

ТАШКЕНТСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ  
КАФЕДРА «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ГРАФИКА»

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

по Начертательной геометрии

«Использование вспомогательных секущих сфер при построении  
линии пересечения двух тел вращения»

Ташкент – 2011

Составители: доц. Н.Ш.Мухитдинов, доц. Р.У.Синдаров,  
асс.Б.Р.Ходжимухамедов

Рецензент: ст. преп. М.Ж.Жумаев

Для построения линии пересечения тел вращения в частности используется метод вспомогательных сфер (концентрических и эксцентрических). Этот метод применим тогда и только тогда, если оси вращения пересекающихся тел лежат в одной плоскости и имеют общую точку (т.е. пересекаются).

Метод основан на том, что линия пересечения тела вращения со сферой, центр которой находится на оси вращения вышеуказанного тела, является окружностью, одна из проекций которой представляется отрезком прямой (см. рис. 1).

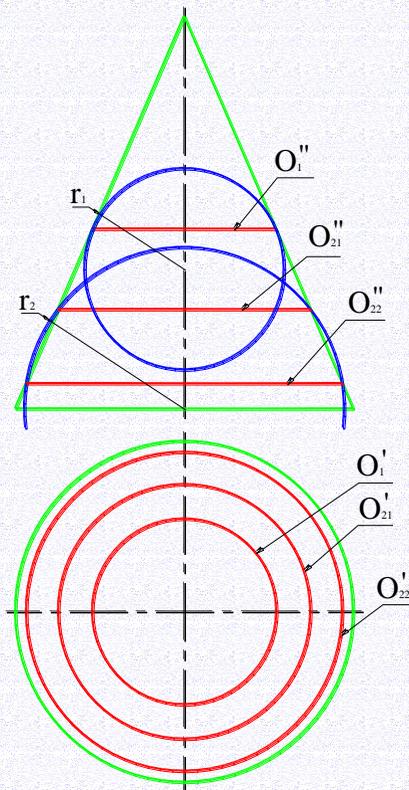


Рис. 1. Пересечение конической поверхности сферой.

$r_1, r_2$  – радиусы секущих сфер;

$O_1 (O_1', O_1'')$ ,  $O_{21} (O_{21}', O_{21}'')$  и  $O_{22} (O_{22}', O_{22}'')$  – проекции линии пересечения сфер соответствующего радиуса с конической поверхностью.

Рассмотрим несколько случаев построения линии пересечения тел вращения с применением вспомогательных секущих сфер.

Случай 1. Использование концентрических секущих сфер

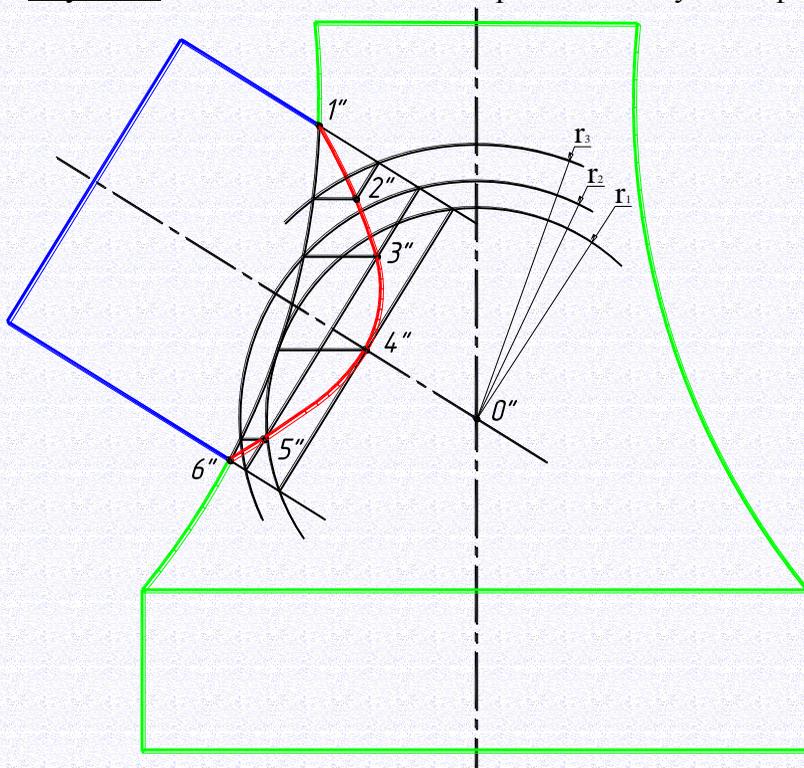


Рис. 2. Пересечение тора с цилиндром.

Как видно из рис. 2 проекция точки 4 (4'') получилась в пересечении линий пересечения сферой радиуса  $r_1$  поверхностей тора и конуса. Аналогичным образом получаем проекции точек 3 (3'') и 5 (5'') при пересечении поверхностей сферой радиуса  $r_2$  и проекция точки 2 (2'') при пересечении поверхностей сферой радиуса  $r_3$ . Отметим, что центром сфер является точка пересечения осей вращения поверхностей  $O$  ( $O''$ ). Все построение выполнено на одной проекции (фронтальной)

*Точки 1 (1'') и 6 (6'') являются характерными [2], так как лежат в общей для обеих поверхностей плоскости симметрии, параллельной фронтальной плоскости проекций  $V$ .*

## Случай 2. Использование эксцентрических секущих сфер.

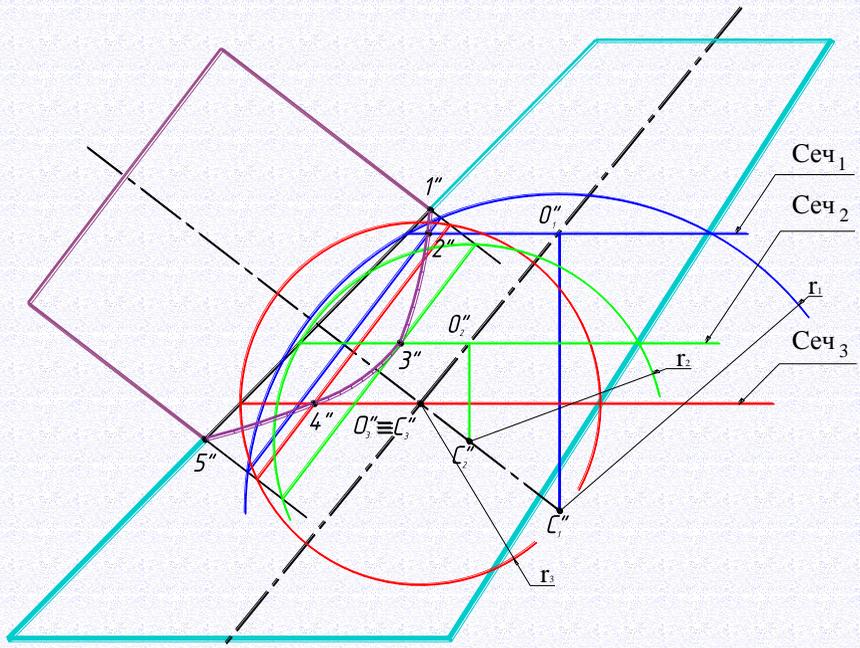


Рис. 3. Пересечение цилиндра с наклонным круговым конусом.

Для нахождения проекций точек, принадлежащих линии пересечения поверхностей цилиндра и конуса (рис. 3) проводим несколько секущих плоскостей: Сеч<sub>1</sub>, Сеч<sub>2</sub>, и Сеч<sub>3</sub>, пересекающих конус по соответствующим окружностям с центрами  $O_1''$ ,  $O_2''$ ,  $O_3''$ . Проводя перпендикуляры из  $O_1''$ ,  $O_2''$  до пересечения с осью цилиндра, получим центры секущих сфер  $C_1''$ ,  $C_2''$ . ( $O_3''$  совпадает с центром  $C_3''$ ). Пересечение сечений Сеч<sub>1</sub>, Сеч<sub>2</sub>, и Сеч<sub>3</sub> с линиями пересечения цилиндра со сферами радиусов  $r_1$ ,  $r_2$ , и  $r_3$  даст нам соответственно точки 2 ( $2''$ ), 3 ( $3''$ ) и 4 ( $4''$ ), принадлежащие линии пересечения заданных поверхностей.

### Случай 3. (Смешанный).

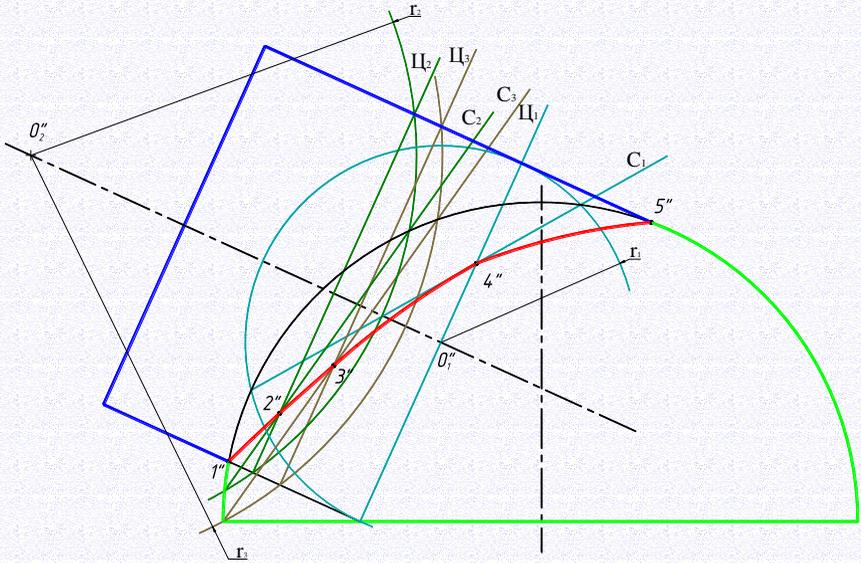


Рис. 4. Пересечение цилиндра со сферой.

Как следует из рис. 4 были последовательно выбраны центры вспомогательных сфер  $O_1(O_1'')$  и  $O_2(O_2'')$ . Сфера радиуса  $r_1$  дала две линии сечения  $C_1$  и  $Ц_1$  – результат пересечения вспомогательной сферы с заданными сферой и цилиндром соответственно.

Пересечение  $C_1$  и  $Ц_1$  дают одну из точек, принадлежащих линии пересечения заданных поверхностей вращения, а именно точку 4 ( $4''$ ).

Проведя вспомогательные сферы радиусами  $r_2$  и  $r_3$  из центра  $O_2(O_2'')$  аналогично получим линии пересечения заданных поверхностей  $C_2$  и  $Ц_2$ ,  $C_3$  и  $Ц_3$ . Они же в свою очередь, взаимно пересекаясь, дают точки принадлежащие линии пересечения заданных поверхностей, а именно 2 ( $2''$ ) и 3 ( $3''$ ) соответственно.

Как следует из рассмотренных примеров, задача построения линии пересечения двух поверхностей вращения с использованием вспомогательных секущих сфер, решается на одной проекции.

Для построения линии пересечения на другой проекции используются общепринятые приемы нахождения недостающих проекций точек, принадлежащих заданным поверхностям. (Рис. 5)

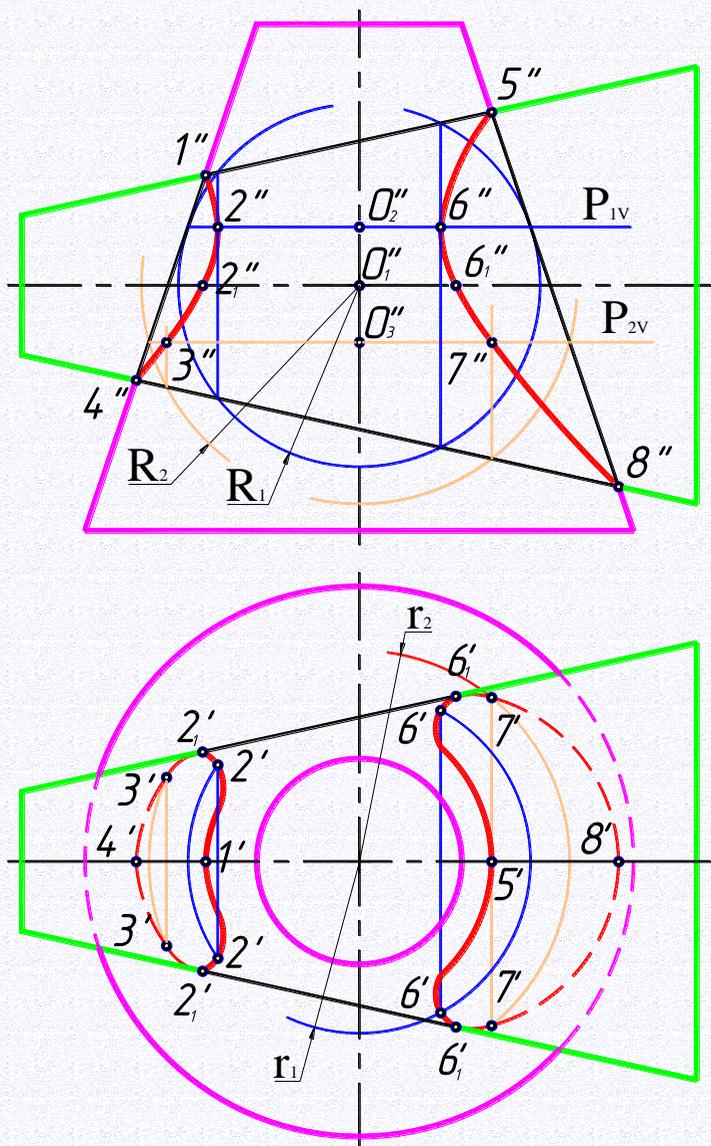


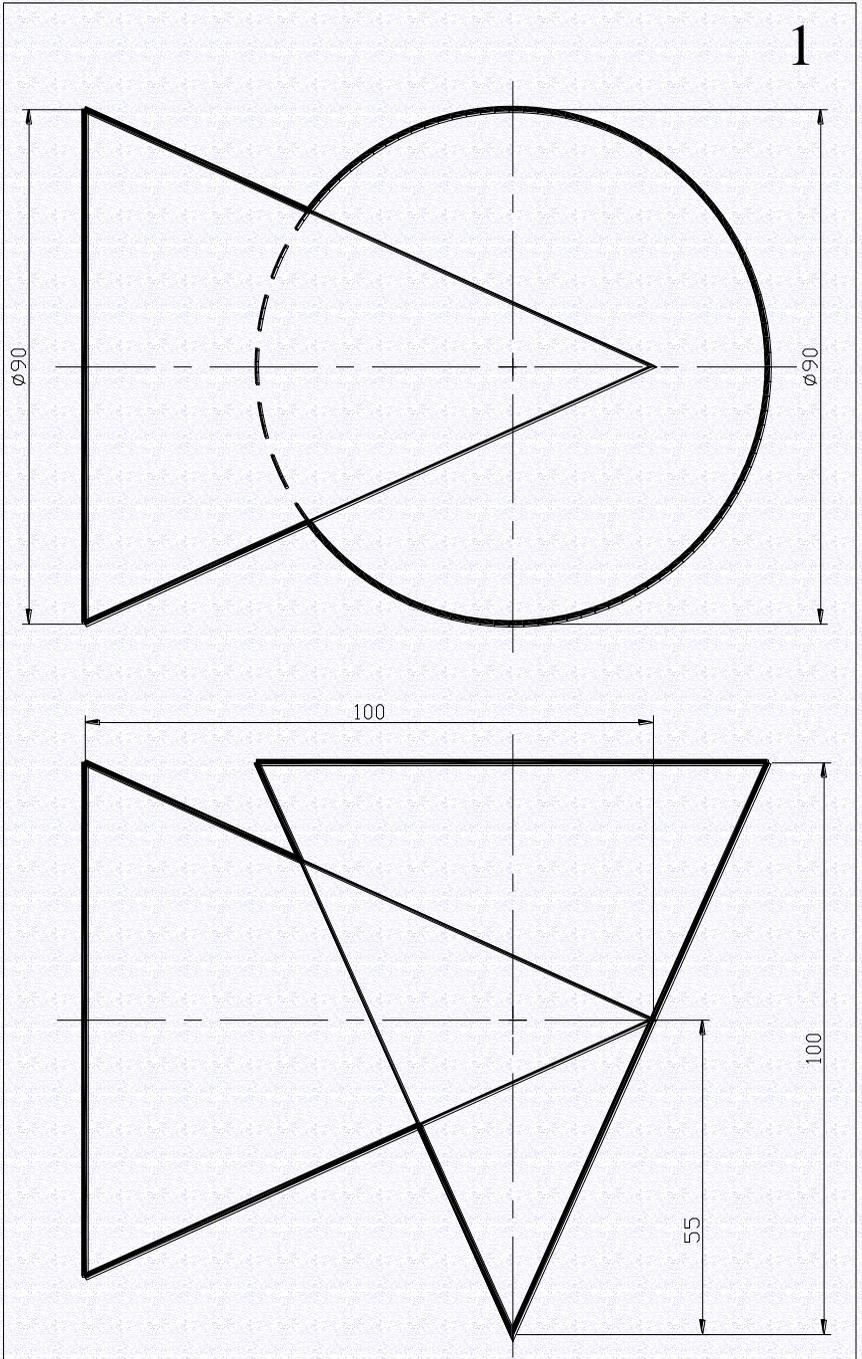
Рис. 5 Пересечение конусов

На рис. 5 показано построение линии пересечения двух конусов. На фронтальной проекции точки 1 ( $1''$ ), 4 ( $4''$ ), 5 ( $5''$ ) и 8 ( $8''$ ) являются характерными. Точки 2 ( $2''$ ) и 6 ( $6''$ ) находим, проводя вспомогательную секущую сферу радиусом  $R_1$ . Точки  $2''$  и  $6''$  являются «последними» для фронтальной проекции линии

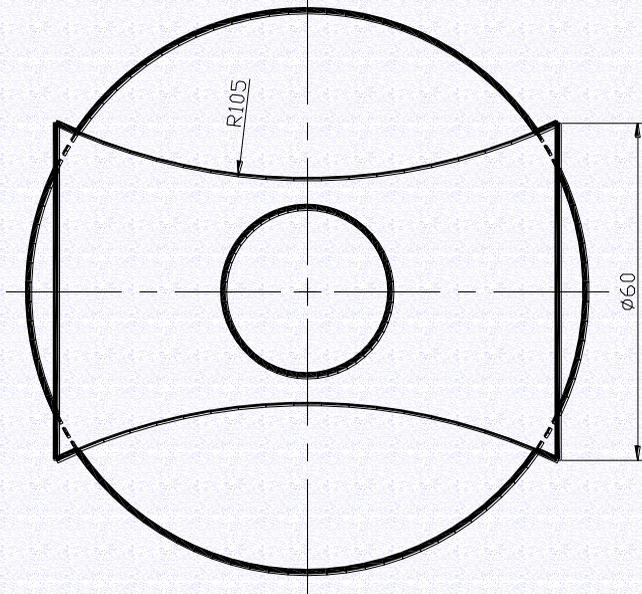
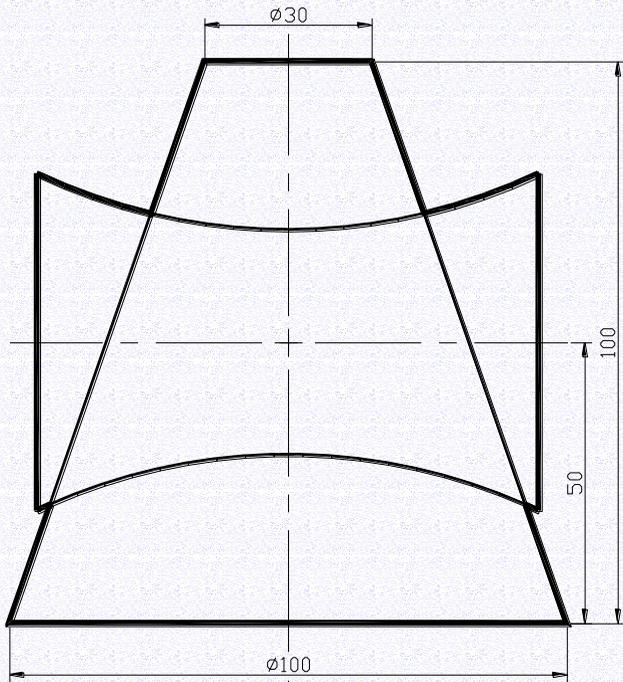
пересечения [1], т.к. сферы радиусом меньше  $R_1$  не дадут искомых точек. Точки 3 ( $3''$ ) и 7 ( $7''$ ) находим, проведя вспомогательную секущую сферу радиусом  $R_2$ . Построив фронтальные проекции линии пересечения поверхностей, отмечаем на них характерные точки  $2_1$  ( $2_1''$ ) и  $6_1$  ( $6_1''$ ), которые на горизонтальной проекции будут лежать на границе видимой и невидимой частей линий пересечения. Горизонтальные проекции характерных точек 1 ( $1'$ ),  $2_1$  ( $2_1'$ ), 3 ( $3'$ ), 5 ( $5'$ ),  $6_1$  ( $6_1'$ ) и 8 ( $8'$ ) находим без затруднений. Проекции точек 2 ( $2'$ ), 3 ( $3'$ ), 6 ( $6'$ ) и 7 ( $7'$ ) находим, проводя вспомогательные горизонтальные плоскости  $P_1(P_{1v})$  и  $P_2(P_{2v})$ , которые пересекают один из конусов по окружностям радиусов  $r_1$  и  $r_2$  соответственно. Горизонтальные проекции искомых точек находим на соответствующих окружностях.

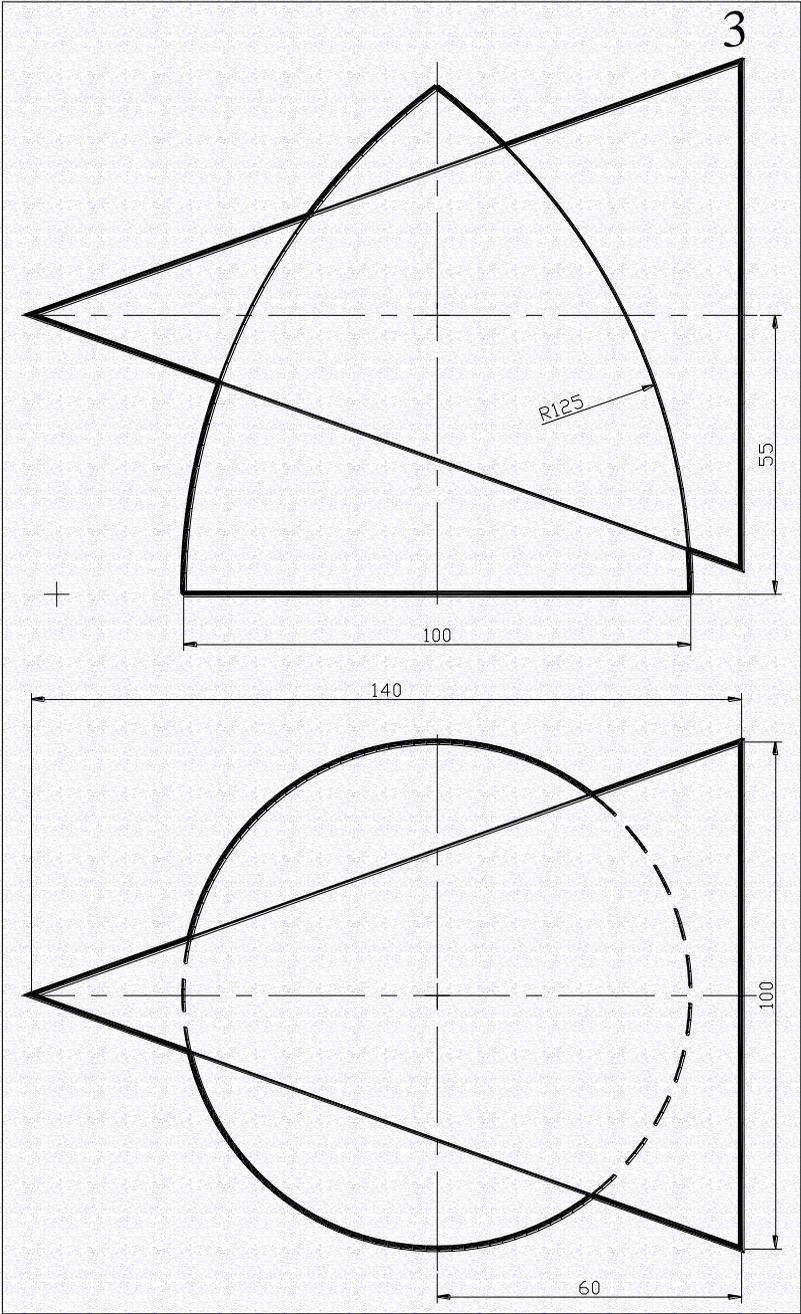
#### Литература:

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: «Наука», 1988.-272с.
2. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии. М.: «Машиностроение», 1978.-445с.

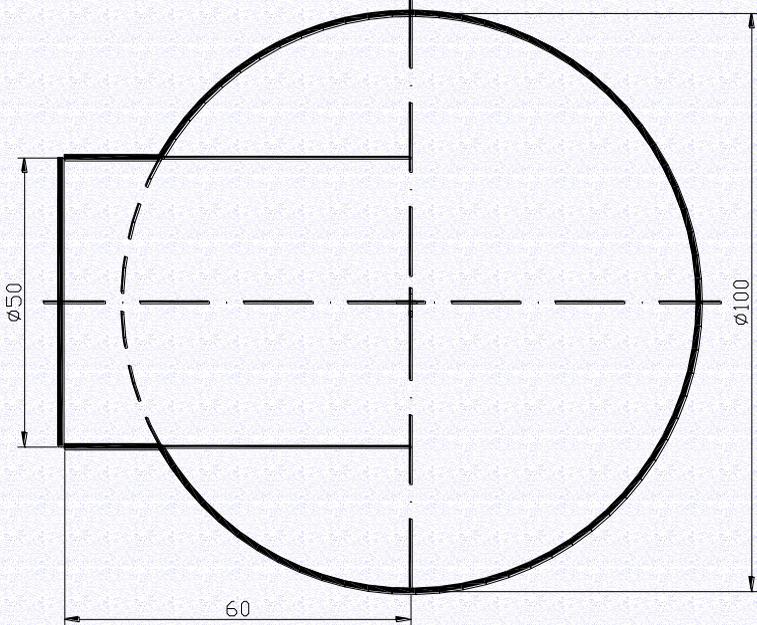
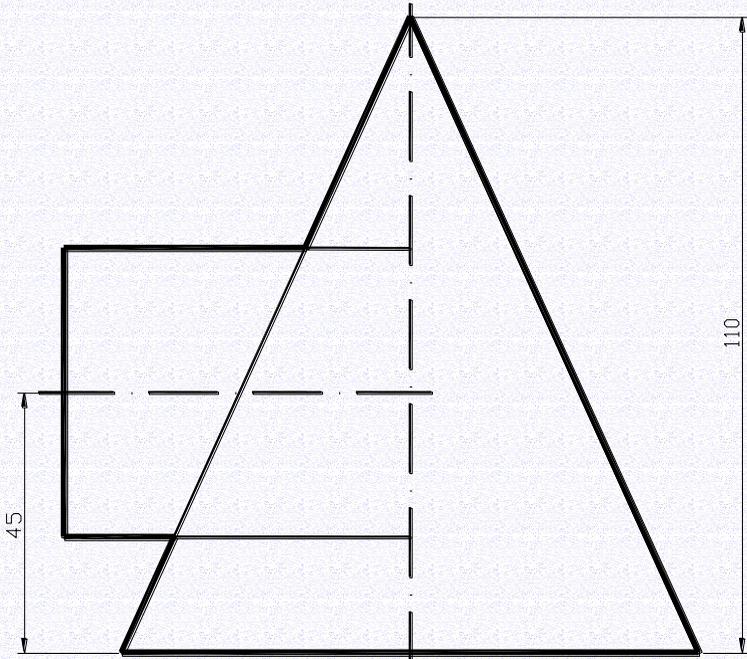


2

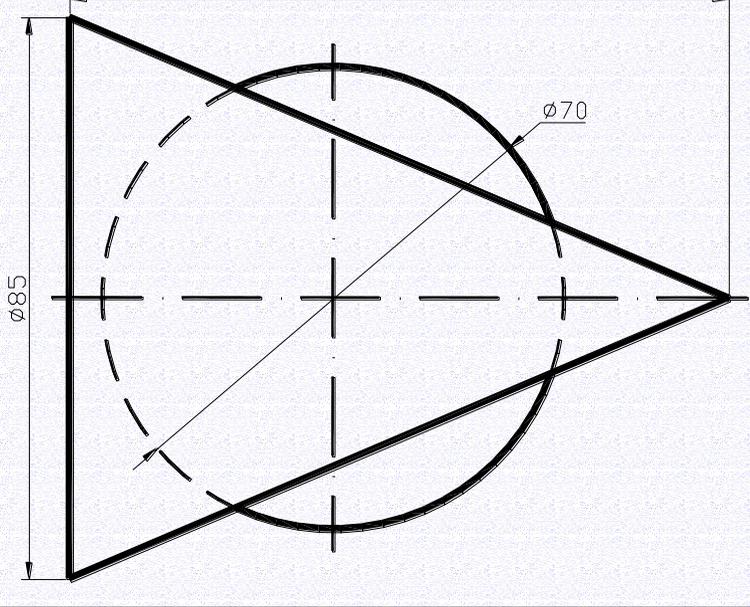
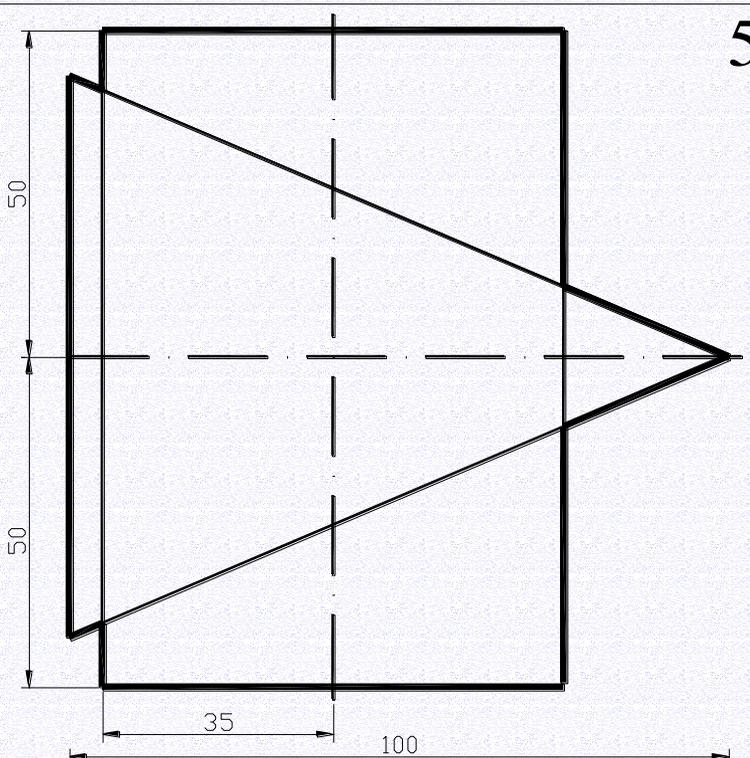


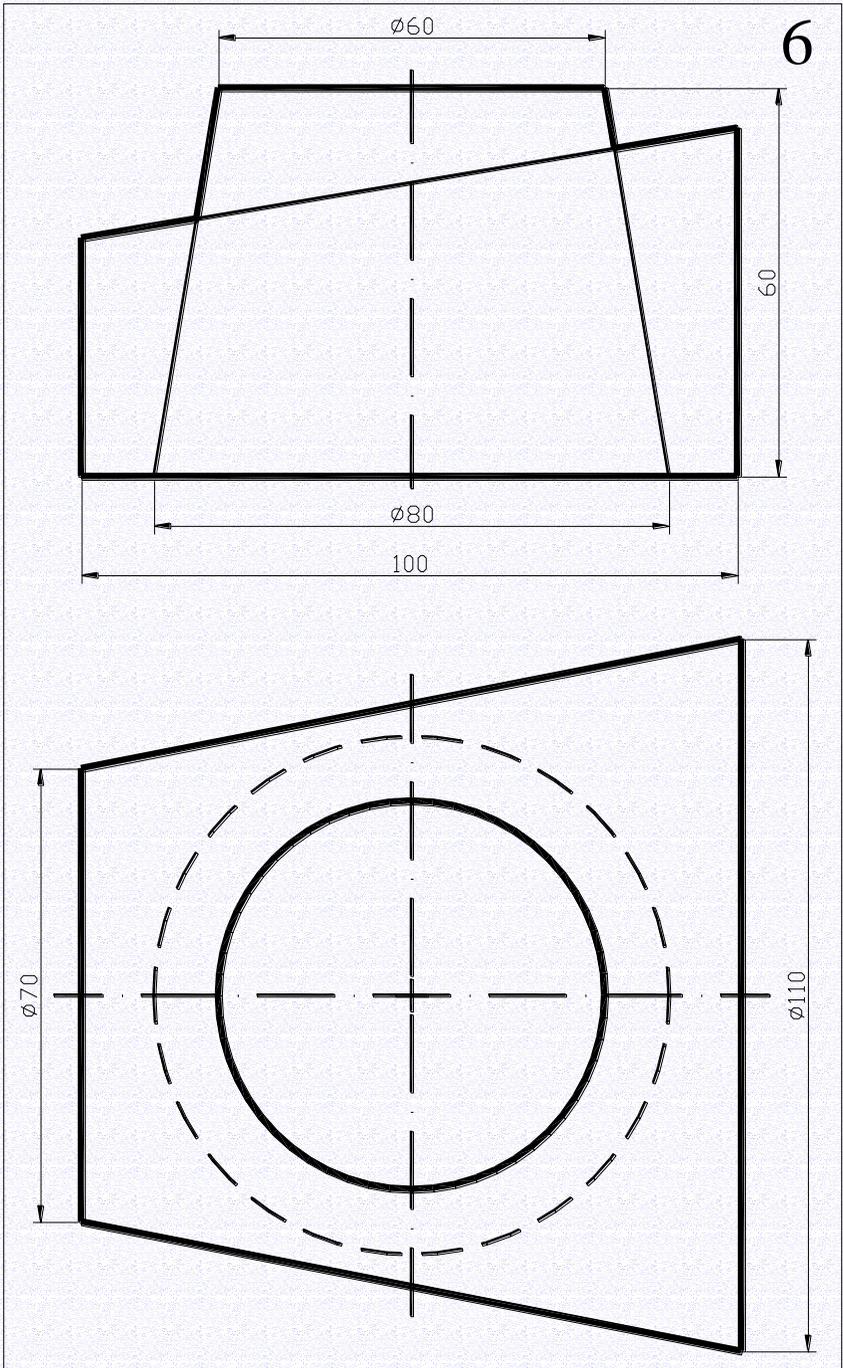


4

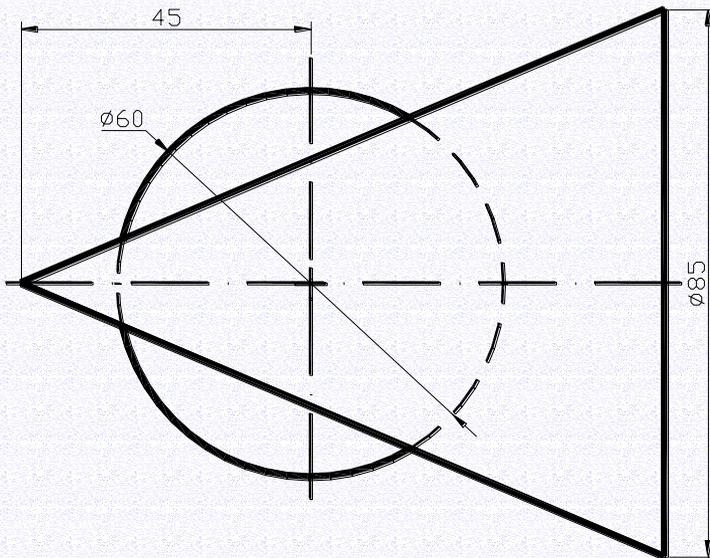
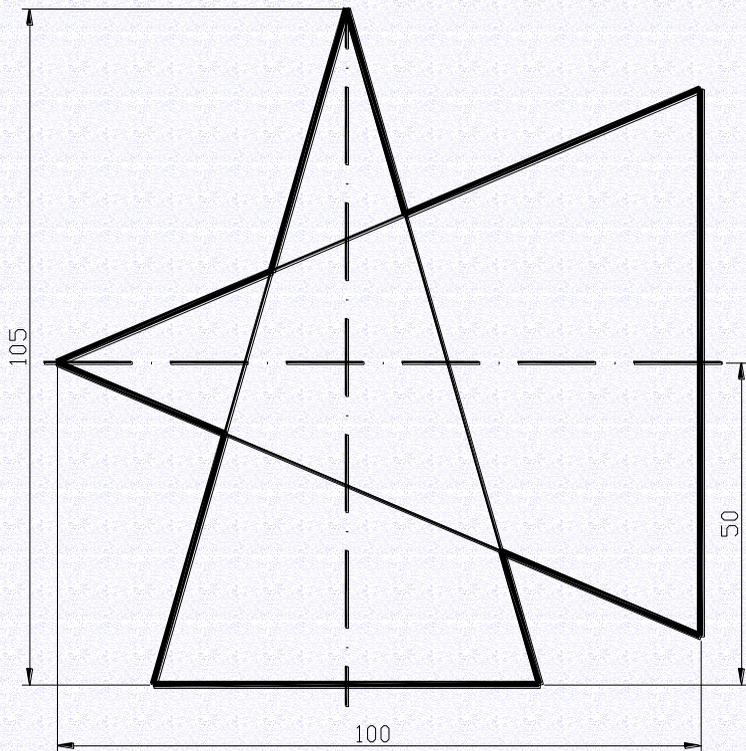


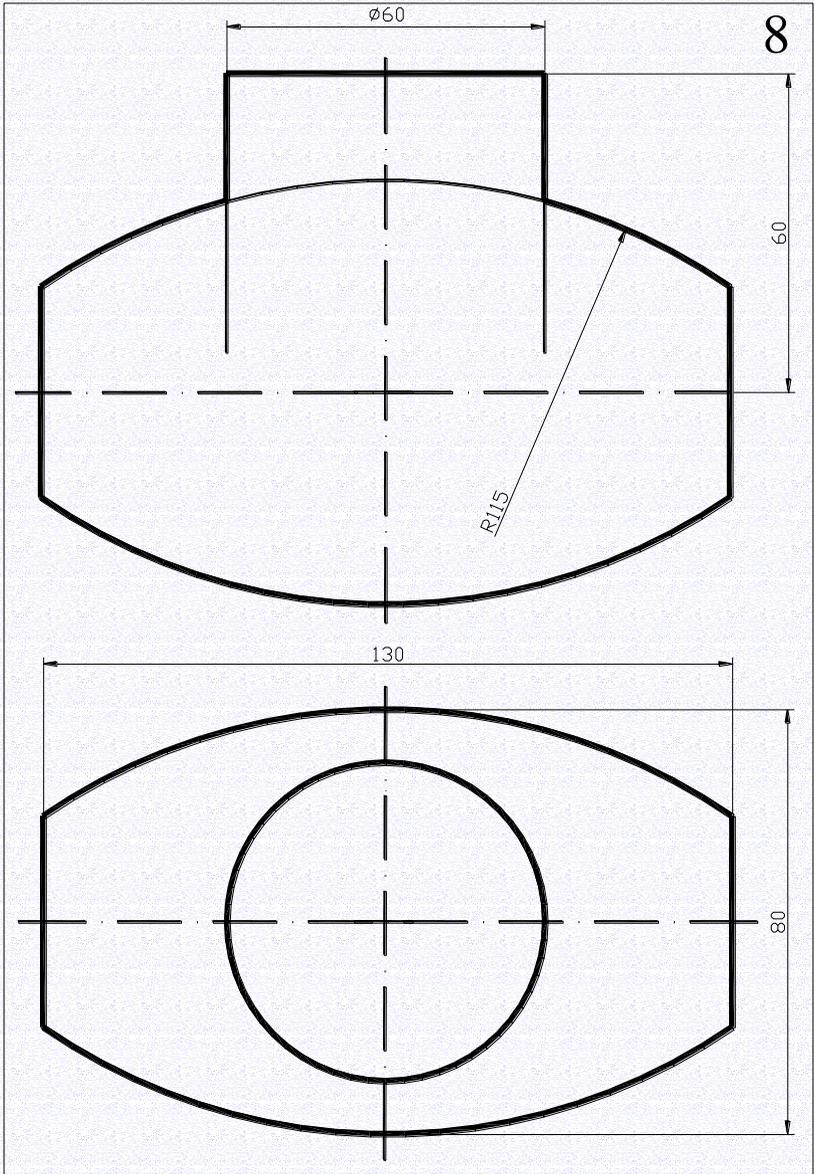
5

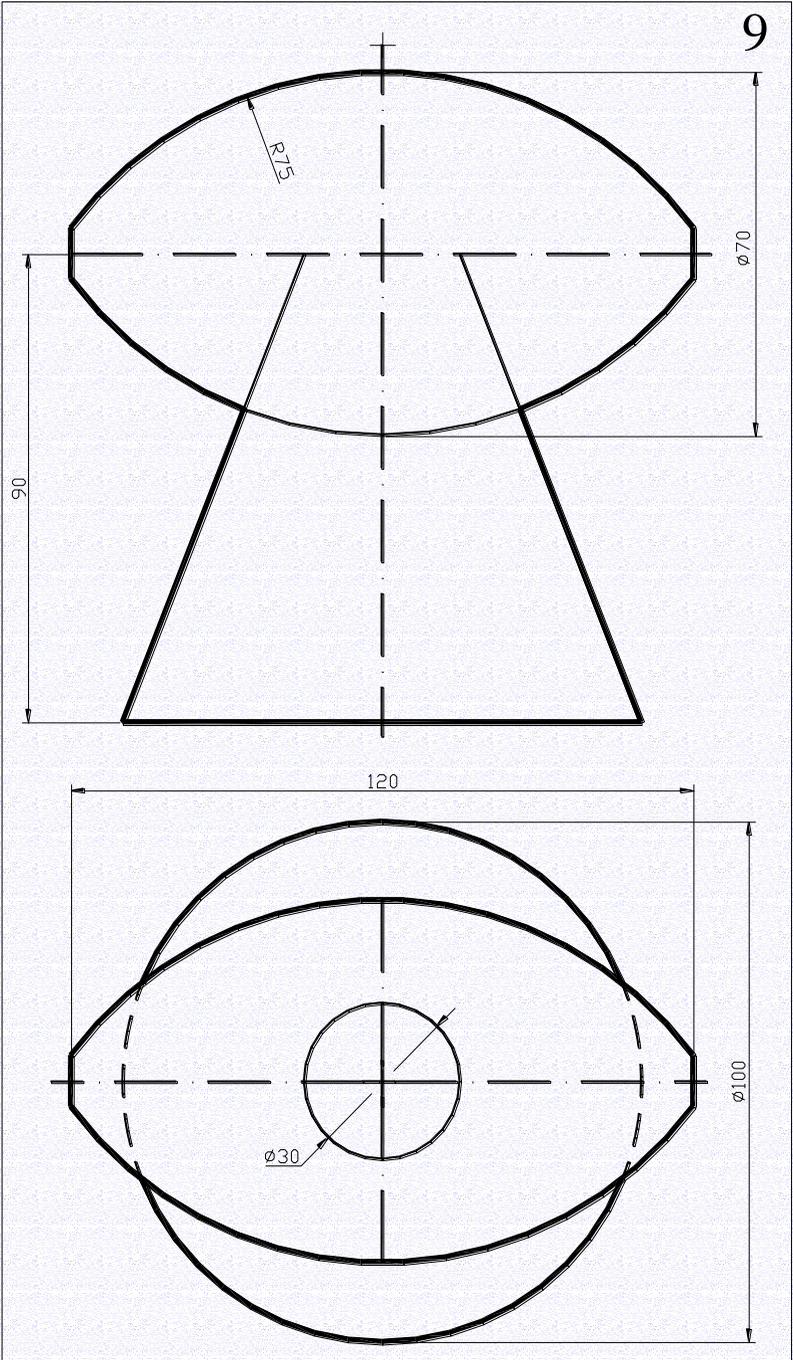




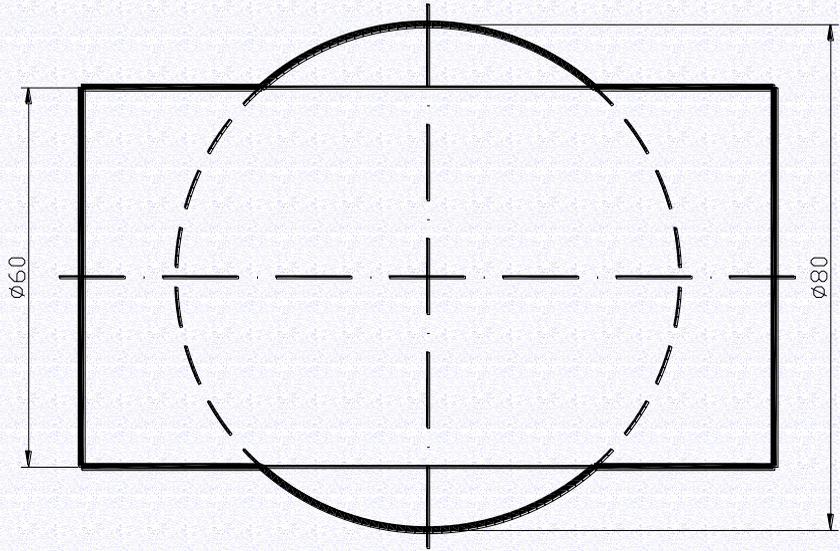
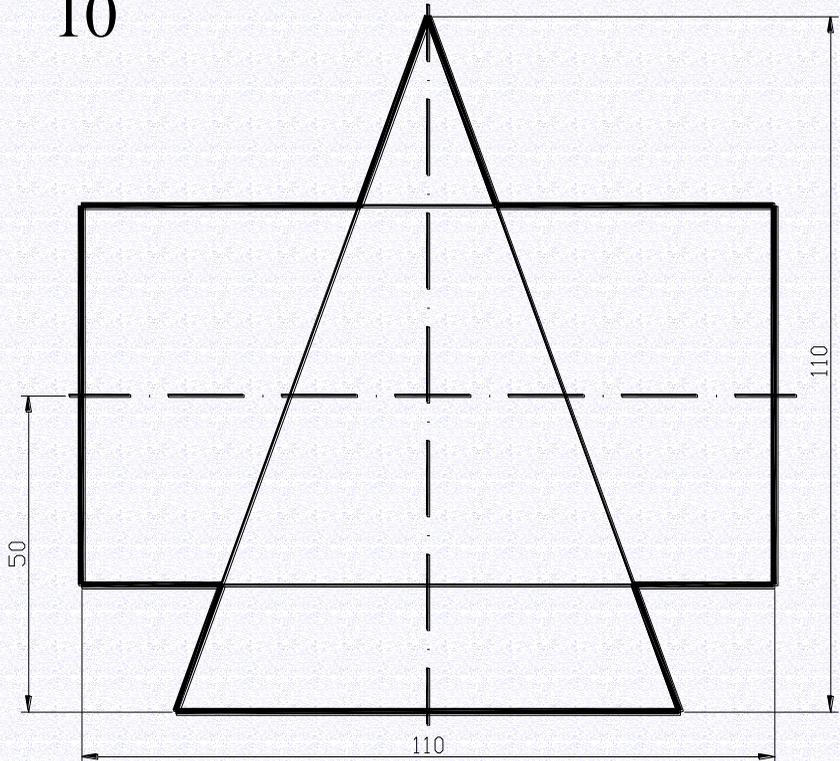
7



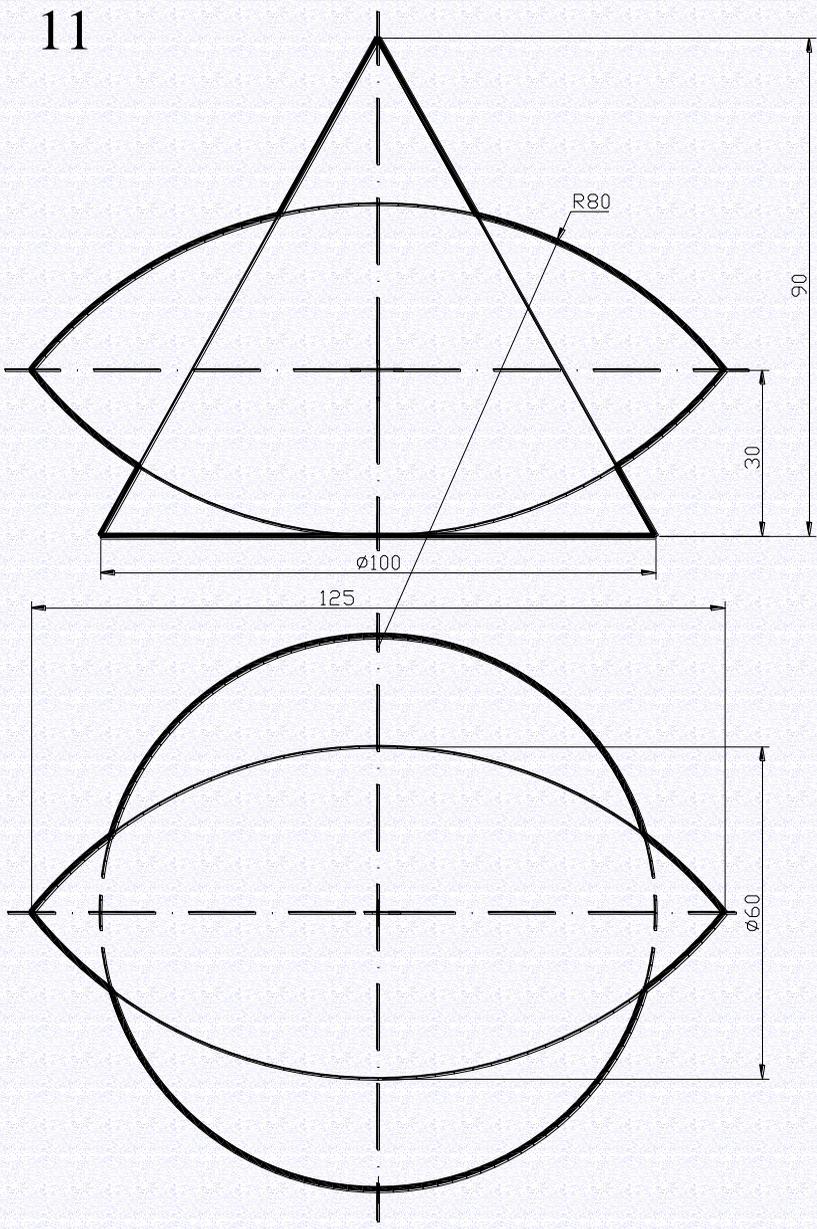




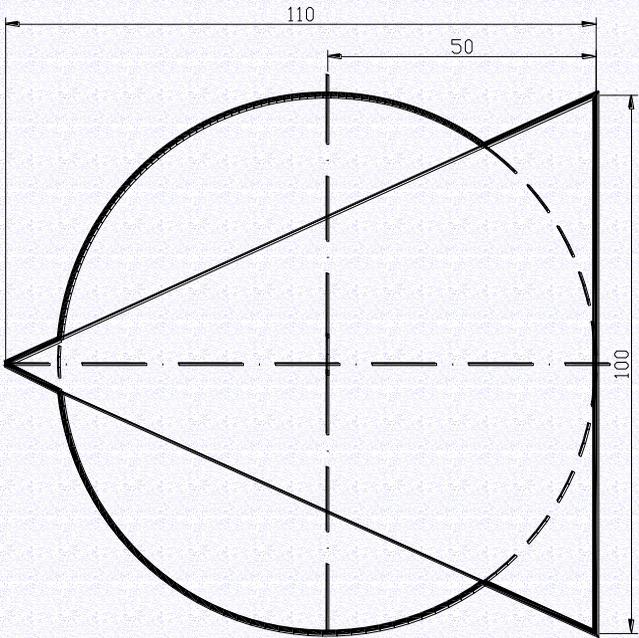
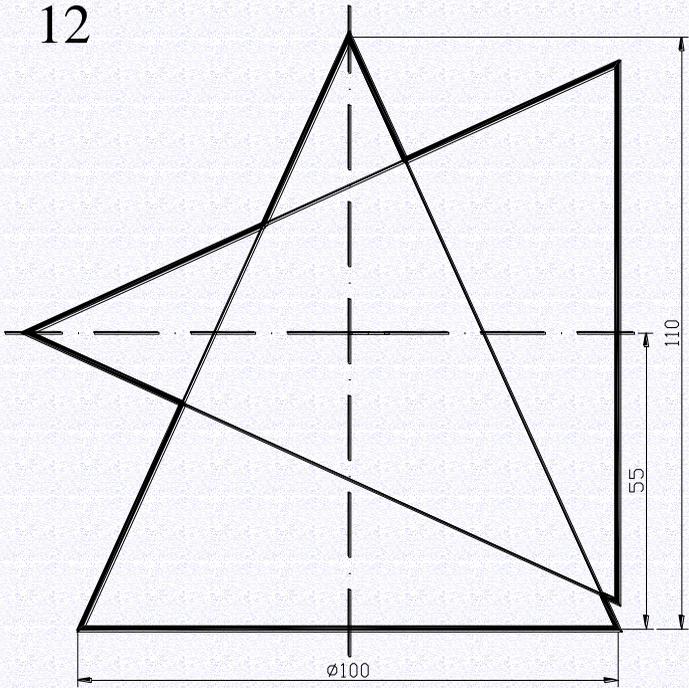
10



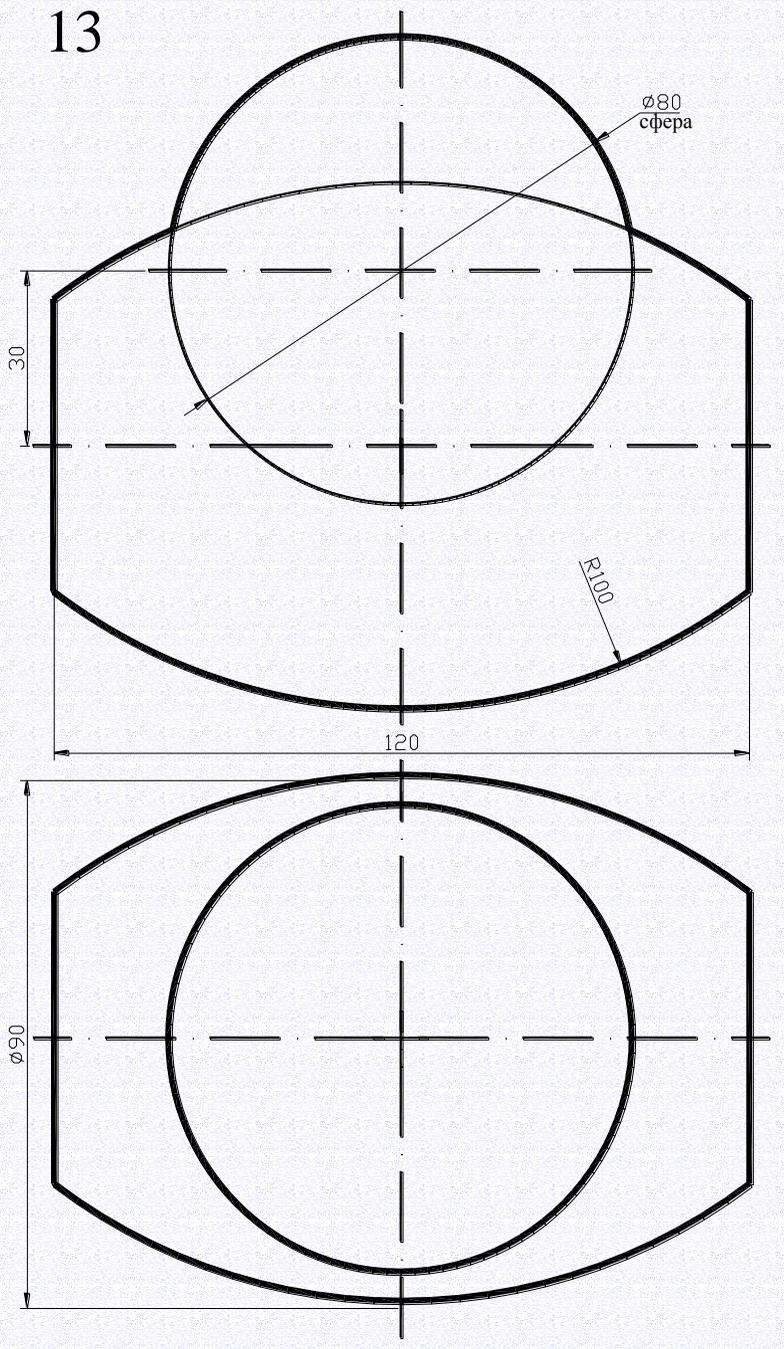
11

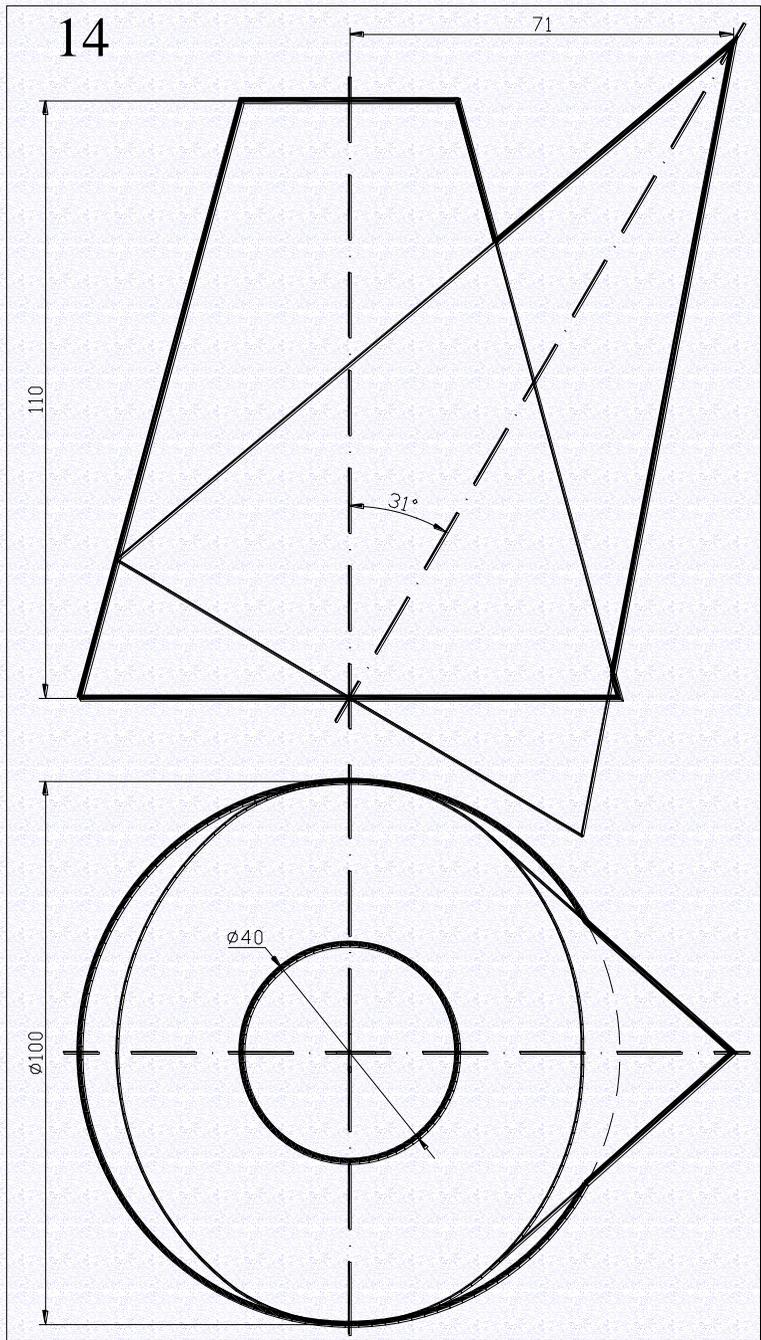


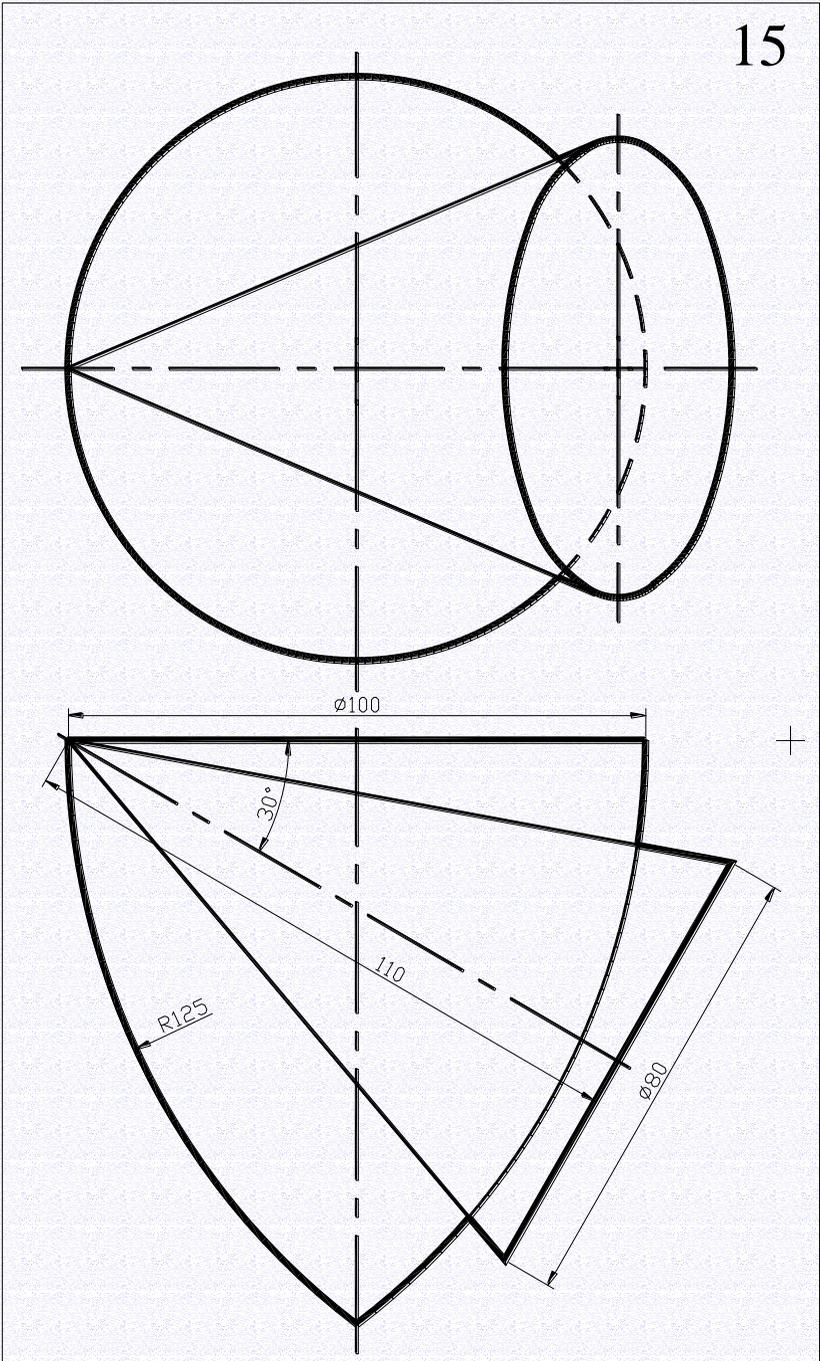
12



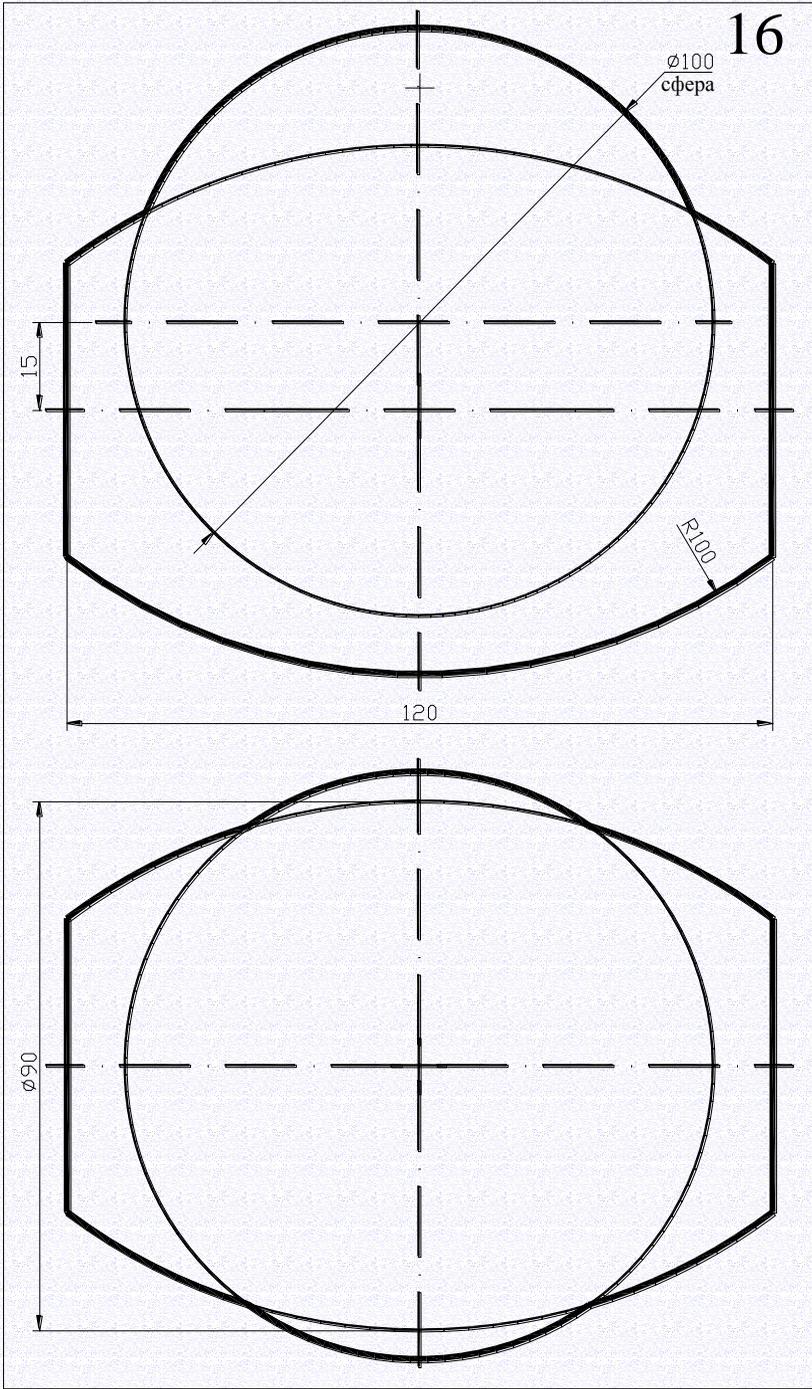
13







16



$\varnothing 100$   
сфера

$R100$

15

120

$\varnothing 90$