

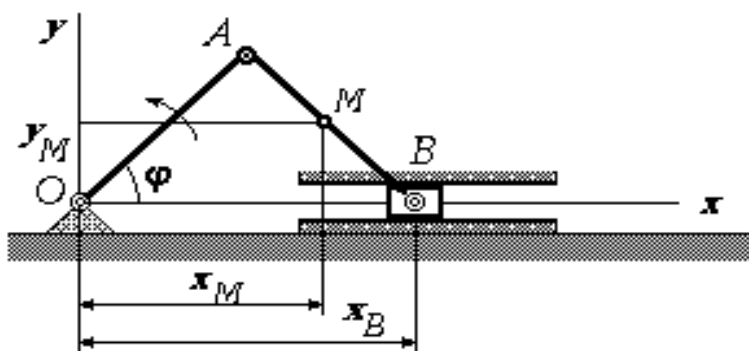
O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O`RTA MAXSUS TA`LIM
VAZIRLIGI

TOSHKENT AVTOMOBIL-YO`LLAR INSTITUTI

«Amaliy mexanika» kafedrası

«**Nazariy mexanika**» fanining kinematika bo`limidan
masalalarni yechishga doir

USLUBIY QO`LLANMA



Toshkent - 2010

Ушбу услубий қўлланма назарий механика фанининг кинематика бўлимидан мисол ва масалаларни ечиш, ҳисоб график ишлари ва мустақил иш топшириқларини бажариш учун талабаларга қулайлик туғдириш мақсадида тузилган.

Услубий қўлланма “Амалий механика” кафедраси № 5 мажлисида кўриб чиқилган ва тасдиқланган.

“28” сентябрь 2010 й

Тузувчилар;

Катта ўқитувчи: А. Расулов.
ассистент: А. Ювмитов.

Тақризчилар: А. Юсупов. (ТАЙИ)
А. Қодиров. (Тош ТЙМИ)
И. Нурматов. (ТАЙИ)

O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O`RTA
MAXSUS TA`LIM VAZIRLIGI

TOSHKENT AVTOMOBIL-YO`LLAR INSTITUTI

«Amaliy mexanika» kafedrası

«**Nazariy mexanika**» fanining kinematika bo`limidan
masalalarni yechishga doir

USLUBIY QO`LLANMA

Tuzuvchi: Amaliy mexanika kafedrası
kat. o`qt. Rasulov A.
assistent. Yuvmitov A.S

Toshkent - 2010

КИРИШ

Uslubiy qo`llanmada, oliy texnika o`quv yurtlarining tegishli dasturlariga mos ravishda moddiy nuqta, moddiy nuqtalar va qattiq jismlar sistemasi mexanikasining asoslariga doir masalalarni echish bayon qilingan. Katta miqdorda masala va misollar keltirilib, ularning echilish yo`llari tegishli uslubiy ko`rsatmalar bilan bayon qilingan.

Uslubiy qo`llanmada, barcha studentlar vektorlar algebrasining asoslari bilan tanish deb hisoblagan holda, masalalar hamma kitoblardagi kabi vektor ko`rinishda bayon qilindi lekin, kerakli bo`lgan ayrim ma`lumotlar eslatmada bayon etilgan.

Nazariy mexanika fanini o`qitilishda mexanikaning juda ko`p muhim tushunchalarini o`zlashtirish ancha qiyin kechishini e`tiborga olgan holda, uni alohida qism sifatida bayon qilingan.

Masalalarni echishda, mavzularni studentlar tomonidan mustaqil o`zlashtirishlarida yordam bo`lishini nazarda tutib, ularga qator ko`rsatmalar berib boriladi.

SHu jihatdan, ushbu uslubiy qo`llanma barcha yo`nalishdagi studentlar uchun, ayniqsa sirtqi bo`lim studentlari uchun katta qulaylik keltiradi.

Uslubiy qo`llanma “Amaliy mexanika” kafedrası uslubiy seminarining yig`ilishida ma`qullangan.

NUQTA KINEMATIKASI

2.1§ Kinematikaning asosiy tushunchalari

Jismlarning inertligini (massasini) va ularni harakatga keltiruvchi kuchlarni eʼtiborga olmagan holda, ularning harakatlarini geometrik xususiyatlarini oʻrganadigan mexanikaning qismiga, *kinematika* deb ataladi.

Kinematika qismi, bir tomondan mexanik harakatning (kinematikaning) asosiy tushunchalari va kinematik parametrlar oʻzaro bogʻlikligining oʻzgarishini, ularga taʼsir etayotgan kuchlarga bogʻlik ekanligini dinamika qismini oʻrganishda asos boʻladi. Ikkinchi tomondan, uning usullari amaliy mustaqil ahamiyatga ega boʻladi, masalan, mexanik uzatmalarni hisoblash ishlarida.

mexanik harakat deganimizda, bir jismni boshqa jismlarning fazodagi tutgan oʻrinlariga nisbatan vaqt davomidagi oʻzgarishiga aytiladi.

Harakatlanayotgan jismning (yoki nuqtaning) ixtiyoriy vaqtdagi oʻrni aniqlash uchun, boshqa bir jism bilan mahkam bogʻlangan koordinata sistemasi tanlab olinadi, ushbu koordinata *hisob sistemasi* deb ataladi. Bundan keyin jismning (yoki nuqtaning) harakatini, shu tanlab olingan hisob sistemasiga nisbatan aniqlaymiz. Hisob sistemasini oʻzaro perpendikulyar holda uch tomonga yoʻnalgan oʻqlar orqali tasvirlaymiz (lekin shu oʻq mahkamlangan jism tasvirlanmaydi, masalan, aksariyat oʻqlar erga mahkamlanadi, lekin urning shakli tasvirlanmaydi).

Kinematika qismida hisob sistemasidagi oʻqlar ixtiyoriy ravishda tanlab olinadi (ularni tanlash faqat masalaning maqsadiga bogʻliq boʻladi xolos). Kinematika qismida biror hisob sistemasi orqali aniqlangan qiymatlar boshqa ixtiyoriy hisob sistemasida ham oʻz qiymatini saqlab qoladi. Dinamika qismida bunday qoidalar oʻrinsiz boʻladi, shu sababli ular keyingi maruzalarda alohida koʻrib chiqiladi, yaʼni dinamikaning qonunlari turli hisob sistemalarida turlicha boʻladi.

Jismning harakati fazoda vaqt davomida sodir boʻladi. Mexanikada fazoni uch oʻlchovli Evklid fazosi koʻrinishida tasavvur qilinadi. Bunday fazodagi oʻlchovlar Evklid geometriyasiga asoslanib hisoblanadi. Uzunlik oʻlchovining birligi sifatida 1m qabul qilingan. Mexanikada vaqt universal hisoblanadi, yaʼni u hamma hisob sistemalarida baravar oʻtadi (masalan, Amerika, Evropa va Osiyoda ham 1 sekundning miqdori bir xil kechadi). Vaqt birligi sifatida 1s qabul qilingan. Uzunlik L yoki l - harfi bilan belgilanadi vaqt T yoki t - harfi bilan belgilanadi.

Evklid fazosi va universal vaqt fazoning haqiqiy xossalarini faqat maʼlum darajadagi xatoliklarga yoʻl qoʻyilgan holda, yaʼni taqribiy tasvir etadi. Lekin, tajribalar shuni koʻrsatadiki, mexanika qismidagi harakatlar (yorugʻlik tezligidan

ancha kichkina bo'lgan harakatlar) uchun, bunday taqribiy hisoblar haqiqiy hisoblarga juda yaqin ekanligi aniqlandi.

Vaqt skalyar va to'xtovsiz kechuvchi kattalik (qiymat) hisoblanadi. Kinematika qismida t - vaqt erkin o'zgaruvchan (argument) qiymat hisoblanadi. Qolgan hamma kinematik kattaliklar (yo'l, tezlik, tezlanish va b.) Vaqtga bog'liq holda o'zgarib boradi, ya'ni ular vaqt t - ga bog'liq bo'lgan funksiyalardan iborat bo'ladi.

Vaqtning hisobi ixtiyoriy ravishda tanlab olingan *boshlang'ich vaqt* ($t=0$) dan boshlab o'lchanadi, uning boshlanishi har bir masalada alohida ta'kidlanadi va ular turlicha bo'lishi mumkin. Har qanday *vaqt momenti* boshlang'ich vaqt ($t=0$) dan boshlab o'tgan sekundlar soniga qarab aniqlanadi (yoki avvalgi vaqt bilan keyingi vaqt oralig'idagi farq orqali hisoblanadi), ikki vaqt oralig'idagi vaqtning farqi *vaqt oralig'i* deb ataladi.

Kinematika tajribalar va amalda sinab ko'rilgan bilimlarga tayangan bo'lib, ular asosan geometriyaning aksiomalaridan olingan. Kinematikani o'rganishda ulardan tashqari hech qanday aksioma va qo'shimcha qonunlar talab qilinmaydi.

Kinematikaning masalalarini echishda, echilayotgan masalaning shartlari berilgan bo'lishi lozim (ya'ni harakat bayon etilishi lozim).

Jismning (yoki nuqtaning) harakat qonunini berilishi yoki harakatni berilishi - bu jismning (nuqtaning) ixtiyoriy vaqt uchun tanlangan hisob sistemasiga nisbatan holatini (o'rnini, koordinatasini) aniqlash demakdir. Jismning yoki nuqtaning harakatini matematik tenglama sifatida ifodalanishi, kinematikaning eng asosiy masalalaridan biri hisoblanadi. SHu sababli har qanday ob'ektning (jismning, nuqtaning) harakatini o'rganish, shu harakatni berilish usullaridan boshlanadi.

Nuqta (jism)ning harakat qonuni berilgan bo'lsa, unga asosan shu harakatlarni belgilovchi kinematik kattaliklarni aniqlash usullarini o'rganish - nuqta va qattiq jism kinematikasining asosiy masalasi hisoblanadi.

Kinematikani o'rganishni eng sodda ob'ekt - nuqta (nuqta kinematikasi)dan boshlaymiz, keyinroq esa qattiq jism kinematikasini o'rganamiz.

Harakatlanayotgan nuqtaning tanlangan hisob sistemasiga nisbatan qilgan harakatidagi qoldirgan uzluksiz izi nuqtaning *traektoriyasi* deb ataladi. Agar traektoriya to'g'ri chiziqdan iborat bo'lsa, nuqtaning harakati *to'g'ri chiziqli*, egri chiziqdan iborat bo'lsa - *egri chiziqli* harakat deb ataladi.

2.2§ Nuqta harakatining berilish usullari

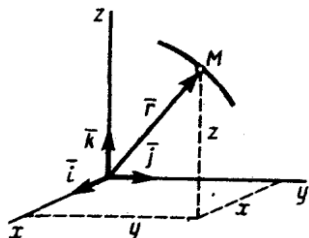
Nuqta harakatining berilishida, asosan, uchta usuldan foydalaniladi: 1)vektor, 2) koordinata, 3) tabiiy usullar.

1. Nuqta harakatini vektor usulida berilishi. Faraz qilaylik, ixtiyoriy M nuqta birorta $oxyz$ hisob sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan

bo'lsin. Agar koordinata boshi o nuqtadan harakatlanayotgan M nuqttagacha radius - vektor $\vec{r}$ -o'tkazilsa, u orqali shu harakatlanayotgan nuqtaning ixtiyoriy vaqt momenti uchun holatini (o'rnini) aniqlash mumkin bo'ladi (2.1 shakl).

M nuqtaning harakatida vektor $\vec{r}$ - vaqtga bog'liq ravishda ham yo'nalishi bo'yicha, ham moduli bo'yicha o'zgarib boradi. Demak, $\vec{r}$ - o'zgaruvchan vektor (vektor - funksiya) bo'lib, u t -vaqtga (t -argumentga) bog'liq bo'ladi, yaoni

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (1)$$



2.1 shakl.

(1) vektor tenglik (formula) nuqtaning harakat qonunini vektor shaklda belgilaydi. Ushbu tenglama orqali nuqtaning ixtiyoriy vaqt uchun $\vec{r}$ - vektorni shaklda tasvirlab beradi va koordinata o'qlaridagi o'rnini aniqlab beradi.

Radius vektor $\vec{r}$ -ning oxirini birlashtiruvchi egri chiziq *godograf* deb ataladi va harakatlanayotgan nuqtaning traektoriyasini belgilaydi.

Harakat analitik usulda berilganda, uning qoniyati radius vektorning koordinata o'qlaridagi proeksiyalari orqali ifodalanadi. To'g'ri burchakli Dekart koordinatalarida radius vektor $\vec{r}$, o'zining shu o'qlardagi $r_x = x$, $r_y = y$, $r_z = z$ proeksiyalari orqali beriladi, bu erda x, y, z - lar nuqtaning Dekart o'qlaridagi koordinatalari. Agar o'qlar bo'ylab yo'nalgan birlik vektor (ort) $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - lar o'tkazsak, radius vektor $\vec{r}$, quyidagicha ifodalanadi,

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (2)$$

Demak, agar nuqtaning x, y, z koordinatalari t -vaqtning funksiyasi sifatida berilsa, radius vektor - $\vec{r}$ ning holati ma'lum bo'lar ekan. Harakat qonunini bunday (ya'ni koordinata) usulda berilishini keyinroq ko'rib o'tamiz. Radius vektor $\vec{r}$, boshqacha ko'rinishda ham berilishi mumkin, masalan, moduli va koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchaklari orqali berilishi mumkin. Vektorni qanday ko'rinishda berilishidan qat'iy nazar, (1) formula orqali berilgandagi ko'rinishdan kelib chiqadigan formulalarni keltirib chiqaramiz.

2. Harakatni koordinatalar usulida berilishi. Agar nuqtaning harakatini uning x, y, z koordinatalari vaqtning funksiyasi sifatida berilgan bo'lsa, uning holatini ular yordamida bevosita aniqlash mumkin. Nuqtaning harakat qonunini, ya'ni ixtiyoriy olingan vaqt uchun uning fazodagi holatini aniqlash uchun, quyidagi tenglamalar berilishi shart,

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t) \quad (3)$$

(3) tenglamalar sistemasi *nuqta harakatining to'g'ri burchakli dekart koordinata o'qlaridagi tenglamalari* deb ataladi. Ular harakatni koordinata usulda berilgandagi harakat qonunlari hisoblanadi¹.

agar nuqtaning harakati har doim birorta tekislik ustida sodir bo'lsa, bu tekislikni *oxu* deb hisoblasak, u holda nuqtaning harakat qonuni ikkita tenglamadan iborat bo'ladi,

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t) \quad (4)$$

Agar nuqta faqat to'g'ri chiziq bo'ylab harakat qilayotgan bo'lsa, bu chiziqni *ox* koordinata o'qi deb hisoblasak, nuqtaning harakat qonuni bitta tenglamadan iborat bo'ladi,

$$x = f_1(t), \quad (5)$$

(3) va (4) tenglamalar sistemasi, bir vaqtni o'zida nuqta harakati traektoriyasining parametrik ko'rinishdagi tenglamalari hisoblanadi va parametr sifatida *t* -vaqt ishlatilmoqda. Ushbu tenglamalar sistemasidan *t*-vaqtni yo'qotib, traektoriyaning tenglamasini olish mumkin, ya'ni traektoriya koordinatalarning o'zaro funksiyasi sifatida ifodalanadi.

Misol. Nuqtaning *oxu* tekisligidagi harakati,

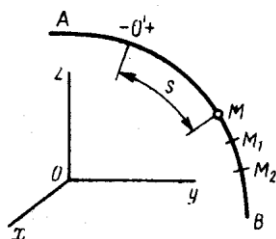
$$X=2t, \quad y=12t^2 \quad (a)$$

Qonun orqali berilgan bo'lsin. Bu erda *x,y* - lar santimetrda, *t* - sekundlarda o'lchanadi.

ushbu tenglamalar orqali *t=0* c da nuqta *m(0,0)* holatda, ya'ni koordinata boshida ekanligini aniqlaymiz, *t=1* c da nuqta *M(2,12)* holatda ekanligini va h.. Demak, (a) tenglamalar orqali nuqtaning ixtiyoriy olingan vaqtdagi holatini aniqlashimiz mumkin ekan. Vaqt *t* - ga turli qiymatlarni bera borib, nuqtaning har bir soniyadagi holatini aniqlab, so'ngra bu nuqtalarni bir-birlari bilan birlashtirsak, shaklda nuqtaning traektoriyasi tasvirlanadi.

¹ Nuqtaning harakati boshqa koordinatalar orqali ham berilishi mumkin, masalan sferik va h.k..

traektoriyani boshqa usulda, ya'ni (a) tenglamalardan vaqt t -ni yo'qotish orqali ham aniqlash mumkin. Buning uchun birinchi tenglamadan t -ni aniqlab



($t=x/2$) ikkinchi tenglamaga qo'yamiz, u holda $y=3x^2$ bo'ladi. Demak, nuqtaning traektoriyasi koordinata o'qlarining markazidan boshlangan ou o'qiga parallel yo'nalgan paraboladan iborat ekanligi aniqlandi. Traektoriyani aniqlashga oid boshqa misollarni keyinchalik ko'rib o'tamiz.

2.2 shakl.

3. Nuqta harakatini tabiiy usulda berilishi. Nuqta harakatining tabiiy (yoki traektoriya orqali) usulda berilishi, asosan, uning traektoriyasi oldindan ma'lum bo'lgan hollardagina ulardan foydalaniladi. Faraz qilaylik, M nuqta AV traektoriya bo'ylab, $oxyz$ hisob sistemasiga nisbatan harakatda bo'lsin (2.2 shakl). Ushbu traektoriyada qo'zg'almas bo'lgan ixtiyoriy o' nuqtani tanlab olamiz va uni tabiiy o'qlarning koordinata boshi qilib belgilaymiz va o'qning musbat yoki manfiy tomonlarini (oddiy koordinata o'qlaridagi kabi) belgilab olamiz.

U holda M nuqtaning shu traektoriyadagi o'rnini, ya'ni o' nuqtadan M nuqtagacha bo'lgan masofani, shu egri chiziqli traektoriyadagi s - koordinata orqali uning tegishli ishorasiga bog'liq ravishda aniqlashimiz mumkin. M nuqta shu traektoriya bo'ylab harakatlanganda $M_1, M_2, \dots, M_n$ va hokazo holatlarda bo'ladi, demak s - koordinata ham vaqt davomida o'zgarib boradi. M nuqtaning ixtiyoriy vaqt uchun shu traektoriyadagi o'rnini aniqlash uchun,

$$S=f(t) \quad (6)$$

Qonuniyat berilishi kerak bo'ladi.

(6) tenglama m nuqtaning traektoriya bo'ylab harakat qonuni deb ataladi.

Demak, nuqta harakatini tabiiy o'qlarda berilishi uchun: 1) nuqtaning traektoriyasi; 2) shu traektoriyadagi hisob boshining o' nuqtasi va tabiiy o'qning musbat va manfiy yo'nalishini belgilanishi; 3) nuqtaning shu traektoriya bo'ylab $s=f(t)$ ko'rinishdagi harakat qonuni berilishi shart.

shuni eslatib o'tish lozimki (6) tenglamadagi s - nuqtaning traektoriyadagi o'rnini belgilaydi xolos, ya'ni uning bosib o'tgan masofasini belgilamaydi. Masalan, nuqta o' nuqtadan harakatni boshlab M_1 nuqtaga kelsin (2.2 shakl), so'ngra orqa tomonga qaytib M holatni egallagan bo'lsa, u holda nuqtaning koordinatasi $s=o'M$ bo'ladi. Umumiy bosib o'tilgan yo'l esa, $o'M+M_1M$ ga teng bo'ladi, ya'ni s - ga teng bo'lmaydi, agar nuqta faqat bir tomonga harakat qilgan xususiy holdagina ular bir-birlariga teng bo'lishlari mumkin.

2.3§ Nuqta kinematikasining masalalarini echish

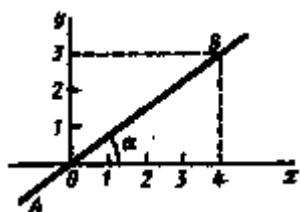
Kinematikaga doir masalalar quyidagilardan iborat bo'lishi mumkin: nuqtaning harakatidagi traektoriyani aniqlash; bosib o'tilgan masofani aniqlash; tezlik va tezlanishini aniqlash; bosib o'tilgan masofaga sarflangan vaqtni aniqlash va h. K..

Masalani echishdan oldin, nuqtaning qaysi qonuniyat bilan harakat qilishligini aniqlash lozim. Bu qonun bevosita masalada berilishi ham mumkin (1 va 2 masala), yoki masalaning shartidan aniqlanadi (3 va 4 masala).

1 masala. Nuqtaning harakati,

$$X=8t-4t^2, \quad y=6t-3t^2$$

Qonuniyat orqali berilgan bo'lsin. (x, y - metrlarda, t - sekundlarda). SHu nuqtaning traektoriyasi, tezligi va tezlanishi aniqlansin.



2.3 shakl

Echish: nuqtaning traektoriyasini aniqlash uchun, harakat qonunidagi vaqt t - ni yo'qotish kerak. Birinchi tenglamaning ikkala tomonini 3 - ga ko'paytiramiz, ikkinchi tenglamani ikkala tomonini 4 -ga ko'paytiramiz va birinchi tenglamadan ikkinchi tenglamani hadma-had ayiramiz. Natijada $3x-4y=0$ yoki $y=3x/4$ hosil qilamiz.

Demak, nuqtaning traektoriyasi, ox o'qiga α burchak ostida yondoshgan - to'g'ri chiziqdan iborat ekan. Bu erda $\tan \alpha = 3/4$ (2.3 shakl).

Nuqtaning tezligini aniqlaymiz.

$$v_x = x' = 8(1-t), \quad v_y = y' = 6(1-t);$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = 10|1-t| \text{ m/s}$$

Endi nuqtaning tezlanishini aniqlaymiz.

$$a_x = v'_x = x'' = -8 \text{ m/s}^2; \quad a_y = v'_y = y'' = -6 \text{ m/s}^2;$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 10 \text{ m/s}^2;$$

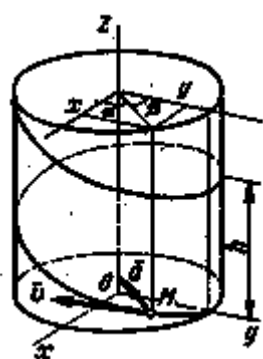
Tezlik - $\vec{v}$ va tezlanish - $\vec{a}$ vektorlari nuqtaning traektoriyasi bo'ylab yo'naladi, ya'ni va chiziq bo'ylab yo'naladi. Tezlanishning koordinata o'qlariga proeksiyalari har doim manfiy bo'lganligi sababli, uning yo'nalishi V dan A ga yo'nalib, o'zgarmaydi. Nuqtaning tezligi $0 \leq t \leq 1$ c oralig'ida musbat bo'ladi va o dan V ga qarab yo'nalgan bo'ladi. $T=0$ s -da nuqtaning tezligi $v=10$ m/c bo'ladi, $t=1$ c -da $v=0$ bo'ladi. Keyinchalik vaqt ortib borgan ($t > 1$ c) sari, tezlikning ikkala o'qdagi proeksiyalari ham manfiy bo'ladi, demak nuqta v holatdan A ga qarab harakat qilishligi aniqlanadi. Tezlanish ham xuddi shunday yo'naladi.

SHuni Ta'kidlash lozimki $t=0$ s bo'lganda $x=0$ va $y=0$ bo'ladi; $t=1$ s bo'lganda $x=4$ va $y=3$ (v holat); $t=2$ s bo'lsa, $x=0$ va $y=0$ bo'ladi; $t > 2$ s bo'lsa x va y - ning qiymatlari manfiy ishorali qiymatlar olib kattalishib ketaveradi.

SHunday qilib, nuqta harakatining qonunlari ma'lum bo'lsa harakatning hamma parametrlari ma'lum bo'lar ekan. Nuqtaning harakati o nuqta(koordinata boshi) dan boshlanib, $v=10$ m/s boshlang'ich tezlik bilan ox o'qi bilan α -

burchak tashkil qilgan to'g'ri chiziqli AV traektoriya bo'yicha harakat qiladi, bu erda $\operatorname{tg}\alpha=3/4$. Nuqta traektoriyaning oV qismida sekinlanuvchan harakatda bo'ladi (tezlikning moduli kamayib boradi) va oradan 1 s vaqt o'tgandan keyin v (4,3) holatga kelib to'xtaydi, ya'ni nuqtaning tezligi nolga teng bo'ladi. So'ngra nuqtaning tezlanishi ortib boradi va teskari tomonga qarab harakatlana boshlaydi. Oradan yana 1 s (jami $1+1=2$ s) vaqt o'tishi bilan nuqta koordinata boshiga qaytib keladi va shu yo'nalishda oA chiziq bo'ylab harakatni davom ettirib ketaveradi. Nuqtaning tezlanishi esa o'zgarmas bo'lib, 10 m/s^2 ga teng bo'ladi.

2 masala. Nuqtaning harakat qonuni



2.4 shakl

$$X=r\sin\omega t, \quad y=r\cos\omega t, \quad z=ut$$

Tenglamalar orqali berilgan bo'lsin. Bu erda r, ω va u - lar o'zgarmas qiymatlardan iborat. SHu nuqta harakatining traektoriyasi, tezligi va tezlanishi aniqlansin.

E ch i sh. Birinchi va ikkinchi tenglamalarni ikkala tomonlarini kvadratga ko'tarib, ularni qo'shib yuborsak,

$$x^2 + y^2 = R^2$$

Hosil bo'ladi. Uchinchi tenglamadan t - ni aniqlab birinchiga qo'ysak $x=r\sin(\omega z/u)$ kelib chiqadi. Demak nuqta oz markaziy o'q atrofidagi r radiusli silindrik sirt ustida (2.4 shakl) vintsimon traektoriya bo'ylab harakat qilar ekan. YA'ni nuqtaning traektoriyasi yasovchilari ou o'qiga parallel bo'lgan sinusoidali yuza bilan, r -radiusli silindrik yuzaning kesishishidan tashkil bo'lgan egri chiziqdan iborat ekan. Bunday egri chiziq mexanikada *vint chizig'i* (yoki *vintsimon chiziq*) deb ataladi.

Harakat qonunidan ko'rinib turibdiki, nuqta shu vint chizig'i bo'ylab qilgan harakatidagi bitta o'ramini t_1 c vaqt ichida bajarar ekan, uning son qiymati $\omega t_1=2\pi$ tenglikdan aniqlanadi. Nuqta silindr atrofidagi bitta o'ramni bajarish davrida, oz o'qi bo'yicha $h=ut_1=2\pi u/\omega$ balandlikka ko'tarilar ekan. Ushbu h - balandlik *vintning qadami* deb ataladi.

Nuqtaning tezlik va tezlanishini aniqlaymiz. Berilgan harakat qonunlaridan vaqt bo'yicha bir martadan hosila olamiz,

$$v_x = x' = r\omega \cos\omega t, \quad v_y = y' = -r\omega \sin\omega t, \quad v_z = z' = u$$

bundan,

$$v = \sqrt{R^2 \omega^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) + u^2} = \sqrt{R^2 \omega^2 + u^2}$$

ildiz ostidagi qiymat o'zgarmas. Demak, nuqta bu traektoriya bo'ylab o'zgarmas qiymatli (moduli o'zgarmas xolos) tezlik bilan, traektoriyaga har doim urinma bo'ylab harakatlanar ekan. Endi tezlanishning o'qlardagi proeksiyalarini aniqlaymiz,

$$a_x = v'_x = x'' = -r\omega^2 \sin\omega t;$$

$$a_y = v'_y = y'' = -r\omega^2 \cos \omega t;$$

$$a_z = v'_z = z'' = 0$$

Bundan,

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = R \omega^2$$

demak, tezlanishning moduli ham o'zgarmas ekan. Tezlanish vektorining yo'nalishini aniqlaymiz

$$\cos \alpha_1 = \frac{a_x}{a} = -\sin \omega t = -x/r;$$

$$\cos \beta_1 = \frac{a_y}{a} = -\cos \omega t = -y/r;$$

$$\cos \gamma_1 = \frac{a_z}{a} = 0$$

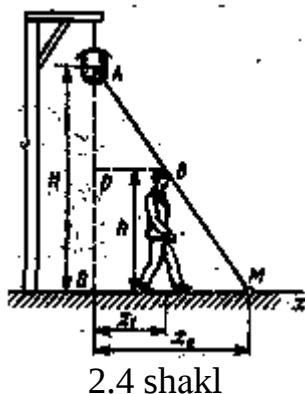
Bu erda α_1 , β_1 , γ_1 - tezlanish vektori bilan koordinata o'qlari orasidagi burchaklar va

$$x/r = \cos \alpha, \quad y/r = \cos \beta$$

Bu erdagi α va β - ox va oy o'qlarni silindrik sirtning radiusi bilan tashkil qilgan burchaklari (2.4 shakl). α_1 va β_1 burchaklarning kosinuslari, α va β burchaklarning kosinuslaridan faqat ishoralari bilan farqlanganligi sababli, nuqtaning tezlanish vektorining yo'nalishi har doim radius bo'ylab, silindrning markaziy o'qi tomonga (botiq tomonga) yo'nalgan bo'ladi.

SHuni ta'kidlash lozimki, nuqta o'zgarmas modulli tezlik bilan harakatlanayotgan bo'lishiga qaramay, uning tezlanishi nolga teng emas. CHunki nuqtaning tezlik moduli o'zgarmagan bilan uning vektor yo'nalishi o'zgarib turadi, shu sababli tezlanish ana shu o'zgarishni belgilaydi xolos.

3 masala. Bo'yi h -ga teng bo'lgan odam, n - balandlikka osilgan fonarning tagidan boshlab o'zgarmas tezlik u bilan to'g'ri chiziqli bo'ylab uzoqlashmoqda (2.4 shakl). Odamning erdagi soyasining uchi qanday tezlik bilan harakatlanishi aniqlansin.



2.4 shakl

E ch i sh. Masalani echish uchun, odamning harakatidagi soyasi uchining harakat qonunini aniqlash zarur bo`ladi. Hisob boshi qilib fonarning tagida joylashgan o nuqtani tanlab olamiz va ox o`qini odamning harakati bo`ylab yo`naltiramiz. Odamni ixtiyoriy holatdagi o`rnida, yaoni o nuqtadan  $x_1$  masofada tasvirlaymiz. u holda soyasining uchi o nuqtadan  $x_2$  masofada bo`ladi. OAM va DAB uchburchaklarning o`xshashligidan foydalanib,

$$x_2 = \frac{H}{H - h} x_1$$

Ekanligini yozamiz. Ushbu tenglama soyaning uchidagi M nuqtaning harakat qonuni bo`lib xizmat qiladi, agar odamning harakat qonuni  $x_1 = f(t)$  ma`lum bo`lsa, soyaning harakatini aniqlash mumkin bo`ladi.

Yuqoridagi tenglikning ikkala tomonidan vaqt bo`yicha bir marta hosila olamiz va  $x_1' = u_x = u$ ,  $x_2' = v_x = v$  ekanligini e`tiborga olib, soyaning tezligi v - ni aniqlaymiz,

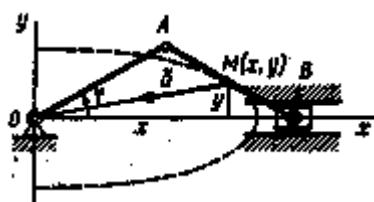
$$v = \frac{H}{H - h} u$$

Agar odamning tezligi o`zgarmas ( $u = \text{const}$ ) bo`lsa, soyaning uchini tezligi ham o`zgarmas bo`ladi, lekin soyaning tezligi odamning tezligidan $h/(h-h)$ marta katta bo`ladi.

Shuni ta`kidlab o`tish lozimki, nuqta yoki mexanizm (yoki odamning)larning harakat tenglamasi tuzganimizda, uning ixtiyoriy (mumkin bo`lgan) holatdagi o`rniga qo`yish lozim bo`ladi (4 masalaga qarang). Faqat shundagina nuqta (jism) ning ixtiyoriy vaqtdagi holatini belgilab beradigan tenglama tuzish mumkin bo`ladi.

4 masala. Krivoship - polzunli mexanizm shatunining o`rtasida joylashgan m nuqtaning traektoriyasi, tezligi va tezlanishi aniqlansin (2.6 shakl). Krivoship oa  $\varphi = \omega t$  qonun bo`yicha harakatlanmoqda. $OA = AV = 2b$.

Ye ch i sh. Masalani m nuqtaning harakatining tenglamasini aniqlashdan boshlaymiz. O nuqtadan boshlab x va y o`qlarini o`tkazamiz va krivoshipning ixtiyoriy holatdagi o`rnida uning o`rtasidagi M nuqtaning koordinatalarini aniqlaymiz,



2.6 shakl

$$X = 2b \cos \varphi + b \cos 2\varphi, \quad y = b \sin 2\varphi$$

φ - ning qiymatini keltirib qo`ysak, M nuqtaning harakat qonunini aniqlaymiz, yaoni

$$X = 3b \cos \omega t, \quad y = b \sin \omega t.$$

M nuqtaning traektoriyasini aniqlash uchun, bu tenglamani quyidagi ko`rinishga keltiramiz,

$$\frac{x}{3b} = \cos \omega t, \quad \frac{y}{b} = \sin \omega t$$

Bu tenglamalarni ikkala taraflarini kvadratga ko'tarib qo'shsak, M nuqtaning traektoriyasining tenglamasi kelib chiqadi:

$$\frac{x^2}{9b^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Demak, M nuqta yarim o'qlari $3b$ va b lardan iborat ellips bo'ylab harakat qilar ekan. Endi M nuqtaning tezligini aniqlaymiz,

$$v_x = \dot{x} = -3b\omega \sin \omega t \quad v_y = \dot{y} = b\omega \cos \omega t$$

$$v = b\omega \sqrt{9 \sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t}$$

Ushbu formuladan ko'rinib turibdiki, M nuqtaning tezligi vaqtga bog'liq ravishda o'zgaruvchan bo'lib, maksimal va minimal qiymatlari quyidagicha bo'lar ekan; $v_{\min} = b\omega$ va $v_{\max} = 3b\omega$ m/c.

endi M nuqtaning tezlanishini o'qlardagi proeksiyalarini aniqlaymiz,

$$a_x = v'_x = x'' = -3b\omega^2 \cos \omega t,$$

$$a_y = v'_y = y'' = -b\omega^2 \sin \omega t;$$

Bular orqali, tezlanishning modulini aniqlaymiz,

$$\text{bu yerda } r\text{- koordinata } a = \sqrt{\omega^4 (x^2 + y^2)} = \omega^2 r$$

boshidagi o nuqtadan to m nuqttagacha o'tkazilgan radius vektoring uzunligi. Demak, tezlanishning moduli M nuqtadan ellipsning markazigacha bo'lgan masofaga proporsional ravishda o'zgarar ekan.

tezlanish vektori $\vec{a}$ -ning yo'nalishini aniqlaymiz,

$$\cos \alpha_1 = \frac{a_x}{a} = -x/r; \quad \cos \beta_1 = \frac{a_y}{a} = -y/r;$$

bu formulalardan ko'rinib turibdiki, m nuqtaning tezlanish vektori 48 masaladagi kabi, Mo chizig'i bo'ylab doimo markazga qarab yo'nalgan bo'lar ekan.

2.4§ Masalalar yechish

YUqorida ta'kidlanganidek, nuqtaning traektoriyasini aniqlash uchun uning harakat qonuni berilgan bo'lishi shart. Agar nuqtaning harakati tabiiy o'qlarda (traektoriya va shu traektoriya bo'ylab harakat qonuni) berilgan bo'lsa, u holda harakatning barcha xarakteristika (tezlik, urinma, normal va to'liq tezlanish)lari ma'ruzalarda aniqlangan formulalar orqali hisoblanadi. Ushbu formulalardan harakat qonuni boshqacha holda berilganda ham foydalanish mumkin.

Agar harakat qonuni koordinata o'qlarida, masalan, (4) tenglamalar orqali berilgan bo'lsa, urinma va normal tezlanishlarni qanday aniqlash mumkinligini ko'rsatib o'tamiz. Buning uchun v va a -larni aniqlaymiz. Aniqlangan

tezlikning moduli v -dan vaqt bo'yicha bir marta hosila olib urinma tezlanishni modulini aniqlaymiz, ya'ni $a_\tau = dv/dt$. Bu ishni boshqacha yo'l bilan ham bajarish mumkin. Buning uchun $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ -tenglamani ikkala tomonidan t -vaqt bo'yicha bir marta hosila olamiz, ya'ni $2vv' = 2v_x v'_x + 2v_y v'_y$. Tenglamaga asosan $\dot{v} = a_\tau$ ekanligidan foydalanib, a_τ -ni aniqlaymiz,

$$a_\tau = \frac{(v_x a_x + v_y a_y)}{v}$$

endi, $\bar{a}$ va $\bar{a}_\tau$ -lar ma'lum bo'lgani uchun $a^2 = a_\tau^2 + a_n^2$ formula orqali a_n ni aniqlaymiz. Agar nuqta trektoriyasining egrilik radiusini aniqlash zarur bo'lsa $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ -formula orqali hisoblaymiz. Bunga o'xshash misol 7 masalada ko'rib o'tiladi.

5 masala. Mayatnikka osilgan yukni kichkina burchakka og'irib qo'yib yuborsak, u o markaz atrofida l - radiusli yoydan iborat bo'lgan (2.7 shakl) traektoriya bo'yicha $s = A \sin kt$ qonun bilan tebranma harakat qiladi (hisob sistemasining boshi o nuqtada, a va k -lar o'zgarmas qiymatlar). Nuqtaning shunday harakatida uning tezlik, urinma va normal tezlanishlari aniqlansin, hamda qaysi holatlarda tezlik, urinma va normal tezlanishlar nol qiymatga ega bo'lishi aniqlansin.

Ye ch i sh. Yuqorida keltirib chiqarilgan formulalardan foydalanib,

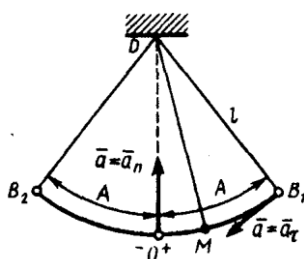
$$v = s' = Ak \cos kt ; \quad a_\tau = v' = -Ak^2 \sin kt , \quad \text{va}$$

$$a_n = v^2 / l = (A^2 k^2 / l) \cos^2 t$$

Aniqlaymiz. Harakat qonunidan ko'rinib turibdiki, yuk traektoriya bo'ylab amplitudasi a -ga teng bo'lgan garmonik tebranma harakat qilmoqda. Ikki ta chekkadagi (v_1 va v_2) nuqtalarda $\sin kt = \pm 1$ bo'ladi, demak $\cos kt = 0$. SHu sababli

v_1 va v_2 nuqtalarda tezlik va normal tezlanishlar nolga teng bo'ladi; bu nuqtalarda urinma tezlanish o'zining maksimal qiymati $a_{\tau \max} = A^2 k^2$ -ga ega bo'ladi;

yuk hisob sistemasining boshi o nuqtaga kelganda, $s=0$ va $\sin kt=0$ ammo $\cos kt=1$ bo'ladi. Bu nuqtada $a_\tau=0$, v va a_n -lar esa maksimal qiymatlarga ega bo'ladilar, ya'ni $v_{\max} = Ak$ va $a_{n \max} = A^2 k / l$ bo'ladi.



2.7 shakl.

bu masaladan ko'rinib turibdiki, egri chiziqli notekis harakatning traektoriyasidagi ba'zi nuqtalarida a_τ va a_n -nolga teng bo'lishlari mumkin ekan. Masalan, $dv/dt=0$, ya'ni tezlik $-v$ maksimum bo'lgan nuqtalarda $a_\tau=0$ bo'ladi, tezlik minimum $v=0$ bo'lgan nuqtalarda (ushbu masaladagi kabi), yoki

$\rho = \infty$ (traektoriyaning egriligi teskariga almashgan nuqtada) bo'lganda $a_n = 0$ bo'ladi.

6 masala. Nuqta harakati koordinata usulida berilganda tabiiy o'qlarga o'tish. M nuqtaning harakati dekart koordinatalarida,

$$x = R \cos(\varepsilon t^2 / 2) \quad \text{va} \quad y = R \sin(\varepsilon t^2 / 2) \quad (a)$$

Qonun bo'yicha harakat qilmoqda. Bu erda r va ε -lar o'zgarmas qiymatlar; r - ning o'lchov birligi uzunlik; ε - ning o'lchov birligi $1/c^2$ bo'ladi.

tabiiy o'qlarga o'tib, shu nuqtaning traektoriyasini va uning shu traektoriya bo'ylab qiladigan harakat qonuni $s=f(t)$ - aniqlansin. Hamda nuqtaning tezlik va tezlanishlari aniqlansin.

Ye ch i sh. Har bir tenglamani alohida kvadratlarga ko'tarib, so'ngra ularni qo'shib yuborsak, nuqtaning $x^2 + y^2 = R^2$ dan iborat bo'lgan tenglamasi kelib chiqadi, ya'ni bu nuqta radiusi r - ga teng bo'lgan va markazi koordinata boshida joylashgan aylana bo'ylab harakat qilar ekan.

(a) tenglamadan ko'rinib turibdiki, agar $t=0$ bo'lsa $x=r$, $y=0$ bo'lar ekan, ya'ni M nuqta ox o'qida yotar ekan. SHu nuqtani tabiiy o'qlarning s - hisob boshi -o' qilib tanlab olamiz, u holda $t=0$ bo'lsa $s=0$ bo'ladi. Agar $t>0$ bo'lsa u orta boradi, x esa kamaya boradi, ya'ni nuqta ou o'qining musbat tomoniga qarab harakatlanar ekan; shu sababli bu yo'nalishni tabiiy o'qlar s - ning musbat yo'nalishi deb qabul qilamiz.

tabiiy o'qlardagi nuqtaning harakat qonuni $s=f(t)$ ni aniqlash uchun, avvalo ds -ni aniqlaymiz. Ma'lumki $ds^2 = dx^2 + dy^2$, va $dx = x'dt$, $dy = y'dt$ bo'ladi. U holda $ds = \sqrt{x'^2 + y'^2} dt$ va $t=0$, $s=0$ bo'lganda

$$s = \int_0^t \sqrt{x'^2 + y'^2} dt \quad (b)$$

(a) tenglamalardan $x' = -R\varepsilon t \sin(\varepsilon t^2 / 2)$, $y' = R\varepsilon t \cos(\varepsilon t^2 / 2)$ va $x'^2 + y'^2 = R^2 \varepsilon^2 t^2$ -larni aniqlaymiz. Ushbu qiymatlarni (b) tenglikka keltirib qo'yamiz va o'zgarmas qiymatlarni integraldan tashqariga chiqarib yuborsak

$$s = R\varepsilon \int_0^t t dt \quad \text{ёки} \quad s = R\varepsilon t^2 / 2 \quad (v)$$

demak, nuqta r -radiusli aylanadan iborat bo'lgan traektoriya bo'ylab, $s = R\varepsilon t^2 / 2$ qonun bilan harakat qilar ekan. Nuqtaning tezligi,

$$v = s' = R\varepsilon t. \quad (g)$$

Bo'ladi va vaqtga proporsional ravishda o'zgarib boradi. SHundan keyin,

$$a_\tau = v' = R\varepsilon \quad \text{va} \quad a_n = v^2 / R = R\varepsilon^2 t^2. \quad (d)$$

Larni aniqlaymiz. $a_\tau = \text{const}$ bo'lgani uchun v va a_τ -larning ishoralari bir xil ($v>0$ va $a_\tau >0$) bo'ladi, u holda nuqtaning harakati tekis tezlanuvchan bo'ladi.

to'liq tezlanishni (22) formula orqali aniqlaymiz,

$$a = R\varepsilon\sqrt{1 + \varepsilon^2 t^2}, \quad \operatorname{tg} \mu = 1 / \varepsilon t^2 \quad (e)$$

demak, $t=0$ bo'lsa $a=a_\tau=r\varepsilon$ ($a_n=0$) va $\mu=\pi/2$ bo'lar ekan. Sekin-asta tezlanish - a orta boradi va $\bar{a}$ -tezlanish vektori bilan radius vektor orasidagi burchak - μ kamaya borib nolga intiladi.

7 masala. Nuqta gorizontal bo'yicha yo'nalgan boshlang'ich tezlik olib,

$$x = v_0 t, \quad y = g t^2 / 2$$

Tenglamalardan iborat bo'lgan qonun bo'yicha harakat qilmoqda. Bu erda v_0 va g -o'zgarmas qiymatlar.

shu nuqtaning traektoriyasi, tezligi va tezlanishi hamda ixtiyoriy holatdagi urinma, normal tezlanish va egrilik radiusi aniqlansin. Ushbu qiymatlar tezlikning funksiyasi sifatida aniqlansin.

Ye ch i sh. Birinchi tenglamadan t -vaqtni aniqlab ikkinchi tenglamaga qo'yamiz va nuqtaning traektoriyasini aniqlaymiz,

$$y = \frac{g}{2 v_0^2} x^2$$

Demak nuqtaning traektoriyasi paraboladan iborat ekan (2.8 shakl).

nuqtaning tezliklarini aniqlash uchun, harakat qonunlarini differensiallaymiz

$$v_x = x' = v_0, \quad v_y = y' = gt \quad (a)$$

Bundan

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \quad (b)$$

Demak, harakatni kuzatishni boshlaganimiz ($t=0$) da nuqtaning tezligi v_0 bo'lgan ekan vaqt ortib borgan sari tezlikning son qiymati muntazam ortib boraverar ekan.

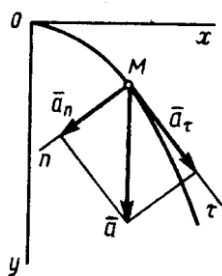
Nuqtaning tezlanishini aniqlaymiz. (b) tenglamalardan vaqt bo'yicha yana bir marta hosila olamiz,

$$a_x = x'' = 0, \quad a_y = y'' = g \quad (v)$$

Demak, to'liq tezlanishning moduli,

$$A=g \quad (g)$$

bu holda nuqta ou o'qiga parallel (og'irlik kuchining tezlanishi) bo'lgan, moduli va yo'nalishi o'zgarmas tezlanish bilan harakat qilar ekan. SHuni ta'kidlash lozimki, to'liq tezlanish ($a=\text{const}$) o'zgarmas bo'lsa ham, nuqtaning harakati tekis tezlanuvchan bo'lmaydi, chunki tekis tezlanuvchan harakatning shartiga ko'ra $a=\text{const}$ emas, balki $a_\tau=\text{const}$ bo'lishi shart.



2.8 shakl.

ushbu masalada esa a_τ - o'zgarmas qiymat emas. a_τ -ning son qiymatini aniqlash uchun (30) formuladan foydalanamiz. (a) va (v) larning qiymatlarini qo'ysak,

$$a_\tau = g^2 t / v$$

Lekin (b) dan foydalanib, $v^2 = v_0^2 + g^2 t^2$ yozamiz, bundan vaqt t-ni aniqlasak,

$$t = (1 / g) \sqrt{v^2 - v_0^2}$$

Hosil bo'ladi. Vaqtning bu qiymatini a_τ -ga qo'ysak,

$$a_\tau = \sqrt{1 - v_0^2 / v^2} \quad (d)$$

bundan ko'rinib turibdiki, harakatni kuzatish boshlangan vaqtda $v=v_0$ da $a_\tau=0$ bo'lgan ekan. Keyinchalik v-tezlik ortib borgan sayin a_τ -ning qiymati ortib boradi va $v \rightarrow \infty$ da $a_\tau \rightarrow g$; demak, urinma tezlanishning moduli vaqt ortib borishi bilan erkin tushish tezlanishi g -ga intilib borar ekan.

normal tezlanishni aniqlash uchun, $a^2 = a_\tau^2 + a_n^2$ formuladan foydalanamiz. Bundan

$$a_n^2 = a^2 - a_\tau^2 = g^2 - g^2 (1 - v_0^2 / v^2) = g^2 v_0^2 / v^2$$

va

$$a_n = v_0 g / v \quad (e)$$

ekanligini aniqlaymiz.

shunday qilib, kuzatish boshlangan vaqt ($v=v_0$) da $a_n=g$ bo'ladi, keyinchalik tezlik ortib borgan sari a_n -asta sekin kamayib boradi va nihoyat nolga intiladi.

traektoriyaning egrilik radiusini aniqlash uchun, normal tezlanish formulasi $a_n = v^2 / \rho$ dan foydalanamiz, undan

$$\rho = v^2 / a_n = v^3 / v_0 g$$

harakatni kuzatish boshlangan vaqtda traektoriya egriligining minimal qiymati $\rho_{\min} = v_0^2 / g$ ga teng bo'ladi, so'ngra tezlik orta borgan sari, egrilik radiusi ham ortib boradi, natijada traektoriyaning egriligi kamaya boradi. $V \rightarrow \infty$ intilgan sari $\rho \rightarrow \infty$ va traektoriya to'g'ri chiziqqa aylana boradi.

8 masala. Val $n=90$ ayl/min burchakli tezlik bilan aylanma harakat qilmoqda. SHu valni aylantirayotgan yuritmani o'chirib qo'yilgandan keyin u sekinlanuvchan harakat qilib, $t_1=40$ s vaqt o'tgandan keyin to'xtaydi. SHu val o'z o'qi atrofida 40 s vaqt ichida necha marta aylanganligi aniqlansin.

E ch i sh. Harakatni kuzatishni boshlagan vaqtimizda, ya'ni $t=0$ c da $\varphi_0=0$ ekanligini eotiborga olib va val tekis sekinlanuvchan harakat qiladi deb hisoblasak, u holda bunday harakatning qonuni,

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon \frac{t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad (a)$$

boshlang'ich burchakli tezlikni rad/c -lar orqali aniqlaymiz, yuritma o'chirilguncha

$$\omega_0 = \pi n / 30$$

val aylanishdan to'xtaguncha $t=t_1$ s vaqt o'tib $\omega_1=0$ bo'lgan. Ushbu qiymatlarni (a) formulaning ikkinchi tenglamasiga qo'ysak,

$$0 = \pi n / 30 + \varepsilon t_1 \quad \text{bundan} \quad \varepsilon = -\pi n / 30 t_1$$

agar t_1 -vaqt ichidagi aylanishlar sonini n - bilan belgilasak (n bilan n -ni aralashtirmaslik lozim; n -aylanishlar soni, n -esa burchakli tezlik). U holda valning burilish burchagi $\varphi_1 = 2\pi n$ bo'ladi. Aniqlangan ε va φ_1 -larning qiymatlarini (a) formulaning birinchi tenglamasiga qo'ysak,

$$2\pi n = (\pi n / 30) t_1 - (\pi n / 60) t_1 = (\pi n / 60) t_1$$

bundan

$$N = n t_1 / 120 = 30 \text{ ayl.}$$

ekanligini aniqlaymiz.

9 masala. Radiusi $r=0,6$ m bo'lgan maxovik $n=90$ ayl/min tezlik bilan tekis aylanma harakat qilmoqda. SHu maxovikning gardishidagi nuqtaning tezlik va tezlanishi aniqlansin.

Ye ch i sh. Maxovikning gardishidagi tezlik $v=r\omega$ formula orqali hisoblanadi. Masalada, burchakli tezlik ayl/min -larda berilgan, shu sababli uni rad/s -larga aylantiramiz. U holda $\omega = \pi n / 30 = 3\pi$ va $v = r \cdot 3\pi \approx 5,7$ m/s.

$\omega = \text{const}$ bo'lgani uchun $\varepsilon = 0$ va $a_\tau = r \cdot \varepsilon = 0$ bo'ladi, shunga ko'ra,

$$A = a_n = r \omega^2 = r \cdot 9 \pi^2 \approx 53,3 \text{ m/c}^2$$

nuqtaning tezlanish vektori M nuqtadan aylanish o'qiga qarab yo'nalgan bo'ladi.

10 masala. Maxovik harakat boshlaganda, uning harakat qonuni

$$\varphi = c_0 + c_1 t + c_2 e^{-kt} \quad (a)$$

Tenglamadan iborat bo'ladi. Agar $t=0$ c -da $\varphi_0=0$, $\omega_0=0$, hamda chegaraviy burchakli tezlik $\omega_{\text{cheg}}=50$ rad/c va burchakli tezlanishning eng katta qiymati $\varepsilon_{\text{max}}=10 \text{ rad/c}^2$ bo'lsa, s_0, s_1, s_2 va k - koeffisientlarning son qiymatlari aniqlansin. Undan tashqari maxovikning radiusi $r=0,4$ m bo'lsa, maxovikning gardishidagi nuqtaning $t_1=1$ c vaqtdagi tezlanishi aniqlansin.

E ch i sh. (a) tenglamadan ma'lumki, agar $t=0$ c -da $\varphi=0$ bo'ladi. Agar $s_0+s_2=0$ bo'lsa, $s_0=-s_2$ bo'ladi.

so'ngra (a) tenglamadan $\omega = \varphi' = c_1 - k c_2 e^{-kt}$ ekanligini aniqlaymiz.

Demak, $t=0$, $\omega=0$, agar $s_1 - k c_2 = 0$ bo'lsa $s_1 = k c_2$ bo'ladi.

ushbu s_1 va s_2 ning qiymatlarida (a) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi,

$$\varphi = c_2 (kt + e^{-kt} - 1) \quad (b)$$

Bundan,

$$\omega = \varphi' = c_2 k (1 - e^{-kt}), \quad \varepsilon = \omega' = c_2 k^2 e^{-kt} \quad (v)$$

Ekanligini aniqlaymiz.

(v) tenglamalarning birinchisidan ko`rinib turibdiki  $t \rightarrow \infty$  intilganda  $\omega$  - orta borib o`zining chegaraviy qiymati $s_2 k$ - ga yaqinlashadi; demak $\omega_{\text{cheg}} = s_2 k$; ikkinchi tenglamasidan ko`rinib turibdiki  $t \rightarrow \infty$  intilganda  $\varepsilon$  - kamaya borib, nolga intiladi;  $\varepsilon$  - o`zining maksimal qiymatiga $t=0$ bo`lganda erishadi; demak $\varepsilon_m = s_2 k^2$.

lekin, masalaning shartiga ko`ra  $\omega_{\text{cheg}} = 50 \text{ 1/c}$  va  $\varepsilon_m = 10 \text{ 1/c}^2$  bo`ladi. U holda $s_2 k = 50$, va $s_2 k^2 = 10$; bundan $k = 0,2$ va $s_2 = 250$; k va c_2 -larning bunday qiymatlarida (b) tenglama orqali maxovikning harakat qonuni aniqlanadi,

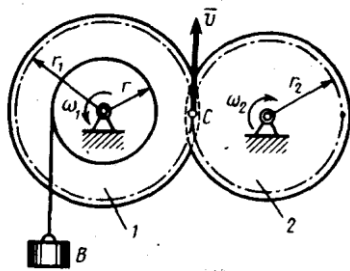
$$\varphi = 250(0,2t + e^{-0,2t} - 1) \quad (g)$$

U holda (v) tenglamaga ko`ra²,

$$\omega = 50(1 - e^{-0,2t}), \quad \varepsilon = 10e^{-0,2t} \quad (d)$$

$T_1 = 1\text{s}$ vaqt uchun $e^{-0,2} \approx 0,82$ bo`ladi va $\omega_1 = 9,0 \text{ 1/c}$; $\varepsilon_1 = 8,2 \text{ 1/c}^2$. SHu qiymatlarga asosan, $t_1 = 1\text{c}$ vaqt uchun $a_\tau = r\varepsilon_1 \approx 3,3 \text{ m/c}^2$; $a_n = r\omega^2 \approx 32,4 \text{ m/c}^2$; va $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \approx 32,6 \text{ m/c}^2$;

11 masala. V yuk (2.9. SHakl) radiusi r -ga teng bo`lgan valni aylanma harakatga keltirmoqda, bu val esa radiusi  $r_1$  - teng bo`lgan tishli g`ildirak 1-ga mahkamlangan bo`lib, ular bitta o`q atrofida aylanma harakat qiladilar. Yukning boshlang`ich tezligi nolga teng bo`lib, o`zgarmas a - tezlanish bilan harakat qilmoqda. 1-tishli g`ildirak bilan tishlashib turgan r_2 - radiusli shesternya 2-ning harakat qonuni aniqlansin.



2.9. Shakl.

Ye ch i sh. V yukning boshlang`ich tezligi nolga teng bo`lgani uchun ixtiyoriy t - vaqtdagi tezligi at ($v_B = at$) -qonun orqali aniqlanadi. 1 -g`ildirakning gardishidagi nuqtalar ham xuddi shunday chiziqli tezlik bilan harakat qiladilar. Ikkinchi tomondan olsak 1 -g`ildirakning gardishidagi nuqtalarning tezliklari $r\omega_1$ -ga teng bo`ladi, bu erda ω_1 - val

bilan

1 -g`ildirakning burchakli tezligi. Demak,

$R\omega_1 = at$, bundan $\omega_1 = at/r$ bo`ladi.

Endi 2 -shesternyaning burchakli tezligini aniqlaymiz. 1-g`ildirak bilan 2-shesternyalar tishlashib turgan s nuqtaning tezliklari o`zaro teng bo`lganliklari sababli $vc = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$, bundan

$$\omega_2 = (r_1/r_2)\omega_1 = (r_1 a/r_2 r)t$$

² Maxovikka ω -ga proporsional ravishda) o`zgaruvchi qarshilik momenti va o`zgarmas qiymatli burovchi moment ta'sir etsa, ω -ning qiymati (d) qonuniyat bo'yicha o`zgaradi.

shunday qilib 2 -shesternyaning burchakli tezligi vaqtga proporsional ravishda o'zgarar ekan. $\omega_2 = d\varphi_2/dt$ (φ_2 - 2 shesternyaning burilish burchagi) ekanligidan foydalanib,

$$D\varphi_2 = (r_1 a / r_2 r) t dt$$

Aniqlaymiz. So'ngra $t=0$ c da $\varphi_2=0$ ekanligini eotiborga olib, oxirgi tenglamaning ikkala tarafini integrallab, 2 -shesternyaning tekis o'zgaruvchan aylanma harakat qonunini keltirib chiqaramiz,

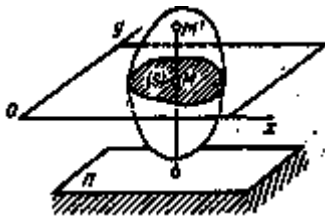
$$\varphi_2 = (r_1 a / 2 r_2 r) t^2.$$

2.5§ Tekislikka parallel harakatning tenglamasi. (Yassi figuraning harakati). Harakatni ilgarilanma va aylanma harakatlarga ajratish

tekislikka parallel (yoki yassi) harakat deb, qattiq jismning shunday harakatiga aytiladiki, shu jismda olingan barcha nuqtalar harakat davomida birorta qo'zg'almas p -tekislikka parallel holda ko'chadilar (2.10. shakl).

[tekislikka parallel (yoki yassi) harakat deb, qattiq jismning shunday harakatiga aytiladiki, shu jismda ixtiyoriy olingan nuqtaning traektoriyasi birorta qo'zg'almas p -tekislikka parallel bo'lgan tekislikda joylashadi - tarj].

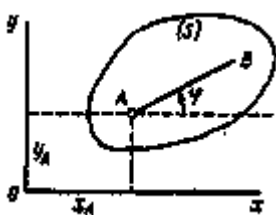
Texnikada bunday yassi harakatlar juda keng tarqalgan bo'lib, aksariyat mashina va mexanizmlarning zvenolari shunday harakat qiladilar. Masalan, to'g'ri chiziqli yo'lda harakatlanayotgan g'ildirak, krivoship-polzunli mexanizmning shatuni va b.q. Bunday harakatning xususiy holi sifatida qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi harakati (yoki qattiq jismning ilgarilanma harakati -tarj) misol bo'la olishi mumkin.



2.10. SHakl

Qattiq jismda qo'zg'almas P -tekislikka parallel bo'lgan birorta s - yuzadan iborat kesma olaylik (2.10. shakl). SHu jismning tekislikka parallel harakatida jismning shu s-yuzaga perpendikulyar bo'lgan MM' to'g'ri chiziqdagi barcha nuqtalari aynan bir xil harakat qiladilar.

Demak, qattiq jismning qo'zg'almas oxy o'qlariga nisbatan harakatini o'rganish uchun, shu s-yuzali kesimning harakatini o'rganish kifoya qilar ekan. SHu sababli, quyida qattiq jismning harakatini o'rganish o'rniga, shu s-yuzadan iborat figuraning oxy o'qlaridagi harakatini o'rganish bilan kifoyalanamiz. Qattiq jism uchun quyidagi olinadigan natijalarning hammasi s-yuzada yotuvchi barcha nuqtalar uchun ham o'rinli hisoblanadi.



2.11. SHakl

s-yuzali figuraning oxy - o'qlardagi holati, shu yuzada ixtiyoriy olingan AV -kesmaning holati orqali batafsil aniqlanishi mumkin (2.11. SHakl). O'z navbatida AV kesmaning holatini aniqlash uchun, A nuqtaning x_A , y_A koordinatalari va AV kesmaning x o'qi bilan hosil qilgan φ -burchakning qiymatlari aniq bo'lishi shart. S-figuraning holatini aniqlash uchun tanlab olingan A nuqtani,

kinematikada *qutb (polyus)* deb ataladi va bundan keyingi satrlarda faqat shunday deb nomlaymiz.

s-figura harakat qilganda x_A , y_A koordinatalar va φ burchagining qiymatlari o'zgarib turadi. Qattiq jismning harakat qonunini aniqlash yoki s-figuraning *oxy* -o'qlardagi holatini istalgan vaqtda aniqlash uchun, quyidagi ifodalar aniq bo'lishi shart,

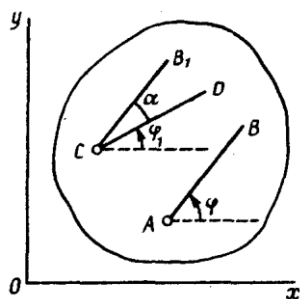
$$x_A = f_1(t), \quad y_A = f_2(t), \quad \varphi = f_3(t)$$

jismning harakatini belgilovchi formulalar, *yassi figuraning harakat tenglamalari* deb ataladi. Hamda ular, *qattiq jismning tekislikka parallel harakatining tenglamalari* deb ataladi.

Yuqoridagi tenglamalardan birinchi ikkitasi jismning $\varphi = \text{const}$ bo'lgandagi harakat qonunidan iborat; ular jismning ilgari lanma harakatini ifodalovchi tenglamalardan iborat bo'lib, jismning barcha nuqtalari qutb bilan bir xil harakatda bo'ladi. Uchinchi tenglama, agar $x_A = \text{const}$, $y_A = \text{const}$ bo'lgandagi harakatdan iborat bo'lib, ya'ni qutb qo'zg'almas bo'lgandagi harakatdir; bu esa jismni A - qutb atrofidagi aylanma harakatidan iborat bo'ladi.

bulardan quyidagi xulosani chiqaramiz: *yassi figuraning o'z tekisligidagi harakati, ikkita harakatlarning yig'indisidan iborat bo'lib, ulardan biri barcha nuqtalarning qutb bilan birgalikdagi ilgari lanma harakati, ikkinchisi esa barcha nuqtalarning a-qutb atrofidagi aylanma harakatidan iborat bo'lar ekan*³.

qattiq jismning bunday harakatining *asosiy kinematik xarakteristikalari* qutbning tezlik va tezlanishlari ($\bar{v}_{u,c} = \bar{v}_A$, $\bar{a}_{u,\Gamma} = \bar{a}_A$), ya'ni ilgari lanma



2.12. Shakl.

harakatning tezlik va tezlanishlari, hamda qutb atrofidagi aylanma harakatning burchak tezligi - ω va burchak tezlanishi - ε , lardan

iborat bo'ladi. Agar (50) tenglamalar sistemasi ma'lum bo'lsa, ushbu qiymatlarni istalgan vaqt uchun aniqlash mumkin bo'ladi.

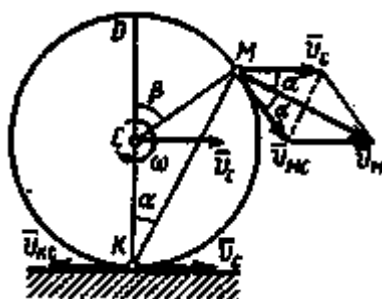
Harakatni o'rganish mobaynida, ixtiyoriy nuqtani qutb deb tanlab olish mumkin. Masalan, biz shu jismdagi *ox* o'qi bilan φ_1 burchak tashkil qiluvchi CD kesmani olib, uning S nuqtasini qutb deb tanlab olib, shu jismning harakati qanday bo'lishligini ko'rib chiqaylik (2.12. shakl). U holda ilgari lanma harakatdagi xarakteristikalar boshqacha bo'ladi, ya'ni $\bar{v}_C \neq \bar{v}_A$ va $\bar{a}_C \neq \bar{a}_A$ bo'ladi (aks holda jism ilgari lanma harakat qilayotgan bo'lar edi). Aylanma harakatning xarakteristikalari, ya'ni ω va ε -lar esa o'zgarmasdan qoladi.

haqiqatdan ham, S nuqtadan AV kesmaga parallel bo'lgan CD kesma olaylik, u holda istalgan vaqt uchun $\varphi_1 = \varphi - \alpha$ bo'ladi, bu erda $\alpha = \text{const}$. SHu sababli $\varphi'_1 = \varphi'$, $\varphi''_1 = \varphi''$ bo'ladi, yoki $\omega_1 = \omega$, $\varepsilon_1 = \varepsilon$ bo'ladi.

³ Tegishli ravishda, qattiq jismning tekislikka parallel harakatini A qutb bilan birgalikdagi ilgari lanma va P tekislikka perpendikulyar bo'lib, A qutdan o'tuvchi o'q atrofidagi (2.3 shaklga q.) aylanma harakatdan iborat deb hisoblash mumkin.

demak, harakatning aylanma harakatdagi qismi qutbga bog'liq emas ekan.

12 masala. To'g'ri chiziqli rels ustida sirpanmasdan aylanma harakat qilayotgan g'ildirakning gardishidagi m nuqtaning tezligi aniqlansin (2.13. SHakl). G'ildirak o'qi



2.13. Shakl

S-nuqtaning tezligi $-v_C$ va burchak $\angle DKM = \alpha$

Ye ch i sh. S -nuqtaning tezligi ma'lum bo'lgani uchun, bu nuqtani qutb deb tanlab olamiz va M nuqtaning tezligini aniqlash uchun tegishli vektor tenglama tuzamiz, ya'ni $\vec{v}_M = \vec{v}_C + \vec{v}_{MC}$ va $\vec{v}_{MC} \perp \overline{CM}$, son qiymati bo'yicha $v_{mc} = \omega \cdot mc = \omega r$ (r-g'ildirakning radiusi). G'ildirakning burchakli tezligi ω ni aniqlash

uchun, g'ildirakning k nuqtasi sirpanmas ekanligidan, ya'ni $v_K = 0$ ekanligidan foydalanamiz,

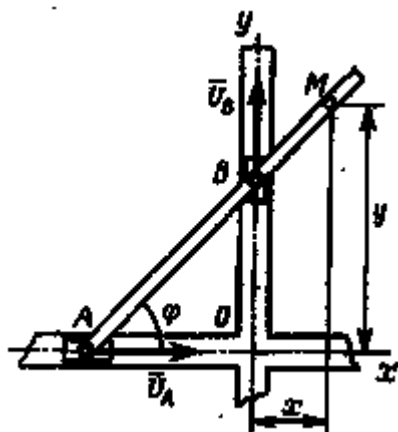
ikkinchi tomondan M nuqta uchun tuzilgan vektor tenglamaga o'xshash $\vec{v}_K = \vec{v}_C + \vec{v}_{KC}$ yozamiz, bu erda $v_{kc} = \omega \cdot kc = \omega \cdot r$. K nuqta uchun tuzilgan vektor tenglamadagi $\vec{v}_C$ va $\vec{v}_{KC}$ vektorlar bir to'g'ri chiziqli yotadilar, hamda $v_K = 0$ bo'lgani uchun $v_{kc} = v_C$ bo'ladi. Bundan $\omega = v_C / r$, natijada $v_{mc} = \omega \cdot r = v_C$ ekanligini aniqlaymiz.

$\vec{v}_{MC}$ va $\vec{v}_C$ vektorlarga qurilgan parallelogramm rombdan iborat bo'ladi. $\vec{v}_{MC}$ va $\vec{v}_C$ -vektorlar orasidagi burchak β -ga teng, hamda ushbu burchaklarni tashkil etuvchi tomonlar va burchak β -o'zaro perpendikulyar. O'z navbatida $\beta = 2\alpha$, markaziy burchak bo'lib, o'sha ichki α burchakdan iborat yoyga tiralgan bo'ladi. U holda rombning xossasiga ko'ra $-\vec{v}_C$ va $\vec{v}_M$ vektorlar orasidagi burchak, $\vec{v}_{MC}$ va $\vec{v}_M$ vektorlar orasidagi burchaklar α -ga teng bo'ladi. Rombning diagonali o'zaro perpendikulyar bo'lganligi sababli,

$$V_m = 2v_C \cos \alpha \quad \text{va} \quad \vec{v}_M \perp \overline{KM}$$

ko'rinib turibdiki, bu usul juda katta hajmdagi hisoblash ishlariga olib kelar ekan. Keyingi mavzularda bu masalani ancha oson yo'l bilan echish usullari ko'rsatib o'tamiz.

13 masala. Berilgan φ burchak ostida joylashgan ellipsograf lineykasining a va v nuqtalari tezliklari (2.14. SHakl) orasidagi munosabat aniqlansin.



2.14. Shakl

proektsiyalasak,

$$V_a \cdot \cos \varphi = v_b \cdot \sin(90^\circ - \varphi)$$

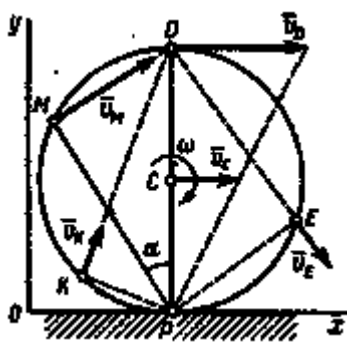
bo'ladi, bundan $v_a = v_b \cdot \tan \varphi$.

2.6§ Masalalar yechish.

Aniqlanishi zarur boʻlgan kinematik xarakteristikalarini (jismning burchakli tezligi yoki uning nuqtalarining tezliklarini) aniqlash uchun, birorta nuqtaning tezligini son qiymati va yoʻnalishi aniq boʻlishligi va boshqa nuqtaning tezligini yoʻnalishi maʼlum boʻlishi shart. Masalani echishni avvalo shularni aniqlashdan boshlash lozim boʻladi.

harakati oʻrganilayotgan mexanizmni tekshirishda, uning qaysi holatidagi kinematik xarakteristikalarini aniqlash lozim boʻlsa, uni xuddi shu holatda tasvirlash lozimdir. Hisoblash davomida oniy tezliklar markazi faqat shu holat uchungina oʻrinli ekanligini unutmaslik lozim. *Agar mexanizm bir necha jismlardan tashkil topgan boʻlsa, ilgari tanima harakatda boʻlmagan har bir jismning albatta oʻz oniy tezliklar markazi va oʻz burchakli tezligi boʻladi.*

14 masala. Dumalab harakat qilayotgan (13 masala) gʻildirak gardishidagi M nuqtaning tezligi, oniy tezliklar markazi orqali aniqlansin.



2.15. Shakl

Ye ch i sh. Gʻildirakning tekislikka tutashgan (2.15. SHakl) r nuqtasi uning oniy tezliklar markazi boʻladi, chunki $\bar{v}_p = 0$. SHunga asosan $\bar{v}_M \perp RM$ boʻladi. RMD toʻgʻri burchak diametriga tiralganligi sababli, gʻildirakning gardishida joylashgan barcha nuqtalarning tezlik vektorlari $\bar{v}_M$ -ning taʼsir chiziqlari shu D nuqtani albatta kesib oʻtadi. Quyidagi proporsiyaga asosan: $v_m/rm = v_c/rc$ va $rc=r$, $RM=2rc\cos\alpha$ ekanligini eʼtiborga olib $v_m=2v_c\cos\alpha$ -ni aniqlaymiz.

M nuqta r markazdan qancha uzoqda joylashsa, uning tezligi shuncha katta boʻladi va aksincha; eng katta tezlik gʻildirakning eng yuqoridagi D nuqtasida boʻladi, yaʼni $v_d=2v_c$. Formula orqali gʻildirakning burchakli tezligini aniqlaymiz,

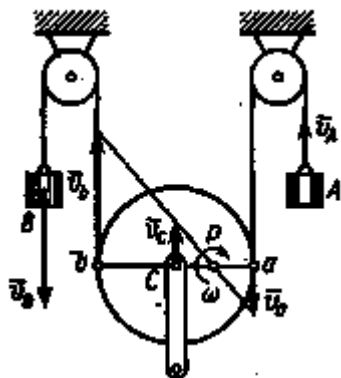
$$\omega = v_c/rc = v_c/r$$

Gʻildirak yoki shesternya ixtiyoriy silindrik sirt ustida dumalab harakatlanganda ham ularning tezliklari xuddi shunday aniqlanadi.

15 masala. Agar A -yuk, v_a -tezlik bilan yuqoriga koʻtarilayotgan va V-yuk v_b - tezlik bilan pastga qarab tushayotgan boʻlsa, radiusi r -boʻlgan qoʻzgʻaluvchi blokning markazi S nuqtaning tezligini va uning burchakli tezligi ω -ni aniqlang (2.16. shakl). Blokning harakati davomida unga oʻralgan ip sirpanmaydi va har doim vertikal holda turadi deb hisoblansin.

Ye ch i sh. Ip qoʻzgʻaluvchi blokning sirtida sirpanmaganligi sababli, blokning a va b nuqtalarining tezliklari ularga mahkamlangan yuklarning tezliklariga tengdir. YAoni $v_a=v_a$ va $v_b=v_b$. Ipning a va b nuqtalarining

tezliklarini bilgan holimizda, $v_b > v_a$ deb qabul qilsak, 153, b shakldagi kabi usul bilan qo'zg'aluvchi blokning oniy tezliklar markazining o'ni r-ni aniqlaymiz. Blokning markazi s nuqtaning tezligini $\vec{v}_c$ -vektor orqali ifodalaymiz. Bu tezlikning modulini va blokning burchakli tezligini quyidagi tengliklar orqali aniqlaymiz, ya'ni



2.16. Shakl

$$\omega = \frac{|\vec{v}_b + (-\vec{v}_a)|}{ab}; \quad \omega = \frac{|\vec{v}_b - \vec{v}_c|}{bC}$$

Bundan, $AB=2r$ va $BC=r$ ekanligini hisobga olib:

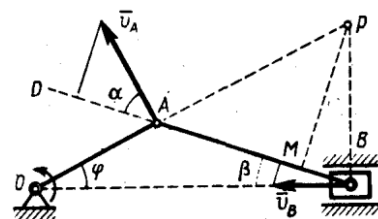
$$\omega = (v_b + v_a)/2r, \quad v_c = (v_b - v_a)/2$$

agar $v_b > v_a$ bo'lsa S blokning markazi yuqoriga ko'tariladi; $v_b < v_a$ bo'lsa u pastga tusha boshlaydi. $V_b = V_a$ blokning markazi harakatlanmaydi, ya'ni $v_c = 0$ bo'ladi.

agar ikkala A va V yuklar pastga qarab tusha boshlasalar, ω va v_c -larning qiymatlarini aniqlash uchun yuqoridagi formulalarda v_a -ni o'rniga $-v_a$ qo'yish lozim bo'ladi.

16 masala. Krivoship -polzunli mexanizmning uzunligi r -ga teng bo'lgan oA krivoshipi (2.17. shakl) ω_{oa} - burchakli tezlik bilan aylanma harakat qilmoqda.

AV shatunning uzunligi $AV=l$. Berilgan φ -burchakka burilgan holatdagi: 1) V polzunning tezligi; 2) AV polzunda joylashgan va eng kichkina tezlikka ega bo'lgan M nuqtaning o'ni;



2.17. Shakl.

3) polzunning burchakli tezligi ω_{av} ;

aniqlansin. Qo'shimcha ravishda mexanizmning $\varphi=0^\circ$ va $\varphi=90^\circ$ xolatlari ham tekshirilsin.

Ye ch i sh. Masalaning shartiga ko'ra, A nuqtaning tezligi $v_a = r \cdot \omega_{oa}$ -ga teng bo'lib, oA krivoshipga perpendikulyar ravishda yo'nalgan.

V nuqtaning tezligi esa V_o chiziq bo'ylab yo'naladi. Mana shu qiymatlar AV polzunning barcha kinematik xarakteristikalarini aniqlash uchun etarli bo'ladi.

1. Tezliklarning proeksiyalari haqidagi teorema asosan $v_a \cdot \cos \alpha = v_b \cdot \cos \beta$. Lekin burchak $\angle oAD$, $\angle oAV$ uchburchak uchun tashqi burchak bo'lgani sababli $\varphi + \beta$ -ga teng bo'ladi. SHuning uchun $\alpha = 90^\circ - (\varphi + \beta)$, bundan,

$$v_B = \omega_{OA} \cdot r \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta} = \omega_{OA} \cdot r (\sin \varphi + \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \beta)$$

Ushbu tenglamadan β -burchakni yo'qotib yuboramiz. Uchburchak oAV dan $\sin \beta / r = \sin \varphi / l$; hamda

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}$$

natijada,

$$v_B = \omega_{OA} \cdot r \left(1 + \frac{r \cdot \cos \varphi}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \varphi}} \right) \sin \varphi$$

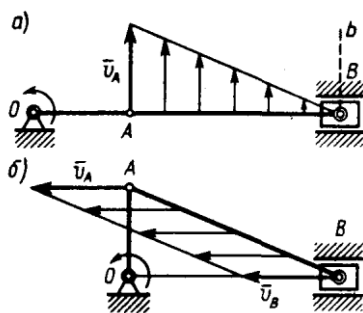
2. A va V nuqtalarning tezlik vektorlariga perpendikulyar chiziqlar o'tkazamiz va ularning kesishgan nuqtasini r bilan belgilaymiz. Bu nuqta AV polzunining oniy tezliklar markazi hisoblanadi (Ar chiziqli oA-ning davomida yotadi). Eng kichkina tezlikka ega bo'lgan m nuqta oniy markaz r - nuqtaga eng yaqin joylashgan bo'ladi, $rM \perp AV$ bo'ladi. Ushbu nuqtaning tezligi,

$$V_m = v_a \cdot \cos \alpha = \omega_{oa} \cdot r \cdot \sin(\varphi + \beta)$$

3. Polzunning burchakli tezligini aniqlaymiz,

$$\omega_{av} = v_a / ra \quad \text{yoki} \quad \omega_{av} = v_b / rb$$

RV (yoki RA) ning uzunligi shakldan hisoblab chiqariladi.



2.18. A) va b) shakl.

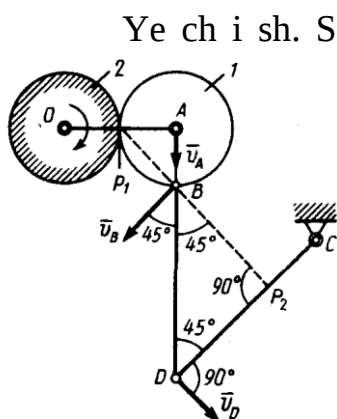
4. Burchak $\varphi = 0^\circ$ da (2.18. A shakl) A nuqtadan $\bar{v}_A$ -ga o'tkazilgan perpendikulyar va V nuqtadan $\bar{v}_B$ -ga o'tkazilgan perpendikulyarlar v nuqtada uchrashadilar. Demak, v nuqta oniy tezliklar markazi hisoblanadi va $v_b = 0$ bo'ladi (bu holatni mexanika tilida mexanizmning «o'lik» nuqtasi deb ataladi). Ushbu holat uchun,

$$\omega_{av} = v_a / ab = r \cdot \omega_{oa} / l$$

AV polzunining nuqtalarining tezliklari maydoni shaklda tasvirlangan.

5. Burchak $\varphi = 90^\circ$ da (2.18, b shakl) A nuqtadan $\bar{v}_A$ -ga o'tkazilgan perpendikulyar va V nuqtadan $\bar{v}_B$ -ga o'tkazilgan perpendikulyarlar cheksizlikda uchrashadilar. Demak, polzunning bunday holatida uning barcha nuqtalarining tezliklari ham son qiymati, ham yo'nalishi bo'yicha $\bar{v}_A$ -ga teng bo'ladi. $\omega_{av} = 0$ bo'ladi.

17 masala o'q atrofida ω_{oa} - burchakli tezlik bilan aylanma harakat qilayotgan oA krivoshipning qo'zg'aluvchi A nuqtasiga shesternya -1 ning o'qi mahkamlangan (64 shakl). Bu shesternya qo'zg'almas tishli g'ildirak -2 bilan tishlashib harakat qilmoqda. Tishli g'ildirak va shesternyaning radiuslari r-ga teng. Shesternya -1 ga uzunligi l bo'lgan BD shatun sharnir orqali biriktirilgan, shatunning d uchi os koromisloga sharnir orqali ulangan, S nuqta qo'zg'almas. Polzun oA krivoshipga perpendikulyar bo'lgan holat uchun, uning burchakli tezligi ω_{bd} - aniqlansin. SHunday holatda $\angle bdc = 45^\circ$.



2.19. Shakl.

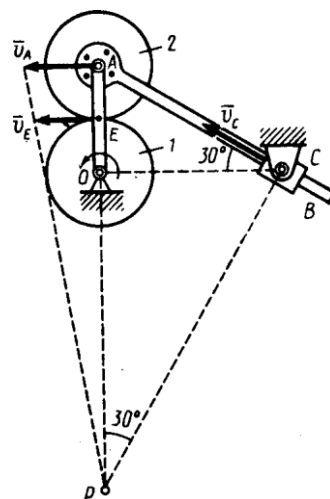
Ye ch i sh. SHatunning burchakli tezligi ω_{bd} -ni aniqlash uchun, uning birorta nuqtasining tezligi va oniy tezliklar markazi ma'lum bo'lishi kerak. Buning uchun bir vaqtning o'zida ham shatunga, ham shesternya-1 ga tegishli bo'lgan V nuqtaning tezligini aniqlaymiz. SHesternya-1 ning A nuqtasining tezligi $v_a = \omega_{oa} \cdot 2r$ ($\vec{v}_a \perp OA$) va uning oniy tezliklar markazi r_1 nuqtada joylashgan bo'ladi. Demak, $\vec{v}_B \perp r_1V$ va tezliklarning proeksiyalari haqidagi teorema asosan $v_b \cdot \cos 45^\circ = v_a$, bundan $v_b = v_a \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot r\omega_{oa}$.

endi BD shatunning V nuqtasining tezligi $\vec{v}_B$ va

D nuqtasining tezligi $\vec{v}_D$ -ning yo'nalishi bizga ma'lum bo'ldi ($\vec{v}_D \perp DC$). $\vec{v}_B$ va $\vec{v}_D$ tezlik vektorlariga perpendikulyar chiziqlar o'tkazib ularning kesishgan nuqtasi r_2 shatunning oniy tezliklar markazi bo'ladi. SHakldan ko'rinib turgandek $br_2 = l \cdot \sqrt{2} / 2$. U holda $\omega_{bd} = v_b / br_2 = 4(r/l)\omega_{oa}$.

shuni aytib o'tish lozimki $\vec{v}_A$ va $\vec{v}_D$ -tezliklarga perpendikulyar chiziqlar o'tkazib, oniy tezliklar markazini aniqlab bo'lmaydi (18 masalaga q.), chunki A va D nuqtalar bitta qattiq jismga tegishli emas.

18 masala. Qo'zg'almas o nuqtaga (2.20. shakl) bir-biriga bog'liq bo'lmagan ikkita jismlar sharnirlar orqali biriktirilgan bo'lib, ulardan biri shesternya-1 dan, ikkinchisi esa ω_{oa} burchakli tezlik bilan harakatlanayotgan oA krivoshipdan iborat. Hamda krivoshipning A nuqtasiga AV shatun bilan mustahkam qilib mahkamlangan tishli g'ildirak -2 ning o'qi o'rnatilgan. AV shatun tebranuvchi S muftaning ichidan o'tadi. SHesternya va tishli g'ildirakning radiuslari o'zaro teng ($r_1 = r_2 = r$). $OA \perp OS$ bo'lgan holat uchun shesternya-1 ning burchakli tezligi ω_1 aniqlansin, ushbu holatda $\angle aso = 30^\circ$ bo'ladi.



2.20. SHakl

Ye ch i sh. SHesternya -1 ning burchakli tezligi ω -ni aniqlash uchun, uning E nuqtasining tezligini aniqlash kerak bo'ladi. Bu E nuqta bir vaqtini o'zida tishli g'ildirak-2 ga ham tegishli bo'lganligidan foydalanib topamiz. Tishli g'ildirak-2 ning A nuqtasini tezligini moduli va yo'nalishi bizga ma'lum:

$$\vec{v}_A \perp OA, \quad v_a = \omega_{oa} \cdot 2r.$$

undan tashqari E nuqta tezligining yo'nalishi ham bizga ma'lum, lekin bular etarli emas, chunki $\vec{v}_E \parallel \vec{v}_A$. Tezliklarning proeksiyalari haqidagi teorema orqali ham v_e -ni aniqlab bo'lmaydi, chunki $\vec{v}_E$ va $\vec{v}_A$ -lar AE o'qiga perpendikulyar yo'nalishgan.

Shu sababli tishli g'ildirak-2 va AV shatun bitta jismdan iborat ekanligidan foydalanamiz (ya'ni ular bitta qattiq jism shaklida tayyorlangan). Bu AV shatunning S nuqtasini tezligi muftaning o'qi bo'ylab yo'nalgan (2.20. shaklga qarang); vektor $\vec{v}_C$ SA chiziq bo'ylab yo'nalgan, chunki S nuqtada shatun muftaning ichida faqat sirpanib harakat qilishi mumkin xolos. SHu

sababli $\vec{v}_A$ va $\vec{v}_C$ tezliklarga perpendikulyar chiziqlar o'tkazib va E jismning oniy tezliklar markazi bo'lgan r - nuqtani aniqlaymiz.

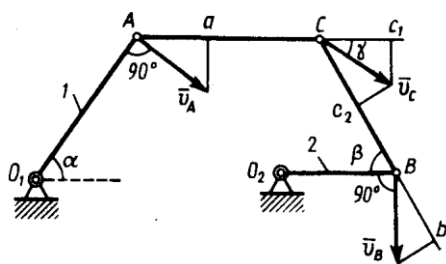
masalaning shartiga asosan $\angle ASO=30^\circ$, bunga ko'ra $\angle SRA=30^\circ$ bo'ladi. Bulardan,

$$AS=2 \cdot ao=4r, \quad RA=2 \cdot as=8r, \quad RE=7 \cdot r$$

$$V_e/RE=v_a/RA \text{ proporsiya orqali } v_e=(7/8)v_a=(7/4)r \cdot \omega_{oa}.$$

$$\text{Bundan } \omega_1=v_e/oe=(7/4)\omega_{oa}.$$

19 masala. 2.21. Shakldagi mexanizmda o_1 va o_2 o'qlar⁴ atrofida bir-birlariga bog'lanmagan holda harakatlanuvchi uzunliklari l_1 va l_2 -ga teng



2.21. SHakl

bo'lgan 1 va 2 krivoshiplar tasvirlangan. Berilgan ($o_2v \parallel as$) α va β burchaklar uchun: 1) s sharnirning $\vec{v}_C$ -tezligi as chizig'i bilan γ burchak tashkil etishligi uchun, 1 va 2 krivoshiplarning ω_1 va ω_2 burchakli tezliklarining qiymatlari aniqlansin. 2) agar krivoshiplarning burchakli tezliklari ω_1 va ω_2 berilgan

bo'lsa, $\vec{v}_C$ -ning qiymati aniqlansin.

Y e ch i sh. S nuqta bir vaqtning o'zida ham AS zvenoga, ham VS zvenoga ta'luqli bo'lgani uchun, tezliklarning proeksiyalari haqidagi teoremdan,

$$V_a \sin \alpha = v_c \cos \gamma, \quad v_b \sin \beta = v_s \cos(\beta - \gamma) \text{ bo'ladi.} \quad (a)$$

1. (a) tenglikdan, $v_a = \omega_1 l_1$, $v_b = \omega_2 l_2$ larga asosanib, v_c va γ larning berilgan qiymatlarida,

$$\omega_1 = v_c \cos \gamma / l_1 \sin \alpha, \quad \omega_2 = v_c \cos(\beta - \gamma) / l_2 \sin \beta,$$

Ushbu natijadan ko'rinib turibdiki, berilgan mexanizmning ixtiyoriy S nuqtasi uchun, mexanizmning tekisligida istalgan yo'nalishga va qiymatga ega bo'lgan tezlik berilishini tahminlashimiz mumkin bo'lar ekan. Mexanizmlarning bunday xususiyatlaridan manipulyatorlarni boshqarishda foydalaniladi.

2. Agar ω_1 va ω_2 burchakli tezliklar berilgan bo'lsa, $\vec{v}_A$ va $\vec{v}_B$ tezliklarni topish mumkin. U holda (a) tenglamadan izlanayotgan $\vec{v}_C$ va γ -larning qiymatlarini hisoblab chiqarish mumkin, lekin bu jarayon katta hisoblash ishlarini talab qiladi.

Ammo grafik usulni qo'llanilsa, bu masala sodda va ko'rinarli holda echiladi. Buning uchun as kesmaning davomiga $ss_1=aa$, sv kesmaning davomiga $ss_2=bb$ chiziqlarni o'tkazamiz va s_1 -nuqtadan ss_1 -ga, s_2 -nuqtadan ss_2 -ga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Ushbu perpendikulyarlarning kesishgan nuqtasi

⁴ Mexanizm ikkita erkinlik darajasiga ega: uning holati bir-biriga bog'lanmagan ikkita α va β burchaklar (masalan, β -ni o'zgartirmasdan α -ni o'zgartirish mumkin yoki aksincha) orqali aniqlanadi. SHu mavzugacha ko'rib o'tilgan mexanizmlar, faqat bitta erkinlik darajasiga ega bo'lib, ularning holatlari faqat bitta burchak orqali aniqlanar edi. Masalan, 63 shaklda tasvirlangan mexanizmning holati faqat bitta φ - burchak orqali aniqlanadi. Erkinlik darajasi haqidagi batafsilroq ma'lumot 138§ da ko'rib o'tiladi.

izlanayotgan $\bar{v}_c$ -tezlikni belgilab beradi, chunki ss_1 -kesmasi $\bar{v}_c$ vektorning as o`qdagi proeksiyasidan va  $ss_2$ -esa,  $\bar{v}_c$  vektorning sv o`qdagi proeksiyasidan iborat.

A d a b i y o t l a r.

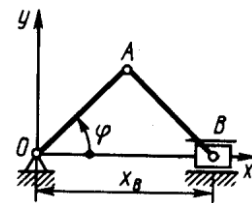
1. P.Shoxaydarova, Sh.Shozietov, J.Zoirov, Nazariy mexanika. Toshkent – 1982y.
1. T.R.Rashidov, Sh.Syozietov, K.B.Muminov, Nazariy mexanika asoslari. Toshkent – 1990y.
2. Nazariy mexanikadan hisob-grafik ishlarini bajariy bo`yicha uslubiy qo`llanma. 1 – 2 qismlar. Farg`ona, 1994y.
3. Nazariy mexanikadan hisob-grafik ishlarini bajarish bo`yicha uslubiy qo`llanma. 3 – 4 qismlar. Farg`ona 1998y.
4. I.V. Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar to`plami. Toshkent, 1989y.

Qo`shimcha adabiyotlar.

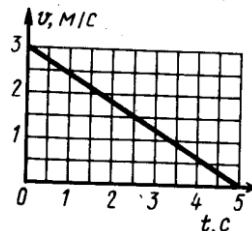
1. S.M.Targ. Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki. Moskva, visshaya shkola, 2001 g.
2. V.V. Dobronravov, N.N.Nikitin, Kurs teoreticheskoy mexaniki, Moskva, Vbsshaya shkola, 1983 g.
3. N.V.Butenin, i dr. Kurs teoreticheskoy mexaniki, t.1,2. Moskva, visshaya shkola, 1987 g.
4. M.I.Batx i dr. Teoreticheskaya mexanika v primerax i zadachax, Moskva, Visshaya shkola, 1989 g.

Ilovalar

1. Krivoshipning harakati $\varphi=0,2t$ rad burchak funksiya orqali berilgan bo'lsa, $t=3s$ paytda polzunning x_b koordinatasini toping. Bunda $OA=AV=0,5m$.

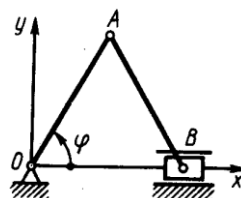


2. Nuqtaning tezlik grafigi $v=f(t)$ berilgan bo'lsa, $t=5c$ dagi bosib o'tgan yo'lini hisoblang.



3. Nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab $a=0,2m/s^2$ tezlanish bilan harakatni boshladi. Nuqtaning $t_1=4s$ dan $t_2=10s$ gacha bo'lgan vaqtdagi bosib o'tgan yo'lini toping.

4. Krivoship - polzunli mexanizmda $oa=av=20$ sm bo'lib, krivoship oa $\varphi=3t$ qonun bo'yicha aylansa, $\varphi=60^\circ$ holati uchun polzun V ning tezlanishini toping.

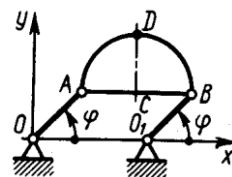


5. Nuqtaning harakat qonuni koordinatalar usulida: $x=2t$, $u=3t$, $z=5t$ berilgan bo'lib, boshlang'ich paytda, $t=0$ da, $s_0=14m$ bo'lsa, $t=10c$ da nuqtaning s yoyi koordinatasini aniqlang?

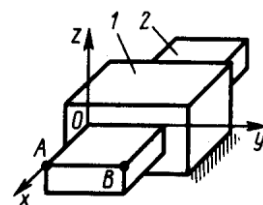
6. Nuqtaning to'la tezlanishi $a=1,5m/s^2$ bo'lib, tezlik va tezlanish vektorlari orasidagi burchak 65° bo'lsa, nuqtaning normal tezlanishini toping?

7. Nuqta tekislikda harakat qiladi. Uning qutbiy radiusi tenglamasi $r=\sin\pi t$ bo'lsa, $r=1m$ bo'lgan paytdagi qutbiy burchagini toping. Bu paytda $d\varphi/dt=0,4$ rad/s deb olinsin. Boshlang'ich paytda, $t_0=0$ da, $\varphi_0=0$.

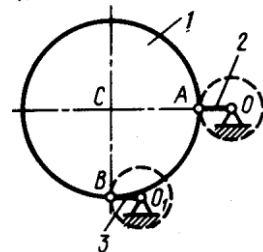
8. Uzunliklari $oa=o_1v=0,16m$ bo'lgan ikki krivoshiplarning harakat qonuni $\varphi=\pi t$ bo'lib, yarim aylana shaklidagi AVD jismni ilgarilanma harakatga keltiradi. Agar $AV=0,25m$ bo'lsa, $t=2s$ da jismning D nuqtasi traektoriyasining egrilik radiusini toping.



9. 1-g'ilof ichida 2-polzun harakat qiladi. Agar polzunning ilgarilanma harakat qonuni $XA=0,1sost$, $UA=0$, $ZA=0$ bo'lsa, $t=\pi c$ paytda v nuqtaning tezligini aniqlang. Bunda masofa $AV=0,3m$.

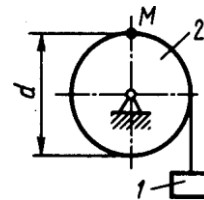


10. Dumaloq stol-1 ikkita krivoshiplar 2- va 3- yordamida ilgarilanma harakatga keltiriladi. Agar krivoship A nuqtasining normal tezlanishi $AA=5m/s^2$ bo'lib, krivoshiplarning stol markazi S uzunligi $oA=o_1V=0,2 m$ bo'lsa, S nuqtaning tezligini toping.

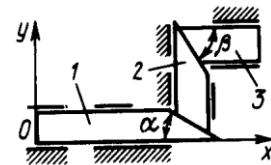


11. Jism $\varphi=0,5\pi\sin 2\pi t$ qonun bo'yicha qo'zg'almas o'q atrofida aylanib, tebransa, $t=0,125s$ paytdagi burchak tezligini toping?

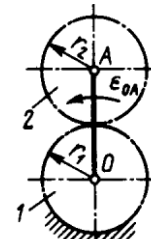
12. Diametri $d=0,6\text{m}$ bo'lgan 2-baraban $\varphi=5+2t^3$ qonun bo'yicha aylanib, 1-yukni yuqoriga tortadi. $T=1\text{s}$ paytdagi baraban M nuqtasining tezligini toping.



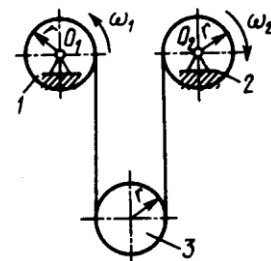
13. 1- va 3- ponalar parallel bo'lgan gorizontal yo'naltiruvchilar bo'yicha harakat kilib, 2-ponani vertikal yo'naltiruvchilar bo'yicha siljitadi. Agar 1-pona $0,12\text{m}$ masofaga siljib, qiyalik burchaklari $\alpha=30^\circ$ va $\beta=60^\circ$ bo'lsa, 3-ponaning siljishini hisoblang.



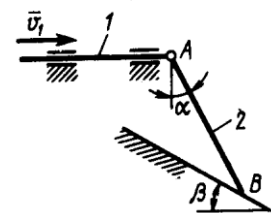
14. Radiuslari teng $r_1=r_2=10\text{sm}$ ikkita shesternyalarni bog'lab turuvchi oA krivoship tinch holatdan $\varepsilon=0,1\pi$ burchak tezlanish bilan tekis aylana boshlaydi. Shesternya-2 10s ichida necha marta dumalaydi?



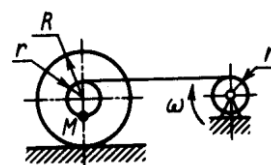
15. Radiuslari bir-xil bo'lgan 1-va 2-bloklar $\omega_1=4\text{rad/s}$ va $\omega_2=8\text{rad/s}$ burchak tezliklar bilan aylanib, 3-qo'zg'aluvchan blokni yuqoriga tortadi. Agar $r=10\text{sm}$ bo'lsa, 3-blokning burchak tezligini hisoblang.



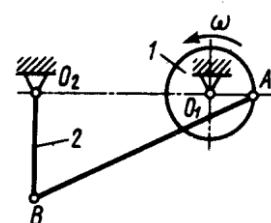
16. 1-sterjenning A nuqtasida sharnir yordamida mahkamlangan 2-sterjenning V uchi qiya tekislik bo'ylab sirpanadi. Agar 1-sterjenning tezligi $0,6\text{m/s}$ bo'lsa, burchaklarning $\alpha=\beta=30^\circ$ holati uchun 2-sterjen V nuqtasining tezligini toping.



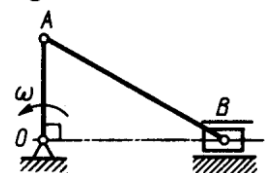
17. Radiusi $r=0,1\text{m}$ bo'lgan baraban $\omega=1\text{rad/s}$ burchak tezlik bilan aylanib, radiuslari $r=0,3\text{m}$ va $r=0,1\text{m}$ li pog'onali g'ildirakni tortadi. Pog'onali g'ildirak m nuqtasining tezligini toping.



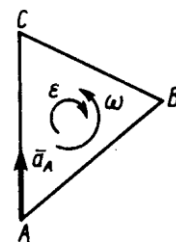
18. Mexanizm radiusi $r=0,1\text{m}$ bo'lgan 1-shkiv, uzunligi $0,25\text{m}$ li 2-sterjen va AV – tirsakdan iborat. Agar 1 - shkiv 120 ayl/min chastota bilan aylansa, ko'rsatilgan holat uchun AV tirsakning burchak tezligini toping. Aylanish o'qlari orasidagi masofa $o_1o_2=0,45\text{m}$ ga teng.



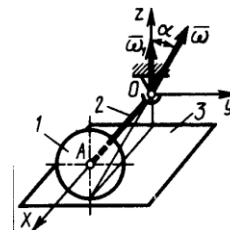
19. Krivoship - polzunli mexanizmning o'lchamlari $oA=0,3\text{m}$ va $aV=0,5\text{m}$ bo'lib, krivoship oA o'zgarmas $\omega=1\text{rad/s}$ burchak tezlik bilan aylanadi. SHaklda ko'rsatilgan holat uchun V polzunning tezlanishi aniqlansin.



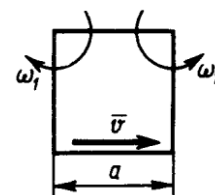
20. Uchburchak shaklidagi AVS jism tekis parallel harakat qiladi. Agar uning A nuqtasining tezlanishi $\vec{a}_A = 10 \text{ m/s}^2$, burchak tezligi $\omega = 2 \text{ rad/s}$, burchak tezlanishi $\epsilon = 3 \text{ rad/s}^2$ bo'lsa, A nuqtadan tezlanishlar oniy markazigacha bo'lgan masofani toping.



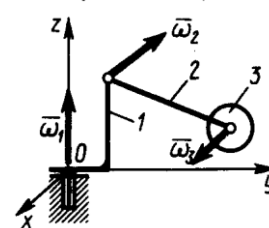
21. G'ildirak -1 gorizontal tekislik bo'ylab o'zgarmas burchak tezlik $\omega = 10 \text{ rad/s}$ bilan sirpanmasdan dumalaydi. Uning aylanish o'qi -2 esa vertikal oz o'q atrofida $\omega_1 = 1,7 \text{ rad/s}$ o'zgarmas burchak tezlik bilan aylanadi. Agar $\alpha = 80^\circ$ bo'lsa, g'ildirakning burchak tezlanishi qancha bo'ladi?



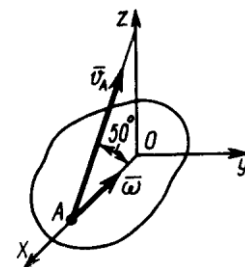
22. Tomoni $a = 0,5 \text{ m}$ bo'lgan kvadrat plastina bir vaqtning o'zida $v = 3 \text{ m/s}$ tezlik bilan ilgarilanma va $\omega_1 = \omega_2 = 4 \text{ rad/s}$ burchak tezliklar bilan aylanma harakatda ishtirok etadi. Plastinaning absolyut ilgarilanma harakat tezligini toping.



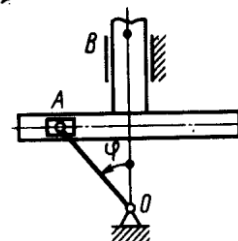
23. Mexanizmning 3-diski 2-dastakka nisbatan $\omega_3 = 0,5 \text{ rad/s}$ burchak tezlik bilan, 2-dastak esa 1-dastakka nisbatan $\omega_2 = 0,2 \text{ rad/s}$ burchak tezlik va 1-dastakning burchak tezligi $\omega_1 = 0,1 \text{ rad/s}$ bilan aylansa, $\vec{\omega}_2 \parallel \vec{\omega}_3 \parallel O_x$ deb, 3-disk absolyut burchak tezligining qiymatini toping.



24. Jism murakkab harakatda bo'lib, qutb nuqtasi $v_a = 2 \text{ m/s}$ tezlikka, burchak tezligi $\omega = 0,7 \text{ rad/s}$ bo'lsa, oxu tekislik va kinematik vint o'qi orasidagi masofani toping.



25. Agar krivoship harakat qonuni $\varphi = 6t$ bo'lib, $OA = 0,1 \text{ m}$ bo'lsa, $t = 6 \text{ s}$ paytda v nuqtaning tezligini aniqlang.



Mundarija

Nuqta kinematikasi.....	5
2.1§ Kinematikaning asosiy tushunchalari.....	5
2.2§ Nuqta harakatining berilish usullari.....	6
2.3§ Nuqta kinematikasining masalalarini yechish.....	10
2.4§ Masalalar echish.....	14
2.5§ Tekislikka parallel harakatning tenglamasi. (Yassi figuraning harakati). Harakatni ilgarilanma va aylanma harakatlarga ajratish.....	21
2.6§ Masalalar yechish.....	24
A d a b i y o t l a r.....	31
Ilovalar.....	32