МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

РЕФЕРАРАТ ПО ТЕМЕ «СТАТИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СИСТЕМЫ СИЛ » (ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА)

ВЫПОЛЬНИЛ ДОЦЕНТ КАФЕДРЫ А. ЮСУПОВ

ТАШКЕНТ 2011

В реферате доцента Юсупова А. на тему «Статическое равновесие твердого тела под воздействием произвольной системы сил» рассмотрены вопросы приведения системы сил к простейшему виду и условия равновесия твердого тела под действием произвольной пространственной и плоской системы сил и их частные случаи, когда система сил является параллельной или сходящейся. Для вышеуказанных случаев приведены условия равновесия и показаны их связи между собой.

Реферат рассчитан для углубленного понимания студентами технических ВУЗов связей между различными видами статических нагрузок, воздействующих на твердое тело, и получаемых при этом условий равновесия.

СТАТИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

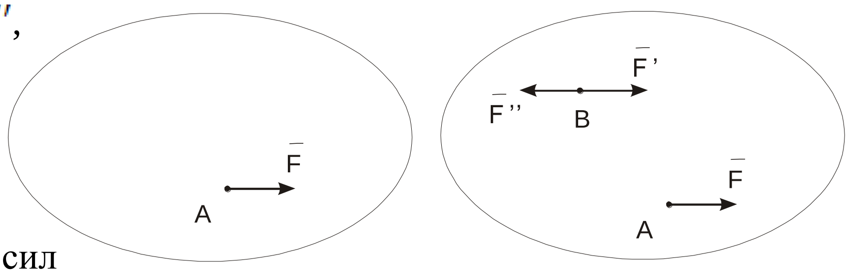
ПЛАН:

1. Параллельный перенос силы
2. Приведение системы сил к данному центру
3. Главный вектор и главный момент
4. Равновесие системы сил. Общий и частные случаи.

1. Пусть на твердое тело действует сила $\bar{F}$, приложенная в точке А. Действие этой силы, не изменится, если в любой точке В тела приложить две уравновешенные силы $\overline{F'}, \bar{F}''$,

такие что $|\bar{F}'| = |\bar{F}''| = |\bar{F}|$

и $\overline{(F', \bar{F}'')} \sim 0$



Полученная система трех сил $(\overline{F}, \bar{F}', \bar{F}'')$ представляет силу $\bar{F}'$, равную $\bar{F}$, но приложенную в точке В, и пару $\overline{(F, \bar{F}'')}$ с моментом $м_B(\bar{F})$

$$\bar{F} \sim (\bar{F}, \bar{F}', \bar{F}'') \sim \left[\bar{F}', (\bar{F}, \bar{F}'') \right] \qquad (1)$$

<u>Теорема:</u> Силу, приложенную в некоторой точке твердого тела, можно не изменяя оказываемого действия переносить параллельно ей самой в любую точку тела, прибавляя при этом пару с моментом, равным моменту переносимой силы относительно точки, куда сила переносится.

2. Пусть в различных точках $A_1, A_2, \dots A_n$ твердого тела действуют направленные произвольно в пространстве силы $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$,… $\bar{F}_n$.

Возьмем в пространстве произвольную точку О, которую назовем <u>центром приведения,</u> и пользуясь вышедоказанной теоремой перенесем все силы в центр О. В результате получим

$$\bar{F}_1 \sim (\bar{F}_1, \bar{F}'_1, \bar{F}''_1) \sim \left[\bar{F}_1, (\bar{F}'_1, \bar{F}''_1)\right] \qquad \bar{F}_2 \sim (\bar{F}_2, \bar{F}'_2, \bar{F}''_2) \sim \left[\bar{F}_2, (\bar{F}'_2, \bar{F}''_2)\right]$$

$$\bar{F}_n \sim (\bar{F}_n, \bar{F}'_n, \bar{F}''_n) \sim \left[\bar{F}_n, (\bar{F}'_n, \bar{F}''_n)\right]$$

систему сходящихся в точке О сил $(\bar{F}'_1, \bar{F}'_2, ... \bar{F}'_n)$, а также систему пар $(\bar{F}_1, \bar{F}''_1), (\bar{F}_2, \bar{F}''_2), \ldots (\bar{F}_n, \bar{F}''_n)$, моменты которых соответственно будут равны

$$m_1 = m_0(\bar{F}_1)\ ; m_2 = m_0(\bar{F}_2)\ ; \ldots ; m_n = m_0(\bar{F}_n)\ ;$$

Силы, приложенные в точке О, можно заменить одной силой $\bar{R}$, приложенной в той же точке, причем

$$\bar{R} = \sum \bar{F}'_k = \sum \bar{F}_k \tag{3}$$

Точно также, по правилу сложения пар, лежащих в различных плоскостях, все пары можно заменить одной парой, момент которой будет равен

$$\bar{M}_0 = \sum \bar{m}_k = \sum \bar{m}_0(\bar{F}_k) \tag{4}$$

3. Величина $\bar{R}$, равная геометрической сумме всех сил называется <u>главным вектором.</u>

Величина M_o, равная геометрической сумме моментов всех сил относительно центра О называется <u>главным моментом</u> системы относительно центра О.

<u>Теорема:</u> Всякая произвольная система сил, действующая на твердое тело, при проведении к произвольному центру О заменяется одной силой $\bar{R}$, равной главному вектору системы и приложенную в центре приведения, и одной парой с моментом M_o, равным главному моменту системы относительно центра О.

При приведении произвольной системы сил к простейшему виду возможны следующие случаи:

1^0. $R \neq 0$ $M_0 = 0$ Система сил приводится к равнодействующей, проходящей через центр О.

2^0 $R = 0$ $M_0 \neq 0$

Система сил приводится к паре

3^0 $R \neq 0$ $M_0 \neq 0$

а) $\bar{M}_0 \perp \bar{R}$. Система приводится к равнодействующей равной $\bar{R}$, но не проходящей через центр О

в) $\bar{M}_0$ // $\bar{R}$. Такая совокупность силы и пары называется динамическим винтом.

4^0 $R = 0$ $M_0 = 0$. Система находится в равновесии.

4. Для произвольной пространственной системы сил величины главного вектора и главного момента определяются формулами

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \quad (5)$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \quad (6)$$

Необходимыми и достаточными условиями равенства нулю главного вектора и главного момента является равенство нулю их проекций на координатные оси. Таким образом условиями равновесия произвольной пространственной системы сил, действующих на твердое тело, являются следующие соотношения.

$$\begin{cases} R_x = \sum \bar{F}_{kx} = 0 & M_x = \sum m_x(\bar{F}_k) = 0 \\ R_y = \sum \bar{F}_{ky} = 0 & M_y = \sum m_y(\bar{F}_k) = 0 \\ R_z = \sum \bar{F}_{kz} = 0 & M_z = \sum m_z(\bar{F}_k) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Условия (7) являются наиболее общими и для любой произвольной системы сил. Как частный случай относительно произвольный системы сил, можно получить соответствующие условия равновесия.

Так, если пространственная система сил является параллельными (например оси z) силами, то условиями равновесия будут

$$R_z = \sum F_{kz} = 0; \quad M_x = \sum m_x(\bar{F}_k) = 0; \; M_y = \sum m_y(\bar{F}_k) = 0 \quad (8)$$

Если же пространственная система сил является сходящейся, то условиями равновесия будут зависимости

$$R_x = \sum \bar{F}_{kx} = 0 \quad R_y = \sum \bar{F}_{ky} = 0 \quad R_z = \sum \bar{F}_{kz} = 0 \quad (9)$$

Условия (8) и (9) получены как частные случаи пространственной системы сил из общих условий равновесия (7).

Для произвольной плоской системы сил величины главного вектора и главного момента определяются формулами.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad (10) \qquad M_o = \sum m_o(\bar{F}_k) \quad (11)$$

Поэтому условиями равновесия для произвольной плоской системы сил будут

$$R_x = \sum F_{kx} = 0, \; R_y = \sum F_{ky} = 0, \; M_o = \sum m_o(\bar{F}_k) = 0. \quad (12)$$

Условия (12) являются основной формой равновесия произвольной плоской системы сил.

Существуют еще две формы условий равновесия произвольной плоской системы сил.

$$\sum \bar{F}_{k\xi} = 0; \sum m_a(\bar{F}_k) = 0; \sum m_b(\bar{F}_k) = 0 \quad (13)$$

Формулы (13) является второй формой условий равновесия где, ось ξ равна оси x или y, причем это ось не перпендикулярна отрезку AB, соединяющему точки, относительно которых берутся моменты сил.

Третья форма условий равновесия имеет следующий вид

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \sum m_C(\bar{F}_k) = 0; \quad (14)$$

где A,B,C – это точки, не лежащие на одной прямой.

Если плоская система сил является системой параллельных (например: оси y) сил, то условиями равновесия являются

$$\sum F_{ky} = 0 \qquad \sum m_o(\bar{F}_k) = 0 \quad (15)$$

где O – произвольная точка.

Другой формой условий равновесия плоской системы параллельных сил, получаемой также из равенств (14) будет

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \qquad \sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \qquad (16)$$

причем точки А и В не должны лежать на прямой, параллельной силам.

Если плоская система сил будет представлять систему сходящихся сил, то из равенств (12), как для частного случая, будем иметь следующие условия равновесия

$$R_x = \sum F_{kx} = 0 \qquad R_y = \sum F_{ky} = 0 \qquad (17)$$

Таким образом, рассмотрев для общего случая произвольную пространственную систему сил, для них получены условия равновесия в виде соотношений (7). Для частных случаев пространственной системы параллельных сил получены условия равновесия, как частный случай, в виде (8), а для сходящихся сил – в виде (9)

По аналогии получены три формы условия равновесия произвольной плоской системы сил в виде соотношений (12),(13) и (14), а также как, частные случаи, условия равновесия плоской системы параллельных сил – (15) и (16), а также для плоской системы сходящихся сил условия равновесия в виде соотношений (17)