dot{\vee} x_1 \dot{\vee} x_3) \dot{\vee} (x_2 \dot{\vee} \dot{\vee} x_3).$

Таориф 6. Логик формула Т.Э.К.ларнинг дизоюнкцияларидан иборат бўлса, бундай формулани такомиллашган дизоюнктив нормал форма (Т.Д.Н.Ф) дейилади.

Мисол. $U(x_1, x_2, x_3) = (\dot{\vee} x_1 \dot{\vee} x_2) \dot{\vee} (x_1 \dot{\vee} \dot{\vee} x_2 \dot{\vee} x_3).$

Теорема. Элементар коноюнкция (дизоюнкция) АЁ (АР) бўлиши учун формулада ўзгарувчи мулоъаза билан унинг инкори иштирок этиши зарурийдир.

Исбот. Айтайлик, $x \wedge y \wedge z \wedge \bar{y}$ элементар коноюнкция берилган бўлсин, у ҳолда $x \wedge y \wedge z \wedge \bar{y} \sim y \wedge \bar{y} \wedge x \wedge z \sim 0 \wedge x \wedge z = 0$ АЁ бўлади.

Худди шу каби

$$x \wedge y \vee z \vee \bar{y} \sim y \vee \bar{y} \vee x \vee z \sim 1 \vee x \vee z \sim 1 \text{ АР бўлади.}$$

Мисоллар ечишда ихтиёрий мантикий ўзгарувчини Д.Н.Ф ёки К.Н.Ф шаклида ёзиш мумкин:

$$z=1 \dot{U}z=(x\dot{U}\dot{U}x)\dot{U}z=(z\dot{U}x)\dot{U}(z\dot{U}\dot{U}x), \text{ Д.Н.Ф.}$$

$$z=0 \dot{U}z=(x\dot{U}\dot{U}x)\dot{U}z=(z\dot{U}x)\dot{U}(z\dot{U}\dot{U}x), \text{ К.Н.Ф.}$$

Демак, ихтиёрий формулани нормал формага ва ундан такомиллашган формага келтириш учун қуйидаги босқичларни бажариш керак:

1. Формулада $\rightarrow$ ва $\leftrightarrow$ амаллари иштирок этса, улардан эквивалент формулалардан фойдаланиб, $\{\neg, \vee\}$ ва $\{\neg, \wedge, \vee\}$ га ўтиш керак.

2. $\neg$ амали формулага тегишли бўлса, де Морган муносабатлари ёрдамида $\neg$ амалини ўзгарувчи мулоъазага нисбатан ёзиш керак.

3. Агар формулада $\wedge$ ва $\vee$ амаллари битта мулоъаза ёки унинг инкори учун такрорланса эквивалент формулалардан фойдаланиб, соддалаштириш керак.

Такомил дизъюнктив нормал формага (Т.Д.Н.Ф) га келтиринг:

а) $((A \dot{P} B) \dot{P} \dot{U}A) \dot{P} (A \dot{P} (B\dot{U}A)))$.

б) $(\dot{U}((A\dot{U}B) \dot{P} \dot{U}A)\dot{U}((A\dot{U}B) \dot{P} \dot{U}B))$.

Такомил коноъюнктив нормал форма (Т.К.Н.Ф) га келтиринг:

а) $((C \dot{P} A) \dot{P} (\dot{U}(B\dot{U}C) \dot{P} A))$

б) $(\dot{U}((A\dot{U}B) \dot{P} A)\dot{U}(A\dot{U}(B\dot{U}C)))$.

2.2 §. Эҳтимоллар назарияси элементлари

Эҳтимоллар назариясининг асосий тушунчаларидан бири «тажриба» ва тажриба натижасида кузатилиши мумкин бўлган ʼодиса тушунчаларидир. Тажриба ʼодисани рўёбна келтирувчи шартлар мажмун (шартлар комплекси) S нинг бажарилишини таоминлашдан иборатдир. Тажрибадан тажрибага ўтганда рўйбераётган ʼодисалар ўзгариб турадиган ʼоллар ʼаётда кенг миқёсда учраб туради, бу ерда, албатта, тажрибани вужудга келтирувчи шартлар мажмуи (комплекси) S ўзгармас бўлган ʼоллар тушунилади.

Мисоллар 1. Ўтказилаётган тажриба симметрик, бир жинсли тангани муайян шароитда ташлашдан иборат бўлсин. Албатта, бу ерда тажрибадан тажрибага ўтганда рўй берувчи ʼодисалар ʼар хил бўлади, масалан, бирор

тажрибада «герб» (Г) тушган бўлса, бошқасида танганинг тескари томони «рақам» (Р) тушиши мумкин (бунда танга қирраси билан тушмайди).

2.Кузатилаётган тажриба бирор алоқа бўлимидан бир кунда жўнатилаётган телеграммалар сони бўлсин, бу ерда ҳам тажрибадан тажрибага ўтганда, яъни кундан кунга ўтганда рўй бериши мумкин бўлган ўодисалар (телеграммалар сонининг бирор натурал сонга тенглиги) ҳар хил бўлиши мумкин.

Ҳозирги таърифларни интуитив даражада келтирамиз, соф абстракт таърифлар кейинроқ берилади. Тажриба натижасида рўй бериши олдиндан аниқ бўлмаган ўодиса тасодифий ўодиса дейилади. тажрибанинг ҳар қандай натижаси элементар ўодиса дейилади. тажриба натижасида рўй бериши мумкин бўлган барча элементар ўодисалар тўплами элементар ўодисалар фазоси дейилади. элементар ўодисалар фазосини U орқали, ҳар бир элементар ўодисани эса $e(e \in U)$ орқали белгилаймиз.

Мисоллар.3. Тажриба симметрик, бир жинсли тангани икки марта ташлашдан иборат бўлсин. Бунда элементар ўодисалар қуйидагича бўлади:

$e_1=(GG)$ - биринчи ташлашда герб, иккинчисида ҳам герб тушиш ўодисаси;

$e_2=(GP)$ – биринчи ташлашда герб, иккинчисида рақам тушуиш ўодисаси;

$e_3=(PG)$ - биринчи ташлашда рақам, иккинчисида герб тушиш ўодисаси;

$e_4=(PP)$ - биринчи ташлашда рақам, иккинчисида ҳам рақам тушиш ўодисаси.

Бу тажрибада элементар ўодисалар фазоси U тўрт элементдан иборат:

$$U=\{e_1,e_2,e_3,e_4\}$$

4.Агар ўша танча уч марта ташланса, рўй бериши мумкин бўлган элементар ўодисалар қуйидагича бўлади:

$$e_1=(GGG), e_2=(GGP), e_3=(GPP), e_4=(PPP)$$

$$e_5=(PGP), e_6=(PPG), e_7=(GPG), e_8=(PGG).$$

Бу ҳолда элементар ʼодисалар фазоси саккиз элементар ʼодисадан иборат:

$$U=\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5,e_6,e_7,e_8\}.$$

5.Тажриба ёқлари бирдан олтигача номерланган бир жинсли кубни икки марта ташлашдан иборат бўлсин. Бу ҳолда элементар ʼодисалар ушбу кўринишга эга:

$$e_{ij}=(i,j).$$

Бу ʼодиса кубни биринчи ташлашда i рақамли ёқ, иккинчи ташлашда j рақамли ёқ тушганлигини билдиради, бу ерда

$$U=\{e_{ij}\}, \quad i,j=1,2,\dots,6$$

ва элементар ʼодисалар сони $N=6^2=36$.

6.Тажриба нуқтани $[0,1]$ сегментга тасодифий равишда ташлашдан иборат бўлсин, бу ерда элементар ʼодисалар фазоси $U=\{e\}$ $[0,1]$ тўпламдан иборатдир, яони у континуум қувватга эга.

Бу айтганларимизни якунлаб, бундай хулоса қилишимиз мумкин: ʼар қандай тажриба натижасида рўй бериши мумкин бўлган элементар ʼодисалар тўпламини вужудга келтиради ва бу ʼодисалар тўплами чекли, санокли ва ʼатто континуум қувватга эга бўлиши мумкин.

ʼар қандай тасодифий ʼодиса эса элементлар ʼодисалар тўпламидан ташкил топган бўлиб, унинг «катта-кичиклиги» унга кирган элементар ʼодисаларнинг «сони»га боълиқдир. Тасодифий ʼодисаларни, одатда, латин алфавитининг бош ʼарфлари $A,B,C,\dots$ лар билан белгиланади. «Энг катта» ʼодиса U бўлиб, у барча элементар ʼодисалар тўпламидан иборатдир. Агар тажриба натижасида $A(A \in U)$ га кирган e элементар ʼодисаларнинг бирортаси рўй берса. A ʼодиса рўй берди дейилади. Агар шу элементар ʼодисалардан бирортаси ʼам рўй бермаса, A ʼодиса рўй бермайди, унда A ʼодисага тескари ʼодиса (уни $\bar{A}$ орқали белгилаймиз) рўй берган деймиз. A ва $\bar{A}$ ўзаро қарама-қарши ʼодисалар дейилади.

Тажриба натижасида ʼар гал рўй берадиган ʼодиса муқаррар ʼодиса дейилади. Юқорида келтирилган барча элементар ʼодисалар фазоси U

муқаррар ʔодисага мисол бўла олади. Бирорта ʔам элементар ʔодисани ўз ичига олмаган ʔодиса мумкин бўлмаган ʔодиса дейилади ва V орқали белгиланади. Табиийки, бу ʔодиса тажриба натижасида сира ʔам рўй бериши мумкин эмас. Рўй бермайдиган ʔодиса V ни тўплам маоносида $\emptyset$ бўш тўплам билан, муқаррар ʔодиса U ни Ω универсал тўплам билан белгилаймиз, яъни

$$U=W, \quad V=\emptyset$$

Мисоллар. 7. A ʔодиса тўртинчи мисолдаги тажрибада герб икки марта тушишидан иборат бўлсин. Бу ҳолда

$$A=\{e_2, e_7, e_8\}$$

бўлади, яъни тажриба натижасида e_2 рўй берса, ёки e_7 рўй берса, ёки e_8 рўй берса, A ʔодиса рўй берди деймиз. Агар e_2, e_7, e_8 дан бирортаси ʔам рўй бермаса, A ʔодиса рўй бермади деймиз, у ҳолда A га қарама-қарши ʔодиса $\bar{A}$ рўй берган бўлади.

8. B ʔодиса тангани уч марта ташлашда ʔеч бўлмаганда (камида, ақалли) икки марта герб тушишидан иборат бўлсин, у ҳолда

$$B=\{e_1, e_2, e_7, e_8\}$$

9. C ʔодиса тангани уч марта ташлашда ʔеч бўлмаганда бир марта герб тушишидан иборат бўлсин, унда

$$C=\{e_1, e_2, e_3, e_5, e_6, e_7, e_8\},$$

Яъни бунга фақат битта e_4 элемент ʔодиса кирмаган. Бу мисоллардан кўриниб турибдики, C ʔодисанинг рўй бериш имконияти B дан ʔам, A дан ʔам кўпроқ, B ни эса A дан кўпроқ.

Бу мисолларда A, B, C ʔодисаларга қарама-қарши ʔодисалар қуйидагилардан иборат бўлади:

$$\bar{A}=\{e_1, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

$$\bar{B}=\{e_3, e_4, e_5, e_6\},$$

$$\bar{C}=\{e_4\}.$$

10.Олтинчи мисолдаги тажрибада A ʻодиса ташланган нуқтанинг $a_1 = \left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right]$ сегмента тушишидан иборат бўлсин.

Агар ташланган нуқта $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right]$ га тушса, A ʻодиса рўй берди деймиз, демак, бу мисолда A ʻодиса сон қиймати $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right]$ сегментга тегишли бўлган нуқталар тўпламидан иборат бўлади.

11.Олтинчи мисолдаги тажрибада B ʻодиса ташланаётган нуқтанинг $a_2 = \left[0, \frac{2}{3} \right]$ сегментга тушишидан иборат бўлсин. Бу ерда B ʻодиса сон қиймати $\left[0, \frac{2}{3} \right]$ сегментга тегишли бўлган нуқталар тўпламидан иборат бўлади. Кўриниб турибдики, тажриба натижасида B нинг рўй бериш имконияти A нинг рўй бериш имкониятдан кўпроқ, чунки a_2 сегментнинг узунлиги a_1 сегментнинг узунлигидан ортиқ.

Айтиб ўтганимизга кўра ʻар қандай тасодифий ʻодиса элементар ʻодисалар тўпламидан иборатдир, бошқача айтганда, тажриба натижасида кузатилиши мумкин бўлган ʻар қандай тасодифий ʻодиса элементар ʻодисалар фазоси U нинг қисм тўпламидир.

Энди тасодифий ʻодисалар орасидаги айрим муносабатларни кўриб чиқайлик.

1.Агар A ʻодисани ташкил этган элементар ʻодисалар B ʻодисага ʻам тегишли бўлса, A ʻодиса B ʻодисани эргаштиради дейилади ва $A \dot{\subset} B$ каби белгиланади. Кўриниб турибдики, бу ҳолда A рўй берса, B ʻам албатта рўй беради, лекин B рўй берса, A нинг рўй бериши шарт эмас.

2. A ва B ʻодисалар бир хил элементар ʻодисалар тўпламидан ташкил топган бўлса, яъни A ни ташкил этган барча элементар ʻодисалар албатта B га ʻам тегишли ва аксинча, B ни ташкил этган барча элементар ʻодисалар

албатта A га тегишли бўлса, A ва B ѳодисалар тенг дейилади ва $A=B$ каби белгиланади.

3. A ва B ѳодисаларнинг йииндиси деб, A ёки B нинг, ёки иккаласининг ѳар рўй беришидан иборат C ѳодисани айтамыз. A ва B ѳодисаларнинг йииндисини $A \dot{\cup} B$ (ёки $A+B$) орқали белгиланади.

4. A ва B ѳодисаларнинг бир вақтда рўй беришини таоминловчи барча $e \in U$ лардан ташкил топган C ѳодиса A ва B ѳодисаларнинг кўпайтмаси дейилади ва $A \dot{\cap} B$ (ёки AB) каби белгиланади.

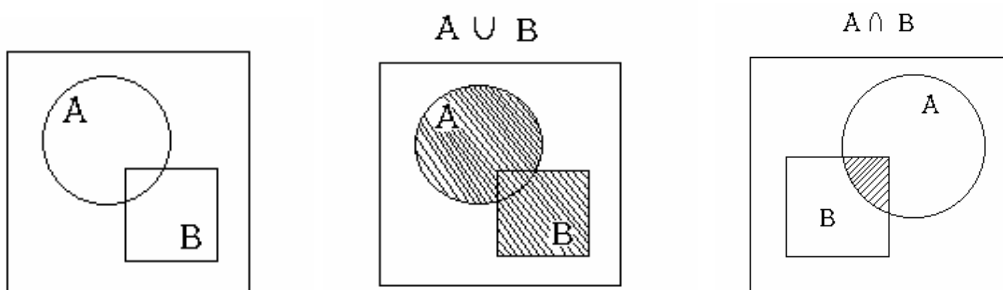
5. A ва B ѳодисаларнинг айирмаси деб, A рўй бериб, B рўй бермаслигидан иборат C ѳодисага айтилади. A ва B ѳодисаларнинг айирмаси $A \setminus B$ (ёки $A-B$) каби белгиланади.

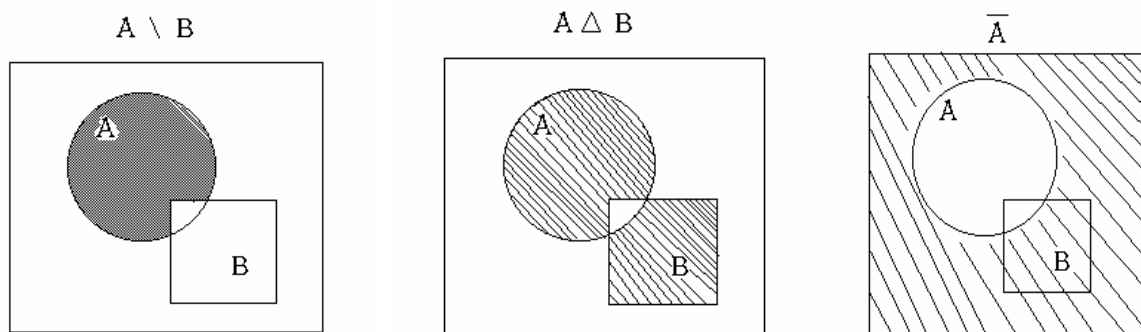
6. Агар $A \dot{\cap} B = \emptyset$ бўлса, A ва B ѳодисалар биргаликда эмас дейилади.

7. A ѳодисага қарама-қарши $\bar{A}$ ѳодиса A га кирмаган барча элементар ѳодисалар тўпламида иборатдир, яони $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ва $A \cup \bar{A} = U$.

8. Агар $A_1 \dot{\cup} \dots \dot{\cup} A_n = U$ бўлса, $A_1, \dots, A_n$ ѳодисалар ѳодисаларнинг тўлиқ группасини ташкил этади дейилаи. Хусусан, $A_i \cap A_j = \emptyset$, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ ва $A_1 + \dots + A_n = U$ бўлса, $A_1, \dots, A_n$ ѳодисалар ўзаро биргаликда бўлмаган ѳодисаларнинг тўлиқ группасини ташкил этади дейилади.

годисалар орасидаги юқорида киритилган тушунчаларни 1-шакл ёрдамида тушунтириш қулайдир.





1 шакл

5 шартлар комплекси 1-шаклдаги катта квадратга нуқтани таваккалига ташлашда иборат бўлсин.

«Ташланган нуқтанинг квадратга ётиши» ўодисасини A орқали, «ташланган нуқтанинг айлана ичида ётиши» ўодисани B орқали белгилайлик. У ҳолда $A \dot{\cup} B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \cap B$, $\overline{A}$ ўодисалар ташланган нуқтанинг 1-шаклдаги мос фигураларнинг штрихланган соҳаларига тушишидан иборат бўлади.

Тасодикий ўодисаларнинг таорифидан фойдаланиб, қуйидаги муносабатларнинг ўринли эканлигини кўрсатиш мумкин;

а) $A \dot{\cup} B = B \dot{\cup} A$, $A \cap B = B \cap A$ – коммутативлик қонуни;

б) $A \dot{\cup} (B \cap C) = (A \dot{\cup} B) \cap C$,

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ - ассоциативлик қонуни;

в) $A \dot{\cup} A = A$, $A \cap A = A$ - айнийлик қонуни;

г) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$,

$A \dot{\cup} (B \cup C) = (A \dot{\cup} B) \cup C$ - дистрибутивлик қонуни.

2.3-§ Булр алгебраси ва Булр функцияси

1-§ Булр алгебраси

Айтайлик, $M = \{x, y, z, \dots\}$ тўплам берилган бўлсин ва шу тўпламда $\{\dot{\cup}, \cap, \cup, =\}$ амаллар аниқланган бўлсин.

Таориф. Агар M тўплам элементлари устида қуйидаги аксиомалар бажарилса, M тўпламни Булр алгебраси деб юритилади:

1. Коммутативлик қонунлари

$$x \dot{\cup} y = y \dot{\cup} x, \quad x \dot{\cup}' y = y \dot{\cup}' x$$

2. Ассоциативлик қонунлари

$$x \dot{\cup} (y \dot{\cup} z) = (x \dot{\cup} y) \dot{\cup} z, \quad x \dot{\cup}' (y \dot{\cup}' z) = (x \dot{\cup}' y) \dot{\cup}' z$$

3. Дистрибутивлик қонунлари

$$(x \dot{\cup} y) \dot{\cup}' z = (x \dot{\cup}' y) \dot{\cup} (y \dot{\cup} z),$$

$$(x \dot{\cup}' y) \dot{\cup} z = (x \dot{\cup} z) \dot{\cup}' (y \dot{\cup} z).$$

4. Идемпотент қонунлари

$$x \dot{\cup} x = x, \quad x \dot{\cup}' x = x$$

5. Инкорни инкор қонуни

$$\overline{\overline{x}} = x$$

6. Де Морган қонунлари

$$\overline{x \wedge y} = \overline{x} \vee \overline{y}, \quad \overline{x \vee y} = \overline{x} \wedge \overline{y}$$

7. Ютилиш қонунлари

$$x \dot{\cup} (y \dot{\cup}' x) = x, \quad x \dot{\cup}' (y \dot{\cup} x) = x$$

8. 0 ва 1 иштирок этган қонунлар

$$x \dot{\cup} 0 = 0, \quad x \dot{\cup}' 1 = x,$$

$$x \dot{\cup}' 0 = x, \quad x \dot{\cup} 1 = 1.$$

Агар юқоридаги аксиомалар учун бошқа объект ёки муносабатлар олинса ҳам Булр алгебраси бошқа алгебралар (элементар алгебра, тўпламлар алгебраси ва х.к)га нисбатан умумийроқдир.

Аниқроъи тўпламлар алгебраси, элементар алгебра Булр алгебрасининг интерпретацияси сифатида қаралади.

Бунда

1. $\neg$ - инкор амали тўпламлар алгебрасида тўпламини тўлдирувчиси.
2. $\wedge$ - коноюнкция амали тўпламлар кесишмаси.
3. $\vee$ - дизоюнкция амали тўпламларнинг йииндиси.
4. «0» - $\emptyset$ - бўш тўплам.

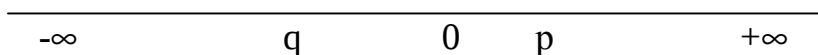
5. «1» - J - универсал тўпламни билдиради ва юқоридаги ʔамма аксиомалар бажарилади.

Масалан:

$$x \dot{\cup} y = y \dot{\cup} x, \quad x \dot{\cup} y = y \dot{\cup} x$$

ёки $(x \wedge y) = x' \vee y'$; $(x \vee y)' = x' \wedge y'$

Шунингдек, элементар алгебрада 0 га нисбатан симметрик бўлган p ва q сонларини олиш мумкин.



ва бунда

1. $\neg$ - инкор амали сонларни симметрикликни.
2. $\wedge$ - коноюнкция амали $\min(x,y)$ ни
3. $\vee$ - дизоюнкция амали $\max(x,y)$ ни
4. «1» - p сонини
5. «0» - q сонини билдиради, ʔамма аксиомалар бажарилади.

а) A, B, C тўпламлар учун юқоридаги 15 та аксиомаларни бажарилишини текширинг.

б) $x=3, y=5, z=2$ бўлган аксиомаларнинг бажарилишини текширинг.

2-§ Бир аргументли ва икки аргументлик Булр функциялари.

1-Таориф. Бир аргументли Булр функцияси деб шундай $f(x)$ функциясига айтиладики бу функция ʔам аргумент, ʔам икки элементли тўпламдан қиймат қабул қилади, яони $f(x): \{0,1\}^{\otimes} \{0,1\}$

Бир аргументли Булр функциялари сони $2^{2^1=4}$ тадир.

Аргумент	Булр функциялари			
x	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

$$f_0(x)=0 \quad \text{АЁ}$$

$$f_1(x)=x \quad x - \text{ аргументнинг ўзи}$$

$$f_2(x)=\bar{x} \quad x - \text{ нинг инкори}$$

$$f_3(x)=1 \quad \text{АР}$$

2-Таориф. Икки аргументли Булр функцияси деб шундай $f(x,y)$ функцияга айтиладики, бу функцияни ўзи ҳам, аргументлари ҳам иккиэлементлик тўпладан қиймат қабул қилади. Иккита аргументга боълиқ бўлган ҳамма Булр функцияларининг сони $2^{2^2} = 2^4 = 16$ та бўлади:

Аргумент		Булр функциялари															
x	y	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1

C_4^0

C_4^1

C_4^2

C_4^3

C_4^4

$$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

$f_i (i = \overline{0,15})$ функция куйидагиларни билдиради:

$$f_0(x,y)=0 \quad \text{АЁ}$$

$$f_1(x,y) = x \downarrow y = \overline{x \vee y}$$

$$f_2(x, y) = \overline{(y \Rightarrow x)}$$

$$f_3(x, y) = \overline{(x \rightarrow y)}$$

$$f_4(x, y) = (x \wedge y)$$

$$f_5(x, y) = \bar{x}$$

$$f_6(x, y) = \overline{(x \leftrightarrow y)}$$

$$f_7(x, y) = x$$

$$f_8(x, y) = (x \Leftrightarrow y)$$

$$f_9(x, y) = y$$

$$f_{10}(x, y) = \bar{y}$$

$$f_{11}(x, y) = (x | y) = \overline{(x \wedge y)}$$

$$f_{12}(x, y) = (x \rightarrow y)$$

$$f_{13}(x, y) = (y \rightarrow x)$$

$$f_{14}(x, y) = (x \vee y)$$

$$f_{15}(x, y) = 1 \quad AP$$

Қуйидаги Булр функцияларини соддалаштиринг:

1. $\{(x \wedge y)' \vee (x' \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge z)\}$
2. $\{(x' \wedge y' \wedge z) \vee (x' \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y' \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z') \vee (x \wedge y \wedge z)\}$

3-§. Кўп аргументли Булр функциялари.

Мулоъазаларнинг сони n ортиши билан Булр функцияларини тузиш мураккаблашади, чунки $n=3$ бўлганда Булр функциялари сони

$2^{2^3} = 2^8 = 256$ та бўлади.

Аргумент			Булр функциялари							
x	y	z	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	...	f_{254}	f_{255}
0	0	0	0	1	0				0	1
0	0	1	0	0	1				1	1

0	1	0	0	0	0				1	1
1	0	0	0	0	0				1	1
1	1	0	0	0	0				1	1
1	0	1	0	0	0				1	1
0	1	1	0	0	0				1	1
1	1	1	0	0	0				1	1

C_8^0
 C_8^1
....
 C_8^7
 C_8^8

$$C_8^0 + C_8^1 + \dots + C_8^8 = 2^8 = 256$$

Бунда $f_0(x_1, x_2, x_3)=0, \dots, f_{254}(x_1, x_2, x_3)=(x_1 \dot{x}_2 \dot{x}_3), f_{255}(x_1, x_2, x_3)=1$ бўлади.

Ушбу қўлланманинг охирида $n=3$ учун 256 та функция тузилиб, илова сифатида берилган.

Демак, n та аргументга боълиқ бўлган Булр функцияларининг сони

$$2^{2^n}$$

та бўлади: $n=1$; $n=2$ ва $n=3$ учун юқорида берилди. Худди шу каби n та ўлат учун Булр функцияларини жадвалини бериш мумкин ва мос функцияларни тузиш мумкин:

Аргументлар	Булр функциялари					
$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$	f_0	f_1	f_2		f_{n-2}	f_{n-1}
0,, 0, 0	0	0	0		1	1
0,, 0, 1	0	0	0		1	1
0,, 1, 0	0	0	0		1	1
0,, 1, 1	0	0	0		1	1
.....	...	...	...		...	...
.....	...	...	...		...	...
1,, 1, 0	0	0	1		1	1
1,, 1, 1	0	1	0		0	1

Мисоллар. Булр тенгламалари системасини ечинг:

$$1. \begin{cases} x \leftrightarrow y = x \\ x \vee y = x \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x \wedge y = x' \Rightarrow y \\ x \vee y = x \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x \rightarrow y = x \wedge y \\ y \rightarrow x = x \vee y \end{cases}$$

4-§. Булр функцияларининг баози хоссалари.

Теорема А. Булр функциялари учун қўйидаги тенгликлар ўринлидир ($\neg, \wedge, \vee$ учун):

а) $x \vee x = x, \quad x \cdot x = x$

б) $x \vee y = y \vee x, \quad x \cdot y = y \cdot x$

в) $((x \vee y) \vee z) = (x \vee (y \vee z)), \quad ((x \cdot y) \cdot z) = (x \cdot (y \cdot z))$

г) $x \vee 1 = 1, \quad x \cdot 1 = x$

д) $x \vee 0 = x, \quad x \cdot 0 = 0$

е) $(x \vee (y \cdot z)) = (x \vee y) \cdot (x \vee z)$

$$(x \cdot (y \vee z)) = (x \cdot y) \vee (x \cdot z)$$

ж) $(x \vee (y \cdot x)) = x$

$$((x \cdot (y \vee x)) = x$$

з) $(x \vee y)' = x' \cdot y'$

$$(x \cdot y)' = x' \vee y'$$

и) $x \vee x' = 1, \quad x \cdot x' = 0$

к) $x'' = x$

Буларнинг исботи содда жадвал усулида берилади.

Масалан: в) нинг иккинчисини исботи.

x	y	z	$x \cdot y$	$(x \cdot y) \cdot z$	$y \cdot z$	$x \cdot (y \cdot z)$
-----	-----	-----	-------------	-----------------------	-------------	-----------------------

0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1

Демак, $((x \times y) \times z)$ ва $(x \times (y \times z))$ функциялар тенгдир.

Теорема Б. Булр функциялари учун қуйидаги тенгликлар ўринлидир,
($\neg, \rightarrow, \leftrightarrow$ учун):

а) $x \leftrightarrow x = 1, \quad x \leftrightarrow x' = 0$

б) $x \leftrightarrow y = y \leftrightarrow x$

в) $((x \leftrightarrow y) \leftrightarrow z) = (x \leftrightarrow (y \leftrightarrow z))$

г) $1 \leftrightarrow x = x, \quad 0 \leftrightarrow x = x'$

д) $x' \leftrightarrow y' = x \leftrightarrow y$

е) $x' \rightarrow y' = y \rightarrow x$

ж) $x \rightarrow x = 1$

з) $x \rightarrow x' = x'$

и) $x' \rightarrow x = x$

к) $1 \rightarrow x = x$

д) $0 \rightarrow x = 1$

м) $x \rightarrow 1 = 1$

и) $x \rightarrow 0 = x'$

Бу муносабатларнинг исботи қийин эмас. масалан. 2) ни исботи

$$\begin{aligned}
 1 \ll x &= (\neg 1 \vee x) \wedge (\neg x \vee 1) = (0 \vee x) \wedge (\neg x \vee 1) = \\
 &= (x \wedge (\neg x \vee 1)) = (x \wedge \neg x) \vee (x \wedge 1) = 0 \vee x = x.
 \end{aligned}$$

Мисоллар. Булр функциялари хоссаларидан фойдаланиб қуйидаги ифодаларни соддалаштиринг.

1. $((x \bar{P} y) \bar{P} x) \bar{P} y$
2. $(x' \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge y' \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z')$

2.4-§.Мантиқий эҳтимоллик.

Булр алгебраси, Булр функциялари, $n=1, n=2$ учун функциялар олинади.

Булр алгебрасини B билан белгилаймиз. B нинг элементларини ъодисалар деб атаймиз. $P(X)$ - функция B да аниқланган бўлсин.

1-Таориф. Агар $P(X)$ функция учун қуйидаги учта аксиома қаноатлантирилса, $P(X)$ функцияни эҳтимоллик функцияси деб юритилади.

1. $0 \leq P(X)$, ъамма $x \in B$ учун.
2. $P(1(AP))=1$
3. Агар $x \bar{U} y = 0$ бўлса, у ҳолда $P(x \bar{U} y) = P(x) \bar{U} P(y)$.

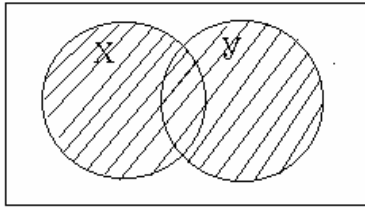
Демак, $\{B; P\}$ - эҳтимоллик Булр алгебраси бўлади.

2-Таориф. Агар $x \bar{U} y = 0$ бўлса, x ва y ъодисаларни биргалашмаган ъодисалар дейилади.

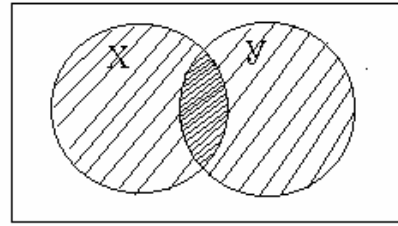
Юқоридагиларга асосланиб қуйидагиларни исботлаш мумкин:

1. $P(\bar{x}) = 1 - P(x); \quad x \in B$
2. $P(x) \leq 1$
3. $P(0(A\bar{E})) = 0$
4. $P(x \vee y) = P(x) + P(y) - P(x \wedge y)$

Эйлер-Венн диаграммаси:



$$P(X \cup Y)$$



$$P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

5. Бамма $x_1, x_2, \dots, x_n$ лар учун

$$P(x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n) \leq P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n)$$

6. Агар $x_i \cdot x_j = 0$ бўлса, $(i \neq j)$

$$P(x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n) = P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n)$$

Таориф. Агар

$$a_1 \dot{\cup} a_2 \dot{\cup} \dots \dot{\cup} a_n = \Omega \quad (AP)$$

булса, $a_1, a_2, \dots, a_n$ ѳодисаларни ўзаро биргалашмаган ѳодисалар деб юритилади.

Эҳтимолликнинг хоссалари.

$$1. P(\emptyset) = 0$$

$$\text{Исботи: } \emptyset + \Omega = \Omega$$

Рўй бериш мумкин бўлмаган ѳодисанинг эҳтимоллиги 0 га тенг. Ω - муқаррар ѳодиса.

2. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ қарама-қарши ѳодисанинг эҳтимоллиги $1 - P(A)$ каби берилади.

$$\text{Исбот. } A + \bar{A} = \Omega$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = P(\Omega)$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1, \text{ бундан}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

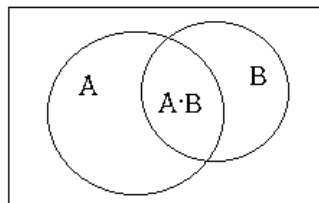
3. Агар $A \subset B$ бўлса, у ҳолда

$$P(A) \leq P(B)$$

Исботи: Шаклдан кўринадикки

$$P(A) + P(\overline{A}B) = P(B) \quad \text{ёки, } P(\overline{A} \cdot B) \geq 0 \text{ бўлгани учун}$$

$$P(A) \leq P(B)$$



$$4. P(A) \leq 1$$

Исботи: Маолумки

$$1 \leq P(A) \leq 1$$

ёки

$$P(A) \leq 1$$

$$5. P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(AB), \text{ маолумки } A \vee B = A + (B - AB),$$

$$P(B - AB) = P(B) - P(AB).$$

$$6. P(A \vee B) \leq P(A) + P(B)$$

$$7. P\left(\bigcup_{k=1}^n A_k\right) = \sum_{k=1}^n P(A_k) - \sum_{k<l} P(A_k A_l) + \sum_{k<l<m} P(A_k A_l A_m) - \dots (-1)^{n-1} P(A_1 \dots A_n).$$

Қуйидагиларни машқ сифатида исботлаш мумкин.

$$8. P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n), \quad \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n A_n, B_n = \Omega - \bigcup_{k=1}^{n-1} A_k \quad A_n B_n \text{ кесишмади,}$$

у ҳолда

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} P(B_n A_n) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n).$$

Агар A_n монотон ўсувчи бўлса, у ҳолда $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$.

Агар $A_n \in \mathcal{A}$, бўлса $n=1,2,\dots, A_i A_j = \emptyset; i \neq j \quad \bigcup_{j=1}^{\infty} A_j \in \mathcal{A}$, у ҳолда

$$P\left(\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j\right) = \sum_{j=1}^{\infty} P(A_j).$$

2.5-§. Мантикий амалларни эҳтимоллар назарияси масалаларига татбиқлари.

Эҳтимоллар назарияси элементлари билан математик мантиқ назарияси элементлари ўртасида узвий боълиқлик мавжуд. Ёодисаларнинг эҳтимолликларини топиш ўақидаги масалаларни математик мантиқ амаллари ёрдамида ечиш мумкинлиги аниқлаш мумкин.

Ёндош назарияларни ўрганиш талабаларни ўқиш самарадорлигини оширади, тўлиқ ва мустаъкам билим олишларига ёрдам беради. Шу маонода эҳтимоллар назарияси элементлари билан математик мантиқ назарияси элементлари ўртасида баозан умумийликлар мавжуд. Бу ўақида эҳтимоллар назарияси ва математик статистика фанининг «отаси» Ёисобланган академик А.Н.Колмогоровнинг фикрлари мавжуд. Эҳтимоллар назарияси ва математик мантиқ назариясини ўзаро яқин тушунчалари борлиги ўақида маолумотлар берилган. Шунингдек, Б.А.Кордемскийни китобида ўам эҳтимоллар назарияси элементлари умумийлиги, уларга баъишланган релеконтанти схемаларни берилиши ўақида маолумотлар берилган. И.Неоматовни китобда мантикий $\{ \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow \}$ схемаларини уланиш схемаларига тадбиқлари, параллел ва кетма-кет улаш принциплари берилган.

1)Аксиоматик назария бош тушунчаси: тушуниш аксиомаси, теорема, натижа, хосса ва ўакозо. Учта : тўлалиги, эркилиги, қарама-қарши эмаслиги.

Эҳтимоллар назариясида ёодисалар $A, B, C, \dots$ ўарфлар билан белгиланади. A ёодисанинг эҳтимоллиги $P(A)$ билан белгиланади ва у эҳтимоллик 0 билан 1 орасида

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

деб ʔисобланади. Рўй бериши мумкин бўлмаган ʔодисани $\vee$ билан берилади, унинг эҳтимоллиги

$$(1,1,1), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0), (0,0,0),$$

$$P(\vee) = 0,$$

муқаррар ʔодисани $\cup$ билан белгилаймиз, унинг эҳтимоллиги

$$P(\cup) = 0,$$

муқаррар ʔодиса U билан берилади, унинг эҳтимоллиги

$$P(\vee) = 1$$

билан белгиланади. Демак, ʔар қандай ʔодисанинг эҳтимоллиги 1 дан катта эмас, 0 дан кичик эмас, $p(A)$ - мусбат ва ўлчовли функциядир.

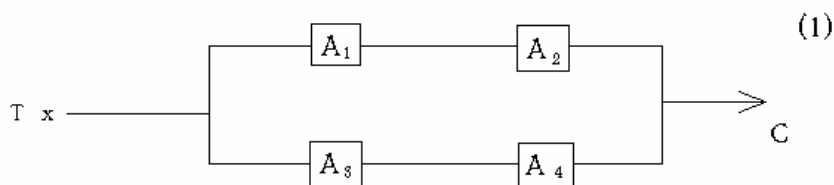
Бундай мутаносиблик математик мантиқ назариясида ʔам бор. Эҳтимоллар назариясидаги «ʔодиса» тушунчасини математик мантиқ назариясидаги «мулоʔаза» тушунчасига мослаш мумкин. Мулоҳаза тушунчаси математик мантиқ назариясининг бошланьич тушунчаси бўлиб, $A, B, C, \dots$ ʔарфлар билан белгиланади.

ʔар бир мулоʔазага 1-рост, 0-ёльон қийматларни мос қилиб қўйилади. Бошқача қилиб айтганда, ʔар қандай мулоʔаза $\{0,1\} = \{\text{ё}, \text{р}\}$ икки элементли тўпламдан қиймат қабул қилади.

Эҳтимоллар назарияси ва математик мантиқ назариясининг мана шу «чегаравий» нуқталарда «учрашишидан» фойдаланиб улар учун умумий бўлган фикрларни айтиш мумкин.

Қуйида битта масалани эҳтимоллик назарияси қоидалари билан ʔамда математик мантиқ қоидалари билан ʔам ечиш усуллари кўрсатамиз.

Икки пар ўлчашгга кетма-кет ва параллел улаш



схемаси берилган, Т дан С га энергия ўтади, A_1, A_2, A_3, A_4 - улагичлардан ток ўтиши (+) ва ток ўтмаслиги (-) дейлик,

$\oplus$ - ток ўтади

(-) - ток ўтмаслиги.

1-ечим.

Токни Т дан С га ток ўтиш эҳтимоллиги топиш керак бўлсин, яони қайси ўлатларда схема ишлайди?

Шуни топиш керак.

A билан токни T дан C га ўтиш ўодисасини белгиласак, $P(A)$ ни топиш керак, яони

$$P(A)=?$$

Классик эҳтимоллик формуласидан

$$P(A) = \frac{m}{n}, \quad 1 \leq m \leq n,$$

фойдаланамиз, n умумий имкониятлар сони, m - бизни қаноатлантирадиган имкониятлар сони. Умумий имкониятлар сони «ёнди» (+), «ёнмайди» (-) иккилик системада бўлгани учун $2^4 = 16$ яони,

$$N = 2^4 = 16 \text{ бўлади.}$$

Бизни қаноатлантирадиган имкониятлар сонини (m -ни) қуйидаги «матрица»лардан аниқлаш мумкин:

$$\left(\begin{array}{cc} + & + \\ - & + \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{cc} + & + \\ + & - \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{cc} + & + \\ - & - \end{array} \right)$$

ва яна йўллари алаштирсак $\left(\begin{array}{cc} - & + \\ + & + \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{cc} + & - \\ + & + \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{cc} - & - \\ + & = \end{array} \right)$, ниёоят $\left(\begin{array}{cc} + & + \\ + & + \end{array} \right)$

бўлиб $m=7$ га тенг.

Қолган ўолларда ток ўтмайди.

$$\text{Демак, } P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3+3+1}{16} = \frac{7}{16}$$

A тоқ ўтмаслиги ўодисаси десак, $P(\bar{A}) + P(A) = 1$ бўлгани учун

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad P(\bar{A}) = \frac{9}{16} \text{ бўлади.}$$

2-ечим.

Токни T дан C га ўтишини математик мантиқ амаллари билан ўал қилайлик.

Мантиқ амаллари таорифи ва уларни реле-контактли схемаларга тадбиқларидан маолумки кетма-кет улаш принципи мантиқий амаллардан коноюнкцияни беради, уни « $\wedge$ » символика билан берилади; параллел улаш принципи эса дизоюнкцияни беради, уни « $\vee$ » символи билан берилади. Агар мураккаб «улаш» бўлса, унга аралаш схема мос келади. (1) схемага мос мантиқий

$$U(A_1, A_2, A_3, A_4) = (A_1 \wedge A_2) \vee (A_3 \wedge A_4)$$

шаклда бўлади. Бу формулага мос ростлик жадвалини тузамиз. Мулоъазалар сони 4 та бўлгани учун умумий имкониятлар сони (бу ерда жадвалдаги йўл элементлари сони) $2^4 = 16$ та бўлади. (1-рост, 0-ёльон), иккилик системада берилади, шунинг учун $2^4 = 16$.

A_1	A_2	A_3	A_4
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0

$A_1 \dot{\cup} A_2$	$A_3 \dot{\cup} A_4$	$(A_1 \dot{\cup} A_2) \dot{\cup} (A_3 \dot{\cup} A_4)$
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	1	1
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	1	1
0	0	0
0	0	0
0	0	0

1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

ёки

0	1	1
1	0	1
1	0	1
1	0	1
1	1	1

$$\{(0,0,0,0)\} - C_4^0 = 1 \text{ та}$$

$$\{(0,0,0,1)\}; \{(0,0,1,0); (0,1,0,0); (1,0,0,0)\} - C_4^1 = 4 \text{ та}$$

$$\{(0,0,1,1); (0,1,1,0); (1,1,0,0); (1,0,0,1); (0,1,0,1); (1,0,1,0)\} - C_4^2 = 6 \text{ та}$$

$$\{(0,1,1,1); (1,0,1,1); (1,1,0,1)\} - C_4^3 = 4 \text{ та}$$

$$\{(1,1,1,1)\} - C_4^4 = 1 \text{ та}$$

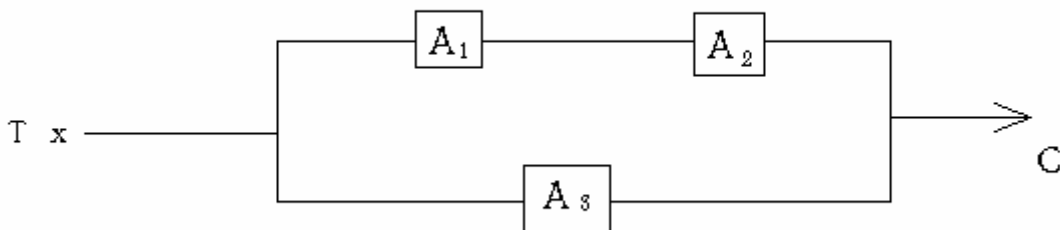
$$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 1 + 4 + 6 + 1 = 2^4 = 16 \text{ та}$$

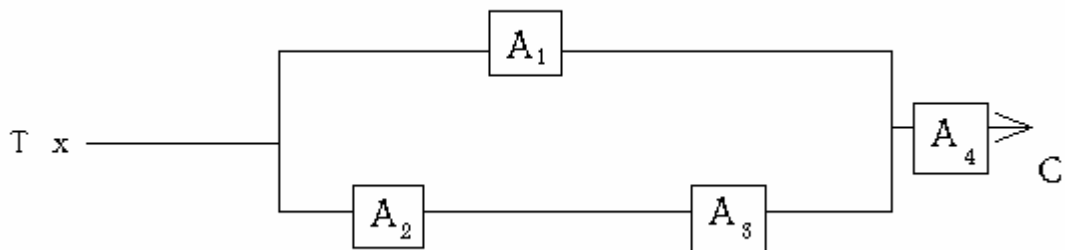
Ростлик жадвалидаги 1 лар схема ишлаган - «ток ўтган»лигини, 0 эса ишламаган ток ўтмаганлигини билдиради.

Жадвал охириги устунидаги 1 ва 0 лардан кўринадики 7 та ўлатда ток ўтади, 9 та ўлатда ток ўтмайди. $T=7$ $T'=9$ каби.

Бу математик мантиқ амаллари ёрдамида эҳтимоллик назарияси масалаларини ечишдир.

Машқ учун мисоллар. Қуйидаги схемаларни ишлаш принципини математик мантиқ ва эҳтимоллар назарияси усуллари билан аниқлаш мумкин.





Маълумки, мулоъазаларн сони n га тенг бўлса, улардан тузиш мумкин бўлган ростлик жадвали йўллари сони 2^n та бўлади, n ортиши билан жадвал тузиш қийинлашади.

$$\text{Яони } \lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 2^\infty = \infty$$

бўлиб, ъисоблаш оьирлашади. Шунинг учун жадвал тузишда қуйидаги усулни қўллаш осондир:

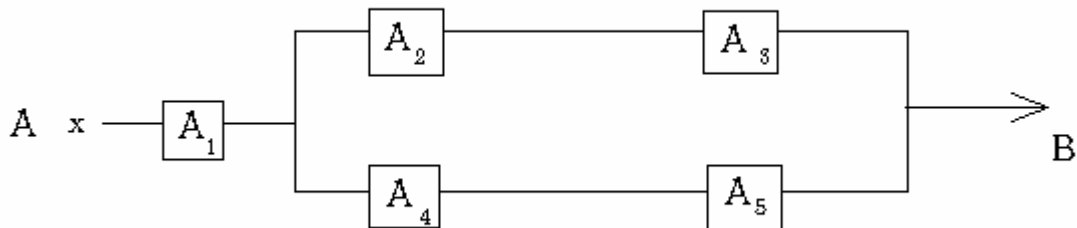
1-устун элементларида $\frac{n}{4}$ та 0 ва $\frac{n}{4}$ та 1,

2-устун элементларида $\frac{n}{4}$ та 0 ва $\frac{n}{4}$ та 1,

3-устун элементларида $\frac{n}{8}$ та 0 ва $\frac{n}{8}$ та 1,

ва ьоказо кетма-кетликда тузиш мумкин.

Худди шу каби қуйидаги схема учун ишлаш принципини эҳтимоллик тушунчасида ьам, мантиқ назария билан ьам исботлаш мумкин.



Сехамага мос мантикий формула куйидагича кўринишда бўлади:

$$U(A_1, A_2, A_3, A_4) = \left\{ A_4 \wedge \left[\left(A_2 \overset{1}{\wedge} A_3 \right) \overset{3}{\vee} \left(A_4 \overset{2}{\wedge} A_5 \right) \right] \right\}$$

Унга мос ростлик жадвали: $n=5$ бўлгани учун $2^5 = 32$. 1-устунда 16 та 0 ва 16 та 1, 2-устунда 8 та 0, 8 та 1, 8 та 0, 8 та 1 ва ўказо каби жадвал тузилади.

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	$A_2 \dot{\vee} A_3$	$A_4 \dot{\vee} A_5$	3	4
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0

1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Жадвалдан кўринадики 7 та ўлатда (32 тадан) схема ишлайди, яони ток ўтади, 25 та ўлатда ток ўтмайди.

$$C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 2^5 = 32$$

5 та улагич билан берилган схемани ишлаш вариантлари:

$$\{(1,1,1,1,1), (1,1,1,1,0), (1,1,1,0,1), (1,1,1,0,0), (1,1,0,1,1), \\ (1,0,1,1,1), (1,0,0,1,1)\}$$

каби 7 та ўлат бўлади.

$$\text{Демак, } P(A) = \frac{m}{n} = \frac{7}{32} - \text{ишлаш эҳтимоллиги.}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{32} = \frac{25}{32}$$

ИШламаслик эҳтимоллиги.

$$\left(\begin{matrix} + & + \\ + & - \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} + & + \\ + & - \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} + & + \\ - & - \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} - & + \\ + & + \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} + & - \\ + & + \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} - & - \\ + & + \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} + & + \\ + & + \end{matrix} \right)$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{7}{32}, \quad 0 \leq m \leq n, \quad 2^5 = 32 \quad n = 32$$

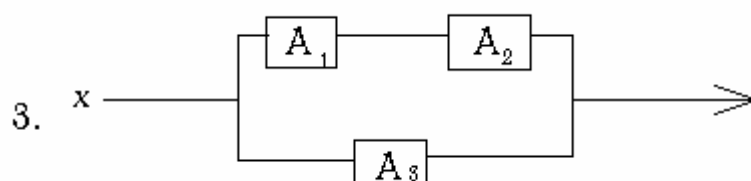
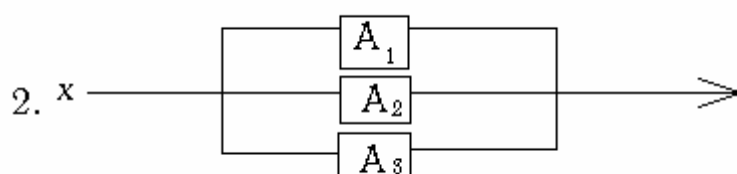
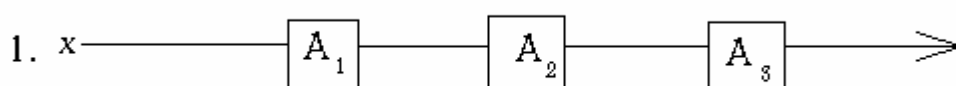
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{32} = \frac{25}{32}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{array}{cc} + & - \\ + & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} + & - \\ - & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} + & - \\ + & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} + & - \\ - & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} + & - \\ - & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} + & - \\ + & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} + & - \\ - & + \end{array} \right), \\
& \left(\begin{array}{cc} + & - \\ - & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ - & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ + & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ - & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ + & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ + & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ - & - \end{array} \right), \\
& \left(\begin{array}{cc} - & + \\ + & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ + & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ - & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ + & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ - & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & + \\ - & - \end{array} \right), \\
& \left(\begin{array}{cc} - & + \\ - & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & - \\ + & - \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & - \\ - & + \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} - & - \\ - & - \end{array} \right)
\end{aligned}$$

Масала: Учта улагич схемаси берилган. Тасодифий равишда улардан биттаси олинди. Шу олинган битта улагичдан ток ўтиш эҳтимоллигини топинг.

Ечиш: Масалани эҳтимоллар назарияси ва мантиқ элементлари ёрдамида ечамиз. Қуйидаги учта ҳол бўлиши мумкин:

1. Учала улагич кетма-кет уланган бўлиши мумкин.
 2. Учала улагич параллел уланган бўлиши мумкин.
 3. Учала улагич аралаш (кетма-кет ва параллел) уланган бўлиши мумкин.
- 4-ҳол бўлиш мумкин эмас.



Масалага мантиқ элементларини тадбиқ этамиз.

Улагичлар сони $n=3$ бўлгани учун имкониятлар сони $2^3 = 8$ та.

Учала схемага мантикий формула ва ростлик жадвали тузамиз.

1-схемага мос мантикий формулала: $U(A_1, A_2, A_3) = (A_1 \wedge A_2 \wedge A_3)$

Унга мос ростлик жадвали

A_1	A_2	A_3	$A_1 \dot{\vee} A_2 \dot{\vee} A_3$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

1-схемага асосан 1 та (1,1,1)-ҳолда
ток ўтади, яъни ток ўтиш
эҳтимоллиги

$$P_1 = \frac{1}{8}$$

2-схемага мос мантикий формула:

$$U(A_1, A_2, A_3) = (A_1 \dot{\vee} A_2 \dot{\vee} A_3)$$

Унга мос ростлик жадвали:

A_1	A_2	A_3	$A_1 \dot{\vee} A_2 \dot{\vee} A_3$

2-схемага асосан 7 та $\{(0,0,1), (0,1,0), (1,0,0), (1,1,0), (1,0,1), (0,1,1), (1,1,1)\}$
ҳолатларда ток ўтади, яъни ток ўтиш
эҳтимоллиги

$$P_2 = \frac{7}{8}$$

3-схемага мос мантикий формула

$$U(A_1, A_2, A_3) = ((A_1 \dot{\vee} A_2) \dot{\vee} A_3)$$

Унга мос ростлик жадвали

A_1	A_2	A_3	1	2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

3-схемага асосан 5 та $\{(0,0,1), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$ ёолларда
ток ўтади, ток ўтиш
эҳтимоллиги

$$P_3 = \frac{5}{8}$$

A - таваккалига олинган битта улагичдан ток ўтиш ёодисаси бўлсин

$$P(B_i) = \frac{1}{3}; \quad i = 1, 2, 3$$

Шартли эҳтимоллик формуласига асосан

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_1 + P(B_2)P_2 + P(B_3)P_3 =$$

$$= \sum_{i=1}^3 P(B_i)P_i = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{13}{24}$$

Демак, тахминан олинган битта улагичдан ток ўтиши ёодисаси

$$P(A) = \frac{13}{24}.$$

Тестлари

1.Қуйидаги ростлик жадвалда « $\wedge$ » амалини аниқланг.

а) x	y	$x * y$	б) x	y	$x * y$	в) x	y	$x * y$		
0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	1	0	0	1	0	0	1	1		

1	0	1
1	1	1

1	0	0
1	1	1

1	0	1
1	1	1

г) x	y	x^*y	д) x	y	x^*y	е) x	y	x^*y		
0	0	1	0	0	1	0	0	1		
0	1	1	0	1	0	0	1	1		
1	0	0	1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1	1	1	0		

2.Қуйидаги растлик жадвалида « $\vee$ » амалини аниқланг.

а) x	y	x^*y	б) x	y	x^*y	в) x	y	x^*y		
0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	1	0	0	1	0	0	1	1		
1	0	1	1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1	1	1	1		

г) x	y	x^*y	д) x	y	x^*y	е) x	y	x^*y		
0	0	1	0	0	1	0	0	1		
0	1	1	0	1	0	0	1	1		
1	0	0	1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1	1	1	0		

3.Қуйидаги жадвалда эквиваленция « $\Rightarrow$ » амалини аниқланг

а) x	y	x^*y	б) x	y	x^*y	в) x	y	x^*y		
0	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	1	0	0	1	0	0	1	1		
1	0	1	1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1	1	1	1		

*г) x	y	x^*y	д) x	y	x^*y	е) x	y	x^*y		
0	0	1	0	0	1	0	0	1		
0	1	1	0	1	0	0	1	1		
1	0	0	1	0	0	1	0	1		

1 1 1

1 1 1

1 1 0

4. Қуйидаги жадвалда эквиваленция « $\Leftrightarrow$ » амалини аниқланг

а) x	y	$x*y$	б) x	y	$x*y$	в) x	y	$x*y$			
0	0	0	0	0	0	0	0	0			
0	1	0	0	1	0	0	1	1			
1	0	1	1	0	0	1	0	1			
1	1	1	1	1	1	1	1	1			

г) x	y	$x*y$	*д) x	y	$x*y$	е) x	y	$x*y$			
0	0	1	0	0	1	0	0	1			
0	1	1	0	1	0	0	1	1			
1	0	0	1	0	0	1	0	1			
1	1	1	1	1	1	1	1	0			

5. Қуйидаги ростлик жадвалида «Шеффер» штрихи амалини аниқланг

а) x	y	$x*y$	б) x	y	$x*y$	в) x	y	$x*y$			
0	0	0	0	0	0	0	0	0			
0	1	0	0	1	0	0	1	1			
1	0	1	1	0	0	1	0	1			
1	1	1	1	1	1	1	1	1			

г) x	y	$x*y$	д) x	y	$x*y$	*е) x	y	$x*y$			
0	0	1	0	0	1	0	0	1			
0	1	1	0	1	0	0	1	1			
1	0	0	1	0	0	1	0	1			
1	1	1	1	1	1	1	1	0			

6. Мулоъазалар алгебрасининг формулалари билан оддий алгебра формулалари фарқи қандай?

а) фарқи йўқ ; б) иккаласи битта формула;

*в) М.Ф.си. $M=\{0,1\}$ тўпладан қиймат қабул қилади.

г) М.Ф.си $N=\{1,2,..,n,..\}$ тўпладан қиймат қабул қилади.

д) М.ф. $[0,1]$ ораликдаги қийматлари олади.

7. Мулоҳазалар сони n та бўлса, улардан тузиш мумкин бўлган «имкониятлар сони» нечта бўлади?

- а) 2^5 б) 2^m *в) 2^n г) 2^{2^m} д) 3^2

8. Мулоҳазалар формуласини тузишда қайси бирлашмалардан фойдаланилади?

- а) ўринлаштиришлар; б) ўриналмаштиришлар;
в) иккаласидан; *г) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; д) ҳаммаси

9. АР (айний рост) формула деганда нимани тушунаси?

- а) ҳамма формулаларни; б) логик формулаларни;
*в) жадвалдаги охирги устун элементлари «1» бўлган формулалари;
г) охирги устун элементлари «0» бўлган формулаларни;
д) охирги устун элементлари «0» ва «1» лардан иборат бўлган формулаларни.

10. АЁ (айний ёльон) формулани қандай тушунаси?

- *а) охирги устун элементлари «0» бўлган формулани;
б) охирги устун элементлари «1» бўлган;
в) «0» ва «1» бўлган;
д) ҳамма логик формулаларни;
е) ихтиёрий формулани.

11. Тавтология нима?

- а) ихтиёрий формула; б) логик формула;
*в) айний рост формула; г) айний ёльон формула;
д) комбинацион формула

12. Де Морган муносабатини аниқланг.

- а) $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$ б) $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$ *в) $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$
г) $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$ д) $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$

13. Импликацияни тўърилигини аниқланг.

- а) $A \rightarrow B \sim \neg A \vee B$; *б) $A \rightarrow B \sim \neg A \vee B$;
в) $A \rightarrow B \sim \neg A \vee B$; г) $A \rightarrow B \sim \neg A \vee B$
д) $A \rightarrow B \sim A \vee B$.

14. Эквиваленцияни тўърилигини текширинг.

- а) $A \leftrightarrow B \sim (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$;
б) $A \leftrightarrow B \sim (\neg A \vee B) \vee (A \wedge B)$
в) $A \leftrightarrow B \sim (A \vee \overline{B}) \wedge (\neg A \wedge B)$
*г) $A \leftrightarrow B \sim (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$
д) $A \leftrightarrow B \sim (A \Rightarrow B) \wedge (A \vee B)$

15. Эквиваленцияни аниқланг.

- *а) $A \leftrightarrow B \sim (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$;
б) $A \leftrightarrow B \sim (A \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow A)$;
*в) $A \leftrightarrow B \sim (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$;
г) $A \leftrightarrow B \sim (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$;

$$д) A \Leftrightarrow B \sim (A \wedge \neg B) \wedge (\neg A \vee B).$$

16. Конъюнкция учун дистрибутивликни топинг.

$$*а) (A \wedge (B \vee C)) \sim (A \wedge B) \vee (A \wedge C);$$

$$б) (A \wedge (B \vee C)) \sim (A \vee B) \wedge (A \vee C);$$

$$в) (A \wedge (B \vee C)) \sim (\bar{A} \vee B) \vee (A \wedge \bar{C});$$

$$г) (A \wedge (B \vee C)) \sim (A \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \vee C);$$

$$д) (A \wedge (B \vee C)) \sim (A \vee B) \vee (A \wedge C).$$

17. « $\wedge$ » учун дистрибутивликни аниқланг.

$$а) (A \wedge (B \vee C)) \sim (A \wedge B \wedge C);$$

$$б) (A \wedge (B \vee C)) \sim (\neg A \wedge B \wedge C);$$

$$в) (A \wedge (B \vee C)) \sim (\neg A \wedge B \vee C);$$

$$г) (A \wedge (B \vee C)) \sim (A \wedge B \vee C);$$

$$*д) (A \wedge (B \vee C)) \sim ((A \wedge B) \vee (A \wedge C)).$$

18. « $\vee$ » учун дистрибутивликни аниқланг.

$$а) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \vee B) \vee (A \vee C);$$

$$б) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \wedge B) \vee (A \wedge C);$$

$$в) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \wedge B) \vee (A \vee C);$$

$$*г) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \vee B) \wedge (A \vee C);$$

$$д) (A \vee (B \wedge C)) \sim (\bar{A} \vee B) \vee (A \vee \bar{C}).$$

19. Дизъюнкция учун дистрибутивликни топинг.

$$*а) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \vee C); \quad б) (A \vee (B \wedge C)) \sim (\bar{A} \wedge B) \vee (A \wedge \bar{C});$$

$$в) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \wedge \bar{B}) \wedge (A \wedge C); \quad г) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \vee B) \vee (\bar{A} \wedge C);$$

$$д) (A \vee (B \wedge C)) \sim (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

20. Қуйидаги муносабатларни тўғрилигини топинг.

$$а) A \wedge \langle 1 \rangle \sim \langle 0 \rangle;$$

$$б) A \wedge \langle 1 \rangle \sim \bar{A}$$

$$в) A \wedge \langle 1 \rangle \sim A \vee \langle 0 \rangle;$$

$$*г) A \wedge \langle 1 \rangle \sim A$$

$$д) A \wedge 1 \sim 1$$

21. Қуйидаги муносабатлардан қайси бир тўғри?

$$*а) A \wedge 0 \sim 0;$$

$$б) A \wedge 0 \sim 1 \quad в) A \wedge 0 \sim \neg A;$$

$$г) A \wedge 0 \sim A \vee 0;$$

$$д) A \wedge 0 \sim A$$

22. Тенгкучли формулани аниқланг.

$$а) A \vee 1 \sim 0;$$

$$*б) A \vee 1 \sim 1$$

$$в) A \vee 1 \sim \neg A;$$

$$г) A \vee 1 \sim A \wedge 0;$$

$$д) A \vee 1 \sim A$$

23. Қайси муносабат ўринли?

$$а) A \vee 0 \sim 0;$$

$$б) A \vee 0 \sim \neg A$$

$$*в) A \vee 0 \sim A;$$

$$г) A \vee 0 \sim 1;$$

$$д) A \vee 0 \sim A \vee 1$$

24. Ютилиш қонунини аниқланг

$$а) A \wedge (A \vee B) \sim A \wedge B$$

$$б) A \wedge (A \vee B) \sim A \vee B$$

$$*в) A \wedge (A \vee B) \sim A$$

$$г) A \wedge (A \vee B) \sim \neg A \vee B$$

$$д) A \wedge (A \vee B) \sim A \wedge \neg B.$$

25. Келтирилган формулани аниқланг.

$$а) (A \Rightarrow B) \vee C;$$

$$б) (A \Leftrightarrow B) \wedge C;$$

$$в) (\overline{A \wedge B}) \wedge C;$$

$$*г) (\neg A \vee \neg B) \vee C;$$

$$д) (A \wedge B) \Rightarrow C.$$

26. Элементар конъюнкцияни аниқланг.

- а) $(\neg A \wedge B \vee C)$; б) $(A \vee \neg B) \wedge C$; *в) $(\neg A \wedge B) \wedge C$;
 г) $(A \wedge B) \vee C$; д) $(A \wedge B) \vee \neg C$.
27. Элементар дизъюнкция аниқланг.
 а) $(A \vee B) \wedge C$; *б) $(A \vee \neg B) \vee \neg C$; в) $(\neg A \vee B) \wedge C$;
 г) $(A \vee B) \vee \neg C$; д) $(A \wedge B) \vee C$.
28. Т.Д.Н.Ф.ни топинг.
 а) $(\neg A \vee B) \Rightarrow C$; б) $(A \wedge B) \Rightarrow \neg C$; в) $(\neg A \vee B) \Leftrightarrow C$;
 г) $(A \wedge B) \Leftrightarrow C$; *д) $((\neg A \wedge B) \vee C)$.
29. Т.К.Н.Ф.ни аниқланг.
 *а) $((\neg A \vee B) \wedge C)$; б) $(\neg A \vee B) \vee C$; в) $(A \wedge B) \Rightarrow C$;
 г) $(A \wedge B) \wedge C$; д) $(A \wedge B) \Leftrightarrow C$.
30. Абсурд усули қандай усул?
 а) исботлаш усули; б) соддалаштириш усули;
 в) имплекатив усул; *г) инкорини фараз этиб исботлаш усули
 д) умумий усул.
31. Булр аксиомалари нечта?
 а) 3; *б) 15; в) 9; г) 11; д) 19
32. Булр функцияси билан оддий функциянинг фарқи қандай?
 а) фарқи йўқ;
 *б) Булр функцияси $M = \{0,1\}$ икки элементли тўпладан қиймат қабул қилади;
 в) Булр функцияси ҳар қандай тўпладан қиймат қабул қилади;
 г) $N = \{1,2,\dots,n,\dots\}$ дан қиймат олади.
 Д) мусбат функциялар Булр функцияларидир.
33. Булр алгебрасидан тўпламлар алгебраси хусусий ҳол бўлиб чиқадими?
 *а) ҳа; б) йўқ; в) бўлиши ҳам бўлмаслиги ҳам мумкин;
 г) иккаласи бир хил; д) тўпламлар алгебраси умумийроқ.
34. Булр алгебрасида « $\wedge$ » тўпламлар алгебрасида қандай амални беради?
 а) $\cup$ -йиғинди; *б) $\cap$ кўпайтма кесишма; в) айирма;
 г) бўлинма; д) симметрик айирма.
35. Булр алгебрасида « $\vee$ » амали, тўпламлар алгебрасида қандай амални билдиради?
 *а) $\cup$ -йиғинди; б) $\cap$ кесишма; в) айирма; г) бўлинма;
 д) симметрик айирма.

Хулоса

Ёндош фанларни ўрганиш, предметлараро боьланишларни таълил қилиш, муҳим янгиликлар, кашфиётлар яратилишига сабаб бўлади. Бунга

жуда кўп мисоллар келтириш мумкин. Масалан, физика, химия ва биология ҳамда математиканинг биргаликдаги масалалари кўп муаммоларни ечилишига олиб келган; динамики ёки тар хил бомбаларнинг яратилиши; электр энергиясини яратилиши; иқтисодиётга олий математика элементларини татбиқ қилиниши предметлараро боьланиш натижасидир.

Ушбу диплом ишида ҳам эҳтимоллар назарияси ва математик мантик фани ўртасидаги «кичик» бўлса ҳам боьликлик, баози масалаларни эҳтимоллар назарияси билан ҳам математик мантиқ назарияси ёрдамида тал этиш масалари долзарб масалалардан эканлиги кўрсатилган.

Маолумки, Эйлер-Венн диаграммаси ёрдамида тўпламлар устида амаллар, ёки мулоьазалар устидаги амаллар геометрик шаклда берилади. Бунда алгебра ва геометрия фанларини шу мавзудаги «боьлик» қисми, яони алгебраик амаллар геометрияси берилган. Бунда Л.Эйлер амаллар алгебрасини ва таорифини киритган бўлса, Венн эса унинг геометрик шаклини берган.

Предметлараро фикрлар, ёки «ёндеш» фанларни ўрганиш, биргаликда ўрганиш шундай яхши натижаларни келтириб чиқаради. Диплом ишида қаралган масала, яони баози ўодисаларнинг эҳтимолликларини мантиқий амаллар билан ўисоблаш келгусида ҳам ривожлантириш мумкин бўлган масаладир, чунки бу соьадаги долзарб масалар, ечимини кутаётган масалалар жуда кўп.

Адабиётлар

1. И.А.Каримов. Халқ сўзи 2010 йил 28 январь, № 19 нутқи.
2. И.А.Каримов. Халқ сўзи 2010 йил 30 январь, ; 21. нутқи
3. И.А.Каримов. Юксак маонавият-енгилмас куч. Тошкент -2008.

4. С.Х.Сирожиддинов, М.Маматов. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика. Тошкент-1980.
5. Б.В.Гнеденко. “Курс теории вероятности” 1972 йил.
6. А.А.Боровков. Курс теории вероятности . 1988.
7. Т.Ёкубов. Математик логика элементлари. Тошкент-1983
8. В.И.Игошин. Математическая логика и теория алгоритмов. Саратов. 1991.
9. С.Г.Гиндикин. Алгебра логики в задачах. Москва. 1972.
- 10.Неоматов. Дискрет математика ва математик логика элементлари. Фарьона-2000.
- 11.Л.А.Калужкин, Что такое математическая логика, “Наука”, 1964.
- 12.А.М.Яглом, Н.М.Яглом. Вероятность и информация, Физматгиз, 1960.
- 13.Мендельсон Э. Введение в математическую логику. /Пер. С англ. М., 1976.
- 14.И.Неъматов, М.Тўхсонбоев. Академик лицейларда тасодифий индексли лимит теоремаларини ўрганиш. //ФарДУ “Педагогик таълим: муаммо, тажриба, ечимлар” илмий-услубий мақолалар тўплами: мақола – 2010 й. 92 б.
- 15.И.Неъматов, М.Тўхсонбоев. Тасодифий индексли лимит теоремаларнинг таълили. Сборник посвящён 90летию Акад.АНУзР. С.Х.Сирожиддинова. 2010.
- 16.Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М. 1975 г.
17. А.Н.Колмогоров. Основы понятия теории вероятностей. М., 1974 г.
- 18.Г.Крамер. Методы математической статистики. «Мир», М., 1975 г.
- 19.В.П.Чистяков. Курс теории вероятностей. М., 1978 г.
- 20.В.Феллер, Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т.1, т.2 . «Мир», М., 1967 г.
- 21.М.Лозе. Теория вероятностей. И.Л., М., 1962.
- 22.В.И.Гутубалин. Теория вероятностей. Изд-во. МГУ. 1972 г.

23. М.Султанова. Вариацион статистика. «Ўқитувчи», Т., 1977 й.
24. Л.Д.Мемалкин. Сборник задач по теории вероятностей. Изд-во МГУ.
1963 г.