ЮНУСАБАДСКИЙ РАЙОН Г. ТАШКЕНТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ УЧИТЕЛЯМ

ПРЕПОДАЮЩИМ МАТЕМАТИКУ.

ТЕМА: УМЕНИЕ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ,

КАК ЗАЛОГ УСПЕХА НА ПРЕДМЕТНЫХ ОЛИМПИАДАХ.

БАРЧАН-ПОПОВА Н.Н.

2008г.

Одной из основных задач, поставленных перед школой на современном этапе, является забота о всестороннем развитии творческого мышления учащихся.

Воспитание творческой активности учащихся в процессе изучения ими математики является одной из актуальных задач, стоящих перед преподавателями математики в современной школе. Основным средством такого воспитания и развития математических способностей учащихся являются задачи. Умением решать задачи характеризуется в первую очередь состояние математической подготовки учащихся, глубина усвоения учебного материала, умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности»'.

Поэтому вполне оправдано то повышенное внимание, которое уделяется решению задач при обучении математике. К сожалению, часто самым распространенным методом обучения решению задач является показ способов решения определенных видов задач и значительная практика по овладению ими. И в школьных учебниках, и во многих пособиях для учащихся задачи распределены по группам в соответствии с используемым для их решения математическим аппаратом. Такие задачи учащиеся, как правило, решают неплохо, если указывается, какая теория необходима для их решения. Если же учащиеся лишены такого ориентира, то испытывают затруднения при решении даже несложных задач.

В ныне действующих учебниках алгебры есть специальные разделы с задачами повышенной трудности, для решения которых ученик сам, без подсказки названием главы или параграфа учебника должен определить, какой математический аппарат необходимо применить. Большинство из задач этих разделов нестандартные, требующие от учащихся изобретательности, смекалки.

ЗАЧЕМ РЕШАЮТ ЗАДАЧИ В ШКОЛЕ.

При обучении математике на решение задач отводится большая часть учебного времени. Подсчитано, что за период обучения в школе учащиеся на уроках и при выполнении домашних заданий решают несколько десятков тысяч задач. Однако навыки решения учащимися задач оставляют желать лучшего, казалось бы, хорошие знания в области теории, знает все требуемые определения, аксиомы и теоремы, но затрудняется при решении весьма несложных задач, с которыми он легко справлялся в школе, когда решали задачи при изучении, закреплении

и повторении той или иной темы. Одна из главных причин затруднений учащихся, испытываемых ими при решении задач, заключается в том, что математические задачи, содержащиеся в основных разделах школьных учебников, как правило, ограничены одной темой. Их решение требует от учащихся знаний, умений и навыков по какому-нибудь одному вопросу программного материала и не предусматривает широких связей между различными разделами школьного курса математики. Роль и значение таких задач исчерпываются в течение того непродолжительного периода, который отводится на изучение (повторение) того или иного вопроса программы. Функция таких задач чаще всего сводится к иллюстрации изучаемого теоретического материала, к разъяснению его смысла. Поэтому учащимся нетрудно найти метод решения данной задачи. Этот метод иногда подсказывается названием раздела учебника или задачника, темой, изучаемой на уроке, указаниями учителя и т. д. Самостоятельный поиск метода решения учеником здесь минимален. При решении задач на повторение, требующих знаний нескольких тем, у учащихся, как правило, возникают определенные трудности.

К сожалению, в практике обучения математике решение задач чаще всего рассматривается лишь как средство сознательного усвоения школьниками программного материала. И даже задачи повышенной трудности специальных сборников, предназначенных для внеклассной работы, в основном имеют целью закрепление
5 умений и навыков, учащихся в решении стандартных задач, задач определенного типа. А между тем функции задач очень разнообразны. Обучающие, развивающие, воспитывающие, контролирующие — таковы функции задач, довольно подробно описанные в современной методической литературе.

Общепризнано, что решение задач является важнейшим средством формирования у школьников системы основных математических знаний, умений и навыков, ведущей формой учебной деятельности учащихся в процессе изучения математики, одним из основных средств их математического развития. От эффективности использования задач в обучении математике в значительной мере зависит не только качество обучения, воспитания и развития учащихся средней школы, но и степень их практической подготовленности к последующей деятельности в любой сфере народного хозяйства и культуры.

При решении задач в процессе обучения математике наряду с реализацией одной из основных целей обучения математике — формированием предусмотренной программой системы математических знаний, умений и навыков — возможно и необходимо самым естественным образом эффективно использовать задачи для реализации целей воспитания учащихся.

В практике обучения математике воспитывающие функции задач редко выступают в качестве ведущих (в отличие от функций,

обучающих или контролирующих). Однако тот или иной элемент воспитания может и должен быть осуществлен через каждую задачу: либо через ее фабулу, либо в процессе ее решения, либо в процессе изучения результатов решения.

Одной из важнейших воспитывающих функций задач является формирование у школьников диалектико-материалистического мировоззрения. В процессе решения задач имеется возможность наиболее ярко продемонстрировать учащимся политехнический характер математики, ее прикладную направленность. Иллюстрируя применение математики к решению практических задач, можно показать, что математика, отражая явления реальной действительности, является мощным средством ее познания.

Ориентируя школьников на поиски красивых, изящных решений математических задач, учитель тем самым способствует эстетическому воспитанию учащихся и повышению их математической культуры.

Каждая предлагаемая для решения учащимся задача может служить многим конкретным целям обучения. И все же главная цель задач — развить творческое и математическое мышление учащихся, заинтересовать их математикой, привести к «открытию» математических фактов.

Достичь этой цели с помощью одних стандартных задач невозможно, хотя стандартные задачи, безусловно, полезны и необходимы, если они даны вовремя и в нужном количестве. Следует избегать большого числа стандартных задач как на уроке, так и во внеклассной работе, так как в этом случае сильные ученики могут потерять интерес к математике и даже испытать отвращение к ней. Ознакомление учащихся лишь со специальными способами решения отдельных типов задач создает реальную опасность того, что учащиеся ограничатся усвоением одних шаблонных приемов и не приобретут умение самостоятельно решать незнакомые задачи («Мы такие задачи не решали», — часто заявляют учащиеся, встретившись с задачей незнакомого типа).

В системе задач школьного курса математики, безусловно, необходимы задачи, направленные на отработку того или иного математического навыка, задачи иллюстративного характера, тренировочные упражнения, выполняемые по образцу.

Но не менее необходимы задачи, направленные на воспитание у учащихся устойчивого интереса к изучению математики, творческого отношения к учебной деятельности математического характера. Необходимы специальные упражнения для обучения школьников способам самостоятельной деятельности, общим приемам решения задач, для овладения ими методами научного познания реальной действительности и приемами умственной деятельности, которыми пользуются ученые-математики, решая ту или иную задачу.

Осуществляя целенаправленное обучение школьников решению задач с помощью специально подобранных упражнений, следует учить их наблюдать, пользоваться аналогией, индукцией, сравнениями и делать соответствующие выводы. Необходимо прививать учащимся навыки не только логического рассуждения, но и прочные навыки эвристического мышления.
С этой целью на уроках математики в VI или VII классе можно предложить учащимся следующие упражнения:
Понаблюдайте за равенствами:
1*9 + 2=11, 12*9 + 3=111, 123*9 + 4=1111.
Как записать в общем, виде подмеченную закономерность?
**** + 1 раз. Докажите ее. С помощью специально подобранных задач учитель должен обратить внимание учащихся на роль наблюдений и неполной индукции при «открытии» математических закономерностей. В школьных учебниках математики (и не только ныне действующих) мало задач, с помощью которых можно показать учащимся роль наблюдения, аналогии, индукции, эксперимента.***
Несмотря на ошибочные гипотезы, которые можно получит, и результате наблюдений и неполной индукции, учитель должен использовать все предоставляемые ему программой и учебниками (и том числе и ранее действующими, и пробными, экспериментальными) возможности, чтобы развивать у учащихся навыки эвристического мышления. С этой целью полезно предложить, например, следующую задачу: «Может ли: а) сумма пяти последовательных натуральных чисел быть простым числом; б) сумма квадратов пяти последовательных натуральных чисел быть простым числом?» Иногда для развития навыков эвристического мышления целесообразно несколько изменить условия задач, встречающихся в школьных и других учебниках. Так, вместо задачи «Докажите, что сумма квадратов пяти последовательных натуральных чисел не может быть квадратом натурального числа» полезно предложить учащимся следующую: «Может ли сумма квадратов пяти последовательных натуральных чисел быть квадратом натурального числа?» В таком случае учащиеся индуктивным путем должны сами сформулировать соответствующую гипотезу и только после этого ее доказывать.
Прежде чем решать с учащимися задачу «Докажите, что числа, запись которых состоит из трех одинаковых цифр, делятся на 3 и на 37», целесообразно предложить им установить, какие общие простые делители имеют, например, числа 333, 444, 888, а уж потом сформулировать и решить задачу в общем виде. Перед решением задачи «Доказать, что если из трехзначного числа вычесть трехзначное число, записанное теми же цифрами, что и первое, но в обратном порядке, то модуль полученной разности будет делиться на 9 и 11» целесообразно для математического развития учащихся предложить им установить (с помощью индукции), каким свойством обладает рассматриваемая

разность (делится на 9, 11, 99), и только после этого доказать подмечен-" нулю на частных примерах закономерность в общем виде.
Аналогично вместо задач «Написали подряд два раза трехзначное число. Докажите, что полученное число делится на 7, 11 и 13»

Наблюдения показывают, что даже при решении несложной задачи учащиеся очень много времени тратят на рассуждение о том, за что взяться, с чего начать. Чтобы помочь учащимся найти путь к решению задачи, учитель должен поставить себя на место решающего задачу, попытаться увидеть и понять источник его возможных затруднений, направить его усилия в наиболее естественное русло. Умелая помощь ученику, оставляющая ему разумную долю самостоятельной работы, позволит учащемуся развить математическое чутьё, накопить опыт, который в дальнейшем поможет находить пути к решению новых задач.

В чём же должна заключаться помощь учителя, чтобы обеспечить максимальную самостоятельность учащегося при решении им задач? «Лучшее, что может сделать учитель для учащегося, состоит в том, чтобы путём неназойливой помощи подсказать ему блестящую идею…»

Умело поставленные наводящие вопросы, вспомогательная задача или система вспомогательных задач помогут учащимся понять идею решения задачи.

Подбирая вспомогательные задачи, учитель должен стремиться к тому, чтобы эти задачи не выглядели произвольными, не имеющими никакой видимой мотивировки или цели, чтобы ученику по возможности было ясно, почему именно такую вспомогательную задачу привёл учитель, чтобы ученик, оставшись один на один с задачей, сам мог придумывать и использовать вспомогательные задачи в том случае, если сразу решить задачу не удаётся.

Например, учащимся 5 класса предложена задача: «Вычислите сумму:

$1/(1*2) + 1/(2*3) + 1/(3*4) + \ldots +1/(19*20)$

Как правило, учащиеся, никогда ранее не встречавшиеся с решением аналогичных задач с помощью преобразований дробей, вычисляют значение каждой дроби, а затем их складывают. Долг учителя – научить рациональному способу решения предложенной задачи. Однако вопрос учителя «Как каждую из дробей представить в виде разности?» - плохой вопрос, так как он производит впечатление непостижимого фокуса (учащийся вряд ли поймёт, как учитель пришёл к мысли задать такой вопрос). Целесообразно в данном случае ещё до решения задачи предложить учащимся придумать несколько дробей, произведение

которых равно их разности, и обратить внимание на запись придуманных учащимися примеров:

1/3 – ¼ = 1/3 *1/4 = 1/(3*4); ¼ -1/5 = 1/(4*5); 1/5 – 1/6 =1/(5*6).

Использование этих примеров в качестве вспомогательной задачи самими учащимися убедит их в необходимости быть наблюдательными и накапливать знания математических фактов, установленных в результате решения задач.

При решении одних задач учитель должен больше внимания уделить обсуждению подходов к поискам путей их решения, при решении других – больше внимания уделить изучению полученного результата.

Следовательно, 1/(1*2) +1/(2*3) + 1/(3*4) + … +1/(19*20) = 1 – ½ + ½ - 1/3 + … + 1/19 – 1/20 = 1 – 1/20 = 19/20.

Одной из важнейших задач методики обучения математике в начальной школе является предупреждение ошибок учащихся. Причиной подавляющего большинства ошибок по математике является формализм в знаниях учащихся.

Решение готовых однородных примеров и задач одинаковыми приёмами в течении длительного времени вырабатывает у учащихся привычку механически производить заученные математические действия в прямом порядке. Погоня только за количеством решённых задач и примеров приводит к автоматизму решения по шаблону и недооценке теоретически обоснованных математических действвий. Ребёнок не задумывается, почему нужно производить то или другое действие. Поэтому особое место в учебной деятельности занимают действия самоконтроля.

Решив задачу, учитель должен обратить внимание учащихся на то, чему полезному они научились, решая задачу, какие новые знания приобрели в процессе её решения, что полезно запомнить, а что можно забыть, нельзя ли проверить результат, нельзя ли получить тот же результат иначе, нельзя ли в какой – нибудь задаче использовать полученный результат или метод решения.

С помощью задач учащимся уже в младших классах можно показать, какую роль в математике имеют наблюдение, аналогия, индукция. Закреплению методов решения задач следует постоянно уделять внимание.

Следует отметить, что дать учащимся правила, позволяющие решать любую нестандартную задачу, невозможно, ибо нестандартные задачи в

какой – то степени неповторимы. Универсального метода, позволяющего решить любую задачу, к сожалению, нет. Даже строгое выполнение всех указаний и следование советам учителя не сможет творческий процесс отыскания решений нестандартных задач уложить в определённые схемы,

Вот несколько задач, способствующих развитию творческого мышления учащихся , их способностей и интересов математики.

1.Напишите наименьшее десятизначное число, в котором все цифры различны.

Решение. Чтобы число с различными цифрами было наименьшим, необходимо, чтобы на первом месте стояла наименьшая из заданных цифр, на втором – наименьшая из оставшихся и т.д. Так как целое число с нуля начинаться не может, то наименьшее из десятизначных чисел с различными цифрами должно начинаться с цифры 1. Замена цифры 1 любой другой отличной от нуля цифрой увеличивает число. На втором месте должна стоять цифра 0 – наименьшая из девяти оставшихся цифр, на третьем – цифра 2 и т.д. Таким образом, получим 1 023 456 789.

Замечание. Если учащиеся затрудняются в решении задачи, то в качестве вспомогательных им можно предложить следующие:

а) с помощью цифр 3, 6, 2, 4 записать наименьшее четырёхзначное число (2 346);

б) написать наименьшее двузначное число (10);

в) написать наименьшее четырёхзначное число (1 000);

г) написать наименьшее четырёхзначное число, в котором все цифры различны (1 023).

2. Делится ли на 9 число 10 ^33 + 8.

Решение. Данное число имеет вид 1000…08 (33 нуля). Так как сумма цифр этого числа (1+8) делится на 9, то число делится на 9.

3. Может ли существовать прямоугольный параллелепипед, длины рёбер которого натуральные числа, а площадь поверхности простое число?

Решение. Если a, b,c – измерения прямоугольного параллелепипеда (a € N, b € N, c € N), то его полная поверхность равна 2ab + 2bc + 2ac = 2 (ab + bc + ac). Число 2 (ab + bc + ac) делится на 2 и 2 (ab + bc + ac) >2, следовательно, 2 (ab + bc + ac) – число составное. Таким образом, прямоугольный параллелепипед, длины рёбер которого натуральные числа, а площадь поверхности простое число, существовать не может.

4. Часть жителей одного города умеет говорить только по-русски, часть – только по-узбекски и часть умеет говорить на обоих языках. По-узбекски говорят 85% жителей, а по-русски – 75%. Сколько процентов жителей говорят на обоих языках?

Решение. 1 способ. 1)100% - 85% = 15% - говорят по-русски. 2) 75% - 15% = 60% - говорят на обоих языках.

2 способ. (С помощью кругов Эйлера, на рисунке). Множество всех жителей города разбивается на два подмножества – множество жителей, говорящих по-русски, и множество жителей, говорящих по-узбекски. Пересечение этих множеств является множеством жителей, говорящих на обоих языках. Очевидно, пересечение содержит 60% жителей (75% + 85% = 160%; 160% - 100% = 60%).

5. Сократите дробь: 37373737/81818181

Решение. 37373737/81818181 =

= (37*10^6 + 37*10^4 + 37*10^2 + 37)/(81*10^6 + 81*10^4 + 81*10^2 + 81) =

=(37*1010101)/(81*1010101) = 37/81.

6. Число оканчивается цифрой 2. Если переставить эту цифру в начало числа, то число удвоится. Найдите это число.

Решение. Так как число оканчивается на 2 и после перестановки этой двойки на первое место число удваивается, то перед двойкой должна стоять цифра 4. По тем же соображениям перед цифрой 4 должна стоять цифра 8, перед цифрой 8 – цифра 6 (так как 8*2 = 16). Перед цифрой 6 стоит цифра 3 (так как 2*6 + 1 = 13). Продолжаем подсчёт цифр искомого числа, пока не получится 2 (но не 12). Одно из искомых чисел - = 105 263 157 894 736 842. Это наименьшее из чисел, обладающих данным свойством. Задача имеет бесчисленное множество решений.