

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI
FIZIKA – MATEMATIKA FAKULTETI
MATEMATIKA (5460100) TA'LIM YO'NALISHI
4-KURS M2 GURUH TALABASI**

Halilov Abdumalikning

**“ Umumiy o'rta maxsus kasb – hunar ta'limi matematika
kursida koordinatalar metodi ”**

MAVZUSIDAGI

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Rahbar:

p.f.n. dotsent. Abdullayev Q.

Andijon 2012 – y.

Mavzu: Umumiy o'rta maxsus kasb – hunar ta'limi matematika kursida koordinatalar metodi

R E J A:

Kirish

I bob. Turli koordinatalar sistemalari

1.1 - § Tekislikda dekart koordinatalar sistemasi va qutb koordinatalar sistemasi

1.2 - § Affin koordinatalar sistemasi, silindrik koordinatalar sistemasi va sferik koordinatalar sistemasi

1.3 - § Nuqtaning to'g'ri chiziqdagi vaziyati. Koordinatalarni almashtirish formulalari. Asosiy formulalar

I bob. Umumiy o'rta ta'lim va umumiy o'rta maxsus kasb – hunar ta'limi matematika kursida koordinatalar metodining amali tadbirlari

2.1 - § 5 – 6 – sinf matematika kursi

2.2 - § 8 – 9 – sinf algebra kursi

2.3 - § 8 – 9 – sinf geometriya kursi

2.4 - § Algebra va matematika analiz asoslari

Xulosa

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

Kirish

**Agar bolalar erkin fikrlashni o'rganmasa,
berilgan ta'lim samarasi past bo'lishi muqarrar.**

I.A Karimov

O'zbekiston Respublikasi "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi"da, ko'p marotaba ilg'or pedagogik texnologiyalarni o'rganib, ularni o'quv muassasalarimizga olib kirish zarurligi uqtirilgan. Bugungi kunda ta'lim tizimida "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi"ni amaliyotga tadbiq etishning uchinchi bosqichi davom etmoqda. Mazkur jarayonning, 2005 va undan keyingi yillarda ta'lim muassasalarining resurs, kadrlar va axborot bazalarini yanada mustahkamlash, o'quv-tarbiya jarayonini yangi o'quv-uslubiy majmualar, ilg'or pedagogik texnologiyalar bilan to'liq ta'minlash" rejalashtirilgan. Shu kunda xalq ta'limi, oliy va o'rta maxsus ta'lim sohalarida ta'lim jarayonini zamonaviy innovatsion texnologiyalar bilan ta'minlash, bajariladigan jiddiy vazifa sifatida belgilandi.

Ta'lim sohasida faoliyat ko'rsatayotgan O'zbekistonning ilg'or pedagog olimlari ilmiy asoslangan hamda Respublikamizning ijtimoiy – pedagogik sharoitiga moslashgan ta'lim texnologiyalarni tadbiq etish yo'lida talay ishlarni amalga oshirmoqda. Lekin majmuilar nazariyasi (teoriya sistem)ga to'laligicha suyangan, hamda hududimizning ijtimoiy – pedagogik mentalitiga mos keladigan va hammaga tushunarli bo'lgan O'zbekistonning Milliy pedagogik texnologiya modeli, shu kungacha yaratilmagan edi. Buning sababi, birinchidan, pedagogik texnologiyaning nazariy asoslarini ancha murakkabligi, ikkinchidan, pedagogik olimlarimizning bir qismi sinergetik dunyoqarashdan kelib chiquvchi majmuilar nazariyasini to'la egallab olishmaganligi bo'lsa, uchinchidan, ayni vaqtda bu sohada muayyan muammolar mavjudligi hamdir.

Bu muammolarga quyidagilar kiradi:

– ta'lim texnologiyasi nazariyasining mohiyati, uning nazariy va amaliy asoslari borasida ma'lumotlar berishga xizmat qiluvchi manbalar, maxsus adabiyotlar va metodik

qo'llanmalar hamda PTlarni ta'lim jarayoniga tatbiq qilish bo'yicha andozalarning yetarli emasligi;

- uzluksiz ta'lim muassasalari, shu jumladan, OTMlar pedagoglarining ta'lim jarayoniga zamonaviy pedagogik texnologiyalarni tatbiq etish borasida yetarli tajribaga ega emasligi;

- uzluksiz ta'lim muassasalarining barcha bosqichlarida zamonaviy pedagogik texnologiyalardan foydalanish uchun moddiy-texnik baza bilan yetarli darajada ta'minlanish muammosi ijobiy hal qilinmaganligi;

- ommaviy axborot vositalarining xizmati orqali zamonaviy pedagogik texnologiya nazariyasining mohiyati hamda pedagogik texnologiyalarni ta'lim jarayoniga tatbiq etish borasida qo'lga kiritilayotgan yutuqlar, yangi tajribalar haqida ma'lumot beruvchi tahliliy chiqishlarning uyushtirilishiga yetarli e'tibor qaratilmaganligi;

- oliy va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limini rivojlantirish markazida pedagogik texnologiya bo'yicha, bir qator tadqiqot ishlari olib borilib, kerakli natijalarga erishilganligiga qaramay, bu ma'lumotlar joylarga to'liq yetib bormayotganligi va boshqalar.

Yuqorida qayd etilgan muammolarning ijobiy yechimga ega bo'lishini ta'minlash uzluksiz ta'lim muassasalari, shu jumladan, OTMlar ta'limi jarayoniga zamonaviy pedagogik texnologiyalarni joriy qilish muvaffaqiyatini kafolatlaydi.

Majmular nazariyasini to'liq bilmagan kishi, pedagogik texnologiyaning mazmun va mohiyatiga tushunib yetmaydi, zerro undan foydalana olmaydi ham. Chunki pedagogik texnologiya yuz foiz majmui yondashuv tamoyilidan kelib chiqib, to'laligicha, uning tamoyillari va qoidalariga bo'ysunadi. Sinergetik dunyoqarash va uning ajralmas qismi bo'lgan, butun borliqqa majmui sifatida yondashuv tamoyilini bilmagan kishi, pedagogik texnologiyani asl mazmuniga tushunmaydi.

Zamonaviy pedagogik texnologiyalarning nazariy asoslarini to'laligicha tushunish va uni ta'lim jarayoniga qo'llash uchun quyidagilar amalga oshirildi:

- yer yuzidagi didaktik tizimlarni eng umumiy tarzda o‘rganildi va tahlil qilindi;
- pedagogik texnologiyaning asosiy xususiyati, uni to‘laligicha, majmui yondoshuv tamoyilidan kelib chiqqanligi bois, majmuilar nazariyasining qisqa va oddiy mazmun mohiyatini ochib berildi va pedagogik texnologiya asosida o‘quv fani darslari loyihalandi;
- shuningdek, pedagogik jarayonni majmui sifatida tasavvur etib, pedagogik texnologiya nazariyasida qabul qilingan tamoyillari to‘laligicha keltirildi. Shu bilan birgalikda, O‘zbekistonning “Ta’lim to‘g‘risida”gi qonuni hamda “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”dan hamda yurtimizning pedagogik jamoatchiligining mentalitetidan kelib chiqib, jahondagi pedagogik texnologiyalarda qabul qilingan tamoyillardan og‘may turib, O‘zbekistonning zamonaviy pedagogik texnologiyasining milliy modeli yaratildi.

Maqsadi: Ushbu metoddan foydalangan holda: kesma, to‘g‘ri chiziq, nur, qo‘shishning o‘rin almashtirish qonuni, kasrlar va ular ustida amallar, nuqtaning to‘g‘ri chiziqdagi vaziyati, musbat va manfiy sonlarni son o‘qida tasvirlash, butun sonlar to‘plami va ular ustida amallar, qarama – qarshi sonlar, sonli tengsizliklar, tengsizliklarning asosiy xossalari, tengsizliklarni yechish, sonli oraliqlar, tengsizliklar sistemalarini yechish, sonning moduli modul qatnashgan tenglama va tengsizliklar, nuqtani koordinatalar boshi atrofida burish, ratsional sonlar, vektorlar va ular ustida amalalar, vektorlar skalyar ko‘paytmasi kabi mavzularda qulay usullardan foydalanish va o‘quvchilarga yanada yahshiroq tushunchalar berish ishlarini amalga oshirish. Affin koordinatalar sistemasi, sferik koordinatalar sistemasi, silindrik koordinatalar sistemasi, dekart koordinatalar sistemasi va qutb koordinatalar sistemasi haqida tushunchalar berish, ulardagi almashirishlar asosiy formulalarini o‘quvchiga tushuntirish. Qutb koordinata sistemasidagi tenglamalar. Dekart koordinatalari bilan qutb koordinatalari orasidagi a’loqa. Parabola, ellips va giperbolaning ba’zi koordinatalar sistemasidagi tenglamalari kabilar tushunchalar

Dolzarbligi: Mavzu o‘qitish metodikasiga doir bo‘lganligi uchun ilmiy jixatdan sezilarli yangilikka ega emas. Amaliy tadbiqiga kelsak, amaliy jixatdan keng doirada tadbiq etsa bo‘ladi. Xozirgi kunda eng dolzarb mavzulardan biri. Boshqa metodlardan farqi shundaki amalda

ko'rsatish qulayligi, tushuntirishning yanada osonlashishi va eng muhimi o'quvchi tasavvunini yanada kuchaytirishi. Shuningdek, o'quv dasturlarini takomillashtirishda, algebra va geometriya fanlari bo'yicha o'quv qo'llanma va darsliklar yaratishda tatbiq qilinishi mumkin.

I bob. Turli koordinatalar sistemalari

1.1 - § Tekislikda dekart koordinatalar sistemasi va qutb koordinatalar sistemasi

1. Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasi.

Tekislikda ikkita o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazamiz: biri gorizantal, ikkinchisi vertikal (20 - rasm). Ularning kesishish nuqtasini O harfi bilan belgilaymiz. Shu to'g'ri chiziqlarda yo'nalishlar tanlaymiz: gorizantal to'g'ri chiziqda chapdan o'ngga, vertikal to'g'ri chiziqda pastdan yuqoriga. Har - bir to'g'ri chiziqda bir - hil uzunlik birligini ajratamiz.

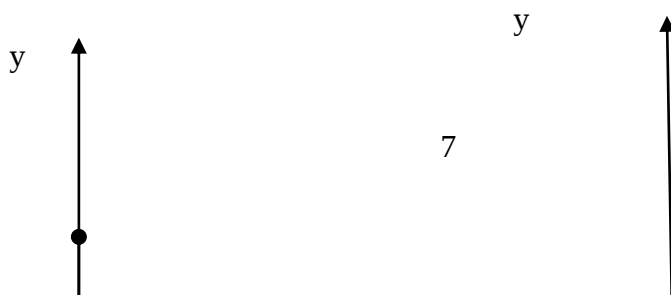
Gorizantal to'g'ri chiziq O_x bilan belgilanadi va absissalar o'qi deyiladi, vertikal to'g'ri chiziq O_y bilan belgilanadi va ordinatalar o'qi (koordinata o'qlari) deyiladi.

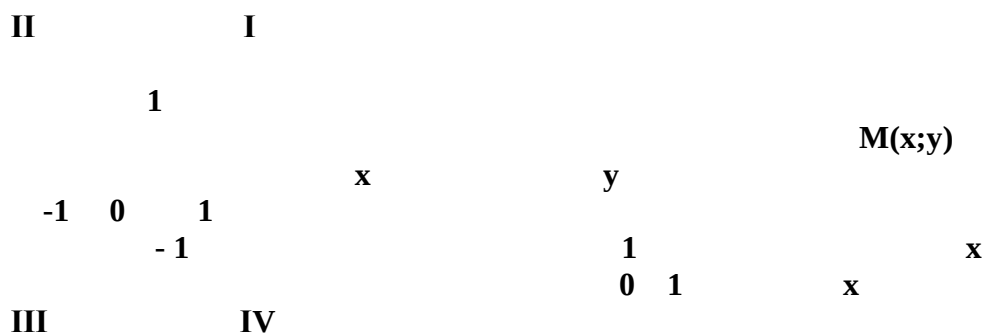
Absissalar o'qini va ordinatalar o'qini koordinata o'qlari, ularning kesishish nuqtasini kordinalar boshi deyiladi. koordinatalar boshi har - bir o'qdagi nol sonini tasvirlaydi.

Absissalar o'qida musbat sonlar O nuqtadan o'ngda joylashgan nuqtalar bilan, manfiy sonlar esa O nuqtadan chapda joylashgan nuqtalar bilan tasvirlanadi. Ordinatalar o'qida musbat sonlar O nuqtadan yuqorida joylashgan nuqtalar bilan, manfiy sonlar esa O nuqtadan pastda joylashgan nuqtalar bilan tasvirlanadi.

Yo'nalishlar va uzunlik birligi tanlangan ikkita o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziq tekislikda dekart koordinatalar sistemasini hosil qiladi. Koordinatalar sistemasi tanlangan tekkislik koordinata tekkisligi deyiladi. koordinata o'qlari tashkil qilgan to'g'ri burchaklar koordinata burchaklari (kvadratlar) deyiladi va 20-rasmda ko'rsatilgan tartibda raqamlanadi.

Aytaylik, M - koordinata tekisliginihg ixtiyoriy nuqtasi bo'lsin (21 - rasm). M nuqtadan absissalar o'qida parpandikular tushiramiz.





20 – rasm.

21 – rasm.

Shu perpendikularning asosi M nuqtaning absissasi deb ataladigan biror x sonni tasvirlaydi. M nuqtadan ordinatalar o'qiga perpendikular tushiramiz. Shu perpendikularning asosi M nuqtaning ordinatasi deb ataladigan biror y sonni tasvirlaydi. M nuqtaning absissasi va ordinatasi M nuqtaning koordinatalari deyiladi. $M(x,y)$ yozuvi M nuqta x absissaga va y ordinataga ega ekanini bildiradi. Bu holda M nuqta (x,y) koordinatalarga ega deb ham aytiladi. Masalan, $M(3,5)$ yozuvida 3 soni - absissa, 5 soni - ordinata. Nuqtalarning koordinatalarini yozishda sonlarning tartibi muhim ahamiyatga ega. Masalan, $M_1(1,2)$ va $M_2(2,1)$ nuqtalar tekislikdagi har xil nuqtalardir (22 - rasm).

Xususiy xollarni qaraymiz:

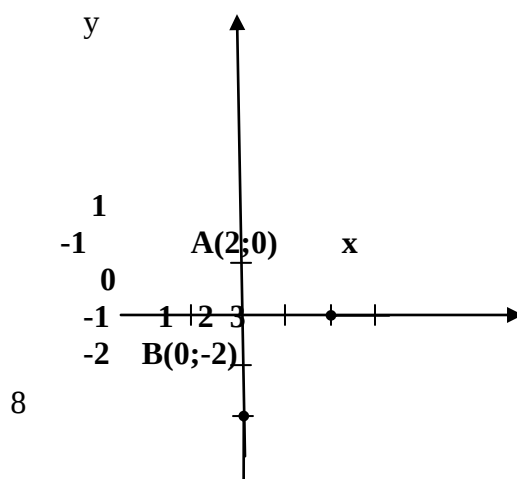
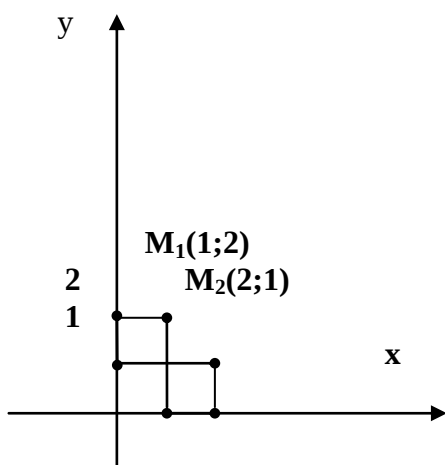
1. Agar nuqta absissalar o'qida yotsa, u holqa uning ordinatasi nolga teng bo'ladi.

Masalan, A nuqta (23 - rasm) $(2,0)$ koordinatalarga ega.

2. Agar nuqta ordinatalar o'qida yotsa, u xolda uning absissasi nolga teng bo'ladi.

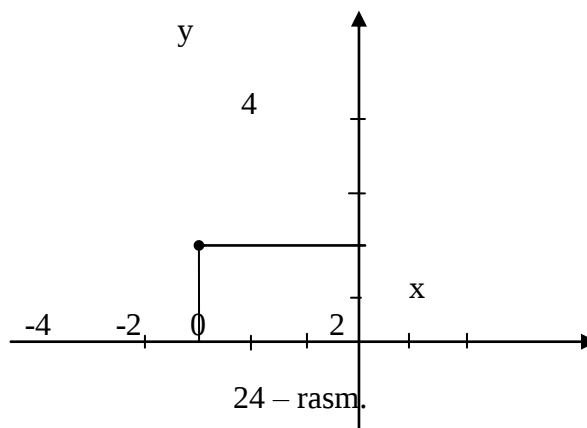
Masalan, B nuqta (23 - rasm) $(0,-2)$ koordinatalarga ega.

3. Koordinatalar boshining absissasi va ordinatasi nolga teng: $O(0;0)$.



Koordinata tekisligining har bir M nuqtasiga $(x;y)$ sonlar jufti – uning koordinatalari mos keladi va har bir $(x;y)$ sonlar juftiga koordinata tekisligining koordinatalari $(x;y)$ bo'lgan birgina M nuqtasi mos keladi.

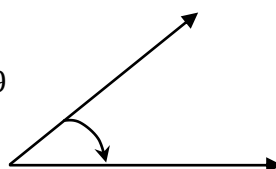
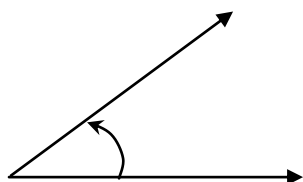
Masalan $(-3;2)$ nuqtani yasang. Absissalar o'qida -3 koordinatali nuqtani belgilaymiz va bu nuqta orqali shu o'qqa perpendikular o'tkazamiz. Ordinatalar o'qida koordinatasi 2 bo'lgan nuqtani belgilaymiz va u orqali ordinatalar o'qiga perpendikular o'tkazamiz. Shu perpendikularning kesishish nuqtasi izlanayotgan M nuqta bo'ladi (24 - rasm).



24 – rasm.

2. Tekislikda dekart koordinatalarini almashirish.

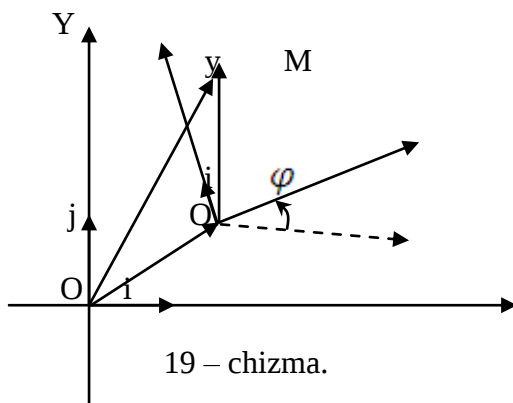
Orientatsiya: Bir vektordan ikkinchisiga qisqa burish yo'nalishi soat strelkasi yo'nalishiga qarama – qarshi bo'lsa, bu vektorlar o'ng ikkilik, aks holda chap ikkilik tashkil qiladi deyiladi. Bazis sifatida biror ikkilik tanlansa, biz orientatsiya tanlab olingan deb hisoblaymiz. Bizga $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ va $\{\vec{i}', \vec{j}'\}$ ortonormal bazislar berilgan bo'lsin. Bu bazislar yordamida kiritilgan Dekart koordinatalar sistemasini mos ravishda Oxy va $O'x'y'$ bilan belgilaylik. Nuqtaning “eski” va “yangi” koordinatalari orasidagi bog'lanishni topamiz. “Yangi” koordinatalar sistemasini markazini “eski” koordinata sistemasidagi koordinatalarini (a,b) bilan belgilaylik.





18 – chizma.

Tekislikda M nuata berilgan bo'lib, uning Oxy va O'x'y' sistemalardagi koordinatalari mos ravishda (x,y) va (x',y') juftliklardan iborat bo'lsin.



19 – chizma.

Biz quyidagi tengliklarga ega bo'lamiz:

$$\overline{OM} = x\bar{i} + y\bar{j}, \overline{O'M} = x'\bar{i}' + y'\bar{j}'$$

$$\overline{OO'} = a\bar{i} + b\bar{j}$$

Har bir vektorni $\{\bar{i}, \bar{j}\}$ bazis orqali ifodalash mumkinligi uchun

$$\bar{i}' = a_{11}\bar{i} + a_{21}\bar{j},$$

(1)

$$\bar{j}' = a_{21}\bar{i} + a_{22}\bar{j}$$

munosabatlarni hosil qilamiz. Bu ifodalarni

$$\overline{OM} = \overline{OO'} + \overline{O'M}, \overline{OM} = x\bar{i} + y\bar{j}$$

tengliklarga qo'yib

$$x\bar{i} + y\bar{j} = a\bar{i} + b\bar{j} + a_{11}x'\bar{i}' + a_{12}x'\bar{j}' + a_{21}y'\bar{i}' + a_{22}y'\bar{j}'$$

tenglikni hosil qilamiz. Bazis vektorlari $\{\bar{i}, \bar{j}\}$ chiziqli erkli oilani tashkil etganligi uchun yuqoridagi munosabatdan

$$x = a_{11}x' + a_{12}y' + a \quad (2)$$

$$y = a_{21}x' + a_{22}y' + b$$

formulalarni olamiz. Endi a_{ij} koeffitsientlarni toppish uchun ikkita holni qaraymiz. Birinchi hol: $\{\bar{i}, \bar{j}\}$ va $\{\bar{i}', \bar{j}'\}$ bazislar bir xil orientatsiyaga ega. Bu holda agar φ bilan $\bar{i}$ va $\bar{i}'$ vektorlar orasidagi burchakni belgilasak, $\bar{j}$ va $\bar{j}'$ vektorlar orasidagi burchak ham φ ga teng bo'ladi. Yuqoridagi (1) tenglikni har ikkalasini $\bar{i}$ va $\bar{j}$ vektorlarga skalyar ko'paytirib,

$$a_{11} = \cos \varphi, a_{12} = \sin \varphi, a_{21} = -\sin \varphi, a_{22} = \cos \varphi$$

formulalarni olamiz. Agar $\{\bar{i}, \bar{j}\}$ va $\{\bar{i}', \bar{j}'\}$ bazislar har xil orientatsiyaga ega bo'lsa, $\bar{j}$ va $\bar{j}'$ vektorlar orasidagi burchak $\pi - \varphi$ ga teng bo'ladi. Bu holda (1) tengliklarning har birini $\bar{i}$ va $\bar{j}$ vektorlarga skalyar ko'paytirib $a_{11} = \cos \varphi, a_{12} = \sin \varphi, a_{21} = \sin \varphi, a_{22} = -\cos \varphi$ formulalarni hosil qilamiz. Bu formulalarni (2) formulalarga qo'yib, mos ravishda quyidagi ikkita formulalarni olamiz:

$$x = x' \cos \varphi - y' \sin \varphi + a \quad (3)$$

$$y = x' \sin \varphi + y' \cos \varphi + b$$

Bu holda o'tish determinant uchun

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 1$$

tenglik o'rinli.

Ikkinchi holda bazislarning orientatsiyalari har xil va koordinatalarni almashtirish formulalari

$$x = x' \cos \varphi + y' \sin \varphi + a$$

(4)

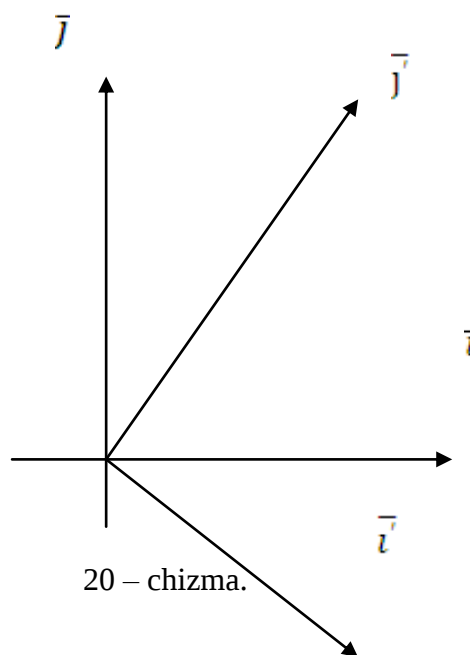
$$y = x' \sin \varphi - y' \cos \varphi + b$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bu holda o'tish determinant uchun

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = -1$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Demak, koordinatalar sistemasini almashtirganimizda o'tish matritsasining determinant musbat bo'lsa, orientatsiya o'zgarmaydi. Agar o'tish matritsasining determinant manfi bo'lsa, orientatsiya qarama – qarshi orientatsiyaga o'zgaradi.



3. Tekislikda qutb koordinatalar sistemasi.

Tekislikda qutb koordinatalar sistemasini kiritish uchun birorta O nuqtani va bu nuqtadan o'tuvchi o'qni tanlab olamiz. tanlangan nuqtani qutb boshi, o'qni esa qutb o'qi deb ataymiz va uni l bilan belgilaymiz. Tekislikda berilgan ixtiyoriy O nuqtadan farqli M nuqta uchun ρ bilan $|OM|$ masofani, φ bilan esa l o'q bilan OM nur orasidagi burchakni belgilaymiz. Bu kattaliklar M nuqtaning qutub koordinatalari deyiladi va $M(\rho, \varphi)$ ko'rinishda belgilanadi.

Tekislikning O nuqtadan farqli nuqtalari bilan qutb koordinatalari o'rtasidagi moslik o'zaro birqiyimatli bo'lishi uchun ρ va φ kattaliklar uchun quyidagi chegara qo'yiladi:

$$0 < \rho < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi.$$

Agar (x, y) Dekart koordinatalar sistemasini 1 – chizmadagidek kiritsak, quyidagi

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi$$

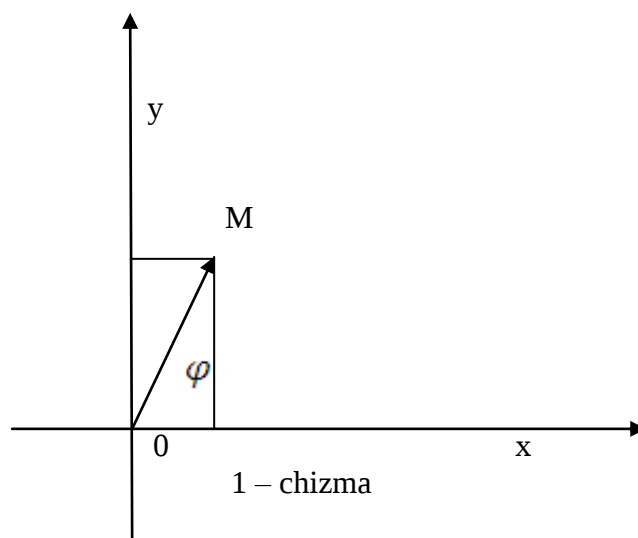
bog'lanishlarni olamiz. berilgan M nuqtaning Dekart koordinatalari ma'lum bo'lsa, uning qutb koordinatalarini topish uchun

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

formula bo'yicha birinchi qutb koordinatani topamiz. Ikkinchi qutb koordinatani topish uchun M nuqtani qaysi chorakda joylashganligini bilishimiz kerak va

$$\varphi = \arctg \frac{y}{x}, \varphi = \operatorname{arccctg} \frac{y}{x}$$

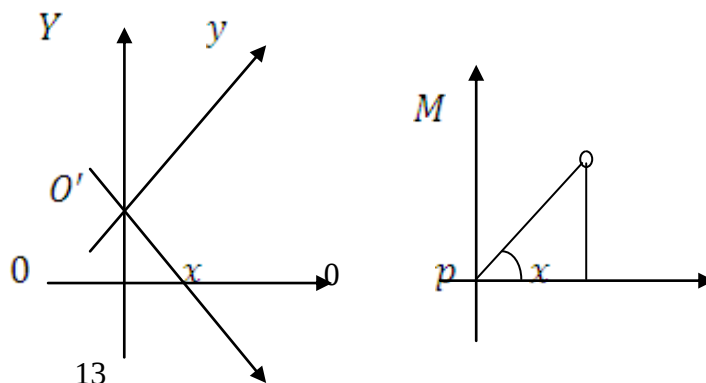
tekisliklardan foydalanishimiz kerak.



4. Dekart koordinatalari bilan qutb koordinatalari orasidagi a'loqa.

Dekart koordinatalar sistemasini va qutbi koordinata boshida bo'lgan, qutb o'qi abssisa

o'qi bo'ylab yo'nalgan y qutb sistema berilgan bo'lsin (shakl 2). Ixtiyoriy M nuqtaning dekart koordinatalarini x va y bilan,



uning qutb koordionatalarini r va φ x

bilan ishoralaymiz. $x = OP$ kesma shakil 1. shakl 2.

radius – vektorning Ox o'qqa tushirilgan proeksiyasi bo'lgani uchun

$$x = r \cos \varphi \quad (1)$$

Shunga o'xshash, y ham r radius – vektorning Oy o'qqa tushirilgan proeksiyasi bo'ladi;

demak: $y = r \sin \varphi \quad (2)$

(1)va (2) formulalar M nuqtaning dekart koordinatalarini unign qutb koordinatalari orqali ifodalaydi. Teskarisicha, qutb koordinatalari dekart koordinatalari orqali ifoda qililsh uchun, (1) va (2) tenglamalarni r va φ larga nisbatan yechish kerak. Buning uchun (1) va (2) tenglamalarni kvadratga ko'tarib va qo'shib, shuni olamiz:

$$x^2 + y^2 = r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi = r^2,$$

yoki

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (3)$$

(2) tenglikni (1) tenglikka bo'lsak, shu chiqadi: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}. \quad (4)$

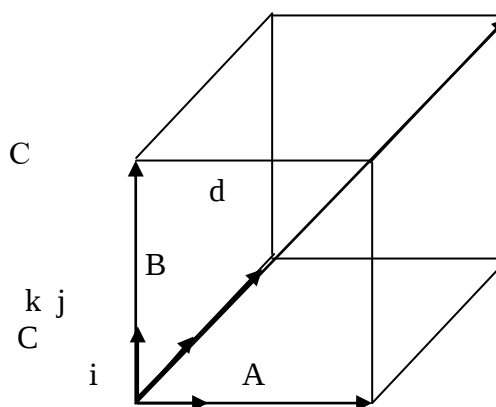
(3) va (4) fo'rmulalarni, bundan tashqari, shakl 2 dan bevosita chiqarish mumkin.

(3) fo'rmuladan φ qutb burchakning tangensi aniqlanadi. Berilgan tangensga ko'ra burchakni toppish qoladi; bunda burchakning bir-biridan 180° farq qilaturgan ikki qimmati xosil qilinadi. φ burchakning bu ikki qimmatidan shunisini olish kerakki,uning uchun sinusning ishorasi y ning ishorasi bilan bir xil bo'lsin [(2) formula].

1.2 - § Affin koordinatalar sistemasi, silindrik koordinatalar sistemasi va sferik koordinatalar sitemasi

1. Affin koordinatalar sistemasi.

Fazo yoki tekislikda affin koordinatalar sistemasini kiritish uchun birorta bazis va bitta nuqta tanlanadi. Agar $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ bazis va O nuqta berilgan bo'lsa, $\overline{OM}$ vektorning $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ bazisidagi koordinatalar M nuqtaning affin koordinatalari deyiladi.



9 – chizma.

1 – ta'rif. Berilgan $\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n\}$ bazis uchun $(\bar{e}_i, \bar{e}_j) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ tengliklar bajarilsa,

$\{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n\}$ - ortonormal bazis deyiladi.

2 – ta'rif. Ortonormal bazis yordamida berilgan koordanatalar sistemasi to'g'ri burchakli yoki dekart koordinatalar sistemasida deb ataladi.

Teorema. Dekart koordinatalar sistemasida vektorning berilgan bazisidagi koordinatasidalarida, uning koordinatalar o'qlariga tushirilgan proeksiyalari bilan ustma – ust tushadi.

Isbot. Bizga $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ ortonormal bazis berilgan bo'lsa, ularning boshlarini O nuqtaga joylashtirib OXYZ koordinatalar sistemasini kiritaylik. Agar

$\bar{a} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ bo'lsa, $\bar{a}$ vektorning boshini koordinata boshiga joylashtirib, uning oxirini

M bilan belgilaymiz. Agar M nuqtaning koordinata o'qlariga ortogonal proeksiyalarini A,B,C harflari bilan belgilasak

$\overline{OA} = x\bar{i}, \overline{OB} = y\bar{j}, \overline{OC} = z\bar{k}$ tenglikni hosil qilamiz. Ikkinchi tomondan

$\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ kesmalarni kattaliklari mos ravishda x, y, z solariga teng bo'lganligi uchun

$x = pr_{Ox}\bar{a}, y = pr_{Oy}\bar{a}, z = pr_{Oz}\bar{a}$ munosabatlarni hosil qilamiz.

$$1 - \text{natija. } pr_l(\bar{a} + \bar{b}) = pr_l\bar{a} + pr_l\bar{b}$$

Isbot. Bizga l o'q berilgan bo'lsin: shunday OXYZ koordinatalar sistemasini kiritamiz, OX koordinata o'qi l bilan ustma – ust tushsin. Agar

$$\bar{a} = x_a\bar{i} + y_a\bar{j} + z_a\bar{k}, \bar{b} = x_b\bar{i} + y_b\bar{j} + z_b\bar{k},$$

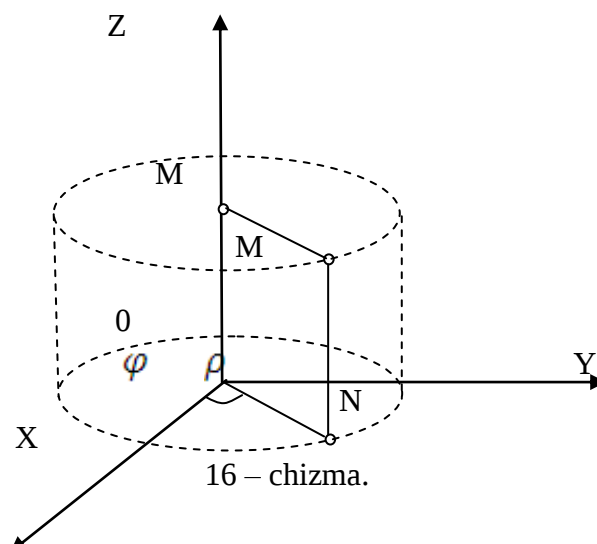
$$\bar{a} + \bar{b} = (x_{a+b})\bar{i} + (y_{a+b})\bar{j} + (z_{a+b})\bar{k}$$

bo'lsa, teorema ko'ra $pr_l\bar{a} = x_a$ va $pr_l\bar{b} = x_b, pr_l(\bar{a} + \bar{b}) = x_{a+b}$ tengliklarni hosil qilamiz. Lekin vektorlarni qo'shganda ularning koordinatalari mos ravishda

qo'shilgani uchun $pr_l(\bar{a} + \bar{b}) = x_a + x_b$ munosabatni olamiz.

2. Silindrik koordinatalar sistemasini.

Fazoda silindrik koordinatalar sistemasini kiritish uchun biz fazoda bitta tekislikni va unga tegishli birorta O nuqtani talashimiz kerak. Tanlangan tekislikda O nuqtani qutub boshi sifatida olib, bu tekislikda qutb koordinatalarini kiritamiz. Berilgan tekislikka perpendikulyar va O nuqtadan o'tuvchi o'qni oZ o'qi sifatida olib, fazoda silindrik koordinatalar sistemasini quyidagicha kiritamiz:



fazoda berilgan M nuqtaning tekislikdagi proeksiyasini N bilan, uning OZ o'q'dagi proeksiyasini M bilan belgilaymiz. Silindrik koordinatalar sifatida (ρ, φ, z) kattaliklarni olamiz. Bu yerda (ρ, φ) – N nuqtaning berilgan tekislikdagi qutb koordinatalari, z esa OM' kesma kattaligidir.

Agar biz fazoda OXY tekislik sifatida tanlangan tekislikni, OX o'q sifatida qutb o'qini olib dekart koordinatalar sistemasini kirisak

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad z = z$$

Bog'lanishlarni olamiz. Bu yerda ρ, φ o'zgaruvchilar uchun

$$0 \leq \rho < +\infty, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi$$

munosabatlar o'rinlidir. Fazoda silindrik koordinatalar sistemasini kiritganimizda fazo bitta o'qqa ega bo'lgan ichma – ich joylashgan (konsetrik) silindrlarga ajraladi. Fazoning har bir nuqtasi bu silindrlarning faqat bittasiga tegishli bo'ladi. Agar nuqtaning silindrik koordinatalari ρ, φ, z bo'lsa, bu nuqta yotgan silindrning radiusi ρ ga teng bo'ladi. Agar nuqta silindrlar o'qiga tegishli bo'lsa, u tegishli bo'lgan silindrning radiusi nolga teng bo'ladi. Yuqoridagi tanlangan dekart koordinatalar sistemasida silindrlarning o'qi Oz o'qidan iboratdir. Bu dekart koordinatalar sistemasida konsetrik silindrlar tenglamasi

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

ko'rinishda bo'ladi.

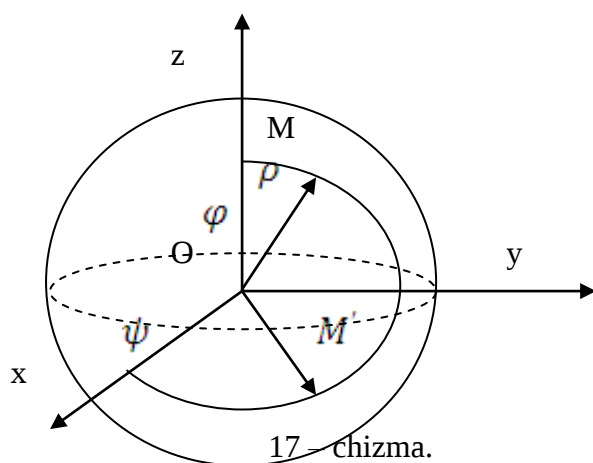
3. Sferik koordinatalar sistemasi.

Fazoda sferik koordinatalar sistemasini kiritish uchun Oxyz – Dekart koordinatalar sistemasi kiritilgan deb hisoblab, berilgan M nuqta uchun markazi koordinata boshida bo'lgan va radiusi $\rho = |OM|$ ga teng bo'lgan sferani qaraymiz.

Berilgan M nuqtaning Oxy tekislikdagi proeksiyasini M' bilan, $\overline{OM}$ vektor va Oz orasidagi burchakni φ bilan $\overline{OM'}$ vektor va Ox o'qi orasidagi burchakni ψ bilan belgilaymiz. Burchaklarni aniqlashda φ burchak shunday tanlanadiki, Oz o'qining musbat yo'nalishi tomonidan qaraganimizda, Ox o'qini $\overline{OM'}$ nur bilan ustma – ust tushirish uchun soat mili

yo'nalishiga qarshi yo'nalishda φ burchakka burish kerak. Yuqorida aniqlangan ρ, φ, ψ kattaliklar M nuqtaning sferik koordinatalari deyiladi. Bunga sabab, fazoning koordinatalari $\rho = \text{const}$ tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalari to'plami sferani tashkil qiladi. Fazoning har bir nuqtasi radiusi koordinata boshidan shu nuqtagacha bo'lgan masofaga teng bo'lgan sferada yotadi. Nuqtaning dekart koordinatalari bilan sferik koordinatalari orasidagi bog'lanish quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} x = \rho \sin \psi \cos \varphi, & 0 \leq \varphi < 2\pi \\ y = \rho \sin \psi \sin \varphi, & -\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{\pi}{2} \\ z = \rho \cos \psi \end{cases}$$



Odatda fazo nuqtalari bilan ularning sferik koordinatalari orasidagi moslik o'zaro bir qiymatli bo'lishi uchun

$$0 \leq \rho < \infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < \psi < \pi$$

chegaralar qo'yiladi. Fazoda sferik koordinatalar sistemasini kiritganimizda fazo markazi bitta nuqtada bo'lgan sferalarga ajraladi. Agar nuqtaning sferik koordinatalari ρ, φ, ψ bo'lsa, u yotgan sferaning radiusi ρ ga teng bo'ladi. Bu masofa nuqtadan koordinatalar boshigacha bolgan masofaga tengdir. Nuqta ρ radiusli sferada yotgan bo'lsa, φ va ψ burchaklar uning sferadagi vaziyatini aniqlaydi.

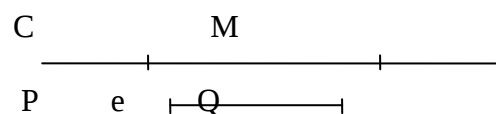
1.3 - § Nuqtaning to'g'ri chiziqdagi vaziyati. Koordinatalarni almashtirish formulalari. Asosiy formulalar

1. Nuqtaning to'g'ri chiziqdagi vaziyati

Analitik geometriya metodining eng muhim hususiyatlaridan biri geometrik shakillar vaziyatini aniqlash uchun sonlardan foydalanishdir. Geometrik shakillarning vaziyatini aniqlovchi sonlar shu shakillarning koordinatalari deb aniqlanadi.

Hozircha bir to'g'ri chiziqda yotgan nuqtalarni qarab chiqish bilan chegaralanamiz. Bu to'g'ri chiziqda yotgan nuqtalarning vaziyatini aniqlash uchun koordinatalar sistemasini quyidagicha qilib olamiz:

1) Ixtiyoriy bir nuqtani, masalan, O nuqtani koordinatalar boshi deylik (1 - chizma), qolgan nuqtalarning vaziyati shunga nisbatan aniqlanadi;



2) Qaralayotgan nuqtaning koordinatalar boshidan bo'lgan masofani o'lchash uchun uzunlik birligi ($e = PQ$) ni tanlab olamiz.

3) To'g'ri chiziqda musbat yo'nalishni tanlab olamiz (chizmada u strelka bilan ko'rsatilgan), bu esa to'g'ri chiziq kesmalarini faqat absolyut qiymatlari jihatidagina emas, balki ishoralari jihatidan ham farq qilishga imkon beradi. Agar kesmaning bosh nuqtasidan oxirigi nuqtasigacha bolgan yo'nalish to'g'ri chiziqning musbat yo'nalishi bilan ustma – ust tushsa, kesma musbat hisoblanadi; agar kesmaning yo'nalishi to'g'ri chiziqning musbat yo'nalishiga qarama – qarshi yo'nalish bilan ustma – ust tushsa, u holda kesma manfi hisoblanadi (2 – chizmada OA kesma musbat, OB kesma manfidir).

To'g'ri chiziqda koordinatalar sistemasi olingandan so'ng, bu to'g'ri chiziqning har bir M nuqtasiga uning vaziyatini aniqlovchi birgina ismsiz son, yani bitta $x = \frac{OM}{PQ}$ koordinata mos keladi; bu koordinataning absolyut qiymati M nuqtaning koordinatalar boshidan berilgan uzunlik birligi bilan o'lchangan masofasini beradi, ishorasi esa nuqtaning koordinatalar boshidan qaysi tomonda joylash ganligini ko'rsatadi.

Aksincha, har bir songa to'g'ri chiziqda bir nuqta mos keladi. Masalan koordinatasi

$x = +3$, ya'ni $\frac{OA}{PQ} = 3$ yoki $OA = 3 \cdot PQ$ bo'lgan A nuqtani yasash kerak bo'lsin. A nuqta

koordinatalar boshidan o'ngga qo'yilgan (2 - chizma) va masshtab birligining 3 tasiga teng kesmaning oxiri bo'lganidan birgina qiymat bilan aniqlanadi.

Nuqtaning koordinatasi shu nuqta belgisi yoniga qavs ichida yoziladi, masalan:

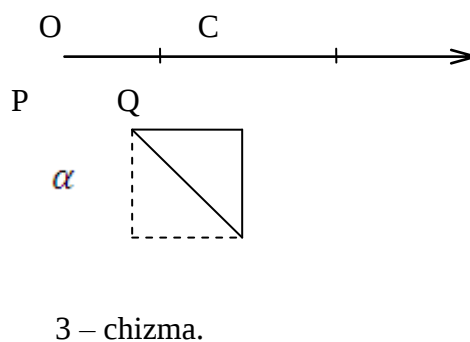
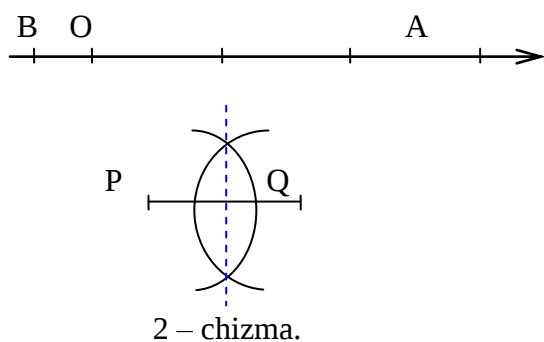
$A(+3), B\left(-\frac{1}{2}\right), C(+\sqrt{2})$ va hokazo.

$B\left(-\frac{1}{2}\right)$ nuqtani yasash uchun koordinatalar boshidan chapga qarab PQ birlikning

yarmini qo'yish kerak (2 - chizma). Yana bir $(+\sqrt{2})$ nuqtani yasaylik. Bu holda

$OC = \sqrt{2} \cdot PQ$ bo'ladi. Bu kesmani hosil qilish uchun tomoni PQ kesmaga teng bo'lgan

kvadratni yasaymiz: bu kvadratning diagonali $a = \sqrt{2} \cdot PQ$ bo'ladi; shunday qilib, diagonalga teng kesmani koordinatalar boshidan musbat yo'nalishda ajratib, C nuqtani topamiz (3 - chizma).



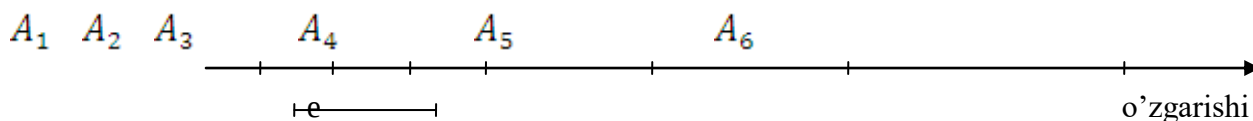
Agar biz nuqta berilgan desak, bu nuqtaning koordinatasi ma'lum deganimiz bo'lkadi; biror shartga ko'ra nuqta topilsin deyilsa, bu nuqtaning koordinatasini hisoblash kerak degan so'zdir.

Shunday qilib, to'g'ri chiziq nuqtalari bilan haqiqiy sonlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatildi. Biror o'zgaruvchi miqdorning o'zgarishini grafik usulida tasvirlas uchun bu moslikda foydalanishimiz mumkin. Masala, x o'zgaruvchi miqdor $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 1, 2, 4, \dots$ geometrik

progressiya hadlariga teng qiymatlarni ketma - ket qabul qilsin; o'zgaruvchining bu qiymatlari

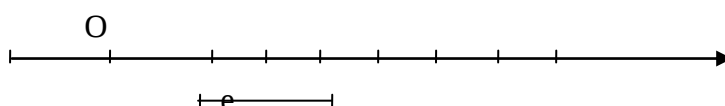
to'g'ri chiziqda $A_1 \left(+\frac{1}{2} \right), A_2 \left(+\frac{1}{2} \right), A_3 (+1), A_4 (+2), A_5 (+4), A_6 (+8), \dots$

nuqtalar bilan tasvirlanadi (4 - chizma); bunday o'zgaruvchi miqdor sakrab – sakrab O



va har safar oldingi orttirmasiga qaragandaikki matta katta orttirma qabul qilishini ochiq

ko'ramiz. Agar o'zgaruvchi miqdor,



masalan: 1, 1,5, 2, 2,5, 3, ... arifmetik progressiya hadlari o'zgarishining qonuni bilan o'zgarsa,

u holda bu to'g'ri chiziqda bir – biridan bir xil uzoqlikda bo'lgan bir qancha nuqtalar hosil qilar edik (5 - chizma).

Ko'pgina o'lchov asboblari biz tekshirilayotgan miqdorning o'zgarishi haqida nuqtaning to'g'ri chiziqdagi vaziyatiga qarab muxokama qilamiz. Masalan, temperatura haqida biz to'g'ri chiziqli vertikal shakildagi simob ustunining past - balandligiga qarab fikr qilamiz. Bu holda boshlang'ich nuqta deb muzning erish temperaturasi simobning balandligi qabul qilingan ; musbat yo'nalish deb pastdan yuqoriga bo'lgan yo'nalish olingan; uzunlik birligi esa simob muzning erish temperaturasidan suvning qaynash temperaturasiga o'tishda qancha ko'tarilsa, shuning $\frac{1}{100}$ qismiga teng (Tselsiy shkalasi).

Agar koordinatalar boshi yoki to'g'ri chiziqdagi yo'nalish yohud uzunlik birligi o'zgartirilsa, u holda to'g'ri chiziqdagi nuqtalar bilan sonlar orasidagi moslik boshqacha bo'ladi – har bir nuqta yangi koordinataga ega bo'ladi.

2. Koordinatalarni almashtirish formulalari.

Agar koordinatalar boshi O' (a) nuqtaga ko'chirilsa, u holda to'g'ri chiziqdagi har bir nuqtaning eski x koordinatasi bilan yangi x' koordinatasi orasida

$$x = x' - a \quad (1)$$

munosabat mavjud bo'ladi.

Agar to'g'ri chiziqdagi daslabki yo'nalishga teskari yo'nalish musbat yo'nalish deb qabul qilinsa, uholda hamma nuqtalarning koordinatalari o'z absalyut miqdorlarini o'zgartirmasdan ishoralarini o'zgartiradi, ya'ni

$$x = -x' \quad (2)$$

bo'ladi.

Agar yangi uzunlik birligi $e' = P'Q'$ tanlab olinsa, u holda nuqtaning koordinatalari mos birliklarga teskari proportsinal, ya'ni: $x = \frac{e'}{e} x'$ (3)

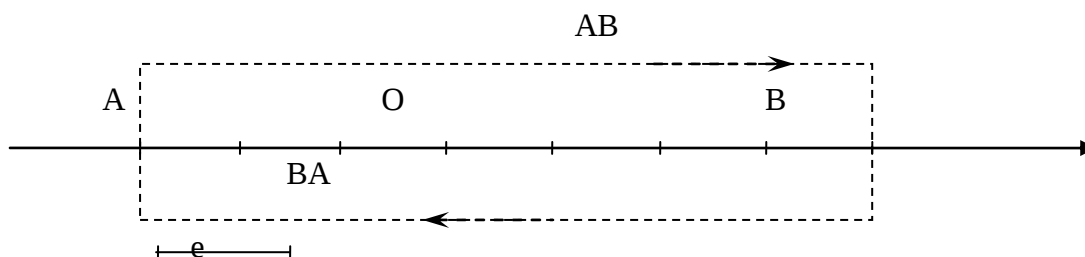
bo'ladi.

3. Asosiy formulalar.

Koordinatalari x_1 va x_2 bo'lgan A va B nuqtalar berilgan bo'lsa, AB kesmaning kattaligi

$$AB = x_2 - x_1 \quad (4)$$

formula bilan xisoblanadi, ya'ni kesmaning kattaligi uning uchlari koordinatalarining ayirmasiga teng, bunda oxirigi nuqtaning koordinatasidan bosh nuqtaning koordinatasini ayirish kerak.



Bu fomula nuqtalarning har qanday vaziyatida ham to'g'ri bo'lgani uchun, kesmalar hamma vaqt to'g'ri belgilanishi, ya'ni birinchi o'ringa kesmaning boshini belgilovchi harf, ikkinchi o'ringa esa oxirini belgilovchi harf qo'yilishi kerak.

Misol: $A(-3)$ va $B(+4)$ berilgan bo'lsa, u holda (6 - chizma).

$$AB = 4 - (-3) = +7,$$

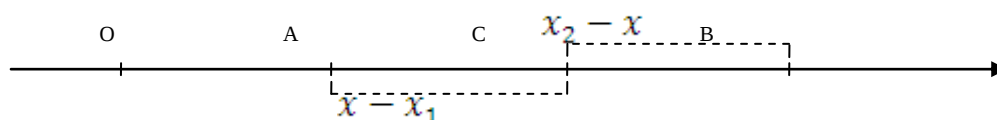
$$BA = -3 - 4 = -7.$$

Agar x_2 va x_1 A va B nuqtalarning koordinatalari bo'lsa, AB kesmaning uzunligi $d = |x_2 - x_1|$ bo'ladi. agar to'g'ri chiziqda ikki nuqta, ya'ni $A(x_1)$ va $B(x_2)$ nuqtalar berilgan bo'lsa, u holda har qanday uchinchi $C(x)$ nuqta AB kesmani biror aniq $\frac{AC}{CB}$ nisbatda bo'ladi (7 - chizma); biz uni λ harfi bilan belgilaymiz, ya'ni

$$\lambda = \frac{AC}{CB} = \frac{\text{bosh nuqtadan bo'luvchi nuqttagacha bo'lgan kesma kattaligi}}{\text{bo'luvchi nuqtadan oxirgi nuqttagacha bo'lgan kesma kattaligi}}$$

λ quyidagi formuladan hisoblab topiladi:
$$\lambda = \frac{x - x_1}{x_2 - x} \quad (5)$$

Agar bo'luvchi $C(x)$ nuqta AB kesmaning ichida yotsa, λ musbat, tashqarisida yotsa, manfi bo'ladi.



Aksincha, λ nisbat berilgan bo'lsa, u holda bo'luvchi C nuqtaning koordinatasi

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \quad (6)$$

formula bilan topiladi.

Agar $\lambda = 1$ va $AC = CB$ bo'lsa, u holda:
$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (7)$$

ya'ni kesma o'rtasining koordinatasi kesma uchlarining koordinatalari yig'indisining yarmiga teng.

To'rtta A, B, C va D nuqtaning murakkab (algarmonik) nisbati deb ikki nisbatning nisbatiga aytiladi: unda AB kesma birinchi nisbatda C nuqta bilan, ikkinchi nisbatda esa D nuqta bilan bo'linadi. Bu quyidagicha belgilanadi:

$$(ABCD) = \frac{AC}{CB} : \frac{AD}{DB}$$

Agar $(ABCD) = -1$ bo'lsa, u holda to'rtta nuqta garmonik nuqtalar deb ataladi.

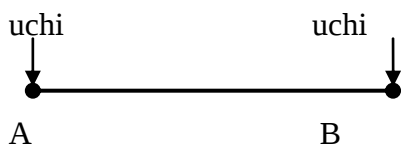
2.1 - § 5 – 6 – sinf matematika kursi

1. 5-sinf matematika kursi.

Kesma. To'g'ri chiziq. Nur.

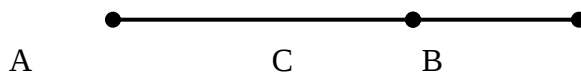
Kesma. Daftaringiz sahifasiga 2 ta nuqta qo'ying. Ularni birini A bilan belgilang, ikkinchisini B bilan belgilang. Bu nuqtalarni chizg'ich yordamida tutashtiring, kesma hosil bo'ladi. Unda A va B nuqtalar kesmaning uchlari deyiladi. Kesma AB yoki BA kabi belgilanadi (1- rasm).

Har bir kesma tayin uzunlikga ega.



AB yoki BA kesma

1 – rasm.



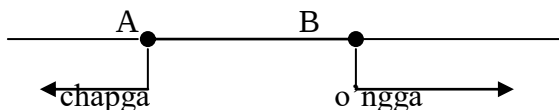
2 – rasm.

AB kesmada olingan ixtiyoriy C nuqta AB ni AC va CB qismlarga ajratadi (2 - rasm).

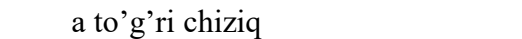
AB kesmaning uzunligi uning qismlari uzunliklarining yig'indisiga teng:

$$AB=AC+CB$$

To'g'ri chiziq. Kesmani uchlaridan boshlab har ikki tomonga cheksiz davom ettirsak, to'g'ri chiziq hosil bo'ladi. To'g'ri chiziq har ikkita bosh harf bilan belgilanadi, bu harflar to'g'ri chiziqni istalgan ikki nuqtasiga qo'yilishi mumkin (3 - a rasm). Bunda u AB yoki BA kabi bazan bitta kichik harf bilan ham belgilanishi mumkin (3 - b rasm).



a)

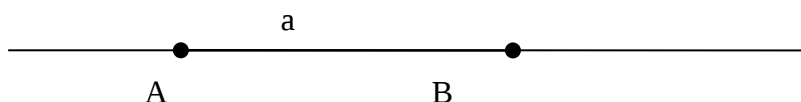


b)

3 - rasm.

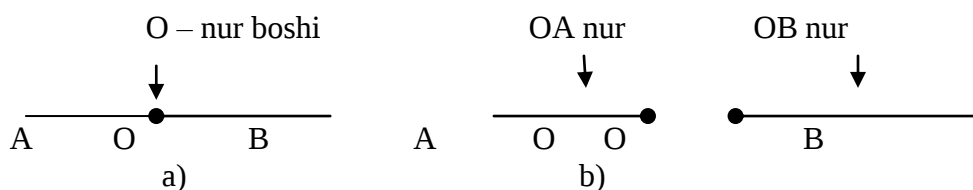
Ikkita nuqta orqli bitta va faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Kesma-to'g'ri chiziqning ikki tomondan chegeralangan bo'lagi (4 - rasm).



4 – rasm.

Nur. To'g'ri chiziqda belgilangan biror O nuqta uni ikki qismga ajratadi: AO va OB (5 - a, b rasmlar). Bu qismlarning har biri nurdir.



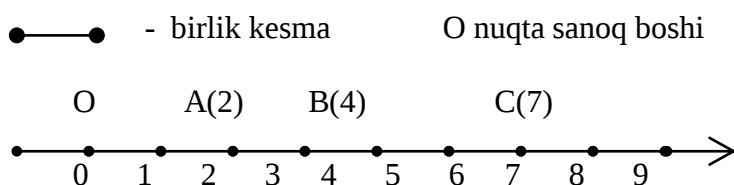
5 – rasm.

To'g'ri chiziqning bir tomondan chegaralangan bo'lagi nur deyiladi. O nuqtaning boshi.

Nurni belgilashda boshidagi harf oldin yoziladi: OA nur; OB nur.

Son nuri. Sonlarni to'g'ri chiziq nuqtalari bilan tasvirlash ko'pgina qulayliklarga ega.

Uchi O nuqtada bo'lgan O_x nur chizaylik. Nur O nuqtadan o'nga yo'nalgan bo'lsin. Bu yo'nalishni nurga qo'yilgan “o'q” (strelka) ko'rsatib turadi (6 - rasm).



6 – rasm.

Uzunligi 1 deb qabul qilinغان kesma birlik kesma deyildi .

Birlik kesmani O_x nurda O nuqtadan boshlab , o'ng tomonga birin ketin qo'yib chiqamiz: birlik kesmaning bir uchini O nuqtaga qo'yamiz, ikkinchi uchi O_x nurning biror nuqtasiga mos keladi. Bu nuqra to'g'risiga 1 sonini yozib qo'yamiz.

Birlik kesmani O_x nurga shu usulda (yo'sinda) ketma-ket qo'ya borib, natural sonlarga mos keladigan nuqtalarni topamiz.

O nuqta sanoq (hisob) boshi deyiladi va unga 0 (nol) soni mos keladi. Hosil bo'lgan nur son nuri deyiladi. Son nuri ba'zan son o'qi yoki koordinata nuri ham deyiladi.

Son nurida sonlar, odatda, chapdan o'ngga qarab, nur yo'nalishida ketma - ket joylashtiriladi.

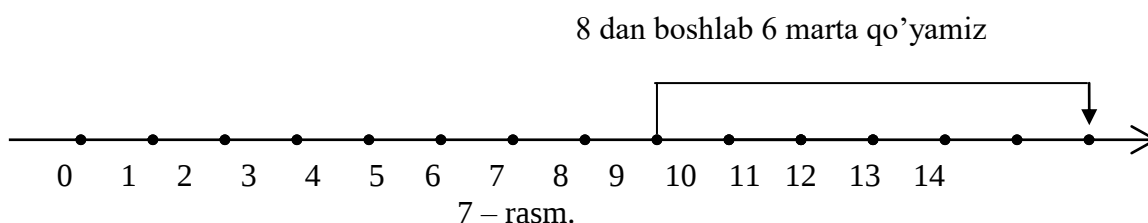
Ikkita sondan qaysi biri son nurida o'ngda bo'lsa, o'sha son kattadir.

Son nurida ixtiyoriy natural son n ga mos keluvchi nuqtani topish uchun hisob boshidan boshlab birlik kesmani n marta qo'yish kerak. Bundan birlik kesmaning o'ng uchiga mos keluvchi A nuqta n sonini ifodalaydi: n soni shu A nuqtaning koordinatasi deyiladi va bu $A(n)$ kabi yoziladi. OA kesmaning uzunligi esa ani shu n ga teng bo'ladi: $OA=n$. Nuqtaning koordinatasi shu nuqtaning hisob boshidan qancha birlik uzoqda yotganini bildiradi.

Ikki sondan qaysi biri sanoq (hisob) boshidan uzoqroqda yotsa, o'sha son kattadir.

Qo'shishning o'rin almashtirish qonuni.

Son nurida 8 soniga mos nuqta. Birlik kesmani 8 dan boshlab nur yo'nalishida 6 marta qo'yamiz.



Birlik kesmani o'ng uchiga 14 to'g'ri keladi. Demak, $8+6=14$. Son nurida avval 6 ga mos keluvchi nuqtani topib, so'ngra 6 dan boshlab nur yo'nalshida birlik kesmani 8 marta qo'yishimiz mumkin. U holda ham $6+8=14$ tenglik hosil bo'ladi. Shunday qilib, $8+6=6+8=14$.

Qo'shiluvchilarning o'rinlarini almashirgan bilan yigindi o'zgarmaydi.

Ihtiyoriy m va n natural sonlar uchun quyidagi tenglik o'rinli:

$$m+n=n+m.$$

Bu tenglik qo'shishning **o'rin almashtirish qonunini** ifodalaydi.

Ihtiyoriy sonni no'l bilan qo'shganda o'sha sonning o'zi hosil bo'ladi:

$$n+0=0+n=n$$

Natural sonlar yigindisi natural son.

Noto'g'ri kasr

$\frac{5}{4}, \frac{9}{8}, \frac{13}{10}$ kasrlarning surati mahrajidan katta. $\frac{5}{5}, \frac{10}{10}, \frac{100}{100}$ kasrlarxning surati esa

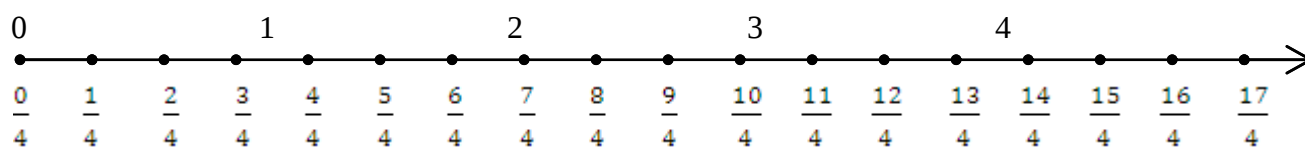
mahrajiga teng. Surati mahrajidan katta yoki mahrajiga teng kasr **noto'g'ri kasr** deyiladi. a va b

natural sonlar va $a > b$ yoki $a = b$ bo'lsa, $\frac{a}{b}$ - noto'g'ri kasr.

Surati mahrajiga teng kasr 1 ga teng.

Surati mahrajidan katta bo'lgan kasr doimo 1 dan katadidir.

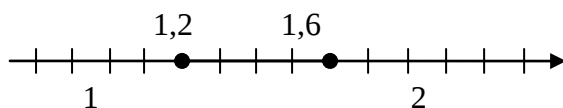
Agar noto'g'ri kasrning surati mahrajiga qoldiqsiz bo'linsa, bunday kasr natural sonni ifodalaydi. Yuqoridagi tasdiqlarni quyida ko'ramiz.



8 – rasm.

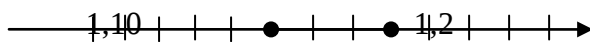
2. 6-sinf matematika kursi

O'nli kasrlarni taqqoslash.



$1,2 < 1,6$ chunki $2 < 6$

1,14 1,17



$1,17 > 1,14$ chunki $7 > 4$

Ikki o'nli kasrdan qaysi birining butun qismi katta bo'lsa, o'sha kasr kattadir.

Musbat va manfiy sonlarni son o'qida tasvirlash.

To'g'ri chiziq chizib, unda musbat yo'nalish sifatida chapdan o'nga yo'nalishni olamiz. Musbat yo'nalish strelka (o'q uchi) yordamida ko'rsatiladi. Shu to'g'ri chiziqda biror 0 nuqtani belgilaymiz. Bu nuqtaga 0 soni mos keladi. 0 nuqtani sanoq boshideymiz. Biror kesmani birlik kesma sifatida tanlaymiz.

Shunday qilib, to'g'ri chiziqda:

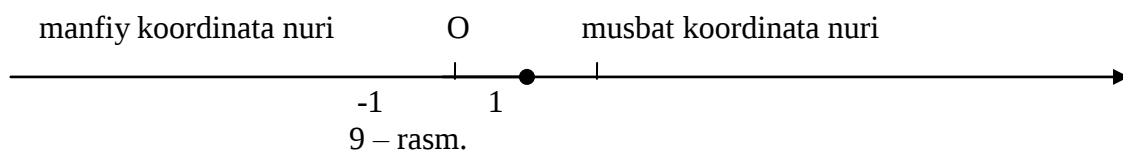
1-qadam: sanoq boshi

2-qadam: yo'nalish.

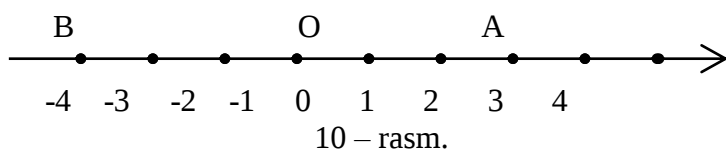
3-qadam: birlik kesmani tayinlaylik. Bunday to'g'ri chiziq son o'qi (son to'g'ri chizig'i) deyiladi.

Sanoq boshi O nuqta koordinata o'qini ikkita nurga ajratadi. Noldan o'ng tomonga ketuvchi nur musbat koordinata nuri (musbat yarim o'q) deb ataladi.

Noldan chap tomonga ketuvchi nur manfiy koordinata nuri (manfiy yarim o'q) deyiladi (9- rasm).



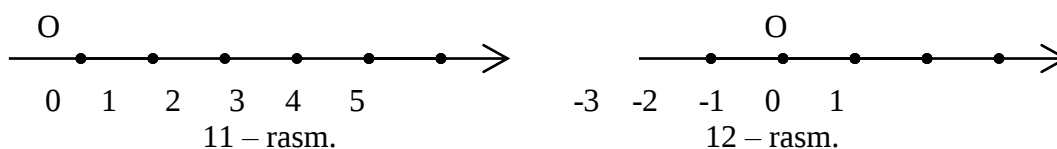
Koordinata o'qida musbat sonlar sanpqi boshi O nuqtadan o'ngda, manfiy sonlar esa O nuqtadan chapda joylashad. Koordinata o'qida nol soni musbat va manfiy sonlarni ajratib turadi. O nuqtaga nol soni mos kelgani uchun O nuqtaning koordinatasi nolga teng nuqta deymiz va $O(0)$ kabi yozamiz. 10- rasmda A nuqtaga 3 soni, B nuqtaga -4 soni mos keladi, ya'ni 3 soni A nuqtaning, -4 soni esa B nuqtaning koordinatasidir, buni qisqacha $A(3)$, $B(-4)$ kabi yozamiz.



Koordinata o'qida nuqtaning koordinatasi deb shu nuqtaga mos keluvchi songa aytiladi.

1 - masala. Koordinata o'qida 5 soniga mos keluvchi nuqtani belgilang. Bu masalani koordinata o'qida koordinatasi 5 ga teng bo'lgan nuqtani toping, deb ham aytish mumkin.

Yechilishi. Berilgan son 5 musbat bo'lgani uchun, sanoq boshi 0 nuqtadan boshlab birlik kesmani o'ngga 5 marta qo'yib chizamiz (11 - rasm). Bunda birlik kesmaning o'ng uchiga mos kelgan nuqta izlayotgan nuqta bo'ladi.

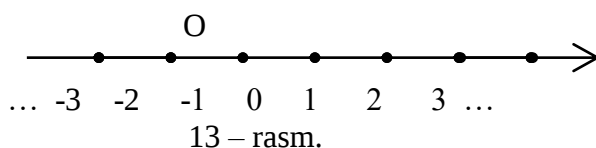


2 - masala. Koordinata o'qida koordinatasi -3 ga teng bo'lgan nuqtani toping.

Yechilishi. Berilgan son -3 manfiy bo'lgani uchun, sanoqboshi O nuqtadan boshlab birlik kesmani chapga 3 marta qo'yib chiqamiz. Bunda birlik kesmaning chap uchiga mos kelgan nuqta izlayotgan nuqta bo'ladi (12 - rasm).

Butun sonlar to'plami. Qarama – qarshi sonlar.

1. Butun sonlar to'plami. Koordinata o'qida 1, 2, 3, ... sonlarini hamda -1, -2, -3, ... sonlarini tasvirlashni o'rganib oldik (13 - rasm).



..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... sonlar qatori butun sonlar qatori deyiladi.

Butun sonlar qatorida 0 sonidan o'ngda joylashgan 1, 2, 3, ... sonlar **natural** yoki **butun musbat sonlar** deb ataladi.

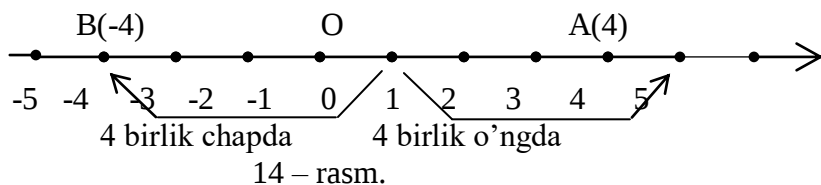
Butun sonlar qatorida 0 sonidan chapda joylashgan -1, -2, -3, ... sonlar **butun manfiy sonlar** deyiladi.

Odatda, {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...} to'plam butun sonlar to'plami deyiladi va Z harfi bilan belgilanadi:

$$Z = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}.$$

Shunday qilib, **butun sonlar to'plami barcha natural, butun manfiy sonlar sonlar va no'l sonidan**, tashkil topgan.

2. Qarama - qarshi sonlar. Koordinata o'qida sanoq boshidan bir hil uzoqlikda joylashgan ikkita nuqta olaylik (14 - rasm).



A nuqtaning koordinatasi 4, B nuqtaning koordinatasi -4, deylik: A (4) B(-4). A nuqta sanoq boshidan 4 birlik o'ngda, B nuqta esa sanoq boshidan 4 birlik chapda turibdi. 4 va -4 sonlari bir - biridan faqat ishorasi bilan farq qiladi.

Bir - biridan faqat ishorasi bilan farq qiladigan sonlar qarama - qarshi sonlar deyiladi.

Demak, 4 va -4 sonlari qarama-qarshi sonlardir. Huddi shuningdek, -3 va 3, -2 va 2, -1 va 1 va h. k. sonlar qarama - qarshi sonlardir.

Qarama - qarshi sonlar koordinata o'qida sanoq boshidan bir hil uzoqlikda joylashgan bo'ladi.

Koordinata o'qida har qanday songa qarama - qarshi bo'lgan faqat bitta son bor.

Har qanday sonning oldiga “-” ishorasi qo'yilsa shu songa qarama - qarshi son hosil bo'ladi.

Masalan, 2 ga qarama - qarshi son -2, -7 ga qarama -qarshi son esa $-(-7) = 7$.

Umuman, k soniga qarama-qarshi son $-k$. 0 soni o'ziga o'zi qarama - qarshi sonidir.

$$0 = -0 = +0$$

Sonning moduli.

Sonning moduli deb koordinata o'qida sanoq boshidan shu songa mos keluvchi nuqtagacha bo'lgan masofaga aytiladi.

Demak, ta'rifga ko'ra, -3 sonining moduli 3 ga teng (15 - rasm).



kabi belgilanadi. Shunday qilib: $|4| = 4$, $|-3| = 3$

Masalan, $|5| = 5$, $|7| = 7$, $|100| = 100$, $|0,1| = 0,1$, $\left|\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$.

0 sonining moduli 0 ga teng. $|0| = 0$

Qarama-qarshi sonlarning modullari o'zaro teng bo'ladi. $|-6| = |+6| = 6$.

Butun sonlarni qo'shish

1. bir hil ishorali sonlarni qo'shish. 1 - misol. Yigindini toping: $(-3) + (-5)$.

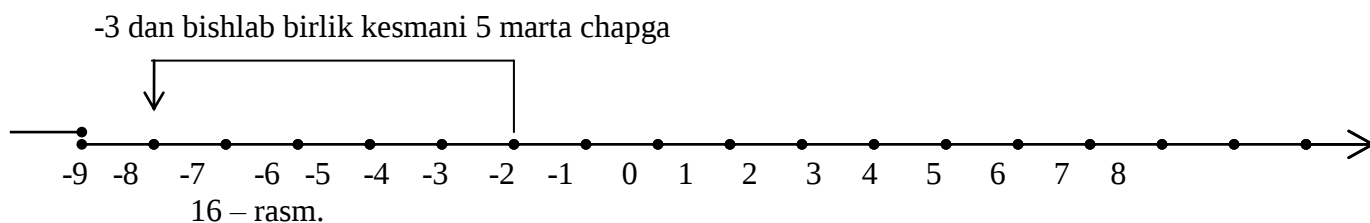
Yechilishi. $-3 < 0$, $|-5| = 5$ ekani ravshan.

..., -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, ...

↑ ↑
5 ta son

Butun sonlar qatorida -3 sonidan chap chap tomonga qarab 5 ta sonni sanaymiz . Shunda sanash (-8) ga kelib to'xtaydi, demak, $(-3) + (-5) = -8$.

Bu jarayonni son o'qida ham ko'rsatish mumkin (16 - rasm). Son o'qida (-3) soniga mos keluvchi nuqtani aniqlaymiz. Birlik kesmani shu nuqtadan boshlab chap tomonga – o'q yo'nalishiga qarama – qarshi tomonga 5 marta qo'yamiz, shunda -8 soniga kelamiz.



Bu misoldan shunday xulosaga kelish mumkin:

bir xil ishorali ikkita butun sonni qo'shish uchun:

1 - qadam: ularni modullarini qo'shish.

2 - qadam: yig'indi oldiga qo'shiluvchilar ishorasini qo'yish kerak.

Butun sonlarni ayrish.

Ikki sonning ayirmasi deb shunday songa aytiladiki, uni ayriluvchiga

qo'shganda kamayuvchi xosil bo'ladi.

Ayirmaning sizga tanish bo'lgan bu ta'rifi butun sonlar uchun ham to'g'ridir. k va n butun sonlar ayirmasi $k - n$ shunday sonki, uni n ga qo'shsak, k xosil bo'ladi:

$$(k - n) + n = k$$

Misol: $12 - (-4) = 16$, chunki $16 + (-4) = 12$ shu bilan birga $12 + (+4) = 16$.

Bu misoldan shunday xulosaga kelamiz: butun sondan butun sonni ayrish uchun kamayuvchiga qarama-qarshi sonni qo'shish kerak, ya'ni:

$$k - n = k + (-n).$$

haqiqattanham, $(k + (-n)) + n = k + ((-n) + n) = k + 0 = k$

Butun sonlar ayrimasi yana butun sonidir.

Misollar: 1) $(-20) - (+3) = (-20) + (-3) = -23$

$$2) 19 - (-10) = 19 + (+10) = 29$$

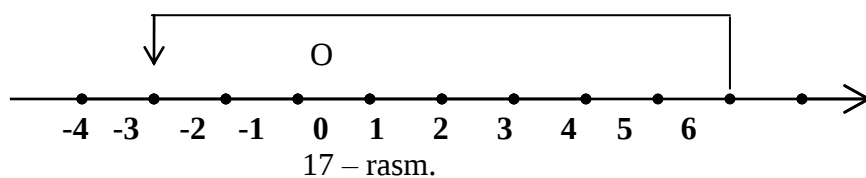
Son o'qida ayrish amalini qanday tasvirlash mumkinligini misollarda ko'raylik.

1-misol. Ayirmani toping: $5 - 8$. Bu ayirma $5 + (-8)$ ga teng.

Yechish. Son o'qida 5 soniga mos keluvchi nuqtani belgilaymiz. Shu nuqtadan boshlab birlik kesmani chap tomonga, ya'ni o'q yo'nalishiga qarama - qarshi tomonga 8 marta qo'yamiz, shunda (-3) soniga kelamiz (17 - rasm).

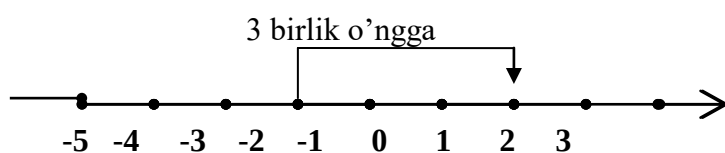
Demak, $5 - 8 = 5 + (-8) = -3$ Javob: -3

5 dan boshlab birlik kesmani 8 marta chapga



2-misol. $-2 - (-3)$ ayirmani toping.

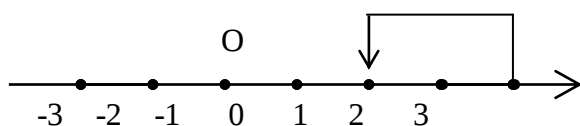
Yechish. $-(-3) = 3$ ekani ma'lum. U holda $-2 - (-3) = -2 + 3 = 1$ (18 - rasm). Javob: 1



$$-2 - (-3) = -2 + 3$$

yoki

ikki birlik chapga



$$-2 - (-3) = -2 + 3 = 3 - 2 = 1$$

18 - rasm.

3-misol. Koordinatasi 1 bo'lgan A (1) va koordinatasi 6 bo'lgan B (6) nuqta orasidagi masofani toping.

Yechilishi. Son o'qida olingan ikki nuqta orasidagi masofa uchlari shu nuqtada bo'lgan kesmaning uzunligi ekani ravshan.

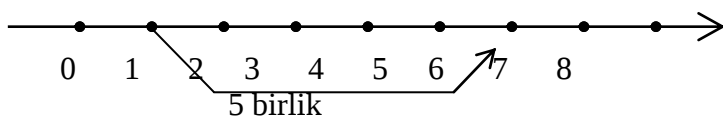
Demak, bu misolda AB kesmaning uzunligini toppish so'ralyapti.

Son o'qida A(1) nuqtadan boshlab birlik kesma o'q yo'nalishida n marta qo'ysak, B(6) nuqtaga kelamiz, deylik. U holda $1 + n = 6$ bundan $n = 6 - 1$, $n = 5$.

Shunday qilib, A(1) nuqtadan boshlab birlik kesma o'q yo'nalishida 5 marta qo'yilsa, B(6) nuqtaga kelinadi, ya'ni (19 - rasm).

A(1)

B(6)



19 – rasm.

Biz ning misolda AB kesmaning oxiri (o'ng uchi) B nuqta bo'lib, uning koordinatasi 6 ga, boshi (chap uchi) A nuqta bo'lib uning koordinatasi esa 1 ga teng. Demak, $AB = 6 - 1 = 5$.

Javob:5.

Bu misoldan shunday xulosa kelib chiqadi:

Son o'qidagi kesmaning uzunligi uning o'ng uchi koordinatasi bilan chap uchi koordinatasining ayirmasiga teng.

2.2 - § 8 – 9 – sinf algebra kursi

1. 8 - sinf Algebra kursi.

Sonli tengsizliklar.

a va b sonlar berilgan ularni taqqoslaylik.

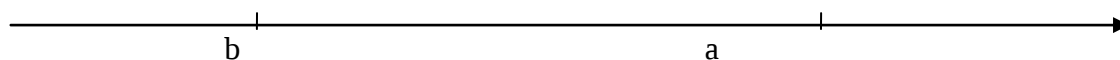
Ta'rif. Agar $a - b$ ayirma musbat bo'lsa, u holda a son b sondan katta bo'ladi. Agar $a - b$ ayirma manfiy bo'lsa, u holda a son b sondan kichik bo'ladi.

Masalan. 0,79 va $\frac{4}{5}$ sonlarini taqqoslang.

Ularning ayirmasini topamiz: $0,79 - \frac{4}{5} = 0,79 - 0,8 = -0,01$

$0,79 - \frac{4}{5} < 0$ bo'lgani uchun $0,79 < \frac{4}{5}$

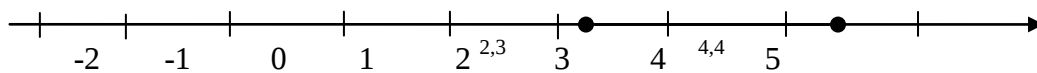
$a > b$ tengsizlik geometik nuqtai nazardan a nuqta son o'qida b nuqtadan o'ngda yotishini bildiradi (25 - rasm).



25 – rasm.

Masalan, $\frac{4}{5}$ nuqta 0,79 nuqtadan o'ngda yotadi, chunki $\frac{4}{5} > 0,79$; 2,3 nuqta 4,4 nuqtadan

chapda yotadi chunki $2,3 < 4,4$ (26 - rasm).



26 – rasm.

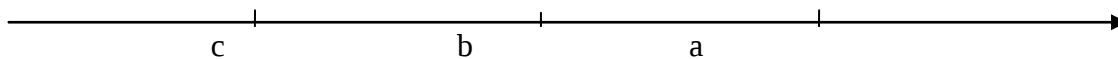
Shonli tengsizliklarning asosiy xossalari.

Tengsizliklarning asosiy xossalarini qaraymiz, chunki ulardan tengsizliklarning boshqa xossalarini isbotlashda va ko'pgina masalalarni yechishda foydalaniladi.

1- teorema. Agar $a > b$ va $b > c$ bo'lsa, u holda $a > c$ bo'ladi.

Shartga ko'ra $a > b$ va $b > c$. Bu $a - b > 0$ va $b - c > 0$ ekanini bildiradi. $a - b$ va $b - c$ musbat sonlarni qo'shib, $(a - b) + (b - c) > 0$ ni hosil qilamiz, ya'ni $a - c > 0$. Demak, $a > c$.

Geometrik nuqtai nazardan 1 - teorema agar son o'qida a nuqta b nuqtadan o'ngda yotsa va b nuqta c nuqtadan o'ngda yotsa, u holda a nuqta c nuqtadan o'ngda yotishini bildiradi (27 - rasm).



27 – rasm.

Tengsizliklarni yechish.

Masala. Tengsizlikni yeching: $3(x - 2) - 4(x + 1) < 2(x - 3) - 2$

$$3x - 6 - 4x - 4 < 2x - 6 - 2$$

$$-x - 10 < 2x - 8$$

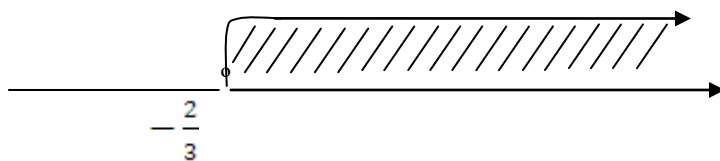
$$-3x < 2$$

$$x > -\frac{2}{3}$$

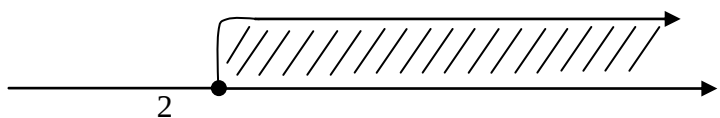
$x > -\frac{2}{3}$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami son o'qida nur bilan tasvirlanadi

(28 - rasm). $x = -\frac{2}{3}$ nuqta bu nurga tegishli emas 28 - rasmda u o'q doiracha bilan, nur esa qiya

chiziq bilan belgilangan x sonlarning, masalan, $x \geq 2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi to'plami ham nur deyiladi. $x = 2$ nuqta shu nurga tegishli. 29 - rasmda bu nuqta qora doiracha bilan tasvirlangan.

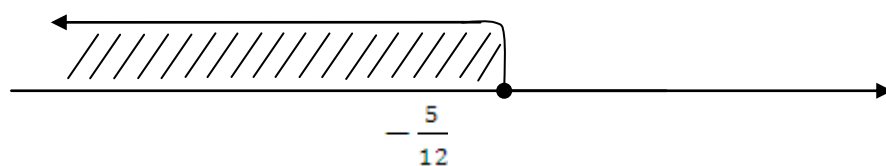


28 – rasm.



29 – rasm.

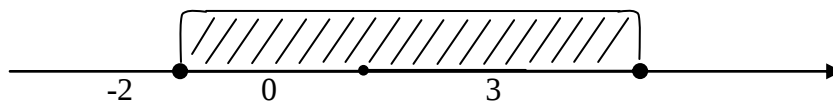
$x \leq -\frac{5}{12}$ sonlar to'plami 30 - rasmda.



30 – rasm.

Sonli oraliqlar.

Bir nomalumli tengsizliklar sistemalarining yechimlari har xil sonli to'plamlar bo'ladi. Bu to'plamlar o'zlarining nomlariga ega. Masalan son o'qida x ning $-2 \leq x \leq 3$ bo'ladigan son qiymatlari oxirlari -2 va 3 nuqtalarda bo'lgan kesma bilan tasvirlanadi (31 - rasm).



31 – rasm.

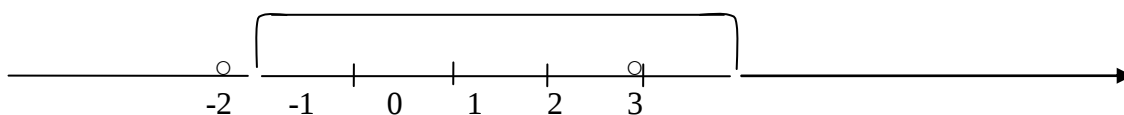
Shuning uchun $-2 \leq x \leq 3$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami kesma deb ataladi va $[-2;3]$ kabi belgilanadi.

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda $a \leq x \leq b$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami kesma deyiladi va $[a;b]$ kabi belgilanadi.

Masalan, $[4;7]$ kesma ushbu $4 \leq x \leq 7$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami. $2 < x < 7$, $-1 \leq x < 2$, $4 < x \leq 7$ ko'rinishdagi tengsizliklarni qanoatlantiruvchi sonlar to'plami uchun ham alohida atamalar kiritiladi.

Agar $a < b$ bo'lsa, u holda $a < x < b$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami interval deyiladi va $(a;b)$ kabi belgilanadi.

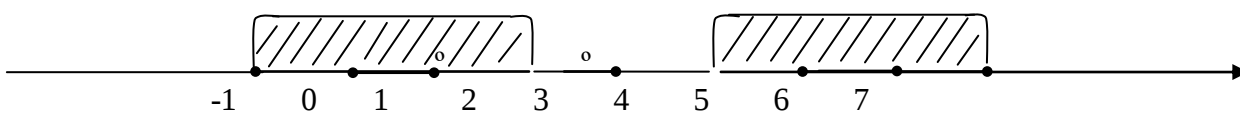
Masalan, $(-2;3)$ interval - ushbu $-2 < x < 3$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami (32 - rasm).



32 – rasm.

$a \leq x < b$ yoki $a < x \leq b$ tengsizliklarni qanoatlantiruvchi sonlar to'plami yarim interval deyiladi va mos ravishda $[a;b)$ va $(a;b]$ kabi belgilanadi.

Masalan. $[-1;2)$ yarim interval ushbu $-1 \leq x < 2$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami, $(4;7]$ yarim interval – ushbu $4 < x \leq 7$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami (33 - rasm).



33 – rasm.

Kesmalar, intervallar, yarim intervallar va nurlar sonly oraliqlar deyiladi. Shunday qilib, sonly oraliqlarni tengsizliklar ko'rinishida berish mumkin.

Tengsizliklar sistemalarini yechish.

Tengsizliklar sistemalarini yechishga doir misollar qaraymiz.

1 - masala. Tengsizliklar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 5x - 1 > 3(x + 1) \\ 2(x + 4) > x + 5 \end{cases} \quad (1)$$

Birinchi tengsizlikni yechamiz.

$$5x - 1 > 3x + 3$$

$$2x > 4$$

$$x > 2$$

Shunday qilib, birinchi tengsizlik $x > 2$ bo'lganda bajariladi.

Ikkinchi tengsizlikni yechamiz:

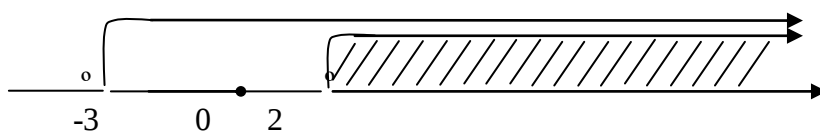
$$2x + 8 > x + 5$$

$$x > -3$$

Shunday qilib, (1) sistemaning ikkinchi tengsizligi $x > -3$ bo'lganda bajariladi.

Son o'qida (1) sistemaning birinchi va ikkinchi tengsizliklarining yechimlari to'plamini tasvirlaymiz.

Birinchi tengsizlik yechimlari $x > 2$ nurning barcha nuqtalari, ikkinchi tengsizlikning yechimlari $x > -3$ nurning barcha nuqtalari bo'ladi (34 - rasm).



34 – rasm.

(1) sistemaning yechimlari x ning ikkala nurga bir vaqtda tegishli bo'lgan qiymatlari bo'ladi. Rasmdan ko'rinib turibdiki, bu nuqtalarning barcha umumi nuqtalari to'plami $x > 2$ nur bo'ladi. Javob: $x > 2$.

2 - masala.

$$\begin{cases} 3(x - 1) \leq 2x + 4 \\ 4x - 3 \geq 13 \end{cases}$$

(2) tengsizliklar sistemasini yeching.

Birinchi tengsizlikni yechamiz:

$$3x - 3 \leq 2x + 4$$

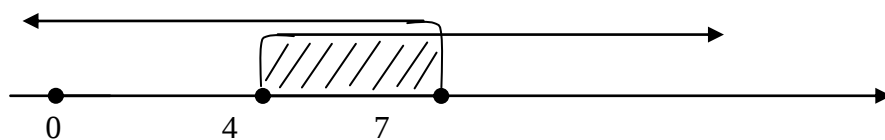
$$x \leq 7$$

(2) sistemaning ikkinchi tengsizligini yechamiz:

$$4x \geq 16$$

$$x \geq 4$$

Son o'qida (2) sistemaning birinchi va ikkinchi tengsizliklarining yechimlari to'plamlarini tasvirlaymiz. Birinchi tengsizlikning yechimlari $x \leq 7$ nur, ikkinchi tengsizlikning yechimlari $x \geq 4$ nur bo'ladi (35 - rasm).



35 – rasm.

Rasmdan ko'rinib turibdiki, bu nurlarning umumiy nuqtalari to'plami $[4;7]$ kesma bo'ladi. Javob: $4 \leq x \leq 7$.

3 - masala. Tengsizliklar sistemasini yeching.

$$\begin{cases} \frac{5x}{12} + \frac{4}{3} \geq \frac{x+1}{3} \\ 2 - \frac{5x}{4} < \frac{2-x}{2} \end{cases} \quad (3)$$

(3) sistemaning birinchi tengsizligini yechamiz:

$$5x + 16 \geq 4x + 4$$

$$x \geq -12$$

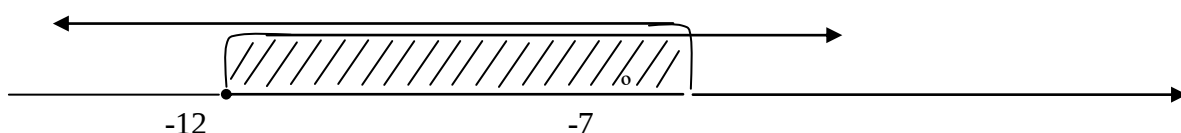
Ikkinchi tengsizligini yechamiz:

$$28 - 5x < 14 - 7x$$

$$2x < -14$$

$$x < -7$$

Son o'qida $x \geq -12$ va $x < -7$ nurlarni tasvirlaymiz (36 - rasm). Rasmdan ko'rinib turibdiki, bu nurlarning umumiy nuqtalari to'plami $[-12; -7)$ yarm interval bo'ladi. Javob: $-12 \leq x < -7$.



4 - masala. Ushbu $2(1-x) < 4 - 3x$ (4)

Tengsizliklar sistemasini yechimga ega emasligini ko'rsating.

Birinchi tengsizlikni yechmiz:

$$2 - 2x < 4 - 3x$$

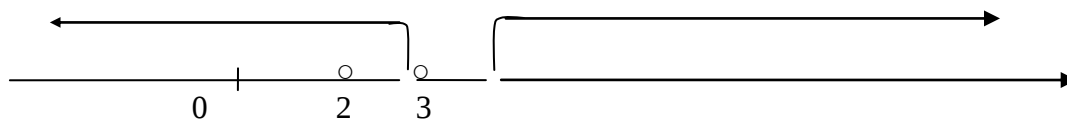
$$x < 2$$

(4) sistemani ikkinchi tengsizligini yechamiz:

$$-3x < -9$$

$$x > 3$$

Son o'qida $x < 2$ va $x > 3$ nurlarni tasvirlaymiz (37 - rasm).



37 - rasm.

Rasmdan ko'rinib turibdiki, bu nurlar umumiy nuqtalarga ega emas.

Demak (4) sistema yechimga ega emas.

Sonning moduli modul qatnashgan tenglama va tengsizliklar.

1. **Sonning moduli.** Sonning moduli tushunchisini eslatib o'tamiz:

1) Manfi sonning moduli unga qarama - qarshi songa teng.

Masalan, $|-2| = -(-2) = 2$, $\left|-\frac{5}{6}\right| = -\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{6}$

2) Musbat sonning moduli shu sonning o'ziga teng.

Masalan, $|3| = 3$, $\left|\frac{2}{7}\right| = \frac{2}{7}$, $|2,4| = 2,4$.

3) Nolning moduli nolga teng: $|0| = 0$.

Shunday qilib, son modulining ta'rifi quyidagicha bo'ladi:

$|a| = a$, agar $a \geq 0$ bo'lsa,

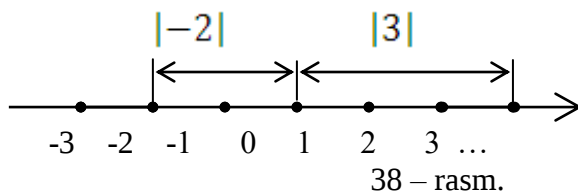
$|a| = -a$, agar $a < 0$ bo'lsa,

Bu ta'rif formula yordamida qisqacha bunday yoziladi:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{agar } a \geq 0 \text{ bo'lsa,} \\ -a, & \text{agar } a < 0 \text{ bo'lsa,} \end{cases}$$

Son modulining geometrik ma'nosini qaraymiz. Son o'qida, masalan. 3 va -2 nuqtalarni tasvirlaymiz (38 - rasm).

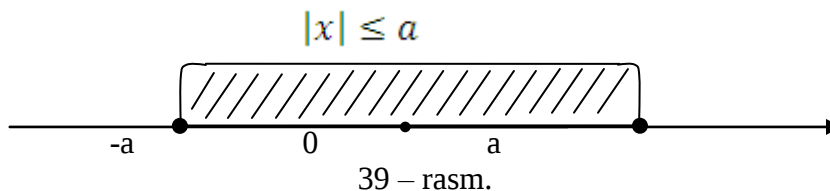
Rasmdan ko'rinib turibdiki, $|3| = 3$ bu 0 nuqtadan 3 nuqttagacha bo'lgan masofa, $|-2| = 2$ - bu 0 nuqtadan -2 gacha bo'lgan masofa.



Shunday qilib, $|a|$ geometrik nuqtayi nazardan 0 nuqtadan a sonni tasvirlovchi nuqttagacha bo'lgan masofadir.

2. Noma'lum, modul belgisi ostida qatnashgan tengsizliklar. $|x| \leq a$, bunda $a > 0$ tengsizlikni qaraymiz.

Bu tengsizlikni 0 nuqtadan a dan katta bo'lmagan masofada yotuvchi barcha x nuqtalar, ya'ni $[-a; a]$ kesaning nuqtalarini qanoatlantiradi (39 - rasm).



$[-a; a]$ kesma - ushbu $-a \leq x \leq a$ qo'sh tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to'plami.

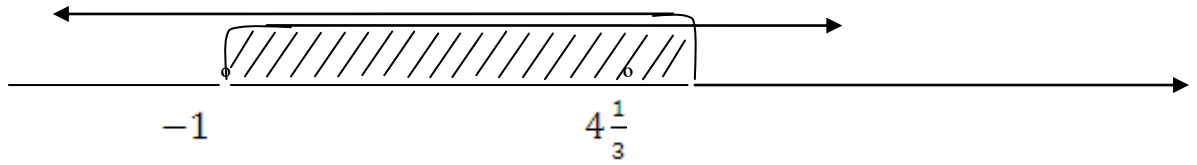
Demak, $|x| \leq a$ tengsizlik $-a \leq x \leq a$ qo'sh tengsizlikni ayni o'zini bildiradi,

bunda $a > 0$.

Masalan, $|x| \leq 2,5$ tengsizlik $-2,5 \leq x \leq 2,5$ ni bildiradi. $|x| < 3$ tengsizlik $-3 < x < 3$ ni bildiradi.

1-masala. $|5 - 3x| < 8$ tengsizlikni yeching.

Bu tengsizlikni bunday ko'rinishda yozamiz $-8 < 5 - 3x < 8$. Bu qo'sh tengsizlik quyidagi tengsizliklar sistemasining xuddi o'zini bildiradi.

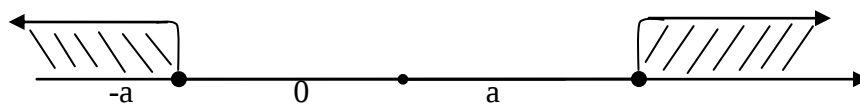


40 – rasm.

$$\begin{cases} 5 - 3x < 8 \\ 5 - 3x > 8 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $-1 < x < 4\frac{1}{3}$ ekanini topamiz (40 - rasm).

Ushbu $|x| \geq a$, bunda $a > 0$ tengsizlikni qaraymiz. Bu tengsizlikni 0 nuqtadan a dan kichik bo'lmagan masofada yotuvchi barcha x nuqtalar to'plami, ya'ni $x \geq a$ va $x \leq -a$ nurlarning nuqtalarini qanoatlantiradi (41 - rasm).



41 – rasm.

2 - masala. $|x - 1| \geq 2$ tengsizlikni yeching.

1) $x - 1 \geq 0$ bo'lsin. Bu holda $x - 1 \geq 2$. quyidagi tengsizliklar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 2 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $x \geq 3$ ni topamiz.

2) $x - 1 < 0$ bo'lsin. Bu holda $-(x - 1) \geq 2$ yoki $x - 1 \leq -2$. Quyidagi tengsizliklar sistemasini hosil qilamiz:

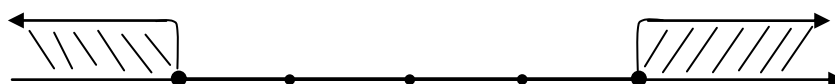
$$\begin{cases} x - 1 < 0 \\ x - 1 \leq -2 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $x \leq -1$ ni topamiz. Shunday qilib, $|x - 1| \geq 2$ tengsizlikni

yechimlari birinchidan $x \geq 3$ sonlar ikkinchidan esa $x \leq -1$ sonlar bo'ladi.

Javob: x

$\leq -1, x \geq 3$ (42 - rasm).



42

-1 0 1 2 3

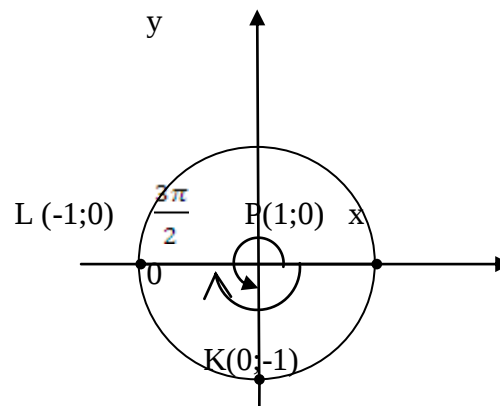
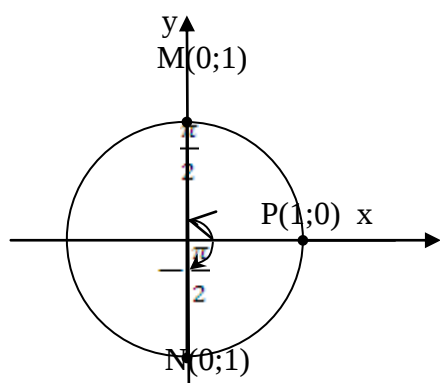
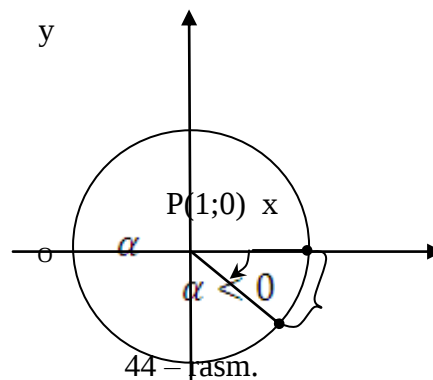
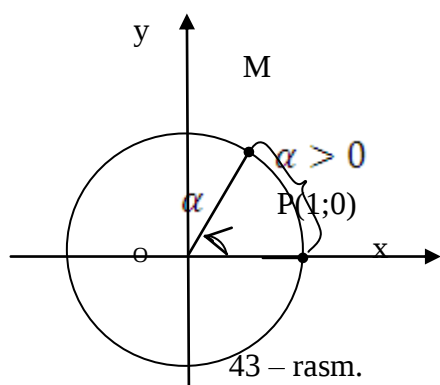
42 – rasm.

2. 9 - snif algebra kursi.

Nuqtani koordinatalar boshi atrofida burish.

Koordinata tekisligida radiusi 1 ga teng va markazi koordinata boshida bo'lgan aylanani qaraymiz. U birlik aylana deyiladi. Birlik aylana nuqtasini koordinata boshi atrofida α radian burchakka burish tushunchasini kiritamiz (bu yerda α istalgan xaqiqiy son).

1. Aytaylik, $\alpha > 0$ bo'lsin. Nuqta birlik aylana bo'ylab P nuqtadan soat mili yo'nalishiga qarama – qarshi harakat qilib, α uzunlikdagi yo'lni bosib o'tdi, deylik (43 - rasm). Yo'lning oxirigi nuqtasini M bilan belgilaymiz. Bu holda M nuqta P nuqtani koordinata boshi atrofida α radian burchakka burish bilan hosil qilinadi, deb aytamiz.



45 – rasm.

46 – rasm.

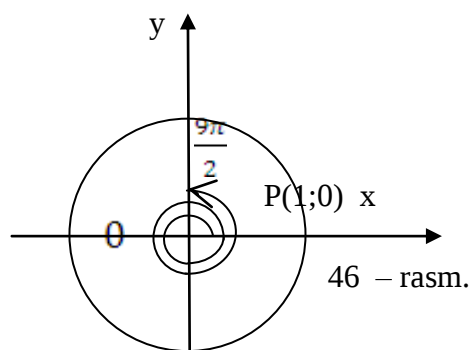
2. Aytaylik, $\alpha < 0$ bolsin. Bu holda α radian burchakka burish harakat soat mili yo'nalishida sodir bo'lganligi va nuqta $|\alpha|$ uzunlikdagi yo'lni bosib o'tganligini bildiradi (44 - rasm). 0 rad ga burish nuqta o'z o'rnida qolganligini anglaatadi. Misollar:

1) P(1;0) nuqtani $\frac{\pi}{2}$ rad burchakka burishda (0;1) koordinatali M nuqta hosil qilinadi (45 - rasm).

2) P(1;0) nuqtani $-\frac{\pi}{2}$ rad burchakka burishda N (0;-1) nuqta hosil qilinadi (45 - rasm).

3) P(1;0) nuqtani $\frac{3\pi}{2}$ rad burchakka burishda K (0;-1) nuqta hosil qilinadi (46 - rasm).

4) P(1;0) nuqtani $-\pi$ rad burchakka burishda L (-1;0) nuqta hosil qilinadi (46 - rasm).



Geometriya kursida 0° dan 180° gacha bo'lgan burchaklar qaralgan. Birlik aylananing nuqtalarini koordinata boshi atrofida burishdan foydalanib, 180° dan katta burchaklarni shuningdek, manfiy burchaklarni ham qarash mumkin. Burish burchagini graduslarda ham, radianlarda ham burish mumkin. Masalan, P (1;0) nuqtani $\frac{3\pi}{2}$ burchakka burish uni 270° ga

burishni bildiradi, $-\frac{\pi}{2}$ burchakka burish -90° ga burishdir. Ba'zi burchaklarni burishning radian va gradus o'lchovlari jadvalini keltiramiz.

$P(1;0)$ nuqtani 2π ga, ya'ni 360° ga burishda daslabki holatiga qaytishini, ta'kidlab o'tamiz (jadvalga qarang). Shu nuqtani -2π ga, ya'ni -360° ga burishda u yana daslabki holatiga qaytadi.

Nuqtani 2π dan katta burchakka va -2π dan kichik burchakka burishga oid misollarni qaraymiz.

Masalan, $\frac{9\pi}{2} = 2 \cdot 2\pi + \frac{\pi}{2}$ burchakka burishda nuqta soat mili harakatiga qarama – qarshi ikkita to'la aylanishni va yana $\frac{\pi}{2}$ yo'lni bosib o'tadi (47 - rasm).

$-\frac{9\pi}{2} = -2 \cdot 2\pi - \frac{\pi}{2}$ burchakka burishda nuqta soat mili harakati yo'nalishida ikkita to'la aylanishni o'tadi va yana shu yo'nalishda $\frac{\pi}{2}$ yo'lni bosadi.

$P(1;0)$ nuqtani burchakka burishda burchakka burishdagi nuqtani ayni o'zi hosil bo'lishini takidlaymiz. burchakka burishda burchakka burishdagi nuqtaning ayni o'zi hosil bo'ladi.

Umumuan, agar $\alpha = \alpha_0 + 2\pi k$ (bunda k – butun son) bo'lsa, u holda α burchakka burishda α_0 burchakka burishdagi nuqtaning ayni o'zi hosil bo'ladi.

Shunday qilib, har bir haqiqiy α songa birlik aylananing $(1;0)$ nuqtasini α rad burchakka burish bilan xosil qilinadigan birgina nuqtasi mos keladi.

Biroq, birlik aylananing ayni bir M nuqtasiga ($P(1;0)$ nuqtani burishda M nuqta hosil bo'ladigan) cheksiz ko'p $\alpha + 2\pi k$ haqiqiy sonlar mos keladi, k – butun son.

1 – masala. $P(1;0)$ nuqtani:

1) 7π ; 2) $-\frac{5\pi}{2}$ burchakka burishda hosil bo'lgan nuqtaning koordinatalarini toping.

1. $7\pi = \pi + 2\pi \cdot 3$ bo'lgani uchun 7π ga burishda π ga burishdagi nuqtaning o'zi, ya'ni $(-1;0)$ koordinatali nuqta hosil bo'ladi.

2) $-\frac{5\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} - 2\pi$ bo'lgani uchun $-\frac{5\pi}{2}$ ga burishda $-\frac{\pi}{2}$ ga burishdagi nuqtaning o'zi, ya'ni $(0;-1)$ koordinatali nuqta hosil bo'ladi.

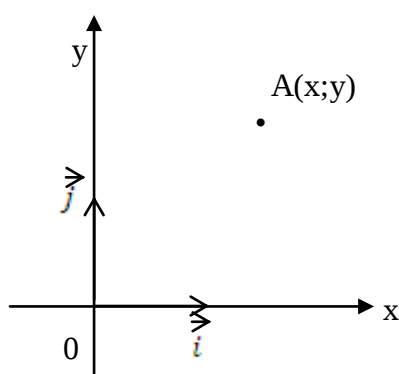
2 – masala. $(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ nuqtani xosil qilish uchun $(1;0)$ nuqtani burish kerak bo'lgan burchaklarni yozing.

NOM to'g'ri burchakli uchburchakdan (51 - rasm) NOM burchak $\frac{\pi}{6}$ ga tengligi kelib chiqadi, ya'ni mumkin bo'lgan burish burchaklaridan biri $\frac{\pi}{6}$ ga teng. Shuning uchun $(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ nuqtani xosil qilish uchun $(1;0)$ nuqtani burish kerak bo'lgan barcha burchaklar bunday ifodalanadi: $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, bu yerda k – istalgan butun son, ya'ni $k = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

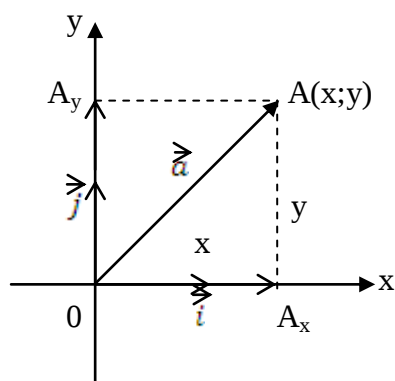
8-sinf geometriya kursi.

Vektorning koordinatalari.

Tekilikda xOy Dekart koordinatalar sistemasi berilgan, ya'ni koordinatalar boshi O nuqta, koordinata o'qlarining yo'nalishi va masshtab birligi - birlik kesma berilgan bo'lsin (1 - rasm). Bunda tekislikdagi ixtiyoriy A nuqta o'zining absissasi x va ordinatasi y ga ega bo'ladi: $A(x;y)$. Moduli bir birlikka ega bo'lgan hamda yo'nalishi Ox o'qi bo'yicha yo'nalgan vektorni $\vec{i}$ bilan, xuddi shuningdek, Oy o'qi bo'yicha yo'nalgan vektorni $\vec{j}$ bilan belgilaymiz.



a)



b)

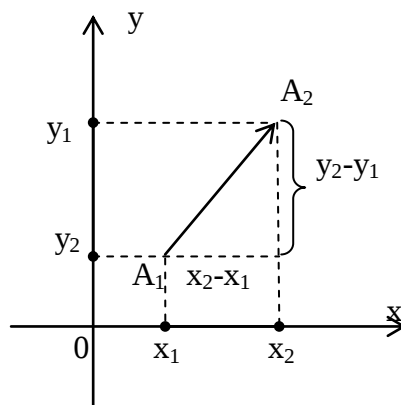
1 – rasm.

Tekislikda koordinatalari $\{x;y\}$ bo'lgan A nuqta berilgan bo'lsin. OA_xA uchburchakni qaraylik.

Bu uchburchakda $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_x} + \overrightarrow{A_xA}$. Ammo $OA_x=x$, $OA_y=y$ bo'lgani uchun $\overrightarrow{OA_x} = x \cdot \vec{i}$, $\overrightarrow{A_xA} = y \cdot \vec{j}$ bo'ladi. Bundan $\vec{a} = \overrightarrow{OA} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$ (1) tengsizlikni hosil qilamiz. Bu (1) tenglik vektorning koordinata ifodasi deb ataladi.

Demak, boshi koordinatalar boshida, uchi $A(x;y)$ nuqtada bo'lgan vektorni koordinata o'qlari bo'yicha yo'nalgan $\vec{i}$ va $\vec{j}$ vektorlar orqali (1) ko'rinishda yozish mumkin ekan.

Bundan $\{\vec{i}; \vec{j}\}$ vektorlar juftligi bazis vektorlar, x va y sonlar esa $\vec{a}$ vektorning koordinatalari deb ataladi. Agar vektorning (1) koordinata ifodasi ma'lum bo'lsa, vektor koordinatalari bilan berilgan deyiladi va qisqacha $\vec{a} \{x;y\}$ shaklida yoziladi: $\vec{a}\{x;y\} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$. (2)



2 – rasm.

Ta'rif. Agar $A_1(x_1;y_1)$ va $A_2(x_2;y_2)$ bo'lsa, x_2-x_1 va y_2-y_1 sonlar $\overrightarrow{A_1A_2}$ vektorning koordinatalari bo'ladi (2-rasm).

Belgilanishi: $\overrightarrow{A_1A_2}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$.

Qoida. vektor koordinatalarini topish uchun uning oxirining koordinatalaridan boshining mos koordinatalarini ayirish kifoya.

Masalan, $\overrightarrow{OA}$ vektorning koordinatalari vektor oxiri A ning koordinatalari bilan to'la

aniqlanadi, ya'ni vektor oxirining koordinatalariga teng bo'ladi.

Agar $A(x;y)$ bo'lsa, $OA=\{x;y\}$ bo'ladi.

1-xulosa. Agar vektor oxirining koordinatalari vektorning koordinatalari bilan teng bo'lsa, u holda berilgan vektorning boshi koordinatalar boshida bo'ladi.

2-xulosa. Agar vektor bilan uning oxiri bo'lgan $B(x_2;y_2)$ nuqtasi koordinatalari berilgan bo'lsa, u holda vektor boshi $A(x_1;y_1)$ nuqtaning koordinatalarini topish uchun B nuqtaning koordinatalaridan $\vec{a}\{a_1;a_2\}$ vektorning koordinatalarini ayirish kifoya: $x_1 = x_2 - a_1$; $y_1 = y_2 - a_2$

3-xulosa. Agar $\vec{a}\{a_1;a_2\}$ vektor bilan uning boshi bo'lgan $A(x_1;y_1)$ nuqtasi koordinatalari berilgan bo'lsa, u holda vektor oxiri $B(x_2;y_2)$ nuqtaning koordinatalarini topish uchun A nuqtaning koordinatalariga $\vec{a}\{a_1;a_2\}$ vektorning mos koordinatalarini qo'yish kifoya:

$$x_2 = x_1 + a_1; y_2 = y_1 + a_2$$

Masalan. $A(-1;5)$ nuqta $\vec{a}\{2;-3\}$ vektorning boshi bo'lsa, bu vektor oxiri B ning koordinatalarini toping.

Yechish. Berilgan ma'lumotlarni so'nggi munosabatlarga qo'yib, izlanayotgan koordinatalarni topamiz: $x_2 = -1 + 2 = 1$, $y_2 = 5 + (-3) = 2$. Javob: $B(1;2)$.

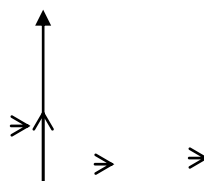
Koordinatalari berilgan vektorlar ustida amallar.

Bizga $\vec{a}\{x_1;y_1\}$ va $\vec{b}\{x_2;y_2\}$ berilgan bo'lsin, ya'ni vektorlar koordinatalari bilan berilgan. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarni qo'shish, ayirish va songa ko'paytirish usullari bilan tanishamiz.

1. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarni qo'shish.

Avval soda holni qaraymiz. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar Ox o'qiga kollinear bo'lsin. Bunda $y_1 = y_2 = 0$, $\vec{a}\{x_1\} = x_1 \cdot \vec{i}$ va $\vec{b}\{x_2\} = x_2 \cdot \vec{i}$ (3-rasm).

Bu yerda $\vec{a} + \vec{b}$ vektorlarni moduli $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning modullari yig'indisiga teng bo'ladi va $\vec{a} + \vec{b}$ vektor ham Ox o'qiga kollinear. Shuning uchun $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2) \cdot \vec{i}$.



$$\begin{matrix} j \\ a \{x_1\} & b \{x_2\} \\ 0 & i & x \end{matrix}$$

3 – rasm.

Demak, yig'indi vektor $\vec{a} + \vec{b}$ vektorning koordinatasi qo'shiluvchi $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning mos koordinatalari yig'indisiga teng ekan. Koollinear vektorlarni qo'shish uchun ularning mos koordinatalarini qo'shish kifoya.

Endi ixtiyoriy $\vec{a}(x_1, y_1)$ va $\vec{b}(x_2, y_2)$ vektorlar yig'indisini ko'raylik:

$$\begin{aligned} \vec{a} + \vec{b} &= (x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}) + (x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j}) = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} = \\ &= (x_1 + x_2) \cdot \vec{i} + (y_1 + y_2) \cdot \vec{j} = \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}. \end{aligned}$$

$$\text{Demak, } \vec{a} + \vec{b} = (x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}) + (x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j}) = \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}.$$

Shunday qilib, vektorlarni qo'shish uchun ularning mos koordinatalarini qo'shish kifoya ekan.

1 – masala. $\vec{a} \{3;5\}$ va $\vec{b} \{2;7\}$ vektorlar yig'idisini toping.

$$\text{Yechish. } \vec{a} \{3;5\} = 3\vec{i} + 5\vec{j}; \quad \vec{b} \{2;7\} = 2\vec{i} + 7\vec{j};$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (3+2)\vec{i} + (5+7)\vec{j} = 5\vec{i} + 12\vec{j} = \{5;12\}.$$

Bu masala yechimini koordinatalar tekisligida tekshirib ko'ring.

2. Koordinatalari bilan berilgan vektorlarni ayrish.

Koordinatalari bilan berilgan vektorlarni ayrish uchun ularning mos koordinatalarini ayrish kifoya, ya'ni: $\vec{a} - \vec{b} = \{x_1 - x_2; y_1 - y_2\}.$

2 – masala. $\vec{a} \{-3;5\}$ va $\vec{b} \{3;-3\}$ vektorlar ayirmasini toping.

$$\text{Yechish. } \vec{a} - \vec{b} = \{-3-3; 5-(-3)\} = \{-6; 8\}.$$

3. Koordinatalari bilan berilgan vektorni songa ko'paytirish.

Koordinatalari bilan berilgan vektorni songa ko'paytirish usuli bilan tanishamiz. $\vec{a}\{x_1;y_1\}$ vektorni k songa ko'paytmasini topamiz:

$$k \cdot \vec{a} = k(x_1\vec{i} + y_1\vec{j}) = kx_1\vec{i} + ky_1\vec{j} = \vec{a}\{kx_1;ky_1\}.$$

Demak, vektorni songa ko'paytirish uchun uning koordinatalarini shu songa ko'paytirish zarur ekan.

3 – masala. $\vec{a}\{3;5\}$ vektorga qarama – qarshi vektorni toping.

Yechish. $\vec{a}$ vektorga qarama – qarshi vektor $\vec{b}$
 $= -\vec{a} = (-1)\vec{a} = -1 \cdot \{3;5\} = \{-1\} \cdot 3; -1 \cdot 5\}$ bo'ladi.

Demak, $\vec{a}\{3;5\}$ va $\vec{b}\{-3;-5\}$ vektorlar qarama – qarshi vektorlardir.

Umuman: $\vec{b} = -\vec{a} = -(x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}) = -x_1 \cdot \vec{i} - y_1 \cdot \vec{j} = \{-x_1; -y_1\}$.

4 – masala. agar $\vec{a}\{-3;4\}$ bo'lsa $4\vec{a}$ vektorning koordinatalarini toping

Yechish. $4\vec{a} = \{4 \cdot (-3); 4 \cdot 4\} = \{-12; 16\}$.

Vektorlar skalyar ko'paytmasi.

1. Ikki vektor skalyar ko'paytmasining ta'rifi. Vektor moduli va yo'nalishi bilan to'la aniqlanadigan kattalik ekanini yana bir bor eslatamiz. Vektorlarning ko'paytmasi tushunchsi ko'patirish natijasida xosil bo'ladigan natijaning qanday bo'lishiga bog'liq bo'ladi. Ko'paytirish natijasi vektor yoki son bo'lishi mumkin. Biz vektorni ko'paytirish natijasi son bo'ladigan hol bilan tanishamiz. Natija skalyar (son) bo'lgani uchun bu ko'paytma vektorlarning skalyar ko'paytmasi deb nomlangan.

Ta'rif. $\vec{a}\{x_1;y_1\}$ va $\vec{b}\{x_2;y_2\}$ vektorlar skalyar ko'paytmasi deb, $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ songa aytiladi.

Shunday qilib, quyidagi teng likka ega bo'lamiz:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 .$$

Bu koordinatalari bilan berilgan ikki vektorning skalyar ko'paytmasini hisoblash formulasidir.

2.Vektor uzunligini toppish. Koordinatalari bilan berilgan vektorning skalyar ko'paytmasini hisoblash formulasi yordamida vektorlarga oid turli kattaliklarni aniqlash mumkin. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi uchun ham sonlarning ko'paytmasi singari yozuvlardan foydalaniladi.

Bizga $\vec{a}_{\{x_1;y_1\}}$ vektor berilgan bo'sin. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi ham sonlarning ko'paytmasi singari yozuvdan foydalaniladi. $\vec{a} \cdot \vec{a}$ skalyar ko'paytma $\vec{a}^2$ kabi belgilanadi va *skalyar kvadrat* deb ataladi.

Ravshanki, $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$. Bundan, $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2}$, (1)

ya'ni vektorning moduli o'zini – o'ziga skalyar ko'paytmasidan (vector kvadratidan) olingan arifmetik kvadrat ildizga teng ekanligi kelib chiqadi.

Vektor koordinatalari bilan berilgani uchun: $\vec{a}^2 = x_1^2 + x_2^2$ (2)

(1) va (2) tengliklardan ega bo'lamiz: $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ (3)

Bu vektorning modulini hisoblash formulasidir.

Masala. $\vec{a}_{\{-12;5\}}$ vektorning modulini toping.

Yechish. $|\vec{a}| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$.

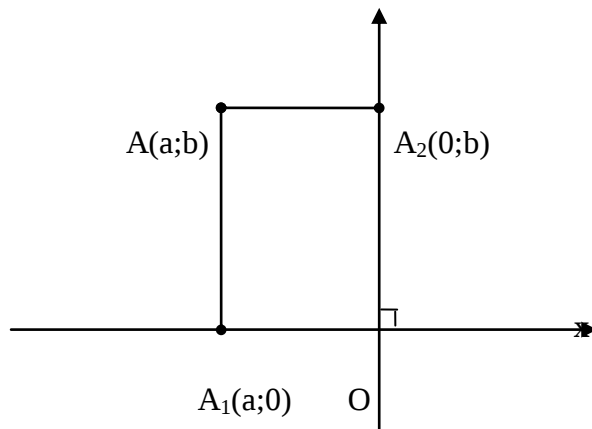
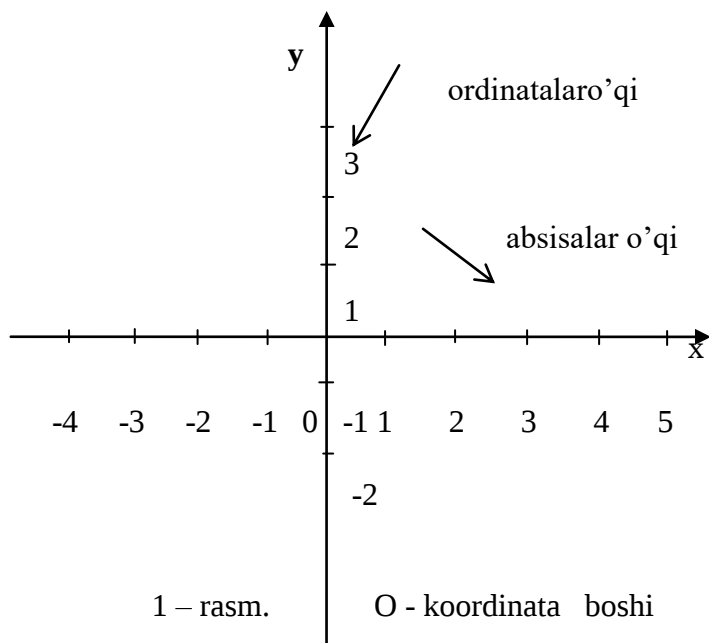
Vektorlar koordinatalari bilan berilgan ularning skalyar ko'paytmasi va modulini hisoblash mumkin.

Vektorlarning skalyar ko'paytmasi ta'rifidan $\vec{a}_{\{x_1;y_1\}}$, $\vec{b}_{\{x_2;y_2\}}$ va $\vec{c}_{\{x_3;y_3\}}$ vektorlar uchun tenglik o'rinli ekani kelib chiqadi.

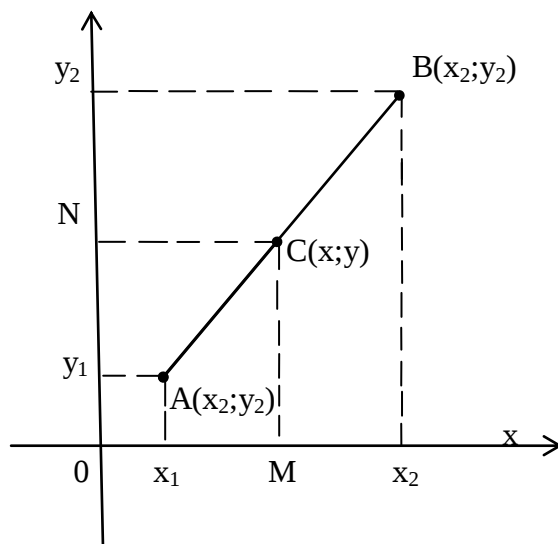
9 – sinf. Geometriya kursi.

Koordinatalar usuli.

Tekislikdagi to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi bilan 7 – sinf algebra kursida tanishgansiz (1 – 2 – rasm).quyida shu mavzuga iod geometric masalalarni qaraymiz.



$(a;b)$ – A nuqtaning koordinatalari
 a – uning absisasi,
 b – uning ordinatasi.



1 – masala. Uchlari koordinatalar tekisligining birinchi choragida bo'lgan AB kesma berilgan bo'lsin: $A(x_1; y_1)$ va $B(x_2; y_2)$ $x_1 > 0$, $y_1 > 0$, $x_2 > 0$, $y_2 > 0$ (3-rasm). AB kesmaning o'rtasi bo'lgan $C(x; y)$ nuqtaning koordinatalarini toping.

Yechilishi. Bu holda CN kesma asoslarining uzunliklari x_1 va y_1 bo'lgan trapetsiyaning o'rta chizig'i, CM kesma esa asoslarining uzunliklari x_2 va y_2 bo'lgan trapetsiyaning o'rta chizig'i bo'ladi.

$$\text{Trapetsiy o'rta chizig'i xossasiga ko'ra, } x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (1)$$

bo'ladi. Bu formulaning to'g'riligini AB kesmaning boshqa holatlari uchun ham shunga o'hshash mushohadabilan ko'rsatish mumkin.

2 – masala. Uchlari $A(-1; -2)$, $B(2; -5)$, $C(1; -2)$, $D(-2; 1)$ nuqtalarda bo'lgan ABCD uchburchakning parallelogramm ekanligini isbotlang.

Yechish. (1) formuladan foydalanib, to'rtburchakning AC va BD dioganallari o'rtasining koordinatalarini topamiz:

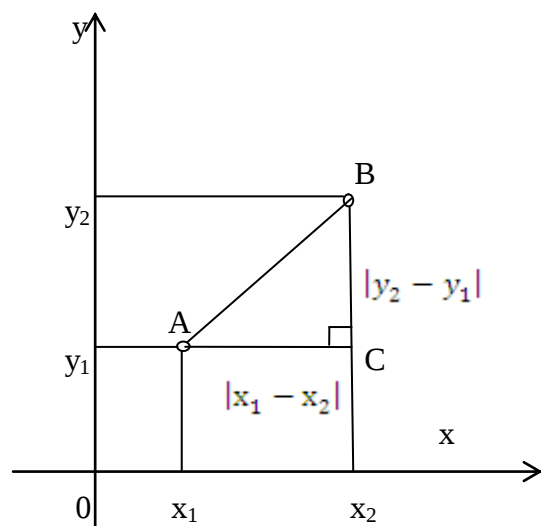
$$\text{AC: } x = \frac{-1+1}{2} = 0, y = \frac{-2+2}{2} = -2,$$

$$\text{BD: } x = \frac{2+(-2)}{2} = 0, y = \frac{-5+1}{2}.$$

Demak, ABCD to'rtburchakning har ikki dioganali o'rtasi bitta $(0; -2)$ nuqta bo'lar ekan. Boshqacha qilib aytganda, ABCD to'rtburchak dioganallari $(0; -2)$ nuqtada kesishadi va shunuqtada teng ikkiga bo'linadi. Bu ABCD to'rtburchakning parallelogram bo'lishi alomatlaridan biridir.

Koordinatalar usuli va vektorlar.

1 – masala. Koordinatalar tekisligida berilgan $A(x_1; y_1)$ va $B(x_2; y_2)$ nuqtalar orasidagi masofa $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ formula bilan xisoblanishini ko'rsating.



1 – rasml.

Yechish. Aytaylik, A va B nuqtalar 1 – rasmdagidek joylashgan bo'lsin, ($x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$). A va B nuqtalardan koordinata o'qlariga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz va ularning kesishish nuqtasini C bilan belgilaymiz.

Unda, $AC = |x_2 - x_1|$ hamda $BC = |y_2 - y_1|$ ABC to'g'ri burchakli uchburchakka Pifaor teoremasini qo'llasak,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

bo'ladi. Unda

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

formulani hosil qilamiz. Bu formulaning $x_1 = x_2$ yoki $y_1 = y_2$ bo'lganda ham to'g'riligiga ishonch hosil qiling.

2 – masala. Agar $A(-3;-1)$, $B(1;-1)$, $C(1;-3)$, $D(-3;-3)$ bo'lsa, ABCD to'g'ri to'rtburchak ekanligini isbotlang.

Yechish. 1) AC diagonal o'rtasining x,y koordinatalarini topamiz:

$$x = \frac{-3+1}{2} = -1, y = \frac{-1-3}{2} = -2.$$

BD diagonal o'rtasining x,y koordinatalarini topamiz:

$$x = \frac{1-3}{2} = -1, y = \frac{-1-3}{2} = -2.$$

Demak, ABCD to'g'ri to'rtburchak diagonallari bitta $(-1;-2)$ nuqtada kesishib, shu nuqtada teng ikkiga bo'linar ekan. Bu ABCD parallelogramm ekanligini ko'rsatadi.

2) ABCD parallelogram diagonallari uzunligini topamiz:

$$AC = \sqrt{(1 - (-3))^2 + (-3 - (-1))^2} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20},$$

$$BD = \sqrt{(1 - (-3))^2 + (-1 - (-3))^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}.$$

Demak, ABCD parallelogrammning diagonallari o'zaro teng ekan. Bu (to'ri to'rtburchak alomatiga ko'ra) ABCD – to'g'ri to'rtburchak ekanligini bildiradi.

Parabola, ellips va giperbolaning ba'zi koordinatalar sistemasidagi

tenglamalari.

1. Koordinata boshi chiziqning uchida bo'lgan hol:

a) Ellips kanonik ko'rinishdagi
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

tenglama bilan berilgan bo'lsa,
$$x' = x + a, y' = y$$

almashtirish bajarsak, yangi $O'x'y'$ koordinatalar boshi ellipsning chap $(-a,0)$ uchida joylashadi

va (1)tenglama
$$\frac{(x' - a)^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1$$

ko'rinishga keladi. Bu tenglamani
$$y'^2 = 2px' + qx'^2$$

korinishda yozib olamiz. bu yerda
$$p = \frac{b^2}{a}, q = -\frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$$

bo'lib, $-1 \leq q < 0$ munosabat bajariladi. Agar giperbolaning
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

tenglamsida
$$x' = x - a, y' = y$$

almashtirish bajarsak tenglama
$$y'^2 = 2px' + qx'^2$$

korinishda bo'lib, koeffitsientlar uchun
$$q = -\frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1 > 0, p = \frac{b^2}{a}$$

munosabatlar o'rinli bo'ladi. Agar (*) tenglamada $q=0$ bo'lsa parabola tenglamasi hosil qilamiz.

Demak, giperbolalar, ellipslar parabolalar tenglamalarini (*) ko'rinishda yozish mumkin.

2. Qutb koordinata sistemasidagi tenglamalar

a) Parabola $y^2 = 2px$

kanonik tenglama bilan berilgan bo'lsa, qutbni parabola fokusiga joylahtirib, qutb o'qi sifatida abscissa o'qini olib parabola tenglamasini qutb koordinatalar sistemasida yozaylik.

Agar biz $x' = x - \frac{p}{2}, \quad y' = y$

almashtirish bajarsak $x' = r \cos \varphi, \quad y' = r \sin \varphi$

tengliklar o'rinli bo'ladi. Bu yerda r, φ nuqtaning qutb koordinatalari bo'lib, agar nuqta parabola tegishli bo'lsa, r uning fokal radiusiga tengdir. Biz

$$x - \frac{p}{2} = r \cos \varphi$$

tenglikda r ning nuqtadan direktrisagacha bo'lgan masofaga tengligini hisobga olib

$r = x + \frac{p}{2}$ ifodani yuqoridagi tenglikka qo'ysak,

$$r = \frac{p}{1 - \cos \varphi}$$

munosabatni hosil qilamiz. Bu munosabat parabola qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasidir.

a) Ellipsning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamasini keltirib chiqaramiz.

Buning uchun qutbni ellipsning chap fokusiga joylashtirib, abscissa o'qini qutb o'qi

sifatida olamiz. Ellipsning $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

kanonik tenglamasini qutb koordinatalar sistemasiga o'tkazish uchun

$$\begin{cases} x' = x + c \\ y' = y \end{cases}$$

almashtirishlar yordamida yangi lar yordamida yangi $O'x'y'$ dekart koordinatlar sistemasini kiritamiz. Bu koordinatalar sistemasi va qutb koordinatalar orasidagi

bog'lanishboshi $x' = r \cos \varphi$

$$y' = r \sin \varphi$$

formulalar yordamida beriladi. Ellipsning M nuqtasi uchun chap fokal radiusi uning qutb radiusiga tengligidan foydalanib,

$$MF_1 = r = ex + a$$

tenglikni yozamiz. Bu tenglikdagi $r = ex + a$ ifodani $x + c = r \cos \varphi$

tenglikka qo'ysak

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \varphi}$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu yerda

$$p = \frac{b^2}{a} = a - ec$$

tenglikdan foydalandik.

b) Giperbola tenglamasini qutb koordinatalar sistemasida yozish uchun

har qismi uchun mos ravishda qutb koordinatalar sistemasini kiritamiz. Uning o'ng qismi uchun qutb boshini giperbolaning uning fokusiga joylashtiramiz va abssisa o'qini qutb o'zi sifatida olamiz. Giperbola nuqtasi uchun qutb radiusi r uning o'ng fokal radiusiga teng bo'lgani uchun

$$r = ex - a$$

ifodani hosil qilamiz. Biz bilamizki, agar dekart $O'x'y'$ koordinatalarsistemi uchun qutub boshi koordinata boshida joylashgan va qutb o'qi $O'x'$ abssisa o'qi bilan ustma – ust tushsa, qutb koordinatalar sistemi va $O'x'y'$ koordinatalar sistemi orasidagi bog'lanish

$$x' = r \cos \varphi, \quad y' = r \sin \varphi$$

formula yordamida beriladi. Bu yangi $O'x'y'$ koordinatalar sistemi va giperbola tenglamasi berilgan Oxy koordinatalar sistemi orasidagi bog'lanish esa

$$\begin{aligned} x' &= x - c \\ y' &= y \end{aligned}$$

ko'rinishda bo'ladi. Biz bu tengliklarning birinchisidan foydalanib,

$$x - c = r \cos \varphi$$

tenglikni hosil qilamiz. Yuqoridagi $r = ex - a$ ifodani bu tenglikka qo'ysak

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \varphi}$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu yerda

$$p = \frac{b^2}{a} = \frac{c^2 - a^2}{a} = ec - a$$

tenlikdan foydalandik.

Biz giperbola chap shoxining tenglamasini qutb koordinatalar sistemasida yozish uchun qutb boshini chap fokusga joylashtiramiz va abssisa o'qini qarama - qarshi yo'nalish bilan qutb o'qi sifatida olamiz. Biz agar

$$\begin{aligned}x' &= -x - c \\ y' &= y\end{aligned}$$

formula bilan yangi dekart koordinatalar sistemasi kiritsak, ular uchun

$$\begin{aligned}x' &= r \cos \varphi \\ y' &= r \sin \varphi\end{aligned}$$

formula o'rinli bo'ladi. Bu yerda qutb radius chap fokal radiusga teng bo'lganligi uchun

$$r = -ex - a$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bu tenglikdagi r ning ifodasi yuqoridagi formulaalrdan kelib chiqadi

$$-x - c = r \cos \varphi$$

tenglikka qo'yib,

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \varphi}$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu yerda ham

$$p = \frac{b^2}{a} = \frac{c^2 - a^2}{a} = ec - a$$

tenglik o'rinlidir.

Demak, qutb koordinatalar sistemasida mos ravishd atanlaganda ham qanday ikkinchi tartib chiziqli tenglamasini

$$r = \frac{p}{1 - e \cos \varphi}$$

ko'rinishda yozish mumkin ekan. Bu tenglama $e = 1$ bo'lsa parabola, $e < 1$ bo'lganda ellips va nihoyat $e > 1$ bo'lganda giperbola tenglamasidir.

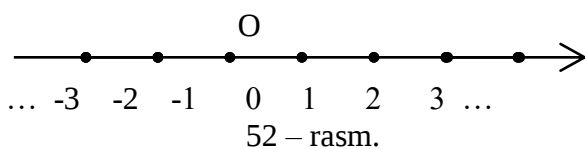
2.4 - § Algebra va matematika analiz asoslari

1. Ratsional sonlar.

Butun sonlar. Oddi kasrlar. Nol sonini natural sonlar to'lamiga kiritib, butun *manfiy* sonlar to'plami deb ataladigan yangi sonly to'plam xosil qilamiz va bu kengaytirilgan to'plamni

$N_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ orqali belgilaymiz. Katta sonni kichik sondan atrish mumkin bo'lishi uchun N_0 sonlar to'plamini yangi sonlar kiritish yo'li bilan yanada kengaytirish zarur.

To'g'ri chiziqni olib, unda yo'nalish, 0 boshlang'ich nuqta va masshtab birligini olamiz (52 - rasm). Boshlang'ich nuqtaga 0 sonini mos qo'yamiz. Boshlang'ich nuqtadan o'ng tomonda bir, ikki, uch va h.k. masshtab birligi masofada joylashgan nuqtalarga 1, 2, 3, ... natural sonlarni mos qo'yamiz, boshlang'ich nuqtadan chap tomonda bir, ikki, uch va h.k. birlik masofada joylashgan nuqtalarga -1, -2, -3, ... simvollari bilan belgilanadigan yangi sonlarni mos qo'yamiz.

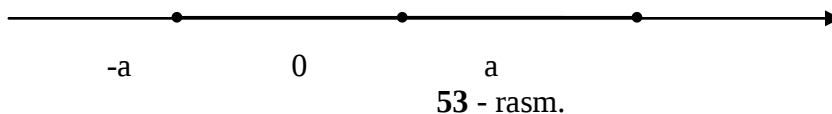


Bu sonlar *butun manfi sonlar* deb ataladi. Sonlar belgilangan bu to'g'ri chiziq *son o'qi* deb ataladi. O'qning strelka bilan ko'rsatilgan yo'nalishi *musbat yo'nalish*, bunga qarama – qarshi yo'nalish esa *manfi yo'nalish* deb ataladi. Natural sonlar son o'qida boshlang'ich nuqtadan musbat yo'nalishda qo'yiladi, shuning uchun ular *musbat butun sonlar* deb ataladi.

Butun manfimas sonlar to'plami bilan butun manfi sonlar to'plamining birlashmasi va nol yangi sonli to'plamni xosil qiladi, bu to'plam *butun sonlar to'plami* deb ataladi va Z simvoli bilan belgilanadi:

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}.$$

a va $-a$ sonlar *qarama – qarshi* sonlar deb ataladi. Son o'qida busonlarga mos keladigan nuqtalar nolga nisbatan metrik joylashadi (53 - rasm).



O'lchash natijasi bu sonlarda, o'nli yoki oddiy kasrlarda ifodalanadi. Agar miqdor qarama – qarshi (o'sish – kamayish, yuqoriga – quyiga, foyda – zarar, issiq – sovuq va hokazo)

ma'noga ham ega bo'lsa, uning qiymatlari oldiga mos ravishda musbatlik ($\langle + \rangle$) yoki manfilik ($\langle - \rangle$) ishorasi qo'yiladi: $x = -8$, $y = 8$, $t = +5^\circ$.

$\frac{m}{n}$ ifoda oddiy kasr deb ataladi, bunda $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$.

Agar $\frac{p}{q}$ va $\frac{m}{n}$ kasrlar uchun $pn = mq$ sharti bajarilsa, u holda bu oddiy kasrlar *teng*

deyiladi va

$\frac{p}{q} = \frac{m}{n}$ ko'rinishida yoziladi.

Oddiy kasrlar uchun quyidagi xossalar o'rinalidir:

1. Har qanday kasr o'zi – o'ziga teng: $\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$, chunki $ab = ba$.

2. Agar $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bo'lsa, u holda $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ bo'ladi.

3. Agar $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bo'lib, $\frac{c}{d} = \frac{l}{n}$ bo'lsa, u holda $\frac{a}{b} = \frac{l}{n}$ bo'ladi.

4. Agar $\frac{p}{q}$ kasrning surat va maxraji $m \neq 0$ songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa, uning

qiymati o'zgarmaydi, ya'ni $\frac{p}{q} = \frac{p \cdot m}{q \cdot m} \Rightarrow p \cdot q \cdot m = q \cdot p \cdot m$ yoki $\frac{p}{q} = \frac{p \cdot m}{q \cdot m}$ bo'ladi.

Ko'paytmasi birga teng bo'lgan sonlar *o'zaro teskari* sonlar deb ataladi. Bular $\frac{m}{n}$ va $\frac{n}{m}$

ko'inishdagi sonlardir.

Bir necha kasrni umumiy maxrajga keltirish deb, bu kasrlarni qiymatlarini o'zgartirmasdan ularni bir xil maxrajga olib kelivchi almashtirishlarga aytiladi. $\frac{a}{b}$ va $\frac{c}{d}$ kasrlarni qo'shish, ayirish,

ko'paytirish va bo'lish amallari quyidagi tenglik bilan aniqlanadi: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$;

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

Natural son bilan musbat oddiy kasrni yig'indisini $\langle + \rangle$ ishorasiz yozish qabulqilingan.

Msalan, $45 + \frac{1}{2} = 45\frac{1}{2}$, $58 + \frac{3}{7} = 58\frac{3}{7}$ va hokazo.

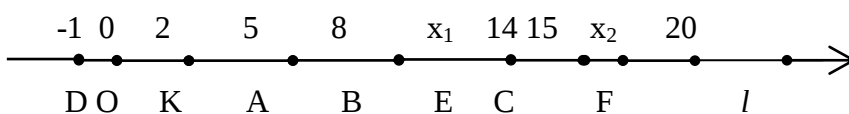
Koordinatalar o'qi va koordinatalar tekisligi.

1.Yo'naltirilgan kesma, to'g'ri chiziqdagi koordinatalar. Biror l to'g'richiziqda yo'nalish kiritib, uni *musbat yo'nalish*, teskarisini esa *manfiy* sifatida qilaylik (54 - rasm).

Yo'naltirilgan $\vec{l}$ to'g'ri chiziqda $O, A, B, \dots$ nuqtalarni belgilaymiz. A va B nuqtalar hosil qilgan kesmaning bir uchini uning boshi, ikkinchi uchini esa uning oxiri sifadaqabul qilib, yo'naltirilgan (yo'nalishga ega bo'lgan) kesmani hosil qilamiz. Boshi A , oxiri esa B bo'lgan yo'naltirilgan kesmani $\overrightarrow{AB}$ bilan belgilaymiz. U holda $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{BA}$ kesmalar qarama - qarshi yo'naltirilgan kesmalar bo'ladi: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$. Agar $\overrightarrow{AB}$ kesmaning yo'nalishi l to'g'ri chiziq yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, uni musbat yo'naltirilgan, aksholda esa manfiy yo'naltirilgan kesma deb ataymiz.

Yo'naltirilgan $\vec{l}$ to'g'ri chiziqda koordinatalar boshi sifatida biror O nuqtani (54 - rasm) va uzunlik o'lchov birligini tanlaylik.

Yo'naltirilgan $\overrightarrow{AB}$ kesmaning *kattaligi* deb moduli shu kesmaning uzunligiga teng AB songa aytiladi; agar $\overrightarrow{AB}$ ning yo'nalishi $\vec{l}$ ning yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, $AB > 0$, aks holda $AB < 0$ bo'ladi.



54 – rasm.

tushunarli. $\overrightarrow{OA}$ kesmaning kattaligi A nuqtaning *koodinatasi* deyiladi va $A(x)$ ko'rinishida yoziladi, $\vec{l}$ to'g'ri chiziq *koordinatalar to'g'ri chizig'i* (o'qi) deyiladi.

Sonlar o'qida har bitta nutaga bitta aniq son mos keladi va aksincha. $\forall a, b \in \mathbb{R}$ sonlari munosabatlardan bittasi albatta bajariladi: $a = b$; $a > b$; $a < b$.

T a' r i f . $a > b$, $a < b$ munosabatlarga sonly tengsizlik deyiladi. Sonli tengsizliklar quyidagi xossalarga ega:

1. Agar $a > b$ bo'lsa, z holda $b < a$ bo'ladi.
2. Agar $a > b$ va $b > c$ bo'lsa, u holda $a > c$ bo'ladi.
3. Agar $a > b$ bo'lsa, $\forall c \in \mathbb{R}$ uchun $a \pm c > b \pm c$ bo'ladi.

4. Agar $a > b$ bo'lsa, $\forall c > 0$ uchun $ac > bc$ va $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ bo'ladi.

5. Agar $a < b$ bo'lsa, $\forall c < 0$ uchun $ac > bc$ va $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ bo'ladi.

$a > b$ va $c > d$ yoki va $c < d$ tengsizliklar bir xil ma'noli tengsizliklar deyiladi.

6. $a > b$ va $c > d$ bo'lsa, $a + c > b + d$ bo'ladi.

7. $a > b$ va $c < d$ bo'lsa, $a - c > b - d$ bo'ladi.

8. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ bo'lib, $a > b$ va $c > d$ bo'lsa, $ac > bd$ bo'ladi.

9. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ bo'lib, $a > b$ va $c < d$ bo'lsa, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ bo'ladi.

10. $a > 0, b > 0, a < b$ bo'lsa, $n \in \mathbb{N}$ uchun $a^n < b^n$ bo'ladi.

11. $a > 0, b > 0$ uchun $a < b$ bo'lsa, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ bo'ladi.

$a > b$ va $c < d$ tengsizliklar qat'iy tengsizliklar, $a \geq b, c \leq d$ tengsizliklar esa noqat'iy tengsizliklar deyiladi.

4 – xossani isbotlaymiz:

$c > 0$ va $a - b > 0$ bo'lgani uchun $c(a - b) = ac - ab > 0$ bo'ladi. Demak, $ac > bc$.

Son o'qida x o'zgaruvchi turli oraliqlarda joylashgan bo'lishi mumkin, bu oraliqlar *sonli oraliqlar* deyiladi. Sonly oraliqlar aniq bir sonly to'plamni aniqlaydi. Sonly oraliqlar $a < x < b$ yoki boshqa ko'rinishdagi tengsizliklarning geometrik talqinidan iborat.

1 – misol. Koordinatalar to'g'ri chizig'ida $E(x_1)$ va $F(x_2)$ nuqtalar orasidagi masofani topamiz.

Y e c h i s h. Chizmaga qaraganda (55-rasm) $OE + EF + FO = 0$, bunda $EF = -FO - OE = OF - OE = x_2 - x_1$. Demak, $|EF| = |x_2 - x_1|$.

2 - misol. Koordinatalar to'g'ri chizig'ida (55-rasm). $B(8)$ nuqtadan 6 birlik uzoqlikda joylashgan nuqtalarni topamiz.

Y e c h i s h. Izlanayotgan nuqtaning koordinatasi x bo'lsin.

Uni topamiz.

$$|x - 8| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 8 > 0, \\ x - 8 = 6 \\ x - 8 < 0, \\ -x + 8 = 6, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 8, \\ x = 14; \\ x < 8, \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14, \\ x = 2, \end{cases}$$

J a v o b: $K(2)$, $C(14)$.

3 - m i s o l. Koordinatalar to'g'ida ushbu tengsizliklar yechimini tasvirlaymiz: a)

$$|x - 8| \leq 6; \text{ b) } |x - 8| > 6.$$

Y e c h i s h . a) $|x - 8|$ soni $N(x)$ nuqtadan (10-rasm) $B(8)$ nuqtagacha masofaga teng va 6 dan ortiq emas. Shunga ko'ra: $|x - 8| \leq 6 \Leftrightarrow -6 \leq x - 8 \leq 6$ yoki $2 \leq x \leq 14$. Izlanayotgan nuqtalar to'plami $K(2)$ va $C(14)$ nuqtalar orasidagi KC kesmadan iborat; b) koordinatalar to'g'ri chizig'ining $[2; 14]$ kesmadan tashqaridagi qismi javobni beradi: $(-\infty; 2) \cup (14; +\infty)$.

4 - m i s o l. Uchlari $A(x_1)$, $B(x_2)$ nuqtalarda bo'lgan AB kesmani AM :

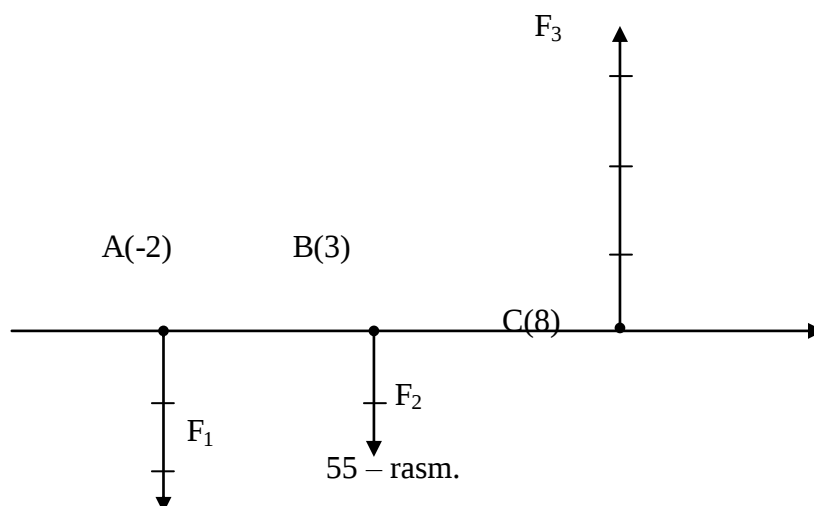
$MB = \lambda : 1$ nisbatda bo'luvchi $M(x)$ nuqtani topamiz.

$$\text{Y e c h i s h . } \frac{AM}{MB} = \frac{\lambda}{1} \Leftrightarrow \frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{\lambda}{1} \Leftrightarrow x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}. \quad (1)$$

Agar (1) da $\lambda = 1$ desak, AB kesma o'rtasining kordinatasi: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ hosil bo'ladi.

Shuningdek, (1) fo'rmulaga $\lambda = m_2 : m_1$ nisbatda bo'luvchi nuqta koordinatasini hosil qilish

$$\text{mumkin: } x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}.$$



Umuman, $m_1, m_2, \dots, m_n$ massalar mos tartibda $A_1(x_1), \dots, A_n(x_n)$ nuqtalarga qo'yilgan bo'lsa, bu massalar $M(x)$ markazining koordinatasi

$$x = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_n x_n}{m_1 + \dots + m_n} \quad (2)$$

bo'ladi.

5 – misol. 2, 4, 6, 8 ga teng massalar mos tartibda A(2), B(9), C(-6), D(3) nuqtalarga joylashtirilgan. Massalar markazini kopamiz.

Yechish. (2) formula bo'yicha;
$$x = \frac{2 \cdot 2 + 4 \cdot 9 + 6 \cdot (-6) + 8 \cdot 3}{2 + 4 + 6 + 8} = 14.$$

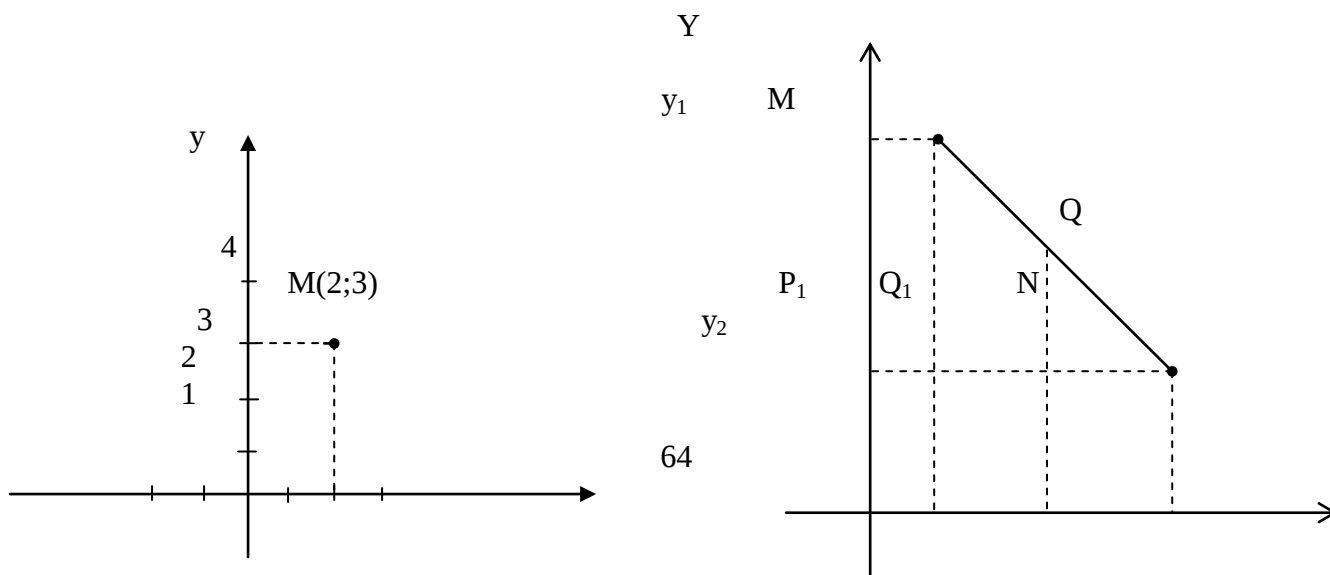
6 – misol. Koordinatalar to'g'ri chizig'ining A, B, C nuqtalariga (4-rasm) tik qo'yilgan F_1, F_2, F_3 kuchlar teng ta'sir etuvchisi qo'yilgan nuqta koordinatasini topamiz.

Yechish. Chizmada A(-2), B(3), C(8), $F_1 = -3$, $F_2 = -2$, $F_3 = 4$. (4) formula bo'yicha:

$$x = \frac{(-3) \cdot (-2) + (-2) \cdot 3 + 4 \cdot 8}{-3 - 2 + 4} = -32.$$

2. Koordinata tekisligi. Tekislikning berilgan O nuqtasi (sanoq boshi) oraliq o'zaro perpendirular bo'lgan Ox (absisalar) va Oy (ordinatalar) o'qlarini o'tkazamiz. O nuqta buikkala o'q bo'yicha ham 0 (nol) koordinataga ega: O(0;0). O nuqtadan musbat va manfi yo'nalishlar boshlanadi. Tekislikdagi har qanday M nuqta bitta (x;y) koordinatalar juftiga ega bo'ladi (56-a rasm). Tekislikda koordinatalar sistemasining kiritilishi ko'pgina geometrik masalalarni algebraic usulda yechish imkonini beradi.

1 – misol. Tekislikning $M(x_1; y_1)$ va $N(x_2; y_2)$ nuqtalari orasidagi MN masofani toping (56 – b rasm).



$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & X \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & & \\ & & x & & 0 & x_1 & x_2 \end{array}$$

56 – a rasm.

56 – b rasm.

Yechish. Agar $x_1 = x_2$ bo'lsa, MN kesma MP kesma bilan ustma – ust joylashgan bo'ladi va $MN = |y_2 - y_1|$ bo'lishi ayon. Shu kabi $y_1 = y_2$ da $MN = |x_2 - x_1|$ bo'ladi. $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$ bo'lsin. Pifagor teoremasiga muvofiq

$$MN^2 = PN^2 + MP^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2. \text{ Demak,}$$

$$MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (1)$$

2 – misol. Tekislikda yotgan $M(x_1; y_1)$ va $N(x_2; y_2)$ nuqtalar orasidagi masofani

$\lambda : 1, \lambda > 0$ nisbatda bo'luvchi $Q(x; y)$ nuqtani toping (56 – b rasm).

Y e c h i s h . Uchburchaklarning o'xshashligiga ko'ra $P_1Q_1 : Q_1N = MQ : QN = \lambda : 1$,

bundan va 1- banddagi (2) formula bo'yicha: $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}$, $y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$.

Bu formulalar $\lambda \leq 0, \lambda \neq -1$ da ham o'rinli.

3 – misol. 57 – rasmda tasvirlangan bir jinsli plastinkaning massalar markazini toping.

Yechish. Plastinkani ikki to'rtburchakka ajratamiz. Bir jinsli bo'lganiidan plastinka yuzini massasiga mutonasob (koefitsientini esa birga teng) deb olamiz. U holda massalar

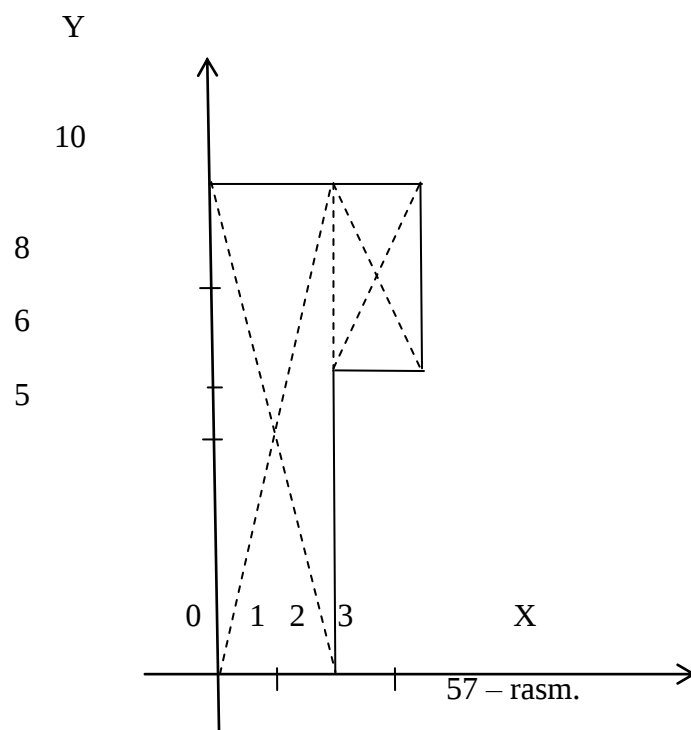
markazi diagonalari kesishgan nuqtada, yuzalari esa $S_1 = m_1 = 2 \cdot 10 = 20$,

$S_2 = 2 \cdot 4 = 8$ bo'ladi. 1 – banddagi (2) formulalar bo'yicha:

$$x = \frac{20 \cdot 1 + 8 \cdot 3}{20 + 8} = 1 \frac{4}{7},$$

$$y = \frac{20 \cdot 5 + 8 \cdot 8}{20 + 8} = 5 \frac{6}{7}.$$

Demak, massalar markazi $(1 \frac{4}{7}; 5 \frac{6}{7})$ nuqtadan iborat.



Xulosa

Biz ko'p yillik ilmiy-tadqiqot ishimiz natijalarini inobatga olgan holda xalqning yoshlarga aqliy tarbiya berish an'analari bo'yicha quyidagi xulosalarga keldik:

Xalq pedagogikasida aql insonni shaxs sifatida belgilab beruvchi asosiy mezon ekanligi, insondagi aql-bilimga muqaddas hodisa sifatida hurmat bilan munosabatda bo'lishga, aql har bir

insonda uning shaxsiy xususiyatlariga bog'liq ekanligiga e'tibor qaratilgan. Xalq yoshlarni aqliy jihatdan shakllantirmay turib uni tabiatga mos yashashga va undagi ba'zi bir muammolarni yechishga o'rgatish mumkin emasligiga, aql-bilimning ijodiy faoliyatga alohida e'tibor berish zarurligiga urg'u bergan. Shu bois xalqimiz doimo insoniyat tarixi davomida yoshlarni bilim, ilm o'rganishga undab kelgan.

Xalq pedagogikasida atrof-olamni bilish jarayoni odamdagi sezgi a'zolari bergan ma'lumotlar asosida amalga oshadi, inson dunyoni bilishga, uning sirli hodisalarini yechishga moyil. Dunyoni bilishga intilish insonning tabiatiga xos hodisa, inson uchun dunyo hodisalari noma'lumligicha qolishi mumkin emas, deb hisoblagan. Xalq pedagogikasi olamni bilish sezgi, his-tuyg'u (empirizm) va aqlning (ratsionalizm), shuningdek, hayotiy tajribalarining (sensualizm) ishtirokida amalga oshishini, bu uchta omilning mujassamlashgan harakati oqibatida insondagi bilish jarayoni yuz beradi, degan amaliy xulosaga kelgan.

Xalq pedagogikasida yoshlarga aqliy tarbiya berishda arifmetik bilim va hayotiy hisob-kitobga o'rgatishga ham alohida e'tibor qaratilgan. Bu bilimlar yoshlarning aqliy tushunchalarini rivojlantirib, mantiqiy va abstrakt fikr yuritish qobiliyatlarini takomillashtirish vositasi bo'lgan. Xalq pedagogikasida sanashga o'rgatish tizimidagi izchillik hodisalari, yoshlarning sabab-oqibat a'loqadorligini to'g'ri tushunishini shakllantirib, miqdor va sifat munosabatlarini anglashga, tabiatdagi barcha harakat ma'lum qonun-qoidaga bo'ysinishi, yoshlar o'zlarining aqliy faoliyatini shu qonuniyat asosida yuritishi zarurligi uqtirilgan.

Odamlarning turmush tarziga bog'liq ishlab chiqarish amaliyoti ularning aqliy ongining rivojlanishiga doim ta'sir ko'rsatgan. Xalqning o'simliklar dunyosi – botanika, chorvachilik – veterinariya, ob-havo – gidrometeorologiya, hisob-kitob – matematika, munajjimlik – astronomiya haqidagi tushunchalari hozirgi rivojlangan soha fanlarining dastlabki ko'rinishlari bo'lgan.

Qadimda ota-bobolarimiz tabiat bilan kurashish uchun o'zlariga qancha darajada tajriba, bilim, malaka kerak bo'lsa ularni shuncha darajada egallashga erishgan. Ajdodlarimiz to'plagan bu bilimlar hozirgi davrda hayotiy-amaliy ishlarda qo'llashga hali ham yordam beradi. Bundan

tashqari xalqning aqliy tarbiya berish an'analari shu kungi yoshlarni barkamol avlod sifatida amaliyotda voyaga yetkazib, o'zligini anglashga, shuningdek, ma'naviy jihatdan shakllantirishda ham katta ahamiyatga ega.

Bitiruv malakaviy ishimni ikki bobga bo'lib o'rgandim va ularni yetti ta paragrafga bo'lib, mavzuni shu paragraflar bo'yicha yoritdim. Har bir paragraf va mavzular yoritilishi bilan birgalikda misollar keltirildi. Koordinatalar metodini bir qator masalalarga qo'llanilishi o'rganildi.

Son tushunchasi, sonli to'plamlar va tengsizliklarni yechish maktab matematika kursida va o'rta maxsus kasb – hunar ta'limi algebra kursida, hech so'zsiz, asosiy masalalar hisoblanadi. Son tushunchasi va sonli to'plamlar eng sodda natural sonlardan boshlab haqiqiy sonlar to'plamigacha son o'qida ko'rib chiqildi. Daslab sonli tengsizliklardan boshlab tengsizliklar sistemasigacha va ularning xossalari ham oraliqlar usulida yordamida hal qilindi. Bundan tashqari kasrlar, sonning moduli va trigonometriyada nuqtani koordinatalar boshi atrofida burish kabi masalalar o'rganildi.

Maktab geometriya kursida vektorlar va ular ustida amalalar, vektorlar skalyar ko'paytmasi kabi masalalar ijobiy hal qilindi. Analitik geometriyada esa affin koordinatalar sistemasi, sferik koordinatalar sistemasi, silindrik koordinatalar sistemasi, dekart koordinatalar sistemasi va qutb koordinatalar sistemasi haqida tushunchalar berildi, ulardagi almashirishlar asosiy formulalar keltirib o'tildi. Qutb koordinata sistemasidagi tenglamalar va parabola, ellips, giperbolaning ba'zi koordinatalar sistemasidagi tenglamalari keltirildi.

Matematikaning ichki qonuniyatlari asosida masala va misollar yechib, o'quvchilarning mustaqil fikrlashlari, mavjud bilimlarni tatbiq etish faoliyati matematika o'qitish jarayonida izchillik, ilmiylik kabi didaktik tamoyillardan o'rinli foydalanib, ularning tadqiqiy faoliyati metodik jihatdan to'g'ri tashkil qilindi va matematika o'qitishdagi barcha ko'rinishlar, metodlar, vositalar umumta'lim maktablari o'quvchilari va o'rta maxsus kasb – hunar ta'limi talabalari

ko'nikmalarini shakllantirishga qaratildi. Pirovardda, ularning tadqiqiy ko'nikmalarini shakllantirishga erishdik.

Umuman olganda, ushbu mavzu menda katta tassurot qoldirdi. Shuning uchun qolgan talabalarga ham bu mavzuni o'rganib chiqishni va shu sohada ilmiy izlanishlar olib borishlarini maqsadga muvofiq deb o'ylayman.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. O'zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. -Toshkent: O'zbekiston, 1992. 45 b.
2. O'zbekiston Respublikasi Kadrlar tayyorlash milliy dasturi. Barkamol avlod - O'zbekiston taraqqiyotining poydevori. -Toshkent: Sharъ 1997. - 65 b.
3. Karimov I. A. O'zbekiston milliy istiqlol, iqtisod, siyosat, mafkura. - Toshkent: O'zbekiston, 1996. -364 b.
4. Karimov I. A. O'zbekiston kelajagi buyuk davlat. - Toshkent: O'zbekiston, 1992 - 62 b.
5. Karimov I. A. O'zbekiston - XXI asr bO'sag'asida: xafsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyot kafolatlari - Toshkent: O'zbekiston, 1997. - 315 b.
6. Karimov I. A.. O'zbekiston buyuk kelajagi sari. - Toshkent: O'zbekiston, 1999. - 686 b.
7. Karimov I. A. O'zbekiston XXI asrga intilmoqda. Toshkent: O'zbekiston, 1999. - 48 b.
8. Barkamol avlod orzusi // Sh.Qurbonov, X.Saidov, R.Axlidinov. TO'ldirilgan 2-nashri. /O'zbekiston milliy ensiklopediyasi. -Toshkent: Davlat ilmiy nashriyoti, 2000. - 248 b.
9. Alixonov S. Matematika O'qitish metodikasi.-Toshkent: O'qituvchi 1992. -175 b. Atanasyan L.S. i dr. Sbornik zadach po elementarnoy geometrii. – Izd. 3- ye. - M.: Prosveshchenie, 1970. - 96 s.
10. O.N. Tsuberbiller. Analitik geometriyadan masalalar va mashqlar. ‘O'rta va oliy maktab davlat nashriyoti’. Toshkent – 1960.
11. Matnazarov U. B. Kasb-hunar kollejlarda ko'rgazmali qurollar. //Xalq ta'limi, 2001. -№5. – 82-84 b.
12. A.U.Abdusamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov. ALGEBRA VA MATEMATIK ANALIZ ASOSLARI. 1 – 2 – qism (Akademik litseylar uchun darslik) ‘O'QITUVCHI’NASHRIYOT – MATBAA IJODIY UYI TOSHKENT – 2006
13. Metodika prepodavaniya matematiki v sredney shkole. / Yu.M. Kolyagin i dr. -M.: Prosveshenie, 1977. -480 s.
14. Menchinskaya N.A. Psixologiya obucheniya arifmetike. -M.: Uchpedgiz, 1955. – 432 s.
15. A.A.RAHIMQORIYEV. GEOMETRIYA. 8 – 9 – sinf uchun darslik. TOSHKENT«YANGIYO'L POLIGRAPH SERVICE» 2006
16. M.A.MIRZAAHMEDOV, A.A.RAHIMQORIYEV. MATEMATIKA 5 – 6 – sinflar uchun darslik. ‘O'QITUVCHI’NASHRIYOT – MATBAA IJODIY UYI TOSHKENT – 2009
17. SH.A.ALIMOV, O.R.XOLMUHAMEDOV, M.A.MIRZAAHMEDOV. ALGEBRA 7 – 8 – 9 – sinflar uchun darslik. ‘O'QITUVCHI’NASHRIYOT – MATBAA IJODIY UYI TOSHKENT – 2009
- 18.

