

**RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika –matematika fakulteti

“Amaliy matematika va axborot texnologiyalari” kafedrası

5480100-“Amaliy matematika va informatika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha bakalavr
darajasini olish uchun

Mardonova Dildora Furqat qizining

**“Chekli elementlar metodining hisoblash matematikasi masalalarini
yechishda qo’llanishi” mavzusida**

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar _____ dots. Yu.Y. Hamroyev.
“ _____ ” _____ 2012 y.

BMI “Amaliy matematika va axborot texnologiyalari ” kafedrasining
2012 yil _____ № _____ sonli yig`ilishida ko`rib chiqildi va himoyaga
ruxsat berildi ”

Kafedra mudiri _____ dots. I. G. Rasulov
“ _____ ” _____ 2012 y.

Taqrizchi _____ dots.J.A.Bozorov
“ _____ ” _____ 2012 y.

“Himoya qilishga ruxsat berildi”
Fakultet dekani _____ prof. Sh. M. Mirzayev
“ _____ ” _____ 2012 y.

Buxoro-2012

Mundarija.

Kirish.....	3
I Bob. Umumiy tushunchalar	
1.1. Bo'laklab-polinomial funktsiyalar yordamida approksimatsiyalash.....	7
1.2. Funktsional fazolar.....	15
1.3. Approksimatsiyalovchi qism fazolar	22
Birinchi bob bo'yicha xulosa	25
II Bob. Hisoblash matematikasi masalalarini yechishda chekli elementlardan foydalanish	
2.1. Murakkab sohalar uchun bazis funktsiyalarni tanlash.....	26
2.2 To'rtburchakli elementlar	35
2.3. Birinchi tartibli giperbolik tenglama uchun Chekli element usuli.....	37
2.4. Masalani yechish algoritmi, dasturi va hisoblash natijalari.....	45
Ikkinchi bob bo'yicha xulosa.....	50
Xotima.....	51
ADABIYOTLAR RO'YXATI	52

Kirish.

Vatanimizning kelajagi, xalqimizning ertangi kuni mamlakatimizning jahon hamjamiyatidagi obro'-etibori avalambor farzandlarimizning unib-o'sib, ulg'ayib, qanday inson bo'lib hayotga kirib borishiga bog'liqdir. Biz bunday o'tkir haqiqatni hech qachon unutmasligimiz kerak.

Ommaviy axborot vositalari turli xil fikrlar, rang-barang qarash va yondashuvlarga keng yo'l ochib berilishi, jamiyatimizdagi bugungi o'zgarishlarga odamlarning ongli munosabatini uyg'otishi lozim. Toki har qanday inson bu masalada o'z fikr va qarashiga ega bo'libgina qolmasdan, barpo etayotgan jamiyatimizning faol ishtirokchisi va bunyodkoriga aylansin.

Islom Karimov “Kadrlar tayyorlash bo'yicha Milliy dastur to'g'risida” qonunning amalda bajarilishi mamlakatimiz har bir fuqarosining burchi hisoblanadi. Bu borada Milliy dasturda bayon qilingan barcha qoidalar, maqsad va vazifalarni bir xil tushinish, ularga bir xil yondashish muhim ahamiyat kasb etadi, chunki har bir shaxs bu qonunni amalda bajarilishida o'z o'rnini topa olishi lozim.

O'zbekiston Respublikasining Prezidenti I. A. Karimov Oliy majlisning to'qqizinchi sessiyasida kadrlar tayyorlash Milliy dasturi va butun talim tizimining islohoti haqida “...hayotimizni hal etuvchi muhim masalalar qatorida talim – tarbiya tizimini tubdan o'zgartirish, uni yangi zamon talabi darajasiga ko'tarish, barkamol avlodimiz kelajagiga dahldor qonun loyihalari ham bor”, -degan edi.

Kadrlar tayyorlash Milliy dasturi inson omiliga juda katta mano, buyuk mano beradi: maqsad va vazifalar strategiyasidan tortib to talim-tarbiya jarayonining hamma qirralariga oid aniq dasturlar majmuasigacha har biri negizida inson asosiy omil hisoblanadi.

Shaxsning o'qimishliligi va uning yaratuvchilik malakasi Milliy dasturni amalgam oshirishning asosiy natijasi bo'lmog'i darkor. Prezident I.A Karimov Milliy dastur to'g'risidagi o'z nutqida:” Faqatgina chinakam ma'rifatli odam inson qadrini, millat qadriyatlarini, bir so'z bilan aytganda, o'zligini anglash, erkin va

ozod jamiyatda yashash, mustaqil davlatimizning jahon hamjamiyatida o'ziga munosib, obro'li o'rin egallashi uchun fidoyilik bilan kurashishi mumkin",-deb takidlagandi.

Prezident I. A. Karimov mustaqil O'zbekiston taraqqiyotining ustuvor vazifalarini belgilar ekan:"Kelajagi buyuk davlat birinchi navbatda o'zining kelajak fuqarolari madaniyatli, marifatli va ma'naviyatli bo'lishlari haqida g'amxo'rlik qilishi kerak",-degan edi. Bu vazifa kadrlar tayyorlash milliy dasturida qizil satrlardek o'rin olgan va uning hal qilinishiga maxsus "Manaviyat va ma'rifat" dasturi bag'ishlangan.

XX-asr oxirida sanoati rivojlangan davlatlar bilan intellektual davlatlar o'rtasidagi iqtisodiy musobaqa fan-texnika, texnologiyalar sohasiga, va pirovard ta'lim sohasiga ko'chdi.Chunki raqobatbardosh kadrlarni yetishtirmay turib raqobatga qodir iqtisodiyot bo'lishi mumkin emas.

Davlat asoslarining mustahkamlanishi hamda O'zbekiston Respublikasining intellektual va ilmiy texnikaviy mustaqilligini taminlash, ijtimoiy-iqtisodiy hamda manaviy-siyosiy hayotda bo'layotgan o'zgarishlar mazmuni va badiiylik saviyasi sifat jihatdan yangi o'quv adabiyotlari yaratilishini talab etadi.Shuningdek kutubxonalar faoliyatini tubdan yaxshilash va o'quv yurtlarini kutubxona fondi haqidagi malumotlar bankini shakillantirish darkor.

O'quv jarayonini axborotlashtirishning muhumligi to'g'risida O'zbekiston Respublikasining Prezidenti I. A. Karimov Oliy majlisning to'qqizinchi sessiyasida: "Biz darslik yaratishga qarashimiz, yaxshi darslik yaratgan odamlarni boshimizga ko'tarishimiz kerak",-degan edi.O'quv jarayonini axborotlashtirishning yagona tizimini yaratish Milliy dasturda hal etilishi ko'zlangan navbatdagi eng muhim vazifa hisoblanadi.

Bu tizim respublikamiz va xorijiy davlatlar ta'lim muassasalari va ilmiy tashkilotlarning kutubxonalari, kutubxonalar fondi bo'yicha ma'lumotlar banki patent va referativ hamda nashrlar haqidagi axborotlarni o'z ichiga oladi. Shuning

uchun axborot tashkilotlari va kutubxonalar zamonaviy kompyuter, nusxa ko'paytiruvchi va boshqa texnik vositalar bilan jihozlanishi darkor.

Muayan jarayonni modellashtirishda ushbu jarayonni tavsiflaydigan tenglamalarni tanlashga tog'ri keladi. Olingan tenglamalar qaralayotgan jarayonni to'liq tavsiflashi haqidagi savoldan tashqari, ularning yechimini topish ham dolzarb masala bo'lib hisoblanadi. Juda kam hollardagina bunday tenglamalarga qo'yilgan masalalarni analitik yechish usullari mavjud, ushbu usullar bilan topilgan yechimdan amaliyotda foydalanish ba'zan noqulayliklarga olib keladi. Shuning uchun ular taqribiy yechish usullaridan foydalanib yechiladi. Hozirgi vaqtda juda ko'p taqribiy yechish usullari mavjud bo'lib, shulardan biri chekli elementlar usulidir.

Chekli elementlar metodi 1960 yillarning o'rtalaridan boshlab intensiv rivojlana boshlandi. Hozirgi paytda juda ko'plab masalalarni ayniqsa nostatsionar elliptik masalalarni yechishga muvafaqiyatli qo'llanmoqda.

Hozircha bu metod nostatsionar chiziqlimas masalalarni yechishga qo'llanayotgani yo'q. Ammo bu yo'nalishda ham izlanishlar olib borilmoqda.

Elliptik masalalarni yechishda bu metodning ayirmali metodga ko'ra ancha ustun ekanligi ko'rinadi.

Ko'rinishi jihatidan ancha murakkab bo'lgan sohalarda chegaraviy masalalarni yechganda ayniqsa bu metodning naqadar qulay ekanligi ko'zga tashlanadi.

Chekli elementlar metodini nazariyasini ishlab chiqish va uni matematik – fizika masalalarini yechishga qo'llashda juda ko'plab olimlar o'z hissalarini qo'shganlar.

J.Deklu, A.Streng, Fiks, M.Mitchell, R.Ueyt, V.I.Agoshkov, Y.A.Kuznetsov, V.A.Vasilenko, X.S.Zavyalov, B.I.Kvasov, V.L.Miroshnichenko, S.B.Stechkin, Y.N.Subbotinlar shular jumlasidandir.

Bitiruv malakaviyishimning dolzarbligi: Ko'plab amaliy masalalarni yechishda chekli elementlarni qo'llash muhim ahamiyatga ega ayniqsa yechim

izlanayotgan sohaning ko'rinishi murakkab bo'lgan hollarda chekli elementlardan foydalanish yaxshi natija beradi. Shu sababdan hisoblash matematikasining ko'plab masalalarini yechishda chekli elementlardan foydalanish dolzarb muammo hisoblanadi.

Tadqiqot obyekti va predmeti: Tadqiqot obyekti: hisoblash matematikasining turli masalalaridan iborat. Predmeti: Shu masalalarni yechishda chekli elementlar metodidan foydalanish

Bitiruv malakaviy ishimning maqsad va vazifalari: Bitiruv malakaviy ishimning asosiy maqsadi hisoblash matematikasida chekli elementlarni qo'llash muammolarini o'rganish va turli masalalarni yechish uchun tavsiyalar berish. Nazariy natijalarni tasdiqlash uchun amaliy masalalarni yechish.

Tadqiqot usuli va uslubyoti : Chekli elementlarga oid nazariy malumotlarni o'rganib chiqish va tahlil qilish olingan natijalarni tasdiqlash uchun hisoblash ekperimentini o'tkazish.

Olingan asosiy natija: Chekli elementlar metodi chuqur o'rganilgan holda chekli element sifatida splaynlardan foydalanib 1 ta giperbolik masala dastur matkadda tuzulib kerakli natijalar olingan.

Natijaning ilmiy yangiligi: Chekli elementlar sifatida splaynlardan foydalanib giperbolik masalani yechib olingan natijalar yangi hisoblanadi.

Tadbiq etish darajasi: Olingan natijalardan hisoblash usullari bo'yicha amaliy darslar o'tishda amaliy masalalarni yechishda foydalanish mumkin.

Ishning hajmi: Bitiruv malakaviy ishim II bobdan iborat bo'lib I-bobi 3 ta punktdan iborat II, bobi 4 ta punktdan iborat.

Qo'llanishi: Amaliy faoliyatida masalalar yechishda chekli elementlardan foydalanuvchilar olingan natijadan foydalanishi mumkin.

I Bob. Umumiy tushunchalar

1.1. Bo'laklab polinomial funktsiyalar yordamida approksimatsiyalash.

Avvalo haqiqiy $f(x)$ funktsiyani x o'qining chekli intervalida approksimatsiyalash qilish masalasini qaraymiz. Bu masalaning oddiy yechimlaridan biri intervalni o'zaro kesishmaydigan bir nechta qism intervallarga bo'lib $f(x)$ funktsiyani qiymatlari bo'yicha chiziqli interpolyatsiyalashdan iborat. Agar n ta $[x_i, x_{i+1}]$ ($i=0, 1, 2, 3, 4, \dots, n-1$) qism intervallar berilgan bo'lsa, bo'laklab-uzluksiz approksimatsiyalovchi funktsiya faqat funktsiyaning x_i tugunlardagi $f_i (f_i = f(x_i))$ qiymatlarga bog'liq bo'ladi. $[x_i, x_{i+1}]$ qism intervalda approksimatsiyalovchi funktsiya $P_1^{(i)}(x) = \alpha_1(x) f_i + \beta_{i+1}(x) f_{i+1} (x_i \leq x \leq x_{i+1})$ (1.1.1)

Ko'rinishga ega bo'ladi. Bu yerda

$$\alpha_i(x) = \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i}, \quad \beta_{i+1}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}; \quad (i=0, n-1)$$

Shunday qilib $x_0 \leq x \leq x_n$ intervalda bo'laklab approksimatsiyalovchi funktsiya

$$p_1(x) = \sum_{i=0}^n \varphi_i(x) \cdot f_i \quad (1.1.2)$$

Formula bilan beriladi.

Bu yerda

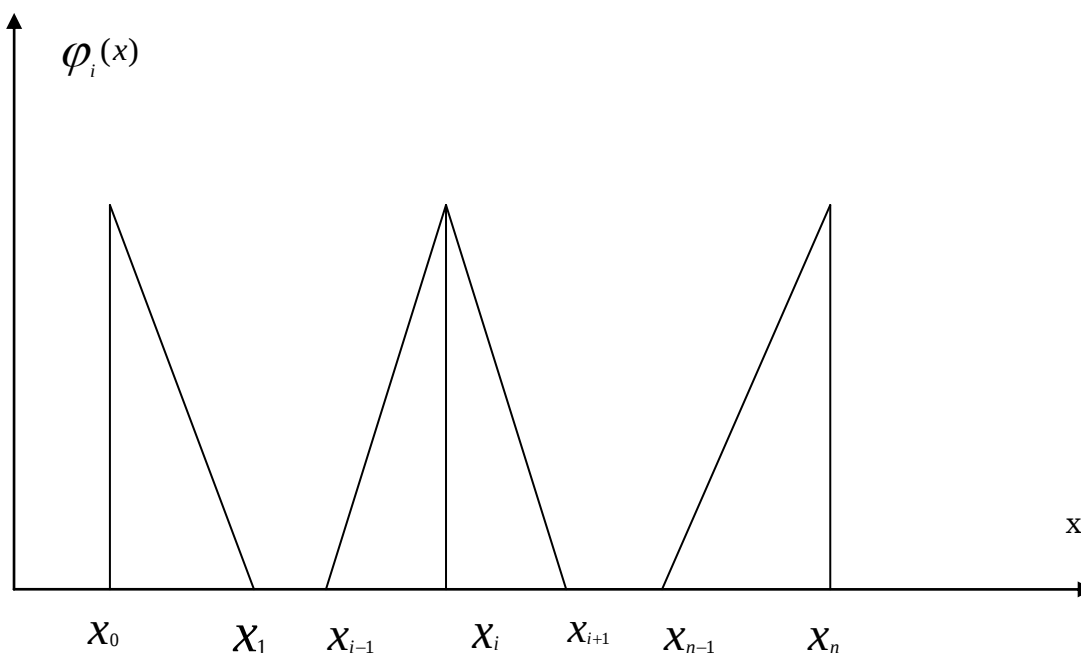
$$\varphi_0(x) = \begin{cases} \frac{x_1 - x}{x_1 - x_0} & (x_0 \leq x \leq x_1) \\ 0 & (x_1 \leq x \leq x_n) \end{cases}$$

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 0 & (x_0 \leq x \leq x_1) \\ \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & (x_{i-1} \leq x \leq x_i) \\ \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} & (x_i \leq x \leq x_{i+1}) \\ 0 & (x_{i+1} \leq x \leq x_n) \end{cases}$$

$$\varphi_n(x) = \begin{cases} 0 & (x_0 \leq x \leq x_{n-1}) \\ \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} & (x_{n-1} \leq x \leq x_n) \end{cases}$$

(1.1.3) formulalar bilan aniqlanuvchi bazis funktsiyalar quyidagi ko'rinishga ega

x_{i+1}



1.1-chizma. Bazis funktsiya.

Umuman olganda bo'laklab polynomial approksimatsiyalovchi $p_1(x)$ funktsiyalarning birinchi tartibli hosilalari $f(x)$ ning birinchi tartibli hosilasidan farq qiladi. Endi x_i ($i=0,1,2,3,\dots,n$) tugunlarda o'zining birinchi tartibli hosilalari bilan $f(x)$ ga mos keluvchi bo'laklab polinomial approksimatsiyalovchi funktsiyani qurishga harakat qilamiz. Boshqacha qilib aytganda biz shunday bo'laklab kubik $p_3(x)$ funktsiyani topishimiz kerakki, $D^k f(x_i) = D^k p_3(x_i)$ ($k=0,1; i=0,1,2,\dots,n$)

shartlar qanoatlantirilsin. Bu yerda $D = \frac{d}{dx}$ $[x_i, x_{i+1}]$ qism intervalda approksimatsiyalovchi polinom

$$p_3^{(i)}(x) = \alpha_i(x) f_i + \beta_{i+1}(x) f_{i+1} + \gamma_i(x) f'_i + \delta_{i+1}(x) f'_{i+1} \quad (1.1.4)$$

ko'rinishga ega. Bu yerda

$$\alpha_i(x) = \frac{(x_{i+1} - x)^2 [(x_{i+1} - x_i) + 2(x - x_i)]}{(x_{i+1} - x_i)^3} \quad \beta_{i+1}(x) = \frac{(x - x_i)^2 [(x_{i+1} - x_i) + 2(x_{i+1} - x)]}{(x_{i+1} - x_i)^3}$$

$$\gamma_i = \frac{(x - x_i)(x_{i+1} - x)^2}{(x_{i+1} - x_i)^2} \quad \delta_{i+1}(x) = \frac{(x - x_i)^2 (x - x_{i+1})}{(x_{i+1} - x_i)^2}; \quad (i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1) \quad (1.1.5)$$

$x_0 \leq x \leq x_n$ intervalda bo'laklab interpolatsiyalovchi funktsiya

$$p_3(x) = \sum_{i=0}^n [\varphi_i^0(x) f_i + \varphi_i^1(x) f_i'] \quad (1.1.6)$$

Ko'rinishga ega bo'ladi . $\varphi_i^0(x)$, $\varphi_i^1(x)$ bazis funktsiyalar ($i=0,1,2,3,\dots,n$) (1.1.5) dan osongina olinadi. (1.1.2) va (1.1.6) ko'rinishdagi bazis funktsiyalar bo'laklab ermit interpolatsiyalashning ayrim xususiy hollarida uchrab turadi . Endi umumiy holda $\Pi: a=x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, $R=[a,b]$ intervalni ixtiyoriy bo'laklash bo'lsin. Butun m ($m>0$) va intervalni Π bo'laklash uchun $H = H^{(m)}(\Pi, R)$ bilan R da aniqlangan $f(x) \in C^{m-1}(R)$ funktsiya uchun bo'laklab ermit interpolatsiya

$$D^k f(x_i) = D^k P_{2m-1}(x_i) \begin{cases} (0 \leq n \leq m-1) \\ (0 \leq i \leq n) \end{cases} \quad (1.1.7)$$

shartni qanoatlantiruvchi $p_{2m-1}(x) \in H$ element sifatida aniqlanadi .

Faqat $f(x)$ ni aniqlash talab qilinadigan masalalarda sistemadagi noma'lumlar soni oshib ketmasligi uchun $f(x)$ ning hosilalarini kiritmaslik maqsadga muvofiqdir.

Shu sababga ko'phadlarni "tikish" nuqtalarida hosilaning uzluksizligi muhim ahamiyatga ega .

Bu yo'nalishda eng sodda misollardan biri har bir $[x_i, x_{i+1}]$ ($i = \overline{0, n-1}$) qism intervalda birinchi tartibli hosilalari x_i ($i=1,2,\dots,n-1$) nuqtalarda uzluksiz bo'lgan parabolani tanlash masalasidir .Quyidagi

$$s_2^{(i)}(x) = f_i + \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i) + c_i (x - x_i)(x - x_{i+1}) \quad (1.1.8) \quad (i=0,1,2,\dots,n-1)$$

Kvadratik splayn shunday bo'laklab approksimatsiyaga misol bo'ladi. Bunda birinchi tartibli hosilalarning uzluksizligidan

$$C_i + C_{i+1} = \frac{1}{h^2} (f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}), \quad (i = \overline{1; n-1}) \quad (1.1.9) \quad \text{olinadi.} \quad (1.1.9) \quad \text{sistema}$$

noma'lum C_i ($i = \overline{1; n-1}$) koeffisientlarga nisbatan $n-1$ ta chiziqli tenglamalar sistemasidan iborat. Shuning uchun kvadratik splaynda bitta koeffisient erkin qoladi. Ammo $S_2^{(i)'} = 2C_i$ ($i = \overline{0; n-1}$) bo'lgani uchun hohlagan nuqtaga ikkinchi tartibli hosila qiymatini bilish masalasini to'liq yechilishiga olib keladi.

Hisoblash amaliyotida kubik splaynlar anchagina ommalashgan. Bu splaynni qurish uchun berilgan f_i ($i = \overline{0; n-1}$) lar uchun har bir qism intervalda hamma ichki nuqtalarda birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari uzluksiz bo'lgan kubik ko'phadlar tanlanadi. Agar $S_3^{(i)}(x)$ ($i = \overline{0, 1, \dots, n-1}$) izlanayotgan kubik splayn bo'lsa, $S_3^{(i)'}(x)$ funktsiya $[x_i, x_{i+1}]$ da chiziqli funktsiya bo'lishi kerak. Shuning uchun $S_3^{(i)'}(x) = C_i \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} + C_{i+1} \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}$; ($i = \overline{0, 1, \dots, n-1}$) bo'ladi. Bu yerda C_i, C_{i+1} lar mos ravishda ikkinchi tartibli x_i va x_{i+1} nuqtalardagi qiymatlardir. Bu ikkinchi tartibli hosilaning ichki nuqtalarida uzluksiz bo'lishini ta'minlaydi.

$$\left. \begin{aligned} S_3^{(i)}(x_i) &= f_i \\ S_3^{(i)}(x_{i+1}) &= f_{i+1} \end{aligned} \right\} (i = \overline{0, 1, 2, \dots, n-1})$$

va

$$S_3^{(i-1)'}(x_i) = S_3^{(i)'}(x_i) \quad (i = \overline{1, 2, \dots, n-1}) \text{ shartlardan foydalanib,}$$

$$S_3^{(i)}(x) = \frac{C_i}{6h} (x_{i+1} - x)^3 + \frac{C_{i+1}}{6h} (x - x_i)^3 + \left(\frac{f_i}{h} - \frac{hC_i}{6}\right)(x_{i+1} - x) + \left(\frac{f_{i+1}}{h} - \frac{hC_{i+1}}{6}\right)(x - x_i) \quad (i = \overline{0, 1, 2, \dots, n-1}) \quad (1.1.10)$$

kubik splaynni hosil qilamiz.

Bu yerda to'r teng qadamli deb hisoblanib, $n+1$ ta C_i ($i = \overline{0, 1, 2, \dots, n}$) koeffisientlar esa $n-1$ ta chiziqli

$$C_{i+1} + 4C_i + C_{i-1} = \frac{6}{h^2} (f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}), \quad (i = \overline{1, 2, \dots, n-1}) \quad (1.1.11)$$

ifodalarni qanoatlantiradi. Kubik splaynda ko'pincha ikkita erkin parametrlar yo'qotiladi. Shuning uchun $C_0 = C_n = 0$ deb olinadi.

$I = [0, b]$ intervalni teng bo'laklarga bo'lganda, kubik splanning tabiiy ko'rinishi

$$S_I\left(\frac{x}{h}\right) = \alpha_0 + \alpha_1\left(\frac{x}{h}\right) + \alpha_2\left(\frac{x}{h}\right)^2 + \alpha_3\left(\frac{x}{h}\right)^3 + \sum_{s=1}^{n-1} \beta_s \left(\frac{x}{h} - s\right)_+^3 \quad (1.1.12)$$

shaklda bo'ladi. Bu yerda

$$\left(\frac{x}{h} - S\right)_+ = \begin{cases} 0, & \text{agar } \left(\frac{x}{h} \leq S\right) \\ \left(\frac{x}{h} - S\right), & \text{agar } \left(\frac{x}{h} > S\right) \end{cases} \quad \text{bo'lsa,}$$

$S_i\left(\frac{x}{h}\right)$ funktsiyaning uchinchi tartibidan tashqari hamma hosilalari barcha ichki $x_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ nuqtalarda $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_s, (s = 1, 2, \dots, n-1)$ koeffitsientlarining $n+3$ ta qiymatlari uchun uzluksiz bo'lishini ko'rsatish qiyin emas. Agar (1.1.12) kubik splaynni $s_i\left(\frac{x}{h}\right) = \sum_{i=0}^n f_i c_i\left(\frac{x}{h}\right)$ ko'rinishda ifodalasak, (Bu yerda

$c_i\left(\frac{x_i}{h}\right) = 1, c_j\left(\frac{x_j}{h}\right) = 0, (i \neq j), (i, j = 0, 1, 2, \dots, n)$ asosiy $c_i\left(\frac{x}{h}\right)$ splaynlar local tashuvchiga ega bo'lmaydi va amalda bazis funktsiyalar sifatida qo'llash uchun noqulay hisoblanadi.

Lokal tashuvchisi $4h$ ga teng bo'lgan kubik splaynlar 1969 yilda Shyonberg tomonidan taklif etilgan. $x = ih (i = 2, 3, \dots, n-2)$ tugun nuqtalar uchun

$$B_i\left(\frac{x}{h}\right) = \frac{1}{4} \left[\left\{ \frac{x}{h} - (i-2) \right\}_+^3 - 4 \left\{ \frac{x}{h} - (i-1) \right\}_+^3 + 6 \left\{ \frac{x}{h} - i \right\}_+^3 - 4 \left\{ \frac{x}{h} - (i+1) \right\}_+^3 + \left\{ \frac{x}{h} - (i+2) \right\}_+^3 \right] \quad (1.1.14)$$

ko'rinishga ega. Bu funktsiyalar va ularning dastlabki ikkita hosilalari $-\infty < \frac{x}{h} \leq i-2$ va $i+2 \leq \frac{x}{h} < +\infty$ da nolga teng. Bundan tashqari

$$B_i(i-1) = B_i(i+1) = \frac{1}{4}, \quad B_i(i) = 1 \quad (i = 2, 3, \dots, n-2)$$

Qolgan $B_0(\frac{x}{h}), B_1(\frac{x}{h}), B_{n-1}(\frac{x}{h}), B_n(\frac{x}{h})$, funktsiyalar maxsus tekshirishni taqozo etadi $SS_i(\frac{x}{h}) = \sum_{i=0}^n \gamma_i B_i(\frac{x}{h})$ (1.1.15) deb (1.1.13) va (1.1.15) ning o'ng tomonlarini taqqoslab, γ_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) larni aniqlash uchun uch diagonally chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu sistemaning ko'pgina tenglamalari $\gamma_i + \frac{1}{4}(\gamma_{i+1} + \gamma_{i-1}) = f_i$ ($i = 2, 3, \dots, n-2$) ko'rinishga ega.

Ikki o'lchovli approksimatsiya

Endi haqiqiy funktsiyani ∂R chegarali Rchegaralangan sohada approksimatsiyalash masalasini qaraymiz. Soha bir nechta elementlarga bo'linadi. bu elementlar to'g'ri to'rtburchaklardan yoki ko'pburchaklardan iborat bo'lishi mumkin.

-To'g'ri to'rtburchakli soha. Bu soha tomonlari koordinata o'qlariga parallel bo'lgan to'rtburchakdan iborat va u koordinata o'qlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar yordamida to'g'ri to'rtburchakli elementlarga bo'linadi. $[x_0, x_m] \times [y_0, y_n]$ to'g'ri to'rtburchakli soha bo'lsin va $[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$ tipik to'g'ri to'rtburchakli element bo'lib, $x_{i+1} - x_i = h_1$ va $y_{j+1} - y_j = h_2$ ($0 \leq i \leq m-1, 0 \leq j \leq n-1$) bo'lsin (2-chizmaga qarang). To'g'ri to'rtburchakli elementda $f(x, y)$ funktsiyani yaqinlashtiruvchi bichiziqli forma

$P_1^{(i,j)}(x, y) = x_{i,j}(x, y)f_{i,y} + \beta_{i+1,j}(x, y)f_{i+1,j} + \gamma_{i,j+1}(x, y)f_{i,j+1} + \partial_{i+1,j+1}(x, y)f_{i+1,j+1}$ (1.1.16) ko'ri nishga ega bo'ladi.

To'g'ri to'rtburchakli soha tekislikdan Dekart koordinatalar sistemasi qurilgan holatda tasvirlanishi mumkin. Buning uchun yuqorida keltirilganidek sohaning boshlang'ich nuqtalari, absissa va ordinata o'qlari bo'ylab qadamlar, tugun nuqtalar soni va biror funksiya berilishi kerak.

n				
J+1				
J				
J-1				
0				
	0	i-1	i	i+1

1.2-chizma. To'g'ri to'rtburchakli soha.

Bu yerda

$$\alpha_{i,j}(x, y) = \frac{1}{h_1 h_2} (x_{i+1} - x)(y_{j+1} - y),$$

$$\beta_{i+1,j}(x, y) = \frac{1}{h_1 h_2} (x - x_i)(y_{j+1} - y),$$

$$\gamma_{i,j+1}(x, y) = \frac{1}{h_1 h_2} (x_{i+1} - x)(y - y_j),$$

$$\delta_{i+1,j+1}(x, y) = \frac{1}{h_1 h_2} (x - x_i)(y - y_j).$$

$(0 \leq i \leq m-1; 0 \leq j \leq n-1)$. gat eng. $[x_0, x_m] \times [y_0, y_n]$ sohada bo'laklab
 approksimatsiyalovchi funktsiya

$$P_1(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \varphi_{i,j}(x, y) f_{i,j} \quad (1.1.17) \text{ ifoda yordamida aniqlanadi.}$$

Bu formuladagi $\varphi_{i,j}(x, y)$ $(0 \leq i \leq m-1; 0 \leq j \leq n-1)$ bazis funktsiyalar
 $[x_{i-1}, x_{i+1}] \times [y_{j-1}, y_{j+1}]$ to'g'ri to'rtburchakli sohadan tashqaridagi har qanday nuqtada
 nolga teng bo'lgani uchun lokal tashuvchiga ega .

Bu ko'rib o'tilgan hol to'g'ri to'rtburchakli elementlarga bo'lingan to'g'ri to'rtburchakli sohada ikki o'lchovli bo'laklab ermit interpolatsiyalashga misol bo'ladi. Umumiy holda har qanday butun musbat L soni uchun R to'g'ri to'rtburchakni har qanday to'rtburchakli elementlarga bo'lish uchun $H = H^{(l)}(R)$

Bilan R da aniqlangan $g(x, y) \in C^{l-1, l-1}(R)$ shartni qanoatlantiruvchi har bir o'zgaruvchisi bo'yicha $2L-1$ darajali ko'phad bo'lgan $g(x, y)$ funktsiyalar to'plamini belgilaymiz. Bu ko'phad R ning har bir

$[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$ ($0 \leq i \leq m-1, 0 \leq j \leq n-1$) elementida aniqlangan bo'lishi kerak.

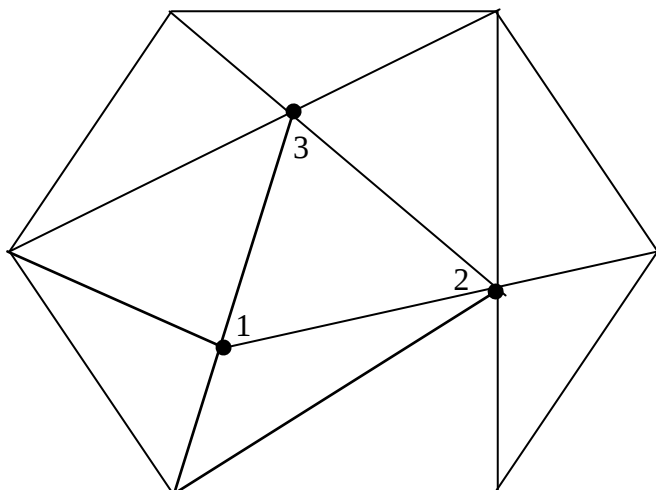
Har qanday berilgan haqiqiy $f(x, y) \in C^{l-1, l-1}(R)$ funktsiya uchun

$D^{(p, q)} f(x_i, y_j) = D^{(p, q)} P_{2l-1}(x_i, y_j)$ shartlarni qanoatlantiruvchi yagona bo'laklab ermit

$P_{2l-1}(x, y) \in H$ interpolant mavjud. bunda ($0 \leq p, q \leq l-1, 0 \leq i \leq m-1, 0 \leq j \leq n-1$)

-Ko'pburchakli soha. Bu nom bilan ko'pburchakli soha, yoki boshqa shakldagi sohani approksimatsiyalash tushiniladi. Ko'pburchak ixtiyoriy usulda uchburchakli elementlarga bo'linadi. (x_i, y_i) ($i=1, 2, 3$) uchlarga ega bo'lgan uchburchakli elementlarda $f(x, y)$ funktsiyani yaqinlashtiruvchi chiziqli forma

$P_1(x, y) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i(x, y) f_i$ (1.1.18) ko'rinishga ega (3-chizmaga qarang).



1.3-chizma. Ko'pburchakli soha.

Bu yerda $f_i = f(x_i, y_i)$ $i=(1,2,3)$. $\alpha_i(x, y)$ ($i=1,2,3$)koeffisientlar quyidagi

$$\alpha_1(x, y) = \frac{1}{c_{123}}(\tau_{23} + \eta_{23}x - \xi_{23}y),$$

$$\alpha_2(x, y) = \frac{1}{c_{123}}(\tau_{31} + \eta_{31}x - \xi_{31}y),$$

$$\alpha_3(x, y) = \frac{1}{c_{123}}(\tau_{12} + \eta_{12}x - \xi_{12}y). \text{ formula bilan aniqlanadi. } |c_{123}| \text{ esa uchburchak}$$

yuzining ikkilangan qiymati, va

$$\tau_{ij} = x_i y_j - x_j y_i,$$

$$\xi_{ij} = x_i - x_j,$$

$$\eta_{ij} = y_i - y_j. \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

1.2. Funksional fazolar.

Ta’rif 1 (Metrik fazo) Metrik fazo deb shunday $R=(X,p)$ juftlikka aytiladiki, bunda x -elementlar yani nuqtalar to’plamidan tarkib topgan va $p(x,y)$ -esa bir qiymatli musbat haqiqiy aniqlangan funksiya bo’lib x to’plamga tegishli ixtiyoriy ikkita x va y elementlar orasidagi masofani bildiradi va u quyidagi aksiomalarga bo’ysunadi:

- 1) $p(x, y)$ bo’ladi faqatgina $x=y$ uchun
- 2) $p(x, y) = p(y, x)$ (simmetriya aksiomasi)
- 3) $p(x, z) \leq p(x, y) + p(y, z)$ (uchburchak aksiomasi)

Ta’rif 2 (Urinish nuqtasi) $x \in R$ nuqta $M \subset R$ to’plamning urinish nuqtasi deyiladi agar uning ixtiyoriy atrofi M to’plamga tegishli kamida bitta nuqtani o’z ichiga olsa .

Ta’rif 3 M to’plamning barcha urinish nuqtalari to’plami $[M]$ orqali belgilanadi va u ushbu to’plamning yopig’i deyiladi.

Ta’rif 4 Faraz qilamiz A va B to’plamlar R metrik fazodagi ikkita to’plam bo’lsin. A to’plam B to’plamda zich deyiladi , $[A] \supset B$ agar bo’lsa .Xususiyl holda A to’plam hamma joyda (R -fazoda) zich deyiladi , agar uning yopig’i $[A]$ butun R fazosi bilan ustma ust tushsa.

Ta’rif 5 R-fazoda yotuvchi $\{x_n\}$ nuqtalar ketma ketligi fundamental deyiladi, agar u Koshi alomatini qanoatlantirsa, ya’ni ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun shunday N_ε son mavjudki barcha $n' > N_\varepsilon$ $n'' > N_\varepsilon$ lar uchun $p(x_{n'}, x_{n'') < \varepsilon$ o’rinli bo’lsa.

Ta’rif 6 Agarda R-fazoda ixtiyoriy fundamental ketma–ketligi yaqinlashuvchi bo’lsa, u holda bu fazo to’la deyiladi.

Ta’rif 7 Hamma joyda zich bo’lgan to’plamga ega bo’lgan fazo separabel deyiladi.

Ta’rif 8 $x, y, \dots, z, \dots$ bo’sh bo’lmagan elementlar to’plami L-chiziqli yoki vektorli fazo deyiladi, agar u quyidagi shartlarni qanoatlantirsa:

I Ixtiyoriy ikkita $x, y \in L$ elementlar uchun ularning yig’indisi deb nomlanuvchi uchinchi $x+y$ element bir qiymatli aniqlangan bo’lib, bunda

$$1) x+y=y+x \text{ (kommutativlik)}$$

$$2) x+(y+z)=(x+y)+z \text{ (assosiativlik)}$$

3) L da 0 shunday element mavjudki, $x+0=x$ tenglik barcha $x \in L$ uchun o’rinli (nolning mavjudligi).

4) Har bir $x \in L$ uchun shunday $-x$ element mavjudki, $x+(-x)=0$ o’rinli (qarama –qarshi elementning mavjudligi).

II Ixtiyoriy α son va ixtiyoriy $x \in L$ element uchun $\alpha \cdot x \in L$ element aniqlangan (x-elementning α songa ko’paytmasi) bunda

$$1) \alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$$

$$2) 1 \cdot x = x$$

$$3) (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$$

$$4) \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$$

Chiziqli fazoga misollardan biri barcha N-o’lchovli haqiqiy vektorlar to’plamidir. Bunda $a+b=c$ qo’shish amali $\alpha_i + \beta_i = c_i$ ($i=1,2,\dots,N$) kabi va $\alpha \cdot \alpha = d$ skalyar ko’paytirish amali $d_j = \alpha \cdot \alpha_j$ ($j=1,2,\dots,N$) kabi aniqlanadi.

Normalangan chiziqli fazo deb shunday chiziqli fazoga aytiladiki, undagi har

bir elementi uchun $\|x\|$ orqali belgilangan norma aniqlangan bo'lib, u quyidagi shartlarni qanoatlantiradi :

$$(I) \|x\| \geq 0,$$

$$(II) \|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0,$$

$$(III) \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|,$$

$$(IV) \|\alpha x\| = |\alpha| \cdot \|x\|$$

Shunday qilib, chiziqli fazoda element uzunligi tushunchasi paydo bo'ladi. Chala norma (yarimnorma) (I), (III) va (IV) shartlarni qanoatlantiradi, ammo (II) shartni qanoatlantirmaydi.

Chiziqli fazoda skalyar ko'paytma aniqlangan deyiladi, agar undagi har bir juft elementlari uchun (x, y) haqiqiy funksiya aniqlangan bo'lib, u quyidagi shartlarni qanoatlantirsa

$$(I) (\alpha x + \beta y, z) = \alpha(x, z) + \beta(y, z),$$

$$(II) (x, y) = (y, x)$$

$$(III) (x, x) \geq 0; (x, x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Shuni qayd qilib aytib o'tish joizki, skalyar ko'paytma aniqlangan chiziqli fazoda $\{x_n\}$ – nuqtalar ketma – ketligi berilgan bo'lsin. U holda

(a) $\{x_n\}$ – Koshi ketma – ketligi deyiladi, agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ shunday $N = N(\varepsilon)$ topilsaki, barcha $n, m \geq N$ uchun $\|x_n - x_m\| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lsa,

(b) $\{x_n\}$ – yaqinlashuvchi ketma – ketlik deyiladi, agar ushbu fazoda shunday x -nuqta mavjud bo'lsaki, har qanday $\varepsilon > 0$ uchun shunday $N = N(\varepsilon)$ topilsaki, barcha $n \geq N$ uchun $\|x - x_n\| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lsa.

Yaqinlashuvchi ketma-ketlik Koshi ketma–ketligi bo'lishini takidlab o'tamiz. Umuman aytganda teskarisi o'rinli emas, yani har qanday Koshi ketma-ketligi yaqinlashuvchi bo'la vermaydi.

Barcha Koshi ketma-ketliklari yaqinlashuvchi bo'lgan fazo to'liq fazo deyiladi.

Ta’rif 9 R-haqiqiy chiziqli fazoda skalyar ko’paytma deb shunday (x,y) haqiqiy funksiyaga aytiladiki, u har bir $x,y \in R$ juft elementlar uchun aniqlangan bo’lib quyidagi shartlarni qanoatlantiradi.

$$(x,y)=(y,x)$$

$$(x_1 + x_2, y) = (x_1, y) + (x_2, y)$$

$$(\lambda x, y) = \lambda(x, y)$$

$$(x, x) \geq 0, \text{ bunda } (x, x) = 0 \text{ faqat } x=0 \text{ bo’langan.}$$

Ta’rif 10 Ixtiyoriy chiziqli fazo, unda fiksirlangan skalyar ko’paytma bilan yevklid fazosi deyiladi .

Ta’rif 11 $x, y, \dots w \in L$ elementlar chiziqli bog’liq deyiladi, agar shunday $\alpha, \beta, \dots \lambda$ (hammasi birdaniga nol bo’lmagan) sonlar mavjud bo’lsaki $\alpha x + \beta y + \dots + \lambda w = 0$ o’rinli bo’lsa. Aks holda bu elementlar chiziqli bog’liqmas deyiladi.

Ta’rif 12 Agar L fazoda n dona chiziqli bog’liqmas elementlarni topish mumkin bo’lib , ixtiyoriy n+1 dona elementlar chiziqli bog’liq bo’lsa, u holda L fazo n o’lchovli deyiladi. Agar L da ixtiyoriy chekli sondagi chiziqli bog’liqmas elementlari sistemasini ko’rsatish mumkin bo’lsa, u holda L fazo cheksiz o’lchovli fazo deyiladi.

Ta’rif 13 Cheksiz o’lchovli to’la yevklid fazosiga Gilbert fazosi deyiladi. Gilbert fazosiga misol keltiramiz. $R=(a,b)$ intervalda kvadrati bilan jmlanuvchi(o’lchanuvchi), ya’ni $\int_a^b f^2(x)dx$ chekli bo’lgan $f(x)$ funksiyalar to’plamini $L_2(R)$ bilan belgilaymiz. Ushbu fazodagi ixtiyoriy ikkita $u(x)$ va $v(x)$ elementlari uchun skalyar ko’paytma

$$(u, v) = \int_a^b u(x)v(x)dx$$

kabi norma esa

$$\|u\|^2 = \int_a^b u^2(x)dx$$

orqali aniqlanadi. Qo'shish amali $(u+v)(x)=u(x)+v(x)$ tarzida aniqlanadi. Takidlab o'tish joizki, agar $\|u\| \vee \|v\|$ chegaralangan bo'lsa, u holda skalyar ko'paytma ham chegaralangan bo'ladi.

Ta'rif 14 Faraz qilamiz x -qandaydir to'plam berilgan. X -da topologiya deb, uning G -to'plam ostilaridan tashkil topgan ixtiyoriy τ sistemaga aytiladi, agar u quyidagi 2 ta shartni qanoatlantirsa

1) x to'plam va $\emptyset$ to'plam τ -ga tarkibiga kiradi.

2) τ sistemaga tegishli bo'lgan (chekli yoki cheksiz) ixtiyoriy yig'indi

$\bigcup_a G_a$ va τ ga tegishli ixtiyoriy chekli sondagi to'plamlarning kesishmasi $\bigcap_{k=1}^n G_k$

yana τ -da yotadi.

Ta'rif 15 x to'plam, unda berilgan τ topologiya bilan birgalikda, ya'ni (x, τ) topologic fazo deyiladi.

Ta'rif 16 E to'plam chiziqli topologic fazo deyiladi, agar

I. E -chiziqli fazo bo'lsa;

II. E -topologik fazo bo'lsa;

III. E fazoda songa ko'paytirish va qo'shish amali E -da berilgan topologiyaga nisbatan uzluksiz. Oxirgi shart batafsilroq quyidagini bildiradi:

1) agar $z_0 = x_0 + y_0$ bo'lsa, u holda z_0 nuqtaning har bir $\cup$ atrofida shunday v va w (mos x_0 va y_0 nuqtalar) atrofini ko'rsatish mumkinki $x+y \in U$ bo'ladi agar $x \in v, y \in w$ bo'lsa.

2) agar $a_0 x_0 = y_0$ bo'lsa, u holda y_0 nuqtaning ixtiyoriy U atrofi uchun x_0 nuqtaning $\exists V$ atrofi mavjudki va $\exists \varepsilon > 0; |a - a_0| < \varepsilon$ va $x \in V$ bo'lganda $ax \in U$ bo'ladi.

Ta'rif 17 E, E_1 -ikkita chiziqli topologik fazo berilgan bo'lsin. E fazodan E_1 fazoga harakat qiluvchi chiziqli operator deb $y = Ax (x \in E, y \in E_1)$ akslantirishga aytiladi, agar u $A(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha Ax_1 + \beta Ax_2$ shartni qanoatlantirsa.

Ta'rif 18 A akslantirish aniqlangan $x \in E$ elementlar to'plamiga A operatorning aniqlanish sohasi deyiladi va D_1 orqali belgilanadi.

Ta’rif 19 E fazodan E_1 fazoga amal qiluvchi chizili operator chegaralangan deyiladi, agar u fazoning hamma joyida aniqlangan bo’lib har bir chegaralangan to’plamni yana chegaralangan to’plamga o’tkazsa.

Ta’rif 20 $\{x_n\}$ -ixtiyoriy bo’sh bo’lmagan, L chiziqli fazo elementlari, to’plami bo’lsin. $\{x_n\}$ -vektorlar sistemasini o’z ichiga oluvchi barcha fazo ostilar kesishmasi $\{x_n\}$ to’plamning chiziqli qobig’i deyiladi.

Ta’rif 21 To’la normallangan fazo-Banax fazosi deyiladi.

Ta’rif 22 T -topologik fazo kompakt deyiladi, agar uning ixtiyoriy ochiq to’shamasi chekli to’shamani o’z ichiga olsa.

Ta’rif 23 M to’plam T -topologik fazoda predkompakt deyiladi, agar T -dagi uningyopig’i kompakt bo’lsa.

Ta’rif 24 E -Banax fazosini o’zini o’ziga (yoki boshqa E -Banax fazosiga akslantiruvchi) A operator kompakt yoki to’la uzluksiz deyiladi, agar u har qanday chegaralangan to’plamni predkompakt to’plamga akslantirsa.

Ta’rif 25 Chiziqli fazoning qism to’plami o’z navbatida chiziqli fazoni tashkil qilsa, u qism fazo deyiladi.

Faraz qilamiz K qandaydir H chiziqli fazoning qism fazosi bo’lib, u bilan ustma – ust tushmasin. X esa $\{x+h\}$ ko’rinishdagi nuqtalar to’plami bo’lsin, bunda x - H fazoda yotuvchi qandaydir fiksirlangan nuqta bo’lib, u K qism fazoda yotmasin, h esa K qism fazodagi ixtiyoriy nuqta bo’lsin. Odatda x to’plam $\{x\} \oplus K$ orqali belgilanadi va u chiziqli fazoni tashkil qilmaydi. X to’plam chiziqli ko’pxillik deb nomlanadi.

H gilbert fazosini o’z-o’zig akslantiruvchi T akslantirish chiziqli operator deyiladi, agar

$$(I) T(x+y)=T(x)+T(y) \text{ (barcha } x, y \in H \text{ uchun)}$$

$$(II) T(\alpha x)=\alpha T(x) \text{ (ixtiyoriy } \alpha \text{ skalyar uchun)} \text{ bo’lsa.}$$

T -chiziqli operator chegaralangan deyiladi, agar shunday $M > 0$ o’zgarmas mavjud bo’lsaki

$\|Tx\| \leq M\|x\|$ (barcha $x \in H$ uchun) tengsizlik o'rinli bo'lsa. M o'zgarmasning mumkin bo'lgan qiymatlarining eng kichigi operatorning normasi deyiladi va $\|T\|$ orqali belgilanadi.

Ma'lumki

$$\|E\| = \sup_{x \neq 0} \left\{ \frac{\|Tx\|}{\|x\|} \right\} = \sup_{\substack{x \neq 0 \\ \|x\|=1}} \left\{ \frac{\|Tx\|}{\|x\|} \right\} = \sup_{\|x\|=1} \|Tx\| \text{ bo'ladi.}$$

Chegaralangan chiziqli operator uzluksiz bo'ladi. Bu esa agar x nuqtasi $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti bo'lsa, u holda Tx nuqtasi $\{Tx_n\}$ ketma-ketlikning limiti bo'lishini anglatadi.

Tasavur qilamiz F akslantirish, $H_1 \times H_2$ fazolar to'g'ri ko'paytmasini H_3 fazoga akslantirsin, ya'ni ixtiyoriy $x_1 \in H_1, x_2 \in H_2$ uchun $F(x_1, x_2) \in H_3$ bo'lsin va f har bir argumentlarga nisbatan chiziqli bo'lsin; u holda F chegaralangan bo'ladi, agarda shunday $M > 0$ mavjud bo'lsaki

$$\|F(x_1, x_2)\|_{H_3} \leq M\|x_1\|_{H_1}\|x_2\|_{H_2}$$

bo'lsa. Ushbu M -larning eng kichigi $\|F\|$ bo'ladi.

$Z(H_1, H_2)$ orqali H_1 fazoni H_2 fazoga akslantiruvchi chegaralangan chizili akslantirishlar fazosini belgilaymiz.

$Z(H; R)$ -chegaralangan chiziqli funkcionallar fazosi. H fazosiga ikkilamchi deyiladi va H' orqali belgilanadi.

$Z(H \times H; R)$ fazoning elementlari (H -da berilgan) bichiziqli formalar bo'ladi.

Teorema (Funktsionalni ifodalash haqida Riss teoremasi)

$F \in H'$ o'rinli bo'ladi faqat quyidagi munosabat o'rinli bo'lsa, agar shunday yagona vektor $V \in H$ mavjud bo'lsaki, barcha $u \in H$ uchun $F(u) = (u, V)$ va $\|F\|_{H'} = \|V\|_H$

Riss teoremasi H va H' fazolar o'rtasida bir qiymatli moslik o'rnatadi; bunday moslik bilan bog'langan, ya'ni bir xil tuzilmaga ega bo'lgan ikkita fazo izmorf fazolar deyiladi. Normaning ta'rifiga ko'ra

$$\|A\|_{H'} = \sup_{u \neq 0} \left\{ \frac{F(u)}{\|u\|_H} \right\} \text{ tenglik o'rinlidir.}$$

H gilbert fazosini k qism fazosiga (H fazosining bir qismi) akslantiruvchi T chiziqli operator proyeksiya deyiladi, agar u K qismfazo elementlarini o'z o'ziga akslantirsa, ya'ni agar $Ty=y$ (barcha $y \in k$ uchun) munosabat o'rinli bo'lsa.

P-proyeksiya ortogonal deyiladi, agar barcha $x \in H$ va $y \in K$ uchun $(x-Px, y)=0$ ($x-P \perp y$ kabi belgilanadi)

o'rinli bo'lsa, ya'ni $x-Px$ ayirma k qism fazoning barcha y elementlariga ortogonal bo'lsa. Unda ushbu ayirma K-ning ortogonal to'ldiruvchisi ichida yotadi. deyishadi va u to'ldiruvchi $K^\perp$ orqali belgilanadi.

1 Lemma. Agar H gilbert fazosi bo'lib, K-unig ixtiyoriy qism fazosi bo'lsa, u holda $K^\perp$ ham gilbert fazosi bo'ladi.

2 Lemma. Agar P-H gilbert fazosini biror K qismfazosiga ortogonal proyeksiyasi bo'lsa, u holda I-P H fazosining $K^\perp$ -ga ortogonal proyeksiyasi bo'ladi

$$x \in H$$

uchun shunday $U \in K$ va $V \in K^\perp$ mavjud bo'ladiki, $x=U+V$, ya'ni $H = K \oplus K^\perp$ bo'ladi.

Teorema Gilbert fazosini qism fazosiga ortogonal proyeksiyasi yagona, $\|x - P_x\|$ ifoda esa x nuqtada qismfazogacha bo'lgan masofa bo'ladi.

Quyidagi natijalar o'rinli:

$$(I) \|Px\|^2 = (x, Px) \text{ va } \|x - Px\|^2 = \|x\|^2 - (x, Px)$$

$$(II) \forall x \in H \text{ uchun}$$

yagona $u_0 \in K$ va $v_0 \in K^\perp$ mavjudki $x = u_0 + v_0$ va $\min_{u \in K} \|x - u\|^2 = \|x - u_0\|^2 = \|v_0\|^2$ o'rinlidir.

T chiziqli operator musbat aniqlangan deyiladi, agar

$$(Tx, x) > 0 \text{ (barcha } x \neq 0 \text{ uchun)}$$

Tengsizlik o'rinli bo'lsa va musbat chalaaniqlangan deyiladi, agar

$$T(x) > 0 \text{ (barcha } x \neq 0 \text{ uchun)}$$

T operatorga qo'shma operator deb shunday T^* operatorga aytiladiki

$$(Tx, y) = (x, T^* y) \text{ (barcha } x, y \text{ uchun)}$$

o'rinli bo'lsa. Agar $(Tx, y) = (x, Ty)$ o'rinli bo'lsa, unda T o'ziga-o'zi qo'shma operator deyiladi.

1.3. Approksimatsiyalovchi qism fazolar

H gilbert fazosi berilgan bo'lsin va $S = \{x_1, \dots, x_N\}$ H fazoda yotuvchi N dona elementlar to'plami bo'lsin. Ushbu elementlar chiziqli bog'liqmas deyiladi, agarda

$$\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_N x_N = 0$$

tenglik faqat nol qiymatli $a_i (i=1, 2, \dots, N)$ koeffisientlar uchun o'rinli bo'lsa. Agarda har bir $x \in H$ element uchun, shunday β_i koeffisientlar mavjud bo'lsaki

$$x = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_N x_N$$

o'rinli bo'lsa, u holda S to'plam H fazodagi bazis tashkil qiladi va H fazo esa N - o'lchovli fazo deyiladi.

Misol. Faraz qilamiz $\Pi: a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ ox o'qida yotuvchi $R = [a, b]$ intervalning ixtiyoriy bo'linishi bo'lsin. $H = H'(\Pi, R)$ orqali shunday $N(x)$ har bir $[x_i, x_{i+1}]$ intervalda birinchi darajali ko'phad bo'lsin. H fazosi $L_2(R)$ fazosining to'liq qism fazosi bo'lishini ko'rsatish mumkin. Bu turdagi ixtiyoriy $n+1$ dona chiziqli bog'liq bo'lmagan funksiyalar to'plami $H^{(0)}(\Pi, R)$ fazoda bazisni tashkil qiladi. Shu sababli $H - L_2(k)$ fazoda $(n+1)$ o'lchovli qism fazo bo'ladi.

Masalan

$$\varphi_0(x) = \begin{cases} \frac{x_1 - x}{x_1 - x_0} & (x_0 \leq x \leq x_1) \\ 0 & (x_1 \leq x \leq x_n) \end{cases}$$

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 0 & (x_0 \leq x \leq x_1) \\ \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & (x_{i-1} \leq x \leq x_i) \\ \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i} & (x_i \leq x \leq x_{i+1}) \\ 0 & (x_{i+1} \leq x \leq x_n) \end{cases}$$

$$\varphi_n(x) = \begin{cases} 0 & (x_0 \leq x \leq x_{n-1}) \\ \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} & (x_{n-1} \leq x \leq x_n) \end{cases}$$

Ko'rinishdagi funksiyalar to'plami H fazoda bazisni tashkil qiladi.

H gilbert fazosining har bir f elementiga approksimasiyalovchi N -o'lchovli K -qism fazosining f' yagona elementini mos qo'yamiz. (masalan $K = H$ bo'lganda, $N = n+1$ bo'ladi). f ni f' ga akslantirish odatda chiziqli bo'ladi va bu holatda akkslantirish proyeksiyani tashkil qiladi. Masalan $K = H$ bo'lsa, u holda f' -ni bo'linish nuqtalari orasida chiziqli interpolatsiyalash yordamida qurish mumkin. Bu esa, ham proyeksiya bo'ladigan yagona akslantirishdir.

Agarda ixtiyoriy $f \in L_2(R)$ elementining approksimasiyasi qurilgan bo'lsa, unda uning qanchalik yaxshi ekanligi haqidagi savolni qo'yish o'rinlidir. Approksimatsiya eng yaxshi deyiladi, agar $f' \in K$ element shunday bo'lsaki, xatolik normasi $f - f'$ miqdor minimal bo'lsa. Yuqorida keltirilgan teorema ko'ra, agar p akslantirish K qism fazoga ortogonal proyeksiya bo'lsa, u holda $\|f - Pf\|$ miqdor f -elementdan K qism fazogacha bo'lgan masofani ifodalaydi va shu sababli $f' = Pf$ -eng yaxshi aproksimatsiyani qurishda foydalanish mumkin. Faraz qilamiz $S = \{f_1, \dots, f_N\}$ to'plam K qism fazosida bazisni tashkil qilsin.

Barcha $g \in K$ elementlar uchun $(f - f', g) = 0$ bo'lganligi sababli, ixtiyoriy mumkin bo'lgan $\beta_k (k=1, \dots, N)$ koeffisientlar ketma-ketligi uchun

$$\left(f - f', \sum_{k=1}^N \beta_k f_k \right) = 0 \text{ o'rinlidir va demak}$$

$$(f - f', f_k) = 0 \quad (k=1, \dots, N) \text{ bo'ladi. Agar } f' = \sum_{i=1}^N a_i f_i \text{ bo'lsa unda}$$

$$(f, f_k) - \sum_{i=1}^N a_i (f, f_k) = 0 \quad (k=1, \dots, N) \text{ bo'ladi. Buni esa}$$

$G\vec{a} = \vec{b}$ ko'rinishda yozish mumkin. Bu yerda

$$G = [g_{ik}] = [(f_i, f_k)]$$

$$\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}^T$$

$$\vec{b} = \{(f, f_1), \dots, (f, f_N)\}^T$$

G -matritsasi Gram matritsasi deb nomlanadi va oxirgi sistema esa normal deyiladi.

Chekli o'lchovli qism fazoga funksiyaning ortogonal proyeksiyasini hosil qilish maqsadida normal sistema o'z ichiga olgan approksimatsiya usullariga proyeksion usullar deyiladi.

I Bob bo'yicha xulosa. Bitiruv malakaviy ishimning I-bobi 3 ta punktdan iborat. 1-punktda bo'laklab polinomial funktsiyalar yordamida aproksimatsiyalash masalasi qaralgan. 2-punktda chekli elementlar metodi bilan bog'liq bo'lgan funktsional fazolar haqida malumotlar keltirilgan. 3-punktda chekli elementlar metodida muhim ahamiyatga ega bo'lgan aproksimatsiyalovchi qism fazolar o'rganilib ular haqida to'liq malumot berilgan. Umuman olganda I-bob asosan chekli elementlar metodini qo'llash bilan bog'liq bo'lgan yordamchi nazariy malumotlarni o'z ichiga olgan.

II Bob. Hisoblash matematikasi masalalarini yechishda chekli elementlardan foydalanish.

2.1. Murakkab sohalar uchun bazis funktsiyalarni tanlash .Uchburchakli elementlar.

Uchburchak yoki ikki o'lchovli simpleks, eng ko'p ishlatiladigan chekli element hisoblanadi.

Buning asosiy sababi ikki o'lchovli fazodagi har qanday sohani chekli sondagi uchburchaklarga bo'linadigan ko'pburchaklar yordamida approksimatsiya qilish mumkin. Bundan tashqari

$$\Pi_m(x, y) = \sum_{k+l=0}^m \alpha_{kl} x^k y^l \quad (2.1.1)$$

Ko'rinishdagi m-tartibli to'liq ko'phad $\frac{1}{2}(m+1)(m+2)$ ta, uchburchakda simmetrik joylashgan nuqtalardagi qiymatlari bo'yicha $U(x, y)$ funktsiyani interpolatsiyalashda qo'llanishi mumkin. Bu ifodaning P_1, P_2, P_3 uchburchakning uchlari $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ nuqtalarda bo'lgan hol uchun dastlabki uchta holi quyidagicha:

Chiziqli hol ($m=1$) Bunda interpolatsiyalovchi ko'phad

$$\Pi_j(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y = \sum_{j=1}^3 U_j P_j^1(x, y) \text{ ko'rinishga ega bo'ladi. Bu yerda}$$

$U_j (j=1, 2, 3)$ $U(x, y)$ ning P_j uchlaridagi qiymatlari

$$P_j^1(x, y) = \frac{1}{C_{jkl}} (\tau_{kl} + \eta_{kl} x - \xi_{kl} y) = \frac{D_{kl}}{C_{jkl}} \quad (2.1.2) \text{ bu yerda}$$

$$\tau_{kl} = x_k y_l - y_k x_l, \quad \xi_{kl} = x_k - x_l, \quad \eta_{kl} = y_k - y_l$$

$$D_{kl} = \det \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_k & y_k \\ 1 & x_l & y_l \end{bmatrix}, \quad C_{jkl} = \det \begin{bmatrix} 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \\ 1 & x_l & y_l \end{bmatrix} \text{ bunda } (j, k, l) \text{ (1, 2, 3) dan iborat ixtiyoriy}$$

o'rin almashtirish, $|C_{jkl}| - P_1, P_2, P_3$ uchburchak yuzining ikkilangan qiymatiga teng.

$$P_j^1(x_k, y_k) = \begin{cases} 1, & (j = k) \\ 0, & (j \neq k) \end{cases} \quad (1 \leq j, k \leq 3)$$

2) Kvadratik holat ($m=2$). Endi ko'phad $\Pi_2(x, y) = \sum_{j=1}^6 U_j P_j^{(2)}(x, y)$ (2.1.3)

ko'rinishda bo'ladi.

bunda U_j ($j=1,2,\dots,6$) $U(x, y)$ ning P_j ($j=4,5,6$) o'rta nuqtalardagi qiymatlari. Bu nuqtalar mos ravishda P_1P_2, P_3P_4, P_3P_1 tomonlardan olingan. $P_j^{(2)}(x, y)$, ($j=1,2,\dots,6$)

funktsiyalar esa

$$P_1^{(2)}(x, y) = P_1^{(1)}(2P_1^{(1)} - 1),$$

$$P_2^{(2)}(x, y) = P_{21}^{(1)}(2P_2^{(1)} - 1),$$

$$P_3^{(2)}(x, y) = P_3^{(1)}(2P_3^{(1)} - 1),$$

$$P_4^{(2)}(x, y) = 4P_1^{(1)}P_2^{(1)},$$

$$P_5^{(2)}(x, y) = 5P_1^{(1)}P_2^{(1)},$$

$$P_6^{(2)}(x, y) = 6P_1^{(1)}P_2^{(1)},$$

Formulalar bilan aniqlanadi. Bu yerda

$$P_j^{(2)}(x_k, y_k) = \begin{cases} 1, & (j = k) \\ 0, & (j \neq k) \end{cases} \quad (1 \leq j, k \leq 6).$$

Ta'kidlash kerakki, $P_j^{(2)}(x, y)$ ($j=1,2,\dots,6$) bazis funktsiyalarni $P_j^{(1)}(x, y)$ ($j=1,2,3$) bazis funktsiyalar orqali ifodalab bo'ladi. Bu biz qaraydign barcha bazis funktsiyalar uchun o'rinlidir.

Shuning uchun formulalarni soddalashtirish maqsadida $P_j^{(1)}$ ($j=1,2,3$) o'rniga P_j yozamiz

3-Kubik hol ($m=3$) Bunda interpolyatsiyalovchi ko'phad

$$\Pi_3(x, y) = \sum_{j=1}^{10} U_j P_j^{(3)}(x, y) \quad (2.1.4) \text{ ko'rinishga ega bo'ladi. Bunda } U_j \text{ } (j=1,2,3) \text{ } U(x, y)$$

funktsiyaning $P_1P_2P_3$ uchlardagi qiymatlari U_j ($j=4,5,\dots,9$)- uchburchak tomonlarini teng uchga bo'lish nuqtalaridagi qiymatlari, U_{10} -esa uchburchakning og'irlik markazidagi qiymati. Bazis funktsiyalar quyidagicha aniqlangan :

$$P_1^{(3)}(x, y) = \frac{1}{2} P_1(3P_1 - 1)(3P_1 - 2),$$

$$P_2^{(3)}(x, y) = \frac{1}{2} P_2(3P_2 - 1)(3P_2 - 2),$$

$$P_3^{(3)}(x, y) = \frac{1}{2} P_3(3P_3 - 1)(3P_3 - 2),$$

$$P_4^{(3)}(x, y) = \frac{9}{2} P_1 P_2(3P_1 - 1),$$

$$P_5^{(3)}(x, y) = \frac{9}{2} P_1 P_2(3P_2 - 1),$$

$$P_6^{(3)}(x, y) = \frac{9}{2} P_1 P_2(3P_2 - 1),$$

$$P_7^{(3)}(x, y) = \frac{9}{2} P_1 P_2(3P_3 - 1),$$

$$P_8^{(3)}(x, y) = \frac{9}{2} P_1 P_2(3P_3 - 1),$$

$$P_9^{(3)}(x, y) = \frac{9}{2} P_1 P_2(3P_1 - 1),$$

$$P_{10}^{(3)}(x, y) = 27 P_1 P_2 P_3.$$

O'ninchi parametr

$$U_{10} = \frac{1}{4} \sum_{j=4}^9 U_j - \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 U_j \text{ chiziqli almashtirish yordamida yo'qotilishi mumkin va}$$

hosil bo'ladigan funktsiya kvadratik funktsiyani yanada aniqroq interpolyatsiya qiladi.

Endi m-tartibli to'liq polinomga qaytamiz. Bu polinom $\frac{1}{2}(m+1)(m+2)$ ta koeffisientlarga ega bo'lib, ularni shunday tanlash mumkinki u $U(x, y)$ ni $\frac{1}{2}(m+1)(m+2)$ ta $P_1 P_2 P_3$ uchburchakning simmetrik joylashgan nuqtalarida interpolyatsiya qiladi. Bu nuqtalarning koordinatalari $\sum_{l=1}^3 \frac{\beta_l x_l}{m}, \sum_{l=1}^3 \frac{\beta_l y_l}{m}$ (2.1.5)

Dan iborat. Bu yerda $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ lar $0 \leq \beta_k \leq m$ ($k=1, 2, 3$) va $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = m$ shartlarni qanoatlantiruvchi butun sonlardan iborat. Bu nuqtalar $P_1 P_2 P_3$ uchburchakning uchta uchini o'z ichiga oladi. Qolgan nuqtalar esa uchburchak tomonlarini m ta teng bo'lakka bo'lib, bo'linish nuqtalari orqali tomonlarga parallel to'g'ri chiziqlar

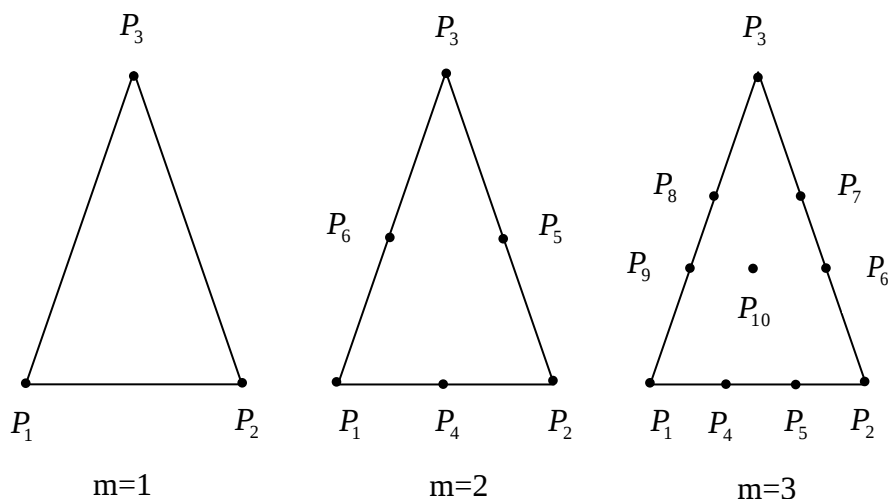
o'tkazilib ,shu to'g'ri chiziqlarning tomonlar bilan kesishishi natijasida hosil qilanadi.

Natijada uchburchak m^2 tat eng uchburchaklarga bo'linadi ular $\frac{1}{2}(m+1)(m+2)$ ta uchlarga ega, bo'lib koordinatalari (2.1.5) formulalar yordamida aniqlanadi. Agar U_j bilan $U(x,y)$ ning shunday nuqtadagi qiymatini belgilasak m-darajali interpoolyatsiyalovchi ko'phadni

$$U(x,y) = \sum_{j=1}^{\frac{1}{2}(m+1)(m+2)} U_j P_j^{(m)}(x,y) \quad (2.1.6) \text{ formula bilan ifodalash mumkin. Bu yerda}$$

yig'indi hamma nuqtalar bo'yicha bajariladi, $P_j^{(m)}(x,y)$ – m – darajali polinomial bazis funktsiya bo'lib, $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ uchlik bilan bog'liq nuqtalarda 1ga , qolgan nuqtalarda esa 0 ga teng nuqtalarni qabul qiladi.(2.1.6) formula lagranch tipidagi interpolyatsionformuladir.

m=1,2,3 bo'lgan hollar uchun uchburchaklar quyidagi 1-chizmada tasvirlangan



2.1-chizma.uchburchaklar

Standart uchburchak.

(2.1.2) formiladn osonlik bilan

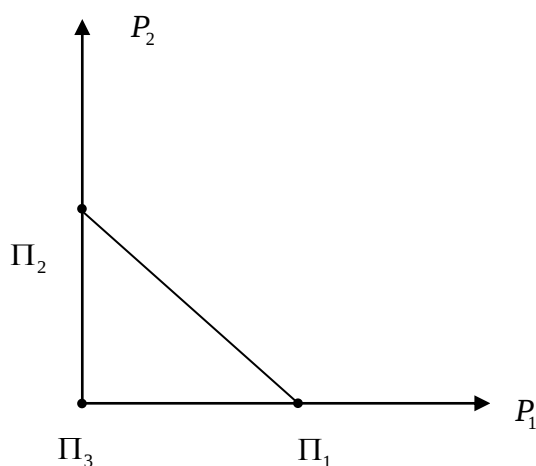
(I) $\sum_{j=1}^3 P_j(x,y) = 1$, olish mumkin.

(II) $P_j(x, y) = 0 \quad (j = 1, 2, 3)$ chiziqli tenglamalar uchburchakning P_2P_3, P_3P_1, P_1P_2 tomonlarini ifodalaydi.

(III) P_1, P_2, P_3 uchlarda $P_j(x, y) = 1 \quad (j = 1, 2, 3)$.

Boshqacha qilib aytganda (x, y) tekislikdagi P_1, P_2, P_3 uchburchak (P_1, P_2) tekislikdagi $\Pi_1\Pi_2\Pi_3$

standart uchburchakka aylanadi. Bu o'tish (2.1.2) formulalar bo'yicha amalgam oshadi. Bundan tashqari $\Pi_1 = (1, 0), \Pi_2 = (0, 1), \Pi_3 = (0, 0)$. (2-chizmaga qarang).



2.2-chizma. (x, y) tekislikdagi standart uchburchak.

(P_1, P_2) tekislikni (x, y) tekislikka teskari akslantirish

$$\begin{aligned} x &= x_3 + \xi_{13}P_1 + \xi_{23}P_2, \\ y &= y_3 + \eta_{13}P_1 + \eta_{23}P_2. \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

formulalar yordamida bajariladi.

(x, y) tekislikdagi har qanday uchburchakli to'ring hamma uchburchaklarini mana shu standart uchburchakka almashtirish mumkin bo'lgani uchun ,standart uchburchak bilan ishlash juda ham qulay va kerakli holatlarda (2.1.7) almashtirishdan foydalanib, olingan natijani (x, y) tekislikning ixtiyoriy tanlangan uchburchagi terminlarida ifodalash mumkin bo'ladi.

Bazis funktsiyalarni qurishning geometric metodi.

Kvadratik va kubik holatlar uchun lagranch interpolyatsiyasidan olingan bazis funktsiyalar qurish usulini ko'rib chiqamiz. Masalan 1-holda $P_1^{(2)}(x, y)$ bazis

funktsiyalar qurush usulini ko'rib chiqamiz. Masalan 1-holda $P_1^{(2)}$ bazis funktsiya $P_j (j=2,3,\dots,6)$ nuqtalarda nolga, P_1 tugunda esa birga teng bo'lishi kerak. $P_1 = 0$ to'g'ri chiziq P_2, P_3 va P_5 nuqtalar orqali,

$P_1 = \frac{1}{2}$ to'g'ri chiziq esa P_4, P_6 nuqtalar orqali o'tadi. Shunday qilib $P_1^{(2)}(x, y) = P_1(2P_1 - 1)$ bazis funktsiya olinadi.

$P_1^{(2)}(x, y), P_3^{(2)}(x, y)$ bazis funktsiyalar ham xuddi shunga o'xshash hosil qilinadi.

Umuman olganda funktsiyalar uchburchakdagi $\frac{1}{2}(m+1)(m+2)$ nuqtalardagi qiymatlari bo'yicha interpolatsiyalanadi. Uchburchak tomonida interpolatsiyalovchi funktsiya s o'zgaruvchining m -darajali polinomidan iborat bo'lib, S uchburchak tomoni bo'ylab o'lchanadi. Bu polinom $U(x, y)$ ni uchburchak tomonidagi $(m+1)$ nuqtadagi qiymatlar bo'yicha interpolatsiya qilgani uchun bir qiymatli aniqlangan. Bundan tashqari har qanday uchburchaklarga bo'lish (triangulyatsiyada) (soha ichida) har qanday tomon ikkita uchburchakka tegishli bo'ladi. Agar funktsiya har bir uchburchakda $\frac{1}{2}(m+1)(m+2)$ ta simmetrik joylashgan nuqtalar bo'yicha interpolatsiyalash, u holda u umumiy tomonda S dan bog'liq bo'lgan m darajali yagona polinomdan iborat bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki interpolatsiyalovchi funktsiya to'liq uchburchakli to'rda to'ring ichki tomonlarida uzluksiz, shunday qilib ko'pburchakli sohada C^0 silliqlikka ega (C_0 uzluksiz funktsiyalar sinfi).

Ermit interpolatsiyasi.

$U(x, y)$ funktsiyani uchburchakda simmetrik joylashgan ko'p sonli nuqtalar bo'yicha interpolatsiyalash masalasiga alternativa sifatida $U(x, y)$ funktsiya va uning ayrim hosilalarini kamroq sonli nuqtalar bo'yicha interpolatsiyalash masalasini qarash mumkin.

Bu masalaga mos keluvchi polinomlar toq $2\nu+1$ ($\nu=1,2,3,\dots$) darajali $G\nu(x, y)$ to'la polinoplarni o'z ichiga oladi. Ular

$$\begin{aligned} D^i G \nu(P_j) & \quad (|i| \leq \nu; j=1,2,3) \\ D^i G \nu(P_4) & \quad (|i| \leq \nu-1) \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

Qiymatlari bilan aniqlanadi.

Bu yerda P_1, P_2, P_3 – uchburchakning uchlari, P_4 – esa og'irlik markazi; $i = (i_1, i_2)$, bu yerda i_1 va i_2 – butun nomanfiy sonlar.

$$|i| = i_1 + i_2 \quad \text{va} \quad D^i G = \frac{\partial^{|i|} G}{\partial x^{i_1} \partial y^{i_2}}$$

Bu hosilani multiindeksli ko'rinishda belgilashga misol bo'ladi.

(1) kubik holat ($\nu=1$). Bu yerda to'la kubik polinom o'nta koefitsientga ega. Bu koefitsientlar funktsiya va uning birinchi tartibli xususiy hosilalarining uchlardagi va funktsiyaning uchburchak og'irlik markazidagi qiymati bo'yicha bir qiymatli aniqlanadi. Shu sababdan bu holda (2.1.4) da berilgan

$\Pi_3(x, y)$ polinomni

$$G_1(x, y) = \sum_{j=1}^4 U_j q_j^3(x, y) + \sum_{j=1}^3 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_j r_j^{(3)}(x, y) + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_j S_j^3(x, y) \right] \quad (2.1.9)$$

Ko'rinishda yoza olamiz bu yerda

$$q_j^{(3)}(x, y) = p_j (3P_j - 2P_j^2 - 7P_k P_l), \quad q_4^{(3)}(x, y) = 27P_1 P_2 P_3,$$

$$\tau_j^{(3)}(x, y) = P_j [\xi_{jk} P_k (P_l - P_j) + \xi_{jl} P_l (P_k - P_j)]$$

$S_j^{(3)}(x, y)$ $\tau_j^{(3)}(x, y)$ dan ξ ni η ga almashtirish natijasida olinadi. Bu

formulalardan (j,k,l), (1,2,3) ning ixtiyoriy siklli almashtirilishi. Bu element chekli elementlar metotida ko'p Beshinchi darajali polinom holi ($\nu=2$).

Beshinchi darajali to'la polinom 21 ta koefitsientga ega bo'lib, bu koefitsientlar funktsiya, unig birinchi va ikkinchi tartibli xususiy hosilalarining uchlardagi qiymatlari va unig birinchi tartibli xususiy hosilalarining uchburchak og'irlik markazidagi qiymatlari orqali aniqlanadi. Ammo amalyotda bu element juda kam ishlatiladi. shu sababdan unga mufassal to'xtalib o'tmaymiz.

Kubik Ermit interpolyatsiyasida $U(x,y)$ ni og'irlik markazidagi qiymatini yo'qotish natijasida kvadratik polinomlarni yanada yaxshiroq interpolyatsiyalash mumkin bo'ladi. Bu holda

$$U_4 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 U_j + \frac{1}{18} \sum^{(1)} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_j (\xi_{kj} + \xi_{lj}) + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_j (\eta_{kj} + \eta_{lj}) \right] \text{ almashtirish bajariladi. Bu}$$

yerda $\sum^{(1)}$ – barcha (1,2,3) siklli almashtirish lar uchun (j,k,l) bo'yicha yig'indilarni anglatadi. Endi interpolyatsiyalovchi ko'phad

$$G_1^*(x,y) = \sum_{j=1}^3 \left[U_j q_j^{(3)*}(x,y) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_j r_j^{(3)*}(x,y) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_j S_j^{(3)*}(x,y) \right] \quad (2.1.10)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu yerda

$$q_j^{(3)*} = P_j(3P_j - 2P_j^2 + 2P_k P_l) \quad (2.1.10 a)$$

$$r_j^{(3)*} = P_j^2(P_l \xi_{lj} + P_k \xi_{kj}) + \frac{1}{2} P_j P_k P_l (\xi_{lj} + \xi_{kj}) \quad (2.1.10 b)$$

va (j,k,l)-(1,2,3) ni har qanday o'rin almashtirishi. $S_j^{(3)*}$ funktsiya esa (2.1.10 b)

formulada ξ ni η ga almashtirish natijasida hosil qilinadi.

Trikubik interpolyatsiya

1971 yilda Birkhoff hamma to'rtinchi darajali polinomlarni o'z ichiga olgan o'n ikki parametrli uchburchakli elementlarni taklif qildi. Bu polinom uchburchakning har qanday tomoniga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqda kubik polinom bo'ladi.

Standart uchburchakka nisbatan bu oila

$$U(p,q) = \sum_{j+k \leq 4} \alpha_{jk} P_1^j P_2^k \quad (2.1.11) \text{ formula bilan ifodalanadi.}$$

(2.1.11) polinom tirikubik polinom deyiladi.

Bu polinom U , $\frac{\partial u}{\partial p_1}$, $\frac{\partial u}{\partial p_2}$ va $\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial s}$ larning har bir uchdagi qiymatlariga ko'ra bir

qiymatli aniqlanadi. Bu yerda $\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial s}$ – har bir uchda r va s qo'shni tomonlarga

parallel bo'lgan yo'nalishlar bo'yicha hisoblanadigan aralash hosila. Bu yagona interpolyatsiyalovchi funktsiyani

$$\sum_{j=1} \left[\left\{ \sum_{|i| \leq 1} D^i U_j \phi_j^i(p_1, p_2) \right\} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial s} \right)_j \hat{\phi}_j(p_1, p_2) \right] \quad (2.1.12) \quad \text{ko'rinishda} \quad \text{ifodalash}$$

mumkin.

Bu yerda ϕ_j^i va $\hat{\phi}_j$ larning koeffisientlari U ning Π_j standart uchburchak uchidagi mos hosilalari qiymatlaridan iborat. ϕ_j^i hamda $\hat{\phi}_j$ funktsiyalar quyidagicha aniqlanadi.

$$\begin{aligned} \phi_j^{(0,0)} &= P_j^2 (3 - 2p_j + 6P_k P_l), \\ \phi_j^{(1,0)} &= \begin{cases} P_1^2 (P_1 - 1 - 4P_2 P_3), & (j=1) \\ P_2^2 P_1 (1 + 2P_3), & (j=2) \\ P_3^2 P_1 (1 + 2P_2), & (j=3). \end{cases} \\ \phi_j^{(0,1)} &= \begin{cases} P_1^2 P_2 (1 + 2P_3), & (j=1) \\ P_2^2 P_2 (P_2 - 1 - 4P_1 P_3), & (j=2) \\ P_3^2 P_2 (1 + 2P_1), & (j=3) \end{cases} \\ \hat{\phi}_j &= 2P_j^2 P_k P_l \end{aligned}$$

Aniq berilgan (x, y) dagi uchburchak uchun yagona interpolatsiyalovchi trikubik funktsiya (2.1.2) dan foydalanib, (2.1.12) dan olinadi. Bunda p_1, p_2, p_3 larning o'rniga (2.1.2) dan ular uchun berilgan ifodalar qo'yiladi. Navbatdagi uchburchakli element beshinchi darajali polinomlarning to'liq oilasini o'z ichiga oladi. Standart uchburchak tekisligida beshinchi darajali to'liq polinom

$$U(P_1, P_2) = \sum_{j+k \leq 5} \alpha_{jk} P_2^k \cdot P_1^j \quad (2.1.13) \quad \text{ko'rinishga ega. Bu yerda } \alpha_{jk} \text{ koeffisientlarni}$$

$D^i U(P_j)$ ($|i| \leq 2; j = 1, 2, 3$) va $\frac{\partial u}{\partial n}(P_j)$ ($j = 4, 5, 6$) larning qiymatlari yordamida ifodalash mumkin. Bu yerda P_j ($j = 1, 2, 3$)-uchlar va P_j [$j = 4, 5, 6$]-tomonlar o'rtalari. shunday qilib, (2.1.13) dan 18 ta parametrlardan bog'liq bo'lgan polinomlar oilasini hosil qilamiz va bir qiymatli aniqlanadigan

$$\text{interpolatsiyalovchi funktsiya } U(P_1, P_2) = \sum_{j=1}^3 \sum_{|i| \leq 2} D^i U_j \phi_j^i(P_1, P_2) \quad (2.1.14) \quad \text{formula}$$

yordamida beriladi. Bu yerda

$$\varphi_j^{(0,0)} = \begin{cases} P_j^2(10P_j - 15P_j^2 + 6P_j^3 + 15P_k^2P_l), & (j=1,2) \\ P_j^2(10P_j - 15P_j^2 + 6P_j^3 + 30P_k^2P(P_k + P_l)), & (j=3). \end{cases}$$

va (j,k,l) –(1,2,3) ni siklli almashtirilishi.

$$\varphi_1^{(1,0)} = P_1^2(-4P_1 + 7P_1^2 - 3P_1^3 - \frac{15}{2}P_2^2P_3),$$

$$\varphi_2^{(1,0)} = P_1P_2^2(3 - 2P_2 - \frac{3}{2}P_1 - \frac{3}{2}P_1^2 + \frac{3}{2}P_1P_2),$$

$$\varphi_3^{(1,0)} = P_1P_3^2(3 - 2P_3 - 3P_1^2 + 6P_1P_2),$$

$$\varphi_1^{(0,1)} = P_1^2P_2(3 - 2P_1 - \frac{3}{2}P_2 - \frac{3}{2}P_2^2 + \frac{3}{2}P_1P_2),$$

$$\varphi_2^{(0,1)} = P_2^2(-4P_2 + 7P_2^2 - 3P_2^3 - \frac{15}{2}P_1^2P_3),$$

$$\varphi_3^{(0,1)} = P_2P_3^2(3 - 2P_3 - 3P_2^2 + 6P_1P_2),$$

$$\varphi_1^{(1,1)} = P_1^2P_2(-1 + P_1 + \frac{1}{2}P_2 + \frac{1}{2}P_2^2 - \frac{1}{2}P_1P_2),$$

$$\varphi_2^{(1,1)} = P_1P_2^2(-1 + \frac{1}{2}P_1 + P_2 + \frac{1}{2}P_1^2 - \frac{1}{2}P_1P_2),$$

$$\varphi_3^{(1,1)} = P_1P_2P_3^2,$$

$$\varphi_1^{(2,0)} = P_1^2\left(\frac{1}{2}P_1(1 - P_1)^2 + \frac{5}{4}P_2^2P_3\right),$$

$$\varphi_2^{(2,0)} = \frac{1}{4}P_1^2P_2^2P_3 + \frac{1}{2}P_1^2P_2^3,$$

$$\varphi_3^{(2,0)} = \frac{1}{2}P_1^2P_3^2(1 - P_1 + 2P_2),$$

$$\varphi_1^{(0,2)} = \frac{1}{4}P_1^2P_2^2P_3 + \frac{1}{2}P_1^3P_2^2,$$

$$\varphi_2^{(0,2)} = P_2^2\left(\frac{1}{2}P_2(1 - P_2)^2 + \frac{5}{4}P_1^2P_3\right),$$

$$\varphi_3^{(0,2)} = \frac{1}{2}P_2^2P_3^2(1 + 2P_1 - P_2).$$

2.2 To'rtburchakli element

To'g'ri to'rtburchak. To'g'ri to'rtburchakli soha ,yani tomonlari ox va oy o'qlariga parallel bo'lgan sohalar juda ko'plab fizik va texnik masalalarni yechishda uchrab turadi. Mana shunday sohalar uchun bazisfunksiyalarni

qurishni qarab chiqamiz. Butun to'g'ri to'rtburchakli sohada bo'laklab bichiziqli approksimatsiyalovchi funktsiyalar C^0 – sillqlikka ega. Quyidagi bikubik

$$H_3(x, y) = \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0}^3 \alpha_{jk} x^j y^k \quad (2.2.1) \text{ polinomni qaraymiz. Bunda } 0 \leq x, y \leq 1. \text{ kvadrat}$$

soha qaraladi. α_{jk} ($0 \leq j, k \leq 3$) koeffisientlarni $H_3, \frac{\partial H_3}{\partial x}, \frac{\partial H_3}{\partial y}, \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y}$ larning to'rtta uchlardagi qiymatlaridan foydalanib topish mumkin. Demak

$$A_3(x, y) = \sum_{0 \leq j, k, l, m \leq 1} (D^{(l, m)} U)_{jk} \psi_j^l(x) \psi_k^m(y) \quad (2.2.2) \text{ Bu yerda}$$

$$\psi_0^0(t) = (1-t)^2(1+2t),$$

$$\psi_0^1(t) = (1-t)^2 t,$$

$$\psi_1^0(t) = t^2(3-2t),$$

$$\psi_1^1(t) = t^2(t-1),$$

Pastki jk indeks $x = j, y = k$ uchdagi qiymatni aniqlaydi. To'g'ri to'rtburchakli sohada talab qilingan bikubik interpolyatsiyalovchi funktsiyani hosil qilish uchun (2.2.2) qanday o'zgartirish kerakligini ko'rish qiyin emas. Butun soha bo'yicha interpolyatsiyalovchi funktsiya (2.1.6) gao'xshash hosil qilinadi. Bu holda to'g'ri to'rtburchakli sohaning har bir tuguniga to'rtta bazis funktsiya mos keladi. Har bir ichki tugun uchun har bir bazis funktsiya to'rtta to'rtburchakli tashuvchisiga ega. Chegarada, ammo burchakda bo'lmagan harqanday tugun ikkita tashuvchi elementiga ega, burchakdagi tugun esa bitta to'g'ri to'rtburchakli elementga ega. Bo'laklab bikubik approksimatsiyalovchi funktsiya butun to'g'ri to'rt burchakli sohada $C^{1,1}$ – sillqlikka ega.

Izoh. $U(x, y)$ funktsiyaning $C^{j, k}$ -sillqligi hamma $D^{(l, m)}$ hosilalarning uzliksizligini anglatadi ($0 \leq l \leq j, 0 \leq m \leq k$)

1973 yildapauell tomonidan ajoyib to'rtburchakli element tavsiflangan. To'g'ri to'rtburchaklarni diagonallari yordamida to'rtta uchburchakka bo'linadi va har bir uchburchakda approksimatsiyalovchi funktsiya x va y ning to'la kvadratik funktsiyasi ko'rinishida beriladi. Bu kvadratik funktsiya koeffisientlarini shunday tanlash mumkinki to'g'ri to'rtburchakli sohada C^1 – sillqlik mavjud bo'ladi.

Aytish mumkinki ,to'g'ri to'rtburchak yacheykaning eng yaxshi shakli, chunki to'r butun holatda soddalashadi.

Masalan uchburchakli to'r uchburchaklarni juft-jufti bilan to'rtburchaklarga aylantirilib soddalashtirilishi mumkin. Ammo to'rtburchakning tomonlari bo'ylab, chiziqli forma bo'ladigan x, y ning polinomini topish mumkin emas .

Lemma 2.2.1. P_1P_2, P_3P_4 – lar uch o'lchovli fazoda nuqtalar bo'lib ,

$P_j = (x_j, y_j, z_j) (j=1,2,3,4)$ bo'lsin. U holda uchta $P_j, P_k, P_l (j \neq k \neq l)$ nuqtalardan o'tuvchi tekislik $P_{jkl} = -zC_{jkl} + z_jD_{jl} + z_lD_{jk}$ va C_{jkl}, D_{kl} hokazolar (2.1) punktda aniqlangan. Bundan tashqari

$\alpha \Pi_{klm} \Pi_{jkm} - \beta \Pi_{jlm} \Pi_{jkl} = 0$ (2.2.3) (bu yerda $(j, k, l, m) - (1, 2, 3, 4)$ ni ixtiyoriy siklli almashtirish) sirt to'rtta P_1, P_2, P_3, P_4 nuqtalar orqali o'tadi. va $P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4, P_4P_1$ to'g'ri chiziqlarni o'z ichiga oladi. α va β ning qiymatlari ixtiyoriy bo'lishi mumkin.

2.3. Birinchi tartibli giperbolik tenglama uchun Chekli element usuli .

Quyidagi

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b(x, t)u(x, t) = f(x, t), & (18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = u_0(x), 0 < x < 1, u(0, t) = u(l, t), 0 \leq t \leq T & (19) \end{cases}$$

masalani qarab chiqamiz. Bu yerda

$t \in (0, T), \Omega = \{(x, t): t \in (0, T), x \in (0, 1)\}, a = \text{const} > 0$ chegaralangan funksiya ;

$f(x, t) \in H = L_2(\Omega), u_0(x) \in L_2(0, 1),$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz :

$$(u, v) = (u, v)_{L_2(0,1)} = \int_0^1 u(x)v(x)dx.$$

$$\|u\| = \|u\|_{L_2(0,1)} = \sqrt{\int_0^1 u^2(x)dx}$$

Barcha funksiyalar, shu jumladan izlanayotgan yechim x bo'yicha davri 1 ga teng bo'lgan davriy funksiyalar deb faraz qilinadi. kelgusida doimo (agar alohida

takidlanmasa) faraz qilamizki, (5), (6) masaladagi dastlabki belgilar $u(x, t)$ yechimning barcha o'zgaruvchilariga nisbatan yetarlicha silliqiligini taminlaydi.

$w_1 = w_1(0, 1)$ orqali davri 1 ga teng bo'lgan x bo'yicha davriy funksiyalardan tashkil topgan $w_2^1(0, 1)$ fazosi o'zi va hosilasi kvadrati bilan jamlanuvchi funksiyalardan tarkib topgan bo'lib, unda skalyar ko'paytma va norma quyidagicha aniqlanadi:

$$(u, v) = (u, v)_{w_2^1} = \int_0^1 \left(\left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|^2 + |u|^2 \right)$$

$$\|u\|_t = \|u\|_{w_2^1} = (u, u)_1^{\frac{1}{2}}$$

(18) va (19) tenglamalarni $L_2(0, 1)$ fazodagi ixtiyoriy $w \in W_1$ funksiyaga skalyar ko'paytiramiz. Unda quyidagi munosabatlarni hosil qilamiz.

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{\partial u}{\partial t}, w \right)(t) + \left(a \frac{\partial u}{\partial x}, w \right)(t) + (bu, w)(t) = (f, u)(t), \quad 0 < t < T \quad (20) \\ & (u, w)(0) = (u_0, w) \end{aligned} \right. \quad (21)$$

(20) va (21) tengliklarni, umumlashgan yechimni aniqlashda asos qilib olsa bo'ladi. $u(x, t)$ yechim uchun aprior baho olamiz. $w(x, t)$ funksiya sifatida $u(x, t)$

Yechimni o'zini olamiz va (20) tenglikni $t' \in (0, t)$ bo'yicha integrallaymiz. Unda $\left(\frac{\partial u}{\partial x}, u \right) = \int_0^1 \frac{\partial u}{\partial x} u dx = \int_0^1 \frac{1}{2} \frac{\partial [u^2]}{\partial x} dx = 0$

Tenglikni hisobga olgan holda, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$[u]^2 \equiv \|u\|^2 + 2 \int_0^t (bu, u) dt' = 2 \int_0^t (f, u) dt' + \|u_0\|^2 = 0;$$

$$2[u] \frac{\partial u}{\partial t} = 2(f, u) \leq 2\|f\|(t)\|u\|(t) \leq 2\|f\|(t)[u](t);$$

$$\int_0^t \frac{d[u]}{dt'}(t') dt' \leq \int_0^t \|f\|(t') dt';$$

$$[u](t) \leq \int_0^t \|f\|(t') dt' + \|u_0\| \quad (22)$$

$$\max_{0 \leq t \leq T} \|u\|(t) + \left(\int_0^t (bu, u) dt \right)^{\frac{1}{2}} \leq c \left(\int_0^T \|f\|(t') dt' + \|u_0\| \right), \quad c > 0 \quad (23)$$

Bu yerdan esa yechimning yagonaligi kelib chiqadi. Endi, chekli elementlar usulini algoritmini bayon etishga o'tamiz. $[0,1]$ kesmada $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = 1$ to'rnini kiritamiz.

Bu yerda $h_i = x_i - x_{i-1}$, $h = \max_i h_i$, $h \leq c_1 \min_i h_i$, $\max_i |h_i - h_{i-1}| \leq c_2 h^2$ belgilashlar va tengsizliklardan foydalanamiz. To'ring har bir tugun nuqtasiga $\varphi_i(x)$ bazisli funksiyani mos qo'yamiz. Faraz qilamiz, soddalik uchun bu bo'lakli-chiziqli funksiyadan iborat bo'lsin:

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{h_i}, & x \in (x_{i-1}, x_i); \\ \frac{x_{i+1} - x}{h_{i+1}}, & x \in (x_i, x_{i+1}); \\ 0, & x \in (x_{i-1}, x_{i+1}); \end{cases} \quad i = 1, \dots, N-1$$

va $i = 0, \quad i = N$ uchun davriylik shartiga ko'ra $\varphi_0 = \varphi_N$

$$\varphi_N(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{N-1}}{h_N}, & x \in (x_{N-1}, x_N); \\ \frac{x_1 - x}{h_1}, & x \in (x_0, x_1); \\ 0, & x \notin (x_0, x_1) \cup (x_{N-1}, x_N); \end{cases} \quad \text{o'rinli bo'ladi.}$$

$\{\varphi_i(x)\}$ funksiyalar bazis sifatida qabul qilinadi va taqribiy yechim $u_h(x, t)$

$$u_h(x, t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \varphi_i(x), \quad a_0(t) = a_n(t) \text{ ko'rinishda izlanadi, bu yerda } a_i(t)$$

$$\left(\frac{\partial u_h}{\partial t}, \varphi_j \right)(t) + \left(a \frac{\partial u_h}{\partial x}, \varphi_j \right)(t) = (f, \varphi_j)(t) + (b u_h, \varphi_j)(t) = \left(f, \varphi_j \right)(t) \quad (24) \quad 1 \leq j \leq N$$

oddiy differensial tenglamalar sistemasi va

$$(u_h, \varphi_j)(0) = (u_{(0)}, \varphi_j), \quad (1 \leq j \leq N) \text{ boshlang'ich shartlardan aniqlanadi. } u_h(x, t)$$

taqribiy yechim ifodasini (24) tenglikka qo'yib

$$\sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial t} [a_i(t)](\varphi_i, \varphi_j) + a \sum_{i=1}^N a_i(t) \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x}, \varphi_j \right) + b \sum_{i=1}^N a_i(t) (\varphi_i, \varphi_j) = (f, \varphi_j)(t), \quad 1 \leq j \leq N \quad \text{hosil}$$

qilamiz. $\{\varphi_i(x)\}$ funksiyalarning finitligini hisobga olsak undayuqoridagi ifodada qatnashayotgan yig'indilarda faqatgina uchtdan noldan farqli hadlar qoladi xolos.

Shu sababli

$$(\varphi_1, \varphi_1) \frac{da_1(t)}{dt} + (\varphi_2, \varphi_1) \frac{da_2(t)}{dt} + (\varphi_N, \varphi_1) \frac{da_N(t)}{dt} + a \left(\frac{d\varphi_1}{dx}, \varphi_1 \right) a_1(t) + a \left(\frac{d\varphi_2}{dx}, \varphi_1 \right) a_2(t) +$$

$$a \left(\frac{d\varphi_N}{dx}, \varphi_1 \right) a_N(t) + b(\varphi_1, \varphi_1) a_1(t) + b(\varphi_2, \varphi_1) a_2(t) + b(\varphi_N, \varphi_1) a_N(t) = 0,$$

$$(\varphi_{j-1}, \varphi_j) \frac{da_{j-1}(t)}{dt} + (\varphi_j, \varphi_j) \frac{da_j(t)}{dt} + (\varphi_{j+1}, \varphi_j) \frac{da_{j+1}(t)}{dt} + a \left(\frac{d\varphi_{j-1}}{dx}, \varphi_j \right) a_{j-1}(t) + a \left(\frac{d\varphi_j}{dx}, \varphi_j \right) a_j(t) +$$

$$+ a \left(\frac{d\varphi_{j+1}}{dx}, \varphi_j \right) a_{j+1}(t) + b(\varphi_{j-1}, \varphi_j) a_{j-1}(t) + b(\varphi_j, \varphi_j) a_j(t) + b(\varphi_{j+1}, \varphi_j) a_{j+1}(t) = (f, \varphi_j), \quad j = \overline{2, N-1}$$

$$(\varphi_1, \varphi_N) \frac{da_1(t)}{dt} + (\varphi_{N-1}, \varphi_N) \frac{da_{N-1}(t)}{dt} + (\varphi_N, \varphi_N) \frac{da_N(t)}{dt} + a \left(\frac{d\varphi_1}{dx}, \varphi_N \right) a_1(t) + a \left(\frac{d\varphi_{N-1}}{dx}, \varphi_N \right) a_{N-1}(t) +$$

$$+ a \left(\frac{d\varphi_N}{dx}, \varphi_N \right) a_N(t) + b(\varphi_1, \varphi_N) a_1(t) + b(\varphi_{N-1}, \varphi_N) a_{N-1}(t) + b(\varphi_N, \varphi_N) a_N(t) = (f, \varphi_N),$$

oddiy differensial tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz .Ushbu sistemani qulaylik uchun

$$A \frac{da}{dt} + Ma = F \quad \text{matritsaviy ko'rinishni tanlab olamiz. Bu yerda}$$

$$A = \begin{pmatrix} (\varphi_1, \varphi_1) (\varphi_2, \varphi_1) 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & (\varphi_N, \varphi_1) \\ (\varphi_1, \varphi_2) (\varphi_2, \varphi_2) (\varphi_3, \varphi_2) & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & (\varphi_{N-2}, \varphi_{N-1}) & (\varphi_{N-1}, \varphi_{N-1}) & (\varphi_N, \varphi_{N-1}) \\ (\varphi_1, \varphi_N) & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & (\varphi_{N-1}, \varphi_N) & (\varphi_N, \varphi_N) \end{pmatrix}$$

$$M = aQ + bA,$$

$$F = ((f, \varphi_1), (f, \varphi_2), \dots, (f, \varphi_N))^T$$

$$Q = \begin{pmatrix} \left(\frac{d\varphi_1}{dx}, \varphi_1\right) & \left(\frac{d\varphi_2}{dx}, \varphi_1\right) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \left(\frac{d\varphi_N}{dx}, \varphi_1\right) \\ \left(\frac{d\varphi_1}{dx}, \varphi_2\right) & \left(\frac{d\varphi_2}{dx}, \varphi_2\right) & \left(\frac{d\varphi_3}{dx}, \varphi_2\right) & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \left(\frac{d\varphi_{N-2}}{dx}, \varphi_{N-1}\right) & \left(\frac{d\varphi_{N-1}}{dx}, \varphi_{N-1}\right) & \left(\frac{d\varphi_N}{dx}, \varphi_{N-1}\right) \\ \left(\frac{d\varphi_1}{dx}, \varphi_N\right) & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \left(\frac{d\varphi_{N-1}}{dx}, \varphi_N\right) & \left(\frac{d\varphi_N}{dx}, \varphi_N\right) \end{pmatrix}$$

A va Q matritsalar elementlaridagi skalyar ko'paytmalarni hisoblab, ularning quyidagi ifodalarini hosil qilamiz.

$$A = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}(h_1 + h_2)\right) & \frac{h_2}{6} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \frac{h_1}{6} \\ \frac{h_2}{6} & \left(\frac{1}{3}(h_2 + h_3)\right) & \frac{h_3}{6} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{h_{N-1}}{6} & \left(\frac{1}{3}(h_{N-1} + h_N)\right) & \frac{h_N}{6} \\ \frac{h_1}{6} & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \frac{h_N}{6} & \left(\frac{1}{3}(h_1 + h_N)\right) \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \dots & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

(25) oddiy differensial tenglamalar sitemasi uchun boshlang'ich shartlar

$Aa(0) = \varphi$ ko'rinishda beriladi. Bu yerda

$$\varphi = ((u_{(0)}, \varphi_1), (u_{(0)}, \varphi_2), \dots, (u_{(0)}, \varphi_N))^T$$

Turg'unlik

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^T \frac{da_i(t)}{dt} + a \sum_{i=1}^N a_i(t) \left(\frac{d\varphi_i}{dx}, \varphi_j \right) + b \sum_{i=1}^N a_i(t) (\varphi_i, \varphi_j) = (f, \varphi_j)(t), \\ \sum_{i=1}^N a_i(0) (\varphi_i, \varphi_j) = (u_0, \varphi_j) \quad j = 1, N \quad i = 1, N \end{cases}$$

Skalyar ko'paytmalarni hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} (\varphi_{i-1}, \varphi_i) &= \frac{h_i}{6} \quad (\varphi_i, \varphi_i) = \frac{1}{3}(h_i + h_{i+1}) \quad (\varphi_i, \varphi_{i+1}) = \frac{h_i}{6} \\ \left(\frac{d\varphi_{i-1}}{dx}, \varphi_i \right) &= -\frac{1}{2} \quad \left(\frac{d\varphi_{i+1}}{dx}, \varphi_i \right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Quyidagi $\psi^{\pm 1}, \mathcal{G}^{\pm 1}$ -siljish operatorlarini kiritamiz.

$$\psi^{\pm 1} u_h(t, x_n) = u_h(t, x_n \pm h)$$

Va L_x^n -interpolyatsiya ξ -ayirmali hosila

$$\begin{aligned} L_x^n &= (\varphi_{i-1}, \varphi_i) \psi + (\varphi_i, \varphi_i) + [\varphi_{i+1}, \varphi_i] \psi^{-1} \\ \xi &= \left(\frac{\partial \varphi_{i-1}}{\partial x}, \varphi_i \right) \psi + \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x}, \varphi_i \right) + \left(\frac{\partial \varphi_{i+1}}{\partial x}, \varphi_i \right) \psi^{-1} \end{aligned}$$

Operatorlarni kiritamiz. U holda (26) sistema

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} (L_x u_h) + a \xi u_h + b L_x u_h = (f, \varphi_j) \\ L_x u_h(0, x_i) = (u_0, \varphi_j) \end{cases}$$

ko'rinishda yoziladi..

Integral qiymatlarini hisoblab biz L_x, ξ -operatorlarni quyidagi ko'rinishga yozib olamiz:

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{1}{6} h (\psi + 4 + \psi^{-1}) \\ \xi &= -\frac{1}{2} (\psi - \psi^{-1}) \end{aligned}$$

Ushbu ifodalarni o'rniga qo'yib (27) dan quyidagi ayirmali sxemani hosil qilamiz.

$$\frac{1}{6} \frac{d}{dt} [u_{i+1} + 4u_i + u_{i-1}] + a \frac{1}{2h} [-u_{i+1} + u_{i-1}] + b \frac{1}{6} [u_{i+1} + 4u_i + u_{i-1}] = f_i \quad i = \overline{1, N-1}; \quad (28)$$

$$\frac{1}{6}[u_{i+1} + 4u_i + u_{i-1}](0) = \bar{u}; \quad i = 0, \bar{N};$$

Bu yerda

$$f_i = \frac{1}{h} \int_0^{l_x} f(x) \varphi_j(x) dx$$

$$\bar{u}_i = \frac{1}{h} \int_0^l u_0(x) \varphi_j(x) dx$$

Shunday qilib dastlabki chekli –elementlar sxemasi (28–29) ko'rinishda difrensial ayirmali sxema ko'rinishida yozib olindi . Ushbu sxema turg'inligini tekshiramiz. Shu maqsadda (28) differensial – ayirmali sxemani

$\tilde{u} = \frac{1}{6}[u_{i+1} + 4u_i + u_{i-1}]$ ifodaga ko'paytirib

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\tilde{u})^2 + \frac{a}{12h} [u_{i-1}^2 + 4u_i u_{i-1} - 4u_i u_{i+1} - u_{i+1}^2 - u_{i+1}^2] + b(\tilde{u})^2 = f_1 \tilde{u} \quad (30) \quad \text{hosil}$$

qilamiz. (30) tenglikni h ga ko'paytirib i bo'yicha 1 dan $N-1$ gacha yig'ib chiqamiz.

$$\sum (u_{i-1}^2 + 4u_i u_{i-1} - 4u_i u_{i+1} - u_{i+1}^2 - u_{i+1}^2) = (u_0^2 + 4u_1 u_0 - 4u_1 u_2 - u_2^2) + (u_1^2 + 4u_2 u_1 - 4u_2 u_3 - u_3^2) + \dots$$

$$+ (u_{N-2}^2 + 4u_{N-1} u_{N-2} - 4u_{N-1} u_N - u_N^2 - u_N^2) = u_0^2 + 4u_1 u_0 + u_1^2 - u_{N-1}^2 - 4u_{N-1} u_N - u_N^2 \quad (31)$$

Chegaraviy shartlarga binoan

$$\begin{cases} u_0 = u_{N-1} \\ u_1 = u_N \end{cases} \quad (32)$$

davriylik shartlari o'rinalidir. Bu yerdan esa o'z navbatida barcha (31) yig'indi nolga tengligi kelib chiqadi. Shu sababli (30) tenglikdan

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} I(t) + bI(t) = h \sum_{i=1}^{N-1} f_i u, \quad I(t) = h \sum_{i=1}^{N-1} (\tilde{u})^2 \quad (33)$$

oddiy differensial tenglamni hosil qilamiz.

$$1) \quad c(u)^2 \leq |c(u)|^2$$

$$2) \quad h \sum_{i=1}^{N-1} |f u| \leq \left(h \sum_{i=1}^{N-1} f^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(h \sum_{i=1}^{N-1} u^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

tengsizliklardan foydalanib (33) oddiy differensial tenglamani

$(0 \leq t_1 < t_2 \leq T)$ $[t_1, t_2]$ kesmada integrallangandan keyin

$[U(t_2)]^2 \leq [U(t_1)]^2 + M \int_{t_1}^{t_2} [U(t)]^2 dt + N \int_{t_1}^{t_2} [U(t)] dt$ tengsizlikni hosil qilamiz, bunda

$$M = 2|b|, n = 2 \max_t \left(h \sum_{i=1}^{N-1} f \right)^{\frac{1}{2}} \quad I(t_2) = [U(t_2)]^2, I(t_1) = [U(t_1)]^2, I(t) = \int_{t_1}^{t_2} [U(t)]^2 dt, \text{ belgilashlarni}$$

kiritsak, [5] qo'llanmadagi integral tengsizligi haqidagi lemmaga asosan

$$I(t) \leq I(0)e^{\frac{M}{2}t} + \frac{N}{M} \left(e^{\frac{M}{2}t} - 1 \right)$$

energetik bahoni olamiz.

II usul (Energetik bahoni olish).

(26) sistema har bir tenglamasini $a_j(t)$ ko'paytirib j bo'yicha 1 dan N gacha yig'ib chiqamiz.

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i(x) \right), \sum_{j=1}^N a_j(t) \varphi_j(x) \right) + a \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i(x), \sum_{j=1}^N a_j(t) \varphi_j(x) \right) \right) + \\ & + b \left(\sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i(x), \sum_{j=1}^N a_j(t) \varphi_j(x) \right) = \left(f(t, x), \sum_{j=1}^N a_j(t) \varphi_j(x) \right); \\ & \left(\sum_{i=1}^N a_i(0) \varphi_i(x), \sum_{j=1}^N a_j(0) \varphi_j(x) = (u_0(x), u_0(x)) \right) \end{aligned} \right.$$

yoki

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} u_h, u_h \right) + a \left(\frac{\partial}{\partial x} u_h, u_h \right) + b(u_h, u_h) = (f, u_h) \\ & (u_h(0), u_h(0)) = (u_0(x), u_0(x)) \end{aligned} \right.$$

$$I(t) = \int_0^{l_x} (u_h \cdot u_h) dx$$

$$1) \left(\frac{\partial}{\partial t} u_h, u_h \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (u_h, u_h) \quad 2) \left(\frac{\partial}{\partial x} u_h, u_h \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u_h, u_h)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (u_h, u_h) + a \frac{\partial}{\partial x} (u_h, u_h) + 2b(u_h, u_h) = 2(f, u_h)$$

Bu yerda

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} u_h, u_h \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (u_h, u_h) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{l_x} u_h \cdot u_h dx = 0$$

Nihoyat

$$\frac{d}{dt}I(t) + 2 \cdot b \cdot I(t) = 2(f, u_h)$$

oddiy differensial tenglamani hosil qilamiz, bunda

$$I(t) = \int_0^{l_x} (u_h(t, x) \cdot u_h(t, x)) dx = \int_0^{l_x} \left(\sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i(x) \sum_{j=1}^N a_j(t) \varphi_j(x) \right) dx = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M a_i(t) (\varphi_i, \varphi_j)$$

Bu yerdan esa

$$I(t) \leq I(0) e^{\frac{M}{2}t} + \frac{N}{M} \left(e^{\frac{M}{2}t} - 1 \right) \text{ tengsizlikni hosil qilamiz.}$$

2.4. Masalani yechish algoritmi, dasturi va hisoblash natijalari

Berilgan (18) tenglamada $a=1, b=1, f(x, t) = \cos(x-t)$ deb olamiz. U holda (18) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$u_t + u_x + u = \cos(x-t), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad T=1 \text{ sohada}$$

Boshlang'ich shart:

$$u(0, x) = \phi(x), \quad \phi(x) = \cos(x-t)$$

$h = \frac{1}{N}$, $N=10$, $n=N$ qadam bilan berilgan sohani bo'laklarga bo'lib chiqamiz.

Bazis funksiyalar uchun quyidagi ifodani aniqlaymiz.

Birinchi tartibli bazis funksiyalar uchun:

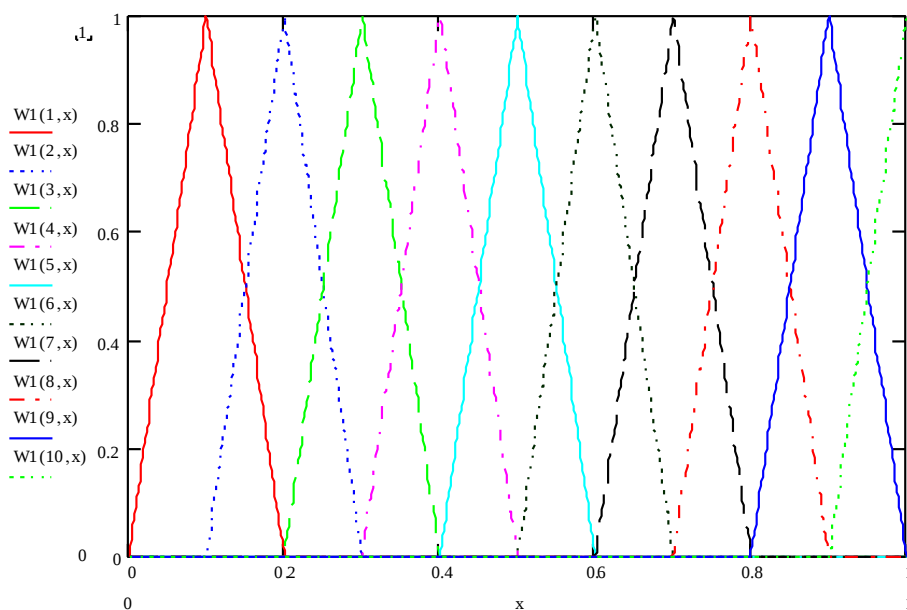
$$i := 1..N$$

$$j := 1..N$$

$$s := 0$$

$$W1(i, x) := \begin{cases} \frac{[x - [s + (i-1) \cdot h]]}{h} & \text{if } [x > s + (i-1) \cdot h] \cdot (x \leq s + i \cdot h) \\ \frac{[s + (i+1) \cdot h - x]}{h} & \text{if } (x > s + i \cdot h) \cdot [x < s + (i+1) \cdot h] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Biz madcadda yuqorida berilgan funksiyani kiritganimizda bizga quyidagi grafik hosil bo'ladi. Biz hosil bo'lgan grafikdan foydalanib natijani yanada aniqroq ko'rishimiz mumkin.



Masalani yechish uchun (25)-sistemadagi A,Q matritsalarini quyidagi ko'rinishda aniqlaymiz.

$$A_{i,j} := \int_0^1 W1(i,x) \cdot W1(j,x) dx$$

$$A =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0.067	0.017	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.017	0.067	0.019	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.019	0.067	0.017	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0.017	0.067	0.017	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0.017	0.067	0.017	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0.017	0.067	0.017	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0.017	0.067	0.019	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0.019	0.067	0.017	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0.017	0.067	0.017
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.017	0.033

$$Q_{i,j} := \int_0^1 \left(\frac{d}{dx} W1(j,x) \right) \cdot W1(i,x) dx$$

$$Q =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	2.889·10 ⁻⁵	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	-0.5	1.464·10 ⁻⁵	0.5	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	-0.5	-1.464·10 ⁻⁵	0.5	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	-0.5	2.889·10 ⁻⁵	0.5	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	-0.5	1.06·10 ⁻¹³	0.5	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	-0.5	2.889·10 ⁻⁵	0.492	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	-0.5	0.042	0.464	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.485	0.071	0.417
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.431	0.082
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.339

(25) formuladagi M quyidagi ko'rinishni oladi:

$M = a \cdot Q + b \cdot A$, va biz quyidagi tenglamaga kelimiz.

$$F(t) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n-1 \\ \quad G_i \leftarrow \int_0^1 f(x,t) \cdot W1(i,x) dx \\ \text{for } i \in n \\ \quad G_i \leftarrow \int_0^1 2 \cdot (f(x,t) \cdot W1(i,x)) dx \\ G \end{array} \right|$$

Boshlang'ich shartdagi vektorni quyidagi formula bilan aniqlaymiz:

$$V_i := \int_0^1 \psi(x) \cdot W1(i,x) dx$$

Differensial tenglamalar sistemasini yechish uchun Mathcadda qurilgan differensial tenglamalar sistemasini Runge-Kutt usulidan foydalanib yechadigan **rkfixed** funksiyasidan foydalanib yechamiz.

$$\frac{d}{dt} V + A^{-1} \cdot M \cdot V = A^{-1} \cdot F(t)$$

$$vo := A^{-1} \cdot V$$

$$Z := rkfixed(vo, 0, 1, N, D)$$

$$Z := \begin{pmatrix} 0 & 0,856 & 0,327 & -0,327 & -0,856 & -1,058 & -0,856 & -0,327 & 0,856 & 1,058 \\ 0.1 & 1.058 & 0.832 & 0.32 & -0.334 & -0.86 & -1.058 & -0.852 & 0.334 & \mathbf{0.86} \\ 0.2 & 0.864 & 1.058 & 0.848 & 0.314 & -0.34 & -0.864 & -1.058 & -0.314 & 0.34 \\ 0.3 & 0.346 & 0.867 & 1.058 & 0.844 & 0.308 & -0.346 & -0.867 & -0.844 & -0.308 \\ 0.4 & -0.303 & 0.351 & 0.871 & 1.058 & 0.841 & 0.303 & -0.351 & -1.058 & -0.841 \\ 0.5 & -0.838 & -0.298 & 0.355 & 0.873 & 1.058 & 0.838 & 0.298 & -0.873 & -1.058 \\ 0.6 & -1.057 & -0.835 & -0.294 & 0.36 & 0.876 & 1.057 & 0.835 & -0.36 & -0.876 \\ 0.7 & -0.878 & -1.057 & -0.833 & -0.29 & 0.363 & 0.878 & 1.057 & 0.29 & -0.363 \\ 0.8 & -0.367 & -0.88 & -1.057 & -0.83 & -0.287 & 0.367 & 0.88 & 0.83 & 0.287 \\ 0.9 & 0.283 & -0.37 & -0.882 & -1.057 & -0.828 & -0.283 & 0.37 & 1.057 & 0.828 \end{pmatrix}$$

Sonliyechimni topamiz:

$$x_i := i \cdot h \quad j := k$$

$$U_{i,k} = \sum_{j=1}^N \left[\left(H^{(j)} \right)_k \cdot W1(j, x_i) \right]$$

$$U := \begin{pmatrix} 1.058 & 0.864 & 0.346 & -0.303 & -0.838 & -1.057 \\ 0.852 & 1.058 & 0.867 & 0.351 & -0.298 & -0.835 \\ 0.32 & 0.848 & 1.058 & 0.871 & 0.355 & -0.294 \\ -0.334 & 0.314 & 0.844 & 1.058 & 0.873 & 0.36 \\ -0.86 & -0.34 & 0.308 & 0.841 & 1.058 & 0.876 \\ -1.058 & -0.864 & -0.346 & 0.303 & 0.838 & 1.057 \\ -0.852 & -1.058 & -0.867 & -0.351 & 0.298 & 0.835 \\ -0.32 & -0.848 & -1.058 & -0.871 & -0.355 & 0.294 \\ 0.334 & -0.314 & -0.844 & -1.058 & -0.873 & -0.36 \\ 0.86 & 0.34 & -0.308 & -0.841 & -1.058 & -0.876 \end{pmatrix}$$

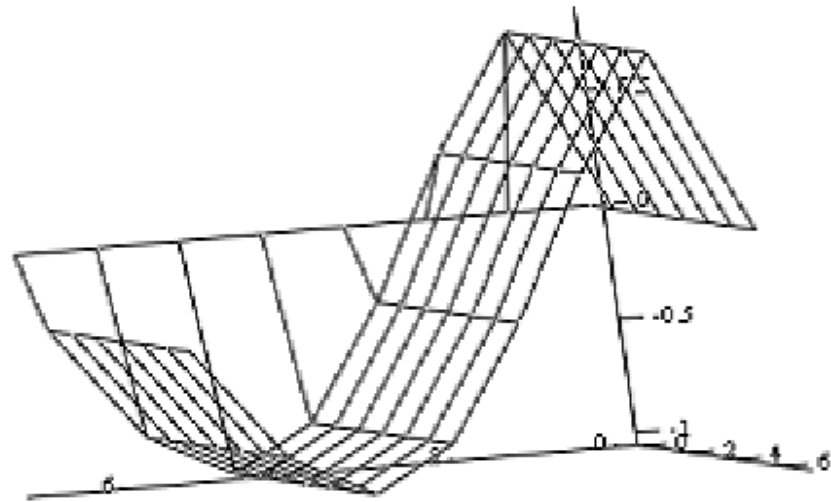
U sonli yechim bilan berilgan u aniq yechimni solishtiramiz.

$$u := \cos[2 \cdot \pi(x - t)]$$

$$u := \begin{cases} \text{for } j \in 1..n \\ \text{for } i \in 1..n \\ u_{i,j} \leftarrow \cos[2 \cdot \pi \cdot (x_i - t_j)] \\ u \end{cases}$$

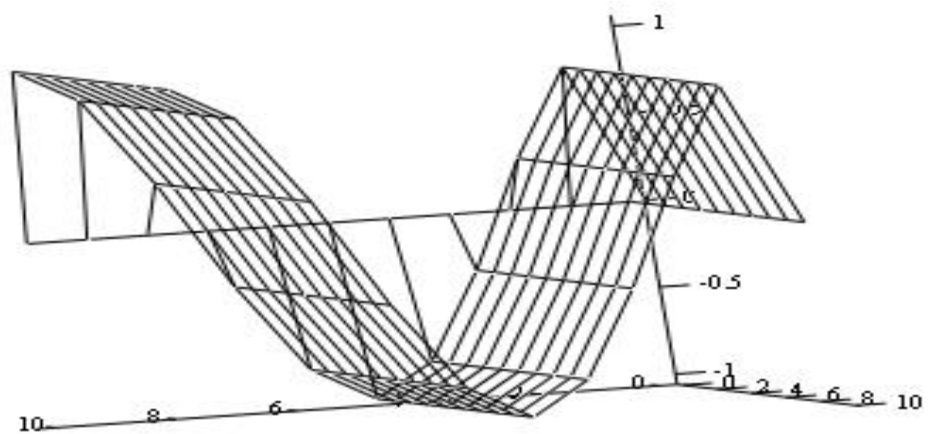
$$u := \begin{pmatrix} 1 & 0.809 & 0.309 & -0.309 & -0.809 & -1 & -0.809 & -0.309 & 0.309 & 0.809 \\ 0.809 & 1 & 0.809 & 0.309 & -0.309 & -0.809 & -1 & -0.809 & -0.309 & 0.309 \\ 0.309 & 0.809 & 1 & 0.809 & 0.309 & -0.309 & -0.809 & -1 & -0.809 & -0.309 \\ -0.309 & 0.309 & 0.809 & 1 & 0.809 & 0.309 & -0.309 & -0.809 & -1 & -0.809 \\ -0.809 & -0.309 & 0.309 & 0.809 & 1 & 0.809 & 0.309 & -0.309 & -0.809 & -1 \\ -1 & -0.809 & -0.309 & 0.309 & 0.809 & 1 & 0.809 & 0.309 & -0.309 & -0.809 \\ -0.809 & -1 & -0.809 & -0.309 & 0.309 & 0.809 & 1 & 0.809 & 0.309 & -0.309 \\ -0.309 & -0.809 & -1 & -0.809 & -0.309 & 0.309 & 0.809 & 1 & 0.809 & 0.309 \\ 0.309 & -0.309 & -0.809 & -1 & -0.809 & -0.309 & 0.309 & 0.809 & 1 & 0.809 \\ 0.809 & 0.309 & -0.309 & -0.809 & -1 & -0.809 & -0.309 & 0.309 & 0.809 & 1 \end{pmatrix}$$

Taqribiy yechim



u

Aniq yechim



u

II Bob bo'yicha xulosa. Bitiruv malakaviy ishimning II bobi 4 ta punktdan iborat.

1-punktda yechim izlanayotgan soha murakkab ko'rinishga ega bo'lgan bazis funksiyalarni tanlash muammosi o'rganib chiqilgan. Uchburchakli elementlarni hosil qilish uslubiyoti ko'rsatilgan.

2-punktda to'rtburchakli elementlarni hosil qilish ularni amalda qo'llash muammolari o'rganib chiqilgan.

3-punktda esa birinchi tartibli 1 ta giperbolik tenglama uchun qo'yilgan chegaraviy masalani chekli element metodi yordamida yechish algoritmi kiritilgan.

4-punktda 1 ta giperbolik masala uchun chegaraviy masala chekli elementlar metodi yordamida yechilib natijalar keltirilgan.

Xotima

Bitiruv malakaviy ishim II bobdan iborat bo'lib I-bobi 3 ta punktdan iborat II, bobi 4 ta punktdan iborat. Bitiruv malakaviy ishimning I-bobi 3 ta punktdan iborat. 1-punktda bo'laklab polinomial funktsiyalar yordamida aproksimatsiyalash masalasi qaralgan.

2-punktda chekli elementlar metodi bilan bog'liq bo'lgan funktsional fazolar haqida malumotlar keltirilgan.

3-punktda chekli elementlar metodida muhim ahamiyatga ega bo'lgan aproksimatsiyalovchi qism fazolar o'rganilib ular haqida to'liq malumot berilgan II bobi esa 4 ta punktdan iborat.

1-punktda yechim izlanayotgan soha murakkab ko'rinishga ega bo'lgan bazis funktsiyalarni tanlash muammosi o'rganib chiqilgan. Uchburchakli elementlarni hosil qilish uslubiyoti ko'rsatilgan.

2-punktda to'rtburchakli elementlarni hosil qilish ularni amalda qo'llash muammolari o'rganib chiqilgan.

3-punktda esa birinchi tartibli 1 ta giperbolik tenglama uchun qo'yilgan chegaraviy masalani chekli element metodi yordamida yechish algoritmi kiritilgan.

4-punktda 1 ta giperbolik masala uchun chegaraviy masala chekli elementlar metodi yordamida yechilib natijalar keltirilgan.

ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. Islom Karimov. Yuksak manaviyat –yengilmas kuch. Toshkent ‘ma’naviyat’ 2009
2. Islom Karimov. Milliy Istiqlol Mafkurasi-xalq etiqodi va buyuk kelajakka ishonchdir. Toshkent-‘O‘zbekiston’-2000
3. Kadrlar tayyorlash bo‘yicha milliy dastur. (maxsus kurs). Toshkent -1997.
4. Sh.Merojova. Matematik fizika tenglamalari fanidan mashqlar to‘plami. Buxoro -2007.
5. Деклу Ж. Метод конечных элементов. М.:Мир 1976
6. Марчук Г.И.,Агошков В.И.Введение в проексион но сеточные методы. М.:Наука 1981.
7. Галлатер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир 1984
8. Годунов С.К.,Рябенский В.С. Разностные схемы. М.:Наука 1979
9. Н.П.Жидков. Линейные аппроксимации функционалов- М, Из-во МГУ, 1977г
10. М.Исроилов. Хисоблаш методлари. I-кисм. Тошкент 1988 й
- 11.Ю.Н.Субботин, С.Б.Стечкин. Сплайны и вычислительная математике-М; Наука, 1976 г.
12. Г.Стренг, Дж.Фикс. Теорияметода конечных элементов-М. Мир 1977 г