МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОНЫЫЙ ИНСТИТУТ

Кафедра: “Управление воздушным движением”

проф. М.К. Арипджанов

“Алгоритмизация процесса создания модели внешней среды в многообъектных системах”

Учебное пособие
по курсу “Автоматизированные системы УВД”

Ташкент 2003

Учебное пособие: «Алгоритмизация процесса создания модели внешней среды в многообъектных системах» : Учебное пособие по курсу «Автоматизированные системы УВД» – Т.: изд-во ТГАИ, 2003.

Учебное пособие предназначено для студентов направления «Управление воздушным движением», изучающих курс «Автоматизированные системы УВД».

При изучении автоматизированных систем управления движущимися объектами (АСУ ДО) большое внимание уделяется методам построения модели внешней среды, так как достоверность модели в значительной мере влияет на правильность принятого решения.

Цель пособия – алгоритмизировать процесс создания модели внешней среды, т.е. представить его в виде набора типовых задач принятия решения в управлении. Такой подход позволяет использовать теорию статистических решений при обнаружении объекта, определении его координат и траектории движения, при сборе и объединении информации от различных источников. Основной упор в пособии сделан на цифровые методы обработки информации.

Составитель: Арипджанов М. К.

Ташкентский Государственный Авиационный институт, 2003 г.

1. СИСТЕМА СБОРА И ОБЪЕДИНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Назначение радиолокационных (РЛ) средств с дополнительными устройствами заключается в создании наиболее полной и точной модели среды, под которой понимается совокупность (количество) объектов и параметров их движения в заданном пространственном секторе.

Рассмотрим структуру системы сбора и объединения радиолокационной информации (рис.1). Здесь РЛС – радиолокационная станция; УПО – устройство первичной обработки; УПФ – устройство преобразования формы; СПД – система передачи данных; УВО – устройство вторичной обработки; УТО - устройство третичной обработки информации.

Внешняя среда РЛС УПО УПФ СПД УВО СПД УТО

Рис.1

Выходной сигнал с РЛС наряду с полезным сигналом содержит собственные шумы и помехи от среды. Поэтому полученный сигнал подвергается первичной обработке в УПО, где происходит выделение отраженного (полезного) сигнала, определение координат объекта. Результатом первичной обработки является получение отдельных отметок целей. Отметка цели – совокупность данных, характеризующих конкретный объект (координаты, параметры движения, характеристики времени локации). Для принятия решения о существовании траектории и определения ее параметров необходимо проанализировать информацию, содержащуюся в нескольких отдельных отметках цели, связать данные отдельных отметок. Это выполняется на этапе вторичной обработки с помощью УВО, где связываются данные нескольких отметок с конкретной траекторией и определяются параметры этой траектории.

Так как задачи УПО и УВО и обработка происходит в различных местах, в общем случае следует выполнить дополнительные преобразования обрабатываемых сигналов в УПФ и передавать данные посредством СПД.

Эффективный контроль не может быть успешно разрешен с помощью одной РЛС, размещенной в центре управления вследствие ограниченных возможностей наблюдения на РЛС. Поэтому применяются несколько разнородных РЛС для достаточно полного обзора и измерения по меньшей мере трех координат каждой цепи. Отсюда возникает необходимость объединения всех РЛС в единую систему с преобразованием и передачей данных на большие расстояния. Кроме того, объединение позволяет улучшить характеристики РЛ информации путем третичной ее обработки в УТО. На этапе третичной обработки реализуются: приведение координат объекта и параметров движения к единой системе координат и единому времени; отождествление отметок от одной цели, поступающих от различных РЛС; вычисление обобщенных координат объекта и параметров его движения.

Таким образом, структура системы обработки РЛ информации носит явно выраженный иерархический характер [5].

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОБНАРУЖЕНИЯ

Автоматический обнаружитель (АО) – это устройство для принятия решений в ситуации, когда на его вход с выхода приемника поступает смесь сигнала и помех после соответствующей обработки (рис.2) [4]. Если напряжение на входе АО превышает U_0, то принимается решение о наличии сигнала. Если порог не превышен, принимается решение об отсутствии сигнала.

Квадратичный детектор огибающей

АО

Индикатор (ЭВМ сопровождения)

U_0

Рис. 2

Минимальный обнаруженный сигнал выражается как произведение отношения сигнал/шум (S/N), необходимого для надежного обнаружения, на напряжение шума приемника $U_П$:

$$S_{min} = \frac{S}{N} U_П \qquad (1)$$

Существует определенная вероятность того, что пороговое напряжение будет превышено при отсутствии сигнала: всегда существует обычно малая, но не равная нулю вероятность того, что шумовое напряжение достигает уровня насыщения (ограничения) приемника.

К дополнительному шуму в приемной системе ПЛС приводит и умышленное излучение помехового сигнала. Таким образом, теория формирования полезных сигналов должна учитывать шум, помехи от местных приемников и другие помехи и основываться на теории статических гипотез и теории оценки параметров, сформулированных в математической статистике.

Информацию, поступающую на вход АО, принято называть наблюдениями.

Статистическое распределение значений случайной величины описывается плотностью вероятности $f(x)$ для непрерывного процесса и вероятностной мерой P(x) для дискретного процесса.

Эти функции обладают следующими свойствами [2]:

$$f(x) \geq 0, \qquad P(x) \geq 0, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1, \qquad \sum_{X} P(x) = 1, \qquad (2)$$

где X – множество всех возможных значений величины x с плотностью вероятностей P(x).

Вероятность случайной величины x:

$$P(a \leq x \leq в) = \int_a^b f(x)dx, \qquad P(a \leq x \leq в) = \sum_{x[a,b]} P(x) \qquad (3)$$

Функция распределения случайной величины x

F (x) = , F (x) = $\sum$ P(x) (4)

$-\infty \qquad\qquad\qquad\qquad X \le x$

Математическое ожидание случайной величины x

$$M[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x\ f(x)\,dx\ , \qquad M[x] = \sum_{X} x\ P(x) \qquad (5)$$

Когда наблюдения производятся над множеством случайных величин, результаты наблюдений описываются n-мерным вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, где x_j - j-й компонент вектора x.

Группу (ансамбль) наблюдения, используемых в процессе обнаружения, будем называть выборкой, а число наблюдений в группе – объектом выборки.

Каждая выборка, т.е. результаты последовательности n экспериментов над случайной величиной, называется выборкой размера n и характеризуется совместным распределением выборочных значений $f(x_1,\dots,x_n / S)$ для непрерывного и $P(x_1,\dots, x{=}x_n /S)$ для дискретного процесса.

В этом случае плотность вероятности функций $f(x)$, называемая также совместной плотностью вероятности величин $x_1, \dots x_n$, обладает свойствами, аналогичными (2) – (5).

Если n компонентов статически независимы, то

$$f(x) = f_1(x_1) f_2(x_2) \dots f_n(x_n)\ , \qquad P(x) = P_1(x_1) P_2(x_2) \dots P_n(x_n) \qquad (6)$$

Функция плотности вероятностей множества случайных величин $f(x_1,...,x_n)$, записанная с учетом полученной выборки для заданного состояния S_k физического процесса, в математической статистике называется функцией правдоподобия и имеет самостоятельное обозначение $W_n(x_1, \dots, x_n / S_k)$.

Проектировщик АО должен определить, как наилучшим образом обработать данные, полученные в результате наблюдений. Это зависит от числа сигнала, наличия априорных вероятностей этих состояний, приписываемых различным типам правильных и неправильных решений, и ограничений, налагаемых на процесс получения отсчетов (выборок) самой РЛ системой и РЛ обстановкой (различными ситуациями, характеризующими групповое поведение объектов).

Пусть P – известная априорная вероятность того, что объект присутствует на протяжении процесса обнаружения; $П_{по}$ - стоимость неудачи (потери) при обнаружении объекта, когда он присутствует (стоимость пропуска объекта), а $П_{лт}$ – стоимость ложной тревоги; β – вероятность ложной тревоги при условии, что цель отсутствует, а α – вероятность ошибочного решения, что цель отсутствует, когда на самом деле она присутствует. Тогда функция ожидаемой (расчетной) стоимости (ожидаемых потерь)

$$C = V(П) = П_{по}\, P\, \alpha + П_{лт}\, (1 - P)\, \beta \qquad (7)$$

Цель процедуры автоматического обнаружения – минимизировать функцию стоимости C.

3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Статистические гипотезы – это предположения относительно плотностей вероятностей (вероятностных мер) результатов наблюдений при различных состояниях сигнала [3].

На входе АО наблюдается реализация $x(t)$, $0 \le t \le T$ случайного процесса x (t), относительно которого можно выдвинуть следующие гипотезы:

$$H_j : X(t) = S_j \, o \, \xi(t), \qquad j = O,m, \qquad (8)$$

где $S_j(t)$, O, m –полезные сигналы; ξ (t) – случайная помеха; символ o обозначает взаимодействие сигнала с помехой (например, сложение, умножение, свертку и т.п.).

Результат обработки этой реализации в АО согласно заданному алгоритму $\gamma[x(t)]$ представляет собой значение некоторого функционала

$$\gamma\,[x(t)] = \gamma\,, \quad \gamma \subset \Gamma, \qquad (9)$$

которое является элементом пространства решений Г (множества взаимных решений).

Смысл статистических решений заключается в том, что наряду с полезной информацией об изучаемом явлении (вероятностей P_j) учитывается информация и о помехе, что и приводит к каким-то статистическим правилам, которые устанавливаются до проведения наблюдения.

Имеется набор возможных состояний $\{S_o,\ldots,S_m\}$, характеризующих то или иное явление или физический процесс и составляющих полную группу событий.

Наличие неопределенностей приводит к тому, что совокупность результатов наблюдений (выборка) случайной величины x $\{x_1,\ldots,x_n\}$ зависит от того, какое из упомянутых состояний в действительности имеет место. И тогда та или иная выборка принадлежит условному распределению (правдоподобию) $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_j)$, соответствующему состоянию $S_j(j=0,1,\ldots,m)$. Итак, задача выбора решения (проверка статистических гипотез) может быть сформулирована в следующем виде: при известных распределениях P_j , характеризующих возможные состояния $\{S_j\}$, условных распределениях $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_j)$, наборе решений $\{\gamma_k\}$, функциях потерь $\Pi(S_j, \gamma_k)$, учитывающих последствия выбора решения, и критерии качества $V(\Pi)$, связанном с функцией потерь, определить наилучшее (в смысле принятого критерия) правило $\delta(\gamma_k/x_1,\ldots,x_n)$ использования результатов наблюдения $\{x_1,\ldots,x_n\}$ для выбора решения.

Набор решений $\{\gamma_c,\ldots, \gamma_m\}$ представляет собой ряд логических утверждений о том, какая из гипотез относительно состояния $\{S_o,\ldots,S_m\}$ изучаемого процесса является истиной.

Правило выбора решения δ устанавливает связь между набором решений Г и результатами наблюдений, которые можно представить в виде пространственной выборки G. Это означает, что пространство выборки G должно быть разделено на m+1 непересекающихся областей $G_o,\ldots,G_m$, и тогда правило выбора устанавливает соответствие между пространством решений Г и пространством наблюдений G (рис.3). При попадании x в область G_k принимается решение $\gamma_к$.

Вследствие того, что наблюдения представляются лишь одной реализацией случайного процесса, принятие решения на основе такой реализации по любому правилу не может гарантировать только безошибочные выводы. Наличие в последовательности решений не только правильных, но и ошибочных решений неизбежно в условиях неполной информации. Чтобы учесть это обстоятельство, вводятся неотрицательные функции потерь, которые предписывают каждому ошибочному решению, т.е. каждой S_j и γ_k, $k\neq j$ плату $\Pi_{jk} =\Pi(S_j, \gamma_к) > 0$. Правильным решениям предписывается или отрицательная плата, или нулевая. Использование того или иного критерия качества выбора решения определяется располагаемыми априорными данными.

Рис. 3

Когда имеется весь комплект априорных данных (P_j, Π_{jk}, $P(\gamma_k/S_j)$), критерием качества может быть взято среднее значение по пространству наблюдаемой функции потерь – так называемый средний риск R.

Для заданного состояния S_j можно определить условную функцию риска (условное среднее для состояния S_j)

$$r_j = \sum_{k=0}^{m} \Pi_{jk} P(\gamma_k/S_j) = \sum_{k=0}^{m} \Pi_{jk} P\{(x_1,\ldots,x_n) C G_k/S_j\} \qquad (10)$$

Усредняя условную функцию риска по всем возможным состояниям S_j , получим среднюю функцию риска

$$R = \sum_{j=0}^{m} P_J r_j = \sum_{j=0}^{m} \sum_{j=0}^{m} P_j \Pi_{jk} P\{(x_1,\ldots,x_n) C G_k/S_j\}, \quad \sum_{j=0}^{m} P_j = 1 \qquad (11)$$

где P_j - априорная вероятность состояния S_j , причем $\sum_{j=0}^{m} P_j = 1$.

Оптимальное правило выбора решения, минимизирующее среднюю функцию риска, называется байесовским решением.

Различие сигналов $S_0,\ldots,S_m$ на фоне помехи представляет собой многоальтернативный вариант задачи проверки статистических гипотез $H_0,\ldots,H_m$. Решением γ_k в этом случае является принятие гипотезы H_k и отклонение остальных гипотез H_j, $j \neq k$.

3.1. Проверка простых гипотез

Рассмотрим случай, когда имеются лишь две гипотезы. Для однородной выборки скалярной переменной x размера n , т.е. имеем $\{x_i\}_{i=1}$ или $(x_1,\ldots,x_n)$, известно, что все значения принадлежат одному из двух распределений $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0)$ и $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)$, связанных с двумя взаимоисключающими состояниями S_0 и S_1 («ложно» и «истинно»). Например, при обнаружении полезного сигнала на фоне шумов выборка может относиться или только к шуму (состояние S_0), или к смеси сигнала и шума (состояние S_j).

Выберем алгоритм обработки (правило выбора решения), определяющий принадлежность выборки к одному из указанных распределений. Обозначим через H_0 и H_1 гипотезы о том, что выборочные значения принадлежат распределениям $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0)$ и $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)$ соответственно, а через γ_1 и γ_0 – решения (набор решений), состоящие в принятии или отклонении гипотезы H_1. Так как гипотеза H_0 является альтернативной H_1, то можно рассматривать только одну гипотезу H_1.

Установление правила эквивалентно разделению n-мерного пространства выборки $\{xi\}_{i=1}$ на две области G_0 и G_1:

$$(x_1, x_2,\ldots, x_n) C G_1 \rightarrow \gamma_1 \rightarrow H_1,$$

$$(x_1,x_2,\ldots,x_n) C G_0 \rightarrow \gamma_0 \rightarrow H_0(H_1)$$

Область G_1 принятия гипотезы H_1 называется допустимой, а область G_0 отклонения гипотезы H_1 – критической.

Множество решений обозначим через $\Gamma(\gamma_1, \gamma_0)$:

$$x \; C\, G_1 \rightarrow \gamma_1$$

$$x \; C\, G_0 \rightarrow \gamma_0.$$

3.2. Уровень значимости. Мощность правила выбора решения

При использовании любого правила выбора решений возможны ошибки двух родов. Ошибка первого рода возникает, когда выборка попадает в критическую область G_0, а исследуемое явление находится в состоянии S_1 («истинно»). Тем самым будет отвергнута гипотеза H_1, хотя в действительности она верна.

Условная вероятность ошибки первого рода – пропуска сигнала

$$\alpha = P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_0/S_1\} = \int\limits_{G_0}\dots\int W_n(x_1,\dots,x_n/S_1)\, dx_1\dots dx_n \quad , \qquad (12)$$

а

$$P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_1/S_1\} = 1 - \alpha\ . \qquad (13)$$

Ошибка второго рода возникает, когда выборка попадает в допустимую область G_1, хотя исследуемое явление находится в состоянии S_0. В результате будет принята ложная гипотеза.

Условная вероятность ошибки второго рода – ложная тревога

$$\beta = P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_1/S_0\} = \int\limits_{G_1}\dots\int W_n(x_1,\dots,x_n/S_0)\, dx_1\dots dx_n \qquad (14)$$

и

$$P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_0/S_0\} = 1 - \beta\ . \qquad (15)$$

Аналогично можно рассмотреть и два правильных решения: принятие верной гипотезы (выборка в области G_1, когда имеет место состояние S_1) и отклонение гипотезы H_1 (выборка попадает в область G_0, когда имеет место состояние S_1).

Условная вероятность ошибки первого рода

$$\alpha = P\{\gamma_0/H_1\} = P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_0/S_1\}, \qquad (16)$$

$$P\{\gamma_1/H_1\} = P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_1/S_1\} = 1 - \alpha \qquad (17)$$

Условная вероятность ошибки второго рода

$$\beta = P\{\gamma_1/H_0\} = P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_1/S_0\} \qquad (18)$$

$$P\{\gamma_0/H_0\} = P\{(x_1,\dots,x_n) \subset G_0/S_0\} = 1 - \beta\ . \qquad (19)$$

Вероятность α ошибки первого рода (вероятность отвергнуть правильную гипотезу H_1) называется уровнем значимости, а вероятность $1 - \beta$ отвергнуть ложную гипотезу H_0 – мощностью правила выбора решений.

Чем больше мощность критерия, тем достовернее решение. Вероятность общей ошибки

$$P_{ош} = P_1\,\alpha + P_o\,\beta\ , \qquad (20)$$

где P_1 и P_0 – соответственно априорные вероятности появления событий S_1 и S_0.

При заданном размере выборки невозможно одновременно сделать сколь угодно малым вероятности ошибки и первого, и второго рода.

Допустим, имеем выборку размера $n = 1$, по которой и следует принять ту или иную гипотезу. Тогда $W_1(x_1/S_1)$ и $W_1(x_1/S_0)$ будет иметь вид (рис.4). Здесь $W_1(x_1/S_1)$ – условная плотность распределения вероятности случайной величины при справедливости гипотезы H_1; $W_1(x1/S_0)$ – условная плотность распределения вероятности случайной величины при справедливости гипотезы H_0.

Следует найти постоянное значение c, разделяющее пространство выборки – вещественную ось - на два отрезка прямых: $G_1 = \{x_1 \le c\}$ – допустимую область и $G_0 = \{x_1 > c\}$ – критическую область.

Рис.4

Уменьшая ошибку первого рода α (увеличивая значение c), тем самым увеличиваем ошибку второго рода β. Поэтому и следует иметь вполне определенные критерии, позволяющие найти компромисс между ошибками первого и второго рода.

3.3.Синтез оптимальных алгоритмов обнаружения

Чтобы избежать пропуска объекта, принимают решение о его наличии даже в том случае, когда сигнал от объекта искажен помехой и нельзя утверждать, что объект обязательно есть. При этом возрастет вероятность ложной тревоги. Если стремиться уменьшить вероятность ложной тревоги, то нужно принимать решение о наличии объекта только при превышении сигнала над шумами. При этом возрастает вероятность пропуска объекта. Таким образом, возникает необходимость в выборе определенного критерия оптимального обнаружения [3].

Критерий среднего риска. В случае байесового решения исходной информации являются вероятности исходного события P_0 и P_1 ($P_0 + P_1 = 1$) и функции потерь Пjk, j,k=0,1. Средний риск

$$R = \sum_{j=0}^{m} P_j r_j = \sum_{j=0}^{m}\sum_{k=0}^{m} P_j \Pi_{jk} P(\gamma_k/S_j) = \sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1} P_j \Pi_{jk} P\{(x_1,\ldots,x_n) C\, G_k/S_j)\} = P_0\Pi_{00}P\,\{(x_1,\ldots,x_n) C\, G_0/S_0)+$$

$$+ P_0\Pi_{01}P\{(x_1,\ldots,x_n) C\, G_1/S_0\} + P_1\Pi_{10}P\{(x_1,\ldots,x_n) C\, G_0/S_1\} + P_1\Pi_{11}P\{(x_1,\ldots,x_n) C\, G_1/S_1)\} =$$

$$= P_0\Pi_{00}(1-\beta)+P_0\Pi_{01}\beta + P_1\Pi_{10}\alpha + P_1\Pi_{11}(1-\alpha) = P_1\Pi_{11} + P_0\Pi_{01} - [P_0(\Pi_{01} - \Pi_{00})(1-\beta) - P_1(\Pi_{10} -$$

$$- \Pi_{11})\alpha]\,. \qquad (21)$$

Подставив значение α из (12) и 1-β из (15) в (21), получим следующее выражение для функции среднего риска:

$$R=P_1\Pi_{11}+P_0\Pi_{01}- \int\limits_{G_0}\!\ldots\!\int [P_0(\Pi_{01}- \Pi_{00})W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0)-P_1(\Pi_{10}-\Pi_{11})W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1]dx_1\ldots dx_n \qquad (22)$$

Минимум среднего риска получается в том случае, когда подынтегральное выражение будет неотрицательным, т.е. когда в критическую область G_0 включаются те точки, для которых

$$P_0(\Pi_{01}- \Pi_{00})W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0) - P_1(\Pi_{10}- \Pi_{11})W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1) \ge 0 \qquad (23)$$

или

$$\frac{W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0)}{} \ge \frac{P_1(\Pi_{10} - \Pi_{11})}{} \qquad (24)$$

$W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1) \qquad P_0(П_{01} - П_{00})$

$$\text{Обозначим } \mu = \frac{P_1}{P_0}, \quad c^* = \frac{П_{10} - П_{11}}{П_{01} - П_{00}} \quad \text{и} \quad \ell(x_1,\ldots,x_n) = \frac{W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0)}{W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)}.$$

Тогда функция $\ell(x_1,\ldots,x_n)$, называемая отношением правдоподобия, будет удовлетворять условию

$$\ell(x_1,\ldots,x_n) \geq \mu c^* = c \qquad (25)$$

Так как $\ell \geq 0$, то наилучшим правилом по принятому критерию будет то, при котором выбирается решение γ_k, соответствующее при данной выборке наименьшему апостериорному риску.

Критерий максимума апостериорной вероятности. При простой функции потерь, когда платы за правильные решения нулевые, а за ошибочные одинаковы, т.е.

$$П_{jk} = 1 - \delta_{jk}, \qquad (26)$$

(где δ_{jk} – символ Кронекера), выражение для среднего риска упрощается :

$$\ell(x_1,\ldots,x_n) \geq \frac{P_1}{P_0}\;\frac{1-0}{1-0} = \frac{P_1}{P_0} \qquad (27)$$

Алгоритм различения сигналов минимизирует вероятность ошибочного решения, т.е. максимизирует апостериорную вероятность гипотезы.

Оптимальное правило выбора решения формируется следующим образом: принимается решение γ_k о том, что сигнал находится в области S_k, если

$$P_k W_n(x_1,\ldots,x_n/H_k) = \max W_n.$$

Критерий максимального правдоподобия. При данных о потерях и об априорном распределении гипотез часто используют критерий максимального правдоподобия, согласно которому по наблюдаемой выборке $(x_1,\ldots,x_n)$ принимается та из гипотез (то решение) о состоянии сигнала, которой соответствует большее значение функции правдоподобия $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_j)$.

$$W_n(x_1,\ldots,x_n/H_j) = \max W_n(x_1,\ldots,x_n/H_j) \qquad (29)$$

Поэтому гипотеза H_1 отвергается, если

$$W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0) \geq W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1), \qquad (30)$$

т.е.

$$\ell(x_1,\ldots,x_n) = \frac{Wn(x_1,\ldots,x_n/S_n)}{W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)} \geq 1\,. \qquad (31)$$

Критерий Неймана-Пирсона. В теории обнаружения широко используют критерий Неймана-Пирсона, в соответствии с которым наилучшим считают такое устройство обнаружения, которое позволяет получить минимум ошибки второго рода β – вероятности ложной тревоги – при условии, что ошибка первого рода α – пропуска цели – не превосходит заданное значение $\alpha_{зад}$:

$$\alpha_{зад} \geq \alpha = P\{(x_1,\ldots,x_n)\ C\ G_0/S_1)\} = P\{\ell(x_1,\ldots,x_n) \geq \mu c^*/S_1\} = \int\!\ldots\!\int_{G_0} W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)dx_1\ldots dx_n =$$
$$= 1 - \int\!\ldots\!\int W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)dx_1\ldots dx_n = 1 - F_1(c), \qquad (32)$$

G_1

где $F_1(c)$ - функция распределения при условии, что справедлива гипотеза H_1 («истинно»).

Порог сравнения с выбирается из условия

$$F_1(c) = 1 - \alpha_{зад} \, . \qquad (33)$$

Минимальная ошибка второго рода при этом

$$\beta = P\{(x_1,\ldots,x_n) C G_1/S_0\} = P\{\ell(x_1,\ldots,x_n) < \mu c^*/S_0\} = \int_{G_1}\ldots\int W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0)dx_1\ldots dx_n = F(c), \qquad (34)$$

где F (c) – функция распределения при условии, что справедлива гипотеза H_0 («истинно»).

Рассматривая различные правила принятия решения, видим, что существует единообразие процедуры принятия решения. По наблюдаемой выборке $(x_1,\ldots,x_n)$ вычисляется отношение правдоподобия $\ell(x_1,\ldots,x_n)$ и принимается или отвергается гипотеза H_1 в зависимости от того, находится ее значение ниже или выше некоторого порога, установленного заранее.

Пример. Возможно получение выборки размера n, принадлежащей одному из двух распределений: экспоненциальному $W(x) = e^{-x}$, $x > 0$ или одностороннему нормальному

распределению $W(x) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\ \ell$, $x > 0$.

Найти решающее правило, устанавливающее принадлежность выборки к одному или другому распределению. Элементы выборки $(x_1,\ldots,x_n)$ являются независимыми случайными величинами.

Наблюдаемая выборка принадлежит одной из двух функций правдоподобия

$$W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1) = e \quad \rightarrow H_1$$

$(x_1,\ldots,x_n)$

$$W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0) = (\sqrt{2/\pi})^n\ e \quad \rightarrow H_0(H_1)$$

В соответствии с общим подходом построения решающего правила по наблюдаемой выборке

$$\ell(x_1,\ldots,x_n) = \frac{Wn(x_1,\ldots,x_n/S_0)}{W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)} \geq c,$$

где константа с выбирается по исходной априорной информации.

Поэтому

$$\ell(x_1,\ldots,x_n) = \frac{\sqrt{2/\pi}\quad e}{e} \geq c$$

Учитывая, что оптимальность процедуры проверки гипотезы не нарушается, если заменить сравнение $\ell(x_1,\ldots,x_n)$ с порогом *c* сравниваем $\Phi[\ell(x_1,\ldots,x_n)]$ с порогом $\Phi(c)$ (где Φ – монотонная функция), получим удобное соотношение, считая $\Phi(c) = \ell n \ell$:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-1)^2 \leq \frac{1}{n} + \ln\frac{2}{\pi} - \frac{2}{n}\ln c.$$

Итак, гипотеза H_1 о принадлежности элементов выборки к экспоненциальному распределению отвергается, если выполнено это неравенство.

4. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

В первичную обработку (ПО) информации включены следующие операции [4]:
1) фильтрация сигналов, принимаемых в тракте приемника;
2) обнаружение полезных сигналов;
3) получение оценок пространственных координат объектов.

Упрощенная функциональная схема автоматической первичной обработки приведена на рис. 5.

Так как данные ПО поступают для последующей обработки в ЭВМ или канал связи, то с целью согласования предусматривается буферный накопитель (память). Устройство управления обеспечивает временное согласование работы всех отдельных устройств.

Кванто-
вание

Фильтра-
ция

Обнаруже-
ние

Оценка

Буфер

Управле-
ние и
синхронии-
зация

Рис.5

4.1. Сопряжение РЛС с ЭВМ

При работе РЛС с ЭВМ необходимо преобразовать входные данные в числа, и выходные – из чисел в электрические сигналы, которые управляют исполнительными механизмами. ЭВМ подключают с помощью антенного переключателя (АПер) к приемнику (Пр) или передатчику (П) и приводу антенны (ПА) РЛС через схему преселектора (Прес) и схему преобразования данных (СПД) в двоичный код (рис.6) [4].

АПер

Пр

Прес

СПД

ЭВМ

П

ПА

РЛС

Рис.6

Преселектор выделяет полезный сигнал на фоне помех. Схема преобразования данных служит для преобразования выделенного сигнала объекта в импульсы цифрового кода координат. Для нахождения времени запаздывания на АПД подают импульсы, отраженные от объекта, и импульсы синхронизации. Для определения положения объекта по угловым координатам на СПД от ПА поступают данные об угловом положении антенны.

Поскольку отделение полезного сигнала от помех в преселекторе происходит с учетом положения объекта, на преселектор также поступают данные о времени запуска передатчика и об угловом положении антенны. Координаты объекта в виде числа двоичного кода поступают в ЗУ ЭВМ.

4.2. Цифровая согласованная фильтрация

Согласованный фильтр (СФ) – это часть приемника, служащая для выделения сигнала S(t) из шума, с импульсной переходной функцией:

$$K(t) = QS(\tau - t) \qquad (35)$$

где $\tau_0 \geq \tau_и$ – задержка, необходимая для того, чтобы сделать фильтр физически реализуемым; Q – коэффициент усиления фильтра. Здесь $\tau_и$ – длительность импульса.

Сигнал, с которым фильтр согласован, создает максимальное выходное напряжение в момент τ_0 [1].

Согласованный фильтр является оптимальным линейным фильтром для обнаружения сигналов на фоне аддитивного белого шума по нескольким критериям. Если шум является к тому же гауссовым, то такой фильтр будет оптимальным из любых фильтров (линейных или нелинейных) [1].

Реализация аналоговых согласованных фильтров сложна, особенно для широкополосных сигналов; кроме того, аналоговые фильтры не допускают перестройки параметров. Поэтому во многих случаях целесообразна реализация операций линейной согласованный фильтрации с помощью цифровых устройств (фильтров) [4].

Цифровым согласованным фильтром (ЦСФ) называется фильтр с импульсной характеристикой

$$K(kT) = QTs[(n_и - k)T], \qquad k=0,1,\ldots,n_c-1, \qquad (36)$$

где $n = \tau_и / T$ – число дискретных элементов ожидаемого сигнала. Алгоритм работы ЦСФ может быть представлен в виде (для простоты будем считать $Q=1/T$)

$$x(kT) = \sum_{i=0}^{n_и-1} k(iT)\, u[(k-i)T] = \sum_{i=0}^{n_и-1} S[(n_и - i)T]\, u[(k-i)T] \qquad (37)$$

Если обозначить $n_и - i = \ell$ и положить $u[.] = S[.]$, получим выражение

$$x(kT) = \sum_{\ell=1}^{n_и} S[\ell T]\; S[(k - (n_и - \ell))T] = R_{ss}(kT), \qquad (38)$$

которое называется автокорреляционной функцией ожидаемого дискретизированного сигнала.

Поскольку автокорреляционная функция симметрична относительно своего максимума $R_{ss}[Q]$, то выборки последовательности x(kT) на выходе ЦСФ будут сначала возрастать и достигнут максимального значения при $kT=n_иT$, а затем за время от $n_иT$ до $2n_иT$ спадут до нуля. Огибающая выходной последовательности повторяет огибающую автокорреляционной функции $R_{ss}(kT)$.

4.3. Формирование двоично-кодированных сигналов

После посылки зондирующего импульса импульсы от генератора тактовой частоты – генератора импульсов дальности (ГИД) – с периодом T_∂ осуществляют временное квантование, за счет которого развертка дальности разбивается на элементарные участки размером $\Delta L = cT_\partial / 2$, а общее количество участков составляет $n_L = L_{max}/\Delta L$, где L_{max} – максимальная дальность; ***c*** – скорость света.

При вращении антенны с периодом T_A и посылке зондирующих импульсов с периодом $T_и$ зона оборота разбивается на элементарные участки по азимуту. Угловой размер элементарного участка по азимуту (угловая дискретность азимута) $\Delta\alpha_k = 2\pi \dfrac{T_и}{T_\partial}$, а число участков $n_\alpha = T_A/T_И$. Следовательно, при временном квантовании зона обзора РЛС разбивается на $n = n_L \cdot n_\alpha$ участков. Передача такого объема данных в реальном времени затруднительна. Для уменьшения объема данных вводится ограниченность амплитуды (ОГА).

Формирование стандартных импульсов осуществляется следующим образом (рис.7). Импульсы от объекта и помех с выхода приемника (Пр) поступают на ограничитель амплитуды. Порог ограничителя выбирают с таким расчетом, чтобы по возможности не пропустить не генератор стандартных импульсов (ГСИ) помех. Сигналы, напряжения которых превышают уровень ограничения на ГСИ, где преобразуются в стандартные импульсы, которые характерны тем, что имеют постоянные длительность и амплитуду независимо от длительности и амплитуды импульсов, действующих на входе ГСИ.

Пр ОгА ГСИ

U_0

Рис. 7

Таким образом, отраженный от объекта сигнал подвергается дискретизации (квантованию) по времени и амплитуде. В результате такого квантования элементарная ячейка (участок) зоны обзора заполняется либо «0», либо «1». И для каждого объекта, находящегося на определенном расстоянии от станции, в соответствующем этому расстоянию кольце дальности появляется пачка импульсов – двоично-кодированных сигналов (ДКС) на время прохождения заданного углового разрешения по азимуту $\Delta\alpha$ ($\Delta\alpha > \Delta\alpha_к$) (рис. 8).

Кольца дальности

Рис.8

Порог обнаружения U_0 выбирают исходя из различных критериев.

<u>Обнаружитель по критерию отношения правдоподобия</u>. Отношение правдоподобия (25) в случае, когда наблюдения статистически независимы, имеет вид:

$$\ell_n = \frac{W_1(x_1)\ W_1(x_2) \ldots W_1(x_n)}{W_0(x_1)\ W_0(x_2) \ldots W_0(x_n)}, \qquad (39)$$

где $x_1,\ldots, x_n$ представляют n результатов наблюдений, используемых в процессе обнаружения, а W_1 и W_0 – совместные плотности вероятности величин $x_1,\ldots x_n$ соответственно смеси сигнала с шумом или только одного шума. В импульсной РЛС n – число зондирующих импульсов, используемых в процессе обнаружения.

С точки зрения синтеза структурной схемы обнаружения удобно записывать отношение правдоподобия в логарифмической форме:

$$\ln\ell_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{W_1(x_i)}{W_0(x_i)}. \qquad (40)$$

Во многих задачах, связанных с обнаружением сигналов, можно $\ln\ell_n$ выразить (иногда лишь приближенно) в виде

$$\ln\ell_n = k_1 + k_2 z_n, \qquad (41)$$

где k_1 и k_2 – постоянные величины, а $z_n = \sum_{i=1}^{n} x_i$ или $z_n = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$.

Проще вычислить z_n и решить, что сигнал присутствует, если $z_n \geq U_0$, или что сигнала нет, если $z_n < U_0$ (рис.9).

Сложности аппаратурной реализации обычно не дают построить обнаружитель, работающий точно по критерию отношения правдоподобия. Кроме того, статистика только одного шума или сигнала на фоне шума иногда бывает неизвестна. Поэтому один и тот же обнаружитель не может быть наилучшим во всех ситуациях, в которых может оказаться РЛС.

Входные данные $x_1 \ldots x_n$ | Вычислитель $z_n \sum x_i$ | Пороговое уст-во (компаратор) | выход | Решение о наличии сигнала и шума

Порог U_0

Рис. 9

<u>Бинарный обнаружитель</u>. Аналоговый сигнал может иметь континиум уровней, цифровой сигнал имеет лишь 2^m уровней, где m – число двоичных разрядов, на которое квантовано значение сигнала.

Для того чтобы обнаружитель был эффективным, достаточно $1 \leq m \leq 3$. Во многих случаях потеря качества обнаружения при $m=1$ не превышает 2 дБ. Обнаружитель при $m = 1$ называется обнаружителем совпадения, или бинарным обнаружителем (рис.10).

Входные Данные | Квантователь | Одноразрядная цифровая информация 1,0,0 | Счетчик к | Выход | Решение о наличии сигнала или шума

Рис. 10

Для реализации бинарного обнаружителя требуется меньше элементов, чем для обнаружителя по критерию отношения правдоподобия. Здесь необходима только операция счета, и так как приращения накапливаемой суммы равны 1, то операцию сравнения с порогом реализует логическая схема «И», которая гораздо проще компаратора. Счетчик выдает решение о наличии сигнала, когда превышается заданный порог $k = U_0$, или решение об отсутствии сигнала (наличии только помехи), если порог k не достигается. Счетчик сбрасывается в исходное состояние n наблюдений.

4.4. Обнаружение двоично-кодированных сигналов

Обнаружение объекта выполняется по последовательности ДКС методом статистических решений.

Имеется выборка ДКС размера n , по которой следует определить, содержит ли анализируемый сигнал полезный (объект есть) и помеху или только помеху (объект отсутствует). Составляющие выборки есть дискретные величины, принимающие лишь два значения.

$$X_i = \begin{cases} 1 - \text{с вероятностью } P, \\ 0 - \text{с вероятностью } 1 - P, \end{cases} \qquad (42)$$

где $P = P_{сп} = \int_{U_0}^{\infty} W_{сп}(u)du$ при наличии смеси полезного сигнала и помехи и

$P = P_{п} = \int_{U_0}^{\infty} W_{п}(u)du$ при наличии только одной помехи,

$W_{СП}(u)$ и $W_{П}(u)$ – плотности распределения смеси полезного сигнала и помехи и только помехи соответственно.

В качестве гипотезы H_1 возьмем гипотезу, что наблюдаемый сигнал относится к распределению $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_1)$, а альтернативой будет принадлежность наблюдаемого сигнала к распределителю $W_n(x_1,\ldots,x_n/S_0)$, где S_1 – событие, заключающиеся в наличии объекта, а S_0 – событие, заключающиеся в отсутствии объекта ($S_1 = S_0$).

В силу независимости появления x_i вероятность того, что пачка ДКС образована смесью сигнала и помехи,

$$P_1 = \prod_{iCI} P_{сп\,i} \prod_{iCI} (1 - P_{сп\,i}) \qquad (43)$$

где I – множество номеров позиций, на которых стоят единицы;

О - множество номеров позиций, на которых стоят нули.

При отсутствии полезного сигнала (объект отсутствует) вероятность того, что пачка ДКС будет образована только помехой,

$$P_0 = \prod_{iCI} P_{п\,i} \prod_{iC0} (1 - P_{п\,i}) . \qquad (44)$$

Ввиду отсутствия априорной информации о вероятностях появления полезного сигнала и функциях потерь используем критерий, в соответствии с которым принятие решения о наличии или отсутствии полезного сигнала основывается на знании отношения правдоподобия

$$\ell(x_1,\ldots,x_n) = \frac{P_1}{P_0} = \prod_{iCI} \frac{P_{сп i}}{P_{пi}} \prod_{iC0} \frac{(1-P_{сп\,i})}{(1-P_{пi})} = Q \prod_{iCI} \frac{P_{спi}(1-P_{пi})}{P_{пi}(1-P_{пi})}, \qquad (45)$$

где

$$Q = \prod_{iCI_{ПО}} \frac{(1-P_{сп\,i})}{(1-P_{пi})} = \prod_{iCI} \frac{1-P_{сп\,i}}{1-P_{пi}} \prod_{iC0} \frac{1-P_{сп\,i}}{1-P_{пi}} = \prod_{i=I} \frac{1-P_{сп\,i}}{1-P_{пi}} .$$

При известных мощностях сигнала и помехи и заданных n и U_0 значения Q = const, т.е. отношение вероятности появления Q в выборке смеси с шумом и в выборке только шума постоянно.

Логарифм отношения правдоподобия

$$\ln\ell = \ln Q + \sum_{iCI} \ln \frac{P_{сп\,i}(1-P_{п\,i})}{P_{пi}(1-P_{сп\,i})} = \ln Q + \sum_{i=I}^{n} x_i \ln\left[\frac{P_{сп\,I}(1-P_{п\,i})}{P_{пi}(1-P_{сп\,i})}\right] \qquad (46)$$

Решение о наличии объекта принимается в том случае, если $\ell > \ell_0$ или

$$\sum_{i=I}^{n} = x_i \ell n \left[\frac{P_{сп\,i}(1-P_{п\,i})}{P_{пi}(1-P_{сп\,i})}\right] \geq c = \ln \ell_0 - \ln \ell\ Q = const\ . \qquad (47)$$

Выражение (47) является алгоритмом обнаружения пачки ДКС, реализующим двоичное весовое накопление с функцией веса

$$g_i = \ln\left[\frac{P_{сп\,i}(1-P_{п\,i})}{P_{пi}(1-P_{сп\,i})}\right],$$

и может быть записано в виде

$$\sum_{i=1}^{n} x_i g_i \geq c\ , \qquad (48)$$

где g_i – весовой коэффициент, соответствующий i-му импульсу в пачке ДКС.

Для безвесовой обработки

$$z_n = \sum_{i=1}^{n} x_i \geq c\ , \qquad (49)$$

для которой считается, что форма отраженной пачки импульсов – прямоугольная, обнаружение объекта сводится к счету единиц, поступающих с выхода двоичного квантователя, и сравнению этой суммы с порогом *c* (рис. 11).

Последователь ДКС $x_1,\dots,x_n$

Вычислитель $z_n = \sum x_i$

Пороговое устройство

выход

Решение о наличии объекта или его отсутствии

Порог С

Рис. 11

Таким образом, особенностью обнаружения пачки ДКС является существование двух порогов. Первый (входной) порог U_0 устанавливается в амплитудном ограничителе и является порогом обнаружения отдельного импульса. Второй порог *c* является порогом обнаружения пачки ДКС.

Программные обнаружители ДКС. В реальных пачках количество импульсов n является не постоянным, а зависит от внешних факторов (эффективной отражающей поверхности объекта, его расположения в пространстве и т.д.). Поэтому часто используются программные алгоритмы фиксации границ пачки ДКС.

В качестве алгоритма начала пачки принимают появление совокупности *к* единиц на фиксированном числе позиций ℓ. В качестве конца алгоритма пачки принимают наличие серии из m пропусков (нулей) подряд. Такие программные обнаружители можно обозначить как k/ℓ-m. Критерий фиксации начала пачки является одновременно и критерием ее обнаружения. Однако решение об обнаружении может быть принято и в том случае, когда между началом (обнаруженным) и концом (также обнаруженным) имеется определенное количество импульсов, превышающее некоторое пороговое значение. Для счета позиций между началом и концом пачки применяют двоичные счетчики.

Каждая из рассмотренных операций может быть реализована с помощью конечного цифрового автомата со следующей структурной схемой (рис. 12). Здесь A_1 – конечный автомат, реализующий критерий обнаружения k/ℓ; A_2 – конечный автомат, реализующий критерий конца пачки по серии из m нулей; A_3 – конечный автомат (счетчики), предназначенный для счета позиций от момента обнаружения пачки до момента сбора накопленной информации.

A_1 A_3

A_2

Рис. 12

Значения K, ℓ, m выбираются из диапазона $k \le \ell \le 5$, $m \approx 2{,}3$ таким образом, чтобы обеспечить максимум вероятности обнаружения пачки $(1 - \alpha)$ при заданной вероятности ложной тревоги (ошибки) β, что производится с использованием численных процедур при известных зависимостях для $(1 - \alpha)$ и β.

4.5. Оценка (измерение) координат объекта при двоичном кодировании

Обнаружение объекта уже связано с грубым определением его координат (например, азимута с точностью до ширины диаграммы направленности антенны, дальности с точностью до размера элемента разрешения и .т.д.). Задача измерителя – уточнение первичных значений оцениваемых параметров до требуемых значений.

Статистические методы позволяют учесть данные измерений и для уточнения (оценивания) неизвестных параметров вероятностей модели.

Пусть имеется выборка случайной величины $x(x_1,\ldots,x_n)$, по которой следует оценить некоторые параметры $\theta_j, j = 1,r$ закона распределения. Введем функцию потерь $\prod(\theta,\theta)$, учитывающую существование ошибок в точечных оценках, т.е. существование разности $\theta\text{-}\theta \neq 0$, где θ – точное значение параметра. Функция потерь должна удовлетворять следующему условию: если решение (оценка) θ_1 ближе к действительному значению θ, чем решение θ_2, то $\prod(\theta_1,\theta) \le \prod(\theta_2,\theta)$.

Наиболее распространенными являются функции потерь, симметричные относительно разности $(\theta - \theta)$, а именно [3]: $\prod(\theta,\theta) = c\text{-}\delta(\theta - \theta)$, $c>0$ $(c=1)$ – простая функция потерь, $\prod(\theta,\theta) = |\,\theta\text{-}\theta\,|$ - линейная функция потерь и $\prod(\theta,\theta) = |\theta\text{-}\theta|^2$ – квадратичная функция потерь.

Качеством оценки может служить среднее значение потерь по возможным выборкам, т.е. условная функция риска

$$r(\theta) = M\,[\,\prod(\theta,\theta)\,] = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\ldots\int \prod(\theta,\theta)\,W_n(x_1,\ldots,x_n/\theta)\,dx_1,\ldots,dx_n \qquad (50)$$

Усредняя условную функцию риска по возможным значениям θ, получаем средний риск ∞

$$R = \int_{-\infty} W_1(\theta)\, r(\theta) d\theta, \qquad (51)$$

где $W_1(\theta)$ - функция плотности распределения оцениваемого параметра θ.

Условная функция риска при простой функции потерь

$$r(\theta) = \int \ldots \int_{-\infty}^{\infty} [c-\delta(\theta-\theta)]\, W_n(x_1,\ldots,x_n / \theta)\, dx_1,\ldots,dx_n = c - W_n(x_1,\ldots,x_n / \theta) \qquad (52)$$

Для того чтобы θ была условной байесовской оценкой θ*, она должна минимизировать условную функцию риска r(θ), т.е. (θ*)=min, а это эквивалентно условию

$$W_n(x_1,\ldots,x_n / \theta^*) \geq W_n(x_1,\ldots,x_n / \theta), \qquad (53)$$

что соответствует максимизации функции правдоподобия или выполнению требования к отношению правдоподобия

$$\frac{W_n(x_1,\ldots,x_n / \theta^*)}{W_n(x_1,\ldots,x_n / \theta)} \geq 1. \qquad (54)$$

<u>Определение дальности</u> основывается на измерении времени задержки τ_3 между зондирующим и отраженным от объекта импульсами, так как расстояние до объекта определяется формулой $L_0=c\,\tau_3/2$, где *c* – скорость света.

Процесс измерения дальности протекает следующим образом. Зондирующий импульс (ЗИ) запускает генератор импульсов дальности (ГИД), имеющий период следования T_θ. Если объект находится на расстоянии, соответствующем i-му кольцу дальности, то происходит совпадение отраженного импульса и импульса от линии задержки (ЛЗ), реализуемой на сдвигающем регистре, и управляемой ГИД; номер кольца дальности соответствует коду дальности.

При стабильной частоте повторения стандартных импульсов f_c дальность до объекта прямо пропорциональна числу сосчитанных импульсов N:

$$L_0 = \frac{c\tau_3}{2} = \frac{cN}{2 f_c} = kN \qquad (55)$$

где $k=c/(2f_c)$ - дискретность отсчета дальности. Таким образом, измерение дальности с помощью ЭВМ сводится к определению числа стандартных импульсов N, поступающих от ГИД за время τ_3 .

Если считать, что отраженный импульс появляется в любой момент времени с равной вероятностью, то среднеквадратическая ошибка времени запаздывания и, следовательно дальность

$$\delta_{\tau 3} = \frac{T_\partial}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}3\, T_\partial \qquad (56)$$

Повысить точность измерения дальности можно путем уменьшения периода посылки зондирующих импульсов, но до некоторого предела $T_\partial \geq T_и$ (где $T_и$ - длительность зондирующего импульса), так как уменьшение T_∂ приводит к эффекту дробления пачки.

Структурная схема для получения цифрового кода дальности приведена на рис. 13, а графики зависимости напряжений в схеме от времени – на рис. 14 [4]. В схеме счет импульсов U_1 начинают с приходом импульса синхронизации U_2. При этом генератор селекторных импульсов ГСелИ генерирует импульс U_3, длительность которого пропорциональна L_{max}. Этот импульс отпирает каскад совпадения, через который от ГСИ пропускают импульсы U_4 счета на регистр дальности. Счет импульсов продолжается до момента запирания приемника. С помощью стандартных импульсов запускают триггер T_1, от него T_2, от T_2 – T_3 и т.д. Так как каждый последующий триггер запускается отрицательным перепадом напряжения предыдущего триггера, то частота следования импульсов триггера $T_1(U_6)$ будет в два раза меньше f_c , импульса триггера $T_2(U_7)$ – в четыре раза меньше f_c , импульсов триггера $T_3(U_8)$ - восемь раз и т.д.

Число стандартных импульсов, поступающих на вход регистра дальности к моменту времени τ_3 – появления отраженного сигнала – U_5равно числу, записанному в регистре: $10+1=1\cdot2^3 + 0\cdot2^2 + 1\cdot2^1+1\cdot2^0=11$. Импульсом, полученным в результате дифференцирования заднего фронта (среза) селекторного импульса ---, все триггеры регистра дальности возвращаются в нулевое положение (сброс), подготавливая счетчик к новому циклу счета.

Измерение азимута. Чтобы получить двоичный код азимута при стабилизации скорости вращения вала антенны, применяют электронно-оптический преобразователь с кодовым диском.

Рис. 13

Рис.14

Преобразователь состоит из вращающегося диска, закрепленного непосредственно на валу антенны. На диск, изготовленный из органического стекла, фотоспособом наносят неповторяющуюся для каждого сектора кодовую комбинацию прозрачных и непрозрачных участков (рис. 15) [1].

Источник света (ИС) загорается в момент появления импульса из преселектора. На выходе фотодетекторов образуется кодовая комбинация нулей и единиц, соответствующая положению оси антенны в момент появления отраженного сигнала, а следовательно, и азимуту объекта. Полученные импульсы через считывающее устройство попадают в блок памяти ЭВМ.

Рис. 15

Увеличение точности измерения азимута можно обеспечить лишь в результате качественной обработки пакета ДКС с учетом вида диаграммы направленности и статистических характеристик помех и полезного сигнала.

ДКС для определенного кольца дальности можно рассматривать как реализацию (выборку) n-мерной случайной величины, закон распределения вероятности которой содержит только один информативный параметр – азимут. Наилучшей статистической оценкой азимута α_0 может служить такое его значение, при котором выборка имеет наибольшую вероятность появления.

Для выборки ДКС функцией правдоподобия является n-мерная плотность вероятностей

$$W_n(x/\alpha_0) = W_n(x_1,\dots,x_n/\alpha_0) = \prod_{i=1}^{n} P_i\,(1-P_i)^{1-x_i}, \qquad x_i\ C\ O\ 1, \quad =1,n \qquad (57)$$

(отдельные элементы выборки считаем некоррелированными).

По условию эта выборка должна иметь наибольшую вероятность

$$W_n(x/\alpha_0^{*}) = \max_{\alpha_0} W_n(x/\alpha_0)$$

Необходимое условие экстремума

$$\frac{\partial \ell_n Wn(x/\alpha_0)}{\partial \alpha_0} = \sum_{i=1}^{n} x_i \left(\frac{1}{P_i}\,\frac{\partial P_i}{\partial \alpha_0} - \frac{1}{(1-P_i)}\,\frac{\partial (1-P_i)}{\partial \alpha_0}\right) + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1-P_i}\,\frac{\partial (1-P_i)}{\partial \alpha_0}. \qquad (58)$$

Вторая сумма в правой части (58) не зависит от x_i, а определяется только формой огибающей диаграммы направленности (ДН) антенны. При симметричной форме ДН и правильной юстировке антенны (ось ДН совпадает с геометрической осью антенны) эта сумма равна нулю [1].

Получаем в результате уравнение правдоподобия для оценки азимута

$$\sum_{i=1}^{n} x_i\,\eta(\alpha_i, \alpha_0^{*}) = 0 \quad , \qquad (59)$$

где

$$\eta(\alpha_i, \alpha_0^{*}) = \frac{1}{P_i(1-P_i)}\;\frac{\partial P_i}{\partial \alpha_0}\bigg|_{\alpha_0=\alpha_0^{*}}$$

Эту функцию можно рассматривать как асимметричную функцию веса позиции сигнальной пачки в оценке азимута.

Выражение (59) показывает, что оценка максимального правдоподобия для центра пачки ДКС получается из равенства нулю суммы значений весовой функции η_i на позициях, где сигнальные импульсы превышают порог квантователя (в этих точках $x_i = 1$).

На рис. 16 изображена весовая функция $\eta(\alpha_i, \alpha_0^*)$ и последовательность нулей и единиц в области объекта. Каждой позиции в области отражения от объекта соответствует некоторый азимут относительно центра ДН α_i . Будем перемещать весовую функцию вдоль оси α до тех пор, пока сумма значений $x_i\eta_i$ справа и слева от ее нулевого значения не станет равной нулю. Тогда оценка азимута α_0* соответствует положению на оси α нулевой точки весовой функции.

Рис. 16

Оценка азимута объекта по методу максимального правдоподобия требует достаточно сложной реализации.

Значительного упрощения можно добиться, если считать пачку ДКС прямоугольной (безвесовая обработка). В этом случае оценкой азимута является середина обнаруженной пачки, определяемая по сигналам фиксации начала и конца пачки. При известном начальном и конечном значениях азимута, соответствующих пачке оценок,

$$\alpha_0^* = \frac{1}{2}(\alpha_n + \alpha_k) \qquad (60)$$

Точность оценки азимута можно характеризовать дисперсией $^2(U_0, c)$

В рассмотренной автоматической схеме обнаружения оценки координат объекта выбору подлежат только два настраиваемых параметра: порог квантования по уровню U_0, т.е. порог обнаружения отдельного импульса, и порог обнаружения ***c*** пачки импульсов ДКС.

При обнаружении оптимальные значения U_0 и ***c*** следует определять из условий

$$\beta(U_0, c) = \beta_{зад.}, \quad 1 - \alpha(U_0, c) = \max \qquad (61)$$

При оценке координат оптимальные U_0 и ***c*** определяют из условий

$$\sigma_{\alpha 0}(U_0, c) = \min, \qquad \beta(U_0, c) = \beta_{зад}, \qquad (62)$$

причем оказывается, что U_0 и ***c***, найденные из условий (61), не обеспечивают выполнение условий (62), и наоборот.

Этот результат отражает конфликтный характер критериев и приводит к необходимости компромиссного решения.

5. ВТОРИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

По одной отметке еще
нельзя принять достоверное решение об обнаружении объекта, а тем более определить параметры траектории его движения (направление движения, скорость и т.д.). Именно эти

задачи и решает вторичная обработка, при которой используется информация, полученная за несколько обзоров РЛС.

Задача вторичной обработки подразделяется на две части: обнаружение траекторий и слежение за траекториями.

5.1. Обнаружение (захват) траекторий

Этот процесс реализуется автоматическими средствами по той же логике, что и работа оператора при визуальном обнаружении траекторий. Захват траектории (постанова объекта на сопровождение) осуществляется последовательным вводом в ЭВМ координат и моментов времени локации двух соседних отметок от объекта [1].

Допустим, появилась одиночная отметка объекта O_1 (рис. 17). В следующем обзоре вторую метку, принадлежащую этому объекту, следует искать в некоторой области, охватывающей начальную отметку. Размеры этой области определяются исходя из возможных минимальной V_{min} и максимальной V_{max} скоростей движения объекта : $r_{min} = V_{min}T_A$, $r_{max} = V_{max}T_A$. В указанную область (кольцо) на данном обзоре может попасть несколько отметок, причем каждая из них может быть принята за вторую отметку возможной траектории. По двум отметкам уже можно вычислить скорость и направление движения каждого из предполагаемых объектов и, кроме того, вычислить экстраполированные положения на будущий, третий период обзора. Из-за малого времени наблюдении, не позволяющего выявить маневр объекта, операция экстраполяции осуществляется, исходя из гипотезы о равномерном и прямолинейном движении объекта.

Вокруг экстраполированных отметок формируются круговые области, размеры которых определяются, исходя из ошибок предсказания.

Если в процессе третьего обзора в какую-либо из этих областей попала отметка цели, то она считается принадлежащей обнаруженной траектории. Процесс «привязки» поступающих отметок к предполагаемой траектории продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие обнаружения траектории. Таковым, например, может считаться попадание ***к*** отметок объекта в n последовательных круговых областей. Невыполнение условия обнаружения свидетельствует о ложной траектории, которая снимается с сопровождения.

В нашем случае обнаруженной считается траектория O'' , а траектория O''' является ложной, траектория O' оказалась траекторией нового объекта.

Траектория нового объекта

Обнаруженная траектория

─ истинная траектория
-- ожидаемая траектория
Э – точки экстраполяции

Ложная траектория

Рис. 17

Одним из основных вопросов вторичной обработки является выбор той или иной модели движения, на основе которой рассчитывается или определяется траектория.

Траекторию движения можно представить в виде некоторой совокупности детерминированных функций $\varphi_j(t)$ со случайными или вовсе неизвестными параметрами a_j:

$$X_M = \sum_{j=0} a_j \varphi_j(t). \qquad (63)$$

В этом случае оценка выбранной модели $X_M(t)$ сводится к выбору системы функций$\{\varphi_j(t)\}$, определению степени аппроксимирующего полинома $\boldsymbol{r}$ и вычислению неизвестных коэффициентов a_i. При выборе системы функций $\{\varphi_j(t)\}$ следует стремиться к тому, чтобы она соответствовала характеру исследуемого процесса. Практически же для аппроксимации траектории движения объекта обычно требуются полиномы не выше третьего порядка.

5.2. Слежение за траекторией (автосопровождение)

Слежение включает следующие операции [4] :
- сглаживание траекторий и определение параметров движения;
- экстраполяция траекторий на следующий обзор или на несколько обзоров;
- выделение области пространства, в которой ожидается появление следующей отметки (стробирование);

сличение экстраполированных отметок и вновь полученных отметок, попавших в строб, с целью выбора одной из них для продолжения траектории (селекция отметок).

Оценивание параметров модели движения. Обобщенный вектор параметров θ будем искать в классе линейных алгебраических моделей вида

$$X(t) = A(t)\,\theta, \qquad (64)$$

к которому можно привести и линейную дифференциальную модель

$$x(t) = A(t)x(t) + B(t)\theta \qquad (65)$$

путем расширения вектора параметров $\theta_p=[^{x_0}_{\theta}]$, где $x_0=x(t_0)$, и использования матрицы перехода. Это означает, что оценивание начальных условий движения и параметров движения эквивалентно оцениванию параметров на любой момент времени.

Вектор измерений $y(t)=H(t)x(t)$, а процесс измерений сопровождается шумом измерений $\nu(t)$, следовательно,

$$Z(t) = y(t) + \nu(t) = H(t)A(t)\theta + \nu(t) = D(t)\,\theta + \nu(t), \qquad (66)$$

где $Z(t)$ - измеренный вектор.

Шум измерений $\nu(t)$ будем считать нормальным «белым» шумом с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей

$$R_\nu = \sigma^2 P, \quad P=\mathrm{diag}\{P_i\}, \quad M[\nu]=0 \qquad (67)$$

Здесь P – диагональная корреляционная матрица погрешности измерений; $P_i=\sigma^2/\sigma^2$ - вес i -го измерения; σ^2 - дисперсия эталонного измерения (обычно используется как характеристика точности решаемой задачи).

Веса измерений P_i могут быть известны с точностью до постоянного множителя σ^2, который сам в общем случае оценивается по данным измерений.

Пусть на отрезке $[0,t]$ имеется выборка из n измерений, т.е.

$$Z_k = y(t_k) + \nu_k \quad k=1,n \qquad (68)$$

Тогда в матричной форме набор измерений $\{Z_k\}$ составит соотношение

$$Z = \Phi\theta + V, \qquad (69)$$

где

$$\Phi = \begin{matrix} \varphi_1(t_1) & \varphi_2(t_1) \ldots \varphi_r(t_1) \\ \varphi_1(t_n) & \varphi_2(t_n) \ldots \varphi_r(t_n) \end{matrix} = \{\varphi_{ki}\}, \quad \begin{matrix} k = 1, n \\ j = 1, r \end{matrix}$$

Чтобы оценить неизвестные коэффициенты $\{\theta_j\}_{j=1}$, воспользуемся методом максимального правдоподобия, в соответствии с которым требуется обеспечить максимум функции правдоподобия для измерений:

$$W(z / \theta) = \max_{\theta} W(z / \theta) \qquad (70)$$

Функция правдоподобия для измерений с учетом предположения о свойствах шума записывается в виде [3]

$$W(z / \theta) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} |P|^{-1/2} \exp \{- \frac{1}{2\sigma^2} (z - \Phi\theta)^T P^{-1} (z - \Phi\theta)\} \qquad (71)$$

Максимум функции правдоподобия достигается при минимуме показателя экспоненты. Необходимое условие минимума

$$\frac{dW(z / \theta)}{d\theta} = \frac{\alpha}{d\theta} [(z - \Phi\theta)^T P^{-1} (z - \Phi\theta)] = 0,$$

откуда, учитывая, что $(P^{-1})^T = P^{-1}$, получим оценку коэффициентов модели по измеренным значениям координат с шумом:

$$\theta = (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} P^{-1} z. \qquad (72)$$

Соотношение (72) рассматривается в дискретные моменты времени $t_k=kT$, $k=1,n$. Если $k=n+1$, то получим экстраполированное значение положения объекта. Соотношение легко реализуется на ЭВМ , но на каждом шаге требуется вычислять его заново.

Определим свойства полученной оценки (72) для параметров модели θ. Учитывая, что $\Phi\theta=z-\nu$, где θ - точное значение вектора параметров, на основании (72) будем иметь

$$(\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T P^{-1} \Phi\theta = (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T P^{-1} (z-\nu),$$

откуда следует, что разность между оценкой и точным значением

$$\Delta\theta = \theta - \theta = (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T P^{-1} \nu. \qquad (73)$$

Следовательно, найдя математическое ожидание

$$M[\Delta\theta] = (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T P^{-1} M[\nu] = 0, \qquad (74)$$

убедимся в том, что оценка θ является несмещенной.

Корреляционная матрица на основании (67) и (73)

$$R_{\Delta\theta} = M[\Delta\theta\Delta\theta^T] = M \{(\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1} \Phi^T P^{-1} \nu \nu^T (P^{-1})^T \Phi(\Phi^T (P^{-1})^T T\Phi)^{-1}\} = \sigma^2 (\Phi^T P^{-1} \Phi)^{-1}. \qquad (75)$$

Используя рекуррентную форму уравнения для оценки параметров θ, можно показать, что корреляционная матрица $R_{\Delta\theta}$ с увеличением числа измерений стремится к нулю, т.е. оценка θ является и состоятельной.

Неудобство соотношения (72) заключается в том, что при увеличении количества точек измерений увеличиваются потребности в памяти и быстродействии ЭВМ в связи с тем, что расчет матрицы $(\Phi^T P^{-1}\Phi)^{-1}\Phi^T P^{-1}$ следует производить заново. Поэтому получим уравнение для оценки параметров в рекуррентном виде.

Считая все веса равными ($P_i=P_j=P=1$), запишем решения (72) для оценок θ' и θ'', полученные по (n - 1) и n измерениям соответственно,

$$\theta' = [(\Phi^{n-1})^T P^{-1}\Phi^{n-1}]^{-1} (\Phi^{n-1})^T P^{-1} z^{n-1} = G' (\Phi^{n-1})z^{n-1}, \qquad (76)$$

$$\theta'' = [(\Phi^{n})^T P^{-1}\Phi^{n}]^{-1} (\Phi^{n})^T P^{-1} z^{n} = G'' (\Phi^{n})z^{n}, \qquad (77)$$

где $G' = [(\Phi^{n-1})^T \Phi^{n-1}]^{-1}$; а $G'' = [(\Phi^{n})^T \Phi^{n}]^{-1}$

Учитывая (63), будем иметь

$$G'' = [(\Phi^{n})^T \Phi^{n}]^{-1} = \left[\begin{pmatrix}\Phi \\ D(n)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Phi \\ D(n)\end{pmatrix}\right]^{-1} = [(\Phi^{n-1})^T\Phi^{n-1} + D^T(n)D(n)]^{-1} =$$
$$= [(G')^{-1} + D^T(n)D(n)]^{-1} \qquad (78)$$

Выполним преобразования, используя лемму об обращении матриц :

$(B^{-1}+ A^TB^{-1}A)^{-1} = B - BA^T(ABA^T+Q)^{-1}AB.$

Получим

$$G'' = G' - G'D^T(n)\,[D(n)G'D^T(n) + 1]^{-1}D(n)G'. \qquad (79)$$

Соотношение (79) является рекуррентным, т.е. вычисляет G'' через известные G' и $D(n)$, и достаточно простым, так как $[D(n)G'D^T(n)+1]$ - скаляр, допускающий тривиальное обращение.

Представив (79) в (77), запишем рекуррентное соотношение для оценки параметров:

$$\theta'' = G''[(\Phi^{n-1})^T, D^T(n)] \begin{bmatrix} Z \\ Z \end{bmatrix} = G''[(\Phi^{n-1})^T z^{n+1} + D^T(n)z_n] = G''[(G')^{-1}\theta' + D^T(n)z_n] =$$
$$= \theta' + [(G')^{-1} + D^T(n)D(n)]^{-1}D^T(n)[z_n - D(n)\theta'] \qquad (80)$$

Соотношения(79) и (80) позволяют вычислить последующие значения параметров модели θ'' по предыдущей оценке θ', известным G', $D(n)$ и z_n для момента времени t_n.

Для проведения процесса оценивания необходимо знать значения θ' и G' на начальный момент времени.

Из уравнения (79) можно получить текущие сообщения для корреляционной матрицы $R_{\Delta\theta}$. Обозначим, учитывая (75), $R'_{\Delta\theta} = \sigma^2 G'$ и $R''_{\Delta\theta} = \sigma^2 G''$. Тогда

$$R''_{\Delta\theta} = R'_{\Delta\theta} - R'_{\Delta\theta} D^T(n)[D(n)R'_{\Delta\theta} D^T(n) + \sigma^2]^{-1}D(n) R'_{\Delta\theta} \qquad (81)$$

Видно, что корреляционная матрица уменьшается и в пределе стремится к нулю при увеличении числа измерений, т.е. оценка θ является состоятельной.

Оценивание параметров стохастической динамической модели.

При создании модели движения следует учитывать не только помехи, действующие в канале измерителя, но и помехи, воздействующие непосредственно на движущийся объект. В этом случае модель движения объекта ДО будет иметь вид

$$X(t) = A(t)\,x(t) + \omega(t), \qquad (82)$$

где $\omega(t)$ – вектор-функция, характеризующая воздействие на объект помехи.

Динамическая стохастическая модель движения (82) в отличие от детерминированной динамической модели (65) уже не может быть преобразована в конечную аналитическую модель (64) и, следовательно, значение начальных условий движения не дает возможности получить интегрированием параметры в любой момент времени.

Модель объекта может быть записана в конечно-разностном виде

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + \omega_k \;, \qquad k = 0,1,\ldots, n-1 \;, \tag{83}$$

где переходная матрица $\Phi_k = \|\varphi_{i\ell}(t_k)\|$ связана с матрицей A_k приближенным соотношением

$\Phi_k = I + TA_k$.

Имеются результаты измерений

$$Z_k = H_k x_k + \nu_k \,, \qquad (k = 1,\ldots,n). \tag{84}$$

Ошибки измерений независимы, не смещены и распределены по нормальному закону

$$\nu \;C\; N(O, R). \tag{85}$$

Пусть, кроме того, о векторе начальных условий x_0 и векторе случайных возмущений $\omega(t)=(\omega_1,\ldots,\omega_n)$ имеется априорная информация

$$x^*_0 \;C\; N(m_{xo}, P_{xo}), \tag{86}$$

$$\omega \;C\; N(O,Q). \tag{87}$$

Необходимо оптимально оценить параметры движения в любой момент времени измерения t_k.

Обозначим оценку $x(t_k)$, полученную с учетом измерений $z_1,\ldots,z_k$, накопленных до момента времени t_k, через $x_{k/k}$.

Будем искать оценки $x_{k/k}$, наилучшие с точки зрения критерия максимальной апостериорной вероятности. В соответствии с выражениями (85)-(87) запишем плотность вероятностей совместного распределения векторов x_0, ν и ω:

$$P(x_0,\nu,\omega) = k \exp\{-½ [(x_0-m_{x0})^T P^{-1}(x_0-m_{x0}) + \nu^T R^{-1}\nu + \omega^T Q^{-1}\omega]\} =$$

$$= k \exp\{½(x_0-m_{x0})^T P^{-1}{}_{x0}(x_0- m_{x0}) + ½ \sum_{k=0}^{n-1} R^{-1}{}_{к+1} (z_{k+1}-H_{k+1}x_{k+1})^2 + ½ \sum_{k=0}^{n-1} Q_k^{-1}\omega_k\} \,, \tag{88}$$

где k – постоянная величина.

Оценки по методу максимальной апостериорной вероятности находятся из условия максимума критерия (88) при ограничениях (83).

Для учета ограничений введем совокупность неопределенных векторных множителей Лагранжа $\lambda_0,\ldots,\lambda_n$, размерность которых совпадает с размерностью вектора состояния **x**, и новый критерий

$$\beta = \alpha + \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k^T (x_{k+1} - \Phi_k x_k - \omega_k) \tag{89}$$

В результате получим задачу на безусловный экстремум критерия (89). Система экстремальных уравнений записывается в виде

$$\frac{\partial\beta}{\partial x_0} = P_{x0}^{-1} (x_0 - m_{x0}) - \Phi_0^T\lambda_0 = 0,$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial \lambda_0} = x_1- \Phi_0 x_0 - \omega_0 = 0 \,,$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial \omega_0} = Q_0^{-1}\omega_0 - \lambda_0 = 0,$$

$$\partial\omega_0 \qquad (90)$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial x_1} = R_1^{-1} H^T H_1 x_1 - R_1^{-1} H_1^T z_1 + \lambda_0 - \Phi_1^T\lambda_1 = 0$$

……..

$$\frac{\partial\beta}{\partial\omega_{n-1}} = Q_{n-1}\omega_{n-1} - \lambda_{n-1} = 0,$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial x_n} = R_n^{-1} H_n^T H_n x_n - R_n^{-1} H_n^T z_n + \lambda_{n-1} = 0 .$$

Из системы уравнений (90) непосредственно следуют соотношения

$$\omega_k = Q_k \lambda_k , \qquad (91)$$

с помощью которых случайные возмущения из дальнейшего рассмотрения могут быть исключены. Преобразованная с учетом равенства (91) система уравнений (90) после объединения подобных членов и изменения порядка операций запишется в виде

$$
\begin{aligned}
&x_0 = P_{x0}\, \Phi_0^T \lambda_0 + m_{x0} ,\\
&.\\
&.\\
&x_{k+1} = \Phi_k x_k + Q_k \lambda_k ,\\
&\lambda_k = \Phi_{k+1}{}^T \lambda_{k+1} + R_{k+1}{}^T H_{k+1}{}^T(z_{k+1} - H_{k+1}x_{k+1}), \qquad (92)\\
&.\\
&.\\
&\lambda_n = 0
\end{aligned}
$$

Система уравнений (92) представляет собой двухточечную граничную задачу. Условия на границах определены первым и последним уравнениями системы (λ_0 и λ_n).

Построим последовательную процедуру для решения двухточечной граничной задачи. Обозначим через $x_{k/n}$ оценки $x(t_k)$, полученные с учетом всех измерений $z_1,\dots,z_n$. Полагая последовательно n = 1,2,…,k+1, запишем уравнения (92) в виде

$$X_{k/k+1} = P_{k/k}\, \Phi_k^T \lambda_k + x_{k/k} , \qquad (93)$$

$$x_{k+1/k+1} = \Phi_k x_{k/k+1} + Q_k \lambda_k , \qquad (94)$$

$$\lambda_k = \Phi_{k+1}{}^T \lambda_{k+1} + R_{k+1}{}^{-1} H_{k+1}(z_{k+1} - H_{k+1}x_{k+1/k+1}), \qquad (95)$$

$$\lambda_{k+1} = 0 , \qquad (96)$$

где оценка $x_{0/0} = m_{x0}$, а $P_{k/k} = P_k$.

Подставим уравнение (93) в (94), а уравнение (96) в (95). Получим

$$
\left.
\begin{aligned}
&X_{k+1/k+1} = (\Phi_k P_{k/k} \Phi_k^T + Q_k) \lambda_k + \Phi_k x_{k/k} ,\\
&\lambda_k = R_{k+1}{}^{-1} H_{k+1}{}^T(z_{k+1} - H_{k+1}x_{k+1/k+1}).
\end{aligned}
\right. \qquad (97)
$$

Обозначим

$$P_{k+1/k} = \Phi_k P_{k/k} \Phi_k^T + Q_k . \qquad (98)$$

Тогда уравнение (97) примет вид

$$X_{k+1/k+1} = P_{k+1/k}\ R_{k+1}\ H_{k+1}(z_{k+1} - H_{k+1}x_{k+1/k+1}) + \Phi_k\, x_{k/k}$$

или

$$[\, I + P_{k+1/k}\ R_{k+1}\ H_{k+1}]\ X_{k+1/k+1} = \Phi_k\, x_{k/k} + P_{k+1/k}\ R_{k+1}\, H_{k+1}\, z_{k+1}.$$

Умножим обе части последнего уравнения слева на матрицу $P_{k+1/k}$:

$$[P_{k+1/k} + R_{k+1}\, H^T{}_{k+1}\, H_{k+1}]\ X_{k+1/k+1} = P_{k+1/k}\, \Phi_k\, x_{k/k} + R_{k+1}\, H_{k+1}\, z_{k+1}.$$

Обозначив

$$P_{k+1/k+1}=[P_{k+1/k}{}^{-1}+P_{k+1/k}{}^{-1}H^T{}_{k+1}H_{k+1}]^{-1}, \qquad (99)$$

запишем выражение для оценки вектора параметров по (к+1) измерению, добавив в него два последних слагаемых:

$$X_{k+1/k+1} = P_{k+1/k+1}\, P_{k+1/k}\, x_{k/k} + P_{k+1/k+1}\ R_{k+1}\, H_{k+1}\, z_{k+1} + P_{k+1/k+1}\, R_{k+1}\, H_{k+1}\, H_{k+1}\, \Phi_k\, x_{k/k} -$$

$$- P_{k+1/k+1}\ \ R_{k+1}\, H_{k+1}\, H_{k+1}\, \Phi_k\, x_{k/k} = P_{k+1/k+1}\ R_{k+1}\, H_{k+1}\, (z_{k+1} - H_{k+1}\, \Phi_k\, x_{k/k}) + P_{k+1/k+1}\, [P_{k+1/k} +$$

$$+R_{k+1}\, H_{k+1}\, H_{k+1}]\ \Phi_k\, x_{k/k}\, .$$

Окончательно

$$X_{k+1/k+1} = \Phi_k\, x_{k/k} + P_{k+1/k+1}\, R_{k+1}\ H_{k+1}\, (z_{k+1} - H_{k+1}\, \Phi_k\, x_{k/k})\, . \qquad (100)$$

Из уравнения (100) видно, что текущая оценка определяется как предыдущая оценка плюс поправка за счет нового измерения. Матрица (99) является корреляционной матрицей вектора $\mathbf{X_{k+1/k+1}}$.

Уравнения (98) – (100) известны в литературе как фильтр Калмана [3].

Селекция траекторий. Для упрощения процесса селекции траекторий и сокращения объема вычислений сравнение координат наблюдаемых и экстраполированных отметок обычно производится в стробах [1]. Строб представляет собой некоторую область вокруг экстраполированной отметки, размеры и форма этой области выбираются из условия высокой вероятности попадания в нее отметок, принадлежащих сопровождаемой траектории.

Форму строба выбирают простейшей, легко реализуемой на ЭВМ.

В полярной системе координат (рис. 18а) простейший строб задается двумя значениями дальности ($\mathbf{D_н}$ и $\mathbf{D_к}$) и двумя значениями азимута ($\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{н}}$ и $\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{к}}$), а в прямоугольной системе координат (рис. 18б) соответственно парами значений координат.

а　　　　　　　　　　　　　　　　б

Рис. 18

Размеры строба зависят от суммарной ошибки, которая включает ошибки измерения, экстраполяции, от интенсивности маневра (динамическая ошибка сопровождения) и ряда других факторов (например, пропуска отметок).

Размеры строба выбираются из условия обеспечения заданной вероятности попадания в него истинных отметок. Так, если выбрать строб с размерами $\Delta x_{стр} = \sigma_{x\Sigma}$, $\Delta y_{стр} = \sigma_{y\Sigma}$ (где

$\sigma_{x\Sigma}$, $\sigma_{y\Sigma}$ - суммарные среднеквадратичные отклонения отметок от экстраполированных по осям **x** и **y)**, то при нормальном распределении суммарных ошибок вероятность попадания истинных отметок в строб $P_0 = 0,68$. Для получения $P_0 = 0,997$ (≈ 1) нужно брать $\Delta x_{стр} = 3\sigma_{x\Sigma}$, $\Delta y_{стр} = 3\sigma_{y\Sigma}$.

Дисперсии же суммарных ошибок

$$\sigma^2_{x\Sigma} = \sigma^2_x + \sigma^2_{xэ} + \sigma^2_{x\partial} , \sigma^2_{y\Sigma} = \sigma^2_y + \sigma^2_{yэ} + \sigma^2_{y\partial} , \qquad (101)$$

где σ^2_x , σ^2_y - дисперсии ошибок измерения; $\sigma^2_{xэ}$, $\sigma^2_{yэ}$ – дисперсии суммарных ошибок экстраполяции; $\sigma^2_{x\partial}$, $\sigma^2_{y\partial}$ - дисперсии динамических ошибок сопровождения.

При попадании в строб нескольких отметок возможны два варианта продолжения сопровождения. Либо все отметки берутся на сопровождение, и тогда кроме истинной траектории появляются ложные, вероятность сопровождения которых с каждым новым обзором уменьшается из-за отсутствия корреляции ложных отметок; через несколько обзоров они сбрасываются с сопровождения. Либо в стробе выбирается одна отметка, вероятность которой к сопровождаемой траектории наибольшая, а остальные отбрасываются как ложные.

Для последнего варианта можно произвести селекцию отметок, используя, например, метод максимального правдоподобия.

Функция правдоподобия может иметь вид [2]

$$W(\Delta x_i, \Delta y_i) = \frac{1}{2\pi\sigma_{xz}\sigma_{yz}} \exp\{-\tfrac{1}{2}(\frac{\Delta x^2_i}{\sigma^2_{xz}} + \frac{\Delta y^2_i}{\sigma^2_{yz}})\} , \qquad (102)$$

где **i** - номер отметки в строе; Δx_i, Δy_i – расстояния в прямоугольной системе координат от центра строба до каждой **i**-й отметки.

Условие максимального правдоподобия

$$\lambda^2_i = \frac{\Delta x^2_i}{\sigma^2_{xz}} + \frac{\Delta y^2_i}{\sigma^2_{yz}} = \min \qquad (103)$$

графически выглядит как эллипс, т.е. это линия равных вероятностей отклонений истинных отметок от центра строба, что соответствует выбору той отметки, которая имеет минимальное суммарное эллиптическое отклонение от центра строба. При $\sigma_{xz} = \sigma_{yz}$ эллипс превращается в окружность.

Если в стробе находится одна отметка, то она принимается в качестве истинной. При отсутствии отметок в стробе в качестве истинной принимается экстраполированная отметка.

6.ТРЕТИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Этап сбора и объединения, осуществляемый в УТО, характеризуется обработкой информации от нескольких источников и последующим созданием общей внешней обстановки [1].

Процесс сбора и объединения информации включает в себя следующие функциональные задачи:

- прием сообщений от источников (каналов передачи данных) и сбор сообщений;
- приведение к единой системе координат и времени;
- отождествление отметок объекта;
- сглаживание координат отождествленных отметок.

По каналам передачи информации в систему поступают в общем случае независимые потоки сообщений, имеющие различные характеристики. Этап сбора организуется таким образом, чтобы свести к минимуму потери сообщений и обеспечить наилучшее функционирование всей системы в целом при условии взаимодействия процессов обработки и сбора.

Каждый источник дает измерения в соответственной системе координат (топоцентрической), поэтому выполняется преобразование координат отметок к единой системе координат. Кроме того, осуществляется приведение отметок объектов к единому времени, чтобы облегчить последующее отождествление отметок (рис. 19).

Отметки объектов

t

t

метки единого времени

Приведенные отметки времени

Рис. 19

6.1. Отождествление отметок объективов

Наиболее сложной операцией является отождествление отметок, когда по известным отметкам объективов $\mathbf{x_{ki}}$ (где **k** – индекс признака, **i** – индекс отметки), пришедшим от различных источников информации, следует определить их принадлежность одному и тому же объекту или различным объектам.

Будем решать задачу отождествления, выполняя парную обработку отметок. Тогда можно предположить следующий алгоритм на совпадение отметок, основанный на анализе разности

$$\Delta x_{ij} = x_i - x_j = \{x_{ki} - x_{kj}\} = \{\Delta x_k\}_{i,j}, \qquad (104)$$

где i, j – индекс выбранных отметок.

Если

$$\Delta X_{ij}\, C\, I, \quad \Delta X_{jr}\, C\, I, \ldots, \quad \Delta X_{\ell i} C\; I, \qquad (105)$$

где $I=I_i\ I_j \ldots n\ I_\ell$ - область пересечений, а $I_i \ldots\ I_\ell$ - области отождествления двух отметок, то отметки объектов эквивалентны

$$X_i \approx x_j \approx \ldots \approx x_L(x_L) \qquad (106)$$

Рассмотрим скаляр X_{ki} , когда сравнивается **k**-й признак двух отметок $\Delta x_k = x_{ki} - x_{kj}$. Величина Δx_k является случайной с математическим ожиданием $M[\Delta x_k]$. Тогда плотность распределения этой случайной величины запишем в виде $W(\Delta x_k / M[\Delta x_k])$. При $M[\Delta x_k]=0$ две отметки принадлежат одному и тому же объекту, а при $M[\Delta x_k] \neq 0$ – двум разным объектам. В большинстве случаев предполагают, что $M[\Delta x_k]$–неизвестная постоянна величина и известно минимальное допустимое расстояние между объектами ***a***.

Поэтому имеем

$$W_1(\Delta x_k / M[\Delta x_k]) = 0 \ \rightarrow H_1 \rightarrow \gamma_1$$

$$\Delta x_k \qquad (107)$$

$$W_0(\Delta x_k / M[\Delta x_k]) \geq 0 \ \rightarrow H_0(H_1) \rightarrow \gamma_0 \ ,$$

т.е. отождествление отметок сформулировано в терминах проверки статических гипотез: гипотеза H_1 против альтернативы H_0.

Решающее правило, позволяющее найти доступную область,

$$\ell(\Delta x_k) = \frac{W_1(\Delta x_k / M[\Delta x_k]) = 0\ )}{} \geq c \qquad (108)$$

$W_0(\Delta x_k / M[\Delta x_k]) \geq 0$)

Переход к многомерному случаю, когда количество признаков ***к***, по которым происходит сравнение, больше I, приводит к необходимости многомерных функций правдоподобия.

Практическая реализация критерия принятия решения соответствует построению строба (допустимой области) в пространстве переменных $\Delta x_k (k \subset N)$.

С целью упрощения решающего правила полученный строб (допустимую область) заменяют эквивалентным прямоугольным (рис. 20).

Рис. 20

Решающее правило (108) для отождествления отметок представляется в виде

$$|\Delta x_1| < r_1 \quad |\Delta x_2| > r_2 \ . \qquad (109)$$

После операции отождествления над полученными отметками производится статистическая обработка, уточняющая характеристики объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конторов Д.С., Голубев-Новожилов Ю.С. Введение в радиолокационную системотехнику. – М.: Сов. Радио, 1981. – 368с.
2. Захаров В.К., Севастьянов В.А., Чистяков В.П. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1983. – 160с.
3. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 496с.
4. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986. – 352с.
5. Солодовников В.В., Арутюнов С.К. Лобусов Е.С. Системный подход к проектированию АСУ как человеко-машинных систем управления. – М.: МВТУ, 1985. – 32с.

СОДЕРЖАНИЕ