

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA
O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

«Amaliy matematika va informatika» kafedrası

**“Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari”
tanlov fanidan**

O‘QUV - USLUBIY MAJMUUA

5480100-“Amaliy matematika va informatika” yo’nalishilari uchun

**Kurs: IV
Semestr: 8**

Tuzuvchilar: prof. Shukurov O.

Qarshi - 2009 yil

O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta‘lim vazirligi

Qarshi Davlat universiteti

“TASDIQLAYMAN”

O‘quv ishlari bo‘yicha prorektori
_____ dots. G`.Bobonazarov
“_____” _____ 2009 yil

“KELISHILDI”

O‘quv bo‘limi boshliq‘
_____ dots.A.Nabiyev
“_____” _____ 2009 yil

Fizika - Matematika fakulteti
«Amaliy matematika va informatika» kafedrası

Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari
tanlov fanidan

ISHCHI O‘QUV DASTURI

(Ushbu ishchi o‘quv Universitetining __0.08.2009 yildagi ilmiy- uslubiy kengashi tomonidan tasdiqlangan namunaviy o‘quv dasturiga asosan ishlab chiqilgan.)

Amaliy matematika va informatika yo‘nalishi uchun

Kurs: 4
Semestrlar: 8.

Tuzuvchilar: prof. Shukurov O.

Qarshi - 2009 yil

Ushbu ishchi o'quv dastur Universitetining __.08.2009 yildagi ilmiy-uslubiy kengashi tomonidan tasdiqlangan namunaviy o'quv dasturiga asosan ishlab chiqilgan.

Tuzuvchi:

prof. Shukurov O.

Ushbu ishchi o'quv dastur:

Kafedra yig'ilishining 2009 yil __ avgust (№1 Bayonnoma) yig'ilishi qarori bilan tasdiqlangan.

Kafedra mudiri:

prof.O.Shukurov

Fakultet ilmiy kengashining 2009 yil __ avgust (№1 Bayonnoma) yig'ilishi qarori bilan tasdiqlangan.

Fakultet dekani:

prof. B. Xayriddinov

Kirish.

Fanning o'qitishdan maqsadi va vazifalari. Fanning maqsadi kuyida-gilardan iborat: Kompyuter texnologiyalarining jadal rivojlanishi mutaxassislardan hisoblash matematikasi elementlarini bilishni va ularni progammalash asoslari fani bilan turli xildagi amaliyot masalalarini yechishda qullay bilishni talab etadi. Shu sababli ham hisoblash matematikasi xalq xo'jaligining turli sohalarida ishlaydigan mutaxassislar tayyorlashda zarur buladigan asosiy fanlardan biridir.

Ushbu o'quv predmetini o'zlashtirish uchun zarur bulgan O'quv fanlar va ularning bulimlari: chizikli algebra, matematik analiz, kompyuter texnologiyalari, progammalash asoslari.

CHizikli algebra fani buyicha matritsalar va ular ustida amallarni, matritsalar ditermenantlarini hisoblashni bilishi kerak. Matematik analiz fani buyicha differentsial va integral hisobga doir bilimlariga ega bulishi zarur. Kompyuter texnologiyalari va progammalash fanlari buyicha talaba programma tuzib, masalani kompyuterda yechish va olingan natijalarni grafik yoki boshka kurinishlarda tasvirlash uchun buladigan barcha bilimlariga ega bulishi kerak.

Kompyuter sinflarida utiladigan amaliy va laboratoriya mashgulot-lari vaktida talaba hisoblash matematikasi va progammalash asoslari fanlaridan olgan bilimlarini kullay bilishi zarur.

Fanning mazmuni

Xatoliklar nazariyasi. Xatoliklar manbalari va ularning klassifikatsiyasi. Hisoblash xatosi. Yukotilmas xatolik. Funktsiyaning xatoligi. Masalalarni sonli yechishdagi natijaning xatosi.

Metodlar klassifikatsiyasi. Xechkok metodi. Gauss usuli. Nochizikli tenglamalar sistemasi uchun Nyuton usuli va uning dasturi. Bosh elementlar usuli. Determenantlarni hisoblash. Teskari matritsani hisoblash. Kvadrat ildizlar usuli.

Funktsiyaning interpolatsiyalash.

Interpolyatsiya masalasining qo'yilishi. Yechimning mavjudligi va yagonaligi. Interpolyatsion ko'phadning xatoligi. Interpolyatsion kupxadning Lagranj formasi. Eytken sxemasi. Teng oraliqlar uchun Lagranj interpolatsion ko'phadi. Interpolyatsiyalashni sonli differentsiallashga tadbiki.

Funktsiyaning yaqinlashishi masalasi. Splayn-funktsiya bilan yaqinlashish.

Tadbikiy integrallash.

Interpolyatsion kvadratur formula va uning xatoligi. To'g'ri to'rtburchak, trapetsiya, Simpson kvadratur formulalari va ularning xatoliklari. Umulashgan trapetsiya, Simpson kvadratur formulalari va ularning xatoliklari. Integrallarni takribiy xisoblashda splayn-funktsiyalarni tadbigi. Karrali integrallarni takribiy xisoblash. Singulyar integrallarni takribiy xisoblash. Dasturlar.

Ayirmali tenglamalar xakida dastlabki tushunchalar.

Ayirmali tenglamalar. Birinchi va ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar. Ayirmali tenglamalar sistemasini yechishda xosil buladigan muammolar.

Amaliy mashg'ulotlar.

Taqribiy sonlarning absolyut va nisbiy xatoliklari. Ma'noli va ishonchli. Raqamlar. Arifmetik amallar xatoligi. Funktsiyaning xatoligi.

CHiziqli algebraik tenglamalarni yechish. Xechkok metodi. Gauss usuli. Bosh elementlar usuli. determinantlarni hisoblash. Kvadrat ildizlar usuli.

Lagranj interpolatsion kvadratur formulalarning xususiy xollari. Runge qoidasi. Integralli berilgan aniklikda hisoblash.

Birinchi va ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar.

Laboratoriya mashg'ulotlari

CHiziqli algebraik tenglamalarni yechish. Xechkok metodi. Determinant-ni hisoblash. Gauss usuli yordamida tenglamalar sistemasini yechish. Bosh elementlar usuli yordamida tenglamalar sistemasini yechish. Teskari matritsani hisoblash. Funktsiyalarni yaqinlashtirish. Funktsiyaning yaqinlashishi masalasi. Splayn-funktsiya bilan yaqinlashish.

Umumlashgan trapetsiya formulasi buyicha takribiy integrallash. Simpson formulasi buyicha takribiy integrallash. Integrallarni takribiy hisoblashda splayn-funktsiyalarni tadbigi. Karrali integrallarni takri-biy hisoblash. Singulyar integrallarni takribiy hisoblash.

Dars soatlarining semestrlar bo'yicha taqsimot jadvali.

№	Mashg'ulot turi	8-semestr	Jami Soatlar
1	Ma'ruza	20	20
2	Amaliy	20	20
3	Laboratoriya	10	10
4	Mustaqil ish	56	56
	Jami	106	106

Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari tanlov fanidan tematik o'quv reja

№	O'tiladigan mavzuning nomi	Ma'ruza	Amaliyot	Laborat.
1	2	3	4	5
VIII semester				
1	Kirish. Hozirgi zamon hisoblash mashinalari va sonli usullar nazariyasi. Xatoliklar.	2	2	
2	Ko'phadni uchhadga bo'lishda bo'lima va qoldiq. Masalalarni sonli yechishdagi natijaning xatosi.	2	2	
3	CHizikli algebraik tenglamalarni yechish. Xechkok metodi	2	2	
4	Nochizikli tenglamalar sistemasini uchun Nyuton usuli va	2		4

	uning dasturi.			
5	Interpolyatsiyalashni sonli differentsiallashtirishga tadbiri.	2	2	
5	Funktsiyaning yaqinlashishi masalasi. Splayn-funktsiya bilan yaqinlashish.	2	2	
6	Integrallarni taqribiy hisoblashda splayn-funktsiyalarni tadbiri.	2	2	3
7	Karrali integrallarni taqribiy hisoblash. Dasturi.	2	2	3
8	Singulyar integrallarni taqribiy hisoblash.	2	2	
9	Ayirmali tenglamalar. Birinchi va ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar.	2	2	
	Jami	20	20	10

VI. Mustaqil ish

№	Mustaqil ish uchun savol va vazifalar	Soat
1	Xatoliklar manbalari va ularning klassifikatsiyasi. Hisoblash xatosi. Yukotilmas xatolik.	4
2	CHizikli algebraik tenglamalarni yechish. Bosh elementlar usuli.	6
3	Determinantlarni hisoblash. Teskari matritsani hisoblash.	4
4	CHizikli algebraik tenglamalar sistemasini yechishining Xaletskiy sxemasi.	6
5	Interpolyatsiya masalasining kuyilishi. Yechimning mavjudligi va yagonaligi.	4
6	Interpolyatsiyalashni sonli differentsiallashtirishga tadbiri.	6
7	Interpolyatsion kvadratur formula va uning xatoligi.	6
8	Simpson kvadratur formulalari va ularning xatoliklari.	4
9	Ayirmali tenglamalar xakida dastlabki tushunchalar	4
10	Birinchi va ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar	6
11	Ayirmali tenglamalar sistemasini yechishda xosil buladigan muammolar.	6
	Jami	56

Fan bo'yicha talabalarning bilimini nazorat qilish texnologik xaritasi

Max ball– 100

Saralash ball-55

№	Nazorat turi	Baholash ballari	Baholash turlari bo'yicha	
			Maksimal ball	Saralash ball
1.	Joriy ball:	50	50	28
	Test surov	5	5	3
	Topshiriqlar berish	5	5	3
	Og'zaki savol javob	6	6	3
	Amaliy mashg'lot	20	20	11

	Mustaqil ish	14	14	8
2.	Oraliq baholash:	35	35	19
	1-OB (yozma ish)	17	17	9
	2-OB (yozma ish)	18	18	10
3.	Yakuniy baho (og'zaki, yozma ish)	15	15	8
	Jami:	100	100	55

Darslik va o'quv qo'llanmalar ro'yhati **Asosiy.**

1. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Chislenne metod. – M., Nauka. 1989.
2. Krlov V.I., Bobkov V.V., Monastrniy P.I. Vchislitelne metod vsshey matematiki. 1-tom. Minsk., Vsha shkola. 1972, 1975.
3. Sbornik zadach po metodam vchisleniy. Pod redaktsiey Monastrnogo P.I. Minsk, Vsha shkola. 1983.
4. Isroilov M.I. xisoblash metodlari. Toshkent, Uzbekiston, 2000.
5. Abduxamidov A., Xudaynazarov S. Hisoblash usullaridan mashqlar va laboratoriyalar ishlari. «O'zbekiston nashriyoti», 1995.

Qo'shimcha.

6. Berezin I.S., Jidkov N.P. Metod vchisleniy. T. 1. M.: Fizmatgiz. 1962.
7. Samarskiy A.A. Vvedenie v chislenne metod. – M., Nauka. 1987.
8. Demidovich B.P., Maron I.A. Osnov vchislitelnoy matematike. M., Nauka. 1970.
9. Baxvalov N.S. Chislenne metod. – M., Nauka. 1987.
10. Ismatullaev G.P., Juraev G.U. Hisoblash usullaridan metodik qo'llanma. Toshkent, Universitet. 2005.

Kafedra yig'ilishining 2009 yil __ avgust (№1 Bayonnoma) yig'ilishi qarori bilan tasdiqlangan.

Kafedra mudiri:

prof.O.Shukurov

Fakultet ilmiy kengashining 2009 yil __ avgust (№1 Bayonnoma) yig'ilishi qarori bilan tasdiqlangan.

Fakultet dekani:

prof. B. Xayriddinov

«Tasdiqlayman»
Kafedra mudiri _____
 _____ **08.2009 yil**

**Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari
fanidan o'quv soatlarning taqsimoti**

№	Ixtisoslik, kursi	O'quv semestri	Jami	Ma'ru'za	Amaliy mashg'ulot	Lab. Seminar	Mustaqil ish
1	5480100- amaliy matematika yo'nalishi 4 kurs	VIII	106	20	20	10	56

**Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari
fanidan ishchi dastur bajarilishining kalendar tematik rejasi. (VIII-semestrlar uchun)**

№	Modul va mavzu nomlari	Mashgʻulot turi	Ajratilgan vaqti	Talaba mustaqil ishi mavzusi va mazmuni	Hisobot shakli	Bajarilishi haqida maʼlumot		Oʻqituvchi imzosi
						Soat	Oy va kuni	
I-modul								
1	Kirish. Hozirgi zamon hisoblash mashinalari va sonli usullar nazariyasi. Xatoliklar.	Maʼruza	2 soat	Xatoliklar manbalari va ularning klassifikatsiyasi. Hisoblash xatosi. Yuqortilmas xatolik.	Ogʻzaki soʻrov	4		
		Amaliy	2 soat					
2	Koʻphadni uchhadga boʻlishda boʻlinma va qoldiq. Masalalarni sonli yechishdagi natijaning xatosi.	Maʼruza	2 soat	CHizikli algebraik tenglamalarni yechish. Bosh elementlar usuli.	Ogʻzaki soʻrov	6		
		Amaliy	2 soat					
3	Nochizikli tenglamalar sistemasi uchun Nyuton usuli va uning dasturi.	Maʼruza	2 soat	Determenantlarni hisoblash. Teskari matritsani hisoblash.	Yozma uy ishi va Ogʻzaki soʻrov	6		
		Amaliy	4 soat					
4	CHizikli algebraik tenglamalarni yechish. Xechkok metodi.	Maʼruza	2 soat	CHizikli algebraik tenglamalar sistemasini yechishining Xaletskiy sxemasi.	Ogʻzaki soʻrov	6		
		Amaliy	4 soat					

5	Interpolyatsiyalashni sonli differentsiallashga tadbiq'i.	Ma'ruza	2 soat	Interpolyatsiya masalasi-ning kuyilishi. Yechimning mavjudligi va yagonaligi.	Og'zaki so'rov	6		
		Amaliy	2 soat					
II-modul								
6	Funksiyaning yaqinlashishi masalasi. Splayn-funksiya bilan yaqinlashish.	Ma'ruza	2 soat	Interpolyatsiyalashni sonli differentsiallashga tadbiq'i.	Og'zaki hisobot va Yozma hisobot	6		
		Amaliy	4 soat					
7	Integrallarni taqribiy hisoblashda splayn-funksiyalarni tadbigi.	Ma'ruza	2 soat	Interpolyatsion kvadratur formula va uning xatoligi.	Og'zaki hisobot va Yozma uy ishi	6		
		Amaliy	4 soat					
8	Karrali integrallarni taqribiy hisoblash. Dasturi.	Ma'ruza	2 soat	Simpson kvadratur formulari va ularning xatoliklari.	Yozma hisobot va Og'zaki so'rov	6		
		Amaliy	4 soat					
9	Singulyar integrallarni taqribiy hisoblash.	Ma'ruza	2 soat	Singulyar integrallar haqida dastlabki tushunchlar.	Og'zaki so'rov	4		
		Amaliy	2 soat					
10	Ayirmali tenglamalar. Birinchi va ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar.	Ma'ruza	2 soat	Birinchi va ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar	Og'zaki so'rov	6		
		Amaliy	2 soat					

Ma'ruza: 20 soat

Amaliy mashg'ulot: 20 soat

Laboratoriya mashg'ulot: 10 soat

Talabani mustaqil ishi: 56 soat

**Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari fanidan
Reyting ishlanmasi va baholash mezonlari**

Reyting ishlanmasi

№	Nazorat turlari	Soni	Ball	Jami ball
I	JB			
	1.1 Amaliy mashg‘ulotni bajarish.	15	2,4(2+0,4)	36
	1.2. TMI	1	14	14
II	OB			
	2.1. Og‘zaki so‘rov	2	17,5	35
	2.1. Test			
III	YAB	1	15	15
	3.1. Yakuniy baholash.			
	3.1.1. Yozma ish uchta savol		(5x3)=15	
	3.1.2. Test. 30 ta savol		(30x0,5)=15	
Жами				100

**Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari
fanidan baholash mezonlari**

- 1.1.** Amaliy mashg‘ulotda qatnashib, uning topshiriqlarini to‘la sifatli bajargan talabaga 1,3-2,4 ball beriladi, agar to‘la bo‘lmasa bajarish darajasiga qarab 0,6-1,8 ballgacha beriladi.
- 1.2.** Amaliy ishlari bo‘yicha berilgan talabalar mustaqil ishlarining bajarilishi hajmi va sifatiga qarab 1,3 dan 2,4 ballgacha berilishi mumkin (topshiriq to‘liq va sifatli, ijodiy tarzda bajarilgan 2 dan 2,4 ballgacha, sifatli va meyor talablari darajasida 1,7-2 ball, o‘rta darajada-1,3 ball).
- 2.1.** Oraliq baholash yozma tarzda o‘tkazilib, undan 5 ta savolga javob berishi so‘raladi. Har bir savol 3,5 ballgacha baholanadi.
 - Agar savol mohiyati to‘la ochilgan bo‘lsa javoblari to‘liq va aniq ijodiy fikrlari bo‘lsa – 3-3,5 ball
 - Savolning mohiyati umumiy ochilgan asosiy faktlar to‘g‘ri bayon etilgan bo‘lsa -2,6-2,9 ball
 - Savolga umumiy tarzda javob berilgan, ammo ayrim kamchiliklar bo‘lsa 2,4-2,5ball
 - Savolga umumiy javob berilgan, ammo ayrim faktlar to‘liq yoritilmagan bo‘lsa 2,2-2,3 ball
 - Savolga javob berishga xarakat qilingan, ammo chalkashliklar bo‘lsa – 2-2,1 ball beriladi.

2.2. Talabanning mustaqil ishi-Interpolyatsiyalashni sonli differentsiallashga tadbiq'iga bag'ishlangan bo'lib berilgan mavzu bo'yicha yozma hisobot tayyorlanadi:

- Yozma hisobotda mavzu to'liq ochilgan, to'g'ri xulosa chiqarilgan va ijodiy fikrlari bo'lsa 12-14 ball
- Mavzu mohiyati ochilgan, faqat xulosasi bor –10-12 ball
- Mavzu mohiyati yoritilgan, ammo arziyas kamchiligi bo'lsa – 7,8-9,8 ball beriladi.

3.1. Yakuniy baholashda talaba 5 ta savolga yozma yoki 30 ta test savoliga javob berishi lozim.

- Har bir yozma savolga 3 ball ajratiladi.
- Agar savol mohiyati to'la ochilgan bo'lsa, mavzu bo'yicha talabanning tanqidiy nuqtai nazari bayon qilingan bo'lsa – 2,6-3 ball
- Savolning mohiyati to'la ochilgan, asosiy faktlar to'g'ri bayon qilingan bo'lsa 2,4-2,5 ball
- Savolga to'g'ri javob berilgan, lekin ayrim kamchiliklari bor bo'lsa – 2,1-2,3 ball
- Berilgan savolda javoblar umumiy va kamchiliklar ko'proq bo'lsa – 1,7-2 ball beriladi
- Test savolining har biri 0,5 ballik tizimida baholanadi.

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

Qarshi davlat universiteti

**«Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari»
fanining**

MA’RUZALAR MATNI

Tuzuvchi: prof. O.Shukurov

Qarshi – 2009 yil

1-Ma'ruza. Kirish. Hozirgi zamon hisoblash mashinalari va sonli usullar nazariyasi. Xatoliklar.

Reja:

1. Kirish.
2. Zamonaviy EHMLari.
3. Xatoliklar.

Matematikaning hozirgi zamon fan va texnikasining xilma-xil sohalardagi tadbirlaridan shunday tipik matematik masalalarga duch kelinadiki, ularni klassik metodlar bilan yechish mumkin emas yoki yechish mumkin bo'lgan takdirda xam yechim shunday murakkab kurinishda buladiki, undan samarali foydalanishning imkoni yuq.

Matematikada tipik matematik masalalarning yechimlarini yetarlicha aniklikda hisoblash imkonini beruvchi metodlar yaratish va shu maksadda xozirgi zamon hisoblash vositalaridan foydalanish yullarini ishlab chikishga bagishlangan soxa xisoblash matematikasi deb yuritiladi.

Hozirgi zamon xisoblash matematikasi jadal rivojlanib bormokda. Hisoblash matematikasi kamragan masalalar turi juda kup. Tabiiyki, bu masalalarning yechish metodlari xam xilma-xildir, shunga karamay bu metodlarning umumiy goyasi xakida suz yuritish mumkin.

Demak, xisoblash matematikasi oldidagi asosiy masala funksional fazolarda tuplamlarni va ularda aniklangan operatorlar(funksionallar)-ni yakinlashtirish hamda xoztrgi zamon xisoblash mashinalari kullaniladi-gan sharoitda masalalarni yechish uchun okilona va tejamkor algoritm va metodlar ishlab chikishdan iboratdir.

Hozirgi zamon xisoblash mashinalarini informatsiyani tasvirlash usuliga va ishlash prinsiniga kura ikki sinfga bulinadi:

1. Modelovchi xisoblash mashinalari. Bu mashinalarda informatsiya uzluksiz ravishda uzgaradigan fizik mikdorlar yordamida tasvirlanadi. Ular biron fizik jarayon yordamida u yoki bu matematik masalalarni modellaydi.

Analogli mashinalardan planimetrlar, integraflar, garmonik va differensial analizatorlar, elektro- va gidro-analizatorlar ishlatiladi. Analogli mashinalarning anikligi odatda katta bulmaydi va ular tor sinfdagi maxsus masalalarni yechish uchun muljallangan.

2. Raqamli hisoblash mashinalari. Ularda informatsiya biror fizik mikdorning diskret kiymatlari yordamida tasvirlanadi va bu mashinalar biror sanok sistemasi (ikkilik, uchlik, unlik va x.k.) da tasvirlangan sonlar ustida amallar bajaradi; xisoblash natijasi yana biror sanok sistemasida yoziladi.

EHMLarning rivojlanishi elektron texnikaning muvaffakiyatlarini bilan chambarchas boglikdir. Birinchi EXM lar elektron lampalar orkali kurilgan bulib, Ular birinchi avlod xisoblash mashinalari deyiladi.

Radioelektrotexnikaning rivojlanishi tufayli asosan yarim utkazgichli elementlar (tranzistorlar)dan kurilgan ikkinchi avlod xisoblash mashinalari bunyodga kelib, ular birinchi avlod mashinalaridan xar tomonlama ustundir. Uchinchi avlod

mashinalari esa integral sxemalardan kurilgan bulib, bunday mashinalarning xar bir moduli unlab tranzistorlardan iboratdir. Ularning kurilish texnologiyasi avvalgilardan katta fark kiladi.

Bu EHMLar programmadan programmaga utish jarayonini operatsion sistema yordamida, insonning ishtirokisiz, uzluksiz ravishda bajara oladilar.

Turtinchi avlod EHMLari katta integral sxemalarning kullanishiga asoslangan, bu sxemalar bitta massivda yarim utkazgichli materialdan kurilgan unlab elektr zanjirlar birlashmasi kurinishida bulgan va ichki boglanishlar bilan birlashtirilgan yagona funksional blokdir. Ularni xisoblash tezligi bir sekundda bir necha un million amallar bajarilishiga muljallangan.

Beshinchi avlod EHMLari ultrakatta integral sxemalar (UIKS-ULSI-Ultra Large Scale Integration) va optik elektron elementlarga asoslangan bulib, ularning xisoblash tezligi bir sekundda bir milliarddan kuprok amallar bajarilishiga muljallangan. Bu avlod mashinalarini ko'p xollarda super EHM (super kompyuterlar) va ko'p protsessorli (multiprotsessorli) hisoblash sistemalari (KXS) sinfiga kiritadilar. Super kompyuterlarga misol tarikasida AKShning Cray Research firmasi (xozirgi paytda u Silicon Graphics firmasi tarkibida) kompyuterlarini keltirish mumkin. Ulardan Origin-2000 KXCH 45 GB (Giga-byte- Гигабайт) ichki xotira va 128 ta R-10000 turdagi protsessor elementlarga ega bulib, xar bir protsessor 64 MIPS (Million Instruction Per Second- bir sekundda million komandani bajarish) tezkorligiga ega.

Bu super kompyuterning eng yukori umumiy samaradorligi 25 GFHOP sec (Giga Floating point Operation Per Second)ga tengdir, ya'ni bir sekund ichida 25 milliard amalni 64 bitli suzuvchan nuktali sonlar ustida bajarish demakdir.

Masalani EHMLarda yechishning uziga xos tomonlari bor. Shuning uchun ularga bir oz tuxtalib utamiz. Xar bir xisoblash ishi puxta rejalashtirishni talab kiladi, ya'ni xisoblash jarayonning shunday sxemasi tuzish kerakki, u oralikdagi va oxirgi natijalarni nazorat kilish uchun imkon bersin. Aks xolda, turli xatolarga yul kuyilishi mumkin, hozirgi EXMLar soatiga un milliardlab amal bajaradi va bu xisoblashdar avtomatik ravishda, xisoblavchining ishtirokisiz bajariladi. Shuning uchun xam xisoblovchi xisoblash mashinasining barcha ishini shunday rejalashtirish kerakki, masalani yechish jarayonida uchraydigan xar bir maxsus xollarga mashina e'tobor beradigan bulsin. U kerakli algoritmnining bajarilishini ta'minlanishi kerak, ya'ni masalani yechishni programmasini tuzish kerak. Xatto elementar amallarni kaysi tartibda bajarilishi katta axamiyatga ega. Bunga tuxtalib berib utamiz. Xisoblash jarayonida, odatda, yaxlitlash bajariladi, uning antijasida xisoblash xatosi vujudga keladi. Rakamli ximoblash mashinalirida umuman aytganda kupaytirish va bulish amallari fakat olingan natijasining yaxlitlanishi bilan birga urinli buladi. Shuning uchun xam, aslidagi xy kupaytirish va x/y bulish amallari «psevdokupaytirish» $x*y$ va «psevdobulish» $x:y$ amali bilan almashtiriladi. Bunday «psevdoamallar» uchun assotsia-tivlik va distributivlik konunlari bajarilmaydi.

Masalan, verguldan keyin uch xona aniklikda xisoblaydigan bul-sak, $(0,642+0,439)0,275=0,297$ bulib, shu bilan birga $0,642*0,275+0,439*0,275=0,298$ buladi, ya'ni xar xil natijalarga ega bulamiz.

EHMlarning murakkab masalalarini yechishga kulanilishi algo-ritmlarning turgunligini talab kiladi. Buning ma'nosi shundan iborat-ki, odatda biror natijani olish uchun kupaytirilgan metod Bilan ketma-ket xisoblashlarni bajarish kerak, agar aniklikni orttirsak, bu xisob-lashlar ketma-ketligi yanada kattalashadi. Xisoblashning biror kadamida yul kuyilgan xato keyingi kadamlarga xam uz ta'sirini kursatadi. Bu ta'sir turli algoritm uchun turlichadir.

Agar xisoblashning dastlabki kadamlarida yul kuyilgan xato, keyingi kadamlarda xisoblash anik bajarilganda ortmasa yoki xech bulmaganda bir xil tartibda bulsa, u xolda xisoblash algoritmi dastlabki xatoga nisbatan turgun deyiladi. Agarda kadamdan-kadamga utganda xato ortib borsa, u vaktda algoritm noturgun deyiladi.

Masalan xisoblash. Quyidagi

$$y_{n+1} = -10y_n + 2y_{n-1} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (*)$$

rekurent formula yordamida olib borilsin. Faraz kilaylik, y_{n-1} xisoblanganda ε xatoga yul kuyilgan bulib (bu yaxlitlash xisobidan bulishi mumkin), y_n anik topilgan bulsin. Keyingi xisoblashlar anik olib borilgan deb faraz kilsak, ε xatoning ta'siri natijasida $y_{n+1} - 2\varepsilon$ xato bilan, $y_{n+2} - 20\varepsilon$ xato bilan, y_{n+3} esa 204ε xato bilan aniklanadi. Va bundan keyingi kadamlarda xato tez usib boradi. Demak, (*) formula Bilan buladigan xisoblash jarayoni noturgun ekan, bundan formula bilan xisoblash kat'iyman kilinadi.

Turgun bulmagan algoritmga olib keladigan xisoblash metodlari masalani takribiy yechish uchun yaroksizdir. Xozirgi vaktda, xisoblash metodlari va algoritm-larining turli xatolarga, shu jumladan, yaxlitlash xatosiga nisbatan turgunligini tekshirish xisoblash matematikasining muxim yunalishlaridan biri bulib koldi. Ikkinchidan, EXMlarda yechiladigan masalalarning algoritmlari shunday bir jinsli va siklik jarayonlarning ketma-ketligi shaklida yozish kerakki, unda natija soddarok algoritmni kup marta kullash yuli bilan xosil bulsin.

2-ma'ruza. Ko'phadning qiymatini hisoblash. Ko'phadni uchhadga bo'lishda bo'lima va qoldiq. Masalalarni sonli yechishdagi natijaning xatosi.

Reja:

1. Ko'phadning qiymatini hisoblash. Gerner sxemasi.
2. Ko'phad xosilalarining qiymatini hisoblash.
3. Ko'phadni uchhadga bo'lishda bo'lima va qoldiq.

Algebraik tenglamalarni ildirlarini topish bilan bogliq masalalarda kupxadlar va ularning xosilalari qiymatlarini kup nuqtalarda hisoblashga tugri keladi. Ayrim metodlarda esa kupxadni kupxadga bulganda xosil bulgan bulinma va koldikning qiymatini topish kerak buladi. Biz bu paragrafda mana shu amallarning effektiv usullarini kurib chikamiz.

1) **Gerner sxemasi.** Faraz kilaylik, koeffitsiyentlari $a_0, a_1, \dots, a_n$ xakikiy sonlardan iborat

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

kupxadning $x = \xi$ nuqtadagi qiymatini hisoblash talab kilinsin. $P_n(x)$ ni $x - \xi$ ga bulamiz, u vaktida

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = (b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + \dots + b_{n-1})(x - \xi) + b_n \quad (1)$$

ga ega bulamiz. Bu tenglikda x ni urniga ξ ni kuysak,

$$b_n = P_n(\xi)$$

kelib chikadi, $P_n(\xi)$ ni hisoblash uchun b_n ni topish kifoyadir. (1) tenglikda x ning bir xil darajalari oldidagi koeffitsiyentlarni tenglashtirib,

$$a_0 = b_0$$

$$a_1 = b_1 - b_0\xi$$

$$a_2 = b_2 - b_1\xi,$$

.....

$$a_n = b_{n-1} - b_{n-2}\xi$$

munosabatga ega bulamiz. Bu tengliklardan ketma-ket $b_0, b_1, \dots, b_n$ larni topamiz:

$$b_0 = a_0$$

$$b_1 = a_1 + b_0\xi$$

$$b_2 = a_2 + b_1\xi \quad (2)$$

.....

$$b_n = a_{n-1} + b_{n-2}\xi$$

Qo'lda yoki klavishli mashinada hisoblaganda (2) tengliklarni kuyidagi

$$\begin{array}{ccccccc} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ & b_0\xi & b_1\xi & b_2\xi & \dots & b_{n-2} & b_{n-1}\xi \\ & & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_{n-1} & b_n = P_n(\xi) \end{array}$$

sxema shaklida joylashtirish ma'kuldir, bu yerda $b_0 = a_0$ bulib, oxirgi katorda boshka sonlarning xar biri uning ustida turgan ikkita sonning yigindisiga teng. Keltirilgan sxema Gorner sxemasi deb ataladi, u Gorner tomonidan 1819 y. e'lon kilingan edi. Agar biz (1) tenglikda $x=1$ deb olsak, xisoblashning tugri yoki notugriligini tekshirish imkonini beradigan

$$a_0 + a_1 + \dots + a_n = b_n + (1 - \xi)(b_0 + b_1 + \dots + b_{n-1})$$

munosabatga ega bulamiz. Agar fakat ξ ni xisoblash talab kilinsa, u xolda Gorner sxemasini kuyidagicha

$$P_n(\xi) = (\dots((a_0\xi + a_1)\xi + a_2)\xi + \dots + a_{n-1})\xi + a_n$$

yozib olamiz.

Bu usul kupxad kiymatini xisoblash uchun xakikatan xam effektiv usuldir. Chunki (1) formula yordamida $P_n(\xi)$ ni xisoblayotganda biz fakat n marta kupaytirish amalini bajaramiz. Oddiy yul bilan xisoblaganda esa $\xi^2, \xi^3, \dots, \xi^n$ darajalarni xisoblash uchun $n-1$ marta kupaytirish amalini va $a_0\xi^n, a_1\xi^{n-1}, \dots, a_{n-1}\xi$ kupaytmalarni xosil kilayotganda yana n ta kupaytirish amalini, xammasi bulib $2n-1$ ta kupaytirish amalini bajarishga tugri kelar edi.

Misol. Kuyidagi $P_4(x) = 2x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 1$ kupxadning $x=1,5$ nuqtadagi kiymatini xisoblaymiz:

$$\text{Demak, } P_4(1,5) = -1,25.$$

Ko'phadni kvadrat uchhadga bulganda bulinma va koldikni topish.

Ma'lumki, $P_n(x)$ kupxadni kvadratik $x^2 + px + q$ uchxadga bulganda xosil bulgan koldik chizikli funksiya $ax + b$ buladi, lekin kulaylik uchun biz bu chizikli funksiyaning maxsus $b_{n-1}(x + p) + b_n$ formada yozamiz:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = (b_0x^{n-2} + b_1x^{n-3} + \dots + b_{n-2})$$

$$(x^2 + px + q) + b_{n-1}(x + p) + b_n.$$

Bu munosabatda x ning bir xil darajalari oldidagi koeffi-siyentlarni tenglashtirib,

$$a_0 = b_0$$

$$a_1 = b_1 + pb_0$$

$$a_2 = b_2 + pb_1 + qb_0$$

.....

$$a_{n-1} = b_{n-1} + pb_{n-2} + qb_{n-3}$$

$$a_n = b_n + pb_{n-1} + qb_{n-2}$$

(4)

tengliklarga ega bulamiz. Bu yerda $b_0, b_1, \dots, b_n$ larni topish uchun, kuyidagi rekkurent munosabatlar xosil buladi.

3-ma'ruza. Nochizikli tenglamalar sistemasi uchun Nyuton usuli va uning dasturi.

Reja:

1. Bitta sonli tenglama bulgan xol.

1. Bitta sonli tenglama bulgan hol. Nyuton metodi sonli sonli tenglamalarning yechishning juda xam samarali metodidir. Bu metodning afzalligi shundan iboratki, xisoblash sxemasi murakkab bo'lmagan holda ketma-ket yaqinlashishlar ildizga tez yaqinlashadi. Nyuton metodi iteratsiya metodi kabi universal metoddir. Bu metod yordamida sonli tenglamalarning haqiqiy va kompleks ildizlarini topish qamda keng sinfdagi chiziqli bo'lmagan funksional tenglamalarni yechish mumkin. Formal no'qtai nazardan qaralganda, Nyuton metodi iteratsiya metodining xususiy holidir, aslida esa bu metodning goyasi iteratsiya metodining goyasidan tamoman farqlidir. Bu metod chizikli bulmagan tenglamalarni yechish masalasini chizikli masalalarning ketma-ketligini yechishga olib keladi. Buning uchun berilgan tenglamadan uning bosh chizikli kismi ajratib olinadi. Biz avval bitta sonli tenglama uchun Nyuton metodini kurib chikamiz. Faraz kilaylik, bizga

$$F(x) = 0$$

Tenglama va uning ildiziga dastlabki yaqinlashish kiymati x_0 berilgan bulsin. Bu yerda $f(x)$ ni yetarlicha sillik funksiya deb olamiz. Odatdagidek, $()$ tenglamaning anik ildizini ξ orkali belgilaymiz. Endi $\xi = x_0 + h$ deb olib, $f(x)$ funksiyaning x_0 nukta atrofidagi Teylor katori yoyilmasi ikkita xadini olib nolga tenglashtirsak, h ga nisbatan kuyidagi

$$0 = f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0)h$$

chizikli tenglamaga ega bulamiz, h xatoning takribiy kiymatini topamiz:

$$h_0 = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

bu tuzatmani $\xi = x_0 + h$ ga keltirib kuyib, navbatdagi yaqinlashish

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

ni topamiz. Xuddi shunga uxshash

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

ketma –ket yaqinlashishlarni xosil kilamiz. Bu formulalar yordamida Nyuton ketma-ketligini xosil kilish uchun x_n lar $f(x)$ funksiyaning aniklanish soxasida yotishi va ular uchun $f'(x_n) \neq 0$ bulishi kerak.

Nyuton metodi juda xam sodda geometrik ma'noga ega. Xakikatan xam, $y=f(x)$ funksiyaning

$$y = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$$

funksiyaning tugri chizik bilan almashtiramiz, tugri chizik esa $M_n(x_n, f(x_n))$ nuktada $y=f(x)$ egri chizikka utkazilgan urinmadir. Bu urinmaning absissa uki bilan kesishgan nuktasini x_{n+1} bilan belgilasak, $()$ dan $()$ kelib chikadi. Shuning uchun,

Nyuton metodi urinmalar metodi deb xam yuritiladi. Nyuton metodini iteratsiya metodidan xam keltirib chikarish mumkin, buning uchun () tenglamaning $x = \varphi(x)$ kanonik kurinishda

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

deb olish kifoyadir.

Oddiy ketma-ket yaqinlashish usuli.

Aytaylik, $f(x) = 0$ (1) berilgan. (1) ni $x = \varphi(x)$ (2) kurinishida yozib olamiz. x_* -aniq yechim bo'sin, ya'ni $x_* = \varphi(x_*)$ o'rinli.

x_0 -boshlangich yechimni tanlab olamiz va $x_n = \varphi(x_{n-1})$ (3) ketma-ketlikni tuzamiz.

Aytaylik, H – to'la metrik fazo. $y = \varphi(x)$ - operator H ni uziga akslantiradi. Agar kandaydir $q < 1$ da $y = \varphi(x)$ akslantirish barcha x_1 va x_2 larda (4) $\rho(\varphi(x_1), \varphi(x_2)) \leq q\rho(x_1, x_2)$ shartni kanoatlantirsa, u xolda bunday akslantirish sikuvchi akslantirish deyiladi.

Teorema: Agar $y = \varphi(x)$ akslantirish sikuvchi bulsa, u xolda $x = \varphi(x)$ tenglama x_* yechimga ega va $\rho(x_*, x_n) \leq \frac{q^n a}{1-q}$ (5), bu yerda

$a = \rho(x_0, x_1)$, $\rho(x, y)$ - x va y orasidagi masofa.

Isbot: (4) ga ko'ra $\rho(x_n, x_{n+1}) = \rho(\varphi(x_{n-1}), \varphi(x_n)) \leq q\rho(x_{n-1}, x_n) \leq \dots \leq q^n \rho(x_0, x_1) = q^n a$ ega bo'lamiz.

$l > n$ da $\rho(x_l, x_n) \leq \rho(x_l, x_{l-1}) + \dots + \rho(x_{n+1}, x_n) \leq q^{l-1}a + \dots + q^n a \leq q^n a \sum_{i=0}^{\infty} q^i = \frac{q^n a}{1-q}$ (6) bo'ladi.

Koshi kritekasiysiga ko'ra x_n ketma-ketlik kandaydir x_* limitga ega buladi.

(6) dan $l \rightarrow \infty$ da $\rho(x_*, x_n) \leq \frac{q^n a}{1-q}$ ni olamiz. U xolda ixtiyoriy n uchun

$$\begin{aligned} \rho(x_*, \varphi(x_*)) &\leq \rho(x_*, x_{n+1}) + \rho(x_{n+1}, \varphi(x_*)) = \\ &= \rho(x_*, x_{n+1}) + \rho(\varphi(x_n), \varphi(x_*)) \leq \rho(x_*, x_{n+1}) + q\rho(x_n, x_*) \leq 2 \frac{q^{n+1} a}{1-q} \end{aligned}$$

o'rinli.

Demak, $\rho(x_*, \varphi(x_*)) = 0$ yoki $x_* = \varphi(x_*)$.

4-ma'ruza. Chiziqli algebraik tenglamalarni yechish. Xechkok metodi.

Aytaylik, bizga quyidagi ko'phad berilgan bo'lsin.

$$f_n(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n \quad (1)$$

bu yerda a_i –lar ma'lum koeffitsiyentlar. (1) kupxadning ildizlarini topish masalasi kuyiladi. $n < 5$ xolda bu masalani radikallarda anik topish mumkin. Yukoridagi berilgan kupxad ildizlarini uchun u kupxaddan kvadrat uchxadni ajratish masalasini karaymiz. Ajratiladigan kvadrat uchxad $x^2 + px + q$ kurinishda bulsin. p va q lar noma'lum koeffitsiyentlar.

$$g_2(x) = x^2 + p(x) + q \quad (2)$$

(1) ni (2) ga bo'lib,

$$f_n(x) + (x^2 + px + q)L(x) + P(p, q) + Q(p, q) \quad (3)$$

ifodaga kelamiz. Bu yerda $P(p, q)$ va $Q(p, q)$ lar p va q - larning ko'phadlari.

Agar $P(p, q) = 0$, $Q(p, q) = 0$ (4) bulsa, u xolda (2) kupxad (1)dan tulik ajralgan buladi. Lekin xar doim xam bu xol uchramaydi. Hosil bo'lgan $L(x)$ ko'phadni $g_2(x)$ kvadrat uchxadga yana bo'lamiz:

$$L(x) = (x^2 + px + q)L_1(x) + xR(p, q) + S(p, q) \quad (5)$$

endi (5)ni (3)ga quyib, kuyidagiga ega bo'lamiz:

$$f_n(x) = (x^2 + px + q)^2 L_1(x) + (x^2 + px + q)[xR(p, q) + S(p, q)] + xP(p, q) + Q(p, q) \quad (6)$$

(6) ni p va q lar buyicha differensiallab, x ning urniga $g_2(x)$ (2)uchxadning ildizlari $\alpha_i (i = 1, 2)$ dan birini kuyamiz. U xolda

$$\begin{cases} \alpha_i^2 R(p, q) + \alpha_i S(p, q) + \alpha_i P'_p(p, q) + Q'_p(p, q) = 0 \\ \alpha_i R(p, q) + S(p, q) + \alpha_i P'_q(p, q) + Q'_q(p, q) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

cistema xosil buladi.

($i = 1, 2$) ekanligini xisobga olib, (7)ni kuyidagi kurinishda yozish mumkin:

$$\begin{cases} \alpha_i [P'_p(p, q) + S(p, q) - pR(p, q)] + [Q'_p(p, q) - qR(p, q)] = 0 \\ \alpha_i [P'_q(p, q) + R(p, q)] + [Q'_q(p, q) + S(p, q)] = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Agar $\alpha_1 \neq \alpha_2$, ya'ni α_1, α_2 lar xar xil ildizlar bulsa, u xolda

$$\begin{aligned} P'_p(p, q) &= pR(p, q) - S(p, q); & P'_q(p, q) &= -R(p, q). \\ Q'_p(p, q) &= qR(p, q); & Q'_q(p, q) &= -S(p, q) \end{aligned} \quad (9)$$

Agar k -chi yakinlashish $p^{(k)}$ va $q^{(k)}$ lar anik ma'lum bulsa, u xolda

$P(p^{(k)}, q^{(k)})$, $Q(p^{(k)}, q^{(k)})$, $R(p^{(k)}, q^{(k)})$, $S(p^{(k)}, q^{(k)})$ va larni (9) buyicha $P'_p(p^{(k)}, q^{(k)})$, $P'_q(p^{(k)}, q^{(k)})$, $Q'_p(p^{(k)}, q^{(k)})$, $Q'_q(p^{(k)}, q^{(k)})$ larni topamiz.

$p^{(k+1)}, q^{(k+1)}$ keyingi yakinlashtirishlarni, Nyuton usuli bilan kuyidagi sistemani yechib topamiz:

$$\begin{cases} P'_p(p^{(k)}, q^{(k)})\Delta p^{(k)} + P'_q(p^{(k)}, q^{(k)})\Delta q^{(k)} = -P(p^{(k)}, q^{(k)}) \\ Q'_p(p^{(k)}, q^{(k)})\Delta p^{(k)} + Q'_q(p^{(k)}, q^{(k)})\Delta q^{(k)} = -Q(p^{(k)}, q^{(k)}) \end{cases} \quad (10)$$

bu yerda

$$\Delta p^{(k)} = p^{(k+1)} - p^{(k)}; \quad \Delta q^{(k)} = q^{(k+1)} - q^{(k)} \quad (11)$$

Agar p va q lar uchun $p^{(0)}, q^{(0)}$ boshlangich kiymatlar yetarli yaxshi tanlab olinsa, u xolda yaqinlashish xech kanda y shubxa tugdirmaydi.

Algoritm ketma-ketligi.

1. $p^{(0)}, q^{(0)}$ - boshlangich kiymatlar tanlab olinadi.
2. (3) va (5) dan $P(p^{(0)}, q^{(0)})$, $Q(p^{(0)}, q^{(0)})$, $R(p^{(0)}, q^{(0)})$, $S(p^{(0)}, q^{(0)})$ koldiklar topiladi.
3. (9) dan $P'_p(p^{(0)}, q^{(0)})$, $P'_q(p^{(0)}, q^{(0)})$, $Q'_p(p^{(0)}, q^{(0)})$, $Q'_q(p^{(0)}, q^{(0)})$ lar aniklanadi.
4. (10) sistemani yechib, $\Delta p^{(0)}, \Delta q^{(0)}$ topiladi.
5. (11) da $p^{(1)} = p^{(0)} + \Delta p^{(0)}$, $q^{(1)} = q^{(0)} + \Delta q^{(0)}$ yaqinlashish olinadi.
6. Agar $|\Delta p^{(k)}| < \varepsilon$, $|\Delta q^{(k)}| < \varepsilon$ shart tekshiriladi.

Bajarilmasa $p^{(1)}, q^{(1)}$ uchun yukoridagi jarayon takrorlanadi.

5-ma'ruza. Interpolyatsiyalashni sonli differensiallashga tadbiq'i.

Masalaning quyilishi.

Aksariyat hisoblash metodlari masalaning quyilishida katnashadigan funksiyalarni unga biror, muayyan ma'noda yaqin va tuzilishi soddarok bulgan funksiyalarga almashtirish goyasiga asoslangan.

Funksiyalarni yaqinlashtirish masalasining eng sodda va juda keng kullaniladigan kismi- **funksiyalarni interpolyatsiyalash masalasi** kurib chikiladi. Dastlab interpolyatsiyalash degandafunksiyaning kiymatlarini argumentning jadvalda berilmagan kiymatlari uchun topish tushunilar edi. Bu holda interpolyatsiyalashni "satrlar orasidagini ukiy bilish san'ati" deb xam ta'riflash mumkin. Xozirgi vaktda interpolyatsiyalash tushunchasi juda keng ma'noda tushuniladi. Interpolyatsiya masalasining moxiyati kuyidagidan iborat. Faraz kilaylik, $[a,b]$ oralikda $y=f(x)$ funksiya berilgan yoki xech bulmaganda uning $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ kiymatlari ma'lum bulsin. Shu oralikda aniklangan va xisoblash uchun kulay bulgan kandaydir funksiyalar $\{P(x)\}$ funksiyani $[a,b]$ opalikda interpolyatsiyalash masalasi shu funksiyani berigan sinfnig shunday $P(x)$ funksiyasi bilan takribiy ravishda

$$F(x) \approx P(x)$$

almashtiridan iboratki? $P(x)$ berilgan $x_0, x_1, \dots, x_n$ nuktlarda $f(x)$ bilan bir xil kiymatlarni kabul kilsin:

$$P(x_i) = f(x_i) \quad (i = \overline{0, n})$$

Bu yerda kursatilgan $x_0, x_1, \dots, x_n$ nuktlar interpolyatsiya tugunlari yoki tugunlar deyiladi. $P(x)$ esa interpolyatsiyalovchi funksiya deyiladi. Agar $\{P(x)\}$ sinfi sifatda darajali kupxadlar sinfi olinsa, u xolda interpolyatsiyalash algebraik deyiladi. Algebraik interpolyatsiyalash apparati xisoblash matematikasining kup soxalarida kullaniladi, chunonchi, differensiallash va integrallashda, transsendant, differensial va integral tenglamalarni yechishda, funksiya ekstremumini topish xamda funksiya jadvalini tuzishda Teylor yoyilmasi klassik analizda kay darajada axamiyatga ega bulsa, algebraik interpolyatsiyalash xam xisoblash matematikasında shunday axamiyatga egadir. Ayrim hollarda interpolyatsiyalashning boshka kurinishlarini kullash maksadga muvofikdir.

Masalan, $f(x)$ davriy funksiya bo'lsa, u holda $\{P(x)\}$ sinfi sifatida trigonometrik funksiyalar sinfi olinadi. Agar interpolyatsiyalanadigan funksiya berilgan nuktlarda cheksizga aylanadigan bo'lsa, u holda $\{P(x)\}$ sinfi sifatida ratsional funksiyalar sinfini olish ma'quldir.

Sonli differensiallash.

Ko'p amaliy masalalarda funksiya xosilalarini ayrim nuktlarda takribiy xisoblashga tugri keladi. Bu masala sonli differensiallash masalasi deyiladi. Funksiyalarning analitik kurinishi noma'lum bulib uning ayrim nuktlardagi

kiymatlari ma'lum bulsa, masalan, tajribadan topilgan bulsa, u xolda uning xosilasi sonli differensiallash yuli bilan topladi. Umuman aytganda, funktsiyani sonli differensiallash masalasi doimo bir kiymatli ravishda yechilavermaydi. Masalan, $f(x)$ funktsiyaning $x = x_0$ nuqtadagi xosilasini topish uchun $h \neq 0$ ni olib,

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}, \quad f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h}, \quad f'(x_0) \approx \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}$$

kabi olishimiz mumkin. Kuningcha () ga uning xosila, () chap xosila va () markaziy xosila deyiladi.

Sonli differensiallash usullari odatda interpolatsion formulalarga asoslangan. Faraz kilaylik, $[a,b]$ oralikda $(n+1)$ - tartibgacha xosilalari uxluksiz bulgan $f(x)$ funktsiya berilgan bulsin. Uni

$$f(x) = L_n(x) + R_n(x)$$

kurinishda tasvirlaymiz. Bu yerda $L_n(x)$ $x_0, x_1, \dots, x_n$ tugunlar buyicha tuzilgan kandaydir interpolatsion kupxad bulib, uning koldik xadi quyidagiga teng:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \omega_{n+1}(x) \quad (a \leq \xi \leq b),$$

$$\omega_{n+1}(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n).$$

Odatda () tenglikni differensiallab, takribiy ravishda

$$f'(x) \approx L'_n(x), \quad f''(x) \approx L''_n(x), \dots, f^{(n)}(x) \approx L^{(n)}_n(x)$$

deb olinadi. Bu takribiy tengliklarning absolyut xatolari mos ravishda

$$R'_n(x), \quad R''_n(x), \dots, R^{(n)}_n(x)$$

ifodalarning absolyut kiymatlariga teng buladi. Lekin absolyut xatoni amalda xar doim xam aniklash oson ish emas.

Kupgina amaliy masalalarni xal etishda jadval shaklida yoki murakkab analitik ifoda shaklida berilgan $u=f(x)$ funktsiyaning turli tartibli xosilalarining kiymatlarini xisoblashga tugri keladi. Bunday xollarda differensial xisob usullarini bevosita tatbik etishning yo iloji bulmaydi yoki bu juda kiyin buladi, shuning uchun ularga takribiy sonli differensiallash usullari kulaniladi.

Sonli differensiallash formulalarini keltirib chikarish uchun avval berilgan $f(x)$ funktsiyani biror $[a,b]$ kesmada $P_n(x)$ kupxad bilan interpolatsiyalanadi, keyin esa

$$F'(x) \approx P'_n(x)$$

deb olinadi.

Agar $P'_n(x)$ interpolatsiya kupxadi uchun

$$R_n(x) = f(x) - P_n(x)$$

bulsa, u xolda $P'_n(x)$ xosilaning $r_n(x)$ xatoligi

$$r_n(x) = f'(x) - P'_n(x) = R'_n(x)$$

formula bilan topiladi (yahni interpolatsiya kupxadi xosilasining xatoligi bu kupxad xatoligining xosilasiga teng)

Sonli differensiallash interpolatsiyalashdan kura kamrok aniklikka ega bulgan amaldir, yahni $[a, b]$ kesmada $u=f(x)$ va $y=P_n(x)$ egri chiziklar ordinatalarining bir-biriga yaqin bulishligiga kafolat bula olmaydi.

$y=f(x)$ funksiyaning kiymatlari $[a, b]$ kesmada teng uzaklikdagi $x_0, x_1, \dots, x_n$ tugunlarda berilgan bulsin:

$$y_0=f(x_0), y_1=f(x_1), \dots, y_n=f(x_n)$$

$[a, b]$ kesmada $y'=f'(x)$, $y''=f''(x)$ va xokazo xosilalarni topish uchun u funksiyaning shu tugun nuktalar sistemasi uchun tuzilgan N'yutonning 1-interpolatsion ko'phadi bilan almashtiramiz.

$$y \approx y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{q(q-1)(q-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \frac{q(q-1)(q-2)(q-3)}{4!} \Delta^4 y_0 + \dots,$$

bu yerda $q=(x-x_0)/h$ va $h=x_{i+1}-x_i$, $i=0, 1, 2, \dots$

$(q-i)$ kurinishdagi binomlarni kupaytirib kuyidagini xosil kilamiz:

$$y \approx y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q^2 - q}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{q^3 - 3q^2 + 2q}{6} \Delta^3 y_0 + \frac{q^4 - 6q^3 + 11q^2 - 6q}{24} \Delta^4 y_0 + \dots$$

Sungra

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dq} \frac{dq}{dx} = \frac{1}{h} \frac{dy}{dq}$$

bo'lganligi uchun

$$y \approx \frac{1}{h} [\Delta y_0 + \frac{2q-1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{3q^2-6q+23}{6} \Delta^3 y_0 + \frac{2q^3-9q^2+11q-3}{12} \Delta^4 y_0 + \dots] (1)$$

shunga o'xshash

$$y'' = \frac{dy}{dx}(y') = \frac{dy'}{dq} \frac{dq}{dx} = \frac{1}{h} \frac{dy'}{dq}$$

bo'lganligi uchun

$$y'' = \frac{1}{h} [\Delta^2 y_0 + (q-1)\Delta^3 y_0 + \frac{6q^2 - 8q + 11}{12} \Delta^4 y_0 + \dots] \quad (2)$$

$u=f(x)$ funksiyaning istalgan tartibli xosilalarini xam shunga uxshash xisoblash mumkin.

Tayin x no'qtadagi xosillarini topishda x_0 sifatida argumentning jadvaldagi x ga eng yaqin kiymatini tanlash lozim.

Jadvaldagi x_i nuqtalardagi xosilalarni topishda sonli differentsiallashtirish usullari soddalashadi, chunki jadvaldagi x har bir kiymatni boshlangich kiymat sifatida olish mumkin bulganligi uchun $x=x_0, q=0$ deymiz, u xolda (1) va (2) dan quyidagini xosil kilamiz:

$$y'(x_0) \approx \frac{1}{h} (\Delta y_0 - \frac{\Delta^2 y_0}{2} + \frac{\Delta^3 y_0}{3} - \frac{\Delta^4 y_0}{4} + \frac{\Delta^5 y_0}{5} - \dots), \quad (3)$$

$$y''(x_0) \approx \frac{1}{h^2} (\Delta^2 y_0 - \Delta^3 y_0 + \frac{11\Delta^4 y_0}{12} - \frac{5\Delta^5 y_0}{6} - \dots). \quad (4)$$

Shunga uxshash, uchinchi, turtinchi va xokazo tartibli xosilalar uchun tegishli formulalarni xosil kilish mumkin:

$$y'''(x_0) \approx \frac{1}{h^3} (\Delta^3 y_0 - \frac{3\Delta^4 y_0}{2} + \dots). \quad (5)$$

$$y^{iv}(x_0) \approx \frac{1}{h^4} (\Delta^4 y_0 - \dots). \quad (6)$$

h kichik bulganda ushbu takribiy formulalarni xosil kilamiz:

$$y'(x_0) \approx \frac{\Delta y_0}{h}, \quad y''(x_0) \approx \frac{\Delta^2 y_0}{h^2}, \quad y'''(x_0) \approx \frac{\Delta^3 y_0}{h^3}, \dots,$$

bu formulalar xosilalarni tegishli tartibli chekli ayirmalar bilan boglaydi.

Birinchi xosila uchun xatolik ushbu formula buyicha xisoblanishini aytib utamiz:

$$R'_n(x_0) \approx \frac{(-1)^n \Delta^{n+1} y_0}{h(n+1)}.$$

6-ma'ruza. Funksiyaning yaqinlashishi masalasi. Splayn-funksiya bilan yaqinlashish.

Reja:

1. Yaqinlash masalasi.
2. Splayn-funksiya tushunchasi.
3. Kubik splayn-funksiya.
4. Splayn-funksiya.

Silikligi yukori bulmagan funksiyalar uchun kupxadlar yaqinlashish apparati sifatida kator nokulayliklarga ega. Bulardan eng asosiysi shundan iboratki, bunday funksiyalarning biror nukta atrofiagi xolati, ularning tula xolati yuilan uzviy boglikdir. Bundan tashkari interpolatsion kupxadlarning nuksoni sifatida ularning xar xoim xam interpolyalanuvchi funksiyaga yaqinlashavermasligidir. Eng yaxshi tekis yaqinlashuvchi kupxadlarning kamchiligi sifatida shuni kursatish mumkinki, ularni kurish juda kiyin va odatda bunday kupxadning darajasi ortishi bilan koeffitsiyentlari xam tez usib boradi.

Oxirgi vaktlarda shu nuksondan xoli bulgan boshka yaqinlashish apparatlari ishlab chikilmokda. Nazariy tadjikot va tatbiklarda yaxshi natija beradigan apparat – splayn-funksiyalar apparatidir. Splaynning ta'rifi bilan tanishaylik.

Haqiqiy o'qdagi $[a,b]$ oraliqda ushbu

$$\Delta_n : a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$$

to'r berilgan bulsin. Faraz qilaylik, $H_m(P)$ darajasi m dan ortmaydigan kupxadlar tuplami, $C^k = C^k[a,b]$ uzi va k – tartibgacha xosillari $[a,b]$ oralikda uzluksiz bulgan funksiyalar tuplami bulsin.

Ta'rif. Kuyidagi ikkita shartni kanoatlantiruvchi ushbu

$$S_m(x) = S_m(x, \Delta_n)$$

funksiya defekti 1 ga teng bulgan m – darajali polinomial splayn deyiladi:

- 1) Har bir $[x_i, x_{i+1}]$ ($i = 0, n$) oralikda $S_m(x) \in H_m(P)$;
- 2) $S_m(x) \in C^{m-1}[a,b]$.

Bu yerdagi $\{x_i\}$ nuktalar splayn tugunlari deyiladi. $S_m(x)$ Splaynning m – xosilasi $[a,b]$ oralikda uzilishga ega bulishi xam mumkin.

Agar $k = 0, 1, \dots, m-1$ lar uchun

$$S_m^{(k)}(a+0) = S_m^{(k)}(b-0)$$

tungliklar bajarilsa, $S_m^{(k)}$ splayn $b-a$ davrli davriy splayn deyiladi.

Ta'rifni kanoatlantiruvchi splaynlar bilan bir katorda shunday splaynlar xam karaladiki, ularning sillikligi Δ_n turning turli kismilarida turlichadir. Bunday splaynlar $[a,b]$ oralikning turli kismilarida turli silliklikka ega bulgan funksiyalarni yaqinlashtirishda foydalaniladi.

Odatda, splayn yagona ravishda yaniklanishi uchun $[a,b]$ oralikning chetki a va b nuktalarida chegaraviy shartlar deb ataluvchi kushimcha shartlar kuyiladi. Amalda uchunchi darajali, ya'ni kubik splaynlar keng kullaniladi.

Splaynlarning xisoblash matematikasida keng kullanilayotganligi sabablaridan yana biri ularning qiymatlarini EXM larda xisoblashning kulayligi va ular yordamida interpolyatsiyalash kabi jarayonlarning keng sinfdagi turlar uchun yaxshi yaniklashishligidadir (yukorida aytilgandek kupxad bilan interpolyatsiyalash bunday emas).

Interpolyatsion kubik splaynlarni kurish. Oldingi punktda aytilgandan sung kuyidagi sung kuyidagi tu'rifni bera olasiz.

Ta'rif. Kuyidagi turt shartni kanoatlantiruvchi ushbu $S(f, x) = S_3(x, f, \Delta_n)$ функция *interpolyatsion kubik splayn deyiladi*:

1. Xar biri $[x_i, x_{i+1}] (i = 0, n)$ oralikda $S(f, x) \in H_3(P)$;
2. $S(f, x) \in C^2[a, b]$;
3. Turning $x_k (k = 0, n)$ tugunlarida $S(f, x_k) = f_k$ tenglik urinli;
4. $S''(f, x)$ uchun

$$S''(f, a) = S''(f, b) = 0$$

chegaraviy shartlar bajariladi.

$S(f, x)$ ning ikkinchi xosilasi turining xar biri $[x_{i-1}, x_i]$ oraligida uzluksiz bulganligi tufayli $x_{i-1} \leq x \leq x_i$ da ushbu

$$S(f, x) = M_{i-1} \frac{x_i - x}{h_i} + M_i \frac{x - x_{i-1}}{h_i} \quad (1)$$

tenglikni yoza olamiz. Bu yerda $h_i = x_i - x_{i-1}$ va $M_i = S''(f, x_i)$. Bu tenglikning xar ikki tomonini integrallab, kuyidagicha ega bulamiz:

$$S(f, x) = M_{i-1} \frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + M_i \frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + A_i \frac{x_i - x}{h_i} + B_i \frac{x - x_{i-1}}{h_i} \quad (2)$$

bunda A_i va B_i integrallash doimiylari bulib, ular $S(f, x_{i-1}) = f_{i-1}$ va $S(f, x_i) = f_i$ shartlardan aniklanadi. (2) da $x = x_{i-1}$, $x = x_i$ larni urniga kuyib, mos ravishda $M_{i-1} \frac{h_i^2}{6} + A_i = f_{i-1}$ va $M_i \frac{h_i^2}{6} + B_i = f_i$ larni xosil kilamiz. Bundan A_i va B_i larni topib

(1) ga kuyisak, natijada

$$S(f, x) = M_{i-1} \frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + M_i \frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + \left(f_{i-1} - \frac{M_{i-1} h_i^2}{6} \right) \frac{x_i - x}{h_i} + \left(f_i - \frac{M_i h_i^2}{6} \right) \frac{x - x_{i-1}}{h_i}, \quad (3)$$

$$S'(f, x) = -M_i \frac{(x_i - x)^2}{2h_i} + M_{i-1} \frac{(x - x_{i-1})^2}{2h_i} + \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i} - \frac{M_i - M_{i-1}}{6} h_{i+1} \quad (4)$$

larga ega bulamiz. Oxirgi tenglik $[x_i, x_{i+1}]$ oralik uchun kuyidagi kurinishga ega:

$$S'(f, x) = -M_i \frac{(x_{i+1} - x)^2}{2h_{i+1}} + M_{i+1} \frac{(x - x_i)^2}{2h_{i+1}} + \frac{f_{i+1} - f_i}{2h_{i+1}} - \frac{M_{i+1} - M_i}{6} h_{i+1} \quad (5)$$

Endi (4) da x ning x_i ga chapdan va (5) da x ning x_i ga ungdan intelgandagi, ya'ni $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ lar uchun xosilasining bir tomonlama limitlarini xisoblaylik:

$$\begin{aligned} S'(x_i - 0) &= \frac{h_i}{6} M_{i-1} + \frac{h_i}{3} M_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i}, \\ S(x_i + 0) &= -\frac{h_{i+1}}{3} M_i - \frac{h_{i+1}}{6} M_{i+1} + \frac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}} \end{aligned} \quad (i = \overline{1, n-1})$$

Ta'rifning 2) shartiga kura $S'(f, x)$ va $S''(f, x)$ funksiyalar $[a, b]$ oralikda uzluksiz. $S'(f, x)$ ning $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ nuqtalarda uzluksizligidan foydalansak, quyidagi $n-1$ ta tenglamaga ega bulamiz:

$$\frac{h_i}{6}M_{i-1} + \frac{h_i + h_{i+1}}{3}M_i + \frac{h_{i+1}}{6}M_{i+1} = \frac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}} - \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i}. \quad (6)$$

Bu tenglamalarni (1) chegaraviy shartdan kelib chikadigan

$$M_0 = M_n = 0 \quad (7)$$

tenglikni bilan tuldirib,

$$a_i = \frac{h_i}{6}, b_i = \frac{h_i + f_{i+1}}{3}, c_i = \frac{h_{i+1}}{6}, d_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}} + \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i} \quad (8)$$

belgalashlarni kiritsak, u xolda $M_1, M_2, \dots, M_{n-1}$ noma'lumlarni topish uchun

[illegible]

tenglar sistemasini xosil qilamiz. (8)ga kura (9) sistemaning matritsasi salmokli bosh diagonalga ega bulganligi tufayli ixtiyoriy $f_0, f_1, \dots, f_n$ lar uchun (9) sistema yagona yechimga ega. Shunday kilib, 1) – 4) shartlarni kanoatlantiruvchi yagona splayn mavjud ekan. (9) sistemani yechimning xaydash usuli deb ataluvchi juda xam effektiv algoritmi mavjud. Uni kuyida keltirib utamiz. Buning uchun barcha $k=1, 2, \dots, n-1$ lar uchun

$$\begin{aligned} P_k &= a_k q_{k-1} + b_k (q_0 = 0), \\ q_k &= -\frac{c_k}{P_k}, u_k = \frac{d_k - a_k u_{k-1}}{P_k} (u_0 = 0) \end{aligned} \quad (10)$$

yordamchi mikdorlarni xosil kilamiz. Sungra (9) sistemaning 2 - ,..., (n-1) – tenglamalaridan ketma-ket $M_1, M_2, \dots, M_{n-1}$ larni yukotib, ushbu

$$\begin{aligned} M_k &= q_k M_{k+1} + u_k \quad (k = \overline{1, n-2}) \\ M_{n-1} &= u_{n-1} \end{aligned} \quad (11)$$

ekvivalent sistemaga ega bulamiz. Bunda esa ketma-ket $M_{n-1}, M_{n-2}, \dots, M_1$ larni aniklash mumkin.

Adabiyotlar

1. Isroilov M.I. Xisoblash metodlari. Toshkent, Ukituvchi, 2003 y.
2. Volkov YE.I Chislenniye metodi. Moskva, Nauka, 1987 g.

7-ma'ruza. Integrallarni taqribiy hisoblashda splayn-funksiyalarni tadbigi.

Ma'lumki, matematika, mexanika va boshqa ko'p fanlarning masalalari aniq integrallarni hisoblashga keltiriladi. Integral ostidagi funksiya-ning boshlang'ich funksiyasi matematik tahlilning usullari yordamida aniq topilsa, aniq integralning qiymati Nyuton – Leybnits formulasi yordami-da hisoblanadi. Lekin integral ostidagi funksiyaning boshlang'ich funksiya -sini har doim ham topish mumkin emas. Bu hollarda aniq integrallarni taqribiy hisoblashga to'g'ri keladi. Masalan, aniq integrallarning qiy-matini taqribiy hisoblash usullari (To'g'rito'rtburchaklar formulasi, trapetsiya formulasi, Simpson formulasi va h.o.), interpolyatsion ko'phad-lar, jumladan, splayn-funksiyalar yordamida taqribiy hisoblash mumkin.

Aytaylik, $I = \int_c^d f(x)dx$ aniq integral berilgan bo'lsin. $[c, d]$ oraliqni x_i

($i = \overline{0, N}$) tugun nuqtalar bilan N ta uzunligi h ga teng bo'lgan kichik $[x_i, x_{i+1}]$ oraliqchalarga ajratamiz va x_i qiymatlarida $f_i = f(x_i)$ funksiyaning qiymatlarini hisoblaymiz.

Har bir kichik $[x_i, x_{i+1}]$ oraliqchalar uchun kuyidagi 3-darajali splayn-funksiyalarni tuzib olamiz:

$$S_3(x) = \frac{(x_{i+1} - x)^2(2(x - x_i) + h)}{h^3} f_i + \frac{(x - x_i)^2(2(x_{i+1} - x) + h)}{h^3} f_{i+1} + \\ + \frac{(x_{i+1} - x)^2(x - x_i)}{h^2} m_i + \frac{(x - x_i)^2(x - x_{i+1})}{h^2} m_{i+1}. \quad (1)$$

Bu yerda m_i lar berilgan $f(x)$ funksiyaning birinchi tartibli hosilalari-ning x_i nuqtalardagi qiymatlari, ya'ni .

(1) ko'phadni soddalashtirib, kuyidagicha yozib olib olamiz:

$$S_3(x) = A_i x^3 + B_i x^2 + C_i x + D_i \quad (2)$$

$$A_i = \frac{1}{h^3} (2f_i - 2f_{i+1} + hm_i + hm_{i+1}),$$

$$B_i = \frac{1}{h^3} (hf_i - 4f_i x_{i+1} - 2f_i x_i + 4f_{i+1} x_i + 2f_{i+1} x_{i+1} + hf_{i+1} - \\ - 2hm_i x_{i+1} - hm_i x_i - 2hm_{i+1} x_i - hm_{i+1} x_{i+1}),$$

$$C_i = \frac{1}{h^3} (2f_i x_{i+1}^2 + 4f_i x_i x_{i+1} - 2hf_i x_{i+1} - 2f_{i+1} x_i^2 - 4f_{i+1} x_i x_{i+1} - 2hf_{i+1} x_i + hm_i x_{i+1}^2 + 2hm_i x_i x_{i+1} + hm_{i+1} x_i^2 + 2hm_{i+1} x_i x_{i+1}), \quad (3)$$

$$D_i = \frac{1}{h^3} (hf_i x_{i+1}^2 - 2f_i x_i x_{i+1}^2 + 2f_{i+1} x_i^2 x_{i+1} + hf_{i+1} x_i^2 - hm_i x_i x_{i+1}^2 - hm_{i+1} x_i^2 x_{i+1}).$$

$[x_i, x_{i+1}]$ oraliqcha bo'yicha olingan $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)dx$ aniq integralda $f(x)$

funksiyani (2) splayn-funksiya bilan almashtirib, integralning taqribiy qiymatini olamiz.

$$I_i = \frac{A_i}{4} (x_{i+1}^4 - x_i^4) + \frac{B_i}{3} (x_{i+1}^3 - x_i^3) + \frac{C_i}{2} (x_{i+1}^2 - x_i^2) + D_i h$$

Barcha oraliqcha bo'yicha olingan integrallarning qiymatlarini yig'ib, berilgan aniq integralning qiymatini topamiz:

$$I = \sum_{i=0}^{N-1} I_i \text{ yoki } I = \sum_{i=0}^{N-1} \left[\frac{A_i}{4} (x_{i+1}^4 - x_i^4) + \frac{B_i}{3} (x_{i+1}^3 - x_i^3) + \frac{C_i}{2} (x_{i+1}^2 - x_i^2) + D_i h \right] \quad (4)$$

Misol: $I = \int_1^3 x^4 e^{-x^2} dx$ hisoblansin. $h=0.5$ qadam bilan $[1;3]$ oraliqni bo'lib

olamiz. Tugin nuqtalar $x_i = 1.0; 1.5; 2.0; 2.5; 3.0$ ($i = 0; 4$) bilan $[1;3]$ oraliq $N = 4$ ta oraliqchalarga ajratamiz. $f(x) = x^4 e^{-x^2}$ funksiyaning o'zi-ning va $f'(x) = 2x^3(2 - x^2)e^{-x^2}$ hosilasining tugin nuqtalardagi qiymatlari-ni hisoblab, f_i va m_i larni aniqlab olamiz. U holda koeffitsiyentlarning (3) ifodalariga asosan (4) formula bo'yicha izlanayotgan integralning qiymati 2.02305×10^2 ga teng bo'ladi.

```

program splayn;
var xi,fi,mi,ai,bi,ci,di:array[0..20] of real;
    n,i,j:integer; s,h,c,d:real;
begin writeln('n='); readln(n); writeln('c='); readln(c);
    writeln('d='); readln(d); h:=(d-c)/n;
for i:=0 to n do begin xi[i]:=c+i*h; fi[i]:=exp(4.0*ln(xi[i]))*exp(-xi[i]*xi[i]);
mi[i]:=2.0*exp(3.0*ln(xi[i]))*(2.0-xi[i]*xi[i])*exp(-xi[i]*xi[i]); end;
s:=0; for i:=0 to n-1 do
begin ai[i]:=(2.0*fi[i]-2.0*fi[i+1]+h*mi[i]+h*mi[i+1])/exp(3.0*ln(h));
bi[i]:=(h*fi[i]-4*fi[i]*xi[i+1]-2*fi[i]*xi[i]+4*fi[i+1]*xi[i]+
2*fi[i+1]*xi[i+1]+h*fi[i+1]-2*h*mi[i]*xi[i+1]-h*mi[i]*xi[i]-

```

Aytaylik, $I = \int_c^d f(x)dx$ aniq integral berilgan bo'lsin. $[c, d]$ oraliqda x argumentning x_i ($i = \overline{1, n+1}$) qiymatlarida $f_i = f(x_i)$ funksiyaning qiymat-larini hisoblaymiz va x_i ($i = \overline{1, n+1}$) qiymatlarda $f(x_i) = P_n(x_i)$ tenglikni qanoatlantiruvchi interpolatsion ko'phadlarni izlaymiz.

$$P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (1)$$
$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_n x_1^n = f_1, \\ a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_n x_2^n = f_2, \\ \vdots \\ a_0 + a_1 x_{n+1} + a_2 x_{n+1}^2 + \dots + a_n x_{n+1}^n = f_{n+1} \end{array} \right. \quad (2)$$
$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n+1} & x_{n+1}^2 & \dots & x_{n+1}^n \end{vmatrix}$$
$$I = a_0(d - c) + \frac{a_1}{2}(d^2 - c^2) + \frac{a_2}{3}(d^3 - c^3) + \dots + \frac{a_n}{n+1}(d^{n+1} - c^{n+1}) \quad (3)$$

ifodani olamiz.

Misol. $\int_1^2 \frac{(10x^2+1)dx}{x^3+2x^2+e^x}$ aniq integralni taqribiy hisoblaymiz. oraliqni $n=5$ ta

nuqtalarda $h = \frac{2-1}{n} = 0,2$ qadam bilan $x_i = 1 + h(i-1)$, ($i = \overline{1,6}$) bo'lib olamiz.

$$f_i = f(x_i) = \frac{10x_i^2 + 1}{x_i^3 + 2x_i^2 + e^{x_i}}.$$

Dasturi program hisoblash;

```
const m=20; type mat=array[1..m,1..m] of real;
var i,j,k,n:integer; x,c,d,h,z:real; a,u,v:mat; L,b:array[1..m] of real;
begin write('n='); read(n); read(c,d); h:=(d-c)/n;
      for i:=1 to n+1 do begin x:=c+h*(i-1);
                            a[i,n+2]:=(10*x*x+1)/(x*x*x+2*x*x+exp(x));
      for j:=1 to n+1 do a[i,j]:=exp(j*ln(x)) end;
z:=0; for j:=1 to n+2 do begin a[n+2,j]:=0; u[1,j]:=a[1,j];
      z:=z+u[1,j]*u[1,j] end;
      a[n+2,n+2]:=1; z:=sqrt(z);
for j:=1 to n+2 do v[1,j]:=u[1,j]/z;
for k:=1 to n+1 do
begin for i:=1 to k do begin L[i]:=0; for j:=1 to n+2 do L[i]:=L[i]-a[k+1,j]*v[i,j]
end;
      for j:=1 to n+2 do begin b[j]:=0;
      for i:=1 to k do b[j]:=b[j]+L[i]*v[i,j] end;
      for i:=1 to k do
      for j:=1 to n+2 do u[k+1,j]:=a[k+1,j]+b[j];
      z:=0; for j:=1 to n+2 do z:=z+u[k+1,j]*u[k+1,j]; z:=sqrt(z);
      for j:=1 to n+2 do v[k+1,j]:=u[k+1,j]/z;
end; z:=0; for j:=1 to n+1 do
z:=z+u[n+2,j]/u[n+2,n+2]/(j+1)*(exp((j+1)*ln(d))-exp((j+1)*ln(c)));
      writeln('I=',z);
end.
```

8-ma'ruza. Karrali integrallarni taqribiy hisoblash.

Reja:

1. Kubatur formulalar.

Matematikaning uzida uning tatbiklarida kupincha karrali integrallarni takribiy hisoblashga extiyoj tugiladi. Kvadratur formulalar kabi bu yerda xam karrali integralning kiymatini integral ostidagi fuknsiyaning chekli miqdordagi $P_1, P_2, \dots, P_N$ no'qtalardagi kiymatlariningchizikli kombinatsiyasi yordamida aniqlaydigan

$$\iint_{\Omega} f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \sum_{k=1}^N A_k f(P_k) + R(f)$$

formula kubatur formula deyiladi.

Bundagi

$$P_1, P_2, \dots, P_N \left(P_k = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \in \Omega \right)$$

No'qtalarning to'plami integrallash to'ri, $A_k (k = \overline{1, N})$ kubatur formulaning koeffitsiyentlari va $R(f)$ koldik xad deyiladi. Bu paragrafda kubatur formulalarni tuzishning ayrim usullarini qisqacha kurib chikamizyu biz asosan ikki karrali integrallarni qaraymiz.

Kvadratur formulalarni ketma-ket kullash. Kubatur formula tuzishning eng sodda usuli, bu karrali integrallar takroriy integral shaklida tasvirlab, bir karrali ingrallar uchun kurilgan kvadratur formulalarni kullashdan iboratdir.

Faraz qilaylik, integrallash soxasi Ω tugri burchakli turtburchak $\{a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$ bulsin. Ushbu

$$I = \iint_{\Omega} f(x, y) dx dy \quad (1)$$

integralni xisoblash uchun Simpson formulasini ikki marta kullaylik. Buning uchun $[a, b]$ va $[c, d]$ oraliklarning xar birini kuyidagi nuktalar bilan ikkiga bulamiz:

$$\begin{aligned} x_0 &= a, x_1 = a + h, x_2 = a + 2h = b; \\ y_0 &= c, y_1 = c + k, y_2 = c + 2k = d, \end{aligned}$$

bu yerda

$$h = \frac{b-a}{2}, \quad k = \frac{d-c}{2}.$$

Shunday kilib, xammasi bulib tukkizta (x_i, y_j) ($i, j=0,1,2$) nuktaga ega bulamiz.

Endi (1) integralda $I = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy$ ichki integralni xisoblash uchun

Simpson formulasini kullaymiz:

$$\begin{aligned} I &\approx \int_a^b \frac{k}{3} [f(x, y_0) + 4f(x, y_1) + f(x, y_2)] dx = \\ &= \frac{k}{3} \left[\int_a^b f(x, y_0) dx + 4 \int_a^b f(x, y_1) dx + \int_a^b f(x, y_2) dx \right]. \end{aligned}$$

Har bir integralga yana Simpson formulasini kullasak, u xolda

$$\begin{aligned} I &= \frac{hk}{9} \{ [f(x_0, y_0) + 4f(x_2, y_0) + f(x_2, y_0)] + 4[f(x_0, y_1) + \\ &+ 4f(x_1, y_1) + f(x_2, y_1)] + [f(x_0, y_2) + 4f(x_1, y_2) + f(x_2, y_2)] \} \end{aligned}$$

yoki

$$\begin{aligned} I &\approx \frac{hk}{9} \{ [f(x_0, y_0) + f(x_2, y_0) + f(x_0, y_2) + f(x_2, y_2)] + 4[f(x_1, y_0) + \\ &+ f(x_0, y_1) + f(x_2, y_1) + f(x_1, y_2)] + 16f(x_1, y_1) \} \end{aligned} \quad (2)$$

hosil bo'ladi. Bu formulani qisqacha kiydagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$I \approx \frac{hk}{9} \sum_{i,j=0}^2 \lambda_{ij} f(x_i, y_j)$$

Bu yerda λ_{ij} quyidagi uchinchi tartibli

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

matritsaning elementidir.

9-ma'ruza. Singulyar integrallarni taqribiy hisoblash.

1. Singular integral tushunchasi. $f(x) = \frac{\varphi(x)}{|x-c|^\alpha}$ ($0 < \alpha < 1$) kurinishidagi

maxsuslikka ega bulgan integralni xisoblash masalasini kurgan edik.

Kup tatbikiy masalalarda, jumladan aerodinamikada, shunday integrallar uchraydiki, ularda $\alpha=1$ buladi. Bunday xolda integralni Koshi buyicha bosh kiymat ma'nosida tushunish kerak.

Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ oralikning c nuktasi atrofida chegaralmagan bulib,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\int_a^{c-\varepsilon} f(t)dt + \int_{c+\varepsilon}^b f(t)dt \right]$$

limit mavjud bulsa, bu limit $[a,b]$ oralik buyicha $f(x)$ fuksiyadan olingan xosmas integralning Koshi buyicha bosh kiymati deyiladi va

$$V.p. \int_a^b f(x)dx \text{ yoki } \int_a^{*b} f(x)dx$$

kabi belgilanadi. Bu yerda (V.p. «valeur principale» suzlarning bosh xarflari bulib, fransuzcha «bosh kiymat» ni bildiradi).

Bosh kiymat ma'nosiagi integrallarni kupincha maxsus yoki singulyar integrallar deb atashadi.

Ta'rif. Agar ixtiyoriy $x_1, x_2 \in [a,b]$ nuktalar uchun

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq L|x_1 - x_2|^\alpha$$

tengsizlik urinli bulsa, u xolda $f(x)$ funksiya $[a,b]$ oralikda *Gelider shartini kanoatlantiradi* deyiladi, bu yerda L va α kandaydir musbat mikdorlar. Agar $\alpha=1$ bulsa, u xolda $f(x)$ Lipshits shartini kanoatlantiradi deyiladi. Biz doim $0 < \alpha \leq 1$ deb olamiz. Kurinib turibdiki, $[a,b]$ da Gelder shartini kanoatlantiradigan funksiya shu oralikda uzluksizdir.

Faraz kilaylik, $y \in (a,b)$ ixtiyoriy nukta bulsin, $\int_a^b \frac{f(x)}{x-y} dx$ integralda

$K(x,y) = \frac{1}{x-y}$ koshi yadrosi deyiladi va integralning uzi *Koshining singulyar integrali* deyiladi.

1-teorema. Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ oralikda Gelder shartini kanoatlantirsa, u xolda Koshining singulyar integrali bosh kiymatima'nosida mavjuddir.

Isbot. Xakikatdan xam,

$$\int_a^b \frac{f(x)}{x-y} dx = \int_a^b \frac{f(x) - f(y)}{x-y} dx + f(y) \int_a^b \frac{dx}{x-y} \quad (1)$$

2. Gilbert yadroli singulyar integrallarni taqribiy hisoblash. Kulaylik uchun Gilbert integralini almashtirish yordamida quyidagi kurinishda yozib olamiz:

$$If(y) = \int_0^{*1} f(x) \operatorname{ctg} \pi(x-y) dx. \quad (2)$$

Odatda Gilbert integralida $f(x)$ funksiyani Gyolder shartini kanoatlantirishda tashkari, u davriy funksiya deb karaladi. Biz bu yerda $f(x)$ funksiyaning Furre ko'effitsiyentlari

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{2\pi i n x} \quad (3)$$

kuyidagi

$$|C_n| \leq \frac{c}{|n|^\alpha} \quad (n \neq 0) \quad (4)$$

shartni kanoatlantiradi va $\alpha < 1$ deb faraz kilib, (2) integral uchun kvadratur formula tuzamiz.

Buning uchun $P_N(x)$ trigonometrik kupxadni kuyidagicha kiritamiz:

$$P_N(x) = \sum_{m=-N+1}^{N-1} C_m e^{2\pi i m x} \quad (5)$$

$$C_m = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{2N} f\left(\frac{k}{2N}\right) e^{-2\pi i \frac{km}{2N}} \quad (6)$$

Endi (5)ni (6)ga kuysak,

$$P_N(x) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{2N} f\left(\frac{k}{2N}\right) \psi_k(x)$$

ga ega bulamiz, bu yerda

$$\psi_k(x) = \sum_{m=-N+1}^{N-1} e^{2\pi i m \left(x - \frac{k}{2N}\right)} = 1 + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \cos 2\pi m \left(x - \frac{k}{2N}\right).$$

(6) formula yordamida

$$I\psi_k(k) = -2 \sum_{m=1}^{N-1} \sin 2\pi m \left(y - \frac{k}{2N}\right) = \varphi_k(y)$$

ni xosil kilamiz. Endi

$$f(x) = P_N(x) + r_N(x) \quad (7)$$

deb olib, buni (2) integralga kuysak,

$$If(y) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{2N} f\left(\frac{k}{2N}\right) \varphi_k(y) + R_N(y) \quad (8)$$

kvadratur formulani xosil kilamiz.

10- ma'ruza. Ayirmali tenglamalar. Birinchi va ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar.

Reja:

1. Chekli-ayirmali tenglama.
2. Xarakteristik tenglama.

Differensial va integral tenglamalar klassik analizda kanchalik katta ahamiyatga ega bulsa, chekli-ayirmali tenglamalarning roli xam diskret analizda ana shundaydir. Bu ma'ruzani chekli-ayirmalarga bagishlaymiz.

Faraz kilaylik, $y(x)$ funksiya biror oralikda berilgan bulsin. Aniklik uchun bu oralik $0 \leq x < \infty$ yarim ukdan iborat bulsin. Biror $h > 0$ kadamli $x + kh$ turni olib, $y(x)$ ning chekli ayirmalarini tuzamiz:

$$\Delta y(x), \Delta^2 y(x), \dots, \Delta^p y(x).$$

Ushbu

$$F(x, y(x), \Delta y(x), \dots, \Delta^p y(x)) = 0 \quad (1)$$

kurinishda tenglama p – tartibli chekli-ayirmali tenglama deyiladi.

Bu yerda $y(x)$ izlanayotgan funksiya bulib, $F(x, y_0, \dots, y_p)$ uz argumentlari $(x, y_0, \dots, y_p)$ ning uzgarish soxasida aniklangan funksiyadir.

Agar chekli ayirmalarni funksiyaning kiymatlari orkali ifodallasak, (1) tenglama kuyidagi kurinishga ega buladi:

$$\Phi(x, y(x), y(x+h), \dots, y(x+ph)) = 0 \quad (2)$$

endi x ning $x = nh$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) kurinishidagi kiymatlarini olib, $y(kh) = y_k$ deb belgilab olsak, (2) tenglama

$$Q(n, y_n, y_{n+1}, \dots, y_{n+p}) = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

kurinishga ega buladi.

Biz (3) kurinishdagi tenglamaning eng sodda kurinishini, ya'ni y_k larga nisbatan chizikli bulgan

$$L(y) = a_0(n)y_{n+p} + a_1(n)y_{n+p-1} + \dots + a_p(n)y_n = f(n) \quad (4)$$

tenglamani karaymiz. Bu tenglama p – tartibli chizikli-ayirmali tenglama deyiladi. Bu yerda $a_i(n)$ koefitsiyentlar va $f(n)$ ozod xad n (butun sonlar)ning ixtiyoriy funksiyalari. Ozod xadi nolga teng bulgan $L(z) = 0$ tenglama bir jinsli deyiladi. Agar c_i larga konkret kiymatlar berib,

$$z = z(n, c_1, c_2, \dots, c_n)$$

formuladan karayotgan tenglamaning barcha yechimlarini topish mumkin bulsa, bunday formula umumiy yechim deyiladi. Agar v va y bir jinsli bulmagan $L(v) = h$ tenglamaning xususiy va umumiy yechimi bulsa, u xolda $z = y - v$ bir jinsli tenglamaning yechimi buladi: $L = (u - v) = L(u) - L(v) = h - h = 0$. Shunday kilib, bir jinsli bulmagan tenglamaning umumiy yechimi bir jinsli tenglamaning xususiy yechimining yigindisiga teng: $y = z + v$. Agar burchasi birdaniga nolga teng bulmagan $c_1, c_2, \dots, c_m$ lar mavjud bulib,

$$c_1 u^{(1)} + c_2 u^{(2)} + \dots + c_m u^{(m)} = 0 \quad (5)$$

urinli bulsa, u xolda bir jinsli tenglama $L(u)=0$ ning $u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(m)}$ yechimlari argumentning karalayotgan soxasida *chizikli boglangan* deyiladi. Aks xolda, ya'ni (5) fakat $c_i=0$ ($i=1, m$) da bajarilsa, bu yechimlar *chizikli erkli* deyiladi. Agar $z^{(i)}$ bir jinsli tenglama $L(z)=0$ ning yechimi bulsa, u xolda ularning chizikli kombinatsiyasi $\sum_i c_i z^{(i)}$ xam bu tenglamaning yechimi buladi, chunki

$$L\left(\sum_i c_i z^{(i)}\right) = \sum_i c_i L(z^{(i)}) = 0.$$

Kulaylik uchun (4) tenglamaning $n \geq 0$ kiymatlar uchun karaymiz. Endi *uzgarmas koeffitsiyentli chizikli-ayirmali tenglamani*

$$L(y) = \sum_{i=0}^p a_i y_{n+1} = f(n), a_p \neq 0$$

va unga mos keluvchi *bir jinsli*

$$L(z) = \sum_{i=0}^p a_i z_{n+1} = 0 \quad (1)$$

tenglamani karaymiz. Oxirgi tenglamaning xususiy yechimini λ_i^n kurinishda izlaymiz, u xolda

$$\left(\sum_{i=0}^p a_i \lambda^i\right) \lambda^n = 0$$

Demak, xarakteristik tenglama deb ataluvchi

$$\sum_{i=0}^p a_i \lambda^i = 0$$

tenglamaining xar bir λ yechimiga (1) tenglamaning λ^n xususiy yechimi mos keladi.

Agar xarakteristik tenglamaning barcha ildizlari tub bulsa, u xolda p ta xar xil yechimga ega bulamiz. Xarakteristik tenglamaning xar biri k karrali ildiziga (1) tenglamaning k ta xar xil

$$\lambda^n, c_n^1 \lambda^{n-1}, \dots, c_n^{k-1} \lambda^{n-k+1} \quad (2)$$

yechimlari tugri kelishini kursatamiz. Buni karrali ildizlar xakikiy bulgan bulsa xol uchun karash bilan kifoyalanamiz, chunki aytilgan gaplar kompleks bulgan xol uchun xam urinlidir. Xarakteristik kupxadni kupaytiruvchilarga ajratamiz:

$$\sum_{i=0}^p a_i \lambda^i = a_p \prod_{i=1}^p (\lambda - \lambda_i)$$

Darslik va o'quv qo'llanmalar ro'yhati

Asosiy.

1. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Chislenne metod. – M., Nauka. 1989.
2. Krlov V.I., Bobkov V.V., Monastrniy P.I. Vcheslitelne metod vsshey matematiki. 1-tom. Minsk., Vsha shkola. 1972, 1975.
3. Sbornik zadach po metodam vchisleniy. Pod redaktsiey Monastrnogo P.I. Minsk, Vsha shkola. 1983.
4. Isroilov M.I. xisoblash metodlari. Toshkent, Uzbekiston, 2000.
5. Abduxamidov A., Xudaynazarov S. Hisoblash usullaridan mashqlar va laboratoriyalar ishlari. «O'zbekiston nashriyoti», 1995.

Qo'shimcha.

6. Berezin I.S., Jidkov N.P. Metod vchisleniy. T. 1. M.: Fizmatgiz. 1962.
7. Samarskiy A.A. Vvedenie v chislenne metod. – M., Nauka. 1987.
8. Demidovich B.P., Maron I.A. Osnov vchislitelnoy matematike. M., Nauka. 1970.
9. Baxvalov N.S. Chislenne metod. – M., Nauka. 1987.
10. Ismatullaev G.P., Juraev G.U. Hisoblash usullaridan metodik qo'llanma. Toshkent, Universitet. 2005.

**O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA
O`RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

«Amaliy matematika va informatika» kafedrası

“Hisoblash matematikasi va programmalash masalalari” tanlov fanidan

LABORATORIYA ISHLARI

(amaliy matematika va informatikayo`nalishlari IV kurs talabalari uchun)

Tuzuvchilar: O.Shukurov

Qarshi -2010

LABORATORIYA ISHI №1.

MAVZU: NOCHIQLI TENGLAMALARNI NYUTON USULI BILAN YECHISH

Ishning maqsadi. Talabalarni bir noma'lumli algebraik va transcendent tenglamalarni berilgan aniqlikda taqribiy yechishning urinmalar (N'yuton) usuli bilan tanishtirish.

Masalaning qo'yilishi.

1. Talabalarda urinmalar usuli haqida qisqacha nazariy ko'nikmalar hosil qilish.
2. Berilgan tenglama yechimi yotgan biror oraliqni ajratish.
3. Berilgan aniqlikda yechimni topish algoritmi va dasturini tuzish.

Qisqacha nazariy ma'lumotlar

Agar $f(x)=0$ Tenglamani yechishda boshlang'ich yaqinlashish etarlicha yaxshi tanlansa, u holda yechim aniqligini oshishi jihatidan boshqa taqribiy usullar orasida urinmalar (N'yuton) usuli ustunligi bilan e'tiborga molikdir.

Aytaylik, $f(x)$ funksiya biror $[a;b]$ oraliqda aniqlangan va ikki marta differentsiyanuvchi bo'lsin va oraliqning chetki nuqtalarida har xil ishorali qiymatlar qabul qilsin (yechim mavjudligi sharti), ya'ni

$$f(a)f(b)<0$$

$f'(x)$ va $f''(x)$ hosilalar $[a;b]$ oraliqda ishorasini o'zgartimasin.
 $y=f(x)$ funksiya grafigiga $f(x)$ va $f'(x_0)$ lar hosila ishoralari bir xil bo'lgan $[a;b]$ oraliqning chetki nuqtasidan urinma o'tkazamiz. Ma'lumki, u holda urinma tenglamasi

$$y-f(a)=f'(a)(x-a), \quad \text{agar } f(a)f''(a)>0 \quad \text{bo'lsa,}$$

yoki

$$y-f(b)=f'(b)(x-b), \quad \text{agar } f(b)f''(b)>0(f(a)f''(a)<0) \quad \text{bo'lsa,}$$

bo'ladi.

Urinmaning abscissa o'qini kesib o'tuvchi x_1 nuqtasini topamiz.

$Y=0$ deb olsak, u holda

$$x_1=a-f(a)/f'(a), \quad \text{agar } f(a)f''(a)>0 \quad \text{bo'lsa,}$$

Yoki

$$x_2=b-f(b)/f'(b), \quad \text{agar } f(b)f''(b)>0 \quad \text{bo'lsa,}$$

birinchi yaqinlashishga ega bo'lamiz. Bu yaqinlashishdan foydalanib, navbatdagi yaqinlashishlarni topish mumkin. Navbatdagi yaqinlashishlar umimiy holda qo'yidagi formuladan topiladi;

$$x_n = x_{n-1} - f(x_{n-1})/f'(x_{n-1}), \quad n=2,3.$$

Hisoblash jarayoni

$$|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon_1$$

tengsizlik bajarilgunga qadar davom ettiriladi, bunda $\varepsilon_1 = \sqrt{2m_1\varepsilon/m_2m_1} = |f'(x)|$ -

birinchi hosilaning absolyut qiymati jihatidan bo'yicha ($|f'(x)|$ $[a;b]$ oraliqdagi eng kichik qiymati:

m_2

$=f''(x)$ - ikkinchi hosilaning $[a;b]$ oraliqdagi absolyut qiymati bo'yicha eng katta qiymati ε_1 - yechimning absolyut xatoligi.

Topshiriq. Urinmalar usuli yordamida 1-ishdagi topshiriqda be-

rilgan tenglamaning $\varepsilon_1=0,0001$ aniqlikda yechimni topish algoritmi va dasturini tuzing va yechimni topish uchun lozim bo'lgan iterasiyalar sonini aniqlang.

Yechish. a) yechim yotgan oraliqni ajratish. Tenglama ildizi yotgan oraliq birinchi topshiriqda grafik usuli yordamida ajratilgan, ya'ni berilgan tenglamani eng kichik musbat yechimi $[0; \pi/2]$ oraliqqa tegishli. Hosilalarni hisoblaymiz, ya'ni $f(x) = \sin x - e^{-x}$ ekanligidan qo'yidagiga ega bo'lamiz:

$$f'(x) = (\sin x - e^{-x})' = \cos x + e^{-x}$$

$$f''(x) = (\sin x - e^{-x})'' = -\sin x - e^{-x}$$

x_0 - boshlang'ich yaqinlashishni shunday tanlashimiz lozimki,

$$f(x_0) f''(x_0) > 0$$

Shart bajarilsin. $[0; \pi/2]$ oraliqning chetki nuqtalarida funksiya va ikkinchi tartibli hosilaning qiymatlarini hisoblaymiz:

$$f(0) = \sin 0 - e^{-0} = 0 - 1/e^0 = -1 < 0;$$

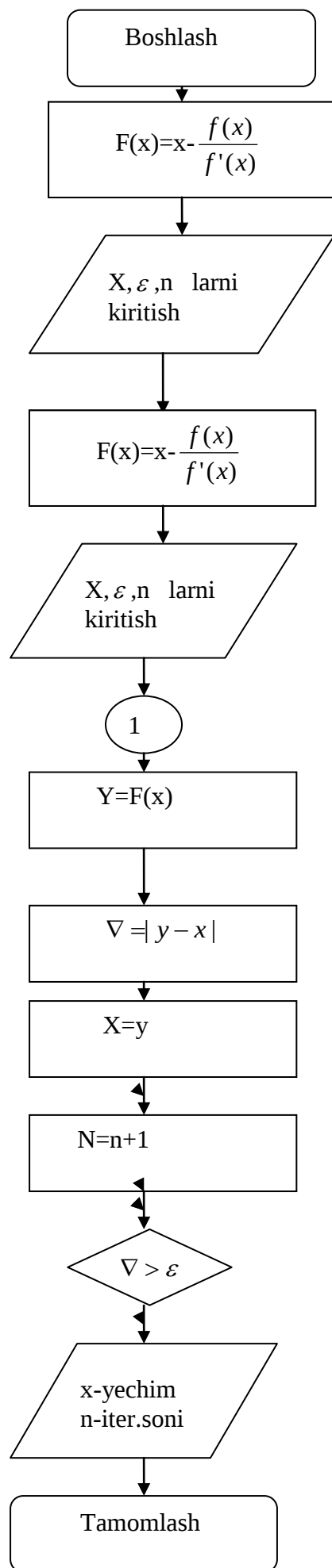
$$f''(0) = -\sin 0 - e^{-0} = 0 - 1/e^0 = -1 < 0;$$

$$f(\pi/2) = \sin \pi/2 - e^{-\pi} = 1 - 1/e^{\pi/2} > 0;$$

$$f''(\pi/2) = -\sin \pi/2 - e^{-\pi/2} = -1 - 1/e^{\pi/2} < 0;$$

Demak, boshlang'ich yaqinlashish sifatida $x_0 = 0$ ni tanlaymiz.

b) hisoblash jarayoniga mos algoritm va dastur tuzish. Urinmalar usuli algoritmgaga mos blok-sxema 3-rasmda keltirilgan



PASKAL algoritmik tilidagi dastur matni.

```
{f(x)=0 Tenglamani yechish uchun urinmalar (N'yuton) usuli }  
Program Nyuton(INPUT,OUTPUT);  
LABEL 25;  
VAR D,X,E,Y:REAL;  
N:INTEGER;  
BEGIN  
N:=0;  
Writeln('NYUTON USULI');  
Write(X0='); Readln(X);  
Write('EPS='); Readln(E);  
25:Y:=X-(SIN(X)-EXP(-X))/(COS(X)+EXP(-X));  
D:=ABS(Y-X);  
X:=Y; N:=N+1;  
IF D>E THEN GOTO 25;  
Writeln;  
Write('N=',N,' X=',X:6:5);  
Readln;  
END.
```

TOPSHIRIQLAR

Grafik yoki analitik ravishda berilgan tenglama ildizi yotgan oraliqni
Ajrating va N'yuton(urinmalar) usuli yordamida 0.0001

Aniqlikda yechimni toping hamda yechimni topish uchun zarur bo'lgan
Iterasiya sonini aniqlang.

- | | |
|--|--|
| 1. $x^4 - x - 2x + 1 = 0$. | 10. $3^y + 2^y - 1 = 0$ |
| 2. $x^4 + x - 2x + 1 = 0$ | 11. $\lg(x+1) - 2^y + 3x = 0$. |
| 3. $x^3 - 0,5x^2 - x + 3 = 0$. | 12. $x^2 + \sin x + 1 = 0$. |
| 4. $x^2 - 10x \ln x = 0$. | 13. $3x + \cos(x+1) - 2 = 0$. |
| 5. $4 \ln x - 3x + 5 = 0$. | 14. $\sin x + 2 \cos x + 3x^2 = 0$. |
| 6. $e^x + \ln(e^y + 1) + 2 = 0$. | 15. $x^2 - \sin(\ln(x+1)) = 0$ |
| 7. $e^{x+1} - \cos(e^x + 1) = 0$. | 16. $10 \sin x - x^2 = 0$ |
| 8. $2^x - 3 \cos x + 1 = 0$. | 17. $\cos 2x + 11x^2 = 0$. |
| 9. $3^{y-1} - 2 \sin x - 4 = 0$. | 18. $x \sin x - 3 \cos x + 1 = 0$ |
| 19. $\cos(2x+1) - 3 \sin x = 0$ | 25. $\arctg x + e^y + x = 0$. |
| 20. $5 \cos x - x \sin x = 0$ | 26. $\arctg(e^y + 1) - \sin x = 0$. |
| 21. $2 \cos x - x \sin x = 0$ | 27. $2x^2 + \arcsin x + 1 = 0$. |
| 22. $x^3 - \cos(x+0,5) + 1 = 0$ | 28. $3x^3 \arctg x - 1 = 0$. |
| 23. $\sin(x + \pi/2) - 8 \cos x + 2 = 0$ | 29. $2x - \arctg(x-1) = 0$. |
| 24. $\arcsin x + 0,5x - 1 = 0$. | 30. $\operatorname{ch} x - 2x - 0,5 = 0$. |

LABORATORIYA ISHI №2

MAVZU: Aniq integralni to'g'ri to'rtburchaklar usuli bilan taqribiy hisoblash

Ishning maqsadi. Talabalarni aniq integrallarni taqribiy hisoblash usullaridan biri – to'g'ri to'rtburchaklar usuli bilan tanishtirish va ularni aniq integrallarni bu usul bilan hisoblashga o'rgatish.

Masalaning quyilishi. 1) Talabalarda to'g'ri to'rtburchaklar usuli haqida qisqacha nazariy ko'nikmalar hosil qilish;

2) hisoblash jarayoniga mos algoritm (blok-sxema) tuzish;

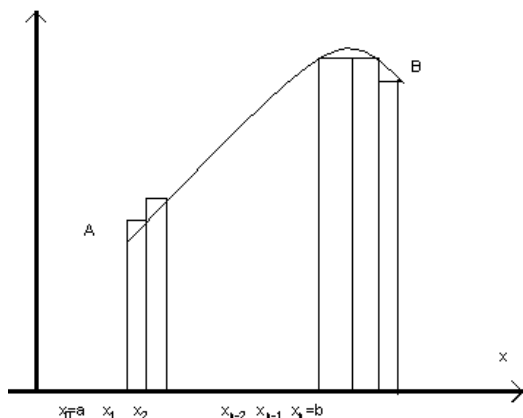
3) aniqlangan algoritimga mos paskalda- dastur tuzish.

Qisqacha nazariy ma'lumotlar. To'g'ri to'rtburchaklar usuli algoritmi:

- 1) $h=(b-a)/n$ orqali bo'linish qadamini hisoblaymiz;
- 2) $x_0 = a+h/2$, $x_k = x_{k-1} + h$ ($k=1,2,3,...,n$) nuqtalarni belgilab olamiz;
- 3) $x_1, x_2, ..., x_n$ nuqtalardan chegaraviy egri chiziq bilan kesishgunga qadar perpendikulyarlar o'tkazamiz va kesishish nuqtalarining ordinatalarini quyidagicha

$y_1=f(x_1), y_2=f(x_2), ..., y_n=f(x_n)$, belgilaymiz;

4). $(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)$ nuqtalardan chapga qarab gorizontol ravishda mos holda $(x_0, y_1), (x_1, y_2), ..., (x_{n-1}, y_n)$ nuqtalargacha bo'lgan kesma o'tkazamiz va hosil qilingan har bir to'g'ri to'rtburchak yuzini topamiz:



5) n ta to'g'ri to'rtburchak yuzini qo'shamiz: $S=h(y_1+y_2+...+y_n)$.

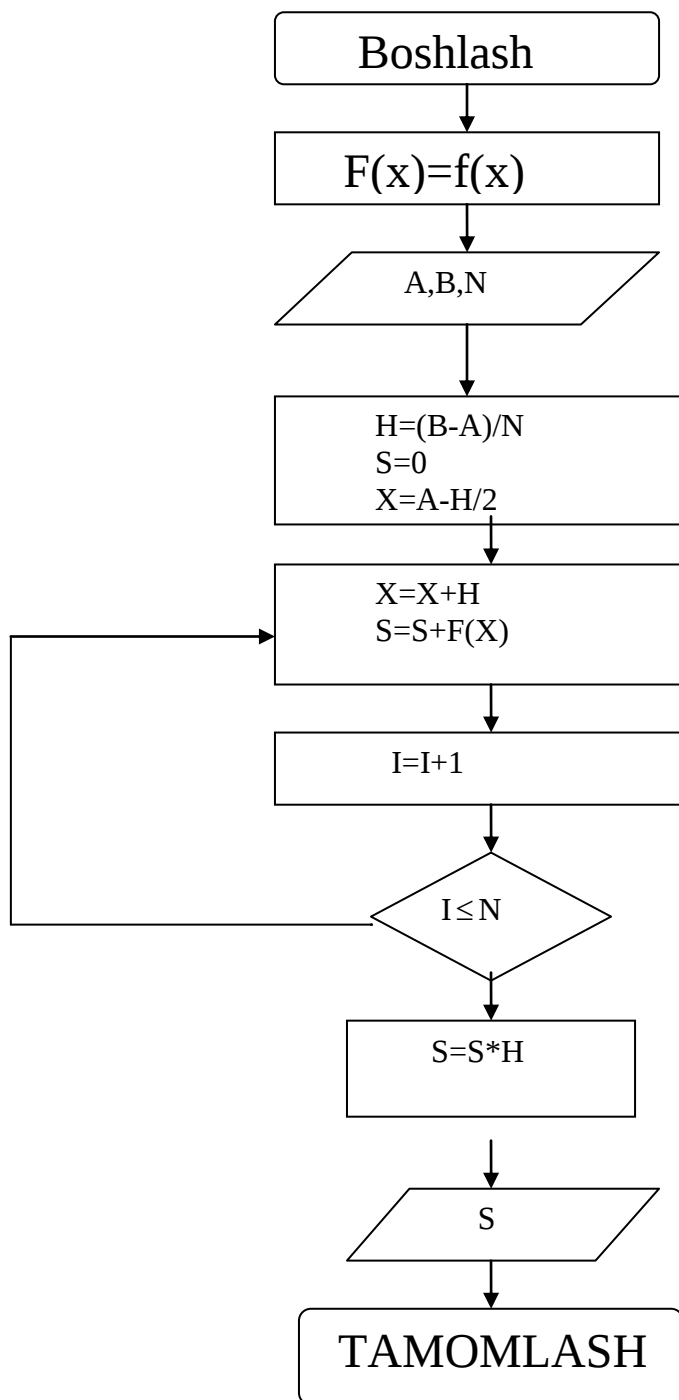
$$\text{Demak, } \int_a^b f(x)dx = h(y_1 + y_2 + ... + y_n).$$

Bu to'g'ri to'rtburchaklar formulasidir. To'g'ri to'rtburchaklar formulasining o'ng tomonidagi ifoda berilgan integralga intiladi. Biroq, fiksirlangan h da uning har biri berilgan integraldan $R_n(f)$ kattalikka farq qiladi. Berilgan absolyut xatodan n parametr tanlanadi va shuningdek, h qadam $|R_n(f)| < \varepsilon$ tengsizlikdan topiladi.

$R_n(f)$ kattalik

$$R_n(f) = \frac{b-a}{2n} f'(\xi)h^2, \xi \in [a, b] \quad \text{ tenglik orqali xarakterlaradi.}$$

2. Hisoblash jarayoniga mos blok-sxema rasmda keltirilgan.



Eslatma: Dasturda $f(x)$ - integral osti funktsiya berilishi kerak.

Topshiriq. $\int_{0,25}^1 \sqrt{x} dx$ integrali to'g'ri to'rtburchaklar usuli bilan 0,01 aniqlikda hisoblang.

Yechish. $f(x) = \sqrt{x}$ integral osti funktsiya uchun $[0,25 ; 1]$ kesmada quyidagilarni hisoblaymiz:

$$f'(x) = -\frac{1}{4}x^{-3/2}, \quad b=1, \quad h=(b-a)/n=0,75/n$$

$$R_n(f) < \frac{0,75}{2n} \quad \text{ёки} \quad |R_n(f)| < 0,0351562 / n^2$$

Berilgan kattalikka erishish uchun quyidagi tengsizlik bajarilishi zarur:
 $0,0351562/n^2 < 0,01$ yoki $n^2 > 3,51562$.

Demak, $n=2$ qabul qilish mumkin. U holda $h=0,75/2=0,375$.

Quyidagilarni hisoblaymiz:

$$x_0=f-h/2=0,25-0,1875, \quad x_1=x_0+h=0,0625+0,375=0,4375$$

$$y_1=f(x_1)=\sqrt{0,4375}=0,6614378, \quad x_2=0,8125$$

$$y_2=f(x_2)=\sqrt{0,8125}=0,9013878.$$

Topilgan qiymatlardan foydalanib berilgan integralni hisoblaymiz:

$$\int_{0,25}^1 \sqrt{x} dx = 0,375(0,6614378+0,9013878)=0,5861$$

ТОПШИРИҚЛАР

Quyidagi integralni to'g'ri to'rtburchaklar usuli bilan aniqlikda taqribiy hisoblang.

- | | | | |
|---|---------|---|---------|
| 1. $\int_{0,5}^{1,5} \frac{\sqrt{x^2+0,5}}{\sqrt{x^{2-1+4xc}}} dx,$ | (n=10). | 2. $\int_2^9 \sqrt{6x_2-3x+4} dx,$ | (n=8). |
| 3. $\int_{1,3}^{2,3} \frac{\sqrt{0,5x^2+1,5}}{\sqrt{0,6x^2+1,3+1,2}} dx,$ | (n=20). | 4. $\int_{0,4}^{1,4} \frac{\sqrt{3,1x+4}}{\sqrt{0,5x^2+1+1,4}} dx,$ | (n=6). |
| 5. $\int_{0,7}^{1,7} \frac{2x^2+4}{\sqrt{x+2+3x^2}} dx,$ | (n=8). | 6. $\int_{0,5}^{2,5} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{\sqrt{4x+1+2x^2}} dx,$ | (n=10). |
| 7. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x^2-3x^2+1}} dx,$ | (n=10). | 8. $\int_{0,3}^{1,3} \frac{1}{\sqrt{2x^2+1,8x+1}} dx,$ | (n=12). |
| 9. $\int_{1,2}^{2,2} \frac{\sqrt{x+1}}{2x^2+1+2} dx,$ | (n=10) | 10. $\int_1^2 \frac{3x+2,1}{\sqrt{2x^2+4}} dx,$ | (n=1) |
| 11. $\int_{1,1}^{2,1} \frac{1}{\sqrt{2x^2+0,6}} dx,$ | (n=10) | 12. $\int_{0,4}^{2,1} \frac{\sin(x+1)}{2+\cos(x^2+1)} dx,$ | (n=10) |
| 13. $\int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos(x^2+0,4)}{0,3+\sin(x+1)} dx,$ | (n=8) | 14. $\int_{0,2}^{0,8} \frac{\sin(0,4x^2+0,1)}{0,2+\sin(x+0,5)} dx,$ | (n=6) |
| 15. $\int_{0,5}^{1,5} \frac{\cos(0,4x+0,6)}{0,4+3\sin(0,5x+1)} dx,$ | (n=10) | 16. $\int_{0,2}^{1,2} (3x+1)\sin x dx,$ | (n=10) |
| 17. $\int_{0,4}^{0,8} \frac{\sin(x^2+0,5)}{2x^2+1} dx,$ | (n=6) | 18. $\int_{0,5}^{1,3} \frac{1}{\hat{c}isx + \sqrt{x^2+1}} dx,$ | (n=8) |
| 19. $\int_{0,5}^{1,4} \sqrt{x+1} \cos x dx,$ | (n=12) | 20. $\int_{0,4}^{1,8} (2+3x)\sin(x^2+1) dx,$ | (n=14) |
| 21. $\int_{0,5}^{2,4} x^2 \lg x dx,$ | (n=10) | 22. $\int_{1,2}^{1,4} \frac{\ln(x^2+3)}{x^2+1} dx,$ | (n=8) |
| 23. $\int_{0,5}^{1,5} \frac{tg(x^2+1)}{x+1} dx,$ | (n=6) | 24. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\frac{1}{2}\sin x^2} x dx,$ | (n=12) |

$$25. \int_{0.5}^2 (tgx^2 + 2.8)dx, \quad (n=10)$$

$$26. \int_{0.5}^2 \left(\frac{x}{4} + 1\right) \cos \frac{x}{4} dx, \quad (n=14)$$

$$27. \int_{1.2}^{2.4} \frac{x}{4} \ln\left(\frac{x}{4} + 2\right)dx, \quad (n=12)$$

$$28. \int_{0.6}^{1.6} (\sqrt{x} + 1) \sin 2x dx, \quad (n=10)$$

$$29. \int_{0.5}^{1.5} \frac{\sqrt[3]{x+1} e^{x+1}}{\sin(x^2+1)} dx, \quad (n=12)$$

$$30. \int_{0.5}^{1.3} \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sin x} dx, \quad (n=10)$$

Mustaqil ta'lim mavzulari

№	Mustaqil ish uchun savol va vazifalar	Soat
1	Xatoliklar manbalari va ularning klassifikatsiyasi.	2
2	Hisoblash xatosi. Yukotilmas xatolik.	2
3	CHizikli algebraik tenglamalarni yechish.	3
4	Bosh elementlar usuli.	3
5	Determinantlarni hisoblash.	2
6	Teskari matritsani hisoblash.	2
7	CHizikli algebraik tenglamalar sistemasini yechish.	2
8	CHizikli algebraik tenglamalar sistemasini yechishining Xaletskiy sxemasi	4
9	Interpolyatsiya masalasining kuyilishi. Yechimning mavjudligi va yagonaligi.	4
10	Interpolyatsiyalashni sonli differentsiallashtirishga tadbiri.	3
11	Splayn funktsiyalarni sonli differentsiallashtirishga tadbiri.	3
12	Interpolyatsion kvadratur formulalar va ularning xatoligi.	3
13	Gauss kvadratur formulasi va uning xatoligi	3
14	Simpson kvadratur formulalari va ularning xatoliklari.	4
15	Ayirmali tenglamalar xakida dastlabki tushunchalar	4
16	Birinchii tartibli ayirmali tenglamalar	4
	Ikkinchi tartibli ayirmali tenglamalar	4
17	Ayirmali tenglamalar sistemasini yechishda hosil bo'ladigan muammolar.	4
	Jami	56

Oraliq va yakuniy nazorat savollari

1. Fanning maqsadi.
2. Interpolyatsiyalashni sonli differensiallashga tadbiki
3. Kupxadni kvadrat uchxadga bulishda koldikni topish dasturi.
4. Xozirgi zamon xisoblash mashinalari va sonli usullar nazariyasi.
5. Funksiyaning yakinlashishi masalasi.
6. $Z_{n+2}-3Z_{n+1}-10Z_n=0$ ayirmali tenglamaning umumiy yechimini toping.
7. Xatoliklar nazariyasi. Uning turlari.
8. Splayn-funksiya bilan yakinlashish.
9. $Z_{n+2}-Z_{n+1}-2Z_n=0$ ayirmali tenglamani yeching.
10. Xatoliklar manbalari va ularning klassifikatsiyasi
11. Simpson kvadratur formulasi va uning xatoligi
12. $Z_{n+2}-5Z_{n+1}-6Z_n=0$ ayirmali tenglamaning umumiy yechimini toping.
13. Xisoblash xatosi. Yukotilmas xatolik.
14. Interpolyatsion kvadratur formula.
15. Sistema uchun Nyuton usulining dasturini tuzing.
16. Masalalarni sonli yechishdagi natijaning xatosi.
17. Integrallarni takribiy xisoblashda splayn-funksiyalarni tadbigi.
18. Karrali integrallarni takribiy xisoblash dasturi.
19. Nochizikli tenglamalar sistemasi uchun Nyuton usuli va uning dasturi.
20. Karrali integrallarni takribiy xisoblash.
21. $Z_{n+2}-6Z_{n+1}-7Z_n=0$ ayirmali tenglamaning umumiy yechimini toping.
22. Chizikli algebraik tenglamalarni yechish. Bosh elementlar usuli.
23. Singulyar integrallarni takribiy xisoblash
24. $Z_{n+2}-4Z_{n+1}-12Z_n=0$ ayirmali tenglamani yeching.
25. Xechkok metodi
26. Ayirmali tenglamalar xakida dastlabki tushunchalar
27. Kupxadni kvadrat uchxadga bulishda koldikni topish dasturi.
28. Determenantlarni va teskari matritsani xisoblash
29. Bir jinsli ayirmali tenglamalar. Uning umumiy yechimi
30. Sistema uchun Nyuton usuli dasturi.
31. Interpolyatsiya masalasining kuyilishi.
32. Bir jinsli bulmagan ayirmali tenglamalar. Uning xususiy yechimi.
33. Xechkok usuli dasturi.
34. Determenantlarni xisoblash. Teskari matritsani xisoblash
35. Lagranj interpolyatsion kupxadi
36. $Z_{n+2}-4Z_{n+1}-12Z_n=0$ ayirmali tenglamani yeching.
37. Chizikli algebraik tenglamalarni yechish.
38. Interpolyatsiyalashni sonli differensiallashga tadbiki.
39. $Z_{n+2}-4Z_{n+1}-5Z_n=0$ ayirmali tenglamaning umumiy yechimini toping.
40. Chizikli algebraik tenglamalarni yechish. Gauss usuli.
41. Funksiyaning yakinlashishi masalasi.
42. Sistema uchun Nyuton usuli dasturi.
43. Nochizikli tenglamalar sistemasi uchun Nyuton usuli va uning dasturi.

44. Splayn-funksiya bilan yakinlashish.
45. $Z_{n+1}+3Z_n-10Z_{n-1}=0$ ayirmali tenglamaning umumiy yechimi tuzing.
46. Masalalarni sonli yechishdagi natijaning xatosi.
47. Simpson kvadratur formulasi va uning xatoligi.
48. Kupxadni kvadrat uchxadga bulishda koldikni topish dasturi.
49. Xisoblash xatosi. Yukotilmas xatolik
50. Interpolyatsion kvadratur formula
51. $Z_{n+1}+2Z_n-3Z_{n-1}=0$ ayirmali tenglamaning umumiy yechimi.
52. Xatoliklar manbalari va ularning klassifikatsiyasi
53. Integrallarni takribiy xisoblashda splayn-funksiyalarni tadbigi.
54. $Z_{n+1}+Z_n-6Z_{n-1}=0$ ayirmali tenglamaning umumiy yechimi tuzing.
55. Xatoliklar nazariyasi. Uning turlari
56. Karrali integrallarni takribiy xisoblash.
57. Xechkok usuli dasturi.
58. Singulyar integrallarni takribiy xisoblash.
59. Chekli va bulinmali ayirmalar. Tartibi.
60. Karrali integrallarni xisoblash dasturi.
61. Trapetsiya formulasi va uning xatoligi
62. Bir jinsli ayirmali tenglamalar. Uning umumiy yechimi.
63. $n=3$ ta nuktalarda tuzilgan Lagranj interpolyatsion kupxadining xosilasi.
64. Simpson kvadratur formulasi va uning xatoligi
65. Bir jinsli bulmagan ayirmali tenglamalar. Uning xususiy yechimi.
64. Xechkok usuli dasturi.
65. Kubatur formulalar.
66. Chekli-ayirmali tenglamalar. Ta'rifi.
67. Kupxadni kvadrat uchxadga bulib, koldigni aniklash uchun dastur.
68. Kupxadni kvadrat uchxadga bulib, bulinma va koldigni aniklash.
69. Kubik splayn-funksiya va uning ta'rifi.
70. Sistema uchun Nyuton usuli dasturi.

1. Super kompyuterlar 1 sekundda qancha arifmetik amal bajaradi?

*A. 100 mlrd. B. 10 mlrd. C. 1 mln. D. 100000.

2. Super kompyuterlar bahsida karvonboshlik qilayotgan kompyuter nacha protsesli?

A. 873 *B. 9472. C. 9998 D. 1000

3. TILOPS necha GILOPS?

A. 100 B. 999 *C. 1000. D. 873.

4. CRAY rusumli kompyuterlar qaysi turdagi kompyuterga kiradi?

A. Super. B. Shaxsiy. C. Kasbiy. *D. Universal.

5. Kichik kompyuterlar o'zining hisoblash imkoniyatiga qarab nechta sinfga bo'linadi va ular qaysilar?

*A. 3 ta: Mini kompyuterlar, Shaxsiy kompyuterlar, Portativ kompyuterlar.

B. 3ta: Cho'ntak, Uy ro'zg'or, Kasbiy.

C. 3ta: Cho'ntak, Uy ro'zg'or, Shaxsiy.

D. 3 ta: Mini kompyuterlar, Kasbiy, Portativ kompyuterlar.

6. Shaxsiy kompyuterlar hisoblash imkoniyatiga ko'ra necha turga bo'linadi va ular qaysilar?

A. 3 ta: Mini kompyuterlar, Shaxsiy kompyuterlar, Portativ kompyuterlar.

*B. 3ta: Cho'ntak, Uy ro'zg'or, Kasbiy.

C. 3 ta: Cho'ntak kompyuterlar, Shaxsiy kompyuterlar, Portativ kompyuterlar.

D. 3ta: Cho'ntak, Mini, Kasbiy.

7. Hisoblashlarning dastlabki qadamlarida qo'yilgan xato keyingi qadamlarda o'zgarmsdan bir xil tartibda bo'lsa, bu hisoblash algoritmi dastlabkisiga nisbatan nima deyiladi?

A. Noturg'un. B. Muallaq. *C. Turg'un. D. Ortogonal.

8. $\vec{x}$ va $\vec{y}$ vektorlar o'rtasida, bu hisoblash algoritmi dastlabkisiga nisbatan nima deyiladi?

A. Noturg'un. B. Muallaq. C. Turg'un. *D. Ortogonal.

9. $\|\vec{x}\| = \sqrt{\begin{pmatrix} \vec{x} & \vec{x} \\ x & x \end{pmatrix}}$ songa $\vec{x}$ vektorning deyiladi?

*A. Normasi. B. Turg'unligi. C. Ortogonalligi. D. To'g'ri javob yo'q

10. $\vec{x}_i$ vektorlar sistemasi berilganda bularning ortogonal sistema bo'lishi uchun $\vec{x}_i$ vektorlarning nechtasi o'zaro ortogonal bolishi yetarli?

A. 3 tasi. *B. 2 tasi. C. 5 tasi. D. 4 tasi.

11. $f_n(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ kophaddan kvadrat uchhadni ajratishga qaratilgan usulni ko'rsating?

A. Nyuton usuli. B. Chebeshev usuli. *C. Xechkok usuli. D. Zeydel usuli.

12. Yuqori darajali chiziqli algebraik tenglamalarni qaysi usulda yechganda, yechim $|\Delta P^{(k)}| < \varepsilon$ shart bajarilganda $|\Delta Q^{(k)}| < \varepsilon$ o'rinli hisoblanadi?

A. Nyuton usulida. B. Chebeshev usulida. C. Zeydel usulida.

*D. Xechkok usulida.

13. Hosilaning tarifini ko'rsating?

*A. $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x};$

B. $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{x};$

C. $f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x};$

D. $f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x};$

14. Uzilish nuqtalarga ega funksiyalar uchun o'ng tomonli hosilaning ta'rifini ko'rsating?

A. $f'(x) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

*B. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$

C. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$

D. To'g'ri javob keltirilmagan.

15. Uzilish nuqtalarga ega funksiyalar uchun chap tomonli hosilaning ta'rifini ko'rsating?

A. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

B. $f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

*C. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}.$

D. $f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$

16. Uzilish nuqtalarga ega funksiyalar uchun markaziy hosilaning ta'rifini ko'rsating?

A. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{2h}$

B. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$

C. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h}$

*D. $f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}.$

17. Uzilish nuqtalarga ega funksiyalar uchun 2-tartibli hosilaning ta'rifini ko'rsating?

*A. $f''(x_0) = \frac{f_2 - 2f_1 + f_0}{h^2}$

B. $f''(x_0) = \frac{f_2 - f_1 + f_0}{h^2}$

C. $f''(x_0) = \frac{f_2 - 2f_1 + 2f_0}{h^2}$

D. $f''(x_0) = \frac{f_2 - 2f_1 + f_0}{2h^2}$

18. Lagranj interpoliyatsion ko'phadini ko'rsating aniqlang.

A. $L_n(x) = \sum_{k=0}^n P_k(x) f_k.$

*B. $L_n(x) = \sum_{k=0}^n P_{nk}(x) f_k.$

C. $L_n(x) = \sum_{k=0}^n P_{nk}(x) f_{nk}.$

D. $L_n(x) = \sum_{k=0}^i P_{nk}(x) f_k.$

19. 1 GFLOPS necha FLOPS gat eng?

A. 1000

B. 100

*C. 1000000

D. 100000

20. ASCCI BLUE kompyuteri qaysi davlatda joylashgan?

A. AQSH da

B. Germaniyada

C. Fransiyada

*D. Yaponiyada

21. ASCCI BLUE kompyuteri sekundiga qancha amal bajaradi?

*A. 873 GFLOPS

B. 100 FLOPS

C. 983 FLOPS

D. 1000 FLOPS

22. Birinchi shaxsiy kompyuter nechanchi yili qaysi davlatda yaratilgan?

A. 1966 yil AQSH da

*B. 1979 yil Fransiyada

C. 1893 yil Yaponiyada

D. 1978 yil Rossiyada

23. 1 FLOPS sekundiga qancha amalgam teng?

A. 10000 B. 100 *C. 1000 D. 0.001 GFLOPS

24. Eng qudratli super kompyuter qaysi davlatda joylashgan?

A. Yaponiyada B. Rossiyada C. Germaniyada

*D. AQSH da

25. Lagranj interpolyatsion ko'phadidan $n=2$ bo'lgan hol uchun $f'(x)$ ni toping?

*A. $\frac{1}{2h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2)$; B. $\frac{1}{2h}(-4f_0 + 3f_1 - f_2)$;

C. $\frac{1}{h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2)$; D. $\frac{1}{2h}(-3f_0 + 3f_1 - f_2)$;

26. Абсолют хато деб ... га айтилади.

A. $a^* - a$ B. $|a - a^*|$ C. $\frac{a^*}{|a|}$ D) $\frac{|a - a^*|}{|a^*|}$

27. Нисбий хато деб ... га айтилади.

A. $a^* - a$ B. $|a - a^*|$ C. $\frac{a^*}{|a|}$ D. $\frac{|a - a^*|}{|a^*|}$

28. $f(x)=0$ ночизикли енгламани ечиш учун Ньютон усули формуласини аниқланг.

A. $x_0 = x_1 - \frac{f'(x_0)}{f(x_1)}$ B. $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

C. $x_1 = x_0 - \frac{f(x_1)}{f'(x_0)}$ D. $x_n = x_0 - \frac{f(x_1)}{f'(x_0)}$

29. $x^2 = \frac{1}{x} - 1$ тенглама илдизи кайси ораликда ётади.

A. $(-1; \frac{1}{4})$ B. $(-2; -1)$ C. $(\frac{1}{4}; 1)$ D. $(1; 2)$

30. $\bar{x}$ ва $\bar{y}$ векторлар узаро ортогонал дейилади, агар ... булса.

*A. ularning skalyar kupaytmasi nolga teng, ya'ni $(\bar{x}, \bar{y}) = 0$

B. ularning yigindisi nolga teng, ya'ni $\bar{x} + \bar{y} = 0$

C. ularning ayirmasi nolga teng, ya'ni $\bar{x} - \bar{y} = 0$

D. to'g'ri javob yuq

31. $f(\bar{x})=0$, $\bar{f}=(f_1, f_2, \dots, f_n)$, $\bar{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ночикли тенгламалар системасини Ньютон усули билан ечишда кайси формула ишлатилади.

*A. $\bar{x}^{(k-1)} = \bar{x}^{(k)} - \bar{f}_x^{-1}(\bar{x}^{(k)}) \bar{f}(\bar{x}^{(k)})$ B. $\bar{x}^{(1)} = \bar{x}^{(1)} - f^{-1}(x_0) f(x_0)$

C. $\bar{x}^{(k)} = \bar{x}^{(0)} - f^{-1}(x_0) f_x(x_0)$ D. $\bar{x}^{(k)} = \bar{x}^{(n)} - f(\bar{x})$

32. Агар ҳисоблашнинг дастлабки кадамларида йул куйилган хато, кейинги кадамларда ҳисоблаш аниқ бажарилганда ортмаса, у ҳолда ҳисоблаш алгоритми ... дейилади.

*A. дастлабки хатога нисбатан тургун

B. дастлабки хатога нисбатан нотургун

С. дастлабки хатога нисбатан узгарувчан

Д. дастлабки хатога нисбатан узгармас

33. Агарда йул куйилган хато кейинги хисоблашларда кадамдан-кадамга утганда ортиб борса, у вақтда алгоритм ... дейилади.

А. тургун *В. Нотургун С. Узгарувчан Д. узгармас

34. Ортогоналлаштириш усули билан ... ечилади.

*А. Чизикли алгебраик тенгламалар системасилар

В. Юкори тартибли чизикли тенгламалар

С. Ночизикли тенгламалар системасилар

Д. Тугри жавоб йук

35. Юкори даражали чизикли тенгламаларни Хечкок усули билан ечиш-да купхаддан ... ажратилади.

А. квадрат учхад В. $px + q$ С. $cx + d$ *D. колдик

36. Хечкок усули билан ... ечилади.

*А. юкори тартибли чизикли алгебраик тенгламалар

В. юкори тартибли ночизикли тенгламалар

С. чизикли алгебраик тенгламалар системасилар

Д. юкори тартибли ночизикли тенглама системасилар

37. Купхадни $x^2 + px + q$ квадрат учхадга булганда колдикни ... куриниш-да излаймиз.

*А. $b_{n-1}(x + p) + b_n$ В. $b_n(x + q) + b_{n-1}$ С. $b_n x + q$ Д. $b_{n-1} x + q$

38. Чизикли алгебраик тенгламалар системасини куйидаги ечиш усул-ларидан аник усулни курсатинг.

*А. Гаусс усули.

В. Зейдуль усули.

С. Кетма-кет якинлашиш усули.

Д. Акслантириш усули.

39. Купхадни $x^2 + px + q$ квадрат учхадга булганда булинма ва колдик кайси формула билан топилади.

*А. $b_0 = a_0, b_1 = a_1 - pb_1, b_2 = a_2 - pb_1 - qb_0, ..., b_n = a_n - pb_{n-1} - qb_{n-2}$

В. $a_0 = b_0, a_1 = b_1 + pb_1, a_2 = b_2 + pb_1 + qb_0, ..., a_n = b_n + pb_{n-1} + qb_{n-2}$

С. $b_0 = a_0, b_0 = a_1 - p, b_2 = a_2 - p - q, ..., b_n = a_n - p$

Д. Тугри жавоб йук

40. Лагранж интерполяцион купхаднинг коэффицентлари учун кайси формула тугри?

*А. $P_{ni}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}$

В. $P_{ni}(x) = \frac{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}$

С. $P_{ni}(x) = (x_i - x_0)(x_i - x_1)$

Д. $P_{ni}(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_n - x_{i-1}) \dots$

41. Сонли дифференциаллашда $x = x_i$ нуктадаги биринчи тартибли мар-казий хосила учун кайси ифода уринли?

A. $f'(x_i) = (f_i - f_{i-1})/h$

B. $f'(x_i) = (f_{i+1} - f_i)/h$

*C. $f'(x_i) = (f_{i+1} - f_{i-1})/h$

D. $f'(x_i) = (x_i - x_{i-1})/h$

42. Сонли дифференциаллашда $x = x_i$ нуктадаги биринчи тартибли чап хосила учун кайси ифода уринли?

*A. $f'(x_i) = (f_i - f_{i-1})/h$

B. $f'(x_i) = (f_{i+1} - f_i)/h$

C. $f'(x_i) = (f_{i+1} - f_{i-1})/h$

D. $f'(x_i) = (x_i - x_{i-1})/h$

43. Сонли дифференциаллашда $x = x_i$ нуктадаги биринчи тартибли унл хосила учун кайси ифода уринли?

A. $f'(x_i) = (f_i - f_{i-1})/h$

*B. $f'(x_i) = (f_{i+1} - f_i)/h$

C. $f'(x_i) = (f_{i+1} - f_{i-1})/h$

D. $f'(x_i) = (x_i - x_{i-1})/h$

44. Лагранж интерполяцион купхаднинг сонли дифференциалга тартиби $n=2$ булганда $f'(x_0)$ кийматини топинг?

A. $\frac{1}{2h}(-3f_0 + 3f_1 - f_2);$

B. $\frac{1}{2h}(-4f_0 + 3f_1 - f_2);$

C. $\frac{1}{h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2);$

*D. $\frac{1}{2h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2);$

45. Лагранж интерполяцион купхаднинг сонли дифференциалга тартиби $n=2$ булганда $f'(x_1)$ кийматини топинг?

A. $\frac{1}{2h}(-3f_0 + 3f_1 - f_2);$

*B. $\frac{1}{2h}(f_2 - f_0);$

C. $\frac{1}{h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2);$

D. $\frac{1}{2h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2);$

46. Лагранж интерполяцион купхаднинг сонли дифференциалга тартиби $n=2$ булганда $f'(x_2)$ кийматини топинг?

*A. $\frac{1}{2h}(f_0 - 4f_1 + 3f_2);$

B. $\frac{1}{2h}(-4f_0 + 3f_1 - f_2);$

C. $\frac{1}{h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2);$

D. $\frac{1}{2h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2);$

47. Чизикли алгебраик тенгламалар системасини ортогоналлаштириш усули билан ечишда кандай жараён амалга оширилади?

A. Юкори даражали купхаддан $x^2 + px + q$ квадрат учхадни ажратиш.

*B. Ортогоналлаштириш

C. Юкори даражали купхаддан $px + q$ иккихадни ажратиш.

D. Тугри жавоб йук.

48. Юкори тартибли алгебраик тенгламани Хечкок усули билан ечиш кандай жараёнга асосланган?

*A. Юкори даражали купхаддан $x^2 + px + q$ квадрат учхадни ажратиш.

B. Ортогоналлаштириш

C. Юкори даражали купхаддан $px + q$ иккихадни ажратиш.

D. Тугри жавоб йук

49. Юкори тартибли алгебраик тенгламани Хечкок усули билан ечишда кандай жараён амалга оширилади?

*А. Юкори даражали купхаддан $x^2 + px + q$ квадрат учхадни ажратиш.

В. Ортогоналлаштириш

С. Юкори даражали купхаддан $px + q$ иккихадни ажратиш.

Д. Тугри жавоб йук

50. Агар $f(x)=0$ ночизиклитенгламининг $[a,b]$ ораликда ягона илдизи мавжуд булса, у холда куйидаги шартлардан кайси уринли?

*А. $f(a)f(b) < 0$ В. $f(a) - f(b) < 0$ С. $f(a)f(b) > 0$ Д. $f(a)/f(b) > 0$

51. Сплайн функция даражаси билан $[a,b]$ ораликдаги энг катта узлуксиз хосила тартиби орасидаги айирмага сплайн функция ... дейилади.

А. усувчи

В. Камаювчи

С. Тартиби

*Д. дефекти

52. $x^2 + 1 = x^3$ тенглама илдизи кайси ораликда ётади.

А. $(-1; \frac{1}{4})$

В. $(-2; -1)$

С. $(\frac{1}{4}; 1)$

*Д. $(1; 2)$

53. $x^3 = -2x + 1$ тенглама илдизи кайси ораликда ётади.

А. $(-1; \frac{1}{4})$

В. $(-2; -1)$

*С. $(0; 1)$

Д. $(1; 2)$

54. $[a,b]$ ораликдаги бир канча хосилалари билан узлуксиз хамда хар бир $[x_i, x_{i+1}]$ кичик ораликчаларда алохида алгебраик купхадлар булган функцияга ... дейилади.

А. Сплайн функция

В. интерполяцион функция

С. узгармас функция

*Д. тугри жавоб йук.

55. $[x_i, x_{i+1}]$ кичик ораликчалардаги алохида алгебраик купхадларнинг энг катта даражасига сплайн функциянинг... дейилади.

А. илдизи

*В. Даражаси

С. Тартиби