

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

ГУЛИСТОН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

УМУМИЙ МАТЕМАТИКА КАФЕДРАСИ

РЕФРАТ

Топширди: Бекматова Севара

Қабул қилди: доц. Мирзаев Ч.

Гулистон-2010

***Мавзу: Эҳтимолнинг классик таърифи. Комбинаторика
элементлари. Эҳтимолнинг бошқа таърифлари.***

Режа:

1. Эҳтимолнинг классик таърифи.
2. Комбинаторика элементлари.
3. Эҳтимолнинг геометрик ва статистик таърифлари.

Бизга ўтган мавзудан маълумки, Ω – барча мумкин бўлган элементар ҳодисалар фазоси эди. Агар Ω – чекли тўплам бўлса, яъни унга кирувчи элементар ҳодисанинг рўй бериш имконияти бир хил бўлса, у ҳолда бу элементар ҳодисалар тенг имкониятли ҳодисалар дейилади. Масалан, кубикни ташланганда 1,2,3,4,5,6 очколари тушуш ҳодисалари тенг имкониятлардир.

Бизга маълумки, бирор A тасодифий ҳодиса (бир неча) элементар ҳодисаларни олади. У ҳолда қуйидаги таъриф, эҳтимол тушунчасини аниқлайди.

Таъриф. A тасодифий ҳодисанинг эҳтимоли деб $\frac{m}{n}$ сонга айтилади ва $P(A)$ деб белгиланади, яъни $P(A) = \frac{m}{n}$, бу ерда n -барча элементар ҳодисалар сони, m - эса A ҳодисага кирувчи элементар ҳодисалар сони. Эҳтимолнинг бу таърифи унинг классик таърифи дейилади.

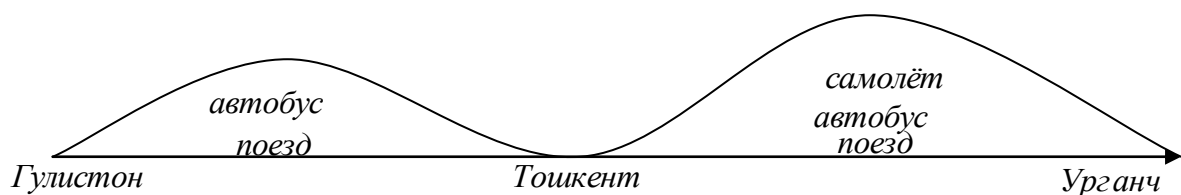
Мисол. 2 та кубик ташланганда рақамлар йиғиндиси 9га тенг бўлиш ҳодисасининг эҳтимоли топилсин.

Ечиш. Барча элементар ҳодисалар сони 36та, улар (1,1), (1,2), . . ., (1,6), (2,1), . . ., (6,6) элементар ҳодисалар. A ҳодисага кирувчи элементар ҳодисалар (3,6), (4,5), (5,4), (6,3) демак, $m=4$. У ҳолда $P(A) = \frac{4}{36}$. Классик таъриф билан бевосита ҳисобланадиган Машқларни [3] дан топиш мумкин.

Комбинаторика эҳтимоллар назариясинг мисол ва машқларни ечишда жуда кўп қўлланишини ҳисобга олган ҳолда, биз бу маърузада ёритишни лозим топдик.

Мисол. Гулистондан Урганчга бориш. Фараз қилайлик, Гулистондан Урганчга бориш учун, аввал Гулистондан Тошкентга автобусда ёки поездда, сўнгра, Тошкентдан Урганчга бориш учун

автобуста, поезда ва самолётда бориш имкониятлари бўлсин. У ҳолда Гулистондан Урганчга неча хил усул билан бориш мумкин?



Кўриниб турибдики, Гулистондан Тошкентга 2-хил усул билан, Тошкентдан Урганчга 3 хил усул билан бориш мумкин.

У ҳолда Гулистондан Урганчга қуйидаги схемада бориш мумкин. $G \rightarrow T \rightarrow U: (a,a), (a,p), (a,c), (p,a), (p,c)$ яъни $2 \cdot 3 = 6$ хил усул билан бориш мумкин экан.

Бу биттадан ташлашни умумлаштирамиз. Фараз қилайлик, k -та ҳар хил группа бўлиб, 1-сида n_1 , 2-сидан $n_2, \dots$, k -сидан n_k элемент мавжуд бўлсин. У ҳолда бир группадан битта танлаб k - элементли группа ташкил этиш учун $N = n_1 \cdot n_2 \dots n_k$ (1) та усул танлаш мумкин.

Энди мисолни салгина бошқачароқ қўямиз. Фараз қилайлик, n -элементли группа бериган бўлиб битта элемент олиб уни фиксирлаймиз ва яна группани қайтариб бу процессни давом эттирамиз. Бу усулни k марта такрорлаб k - элементли группани тузамиз. Бу усулда танлашлар сони $N = n^k$ бўлади. Бунинг исботи $n_1 = n_2 = \dots = n_k$ десак, (1) дан келиб чиқади. Бу сонга ўрин алмаштиришлар сони дейилади. Бу тажрибани ҳам салгина ўзгартирамиз. Юқорида баён этилган группадан битта элемент олиб группага қайтармаймиз. 1-чи элементни n хил усул билан, 2-чи элементни $n-1$ хил усул билан, k -элементни $n-k+1$ хил усул билан олиш мумкин. У ҳолда k - элементли группа ҳосил қилиш учун $N = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = A_n^k$ хил усул билан танлаш мумкин. Бу сон ўринлаштириш сони дейилади. Агар $k = n$ бўлса, қуйидагича бўлади.

$$A_n^n = n(n-1)(n-2)\dots 2 \cdot 1 = n!.$$

Энди n - элементли группани k - элементли группачаларга ажратиб чиқамиз. Бундай ажратишлар усули

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

та бўлар экан. Юқорида баён этилган комбинаторика элементлари эҳтимоллар назарияси машқларини ечишда кенг қўлланилади.

Мисол. Карталар дастасидан (36 дона карта) таваккалига 4таси олинди. Шулар ичида битта туз карта бўлиш эҳтимолини топинг.

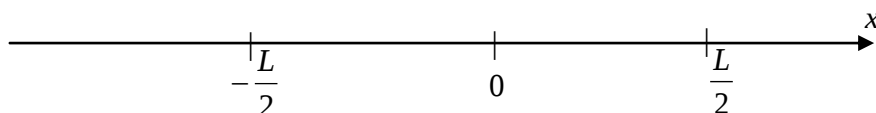
Ечиш: 36 дона картадан 4 таси C_{36}^4 хил усул билан олиш мумкин, яъни $n = C_{36}^4$ олинган 4та картанинг биттаси туз бўлиши C_4^1 хил усул билан, учтаси бошқа карта бўлиши эса C_{32}^3 усул билан олиш имконияти бор. Демак, $m = C_4^1 C_{32}^3$. Шундай қилиб эҳтимолнинг классик таърифига биноан $P = \frac{C_4^1 C_{32}^3}{C_{36}^4} \approx 0,3368$ бўлади.

Эҳтимолнинг классик таърифи билан эҳтимолни топиш ҳар доим ҳам мумкин бўлавермайди. Чунки, шундай тажрибалар борки, бундай элементар ҳодисалар сонини кўрсатишнинг имконияти йўқ.

Фараз қилайлик бирор G соҳа берилган бўлиб, бу бирор G_1 ўз ичига олсин. Яъни $G_1 \subset G$ соҳага таваккалига ташланган нуқта G_1 га тушиш эҳтимолни топиш талаб этиган бўлсин. Бу ерда барча элементар ҳодисалар тўплами G тўпламнинг барча нуқталаридан иборат, яъни континуум қувватли. Шу сабабли классик таърифдан фойдалана олмаймиз. Бундай масалаларни ечишда $P(A) = \frac{mes G_1}{mes G}$ формуладан фойдаланилади. Бу ерда «mes» тўпламнинг ўлчовини (узунлик, юза, хажм) билдиради.

Мисол. L узунликдаги кесмага таваккалига нуқта ташланди. Ташланган нуқта кесманинг ўртасидан кўпи билан l масофада ётиш ҳодисасининг эҳтимолини топинг.

Ечиш. L узунликдаги кесманинг ўртаси санок боши деб қабул қиламиз.



у ҳолда юқоридаги қаноатлантирувчи нуқталар тўпламини $-l \leq x \leq l$ бўлади. Бу кесманинг узунлиги $2l$ га тенг. У ҳолда изланаётган эҳтимол $P = \frac{2l}{L}$ га тенг. Бу мавзуга доир кўплаб мисолларни[2] дан топиш мумкин.

Бундан ташқари шундай тажрибалар бўладики, улардан бирорта A ҳодисанинг рўй бериш ёки рўй бермаслиги маълум сон атрофида турғун бўлади. Агар p тажрибалар сони v -шу тажрибаларда A ҳодисанинг рўй беришлар сони десак, у ҳолда $w(A) = \frac{v}{n}$, A ҳодисанинг нисбий частотаси дейилади. Шу нисбий частота A ҳодисанинг рўй бериш эҳтимолини ҳам ҳарактерлайди. Бундай усулда аниқланган эҳтимол систематик ҳодисанинг статистик эҳтимоли дейилади.

Масалан.Пирсон деган олим тангани 24 минг марта ташлаб тажриба ўтказган. Шулардан 12012 мартасида рақам тарафи тушган.Бундан кўринадики танганинг рақам тушиш ҳодисасининг статистик эҳтимоли $\frac{12012}{24000}$ га, яъни 0,5 га яқин.Бундай мисолларни кўплаб келтириш мумкин.

Ҳар бир талаба бундай тажрибаларни ўтказиб туриш мумкин.

Адабиётлар::

1. С.Х. Сирожиддинов, М.М.Маматов «Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика» Т.”Ўқитувчи» 1980й.
2. Б.В.Гнеденко “Курс теории вероятностей» М.Наука. 1980.
3. Ежев «Комбинаторика».
4. В.Е.Гмурман «Эҳтимоллар назарияси ва математик статистикадан мисоллар».