

Қ. Сафаева

Молия математикаси

$$S = K(1 + t_1 i_1 + t_2 i_2 + \dots + t_m i_m) = K \left(1 + \sum_{k=1}^m t_k i_k \right)$$

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{P}{100} \right)^n$$

“IQTISOD-MOLIYA”

Сафоева Қ. Молия математикаси / Ўқув қўлланма. Тошкент, "IQTISOD-MOLIYA", 2007 й. 136 бет.

Ушбу ўқув қўлланма Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан 2002 йил 28 февралда тасдиқланган «Бизнес ва бошқарув» ҳамда «Ўқитувчилар тайёрлаш ва педагогика фани таълим соҳасидаги барча магистратура мутахассисликлари учун яратилган таълим стандартлари талабларига мос равишда ишлаб чиқилган.

Ўқув қўлланмада молия операцияларида оддий ва мураккаб фоизларни ҳисоблаш билан боғлиқ бўлган масалалар, инвестиция лойиҳаларининг самарадорлигини ҳисоблашга доир масалалар, молия операцияларида инфляцияни ҳисоблаш, актуар ҳисоблаш элементлари ва молия математикасининг бошқа фундаментал бўлимларидан иқтисодчи кадрлар учун етарли даражада математик билимлар тизими берилган.

Ўқув қўлланма Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги Олий ўқув юртлараро илмий-услубий бирлашмалар фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгаши қарори асосида нашр этилган ўқув қўлланманинг қайта нашридан иборат бўлиб, унга айрим тузатишлар киритилган. Шу билан бир қаторда, оддий ва мураккаб фоизларга доир қўшимча маълумотларни акс эттирувчи янги параграфлар ҳамда суғуртада қўлланиладиган актуар ҳисобларни ёритувчи қўшимча боб билан тўлдирилган.

Ўқув қўлланмадан иқтисодиёт йўналишидаги барча олий ўқув юртларининг талабалари, магистрлари, профессор-ўқитувчилари ҳамда молиявий ҳисобларда сонли усулларни қўллаш билан шуғулланувчи мутахассислар фойдаланиши мумкин.

Ушбу қўлланма институт қошидаги Олий ўқув юртлараро Илмий-услубий Кенгашда муҳокама қилинган ва нашрга тавсия этилган (2006 йил 16 декабрдаги қарори).

Такризчилар: и.ф.д., проф. Б. Бегалов,
ф.м.ф.н., доц. Э. Маъмуров

**Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус
таълим вазирлиги**

Тошкент Молия институти

Қ. Сафаева

**Молия математикаси
(ўқув қўлланма)**

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг Олий ўқув юртларидаги илмий-услубий бирлашмалар фаолиятини мувофиқлаштирувчи Кенгаши томонидан ўқув қўлланма сифатида тавсия этилган.

**Тошкент
“IQTISOD-MOLIYA”
2007**

Молия математикаси. Ўқув қўлланма Қ. Сафаева. Тошкент, “IQTISOD-MOLIYA”, 2007 й, 150 б.т.

Ушбу ўқув қўлланма Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан 2002 йил 28 февралда тасдиқланган «Бизнес ва бошқарув» ҳамда «Ўқитувчилар тайёрлаш ва педагогика фани таълим соҳасидаги барча магистратура мутахассисликлари учун яратилган таълим стандартлари талабаларига мос равишда ишлаб чиқилган.

Ўқув қўлланмада Молия операцияларида оддий ва мураккаб фоизларни ҳисоблаш билан боғлиқ бўлган масалалар, инвестиция лойиҳаларининг самарадорлигини ҳисоблашга доир масалалар, Молия операцияларида инфляцияни ҳисоблаш, актуар ҳисоблаш элементлари ва Молия математикасининг бошқа фундаментал бўлимларидан иқтисодчи кадрлар учун етарли даражада математик билимлар тизими берилган.

Ўқув қўлланма Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги Олий ўқув юртлараро илмий-услубий бирлашмалар фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгаши қарори асосида нашр этилган ўқув қўлланманинг қайта нашридан иборат бўлиб, унга айрим тузатишлар киритилган. Шу билан бир қаторда оддий ва мураккаб фоизларга доир қўшимча маълумотларни акс эттирувчи янги параграфлар ҳамда суғуртада қўлланиладиган актуар ҳисобларни ёритувчи қўшимча боб билан тўлдирилган.

Ўқув қўлланмадан иқтисодиёт йўналишидаги барча олий ўқув юртларининг талабалари, магистрлари, профессор-ўқитувчилари ҳамда молиявий ҳисобларда сонли усулларни қўллаш билан шуғулланувчи мутахассислар фойдаланиши мумкин.

**Тақризчилар: и.ф.д., проф. Б. Бегалов
ф.м.ф.н., доц. Э. Мамуров.**

“IQTISOD-MOLIYA”

2007

Кириш

Республикаимиз иқтисодиёти халқаро иқтисодиёт билан узвий боғланиб бормокда. Масалан Халқаро Банк томонидан молиялаштирувчи лойиҳалар сони ортиб бормокда, чет эл мамлакатлари билан тузилаётган кўшма лойиҳалар тобора кўпайиб бормокда, тадбиркор банклар сони ошиб бормокда.

Буларнинг ҳаммаси жаҳоннинг илғор мамлакатларида қўлланиладиган молиявий ҳисоблаш усулларида фойдаланиш заруриятини тақозо қилади.

Молия математикаси молиявий ҳисоблаш усулларида бири бўлиб, у тор маънода молия операцияларини сонли таҳлил қилишдан иборат. Молия математикаси ўқув фани сифатида жаҳоннинг иқтисодчи тайёрлайдиган деярли барча университетларида ва колледжларида ўқитиладиган зарурий фанлар қаторига киритилган.

Молия математикаси молия назарияси ва математикани ўзаро боғловчи фандир. Бу фаннинг предмети - пул ва қимматбаҳо қоғозлар устида олиб бориладиган операциялардан иборат.

Молия математикасининг сонли таҳлил қилиш усуллари замонавий математиканинг турли йўналишларидан олинган. Бу усуллар элементар математика, эҳтимоллар назарияси, системали таҳлил, ноаниқлик ва таваккалчилик назарияси кабиларга асосланган. Дастлабки молиявий таҳлилда ўз ечимини кутиб турган масалалар ҳам кам эмас.

Молия-банк операцияларида ва бошқа келишувларда асосан 3 хил параметрларнинг қиймати белгиланади:

- 1) тўловлар, кредитлар миқдори;
- 2) тўлаш муддати ёки тўлаш вақти, ва бошқа вақт билан боғлиқ бўлган параметрлар;
- 3) фоиз ставкаси.

Бу параметрлар орасида функционал боғланиш мавжуд бўлиб, молия математикасининг вазифаси ана шундай боғлиқликларни ўрганиш ва шу асосда турли молия масалаларини ечиш усуллари яратишдан иборатдир.

Молия математикасининг асосий тушунчаларидан бири фоиз пул ёки соддароқ фоизлар бўлиб, ушбу тушунча кўп молия ҳисобларининг асосини ташкил қилади.

Фоизлар - турли шаклдаги қарзга пул беришдан ёки уни капитал маблағ сифатида ишлаб чиқаришга ёки молияга сарф қилишдан олинadиган фойданинг мутлақ қийматидир.

Қарз беришнинг турли шакллари деганда ссуда (қарз) бериш, товар маҳсулотларини қарзга сотиш, банкка депозит ҳисобига пул қўйиш, омонат сертификатини ва облигацияларини сотиб олиш ва бошқаларни тушуниш керак.

Ҳозирги даврда фоизлар коммерция, кредит ва инвестицион контрактлар, халқаро иқтисодий ва молиявий келишувларнинг асосий фактларидан бири ҳисобланади.

Молиявий ва кредит келишувларида қарз берувчи (кредитор) ва қарз олувчи *фоиз ставкаси ҳақида* келишиб оладилар.

Фоиз ставкаси - олинган қарз ҳисобига қарздорнинг кредиторга бирлик вақт оралиғида тўлайдиган пул миқдоридир. Фоиз ставкаси бирлик вақт ичида олинган фойда билан умумий қарз миқдорининг нисбий фоизи кўринишида аниқланади.

Фоиз ставкаси мўлжалланган вақт оралиғи *устама фоиз* даври деб аталади. Бундай даврлар сифатида 1 йил, ярим йил, квартал, ой, ҳаттоки кун ҳам қаралиши мумкин.

Устама фоиз даври устама фоиз интервалларига бўлиниши мумкин.

Устама фоиз интервали - шундай вақт оралиғи, унинг сўнгида устама фоиз ҳисобланади. Ўзаро келишувга асосан фоизлар устама фоиз даврида кредиторга тўлаб борилиши ёки дастлабки қўйилмага қўшиб борилиши мумкин. Иккинчи ҳолда дастлабки қўйилма фоизлар ҳисобига ўсиб боради.

Дастлабки қўйилмаларнинг неча марта ўсишини кўрсатувчи миқдорга ўсиш коэффициенти деб айтилади.

Фоизлар дастлабки қўйилманинг ўзгармас ёки ўзгарувчан бўлишига боғлиқ равишда турлича бўлади.

Агар дастлабки қўйилма ўзгармас деб қаралса ва устама фоиз аниқ бир давр учун ҳисобланса, *оддий фоиз ставкаси* қўлланилади. Акс ҳолда, яъни, агар устама фоиз ҳисоблаш базаси ўзгарувчан бўлса, у ҳолда *мураккаб фоиз ставкаси* қўлланилади.

Мураккаб фоиз ставкасини ҳисоблашда турли усуллар мавжуд бўлиб, улардан бири *декурсив* усул, иккинчиси эса *антисипатив* усул дейилади.

Декурсив усулда фоизлар ҳисоблаш ҳар бир устама фоиз интервалида амалга оширилади. Фоиз ставкаси олдинги устама фоиз интервалида оширилган қўйилманинг миқдorigа нисбатан ҳисобланади. Декурсив фоиз ставкаси маълум бир устама фоиз интервалида аниқланган фойда билан шу интервал бошидаги қўйилма миқдори орасидаги нисбий фоизга тенг бўлади.

Антисипатив (олдиндан бажариладиган) усулда фоизлар ҳар бир устама фоиз интервалининг бошида ҳисобланади. Фоизлар миқдори ошган пулларни назарга олган ҳолда ҳисобланади. Бу усулда фоиз ставкаси аниқ бир интервал ичидаги фойда билан шу интервал сўнгидаги ошган қўйилма миқдори орасидаги нисбий фоизга тенг бўлади.

Антисипатив усул билан аниқланган фоиз ставкаси ҳисоблаш ставкаси ёки антисипатив ставка деб аталади.

Жаҳон молия - банк амалиёти шуни кўрсатадики, кўп иқтисодий тараққий этган мамлакатларда устама фоизларни ҳисоблаш асосан декурсив усул билан амалга оширилади. Фақатгина инфляция кучайган мамлакатларда антисипатив усуллар қўлланилган.

Замонавий молиячилар - кредиторлар, қарздорлар, инвесторлар, банкирлар ва бошқалар устама фоиз ҳисоблаш усуллари ҳақида тушунчага

эга бўлишлари керак. Бу эса айрим аниқ келишувларда маълум миқдордаги зарарнинг олдини олиш имконини беради.

Ўқувчилар этиборига тавсия этиладиган ушбу қўлланма молия математикасидан ўзбек тилида ёзилаётган дастлабки қўлланманинг қайта нашри бўлиб, бунда кўп сонли мисоллар ёрдамида жаҳон банк - молия амалиётида учрайдиган турли кредит муносабатлари, оддий ва мураккаб фоизлар, векселларни ҳисоблаш усуллари, келтирилган. Китобда, шунингдек инвестиция самарадорлигини дисконтлаш асосида таҳлил қилиш услуги келтирилган. Бу услубга асосан келгусидаги даромадларнинг жорий қиймати аниқланади.

Молия математикасининг объекти бўлган молия - банк фаолиятидаги кўп масалаларда детерминирланган жараён ўрганилади. Лекин суғурта ва баъзи инвестиция жараёнларини таҳлил қилишда эҳтимоллар билан боғлиқ бўлган шартли ренталардан фойдаланишга тўғри келади. Маълум бир вақт оралиғида такрорланувчи пул оқимлари - киримлар ёки чиқимлар рента деб аталади. Ана шундай ренталар ва улар билан боғлиқ бўлган масалаларни ечиш усуллари китобда ўз ўрнини олган.

Маълумки, молиявий ечим қабул қилишда инфляция даражасини назарга олмаслик маълум миқдордаги зарарга олиб келади. Китобда инфляцияни назарга олган ҳолда фоиз ставкасини индекслаш ва инвестиция лойиҳаларини таҳлил қилишда инфляция таъсирини назарга олиш услуги ҳам келтирилган.

Китоб Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан ўқув қўлланма сифатида тавсия этилган ва 2000 йилда нашр этилган. «Эконометрика. I-қисм. Молия математика»си китобининг қайта нашридан иборат бўлиб, унда айрим тузатишлар ва янги тўлдиришлар амалга оширилган.

I. 606. ОДДИЙ ФОИЗЛАР

1-§. Оддий фоизларни ҳисоблашга доир масалалар

Оддий фоизлар кредиторнинг қарздорга маълум миқдордаги пулни қарзга берганлиги оқибатида оладиган даромадини ҳисоблаш усулидир. Молия - банк амалиётида бу усул қарз муддати бир йилдан кам бўлган ҳолларда ишлатилади.

Оддий фоизларни характерловчи асосий пропорция қуйидаги кўринишда бўлади:

$$K : I = 100 : Pt \quad , \quad (1.1)$$

бу ерда **K** - қарздорга кредитор томонидан берилган қарз миқдори;

I эса **K** миқдордаги пулни ишлатгани учун қарздорнинг кредиторга тўлайдиган фоиз тўлови ёки бошқача айтганда қарз баҳоси. Фоиз тўлов ёки, соддарок, фоиз деб ҳам аталади;

P - фоиз ставкаси.. У маълум бир муддат оралиғида 100 бирлик капиталдан фойдаланганлиги учун қарздорнинг кредиторга тўлайдиган тўлов миқдори;

t - қарз муддати (йиллар билан ўлчанади);

Дейлик, агар қарздор кредитордан **K** сўм пул қарз олган бўлиб, томонлар фоиз ставкасини **P%** бўлишига келишган бўлсалар, у ҳолда қарздор кредиторга қанча фоиз тўлов бериши кераклигини аниқлаши керак бўлсин. Бу ҳолда (1.1) пропорциядан фойдаланиб **I** ни топиш керак.

$$I = \frac{K * P * t}{100} \quad (1.2)$$

Фараз қилайлик **t = 1** йил бўлсин. У ҳолда (1.2) формуладан ойлик фоиз тўловни топиш мумкин:

$$I = \frac{K * P}{100} : 12$$

ёки

$$I = \frac{K * P}{1200} \quad (1.3)$$

(1.3) формуладан фойдаланиб **m** ой учун фоиз тўловни топиш мумкин.

$$I = \frac{K * P * m}{1200} \quad (1.4)$$

Худди шундай йўл билан 1 кунлик фоиз тўловни аниқлаш мумкин. Бунда 1 йилда 360 ёки 365 кун бор деб қабул қилинишига қараб 1 кунлик фоиз тўлов

$$I = \frac{K * P}{36000} \quad \text{ёки} \quad I = \frac{K * P}{36500} \quad (1.5)$$

кўринишда, **d** кунлик фоиз тўлов эса

$$I = \frac{K * P * d}{36000} \quad \text{ёки} \quad I = \frac{K * P * d}{36500} \quad (1.6)$$

кўринишда бўлади.

Жаҳон молия-банк амалиётида «фоиз сон» ва «фоиз калит» (девизор) деб аталувчи тушунчалар ҳам ишлатилади.

Агар (1.6) касрларнинг сурат ва махражини **P** га бўлсак **d** кунлик фоиз тўлов қуйидагига тенг бўлади.

$$I = \frac{K * d}{\frac{36000}{P}} \quad \text{ёки} \quad I = \frac{K * d}{\frac{36500}{P}} \quad (1.7)$$

Бу касрларнинг суратидаги **Kd** сон «фоиз сон» деб аталади,

$$\frac{36000}{P}, \quad \frac{36500}{P}$$

нисбатлар эса «фоиз калит» ёки девизор деб аталади.

1 - мисол. Жамғарма банкка **K₁** ва **K₂** миқдорда 2 хил маблағ қўйилган. **K₁** маблағ **P₁ = 5%** фоиз ставка билан 6 ойга, **K₂** маблағ **P₂ = 6%** фоиз ставка билан 3 ойга қўйилган. **K₁** ва **K₂** маблағлар орасидаги фарқ 3000 сўмни ташкил қилади. Агар **K₁** учун мўлжалланган фоиз тўлов (**I₁**), **K₂** учун мўлжалланган фоиз тўлов

(**I₂**) дан 2 марта кўп бўлса, **K₁** ва **K₂** ларнинг қийматини аниқланг.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра

$$K_2 = K_1 - 3000 \quad \text{ва} \quad I_1 = 2 I_2$$

(1.4) формулага асосан

$$I_1 = \frac{K_1 * 5 * 6}{1200} \quad \text{ва} \quad I_2 = \frac{K_2 * 6 * 3}{1200}$$

бўлади. Демак,

$$\frac{K_1 * 5 * 6}{1200} = 2 \frac{(K_1 - 3000)6 * 3}{1200}$$

тенглик ўринли. Бундан **$K_1 = 18000$** ва **$K_2 = 18000 - 3000 = 15000$** бўлади.

2 - мисол. Жамғарма банкка **K** миқдорда маблағ қўйилган бўлиб, фоиз ставкаси 5% бўлсин. Фоиз тўлов миқдори қўйилма миқдоридан 2 марта кўп бўлиши учун қўйилма неча йилга мўлжалланган бўлиши керак?

Ечилиши. Масалининг шартига кўра

$$2K = I$$

(1.2) формулага асосан

$$2K = \frac{K * 5 * t}{100}$$

Бундан **$t = 40$** йил эканлиги келиб чиқади.

Жавоб: **40** йил.

3 - мисол. Банкка **30000** сўм миқдордаги маблағ 6 ой муддатга қўйилган. Агар фоиз ставкаси 5% ни ташкил қилса, шу давр ичидаги фоиз тўлов миқдори ва оширилган қўйилма миқдори қанча бўлади?

Ечилиши. Масалининг шартига кўра ((1.4)формулага асосан)

$$I = \frac{30000 * 5 * 6}{1200} = 750$$

ва

$$K' = K + I = 30000 + 750 = 30750$$

Жавоб: **750** сўм ва **30750** сўм.

4 - мисол. Қанча вақт ичида 4% йиллик (360 кун) фоиз ставка билан қўйилган 45000 сўмлик маблағ билан 10 мартдан 22 майгача 5,75% йиллик (365 кун) фоиз ставка билан қўйилган 60000 сўмлик маблағлардан олинадиган фоиз тўловлар миқдори ўзаро тенг бўлади?

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра **$K_1 = 45000$** , **$P_1 = 4\%$** , **$K_2 = 60000$** , **$P_2 = 5,75\%$** , **$t_2 = 73$** кун ҳамда **$I_1 = I_2$**

Демак, (1.6) формулаларга асосан

$$\frac{45000 * 4 * t}{36000} = \frac{60000 * 5.75 * 73}{36500}$$

Бундан

$$t = 138$$

Жавоб: 138 кун.

5 - мисол. 1000 пул бирлигидаги маблағ жамғарма банкка 5% йиллик (360 кун) фоиз ставкаси билан 150 кунга қўйилган. Шу даврда ошган маблағ миқдорини топинг.

Ечилиши: Маълумки ошган капитал маблағ миқдори қўйидагига тенг бўлади.

$$K' = K + I$$

Бу ерда **K** = 1000, **I** - фоиз тўлов миқдори бўлиб, у (1.5) формула орқали топилади.

$$I = \frac{K * P * t}{36000} = \frac{1000 * 5 * 150}{36000} = 20.8(3)$$

Демак

$$K' = 1000 + 20,8(3) = 1020,8(3)$$

Жавоб: 1020,8(3) п.б.

6 – мисол. Агар **A** шахс банкка 18000 пул бирлигидаги пулни 4% йиллик фоиз ставкаси билан 10 ойга қўйган бўлса, унинг олган даромади қанча бўлади?

Ечилиши: (1.4) формулага асосан

$$I = \frac{K * P * m}{1200} = \frac{18000 * 4 * 10}{1200} = 600$$

Жавоб: 600 п.б.

7 - мисол. **A** шахс 3000 пул бирлиги миқдордаги маблағни 6 июндан 17 сентябргача 5% йиллик фоиз ставкаси билан жамғарма банкка қўйган. 17 сентябрда **A** шахсининг банкдаги қўйилмаси қанча бўлади?

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра, **K**=3000, **p**=5%, **t**=72.

Фоиз тўловни (1,5) формула ёрдамида топамиз

$$I = \frac{3000 * 5 * 72}{36000} = 30$$

$$K' = K + I = 3000 + 30 = 3030$$

Жавоб: 3030 п.б.

8 - мисол. А шахс 15000 пул бирлиги миқдоридаги пулни 4 ойга 5% йиллик фоиз ставкаси билан жамғарма банкка қўйган. 4 ойда ошган қўйилма миқдорини топинг?

Ечилиши:

$$K' = K + I$$

$$I = \frac{15000 * 5 * 120}{36000} = 250$$

$$K' = 15000 + 250 = 15250$$

Жавоб: 15250 п.б.

9 - мисол. Корхона банкдан 700 000 сўм ссудани 20% йиллик фоиз ставкаси билан 4 йилга олган. Шу давр ичида ошган қарзи қанча бўлади?

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра: **$K = 700000$, $P=20\%$, $t = 4$.** (1.2) формуладан фойдаланиб 4 йил ичидаги фоиз тўлов миқдорини аниқлаймиз.

$$I = \frac{700000 * 20 * 4}{100} = 560000$$

Шу фоиз тўлов ҳисобига корхонанинг дастлабки қарзи ошади ва у

$$K' = K + I = 700000 + 560000 = 1\,260\,000 \text{ сўм}$$

бўлади.

Жавоб: 1 260 000 сўм.

Назорат саволлари.

1. Молия математикасининг предмети қандай?
2. Молия банк операцияларида қандай параметрлар ишлатилади?
3. Фоиз тўлов нима?
4. Фоиз ставкаси нима?
5. Устама фоиз даври нима?
6. Ўсиш коэффициенти нима?
7. Оддий фоизларни ҳисоблашга доир асосий пропорция қандай кўринишга эга?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. А шахс банкка 1200 сўм пулни 6% йиллик фоиз ставкаси билан қўйган. 5 ойдаги устама фоиз ва ошган қўйилма миқдорини топинг.
2. Банкдаги қўйилма учун 8% йиллик оддий фоиз ставкаси белгиланган. Қанча муддатдан сўнг қўйилма 3 баробар ошади?
3. Банкка 200000 сўм пул қўйилган. Йиллик фоиз ставкаси 6,5% бўлса, 25 йилдан сўнг оширилган қўйилма миқдори қанча бўлади?
4. Жамғарма банкка қўйилган пул 7 йилда 2 марта ошиши учун йиллик фоиз ставкаси қанча бўлиши керак?
5. Жамғарма банкка қўйилган пул 5 йилда 6 000 п.б. га етган. Агар йиллик фоиз ставкаси 8% бўлса, дастлабки қўйилма миқдори қанча бўлган?

2-§. Оддий фоизлар бўйича ўсиш коэффициенти ва ошган маблағ миқдорини топиш формулалари.

Юқоридаги (1.2) формулага мурожаат қиламиз. Ундан $\frac{P}{100}$ нисбатни i билан белгилаймиз. Бу сон қаср сонлардаги фоиз ставкасини ифодалайди. У ҳолда K миқдордаги пулни t йилга i – фоиз ставкаси билан қарзга бериш оқибатида

$$I = K \cdot i \cdot t$$

фоиз тўловига эга бўламиз. Фоиз тўлов ҳисобига ошган қарз миқдори S қуйидагига тенг бўлади:

$$S = K + I = K + Kit = K(1 + it),$$

Бу ерда $S - t$ йилда ошган қарз миқдори - $s(t) = (1 + it)$ коэффициент эса оддий фоизлар бўйича ўсиш коэффициенти деб аталади.

Агар қарз муддати ойларда ҳисобланса, у ҳолда ошган қарз миқдори ва ўсиш коэффиценти қуйидагича аниқланади:

$$S = K (1 + i_{oi} \cdot m) ,$$

Бу ерда $i_{oi} = \frac{i}{12}$, m – ойларда ҳисобланган қарз муддати.

Кунларда ҳисобланган қарз муддати учун бу кўрсаткичлар қуйидагича аниқланади:

$$S = K (1 + i_{kun} d) ,$$

Бу ерда $i_{kun} = \frac{i}{360}$ (ёки $i_{kun} = \frac{i}{365}$), d – кунларда ҳисобланган қарз муддати.

3 – мисол. 500000 сўм пул 3 йилга 20 % оддий фоиз ставкаси билан қарз олинган. Қарз муддатининг сўнгида ошган қарз миқдорини ва унинг ўсиш коэффицентини топинг.

Ечиш: Масаланинг шартига кўра $K=500000$, $t=3$, $p=20\%$

$$i = \frac{20}{100} = 0,2 .$$

$$S = 500000 \cdot (1 + 0,2 \cdot 3) = 800000$$

$$s(3) = (1 + 0,2 \cdot 3) = 1 + 0,6 = 1,6$$

Ж: 800000 сўм; 1,6.

4 - мисол. Кредитор қарздорга 300000 сўм пулни 24 % йиллик оддий фоиз ставкаси билан 5 ойга қарз берган. Қарз муддати сўнгида кредитор қанча маблағга эга бўлади ва унинг дастлабки маблағи неча марта ошади?

Ечиш: Масаланинг шартига кўра $K=300000$, $i=0,24$, $m=5$.

Бундан фойдаланиб ойлик фоиз ставкасини топамиз:

$$i_{oi} = \frac{i}{12} = \frac{0,24}{12} = 0,02$$

$$s(5) = 1 + i_{oi} \cdot m = 1 + 0,02 \cdot 5 = 1,1$$

$$S = 300000 (1 + i_{oi} \cdot m) = 300000 \cdot 1,1 = 330000 \text{ сум}$$

Ж: 330000 сўм; 1,1 марта.

5 - мисол. 200000 сўм пул 30 % йиллик оддий фоиз ставкаси билан 100 кунга қарз берилган. қарз муддати сўнгида кредитор қанча маблағга эга бўлади?

Ечиш: $K=200000$, $p=30\%$ ($i=0,3$), $d=100$

$$i_{\text{кун}} = \frac{i}{360} = 0,0008 \quad (3)$$

$$S = 200000 (1 + 0,0008 (3) \cdot 100) = 216666$$

Ж: 216666 сўм.

Ўзгарувчан фоиз ставкалари.

Агар t_1 давр оралиғида i_1 , t_2 оралиқда i_2 , ... ва t_m оралиқда i_m фоиз ставкалари қўлланилса ($t=t_1+t_2+\dots+t_m$), у ҳолда t муддатда ошган маблағ миқдори

$$S = K (1 + t_1 i_1 + t_2 i_2 + \dots + t_m i_m) = K \left(1 + \sum_{k=1}^m t_k i_k \right)$$

формула ёрдамида аниқланади.

6 – мисол. Молиявий келишувга асосан 1 млн. сўм қарз бўйича биринчи йил 15 %, иккинчи йил 16 % ва 3 йил 17 % фоиз ставкаси белгиланган. 3 йилда ошган қарз миқдорини аниқланг.

Ечиш: Масаланинг шартига кўра

$$t_1=t_2=t_3=1; \quad i_1=0,15; \quad i_2=0,16; \quad i_3=0,17.$$

У ҳолда

$$S = 100000 (1 + 1 \cdot 0,15 + 1 \cdot 0,16 + 1 \cdot 0,17) = 1480000$$

Ж: $S=1480000$ сўм.

Агар қарз миқдори вақтга боғлиқ равишда ўзгарувчан бўлса, у ҳолда қарз муддати сўнгида ҳисобланган умумий фоиз тўлов миқдори

$$I = \sum_{j=1}^n K_j \cdot t_j \cdot i$$

формула ёрдамида топилади. Бу ерда K_j - j вақт ондаги қолдиқ қарз миқдори; t_j - қарзнинг навбатдаги ўзгаришигача бўлган вақт оралиғи; i – фоиз ставкаси $\left(i = \frac{P}{100} \right)$.

7 – мисол. Банк депозитига 5. 02 да 12 млн. сўм пул қўйилди. 10. 07 да 4 млн сўм пул қайтиб олинди ва 20. 10 да яна 8 млн. сўм пул қўйилади. Агар йиллик фоиз ставкаси 18 % бўлса, у ҳолда йилнинг охирида банк депозитидаги пул қанча бўлади?

Ечиш: Масаланинг шартига кўра

$$K_1=12 \text{ млн. сўм}; \quad P=18 \text{ } \%; \quad \text{демак, } i=0,18 \text{ ва}$$

$$i_{\text{кун}} = \frac{0,18}{365} = 0,00049 \text{ .}$$

Биринчи навбатда, яъни 05. 02 да банк депозитига қўйилган 12 млн. сўм пул 10. 07 гача сақланади. Бу муддатдаги кунлар сони 155 кун, яъни $t_1=155$. Банкдан 4 млн. сўм олинган кундан бошлаб, яъни 10. 07 дан 20. 10 гача депозитда $K_2=8$ млн. сўм пул қолади. Бу муддатнинг узунлиги 102 кун. Учинчи босқичда, яъни 20. 10 дан бошлаб депозитдаги пул қолдиғи 16 млн. сўм бўлади, яъни $K_3=16$ млн. сўм. Бу маблағ 31. 12 гача сақланади, демак $t_3=72$ кун.

Бу ҳолда йилнинг охиригача ҳисобланган фоиз тўлов миқдори

$$I = \frac{i}{365} (12 \cdot 155 + 8 \cdot 102 + 16 \cdot 72) = 1,876 \text{ млн сўм бўлади.}$$

Йилнинг охирида депозитдаги пул миқдори

$$S = K_3 + I = 16 + 1,876 = 17,876 \text{ млн сўм бўлади.}$$

Ж: 17,876 млн. сўм.

Назорат саволлари.

1. Оддий фоизлар бўйича ўсиш коэффиценти нима ва қандай топилади?
2. Ўзгарувчан фоиз ставкаларини қўллаганда маълум бир вақт оралиғидаги ошган маблағ миқдори қандай топилади?
3. Агар тўловлар миқдори вақтга боғлиқ равишда ўзгарувчан бўлса, у ҳолда умумий фоиз тўлов қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. А шахс 150000 сўм пулни $p=10\%$ йиллик оддий фоиз ставкаси билан кредит олган бўлса, 5 йилдан сўнг қарз миқдори қанча бўлади?

2. Банк ўз мижозларига оддий фоизларда дивидентлар тўлайди. Агар дастлабки қўйилма 200 млн. сўм бўлиб, йиллик фоиз ставкаси 8% бўлса, у ҳолда 5 йилда мижознинг қўйилмаси қанчага етади?

3. Агар 1000000 сўм миқдоридаги ссуда 12% ставкаси билан 3 йилга берилган бўлса, у ҳолда фоиз тўлов, ўсиш коэффиценти ва ошган ссуда миқдори қандай бўлади?

4. Мижоз банк депозитига 100 минг сўм пулни 1 йилга қўйган. Қўйилма бўйича фоиз ставкалари ўзгарувчан бўлиб, у иккинчи чоракнинг ярмигача 30% , 3 – чоракнинг охирига 25% ва 4 – чоракда 30% ни ташкил қилган. Йил охирида мижоз қанча маблағга эга бўлади?

3-§. Фоиз тўловлар ҳисобига камайган ёки ошган маблағ бўйича дастлабки маблағ ва фоиз тўловлар миқдорини аниқлаш.

Юқорида биз танишган масалалардаги барча параметрларни аниқлаш учун (1.1) пропорциядан фойдаланилади. Бу пропорциядан одатда дастлабки маблағ K аниқ бўлганда фойдаланилади. Бундай ҳисоб «юздан башланадиган ҳисоб» ҳам деб аталади. Лекин фоиз тўловлар миқдорини аниқлашдаги баъзи ҳолларда K нинг қиймати маълум бўлмайди, балки фоиз тўлов миқдorigа ошган ёки камайган маблағнинг миқдори берилган бўлади. Фараз қилайлик фоиз тўлов ҳисобига камайган маблағ миқдори, яъни $K - I$ маълум бўлсин. Бу ҳолда оддий фоизлар билан боғлиқ бўлган барча параметрлар қуйидаги пропорциялар асосида топилади:

$$(K-I) : (100-Pt) = K : 100 \quad (1.8)$$

ёки

$$(K-I) : (100-Pt) = I : Pt \quad (1.9)$$

Агар муддат ойлар билан ўлчанса, бу пропорциялар ўрнига қуйидагилар ишлатилади:

$$(K-I) : (1200- Pm) = K : 1200 \quad (1.10)$$

$$(K-I) : (1200- Pm) = I : Pm \quad (1.11)$$

Агар муддат кунлар билан ҳисобланса, қуйидаги пропорциялар ишлатилади:

$$(K-I) : (36000- Pd) = K : 36000 \quad (1.12)$$

$$(K-I) : (36000- Pd) = I : Pd \quad (1.13)$$

(1.8) -(1.13) формулалар (пропорциялар) тўлов фоизига камайган маблағ маълум бўлганда ишлатилади. Бундай ҳисоб «100дан кам бўлган ҳисоб» деб аталади.

(1.12)-(1.13) пропорциялардан дастлабки маблағ миқдори K ни ва фоиз тўлов I нинг миқдорини аниқлаш мумкин:

$$K = \frac{(K - I)36000}{36000 - Pd} ; I = \frac{(K - I)Pd}{36000 - Pd} \quad (1.14)$$

Ушбу формулаларни «фоиз калит» (дивизор) тушунчасидан фойдаланиб қуйидагича ёзиш мумкин:

$$I = \frac{(K - 1)d}{D - d} \quad (1.15)$$

бу ерда
$$D = \frac{36000}{P}$$

фоиз калитдан иборат.

Худди шундай йўл билан фоиз тўловга ошган маблағ миқдори маълум бўлганда асосий пропорциялар ҳамда дастлабки маблағ ва фоиз тўлов миқдорларини аниқлаш мумкин:

$$(K+I) : (100+Pt) = K : 100 \quad (1.16)$$

$$(K+I) : (100+Pt) = I : Pt \quad (1.17)$$

$$(K+I) : (1200+Pm) = K : 1200 \quad (1.18)$$

$$(K+I) : (1200+Pm) = I : Pm \quad (1.19)$$

$$(K+I) : (36000+Pd) = K : 100 \quad (1.20)$$

$$(K+I) : (36000+Pd) = K : Pd \quad (1.21)$$

(1.20)-(1.21) пропорциялардан дастлабки маблағ K ва фоиз тўлов I нинг миқдорини аниқлаш мумкин.

$$K = \frac{(K + I)36000}{36000 + Pd} ; I = \frac{(K + I)Pd}{36000 + Pd} \quad (1.22)$$

ёки «фоиз калит» (дивизор) тушунчасидан фойдаланиб:

$$I = \frac{K + I}{\frac{36000}{P} + d} = \frac{K + I}{D + d} \quad (1.23)$$

(1.16) -(1.23) формулалар орқали бажариладиган ҳисоблар «100 дан ошган ҳисоблар» деб аталади.

1-мисол. Агар корхона жамғарма банкдан маълум миқдордаги пулни 10% ставкаси билан кредитга олган. Агар 5 йилдан сўнг қолган қарз миқдори 40000 сўм бўлса, дастлабки кредит миқдори қанча бўлган.

Ечиш. Масаланинг шартига кўра $p=10\%$, $t=5\%$, $K+I=40000$

Дастлабки кредит миқдорини

$$K = \frac{(K + I)100}{100 - pt}$$

формула ёрдамида топамиз.

$$K = \frac{40000 \cdot 100}{100 - 10 \cdot 5} = 80000$$

Жавоб. 80000 сўм.

2-мисол. А шахс жамғарма банкка маълум миқдорда пул қўйган. Қўйилманинг миқдори 4 йилда 100000 сўмга етган бўлиб фоиз ставкаси 5% ни ташкил қилса, у ҳолда дастлабки қўйилма миқдори қанча бўлган?

Ечиш. Масаланинг шартига кўра $p=5\%$, $t=4$. $K+I=100000$

Дастлабки қўйилма миқдорини

$$K = \frac{(K + I) \cdot 100}{100 + p \cdot t}$$

формула ёрдамида топамиз.

$$K = \frac{100000 \cdot 100}{100 + 5 \cdot 4} = 80000$$

Жавоб. 80000 сўм

Назорат саволлари

1. Фоиз тўловлар ҳисобига камайган (ошган) маблағ бўйича асосий пропорция қандай кўринишга эга?
2. Фоиз тўлов ҳисобига камайган (ошган) маблағ миқдори маълум бўлса дастлабки маблағ ва фоиз тўлов қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Агар қарз бўйича қолдиқ 5 йилда 25000 сўмни ташкил қилиб фоиз ставкаси 10% бўлса, у ҳолда дастлабки қарз миқдори қанча бўлган?
2. Агар банкка депозитига 12% ставкаси билан қўйилган маблағ 5 йилда 200000 сўмга етган бўлса, у ҳолда дастлабки қўйилма қанча бўлган?
3. А шахс маълум миқдордаги пулни 25% ставкаси билан кредитга олган. Агар 8 ойда қолган қарз миқдори 50000 сўмни ташкил қилса, у ҳолда дастлабки қарз миқдори қанча бўлган?
4. А шахс жамғарма банк депозитига 30% фоиз ставкаси билан қўйган пулни 10 ойда 300000 сўмга етган бўлса, у ҳолда бу шахсни дастлабки қўйилмаси қанча бўлган?

4-§. Оддий фоизлар бўйича дисконтлаш. Дисконтлаш (келтириш) коэффиценти.

Молиявий амалиётда фоизларнинг ўсишига тескари бўлган масала ҳам ҳал қилинади. Ушбу масалани қуйидагича қўйиш мумкин: n йилдан сўнг K_n миқдордаги маблағга эаг бўлиш учун дастлаб банк депозитига қанча миқдорда пул қўйиш керак? Бу ерда K_n бўйича K (дастлабки маблағ)ни топиш масаласи қўйилади. Бундай масалани ҳал қилиш K_n сумма бўйича фоиз тўловлар олдиндан амалга оширилган ҳолатда ҳам ечиш керак бўлади. Бундай ҳолларда K_n сумма дисконтланади ёки ҳисобланади дейилади.

Фоизларни ҳисоблаш жараёни ҳисоблаш олдиндан олиб қолинган фоиз тўловлар эса дисконт дейилади.

«Дисконтлаш» деган термин кенгайтирилган маънода ҳам ишлатилади. Унга келгусидаги пул суммасининг олдинги босқичларидаги, масалан, дастлабки босқичдаги қийматини аниқлаш услуби деб қараш мумкин.

Дисконтлаш йўли билан топилган K миқдор келгусидаги K_n суммали тўловнинг жорий ёки капиталлаштирилган қиймати деб аталади.

Молиявий операцияларни сонли тахлил қилишда дисконтланган миқдорни, яъни келгусидаги даромад (ёки харажат) ларнинг жорий қийматини аниқлаш муҳим аҳамият касб этади.

Молия-банк операцияларида қўлланиладиган аналитик усулларнинг кўпчилиги тўловларнинг жорий қиймати тушунчасига асосланган. Фоиз ставкаларининг турига қараб икки хил дисконтлаш усуллари мавжуд: 1) математик дисконтлаш;
2) банклардаги дисконтлаш.

Математик дисконтлашда ўсиш ставкаси қўлланилади. Банклардаги дисконтлашда эса ҳисоб ставкалари ишлатилади. Масалан векселларни ҳисоблашда ҳисоб ставкалари ва демак банклардаги дисконтлаш усули қўлланилади.

Математик дисконтлаш p фоиз ставкаси билан n йилга қўйилган K миқдордаги пулнинг ошган K_n қийматини топиш масаласига тесқари масала ҳисобланади. Бу ҳолда масалани қуйидагича қўйиш мумкин: Агар банкнинг оддий фоиз ставкаси $p\%$ бўлса, n йилдан сўнг K_n сўм миқдордаги маблағга эга бўлиш учун банк депозитига дастлаб қанча миқдорда пул қўйиш керак? Ушбу масаланинг ечиб қуйидагини топамиз.

$$K = \frac{K_n}{1 + ni} = \left(\frac{1}{1 + ni} \right) K_n \quad (*)$$

Ана шу формула ёрдамида аниқланган K сумма n йилдан сўнг тўланадиган K_n сумманинг жорий ёки келтирилган баҳоси бўлади. Бу формуладаги

$$\frac{1}{1 + ni} = (1 + ni)^{-1}$$

кўпайтувчи дисконтлаш коэффиценти деб аталади. У дастлабки қўйилма ошган маблағ миқдорининг қандай қисмини ташкил қилишини кўрсатади. Бу ерда $n = \frac{t}{N}$ йилларда ҳисобланган қарз муддати; t кунларда ҳисобланган қарз муддати; N -бир йилдаги кунлар сони (360 ёки 365 кун).

1-мисол. Қарздор 180 кундан сўнг кредиторга 310 минг сўм пул тўлаш керак. агар қарз 16% йиллик оддий фоиз ставкаси билан берилган бўлса, у ҳолда дастлабки қарз миқдори қанча бўлади? (Бир йилда 365 кун деб қаралсин).

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра $K_n=310000$ сўм, $P=16\%$, $i=0,16$, $t=180$, $N=365$

(*) формуладан фойдаланиб топамиз.

$$K = \frac{310000}{1 + \frac{180}{365} \cdot 0,16} = 287328,59$$

Жавоб. 287328,59 сўм.

Назорат саволлари.

1. Оддий фоизлар бўйича дисконтлаш нима?
2. Оддий фоизлар бўйича дисконтлаш коэффициентлари қандай?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Банк депозитига қўйилган пул 2 йилда 24500 сўм бўлган бўлса, ҳамда банкнинг йиллик оддий фоиз ставкаси 12% бўлса, у ҳолда дастлаб банкка қанча пул қўйилган?
2. А шахс банк депозитига маълум миқдорда пул қўйиб 8 ойдан сўнг 32000 сўм пулга эга бўлган. Агар фоиз тўловлар 10% йиллик оддий фоиз ставкаси билан ҳисобланган бўлса, дастлабки қўйилма миқдори қанча бўлган?

5-§ Ломбард кредит.

Ломбард кредит деганда бирор гаров ҳисобига олинадиган қарзни тушунамиз. Қарз қимматли қоғозлар ҳисобига ёки бошқа қимматбаҳо нарсалар ҳисобига берилади ҳамда берилган қарз 3 ойга берилиб, гаровга қўйилган нарсанинг номинал қийматининг 75-80 фоизидан ошмаган бўлиши керак. Қарздор қарзини ўз вақтида тўлаши ёки тўлов муддатини яна 3 ойга суриши мумкин. Қарзнинг бир қисмини кейинги 3 ойда тўлаши мумкин. Ҳисобларда ҳар бир ойдаги кунлар сони аниқ ҳисобланади ва 1 йил 360 кундан иборат деб қаралади. Агар қарздор қарзни ўз вақтида тўламаса, у ҳолда у барча чўзилган муддат учун оширилган фоиз ставкаси ҳисобига ошган миқдордаги қарзни қайтариши керак.

1-мисол. А шахс 1 январда банкка мурожат қилиб 300 та қимматли қоғоз эвазига кредит беришларини сўради.

Агар ҳар бир қимматли қоғознинг нархи 200 сўм бўлиб, фоиз ставкаси 9 % бўлса, ушбу шахс банкдан қанча кредит олиши мумкин?

Ечилиши: 1 январда биринчи ҳисоб ўтказилади.

$$\begin{aligned}
200\text{с} * 300 &= 60000 \text{ с} \\
80 \% * 60000 &= 48000 \text{ с} \\
\text{фоиз тўлов} & \\
(16.01 - 16.04) &= 1080 \text{ с} \\
\text{харажатлар} &= 200 \text{ с} \\
\text{жаъми} &= 46720 \text{ с}
\end{aligned}$$

Бу ерда фоиз тўлов 90 кунга

$$I = \frac{48000 * 90}{4000} = 1080$$

формула орқали ҳисобланган.

А шахс банкдан

$$48000 - (1080 + 200) = 46720 \text{ сўм олиши керак.}$$

2-мисол. Фараз қилайлик А шахс қарзининг 8000 сўм миқдорини 1 апрелда тўлаб, унинг қолган қисмини яна 3 ойга чўздирди. Қарздорнинг қолган қарзи қанча ва у қанча миқдорда фоиз тўлов тўлайди?

Ечилиши:

1) қолган қарзнинг миқдори

$$48000 - 8000 = 40000$$

2) 1.04 - 1.07 (92 кун) давр ичида тўланадиган фоиз тўловини ҳисоблаймиз:

$$I = \frac{40000 * 92}{4000} = 920$$

жавоб: 40000 сўм; 920 сўм.

3-мисол. 2 - масаладаги А шахс банкка 1 июлда яна 15000 сўм пул ўтказди. Бу пулни асосий қарз тўловига ва фоиз тўловига тақсимланг.

Ечилиши:

1) 1 июлда камайган қарз миқдорини топамиз

$$K - I = 40000 - 15000 = 25000$$

2) фоиз тўлов миқдорини аниқлаш учун қуйидаги формуладан фойдаланамиз:

$$I = \frac{(K * I)d}{D - d} = \frac{25000 * 91}{4000 - 91} = 582$$

бу ерда d 1апрелдан 1 июлгача бўлган вақт оралиғидаги кунлар сони (d = 91).

3) асосий қарз ҳисобига тўланадиган тўловни топамиз:

$$1500 - 582 = 14418 \text{ сўм}$$

4) 1 октябргача қолган қарз

$$40000 - 14418 = 25582 \text{ сўм бўлади.}$$

4-мисол. Агар 3 -мисолдаги қарздор 1 октябрда қарзини тўла уза олмаса ва банкка 5 октябрда 5582 сўм пул ўтказиб яна алоҳида фоиз тўлов тўласа, у ҳолда у ҳаммаси бўлиб қанча пул тўлаши керак ва қолдиқ қарз қанча бўлади?

Ечилиши:

1 октябрдаги қарз 25582 сўм асосий қарз ҳисобидан банкка ўтказиладиган тўлов 5582 сўм қолдиқ қарз 20000 сўм

Қарздорнинг банкка ўтказадиган тўловлари:

1) Асосий қарз ҳисобидан тўлов 5582 сўм

2) қарзни ўз вақтида тўламагани учун оширилган фоиз тўлов (p+1) % 28,4 сўм

3) 5.10 дан 1.01 гача қолган суммадан олинадиган оддий фоиз тўлов 480 сўм

Жами 6040 сўм

Бу ерда оширилган фоиз тўлов 10 % ли фоиз ставкаси билан 4 кунга (1.10 - 5.10) ҳисобланган

$$I = \frac{25582 * 4}{\frac{36000}{10}} = 28.4$$

5.10 дан 1.01 гача (86 кун) бўлган давр учун оддий фоиз қуйидагича ҳисобланган

$$\frac{20000 * 86}{4000} = 480$$

5-мисол. 4-мисолдаги қарздор 1 январда ўз қарзини тўлай олмади ва фақат 10 январда банкка 10000 сўм пул ўтказди. Бу пулнинг қандай қисми асосий қарз ҳисобига ва қандай қисми фоиз тўлови учун тақсимланади?

Ечилиши:

1.01 да қарз миқдори 20000 сўм. 1.01 дан 10.01 гача қарздор оширилган $(p+1)\%$ миқдорда фоиз тўлов (жарима) тўлайди:

$$I_1 = \frac{20000 * 10}{3600} = 55,5$$

Бу ҳолда 9944,5 сўм $(10000 - 55,5)$ асосий қарз ва оддий фоиз тўлов ҳисобига ажратилади. Демак, қолдиқ қарз

$$K - I_1 = 20000 - 9944,5 = 10055,5 \text{ сўм бўлади.}$$

Оддий фоиз тўлов миқдори қуйидагига тенг бўлади:

$$I = \frac{(K * I_1)d}{D - d} = \frac{10055,5 * 80}{4000 - 80} = 251,5$$

бу ерда d 10.01 - 1.04 оралиғидаги кунлар сони ($d = 80$);

$$D = 3600/9 = 4000$$

Шундай қилиб тўланган 10000 сўмнинг 55,5 сўми жарима учун, 251,4 сўми оддий фоиз тўлови учун ва қолган қисми асосий қарз ҳисобига ажратилган тўловни билдиради:

$$V = 10000 - (55,5 + 251,5) = 9693 \text{ сўм}$$

1.04 да қарздорнинг қолдиқ қарзи $20000 - 9693 = 10307$ сўм бўлади.

Назорат саволлари.

1. Ломбард кредити нима ва унинг ўзига хос хусусиятлари қандай?
2. Ломбард кредитини ҳисоблаш усули қандай?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. А шахс 1 апрелда 200 та қимматли қоғозлар эвазига кредит олди. Агар қимматли қоғозлар нархи 500 сўм, банкнинг фоиз ставкаси 8% ҳамда харажатлари 1000 сўм бўлса, ушбу шахс қанча кредит олган?
2. Юқоридаги 1-масаладаги шахс 1 июлда қарз бўйича 30000 сўм тўлаб қарзнинг қолган қисмини яна 3 ойга чўздирди. Ушбу шахснинг қолган қарзи ва фоиз тўлови миқдорини аниқланг.
3. Юқоридаги 2-масаладаги шахс 1 октябрда қарз бўйича банкка 20000 сўм пул ўтказди. Бу пулни асосий қарз тўловига ва фоиз тўловига тақсимланг.
4. Агар 3-масаладаги шахс 31 декабрда қарзини тўла узаолмаса ва банкка 5 январда 15000 сўм пул ўтказиб яна алоҳида фоиз тўлов тўласа, у ҳолда у ҳаммаси бўлиб қанча пул тўлаши керак ва қолдиқ қарз қанча бўлади?

6-§ Истеъмол кредити.

Истеъмол кредити энг кўп тарқалган кредитлардан бири бўлиб, унда банклар ёки корхоналар томонидан жисмоний шахсларга қимматбаҳо буюмлар (уй-жой, енгил автомобил, мебель ва бошқалар) сотиб олиш учун бериладиган қарздор. Истеъмол кредити бўйича тўланадиган фоиз тўловларни ҳисоблашда одатда арифметик прогрессиядан фойдаланилади.

Кредит бўйича тўланадиган фоиз тўлов 1- ой учун

$$I_1 = \frac{K * P}{1200} \quad (1.24)$$

формула орқали топилади. Бу ерда: К - кредит миқдори, р - фоиз ставкаси 2- ой учун тўланадиган фоиз тўлов қарз ҳисобига тўланган фоиз тўлов миқдорига камайган кредит бўйича ҳисобланади, яъни у қуйидаги формула орқали топилади:

$$I_2 = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{1}{m}\right) \quad (1.25)$$

3- ойдаги фоиз тўлов

$$I_3 = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{2}{m}\right) \quad (1.26)$$

ва ҳоказо m - ойдагиси эса

$$I_m = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{m-1}{m}\right) \quad (1.27)$$

формула орқали топилади.

Кредитдан фойдаланганлиги учун тўланадиган умумий фоиз тўлов юқоридаги ойлик фоиз тўловлари йиғиндисидан иборат бўлади, яъни

$$I = \frac{KP}{1200} \left[1 + \left(1 - \frac{1}{m} \right) + \left(1 - \frac{2}{m} \right) + \dots + \frac{1}{m} \right]$$

бундан осонлик билан қуйидагини ҳосил қилиш мумкин:

$$I = \frac{KP}{1200} \cdot \frac{m}{2} \left(1 + \frac{1}{m} \right)$$

ёки,

$$I = \frac{K * P (m + 1)}{2400} \quad (1.28)$$

Ушбу формулани

$$I = k * K$$

кўринишида ёзамиз. Бу ерда

$$k = \frac{P (m + 1)}{2400}$$

сон фоиз коэффициент деб аталади ва у фоиз тўлов билан кредит орасидаги боғлиқлик даражасини кўрсатади.

Агар кредит бўйича тўлов ҳар йили тенг миқдорларда амалга оширилса, у ҳолда ҳар ойдаги тўлов миқдори

$$i = \frac{K + I}{m} \quad (1.29)$$

формула орқали топилади.

1 - мисол. А корхона Б банкдан 15000 пул бирлиги миқдоридаги кредитни 12 йиллик фоиз ставка билан 6 ойга олган. Кредит бўйича тўловлар режасини (амортизация режасини) тузинг.

Ечилиши:

Асосий қарз бўйича ойлик тўлов

$$\frac{K}{m} = \frac{15000}{6} = 2500$$

Кредит бўйича тўланадиган умумий фоиз тўловлар миқдори қуйидаги йиғиндидан иборат бўлади.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_6$$

бу ерда I_k - k инчи ойдаги фоиз тўлов миқдори бўлиб, у қуйидагича топилади:

$$I = \frac{K * P}{1200} = \frac{15000 * 12}{1200} = 150 ,$$

$$I_2 = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{1}{m}\right) = \frac{15000 * 12}{1200} \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 125 ,$$

$$I_3 = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{2}{m}\right) = \frac{15000 * 12}{1200} \left(1 - \frac{2}{6}\right) = 100 ,$$

$$I_4 = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{3}{m}\right) = \frac{15000 * 12}{1200} \left(1 - \frac{3}{6}\right) = 75 ,$$

$$I_5 = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{4}{m}\right) = \frac{15000 * 12}{1200} \left(1 - \frac{4}{6}\right) = 25 ,$$

$$I_6 = \frac{K * P}{1200} \left(1 - \frac{5}{m}\right) = \frac{15000 * 12}{1200} \left(1 - \frac{5}{6}\right) = 25 .$$

Шундай қилиб,

$$I = 125 + 100 + 75 + 50 + 25 + 150 = 525.$$

Умумий фоиз тўлов миқдорини (1.28) формула ёрдамида ҳисоблаймиз:

$$I = \frac{K * P (m + 1)}{2400} = \frac{15000 * 12 (6 + 1)}{2400} = 525 .$$

Амортизация режасини қуйидаги жадвал кўринишида бериш мумкин:

Ойлар	Кредит (қарз)	Фоиз тўлов(12%)	Асосий қарз бўйича ўртача тўловлар	ҳар ойдаги бадал
1.	15000	150	2500	2650
2.	12500	125	2500	2625
3.	10000	100	2500	2600
4.	7500	75	2500	2575
5.	5000	50	2500	2550
6.	2500	25	2500	2525
Жами		525	15000	15525

Назорат саволлари.

1. Истеъмол кредити нима?
2. Истеъмол кредити бўйича қарз узишнинг амортизация режаси қандай тузилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Корхона жамғарма банкдан 500000 сўм пулни 10% йиллик фоиз ставкаси билан 6 ойга олган. Кредит бўйича тўловлар (амортизация) режасини тузинг.
2. Мижоз 1000000 сўм пулни 20% йиллик фоиз ставкаси билан 5 ойга қарз олган. Кредит бўйича тўловлар (амортизация) режасини тузинг.
3. 1000000 сўм миқдордаги кредит 5 йилга 5% йиллик фоиз ставкаси билан олинган. Қарз ҳар йили тенг миқдорда пул ўтказиш йўли билан узилади. Қарз бўйича ҳар йилги тўловлар миқдорини аниқлаш.

7 - §. Қарз узишнинг ўртача муддатини аниқлаш масаласи.

Қарзни узиш бўйича ўртача муддатни аниқлаш масаласи ҳам оддий фоизларга доир масалалардан бири ҳисобланади.

Фараз қилайлик қарздор $P_1, P_2, \dots, P_n$ фоиз ставкалари билан $d_1, d_2, \dots, d_n$ кунларда тўлаши керак бўлган n та $K_1, K_2, \dots, K_n$ миқдорда ссуда олинган бўлсин. Ўртача фоиз ставкасини P_s ва кредитнинг ўртача тўлаш муддатини d_s билан белгилаймиз. Бу параметрлар учун қуйидаги муносабат ўринлидир:

$$\frac{K_1 * P_1 * d_1}{36000} + \frac{K_2 * P_2 * d_2}{36000} + \dots + \frac{K_n * P_n * d_n}{36000} = \frac{(K_1 + K_2 + \dots + K_n) P_s * d_s}{36000} \quad (1.30)$$

Тенгликнинг чап томони n та ссудалар бўйича фоиз тўловлар йиғиндисидан, ўнг томони эса n та ссудалар йиғиндисидан ўртача P_s фоиз ставкаси бўйича ҳисобланган битта фоиз тўлов миқдоридан иборат.

(1.30) тенгликдан фойдаланилганда қуйидаги уч ҳолатдан бири рўй бериши мумкин:

1-мисол. Турли муддатларга олинган ссудалар миқдори тенг ва фоиз ставкалар бир хил бўлади, лекин тўлов муддатлари турлича бўлади, яъни

$$K_1 = K_2 = \dots = K \quad P_1 = P_2 = \dots = P_s = P$$

$$d_1 \neq d_2 \neq \dots \neq d_n$$

Бу ҳолда (1.30) муносабат қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{K_1 * P * d_1}{36000} + \frac{K_2 * P * d_2}{36000} + \dots + \frac{K_n * P * d_n}{36000} = \frac{(K + K + \dots + K) P * d_s}{36000}$$

Бундан d_s ўртача тўлаш муддатини топамиз:

$$d_s = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n} \quad (1.31)$$

2-мисол. Турли муддатга олинган ссудалар миқдори турлича, лекин фоиз ставкалар бир хил, яъни

$$K_1 \neq K_2 \neq K_3 \neq \dots \neq K_n \quad P_1 = P_2 = \dots = P_s = P$$

$$d_1 \neq d_2 \neq \dots \neq d_s$$

Бу ҳолда (1.30) муносабат қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{K_1 * P * d_1}{36000} + \frac{K_2 * P * d_2}{36000} + \dots + \frac{K_n * P * d_n}{36000} = \frac{(K_1 + K_2 + \dots + K_n) P * d_s}{36000}$$

Бундан d_s ўртача тўлаш муддатини топамиз:

$$d_s = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2 + \dots + K_n d_n}{K_1 + K_2 + \dots + K_n} \quad (1.32)$$

3-мисол. $K_1 \neq K_2 \neq \dots \neq K_n$
 $p_1 \neq p_2 \neq \dots \neq p_n$ $d_1 \neq d_2 \neq \dots \neq d_n$

Бу ҳолда d_s ўртача тўлаш муддати қуйидаги формула орқали топилади:

$$d_s = \frac{K_1 P_1 d_1 + K_2 P_2 d_2 + \dots + K_n P_n d_n}{(K_1 + K_2 + \dots + K_n) P_s} \quad (1.33)$$

Агар ўртача фоиз ставка (P_s) номаълум бўлса, уни топиш учун (1.30) муносабатда $d_1 = d_2 = \dots = d_n = d_s = d$ шарт ўринли бўлсин деб фараз қилинади, яъни

$$\frac{K_1 * P_1 * d}{36000} + \frac{K_2 * P_2 * d}{36000} + \dots + \frac{K_n * P_n * d}{36000} = \frac{(K_1 + K_2 + \dots + K_n) P_s * d}{36000}$$

Бундан

$$P_s = \frac{K_1 P_1 + K_2 P_2 + \dots + K_n P_n}{K_1 + K_2 + \dots + K_n} \quad (1.34)$$

P_s нинг топилган қийматини (1.33) га қўйиб қуйидагини аниқлаймиз:

$$d_s = \frac{K_1 P_1 d_1 + K_2 P_2 d_2 + \dots + K_n P_n d_n}{K_1 P_1 + K_2 P_2 + \dots + K_n P_n} \quad (1.35)$$

Ҳамма қарзларни бирданига узиш муддатини аниқлаш учун юқоридаги (1.33), (1.34), (1.35) формулалардан бири ёрдамида топилган ўртача тўлаш муддатини режадаги биринчи тўлаш муддатига қўйиш керак. Бундан ташқари тўлаш муддатлари орасидаги кунлар сонини ҳам ҳисоблаш керак.

Мисол. А шахс банкдан турли муддатларда тўлаш учун 3 хил ссуда олган:

Ссуда турлари	Тўлаш муддати	Фоиз ставки	Кунлар	K*d
1000	1.03	12	0	0
2000	10.04	12	40	80000
4000	25.04	12	55	220000

Қарздор ҳам кредитор ҳам зарар кўрмаслиги учун барча қарзларни биратула қачон узган маъқул?

Ечилиши. Ўртача тўлаш муддатини (1.32) формула ёрдамида топамиз:

$$d_s = \frac{K_1 d_1 + K_2 d_2 + K_3 d_3}{K_1 + K_2 + K_3} = \frac{0 + 80000 + 220000}{6000} = 50$$

Қарзни тула узиш муддатини топамиз:

$$1.03 + 50 = 20.04$$

Демак, қарзлар 20 апрелда тўланганда қарздор учун ҳам, кредитор учун ҳам зарар бўлмайди.

2-мисол. А шахс 1. майда кредитордан 3 та ҳар хил қарз олган:

1-қарз 4000 сўм ; тўлаш муддати 8 май

2-қарз 8000 сўм ; тўлаш муддати 18 июн

3-қарз 10000 сўм ; тўлаш муддати 3 июл

Фоиз ставка 10 % ни ташкил қилсин. Ўртача тўлаш муддати топилсин.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра :

$$P_1 = P_2 = P_3 = P = 10\%$$

$$K_1 = 4000 ; K_2 = 8000 ; K_3 = 10000$$

$$d_1 = 7 \text{ кун} ; d_2 = 39 \text{ кун} ; d_3 = 56 \text{ кун}$$

Ўртача тўлов муддатини (1.32) формула ёрдамида топамиз.

$$d_s = \frac{4000 * 7 + 8000 * 39 + 10000 * 56}{4000 + 8000 + 10000} = \frac{900000}{22000} = 41$$

Биринчи тўлаш муддати 8 май . Демак қарзларни батамом тўлаш куни:

$$8.05 + 41 = 18.06$$

бўлади. Шундай қилиб агар А шахс ҳамма қарзларни кредиторга 18 июнда қайтарса, бунда қарздор ҳам, кредитор ҳам зарар кўрмайди.

Жавоб : 18 июн

Назорат саволлари.

1. Қарз узиш бўйича ўртача муддатни аниқлаш масаласидаги асосий муносабат қандай кўринишга эга?
2. Ссудалар миқдори тенг ва фоиз ставкалари тенг бўлган ҳолда ўртача тўлов муддати қандай аниқланади?
3. Ссудалар миқдори ва тўлаш муддатлари турлича бўлиб фоиз ставкалари бир хил бўлган ҳолда ўртача тўлов муддати қандай топилади?
4. Барча параметрлар турлича бўлган ҳолда ўртача тўлов муддати қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. А шахс 1.01 да банкдан турли муддатларда тўлаш учун 4 хил ссуда олган.

Ссуда турлари	Тўлаш муддати	Фоиз ставкаси	Кунлар сони	$K \cdot d$
100000	1.03	10	0	
200000	1.04	10	30	
100000	15.04	12	45	
150000	1.05	15	60	

Қарздор ҳам, кредитор ҳам зарар кўрмасликлари учун барча қарзларни биратўла қачон узган маъқул?

2. Юқоридаги 1-масалани фоиз ставкалари бир хил, яъни 10% бўлган ҳол учун ечинг.
3. . Юқоридаги 1-масалани ссудалар миқдори 1 хил, яъни 100000 сўм бўлган ҳол учун ечинг.

8 - §. Векселларни дисконт қилиш ва ҳисоблаш.

Векселларни уларнинг эгасидан тўлов давригача бўлган муддатда номинал нархга нисбатан паст нархда сотиб олиш **векселларни дисконт**

қилиш деб аталади. Бошқача айтганда векселларни дисконт қилиш банк томонидан вексел эгасига қимматли қоғоз эвазига кредит беришдан иборат бўлади. Бундай кредитлашда банк вексел эгасига векселларда кўрсатилган суммадан фоиз тўловга кам бўлган миқдорда кредит беради. Фоизларни ҳисоблаш ва уларни олдиндан сотиб олиш жараёни **векселларни ҳисоблаш** дейилади.

Векселларнинг номинал баҳоси билан фоиз тўловлари орасидаги фарқ уларнинг **дисконт** баҳоси дейилади.

Фараз қилайлик векселларнинг номинал баҳоси **K_n** бўлсин. Векселларни сотиб олингандан то улар бўйича тўлов амалга ошириладиган кунгача бўлган даврдаги кунлар сони **d**, дисконт баҳоси **K_v** бўлсин. У ҳолда фоиз тўлов қуйидаги формула орқали топилади:

$$I = \frac{K_n * d}{D} \quad (1.36)$$

$$\text{бу ерда } D = \frac{36000}{p} - \text{фоиз калит.}$$

Дисконт баҳо эса қуйидаги

$$K_v = K_n - I = K_n - \frac{K_n * d}{D}$$

ёки

$$K_v = K_n \left(1 - \frac{d}{D} \right) \quad (1.37)$$

формулалар орқали топилади.

Агар **K_v** дисконт баҳо маълум бўлса, у ҳолда фоиз тўлов (дисконт) қуйидаги формула орқали топилади:

$$I = \frac{(K_n - I) * d}{D - d} = \frac{K_v * d}{D - d} \quad (1.38)$$

Векселларнинг номинал нарҳини топишда қуйидаги:

$$K_n = K_v + \frac{(K_n - I) * d}{D - d} \quad (1.39)$$

ёки

$$K_n = K_v + (1 + \frac{d}{D - d}) \quad (1.40)$$

формулалар ишлатилади.

1-мисол. Векселларнинг номинал баҳоси 30000 сўм бўлиб, улар бўйича тўлов 5 декабрда амалга оширилади. Ушбу векселлар 5 сентябрда ҳисобга олинган. Йиллик фоиз ставкасини 6% деб ҳисоблаб дисконт баҳони топинг.

Ечилиши. Масаланинг шартидан векселларнинг номинал қиймати маълум:

$$K_n = 30000$$

5 сентябрдан 5 декабргача бўлган давр ораси 91 кун, яъни $d=91$. Векселлар бўйича фоиз тўловни (1.36) формула орқали топамиз:

$$I = \frac{30000 * 91}{\frac{36000}{6}} = \frac{30000 * 91}{6000} = 455$$

Бу ҳолда дисконт баҳо

$$K_v = K_n - I = 30000 - 455 = 29545 \text{ сўм бўлади.}$$

2-мисол. Ютуғ чиқиш муддати 25 декабрда бўлган векселлар 25 октябрда ҳисобга олинди. Вексел эгаси 30 октябрда банкдан 9200 сўм пул олди. Агар йиллик фоиз ставкаси 9 %ни ташкил қилса, векселларнинг номинал баҳосини топинг.

Ечиш: 25 октябрдан 25 декабргача давр орасидаги кунлар сони $d=60$ кун. Фоиз тўловни дисконт баҳо бўйича (1.38) формуладан фойдаланиб топамиз:

$$I = \frac{9200 * 60}{6000 - 60} = 92,9$$

Бу ҳолда номнал баҳо

$$9200 + 92.9 = 9292.9 \text{ сўм}$$

Жавоб: векселларнинг номинал баҳоси 9292.9 сўм.

3-мисол. Қарздор 10 январда узиш керак бўлган 100000 сўмлик қарзи ҳисобидан кредиторга тўлов муддати 15 мартда бўлган 10000 сўмлик, тўлов

муддати 10 апрелда бўлган 20000 сўмлик ҳамда муддатлари 10 феврал ва 25 мартда бўлган иккита бир хил векселлар ёзиб берди. Сўнги иккита векселнинг номинал баҳосини топинг. (Йиллик фоиз ставкаси 9 %)

Ечилиши. Дастлабки 2 та вексел учун дисконт қуйидагига тенг:

$$II + I = \frac{10000 * 64 + 20000 * 90}{36000} = \frac{640000 + 1800000}{4000} = 610$$

У ҳолда бу икки векселнинг дисконт баҳоси:

$30000 - 610 = 29390$ сўм

3-нчи ва 4-нчи векселларнинг дисконт баҳоси

$K_n - I = 100000 - 29390 = 70610$ сўм бўлади.

Бу векселларнинг номинал баҳосини топиш учун уларнинг ўртача тўлов муддатини аниқлаймиз:

d_1 - 3-нчи векселнинг тўлов муддати.

d_2 - 4-нчи векселнинг тўлов муддати бўлсин. У ҳолда ўртача тўлов муддати:

$$d_s = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

бўлади.. Мисолнинг шартига кўра $d_1 = 30$ кун, $d_2 = 46$ кун. Демак ўртача тўлов муддати :

$$d_s = \frac{30 + 46}{2} = 38 \text{ кун бўлади.}$$

Энди 3-нчи ва 4-нчи векселлар учун дисконтни (1.38) формула ёрдамида топамиз:

$$d_s = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

$$I = \frac{(K_n - I) * d_s}{D - d_s} = \frac{70610 - 38}{4000 - 38} = 677$$

У ҳолда бу векселларнинг номинал баҳоси:

$29390 + 677 = 30067$ сўм бўлади. Уларнинг ҳар бирининг номинал баҳоси эса:

$30067 : 2 = 15033.5$ сўм бўлади.

Дисконтларни ҳисоблаш термини кенгроқ маънода ҳам ишлатилади. Масалан, келгусида қиймати K_n бўладиган микдорнинг маълум бир ойдаги қийматини аниқлаш масаласи ҳам дисконтларни ҳисоблаш масаласи бўлади.

Бундай ҳисоблашни одатда қиймат кўрсаткичини керакли онга (моментга) келтириш деб аталади. K_n ни дисконтлаш натижасида ҳосил бўлган K_v миқдор K_n нинг келтирилган баҳоси деб аталади.

4-мисол. Битим тузилгандан 180 кун кейин қарздор 31000 сўм пул тўлаши керак. Йиллик фоиз ставка 6% ни ташкил қилади. Қарздор қанча миқдорда қарз олган?

Ечиш: Шартга кўра $K_n = 31000$, $P = 6\%$.

Дисконт баҳони, яъни дастлабки олинган қарзни топамиз,

$$K_v = K_n \left(1 - \frac{d}{D}\right) = 31000 * \left(1 - \frac{180}{6000}\right)$$

$K_v = 30070$ сўм.

Демак, бу ҳолда дисконт (фоиз тўлов)

$I = K_n - K_v = 31000 - 30070 = 930$ сўм

бўлади.

Агар бирор бир тижорат банки иккинчи тижорат банк векселларини ҳисобласа (дисконтласа), у ҳолда бу жараён векселларни қайта ҳисоблаш ёки **редисконтлаш** дейилади. Одатда битта эмас бир нечта векселлар редисконтланади. Векселларни қайта ҳисоблашга топширувчи банк улар бўйича келишилган вақтда тўлов бажариши ёки уларни янги векселларга алмаштириши мумкин.

Қайта ҳисобланган векселларнинг тўлов муддатини чўзиш - **пролонгация** дейилади ва у векселлар бўйича яна қайтадан ҳисоблаш (редисконт қилишни), ҳамда тўлов муддати яқинлашган векселлар қисмини ана шу редисконтланган векселлар ҳисобига тўлаш жараёнини билдиради.

Мисол. 1 январда А банкнинг В банкдаги редисконтида 15000, 50000 ва 20000 сўмлик векселлари мавжуд. Бундан ташқари А банк В банкка тўлов муддати 1 апрелда бўлган 25000 сўм, тўлов муддати 15 мартда бўлган 25000 сўм ва тўлов муддати 2 мартда бўлган 20000 сўмлик векселлар ўтказган. Янги векселлар ёрдамида тўлов муддати рўй берган векселлар бўйича тўлов операцияси амалга оширилади. Агар редисконт фоиз ставкаси 9% бўлса, А банк В банкка қанча нақд пул тўлайди? (бу операциядаги банкнинг харажати 100 сўм деб қаралсин).

Ечилиши. 1 январда қайта ҳисобланган векселлар :

Векселлар	Тўлаш муддати	кунлар сони
25000	1.04	89
35000	15.03	72
20000	2.03	58
Жами 80000		

Ушбу векселлар бўйича фоиз тўловни топамиз:

$$I = \frac{25000 * 89 + 35000 * 72 + 20000 * 58}{4000} = 1476 \text{ сўм.}$$

банк харажатлари 100 сўм.

Шундай қилиб редисконтланган (қайта ҳисобланган) векселларнинг баҳоси :

$$80000 - 1476 - 100 = 78424 \text{ сўм.}$$

1 январда тўланиши керак бўлган векселларнинг номинал баҳоси:

$$15000 + 50000 + 20000 = 85000 \text{ сўм.}$$

Демак, А банк Б банкка

$$85000 - 78424 = 6576 \text{ сўм пулни нақд тўлаши керак.}$$

Назорат саволлари.

1. Векселларни дисконт қилиш нима?
2. Дисконт нима?
3. Редисконтлаш нима?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1-мисол. Тўлов муддати 17 ноябрда бўлган 100000 сўмлик векселни А шахс банкка топшириб уни 23 сентябрда ҳисобдан ўтказди. Агар йиллик фоиз ставкаси 8%дан иборат бўлса, вексел эгаси қанча миқдорда пул олади ва қанча миқдорда фоиз тўлов тўлайди?

2-мисол. Корхона ўзининг 800000 сўмлик қарзи ҳисобидан банкка 20 майда тўлов муддатлари тегишли равишда 20 июн, 10 июл, 5 август ва 20сентябрлардан иборат бўлган 4 та векселлар топширди. Агар йиллик фоиз ставкаси 6% бўлса, ҳар бир векселнинг номинал қийматларини топинг.

3-мисол. 5 майда тўлаш муддати 18.06 бўлган 400000 сўмлик, тўлаш муддати 15 июл бўлган 200000 сўмлик ва тўлаш муддати 3 август бўлган Х сўмлик векселлар ҳисобланган. Агар йиллик фоиз ставкаси 6% бўлиб, учала векселларнинг дисконтланган қиймати 69320 сўм бўлса, учинчи векселнинг номинал қийматини топинг.

II боб. МУРАККАБ ФОИЗЛАР

1-§ Мураккаб фоизни декурсив усул ёрдамида ҳисоблаш.

Агар жамғарма банкдаги қўйилма бўйича фоиз тўлов (устама фоиз) ҳар йилда бир марта амалга оширилса, у ҳолда бу жараён йиллик капиталлаштириш деб аталади ва у P_a (anum) билан белгиланади. Ҳар 0,5 йилда амалга ошириладиган устама фоиз P_s (semestre) билан белгиланади. Худди шунингдек ҳар кварталда амалга ошириладиган устама фоиз P_q (qartare), ҳар йилда амалга ошириладиган устама фоиз P_m (mensem) билан белгиланади.

Юқорида (I боб, 1-§ да) айтилганидек мураккаб фоизни икки хил йўл билан ҳисоблаш мумкин: 1) антисипатив (тўлов даврининг бошида амалга ошириладиган) ҳисоб; 2) декурсив (тўлов даврининг охирида амалга ошириладиган) ҳисоб.

Антисипатив усулда қўлланиладиган фоиз ставкаси $P\%(a)$ билан белгиланади. Декурсив усулда эса бу кўрсаткич $P\%(d)$ билан белгиланади.

Декурсив усул билан устама фоизни ҳисоблаш ва шу билан боғлиқ бўлган баъзи масалалар билан танишамиз. Бунинг учун қуйидаги масалага эътибор берамиз.

Масала. Фараз қилайлик бошланғич маблағ K_0 миқдорни ташкил қилсин. Бу маблағ n йил муддатга мураккаб фоиз ставкаси билан жамғарма банкка қўйилган бўлсин. Ушбу даврда устама фоиз ҳисобига ошган қўйилмани K_n билан белгилаймиз.

Агар K_0 миқдордаги маблағ $P\%(d)$ йиллик фоиз ставкаси билан n йилга жамғарма банкка қўйилган бўлса, у ҳолда шу даврнинг охирида ошган қўйилма миқдори.

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$$

ёки

$$K_n = K_0 (1 + 0,01P)^n \quad (2,1)$$

бўлади. Агар $\frac{P}{100} = i$ деб белгиласак, у ҳолда (2,1) ифода қуйидаги кўринишда бўлади.

$$K_n = K_0 (1 + i)^n,$$

бу ерда i - ўнли касрлар билан ифодаланган фоиз ставкасини билдиради.

Бу холда

$$r = 1 + \frac{P}{100} = 1 + i$$

ифода мураккаб декурсив коэффициент, $(1+i)^n$ ифода эса мураккаб фоиз бўйича ўсиш коэффициенти деб аталади.

Ўсиш коэффициенти $P\%$ (d) фоиз ставкаси билан қўйилган маблағнинг бир йилда қанчага ўсишини кўрсатади. P ва n нинг бутун қийматларида ўсиш коэффициенти махсус жадваларда келтиради (илованинг 1 жадвалида турли P фоиз ставкалар ва турли n лар учун ўсиш коэффициенти келтирилган). Ўсиш коэффициентнинг жадвалдаги қийматини I_p^n билан белгиласак қуйидаги тенгликка эга бўламиз.

$$\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n = r^n = I_p^n \quad (2.2)$$

(2.2) тенгликдан фойдаланиб (2.1) ифодани қуйидаги ёзиши мумкин.

$$K_n = K_0 * r^n = K_0 I_p^n \quad (2.3)$$

Бу тенгликдан фойдаланиб фоиз ставкасини ва ҳисоб даври узунлигини аниқлаш мумкин. Бунинг учун (2.3) дан r_n ни топамиз.

$$r_n = (1+i)^n = \frac{K_n}{K_0}, \quad (2.4)$$

у холда

$$1+i = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}},$$

ёки

$$1 + \frac{P}{100} = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}.$$

Бундан

$$P = 100 \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1 \right) \quad (2.5)$$

Ҳисоблаш даврининг узунлигини аниқлаш учун (2.4) инннг икки томонини логорифмлаймиз

$$n \lg(1+i) = \lg K_n - \lg K_0$$

хамда бундан n ни топамиз.

$$n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg(1 + i)} \quad (2.6)$$

n йилдаги умумий фоиз тулов (устама фоиз) миқдорини (2.1) формуладан фойдаланиб топиш мумкин.

$$I = K_n - K_0 = K_0 * r^n - K_0 = K_0(r^n - 1),$$

Бу ерда I - умумий мураккаб фоиз тулов (устама фоиз).

Назорат саволлари.

1. Мураккаб фоиз нима?
2. Мураккаб фоизни неча усул билан ҳисоблаш мумкин?
3. Мураккаб фоизни декурсив усул билан ҳисоблаш формуласи қандай?
4. Мураккаб декурсив коэффициент нима?
5. Мураккаб фоиз бўйича ўсиш коэффициенти қандай?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. 50000 сўм пул 8% (d) йиллик мураккаб фоиз ставкаси билан 5 йилга қўйилган. Шу муддат ичида миқдор қанча даромадга эга бўлади?
2. Агар дастлабки қўйилма 500000 сўм бўлиб у 4 йил ичида 607753 сўмга етган бўлса, у ҳолда йиллик фоиз ставкаси қандай бўлган?
3. 80000 сўмдан иборат маблағ 6% (d) фоиз ставкаси билан маълум муддатга қўйилган. Агар шу муддат ичида қўйилма миқдори 3 марта ошган бўлса, у ҳолда бу муддат неча йилдан иборат?

2-§. Мураккаб фоизни антисипатив усул билан ҳисоблаш.

Антисипатив усулнинг моҳияти тушуниш учун қуйидаги масалага этибор берамиз.

Фараз қилайлик дастлабки қўйилманинг миқдори K_0 бўлсин. $P \%(a)$ йиллик фоиз ставкаси билан антисипатив усулни қўллаганда n йилдан сўнг дастлабки K_0 қўйилма миқдори канча бўлади?

Бу саволга жавоб бериш учун қуйидаги ишларни амалга оширамиз.

Дастлабки K_0 ни қуйидагича ифодалаш мумкин.

$$K_0 = K_1 - \frac{K_1 * P \%(a)}{100}, \quad (2.7)$$

бу ерда K_1 -биринчи йилнинг охиридаги ошган маблағ миқдори, $\frac{K_1 * P \%(a)}{100}$ - антисипатив усул билан K_1 маблағдан ҳисобланган фоиз тўлов.

(2,7) тенгликда баъзи чизиқли алмаштиришларни бажариб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$K_0 = K_1 \frac{(100 - P \%(a))}{100} \quad (2.8)$$

Бундан K_1 ни топамиз.

$$K_1 = \frac{K_0 * 100}{100 - P \%(a)} \quad (2.9).$$

Иккинчи йилнинг охиридаги ошган маблағ миқдори K_2 ни ҳам худди шундай йўл билан топамиз.

$$K_1 = K_2 - \frac{K_2 * P \%(a)}{100} = K_2 \left(\frac{100 - P \%(a)}{100} \right)$$

Бу тенгликда K_2 ни топамиз.

$$K_2 = K_1 \left(\frac{100}{100 - P \%(a)} \right) \quad (2.10)$$

Бундан (2.9) формула ёрдамида қуйидаги тенгликни ҳосил қилиш мумкин.

$$K_2 = K_0 \left(\frac{100}{100 - P \%(a)} \right)^2 \quad (2.11)$$

Худди шундай йўл билан n-чи йил сўнгидаги ошган маблағ миқдорини топамиз.

$$K_n = K_0 \left(\frac{100}{100 - P\% (a)} \right)^n \quad (2.12).$$

Бу тенгликни қуйидаги кўринишида ҳам ёзиш мумкин.

$$K_n = K_0 * \rho^n, \quad (2.13)$$

бу ерда

$$\rho = \frac{100}{100 - P\% (a)}$$

Мураккаб антисипатив коэффициент, ρ^n эса антисипатив усулдаги ўсиш коэффициенти деб аталади. Турли ҳисоблаш даврлари ва турли фоиз ставкалари учун ρ^n нинг қийматлари махсус жадвалларда келтирилади. (2-молия жадвалига каралсин) ρ^n нинг жадвалдаги қиймати Π_p^n билан белгиланади. Бу ҳолда K_n нинг жадвал қиймати $K_n = K_0 * \Pi_p^n$ га тенг булади.

Декурсив ва антисипатив усуллар билан ҳисобланадиган мураккаб фоизлар одатда турлича бўлади.

1-мисол. Дастлабки капитал маблағ 50000 сўм бўлиб у 3 йилга 6% йиллик мураккаб фоиз ставкаси билан қўйилган. Ушбу қўйилмадан олинадиган даромад миқдорини: а) декурсив усул билан, б) антисипатив усул билан топинг.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра: $K_0 = 50000$ сўм,
 $n = 3$, $P = 6\%$

а) (2.1) формуладан фойдаланамиз.

$$K_3 = K_0 \left(1 + \frac{P}{100} \right)^3 = 50000 \left(1 + \frac{6}{100} \right)^3$$

$\Gamma^3 = \left(1 + \frac{6}{100} \right)^3$ ифоданинг қийматини 1-молия жадвалдан топамиз ва қиймати Γ_6^3 билан белгилаймиз. Демак, бу ҳолда

$$K_3 = 50000 * \Gamma_6^3 = 50000 * 1,191 = 59550$$

Демак бу даврда олинган даромад,

$$K_3 - K_0 = 59550 - 5000 = 9550 \text{ сўм.}$$

б) Энди антисипатив усулга мурожаат қиламиз. Бунда юқоридаги (2.12) формуладан фойдаланамиз,

$$K_3 = K_0 \left(\frac{100}{100 - P\%(a)} \right)^3 = 5000 * \rho^3$$

ρ^3 нинг қийматини 2-молия жадвалидан топамиз ва уни I_6^3 - билан белгилаймиз,

$$I_6^3 = 1,2040$$

Демак,

$$K_3 = 50000 * 1,204 = 60200$$

У ҳолда,

$$I = K_3 - K_0 = 60200 - 50000 = 10200$$

Демак, антисипатив усул декурсив усулга нисбатан каттароқ даромад беради. Демак антисипатив усулда топилган даромад миқдори 10200 сўм бўлар экан.

2-мисол. 500000 сўмдан иборат бўлган қарзнинг миқдори 5 йилда 12% (d) йиллик фоиз ставкаси билан ҳисобланганда қанча бўлади?

Ечиш. $K_0 = 500000$, $n = 5$, $P = 12\%$ (d)

$$K_5 = K_0 \left(1 + \frac{12}{100} \right)^5 = 500000 * I_{12}^5$$

$$I_{12}^5 = 1,7625,$$

$$K_5 = 500000 * 1,7625 = 881250 \text{ сўм}$$

Жавоб. 881250 сўм.

3-мисол. Мураккаб йиллик фоиз ставкаси 10 % бўлса, дастлабки K_0 қўйилма 5 марта ошиши учун қанча йил муддат керак бўлади?

Ечиш. $P = 10$, $K_n = 5 * K_0$

(5) формулага асосан,

$$n = \frac{\ln 5 K_0 - \ln K_0}{\ln \left(1 + \frac{10}{100} \right)} = \frac{\ln 5 + \ln K_0 - \ln K_0}{\ln 1,1} = \frac{\ln 5}{\ln 1,1} = \frac{0,6990}{0,0414} = 11,5$$

Жавоб: 11,5 йил.

Юқорида кўрган мисолларда мураккаб фоиз ҳисоблаш даврини бир йил деб қабул қилдик. Амалиётда ҳисоблаш даври бир йилдан кам бўлиши ҳам мумкин. Масалан ярим йиллик, 3 ойлик (квартал ҳисоб), ойлик ва ҳатто кунлик ҳисоб ҳам бўлиши мумкин. Агар 1 йилда m марта фоиз тўлов

ҳисобланса, у ҳолда ошган маблағ миқдари декурсив усул бўйича қуйидаги формула орқали топилади,

$$K_{mn} = K_0 \left(1 + \frac{P}{100 \cdot m} \right)^{mn} \quad (2.14)$$

Антисипатив усул қўлланганда эса,

$$K_{mn} = K_0 \left(\frac{100 \cdot m}{100 \cdot m - P \% (a)} \right)^{mn} \quad (2.15)$$

формула ишлатилади.

Мисол. Юқоридаги 2-мисолда фоизлар ҳар кварталда ҳисоблансин деб фараз қиламиз. У ҳолда 500000 сўмдан иборат бўлган қарз 5 йилда қанча бўлишини ҳисоблаймиз.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра, $K_0 = 500000$, $P = 12\%$, $m = 4$, $n = 5$, $mn = 20$.

Демак, (14) формулага асосан,

$$K_{20} = 500000 \left(1 + \frac{12}{100 \cdot 4} \right)^{20} = 500000 \left(1 + \frac{3}{100} \right)^{20}$$

$$\left(1 + \frac{3}{100} \right)^{20} = I_3^{20} = 1,728$$

$$K_{20} = 500000 \cdot 1,728 = 864000$$

Жавоб: 864000 сўм.

Назорат саволлари.

1. Мураккаб фоизни антисипатив усул билан ҳисоблаш формуласи қандай?
2. Мураккаб антисипатив коэффициент нима?
3. Антисипатив усулдаги ўсиш коэффициенти қандай?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. 1 млн. сўмдан иборат қарз 15 % (а) йиллик мураккаб фоиз ставкаси билан ҳисобланганда, 4 йилда қанча бўлади?

2. 15 % (а) йиллик мураккаб фоиз ставкаси билан ҳисобланганда дастлабки маблағ 2 марта кўпайиши учун неча йил муддат керак бўлади?

3. Агар фоиз тўлов ҳар кварталда ҳисобланадиган бўлса, ҳамда йиллик мураккаб фоиз ставкаси 12% ни ташкил қилса, 3 йилда дастлабки 300000 сўмлик қўйилма қанчагача ошади? Масаланинг декурсив ва антисипатив усул билан ечинг.

4. Агар йиллик мураккаб фоиз ставкаси 20% бўлиб, дастлабки қўйилма 200000 сўм бўлса, у ҳолда, 2 йилдан сўнг бу қўйилма миқдори қанча бўлади? Фоиз тўловлар ҳар кварталда амалга оширилади деб фараз қилинсин ҳамда декурсив ва антисипатив усуллар ёрдамида ечилсин.

3-§. Номинал ва самарали фоиз ставкалар.

Маълумки устама фоизлар йилига бир марта эмас, балки ҳар ярим йилликда биттадан жами 2 марта, ҳар кварталда биттадан жами 4 марта, ҳар ойда биттадан жами 12 марта ва ҳатто ҳар куни (жами 360 ёки 365 марта) ҳисобланиши мумкин.

Агар йиллик фоиз ставкаси 20 % бўлса, у ҳолда ярим йиллик фоиз ставкаси 10 %, кварталлик фоиз ставкаси 5% ва ойлик фоиз ставкаси 1,77% бўлишлиги қабул қилинган. Бундай фоиз ставкалар халқаро амалиётда **нисбий фоиз ставкалар** деб аталади. Энди юқоридаги (2.14) формулага мурожаат қиламиз:

$$K_{mn} = K_0 \left(1 + \frac{P}{100m}\right)^{mn}$$

Бу формула йилига m марта амалга ошириладиган устама фоиз ҳисоблашда 1 йилда ошган маблағнинг миқдорини кўрсатади. Бу формулани яна қўйидагича ҳам ёзиш мумкин,

$$K_{mn} = K_0 \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{mn} \text{ бу ерда } i = \frac{P}{100} - \text{номинал фоиз ставкаси деб аталади.}$$

Бу формула шуни кўрсатадики, агар устама фоиз йилига **m** марта амалга оширилса, у ҳолда фоиз тўлов **i/m** фоиз ставкаси билан амалга оширилар экан.

Амалиётда самарали ёки ҳақиқий фоиз ставкаси деган тушунча ҳам ишлатилади. Таъриф **i/m** фоиз ставкаси билан йилига **m** марта ҳисобланган устама фоизга тенг бўлган натижани берувчи йиллик мураккаб фоиз ставкаси **самарали фоиз ставкаси** деб аталади. Самарали фоиз ставкасини **j** билан белгилаймиз. Юқоридаги таърифга асосан, **i/m** ва **j** фоиз ставкалар бўйича ҳисобланган ўсиш коэффицентлари ўзаро тенг бўлади, яъни,

$$(1 + j)^n = (1 + \frac{i}{m})^{mn} \quad (2.16)$$

бундан,

$$1 + j = (1 + \frac{i}{m})^m$$

ёки

$$j = (1 + \frac{i}{m})^m - 1$$

Агар $m=1$ бўлса, $i=j$, яъни номинал фоиз ставкаси билан самарали фоиз ставкалар ўзаро тенг бўлади. Агар $m>1$ бўлса, у ҳолда $j>i$ бўлади.

Томонлар орасидаги келишувлар m марта амалга ошириладиган устама ҳисобланганда i номинал фоиз ставкасини j самарали фоиз ставкаси билан алмаштириш мумкин. Бу икки фоиз ставкалари молиявий нуқтаи назардан тенг кучли ҳисобланади.

Мисол. Агар устама фоиз ҳар ойда ҳисобланса ва номинал фоиз ставкаси 25% бўлса, самарали фоиз ставкаси қанча бўлади?

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра, $i=25\%$, $m=12$.

У ҳолда (17) формулага асосан,

$$j = (1 + \frac{0.25}{12})^{12} - 1 = 0.2807$$

Жавоб: самарали фоиз ставкаси 28% бўлади.

Агар j самарали фоиз ставкаси ва m устама фоиз ҳисоблаш даврлар сони маълум бўлса, у ҳолда номинал фоиз ставкаси қуйидаги формула орқали топилади:

$$j = m(\sqrt[m]{1 + j} - 1) \quad (2.17)$$

Агар

$K_{mn} = K_0 \left(1 + \frac{P}{100m}\right)^{mn}$ формулада ҳисоблаш даврлари сони m чексиз равишда ошиб борса, ҳар бир давр узунлиги нолга яқинлашиб боради. Энди $m \rightarrow \infty$ да K_{mn} нинг қийматини топамиз. Бу ерда n - йиллар сони, m -ҳар йилдаги ҳисоблаш даврлари сони,

$$K_{mn} = K_0 \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{P}{100m}\right)^{mn} = K_0 \left[\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{P}{100m}\right) \right]^{mn}. \quad (2.18)$$

Энди қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$\frac{P}{100m} = \frac{1}{M}$$

У ҳолда,

$$m = \frac{PM}{100}$$

$m \rightarrow \infty$ бўлганлиги учун $PM/100$ ҳам чексизга интилади, яъни

$$\frac{PM}{100} \rightarrow \infty$$

бундан,

$$M \rightarrow \infty.$$

(2.18) формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз,

$$K_{mn} = K_0 \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{M}\right)^{\frac{PM}{100}} \right]^n = K_0 \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{M}\right)^M \right]^{\frac{P}{100}n}$$

бундан

$$K_{mn} = K_0 e^{\frac{Pn}{100}} \quad (2.19)$$

Бу формула орқали мураккаб фоизлар узлуксиз ҳисоблангандаги йиғма қўйилма миқдори аниқланади. K_{mn} n нинг узлуксиз функцияси бўлиб, у ихтиёрий босқичдаги қўйилма миқдорини аниқлашга ёрдам беради. (2.19)

формуладаги $e^{\frac{PM}{100}}$ ифода $m \rightarrow \infty$ бўлганда мураккаб фоизларни ҳисоблашдаги **ўсиш коэффициенти** деб аталади.

Назорат саволлари.

1. Нисбий фоиз ставкалари нима?
2. Самарали фоиз ставкаси нима?
3. Номинал фоиз ставкаси маълум бўлганда самарали фоиз ставкаси қандай формула орқали топилади?
4. Самарали фоиз ставкаси маълум бўлганда номинал фоиз ставкасини топиш формуласи қандай?
5. Мураккаб фоизлар узлуксиз ҳисоблангандаги қўйилма миқдори қандай аниқланади?
6. Мураккаб фоизлар узлуксиз ҳисоблангандаги қўйилманинг йиғма миқдори қандай бўлади?
7. Мураккаб фоизлар узлуксиз ҳисоблангандаги ўсиш коэффициенти қандай?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. А шахс жамғарма банкка 120000 сўм пулни 6% йиллик декурсив фоиз ставкаси билан 5 йилга қўйган. Агар устама фоиз йилига 2 марта ҳисобланса шу муддат ичида қўйилма неча марта ошади?
2. Жамғарма банкдаги қўйилма учун 8% йиллик мураккаб ставкаси белгиланган. Агар устама фоиз ҳар чоракда ҳисобланса ҳамда дастлабки қўйилма миқдори 50000 сўмни ташкил қилса, у ҳолда 3 йил ичида қўйилманинг миқдори қанчага етади?
3. Жамғарма банкка 20000 сўм пул 6,5% фоиз ставкаси билан 2 йилга қўйилган. Агар фоиз тўлов ҳар ойда ҳисобланса, у ҳолда шу муддат ичида қўйилма қанчага ошади?
4. Агар 100000 сўм пул 10% мураккаб фоиз ставкаси билан 10 йилга қўйилган бўлса, ҳамда фоиз тўлов чексиз кўп марта ҳисобланса, у ҳолда шу муддатдаги ошган маблағ миқдори қанча бўлади?

4–§. Дисконтлаш (келтириш) коэффициенти.

Маълумки K_n - дастлабки K_0 маблағнинг n та ҳисоблаш босқичида мураккаб фоизга ўсган қийматидир. K_n маблағга нисбатан K_0 камайган маблағ бўлади, чунки K_0 ни топиш учун K_n дан n та ҳисоблаш босқичидаги мураккаб фоизни айириш керак. K_0 миқдор келтирилган ёки **дисконтланган** миқдор деб аталади. Қуйидаги тенгликдан K_0 ни топамиз,

$$K_n = K_0 \cdot r^n$$

$$K_0 = \frac{K_n}{r^n} = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n} = K_n \cdot r^{-n} \quad (2.20)$$

ёки

$$K_0 = K_n(1+i)^{-n}. \quad (2.21)$$

Бу формуладаги r^{-n} ёки $(1+i)^{-n}$ коэффициентлар келтириш коэффициентлари ёки дисконтлаш коэффициентлари деб аталади. Бу коэффициентларнинг P ва n ларни турли қийматларига мос келувчи қийматлари махсус жадвалда келтирилади. (3-молия жадвалига қаранг).

r^{-n} нинг 3-нчи молия жадвалидаги қийматини $I I \frac{P}{100} \%$ билан белгиласак, қуйидагига эга бўламиз,

$$K_0 = K_n III \frac{n}{P \%}$$

Агар устама фоиз йилига m марта ҳисобланса, у ҳолда қуйидаги тенглик ўринли бўлади,

$$K_0 = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{P}{100m}\right)^{mn}} = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{nm}}$$

ёки,

$$K_0 = K_n \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-mn} = K_n \cdot r^{-mn} = K_n III \frac{mn}{P_n \%} \quad (2.22)$$

K_n ошган маблағни дисконтлаш натижасида ҳосил бўладиган K_0 маблағ K_n нинг жорий баҳоси деб аталади. Жорий баҳони K_n бўйича тўлаш давригача бўлган ҳар қандай босқич учун ҳисоблаш мумкин. K_n билан унинг K_0 дисконтланган қиймати орасидаги фарқ **дисконт** деб аталади. Агар дисконтни D ҳарфи билан баелгиласак,

$$D = K_n - K_0 = K_n (1 - r^{-n}) \quad (2.23)$$

ёки,

$$D = K_n [1 - (1-i)^n]$$

тенгликлар ўринли бўлади. Агар устама фоиз йилига m марта ҳисобланса, у ҳолда дисконт қуйидагига тенг бўлади:

$$D = K_n \left[1 - \left(1 + \frac{P}{100 \cdot m} \right)^{-nm} \right] \quad (2.24)$$

1-мисол. корхона 5 йилдан сўнг 2000000 сўм пул қайтариш шарти билан жамғарма банкдан қарз олинган. Агар мураккаб йиллик фоиз ставкаси 15% бўлса, дастлабки қарз миқдорини ва дисконтни топинг.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра, $K_n=2000000$, $P=15\%$, $n=5$.

У ҳолда (2.20) формуладан,

$$K_0 = \frac{2000000}{\left(1 + \frac{15}{100}\right)^5} = 2000000 * II_{15\%}^5 = 2000000 * 0.497 = 994000$$

Демак дисконт,

$$D = K_n - K_0 = 2000000 - 994000 = 1006000, \quad \text{бўлади.}$$

Жавоб: $K_0=994000$, $D=1006000$ сўм.

2-мисол. Банкдаги ҳисобда 5 йил ичида 50000 сўм пул йиғилган. Агар мураккаб йиллик фоиз ставкаси 5% ни ташкил қилса, дастлабки қўйилма қанча бўлган?

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра $K_n=50000$, $P=5\%$, $n=10$.

$$K_0 = 50000(1+0,005)^{-5} = 50000 * III_{5\%}^5 = 50000 * 0,7835 = 39175$$

Жавоб: 39175 сўм.

Агар устама фоиз узлуксиз равишда ҳисобланса, узлуксиз капиталлаштириш амалга оширилса, дисконтлаш коэффиенти қандай бўлишини кўрамыз.

Бунинг учун қуйидаги формуладан фойдаланамиз,

$$K_n = K_0(1+i)^n$$

Бу ифодани n бўйича дифференциаллаймиз,

$$dK_n = K_0(1+i)^n * \ln(1+i)dn$$

Агар $\ln(1+i)$ ни L билан белгиласак,

$$dK_n = K_0(1+i)^n * Ldn \quad \text{бўлади. Бу ерда,}$$

$$L = \ln(1+i)$$

Бу ифодадан кўринадики,

$$e^L = e^{\ln(1+i)} = 1+i$$

$(1+i)$ ни e^L билан алмаштириб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$K_n = K_0 * e^L, \quad (2.25)$$

бундан

$$K_0 = K_n * e^{-L}. \quad (2.26)$$

Бу ерда e^L - узлуксиз капиталлаштириш амалга оширишдаги ўсиш коэффициенти, e^{-L} эса ана шундай шароитдаги дисконтлаш коэффициенти деб аталади.

Назорат саволлари.

1. Дисконтланган миқдор нима?
2. Келтириш (дисконтлаш) коэффициенти қандай?
3. Жорий баҳо нима?
4. Дисконт нима ва у қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Агар қарздор 3 йилдан сўнг кредиторга 100000 сўм қайтарган бўлса ҳамда йиллик фоиз ставкаси 15% бўлган бўлса, у ҳолда қарзнинг дастлабки миқдори қанча бўлган?
2. Банк депозитидаги пул 5 йилда 100000 сўмга етган. Агар фоиз ставкаси 10% бўлса у ҳолда дастлабки қўйилма қанча бўлган?
3. А шахс 3 йилдан сўнг 5000000 сўм қайтариш шарти билан бошқа бир шахсдан қарз олган. Агар фоиз ставкасини 10% деб келишилган бўлса, олинган қарз миқдори қанча бўлган?
4. 20% йиллик мураккаб фоиз ставкаси билан олинган қарз миқдори 5 йилда 600000 сўм бўлган бўлса, у ҳолда дастлабки қарз миқдори қанча бўлган?

5-§. Жамғарманинг йиғма миқдори ва йиғма коэффициенти.

Юқорида биз K_0 миқдорда 1 марта қўйилган маблағ n йил ичида K_n миқдорга етишини таъминловчи жараённи кўрдик. Лекин амалиётда ҳар доим ҳам ана шундай вазият бўлавермайди. Баъзи ҳолларда қўйилма бир марта қўйилмасдан, балки n та босқич оралиғида доимий равишда қўйилиб борилади. Қўйилмалар арифметик ёки геометрик прогрессия бўйича ошиб ёки камайиб бориши мумкин, ёки бўлмаса, ҳеч қандай қонуниятга бўйсинмаган ҳолда ошиб ёки камайиб бориши мумкин. Бу ҳолларда n йилдан сўнг (n -нчи йилнинг охирида) қўйилманинг сўнги миқдорини аниқлаш масаласи қўйилади. Дейлик, қуйидаги масалани ечиш талаб қилинсин:

Фараз қилайлик ҳар йилнинг бошида жамғарма банкка a миқдорда пул ўтказилсин. Бу иш n йил давомида амалга оширилсин ҳамда йиллик фоиз ставка $P\%$ ни ташкил қилсин. n йил ичида банкда йиғилган пул миқдори қанча бўлади?

Масаланинг ечилиши: Дастлабки қўйилган a миқдордаги пул n йил ичида

$$a_n = a \cdot r^n = a \left(1 + \frac{P}{100} \right)^n$$

миқдорга етади. Иккинчи йилда қўйилган пул $n-1$ йилга қўйилган бўлади, шунинг учун у сўнги йилда:

$$a_{n-1} = a \cdot r^{n-1} = a \left(1 + \frac{P}{100} \right)^{n-1}$$

миқдорга етади ва ҳоказо $n-1$ -нчи йилда қўйилган пул фақат 1 йилга қўйилганлиги сабабли у n -нчи йилда:

$$a_1 = a \cdot r = a \left(1 + \frac{P}{100} \right)$$

миқдорга етади.

Агар қўйилган барча пулларнинг ошган қийматларининг йиғиндисини S_n билан белгиласак, у қуйидагига тенг бўлади:

$$S_n = ar^n + ar^{n-1} + \dots + ar^2 + ar$$

ёки,

$$S_n = ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

бундан,

$$S_n = a(r + r^2 + \dots + r^{n-1} + r^n)$$

Агар қавс ичидаги ифода геометрик прогрессия эканлигини назарга олсак, қуйидагига тенг бўлади:

$$S_n = ar \frac{r^n - 1}{r - 1} \quad (2.27)$$

бу ерда,

$$r \frac{r^n - 1}{r - 1} = R_n \quad (2.28)$$

бу ифода жамғарманинг йиғма коэффиценти деб аталади. Бу коэффицент ҳар йилнинг бошида бир хил миқдорда пул ўтказиб борилганда n йил ичида жамғарма миқдори неча мартага ошганини кўрсатади.

Жамғарманинг йиғма коэффиценти R ва n ларнинг турли қийматлари учун махсус жадвалда келтирилади (4-молия жадвалига қаралсин). Бу коэффицентнинг жадвал қийматини $IV_{P\%}^n$ билан белгилаймиз. У ҳолда (27)

формула қуйидаги кўринишда бўлади:

$$S_n = a * IV_{P\%}^n \quad (2.29)$$

Агар капиталлаштириш (устама фоизни ҳисоблаш) йилига m марта амалга оширилса, у ҳолда n йилдаги пул оқимларининг йиғма миқдори:

$$S_{mn} = ar \frac{r^{mn} - 1}{r - 1} = a IV_{P\%}^{mn}, \quad (2.30)$$

йиғма коэффиценти эса,

$$R_{mn} = r \frac{r^{mn} - 1}{r - 1} = IV_{P\%}^{mn}$$

бўлади.

Энди, фараз қилайлик, ҳар йилнинг охирида банкка a миқдорда пул ўтказилсин. Бу жараён n йил давом этсин ҳамда йиллик фоиз ставкаси $P\%$ ни ташкил этсин. n йил ичида банкда фоиз тўловлар ва ўтказилган пуллар

ҳисобига ошган қўйилма миқдорини аниқлаш масаласи қўйилсин. Бу масалани ечиш учун қуйидагиларга эътибор бериш керак:

I йилнинг охирида ўтказилган a сўм пул n - йилнинг охирида:

$a_{n-1} = ar^{n-1}$ сўм бўлади.

Иккинчи йилнинг охирида қўйилган a сўм пул эса n -йилнинг охирида $ar^{n-2} = a_{n-2}$ сўм бўлади. Охирги n -йилнинг охирида қўйилган a сўм пул капиталлаштирилмайди, шунинг учун унинг қиймати a сўмлигича қолади.

n - йилнинг охирида барча қўйилган пуллarning йиғиндисини уларга нисбатан ҳисобланган фоиз тўловлар билан биргаликда S'_n билан белгиласак, у қуйидагига тенг бўлади,

$$S'_n = ar^{n-1} + ar^{n-2} + \dots + ar^2 + ar + a \quad (2.31)$$

ёки,

$$S'_n = a(1 + r + r^2 + \dots + r^{n-2} + r^{n-1}) \quad (2.32)$$

Бундан геометрик прогрессиянинг n -та ҳадлари йиғиндиси формуласидан фойдаланиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$S'_n = a \left(1 + r \frac{r^{n-1} - 1}{r - 1} \right)$$

ёки,

$$S'_n = a \frac{r^n - 1}{r - 1} \quad (2.33)$$

S'_n нинг қийматини 4-нчи молиявий жадвалдан фойдаланиб топиш мумкин. Бунинг учун қуйидаги тенгликка эътибор бериш керак:

$$S'_n = a (1 + IV_{p\%})^{n-1} \quad (2.34)$$

(2.27) ва (2.33) тенгликлардан хулоса қилиб шуни таъкидлаш мумкинки, S_n ва S'_n миқдорлар ўзаро боғлиқ бўлиб, уларнинг бирини иккинчиси ёрдамида топиш мумкин.

Ҳақиқатда ҳам,

$$S_n = r S'_n$$

бу ерда $r=(1+i)$ -ўсиш коэффиценти ва у 1-нчи молиявий жадвалдан топилади. Унинг жадвалдаги қийматини $I_{P\%}^n$ билан белгиласак,

$$S_n = S'_n I_{P\%}^n \quad (2.35)$$

бўлади.

Агар S_n маълум бўлса, S'_n куйидагича топилади:

$$S'_n = S_n r^{-1}$$

Бу ерда r^{-1} - дисконтлаш коэффиценти бўлиб, у 2-молиявий жадвалдан топилади. Агар унинг жадвал қийматини $II_{P\%}^n$ билан белгиласак, у ҳолда

$$S'_n = S_n II_{P\%}^n \quad (2.36)$$

тенглик ўринли бўлади.

1-мисол. А шахс ҳар йилнинг бошида жамғарма банкга 20000 сўм пул ўтгазади. Агар йиллик фоиз ставкаси 8%ни ташкил қилса бу шахснинг 5 йилда йиғилган жамғармаси қанча бўлади. ?

Масаланинг ечилиши: Масаланинг шартига кўра $a=20000$, $P=8\%$, $n=5$. Йиғма жамғарма миқдори:

$$S_5 = ar \frac{r^n - 1}{r - 1} = aR_5 = aIV_{8\%}^5$$

4- молия жадвалидан топамиз.

$$IV_{8\%}^5 = 6,336$$

$$\text{демак } S_5 = 20000 * 6,336 = 126720$$

Жавоб: 126720 сўм.

2-мисол. Фраз қилайлик 1- мисолдаги шахс жамғарма банкка ҳар йилнинг охирида 20000 сўмдан пул ўтказсин. Агар фоиз ставкаси 8% бўлса, 5 йил ичидаги жамғарманинг йиғма миқдори қанча бўлади?

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра $a=20000$, $P=8\%$, $n=5$.

(34) формуладан фойдаланамиз.

$n-1$

$$S'_n = a (1 + IV_{P\%})$$

4-молия жадвалидан топамиз.

4

$$IV_{8\%} = 4,867$$

демак,

$$S'_5 = 20000 * 5,867 = 117340$$

3-мисол. Дейлик, 1- мисолдаги шартлар бажарилиб, капиталлаштириш ҳар кварталда 1 марта (йилига 4 марта) бажарилсин. У ҳолда 5 йилда йиғилган жамғарма миқдори қанча бўлади?

Масаланинг ечилиши. Шартга кўра $a=20000$, $P=8\%$, $n=5$, $m=4$. Йиғма жамғарма миқдорини (2.30) формуладан топамиз.

$$S_{mn} = ar \frac{r^{mn} - 1}{r - 1} = aIV_{8\%}^{20}$$

$$S_{20} = 20000 * 49,423 = 988460$$

20

бу ерда $IV_{8\%}^{20} = 49,423$. 4-молия жадвалидаги $R_{4*5} = R_{20}$ нинг қиймати.

4-мисол. 2-мисол шартлари бажарилиб, капиталлаштириш ҳар кварталда амалга оширилса (йилига 4 марта), у ҳолда 5 йилдаги йиғма жамғарма миқдори қанча бўлади?

Ечилиши. Масаланинг берилишига кўра $a=20000$, $P=8\%$, $n=5$, $m=4$. Йиғма жамғарма миқдорини қуйидаги формула орқали топамиз:

$m(n-1)$

$$S'_{n*m} = a (1 + III_{P\%})$$

демак,

16

$$S'_{20} = 20000 (1 + III_{8\%}) = 20000(1+32,75) = 675000$$

Жавоб: 675000 сўм

Назорат саволлари.

1. Жамғарманинг йиғма миқдори нима ва у қандай топилади?
2. Жамғарманинг йиғма коэффиценти нима ва у қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Банк ҳисобига ҳар ойнинг бошида 1200 сўмдан пул қўйилиб борилса, ҳамда йиллик фоиз ставкаси 5% ни ташкил қилса, 3 йилдаги йиғилган жамғарма миқдори қанча бўлади?
2. 5 йилдан сўнг 500000 сўмдан иборат фонд ташкил қилиш учун фоиз ставкаси 6% бўлганда, ҳар йилнинг бошида қанча пул қўйиб борилиши керак?
3. 2-мисолдаги шартларда ҳар йилнинг охирида қанча пул қўйиш керак?

6–§. Фоиз ставкасини итерацион усул билан аниқлаш.

Жамғарманинг йиғма коэффиценти

$$\frac{S_n}{a} = R_n$$

нинг қийматини $n > 50$ ва $P.12\%$ бўлган ҳолларда жадвалдан аниқлаш мумкин эмас. Бундай ҳолларда фоиз ставкасини аниқлаш учун қуйидаги тенгламага мурожаат қиламиз:

$$r \frac{r^n - 1}{r - 1} = R_n \quad (2.37)$$

бу ерда,

$$r = 1 + \frac{P}{100}.$$

Энди (2.36) тенгликдан ҳосил қиламиз:

$$r^{n+1} - r = R_n (r - 1)$$

ёки,

$$r^{n+1} = (R_n + 1)r - R_n \quad (2.38)$$

Ушбу тенгликнинг чап томонини U билан, ўнг томонини эса V билан белгилаймиз, яъни

$$U = r^{n+1} \text{ ва } V = (R_n + 1)r - R_n$$

демак бу ҳолда

$$U = V$$

тенгликни таъминловчи P фоиз ставкасини аниқлаш керак.

Энг аввал $U = V$ тенгликдан P фоиз ставкаси қандай интервалга тегишли эканини аниқлаймиз. Бунинг учун (2.37) тенгликни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$-r^{n+1} + R(R_n + 1) = R_n$$

Бундан,

$$r = \frac{R_n}{R_n + 1 - r^n}$$

Бу ифодада $r > 0$ ва $R_n > 0$ бўлганлиги учун

$$R_n + 1 - r^n > 0$$

бўлади. Демак

$$R_n + 1 > r^n$$

ёки,

$$r < \sqrt[n]{R_n + 1} \text{ ва } 1 + \frac{P}{100} < \sqrt[n]{R_n + 1}$$

демак,

$$P < 100(\sqrt[n]{R_n + 1} - 1)$$

Бундан кўринадики $U = V$ тенгликни таъминловчи фоиз ставкаси

$$0 < P < 100(\sqrt[n]{R_n + 1} - 1) \quad (2.39)$$

оралиқда ётиши керак экан.

Бу ерда қуйидаги 2 ҳолдан бири рўй бериши мумкин,

- 1) Агар $U > V$ тенгсизлик ўринли бўлса, P фоиз ставкасини камайтириш керак;
- 2) Агар $U < V$ тенгсизлик ўринли бўлса, P фоиз ставкасини ошириш керак.

Фоиз ставкасини ошириш ва камайтириш жараёни итератив равишда амалга оширилиб то $U=V$ тенгликни таъминловчи P фоиз ставкаси аниқлангунча такрорланади.

Мисол. Жамғарма банкка A шахс томонидан 60 йил давомида ҳар йили 2000 сўм пул қўйиб борилган. Агар банкда йиғилган жамғарма миқдори 2000000 сўм бўлган бўлса, P фоиз ставкаси қандай бўлган?

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра $n=60$, $S_n=2000000$, $a=2000$. Энди (27) формулага мурожаат қиламиз:

$$S_n = aR_n \text{ ёки } R_n = \frac{S_n}{a}$$

Демак,

$$R_{60} = \frac{S_{60}}{2000} = \frac{2000000}{2000} = 1000$$

Энди (2.38) формуладан фойдаланиб $U=V$ тенгликни ёзамиз,

$$r^{61} = (1000 + 1)r - R_{60}$$

$$U = r^{61}; V = 1001r - R_{60} = 1001r - 1000$$

(2.39) формуладан P фоиз ставкасининг юқори чегарасини топамиз,

$$P < 10(\sqrt[60]{1001} - 1) = 12,2$$

Демак P фоиз ставкаси 12,2 % дан кам бўлиши керак, яъни,
 $0 < P < 12,2 \%$

Интерацион жараённинг биринчи босқичида $P=10 \%$ деб қабул қиламиз. U ҳолда,

$$U = (1,1)^{61} = 334,92$$

$$V = 1001 * 1,1 - 1000 = 101,1$$

Бу ерда $U > V$ бўлганлиги сабабли P фоиз ставкасини камайтириш керак.

2- босқичда $P=7\%$ деб қабул қиламиз. U ҳолда,

$$U = (1,07)^{61} = 62$$

$$V = 1001 * 1,07 - 1000 = 71,07$$

Бу ҳолда $U < V$. Демак P фоиз ставкасини ошириш керак.

3-босқичда $P=7,5 \%$ деб қабул қиламиз. U ҳолда,

$$U=(1,075)^{61}=82,397$$

$$V=1001*1,075-1000=71,07$$

Бу ҳолда $U>V$. Демак P фоиз ставкаси камайтирилиши керак. Лекин фоиз ставкасини $7<P<7,5$ оралиқда бўлишини аниқладик.

4-босқичда $P=7,35\%$. Бу ҳолда $U=75,67$, $V=74,5735$. Демак $U>V$, демак бу ҳолда ҳам фоиз ставкаси камайтирилиши керак.

5-босқичда $P=7,3\%$. Бу ҳолда $U=73,55$, $V=74,0735$. Демак $U<V$. Бу ҳолда фоиз ставкаси оширилиши керак.

6-босқичда $P=7,34\%$. Бу ҳолда $U=75,04$, $V=74,47$. Демак $U>V$, яъни фоиз ставкаси камайтирилиши керак.

7-босқичда $P=7,32\%$. $U=74,39$, $V=74,27$. Демак $U>V$. Фоиз ставкасини янада камайтириш керак.

8-босқичда $P=7,318\%$. $U=74,3$, $V=74,256$. Демак $U>V$. Фоиз ставкаси камайтирилади.

9-босқичда $P=7,3175\%$. $U=74,28$, $V=74,24$. Бу ҳолда U ва V ларни тақрибан тенг деб қабул қиламиз ва сўнги натижавий фоиз ставкаси $P=7,3275$ деб қабул қиламиз.

Топилган P фоиз ставкасининг қийматини S_n йиғма жағарма қийматини топиш формуласи (2.29) қўйиб, текшириш ўтказамиз:

$$S_n = 2000 * 1.073175 * \frac{1.073175^{60} - 1}{0.073175^{60}} = 20000000$$

ва ҳисобот тўғри эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Назорат саволлари.

1. Фоиз ставкасини интерацион усул билан топиш жараёнининг ғояси қандай?
2. Қандай ҳолларда интерацион усулларни қўллаш мумкин?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Суғурта компаниясига 50 йил давомида ҳар йили 3000 сўмдан пул ўтказиб борилган. Агар шу муддат сўнгида бу шахс 2500000 сўмга эга бўлган бўлса, суғурта компаниясининг фоиз ставкаси қандай бўлган?

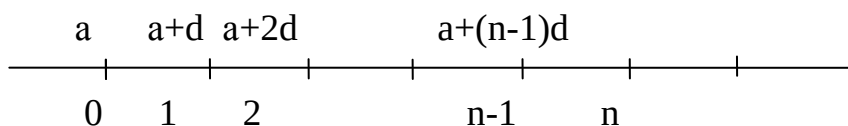
7-§. Арифметик прогрессия бўйича ўзгарувчи қўйилмаларнинг йиғма миқдорини аниқлаш

Юқорида биз танишган масалаларда турли шароитларда қўйилган тенг миқдордаги қўйилмалар кўрилган эди. Лекин қўйилмалар ҳар доим ҳам бир хил миқдорда бўлавермайди. Улар турлича ва ҳеч қандай қонуниятга бўйсинмайдиган бўлиши ёки арифметик (геометрик) прогрессия бўйича ўсувчан ёки камаювчан бўлиши мумкин. Қуйида биз ана шундай ҳолларда жамғарманинг йиғма миқдорини аниқлаш масаласини кўрамиз.

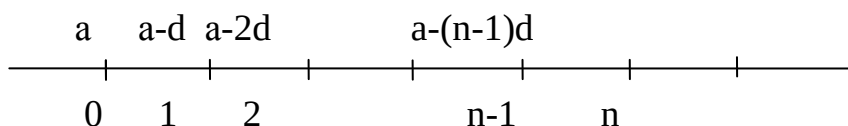
Фараз қилайлик қўйилмалар арифметик прогрессия бўйича ўсувчан бўлсин. Демак n йил давомида ҳар йилнинг бошида жамғарма банкка қуйидаги йўл билан пул ўтказилади:

1- йилнинг бошида a бирлик, 2- йилдан бошлаб ҳар йилнинг бошида олдинги йилдагига нисбатан d бирликка кўп бўлган пул ўтказилади. Йиллик фоиз ставкаси $P\%(d)$ ни ташкил қилса ва u ҳар йилнинг охирида ҳисобланса, n - йилнинг охиридаги жамғарманинг йиғма миқдорини аниқлаш талаб қилинади. Ушбу масалани график усулда қуйидаги кўринишда тасвирлаш мумкин:

а) жамғарма арифметик прогрессия бўйича ўсувчан бўлган ҳолда,



б) жамғарма арифметик прогрессия бўйича камаювчан бўлган ҳолда:



Биринчи а) ҳолда жамғарманинг йиғма миқдори қуйидагича топилади:

1-нчи йилнинг бошида банкка қўйилган a сўм пул n йилнинг охирида устама фоизлар ҳисобига,

$$S_{(1)} = a * r^n = a \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$$

сўм бўлади.

2-нчи йилнинг бошида қўйилган $a+d$ сўм пул n -нчи йилнинг охирида,

$$S_{(2)} = (a + d) * r^{n-2} = (a + d) \left(1 + \frac{P}{100}\right)^{n-1}$$

сўм бўлади.

3-нчи йилнинг бошида қўйилган $a+2d$ сўм пул n -нчи йилнинг охирида:

$$S_{(3)} = (a + 2d) * r^{n-2} = (a + 2d) \left(1 + \frac{P}{100}\right)^{n-2}$$

сўм бўлади ва ҳоказо. Сўнги қўйилманинг n -нчи йилнинг охиридаги қиймати

$$S_{(n)} = [a + (n-1)d]r = [a + (n-1)d] \left(1 + \frac{P}{100}\right)$$

бўлади. Шундай қилиб, n йил ичидаги барча қўйилмаларнинг йиғма миқдори,

$$S_{(n)} = S_{(1)} + S_{(2)} + \dots + S_{(n)} = ar^n + (a+d)r^{n-1} + (a+2d)r^{n-2} + \dots +$$

$$+ [a + (n-1)d]r$$

Бундан,

$$S_{(n)} = a(r^n + r^{n-1} + r^{n-2} + \dots + r) + d(r^{n-1} + 2r^{n-2} + \dots + (n-1)r) \quad (2.40)$$

ёки,

$$S_{(n)} = aR_n + dQ \quad (2.41)$$

бу ерда,

$$R_n = r \frac{r^n - 1}{r - 1} = IV_{P\%}^n \quad (2.42)$$

ва

$$Q = r^{n-1} + 2r^{n-2} + \dots + (n-1)r \quad (2.43)$$

(43) тенгликнинг икки томонини r га кўпайтириб топамиз,

$$Qr = r + 2r^{n-1} + \dots + (n-2)r^3 + (n-1)r^2 \quad (2.44)$$

Энди (2.44) ва (2.43) тенгликлардан

$Qr - Q$ айирмани топамиз

$$Qr - Q = r^n + r^{n-1} + \dots + r^2 + r - nr$$

ёки,

$$Qr - Q = (r^n + r^{n-1} + \dots + r^2 + r) - nr$$

Бундан,

$$Q(r-1) = IV_{P\%}^n - nI_{P\%}$$

Бу ерда,

$nI_{p\%}$ -г ўсиш коэффициентининг 1-нчи молиявий жадвалдаги қиймати.

Қуйидаги тенгликни назарга олиб,

$$r - 1 = \left(1 + \frac{P}{100}\right) - 1 = \frac{P}{100} \quad (2.45)$$

топамиз.

$$Q = \frac{100 (IV_{p\%}^n - nI_{p\%}^n)}{P} \quad (2.46)$$

(42) ва (46) ни (41) га қўйиб топамиз:

$$S_{(n)} = a * IV_{p\%}^n + \frac{100 d}{P} (IV_{p\%}^n - nI_{p\%}^n) \quad (2.47)$$

Шундай қилиб, айтиш мумкинки, агар қўйилмалар йилнинг бошида амалга оширилиб арифметик прогрессия бўйича ошиб борса ҳамда устама фоизлар ҳар йилнинг охирида ҳисобланиб, у ҳолда n йил давомида йиғилган жамғарма миқдори (2.44) формула орқали топилади. Агар қўйилмалар йилнинг охирида амалга оширилса, у ҳолда n йил ичидаги жамғарманинг йиғма миқдорини топиш учун қуйидаги формуладан фойдаланамиз

$$S_n^{+B} = s_n^+ * IV_{p\%}^n = s_n^+ r^{-1}$$

Бу ифодани (2.47) га қўйиб топамиз:

$$S_{(n)} = a * IV_{p\%}^n r^{-1} + \frac{100 d}{P} r^{-1} (IV_{p\%}^n - nI_{p\%}^n) \quad (2.48)$$

ёки,

$$S_{(n)} = a (IV_{p\%}^{n-1} + 1) + \frac{100 d}{P} (1 + IV_{p\%}^n - n) \quad (2.49)$$

1-мисол. А шахс жамғарма банкка дастлаб 10000 сўм қўйган. Кейинги йилларнинг ҳар биридаги қўйилма олдинги йилдагига нисбатан,

а) 500 сўмга ошиб борган;

б) 500 сўмга камайиб борган.

Агар йиллик фоиз ставкаси 5% (d) бўлса, 5 йилдаги йиғма жамғарма миқдори қанча бўлади?

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра $n=5$, $P=5\%$, $a=10000$, $d=500$ (а) ҳолда), $d=-500$ ((б) ҳолда).

(2.44) формулага асосан,

$$а) \quad S_{(5)} = 10000 * IV_{5\%}^5 + \frac{100 * 500}{5} (IV_{5\%}^5 - 5 * I_{5\%}^5)$$

$$S_{(5)} = 10000 * 5,8 + \frac{100 * 500}{5} (5,8 - 5 * 1,276) = 63500$$

$$b) S_{(5)} = 10000 * IV_{5\%}^5 + \frac{100 * 500}{5} (IV_{5\%}^5 - 5 * I_{5\%}^5)$$

$$S_5 = 58000 - 5800 = 52500$$

Жавоб: а) 63500 сўм ва б) 52500 сўм.

2-мисол. Агар 1- қўйилма 50000 сўм бўлиб, кейинги ҳар йилнинг охирида амалга ошириладиган қўйилмалар олдингига нисбатан : а) 1000 сўмга кўп бўлса; б) 1000 сўмга кам бўлса ва йиллик фоиз ставкаси 5%(d) бўлса, 15 йилнинг охиридаги йиғма жамғарманинг қийматини топинг.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра :n=15, a=50000, d=1000, p=5%.

а) (2.46) формуладан фойдаланамиз,

$$S_{(n)} = a (IV_{p\%}^{n-1} + 1) + \frac{100 d}{p} (1 + IV_{p\%}^{n-1} - n)$$

$$S_{(n)} = 50000 (IV_{5\%}^{14} + 1) + \frac{100 * 1000}{5} (1 + IV_{5\%}^{14} - 15)$$

$$S_n = 50000(20,5786+1)+20000 (1+20,5786 -15) = 1210502$$

$$б) S_n = 50000(20,5786+1)-20000 (1+20,5786 -15) = 947368$$

Жавоб: 1210502 сўм ва 947368 сўм.

Назорат саволлари.

1. Арифметик прогрессия бўйича олиб борган қўйилмаларнинг n йилдаги йиғма миқдори қандай топилади?
2. Арифметик прогрессия бўйича камайиб борган қарзнинг n йилдаги қолдиғи қандай бўлади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1-мисол. 10 йил давомида корхона ҳар йилнинг охирида жамғарма банкка пул ўтказиб келган. Бунда 1- ўтказилган пул миқдори 15000000 сўм бўлиб, кейинги ҳар бир йилдаги қўйилма олдинги йилдагига нисбатан : а) 2

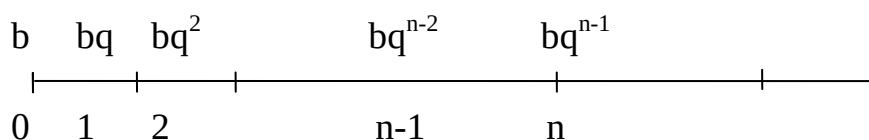
млн. сўмга кўп бўлган; б) 2 млн, сўмга кам бўлган. Агар йиллик фоиз ставкаси 12 % (d) бўлса, банкдаги корхона жамғармасининг йиғма миқдорини топинг.

2-мисол. А шахс жамғарма банкка 1- йили 25000 сўм пул қўйган. Сўнгра кейинги 9 йил давомида ҳар йилнинг охирида банкка олдинги йилга нисбатан 5000 сўм кўп пул қўйган. Агар йиллик фоиз ставка 8 % (d) бўлса, 10-нчи йилнинг охиридаги жамғарманинг йиғма миқдори қанча бўлади?

8-§. Геометрик прогрессия бўйича ўзгарувчан қўйилмаларнинг йиғма миқдорини топиш.

Фараз қилайлик қўйилмалар ҳар йилнинг бошида $P\%$ фоиз ставкаси билан n йил давомида амалга оширилсин, ҳамда капиталлаштириш ҳар йили бир марта бажарилсин. 1- қўйилма b бирлик бўлиб, 2- қўйилмадан бошлаб ҳар бир кейинги қўйилма олдингидан q марта кўп (кам) бўлсин. n - йил сўнгида барча қўйилмаларнинг йиғма миқдорини топиш талаб қилинсин.

Бу жараёни чизма равишда ҳам тасвирлаш мумкин.



1 – йилдаги қўйилма устама фоиз ҳисобига ошиб бориб, n йилда br^n миқдорда бўлади.

Иккинчи йилдаги қўйилма $n-1$ йилда bqr^{n-1} миқдорда, ва ҳоказо n -йилдаги қўйилма устама фоиз ҳисобига $bq^{n-1}r$ миқдорга тенг бўлади.

Геометрик прогрессия асосида ўсувчан қўйилмаларнинг йиғма миқдори

$$S_n^q = br^n + bqr^{n-1} + bq^2r^{n-2} + \dots + bq^{n-1}r$$

ёки

$$S_n^q = b(r^n + qr^{n-1} + q^2r^{n-2} + \dots + q^{n-1}r) \quad (2.50)$$

Бу тенгликнинг икки томонини $\frac{r}{q}$ га кўпайтириб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{r}{q}S_n^q = b(q^{n-2}r^2 + q^{n-3}r^3 + \dots + qr^{n-1} + r^n + \frac{r^{n+1}}{q}) \quad (2.51)$$

Агар (2.51) тенгламадан (2.50)ни айирсак қуйидагига эга бўламиз.

$$S_n^q \left(\frac{r}{q} - 1 \right) = b \left(\frac{r^{n+1}}{q} - q^{n-1} r \right)$$

ёки

$$S_n^q \frac{r - q}{q} = b r \frac{r^n - q^n}{q}$$

Бундан

$$S_n^q = b r \frac{r^n - q^n}{r - q} \quad (2.52)$$

1 - молия жадвалидан фойдаланиб, бу тенгликни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

$$S_n^q = b I_{p\%}^1 \frac{I_{p\%}^n - q^n}{I_{p\%}^1 - q}$$

Бу ерда $I_{p\%}^n - p$ - мураккаб фоиз ставкаси ва n учун r^n нинг жадвал қиймати.

1-мисол. Корхонадан банкка 10 йил ичидаги тўловлар оқимининг 1-элементи 15000 сўм, 2- элементдан

бошлаб барча қолган элементлар олдингига нисбатан 0,5 марта кўп. Агар йиллик фоиз ставкаси 12% бўлса, 10 йилликнинг охиридаги жамғарманинг йиғма миқдорини аниқланг.

Ечиш. Масаланинг шартига кўра $b=15000$; $q=0.5$; $P=12\%$; $n=10$.

(50) формулага асосан йиғма жамғарма миқдори қуйидагига тенг бўлади,

$$S_{10}^{0.5} = 15000 * 1.12 * \frac{I_{12\%}^{10} - 0.5^{10}}{I_{12\%}^1 - 0.5}$$

$$S_{10}^{0.5} = 15000 * 1.12 * \frac{3.106 - \frac{1}{1024}}{1.012 - 0.5} = 840000$$

Жавоб: 840000 сўм.

Назорат саволлари.

1. Геометрик прогрессия бўйича ошиб борган қўйилмаларнинг n йилдаги йиғма миқдори қандай топилади?
2. Геометрик прогрессия бўйича камайиб борган қарзнинг n йилдаги қолдиқ миқдори қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

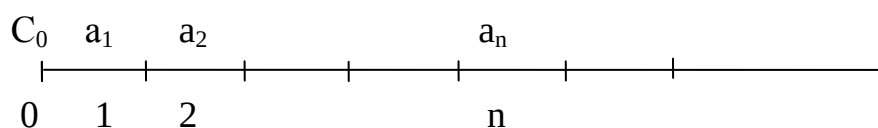
1. А шахс жамғарма банкка 1-йил 20000 сўм пул ўтказган. Кейинги 4 йил давомида ҳар йили банкка олдинги йилга нисбатан 2 марта кўп пул ўтказиб борган. Агар банкнинг фоиз ставкаси 10% бўлса ушбу шахс 5 йилда қанча маблағга эга бўлади.
2. А шахс жамғарма банкдан 500000 сўм қарзни 5 йилга олган. У биринчи йили қарз бўйича 50000 сўм пул тўлаган. Кейинги 4 йил ичида ҳар йили олдингига нисбатан 2 марта кам пул ўтказиб борган. Агар банкнинг фоиз ставкаси 15% бўлса, у ҳолда ушбу шахснинг 5 йилдан сўнгги қолдиқ қарзи қанча бўлади?

9 - §. Қўйилмаларнинг жорий қийматини аниқлаш.

Қўйилмаларнинг жорий қийматини аниқлаш деганда n йил давомида $P\%$ фоиз ставкаси билан амалга оширилган қўйилмаларнинг йиғма миқдорининг бошланғич ($t=0$) босқичидаги ёки ихтиёрий $t < t_n$ босқичидаги қийматини тушуниш керак.

Қўйилмалар ҳар йилнинг бошида ёки охирида амалга оширилишига қараб уларнинг жорий қиймати турли формулалар ёрдамида топилади.

Фараз қилайлик, қўйилмалар ҳар йилнинг охирида амалга оширилсин ва уларнинг миқдори мос равишда $a_1, a_2, \dots, a_n$ бўлсин. Йиллик фоиз ставка $P\%$ бўлиб, капиталлаштириш ҳар йили 1 марта ҳисоблансин. Бу ҳолни қуйидаги график кўринишда тасвирлаш мумкин:



Шаклдан кўринадики, юқоридаги шартлар бажарилганда қўйилмаларнинг жорий қиймати башланғич ($t=0$) босқич учун топилади. Қўйилмаларнинг жорий баҳоси уларнинг келтирилган баҳоси деб ҳам аталади. Бундай келтирилган баҳони топиш **дисконтлаш** деб аталади.

$a_1, a_2, \dots, a_n$ қўйилмаларнинг $t=0$ босқичидаги жорий қиймати қуйидагига тенг

$$C_0 = \frac{a_1}{r} + \frac{a_2}{r^2} + \dots + \frac{a_n}{r^n} \quad (2.51)$$

бу ерда,

$$r = 1 + \frac{P}{100} \quad \text{ўсиш коэффициенти.}$$

Агар барча босқичлардаги қўйилмалар ўзаро тенг бўлса,

$$C_0 = a \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \dots + \frac{1}{r^n} \right) \quad (2.52)$$

бўлади. Бундан, агар қавс ичидаги ифодани геометрик прогрессиянинг n та ҳади йиғиндиси деб қарасак, қуйидагига эга бўламиз,

$$C_0 = a \frac{r^n - 1}{r^n (r - 1)} \quad (2.53)$$

бу формуладаги

$\frac{r^n - 1}{r^n (r - 1)}$ миқдор келтириш ёки дисконтлаш коэффициенти деб аталади.

Агар қўйилмалар миқдори бир хил бўлса ва йиллик фоиз ставкаси $P\%$ ни ташкил қилса, қўйилмаларнинг жорий қийматни молия жадвалларидан фойдаланиб қуйидагича ёзиш мумкин,

$$C_0 = a(\Pi_1 + \Pi_2 + \dots + \Pi_n) \quad (2.54)$$

Лекин,

$\Pi_1 = V_1$ тенглик ўринли эканлигини исботлаш мумкин,
Худди шунингдек,

$$\Pi_1 + \Pi_2 = V_2$$

ҳамда,

$$\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = V_3$$

тенгликлар ўринли эканлигини кўрсатиш мумкин. Демак математик индукция аксиомасига асосланиб,

$$\Pi_1 + \Pi_2 + \dots + \Pi_n = V_n$$

экалигини кўрсатиш мумкин.

Бу ҳолда (2.54) ифодани

$$C_0 = a \cdot V_n \quad (2.55)$$

кўринишда ёзиш мумкин.

Баъзи ҳолларда қўйилмаларнинг жорий қийматини ихтиёрий $t=k < n$ давр учун ҳисоблаш талаб қилинади. Бунда $k < 0$ ёки $k > 0$ бўлиши мумкин.

Агар $k > 0$ бўлса, у ҳолда

$$C_k = a \frac{r^n - 1}{r - 1} r^n r^{-k} = a \frac{r^n - 1}{r - 1} r^{k-n} \quad \text{бўлади.}$$

Бундан ,

$$C_k = a r^k \frac{1 - r^n}{r - 1} \quad (2.56)$$

Мисол. 15 йил давомида ҳар йили А шахс банкка 10000 сўмдан пул ўтказиб келган. Агар йиллик фоиз ставкаси 5% бўлиб, капиталлаштириш ҳар йили амалга оширилса, қўйилмаларнинг жорий қийматини $t=0$ (бошланғич) давр учун ҳисобланг.

Ечиш. (55) формуладан фойдаланамиз,

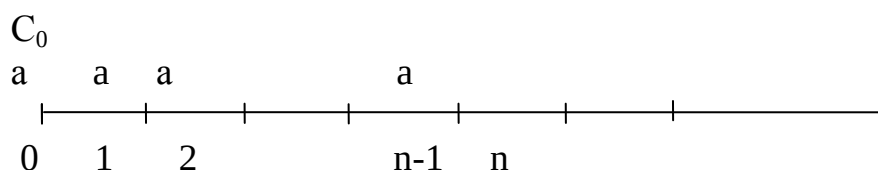
$$C_0 = a \cdot V_p^n$$

$$a=10000, P=5\%, n=15, V_5^{15} = 10,38.$$

$$C_0 = 10000 \cdot 10,38 = 103800$$

Демак қўйилманинг келтирилган жорий қиймати 103800 сўм бўлади.

Энди фараз қилайлик 1 хил миқдордаги қўйилмалар n йил давомида ҳар йилнинг бошида амалга оширилсин ҳамда йиллик фоиз ставкаси $P\%$ бўлиб, капиталлаштириш ҳар йили 1 марта ҳисоблансин. Бу ҳолни график тасвири қуйидагича бўлади,



Қўйилган шартларда қўйилмаларнинг жорий қиймати 1-нчи қўйилма амалга оширилган $t=0$ босқичга нисбатан ҳисобланади ва у қуйидагига тенг бўлади:

$$C_0 = a + \frac{a}{r} + \frac{a}{r^2} + \dots + \frac{a}{r^{n-1}} \quad (2.57)$$

ёки,

$$C_0 = a \left(1 + \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} + \dots + \frac{1}{r^{n-1}} \right)$$

Бу тенгликни 3-молия жадвалидан фойдаланиб қуйидагича ёзиш мумкин:

$$C_0 = a(1 + \overset{1}{\text{III}_P} + \overset{2}{\text{III}_P} + \dots + \overset{n-1}{\text{III}_P})$$

ёки,

$$n-1$$

$$C_0 = a \cdot (1 + V_P)^n \quad (2.58)$$

Мисол. Юқоридаги 1 - мисолдаги қўйилмалар ҳар йилнинг бошида амалга оширилган бўлса, уларнинг жорий қийматини топинг.

Ечиш. Масаланинг шартига кўра $a=10000$, $n=15$, $P=5\%$. Демак (2.58) формулага асосан

$$C_0 = 10000 \cdot (1 + V_5)^{14} = 10000 \cdot (1 + 9.9) = 109000$$

бу ерда $V_5 = 9.8986 \sim 9.9$

Жавоб: 109000 сўм.

Назорат саволлари.

1. Қўйилмаларнинг жорий қиймати нима?
2. Ҳар йилнинг бошида (охирда) қўйилмаларнинг жорий қиймати қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. А шахс жамғарма банкка 10 йил давомида ҳар йилнинг бошида 50000 сўмдан пул ўтказиб келган. Агар банкнинг фоиз ставкаси 8% бўлиб, капиталлаштириш йилига бир марта амалга оширилса бу шахс жамғармасининг жорий қийматини $t=0$ босқич учун ҳисобланг.
2. Юқоридаги масалани жамғарма банкка пул ҳар йилнинг охирида ўтказиб борилган ҳол учун ечинг.

III БОБ. ИНВЕСТИЦИЯ САМАРАДОРЛИГИНИ МОЛИЯВИЙ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШДА МАТЕМАТИК УСУЛЛАР.

Инвестиция назарияси молия назариясининг ўта мураккаб ва муҳим йўналишларидан биридир.

Инвестиция лойиҳаси деганда шундай лойиҳани тушуниш керакки, бунда энг аввал ишлаб чиқаришга, қурилишга, савдога, қимматли қоғозларга ёки бошқа бирор соҳага капитал маблағ сарф қилинади. Сўнгра бу маблағлар инвестиция муддати сўнгида маълум миқдордаги фойда билан инвесторга қайтиб келади.

Инвесторнинг вазифаси лойиҳа муддати бошидаги маълумотларга асосланиб ўзида бор бўлган маблағларни оптимал тақсимлашдан иборат. Бунинг учун инвестор қуйидаги масалаларни ҳал қилиши керак:

1. Мавжуд соҳалардан қайси бирига капитал маблағ сарф қилганда, унинг оладиган даромади максимал бўлади?
2. Инвестиция муддатини қандай муддатга белгилаш керак?
3. Қандай фоиз ставкани танлаш керак?

Бу саволларга жавоб топиш учун мураккаб ҳамда ноаниқлик ва таваккалчилик билан боғлиқ бўлган масалаларни ечиш керак бўлади. Бундай масалаларни ечиш математик моделлар ва усуллардан фойдаланишни талаб қилади. Ҳатто энг содда математик моделни тузиш ва ундан фойдаланиш инвестиция параметрларини аниқлашга, улар орасидаги боғлиқлик даражасини аниқлашга ёрдам беради.

Кези келганда шуни айтиш жоизки, математик моделлар ва усуллар молиявий таҳлил бўйича ечим қабул қилувчи тажрибали, етук мутахассисларнинг ўрнини боса олмайди, лекин уларга тўғри ечим қабул қилишда кўмаклашади.

Ўрта ва узоқ муддатга мўлжалланган инвестиция самарадорлигини ҳисоблаш инвестициялар тўплами ичида оптимал вариант топишда инвесторларга ёрдам беради. Адабиётда инвестиция самарадорлигини ҳисоблашнинг турли усуллари мавжуд. Бу усулларнинг деярли барчаси қуйидаги кўрсаткичларни баҳолашга асосланган:

- 1) жорий соф даромад;
- 2) ички фойдалилик даражаси (нормаси);
- 3) ўз-ўзини қоплаш даври;
- 4) фойдалилик индекси ёки самарадорлик.

Ушбу параметрларни аниқлаш учун мавжуд бўлган барча усулларни 2 та гуруҳга ажратиш мумкин:

- а) статик (анъанавий) усул;
- б) динамик усул.

Статик (анъанавий) усуллар вақт омилини назарга олмайдиган ва лойиҳанинг сифати ҳақида юзаки ахборот берувчи усуллардир.

Динамик усулларда, статик усуллардан фарқли ўлароқ,, вақт омили назарга олинади. Инвестиция харажатларини ва ундан олинadиган даромадларни ўзаро солиштириш учун уларни маълум бир вақт онига келтириш (дисконтлаш) керак. Параметрларни дисконтлашга ҳамда пулнинг даврий баҳоси концепциясига асосланган усуллар динамик усуллар деб аталади.

Энди инвестиция самарадорлиги кўрсаткичларини топиш усуллари билан танишамиз.

1-§. Инвестициянинг ўз-ўзини қоплаш даври.

1-таъриф. Ўз-ўзини қоплаш даври инвестиция самарадорлигини кўрсатувчи параметр бўлиб, у инвесторларга улар томонидан сарф қилинган капитал маблағларни ҳар йилги кутиладиган соф пул оқимлари асосида қоплаш вақтини кўрсатади. Бу кўрсаткич йиллар билан ўлчанади.

2-таъриф. Йиллик соф пул оқими деб кўриладиган лойиҳа бўйича солиқлар тўлангандан сўнг ортиб қоладиган йиллик соф фойдага айтилади.

Ўз-ўзини қоплаш даври 2 хил бўлади:

1. Ўртача ўз-ўзини қоплаш даври;
2. ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даври.

Ўртача ўз-ўзини қоплаш даври қуйидаги формула орқали топилади:

$$T_{yp} = \frac{C_0}{R} \quad (3.1)$$

бу ерда C_0 - бошланғич капитал, R - ўртача йиллик соф фойда. Демак ўртача ўз-ўзини қоплаш даври бошланғич капитални ўртача йиллик соф фойдага нисбатига тенг бўлади.

3-таъриф. Ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даври деб режалаштирилган ҳар йилги тушумлар асосида сарф қилинган капитал маблағни қоплашга кетадиган вақтга айтилади.

Ўртача ва ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даврлари орасидаги фарқни кўриш учун қуйидаги масалага мурожаат этамиз:

1-мисол. А лойиҳа бўйича асосий воситаларга 800000 сўм пул сарф қилиниши керак бўлсин. Биринчи 5 йилликнинг ҳар бир йилидаги кутиладиган соф фойдалар 200000, 220000, 150000, 140000, 190000 сўмлардан иборат бўлсин. Ўртача ва ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даврлари топилсин.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра $C_0 = 800000$ сўм

$$R = (200000 + 220000 + 150000 + 140000 + 190000) / 5 = 180000$$

у ҳолда юқоридаги (3.1) формулага асосан

$$T_{yp} = \frac{800000}{180000} = 4.44$$

Ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даврини аниқлаш учун қуйидаги жадвалдан фойдаланамиз,

йиллар	йиллик соф пул оқимлари	Харажатлар
0	-	800000
1	200000	600000
2	220000	380000
3	150000	230000
4	140000	90000
5	90000 (190000 нинг 47 % и)	0

А лойиҳанинг ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даври 4.47 (4 йил+5-нчи йилнинг 47%) йилни ташкил қилади.

$$T_x = 4 + 0.47 = 4.47$$

Соф пул оқимининг тақсимланишини назарга олганлиги сабабли ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даври ҳақиқатга яқин бўладиган натижани беради. Лекин, умуман айтганда, ўз-ўзини қоплаш даври кўрсаткичи инвесторларга сарф қилган капитал маблағнинг қайтиш даврини кўрсатгани билан лойиҳанинг самарадорлигини баҳоламайди. Бундан ташқари ўз-ўзини қоплаш даври пулнинг ўзгаришига боғлиқ равишда ўзгарувчан эканлигини кўрсатмайди ҳамда ўз-ўзини қоплаш давридан кейин лойиҳага сарф қилинган харажатлар ва улардан олинadиган даромадлар динамикасини аниқламайди.

Агар ўртача ўз-ўзини қоплаш даври кўрсаткичи ўрнига келтирилган (дисконтланган) ўз-ўзини қоплаш даври кўрсаткичи киритилса юқоридаги камчиликлардан баъзиларини олдини олиш мумкин.

Келтирилган ўз-ўзини қоплаш даври ҳақида тушунчага эга бўлиш ва уни топиш усули билан танишиш учун қуйидаги мисолни кўрамиз.

2-мисол. А лойиҳа учун 60000 сўм бошланғич капитал маблағ керак. Бундан келадиган йиллик соф даромад 20000 сўмни ташкил қилсин. Лойиҳанинг фаолият даври 5 йил бўлиб фоиз ставкаси (солиштириш ставкаси) 10% ни ташкил қилсин. Ўртача ва келтирилган ўз-ўзини қоплаш даврини топинг.

Ечилиши: Ўртача ўз-ўзини қоплаш даврини (3.1) формула асосида топамиз. Масаланинг шартига кўра башланғич капитал $C_0 = 60000$, йиллик ўртача даромад $R = 20000$. Уҳолда

$$T_{yp} = \frac{60000}{20000} = 3 \text{ йил}$$

Ушбу кўрсаткич солиштириш ставкаси $P = 10\%$ бўлган ҳол учун 4-молия жадвалининг 3 ва 4 йилларга мос келувчи 2.487 ва 3.170 коэффицентлари орасида бўлади. Шунинг учун келтирилган ўз-ўзини қоплаш даври қуйидагига тенг бўлади:

$$3 + \frac{3.000 - 2.487}{3.170 - 2.487} = 3 + 0.75 = 3.75 \text{ йил}$$

Келтирилган ўз-ўзини қоплаш коэффиценти пулнинг даврий баҳоси концепциясини назарга олган ҳолда ўз-ўзини қоплаш давридан сўнги босқичдаги соф пул оқимини дисконтлаш имконини бермайди. Бундан кўринадики, ўз-ўзини қоплаш кўрсаткичини лойиҳаларни дастлабки саралаш учунгина қўллаш мумкин.

Инвестиция самарадорлигини ўлчашда катта аҳамиятга эга бўлган кўрсаткичлардан бири капитал маблағнинг фойдалилик коэффицентидир.

4-таъриф. Ўртача ўз-ўзини қоплаш даврига тескари бўлган миқдор капитал маблағнинг фойдалилик коэффиценти дейилади.

Капитал маблағнинг фойдалилик коэффиценти қуйидаги формула орқали топилади,

$$\rho = \frac{R}{C_0} \quad (3.2)$$

Бу ерда R -инвестициядан тушадиган ўртача йиллик соф даромад, C_0 - дастлабки капитал малағ миқдори, ρ - капитал маблағнинг фойдалилик коэффиценти.

3-мисол. Юқоридаги 1-мисолдаги берилган маълумотлар бўйича капитал маблағнинг фойдалилик коэффицентини топинг.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра $K_0 = 60000$ сўм, $R = 20000$. У ҳолда (3.2) формулага асосан,

$$\rho = \frac{R}{K_0} = \frac{20000}{60000} = \frac{1}{3}$$

Жавоб: $1/3$

Назорат саволлари.

1. Инвестиция лойиҳаси нима?

2. Инвестор ким ва уни вазифаси қандай?
3. Инвестиция самарадорлигини кўрсатувчи параметрлар қандай?
4. Инвестиция самарадорлигини ҳсиоблаш усуллари неча гуруҳга ажратилади?
5. Инвестицияни ўз-ўзини қоплаш даври нима ва у қандвй турларга бўлинади?
6. Ўртача ва ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даврларини таърифланг.
7. Инвестициянинг фойдалилик коэффиценти нима?
8. Инвестициянинг ички фойдалилик даражаси нима?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. А лойиҳа учун дастлаб 500000 пул сарф қилинган. Агар кейинги 5 йил ичида кутилаётган ўртача даромад 100000\$ бўлса, у ҳолда лойиҳа ўзини ўзи қанча муддатда қоплайди?
2. Юқоридаги 1 масала маълумотлари асосида лойиҳанинг фойдалилик коэффиценти топинг.
3. Инвестицияга дастлаб 50 млн. сўм сарф қилинади. Кейинги 4 йил ичида соф пул оқимлари 20 млн, 30 млн, 40 млн ва 50 млн. сўмларни ташкил қилади. Инвестициянинг ўртача ва ҳақиқий ўз-ўзини қоплаш даврини аниқланг.

2-§ Инвестициянинг ички фойдалилик даражаси (нормаси)

1 - таъриф: Ички фойдалилик даражаси (internal rate of return, IRR) деб шундай фоиз ставкасига айтиладики, унда келтирилган даромадлар миқдори келтирилган харажатлар миқдорига тенг бўлади. Демак, инвестицияга ички фойдалилик даражасига тенг бўлган фоиз ставкаси белгилаш капитал маблағнинг ўз-ўзини қоплашини таъминлайди. Бу ставка қанча катта бўлса, сарф қилинган капитал маблағнинг фойдалилиги шунча юқори бўлади.

Ички фойдалилик нормаси қуйидагига тенг бўлади.

$$IRR = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C} \cdot \frac{1}{(1+i)^n},$$

бу ерда: R - соф пул оқими, C_0 - дастлабки капитал маблағ миқдори,
 $i = \frac{P}{100}$ - фоиз ставкаси, n - инвестиция муддати.

Бу формулани келтириб чиқариш учун IRR таърифидан фойдаланамиз. Бу таърифга кўра

$$C_0 = \frac{R_1}{1+i} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R_n}{(1+i)^n} \quad (3.3)$$

Агар $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$ тенглик ўринли бўлса, у ҳолда C_0 биринчи ҳади $b_1 = \frac{R}{1+i}$ ва махражи $q = \frac{1}{1+i}$ га тенг бўлган геометрик прогрессиянинг n та ҳади йиғиндисидан иборат бўлади. Шунинг учун

$$C_0 = \frac{R[(1+i)^n - 1]}{i(1+i)^n} = \frac{R(1+i)^n}{i(1+i)^n} - \frac{R}{i(1+i)^n} \text{ бўлади. Бу тенгликдан}$$

фоиз ставка i ни топамиз.

$$i = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C_0(1+i)^n}$$

Бу фоиз ставкаси (3.3) шартни қаноатлантиргани учун у ички фойдалилик даражаси (IRR) дан иборат бўлади, яъни

$$IRR = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C_0(1+i)^n} \quad (3.4)$$

Агар инвестиция муддати $n \rightarrow \infty$ бўлса, у ҳолда (3.4) тенгликдан

$$IRR = \frac{R}{C_0}$$

тенглик келиб чиқади. Бундан кўринадики, агар лойиҳа муддати катта бўлиб, ҳар йилги соф даромадлар бир хил бўлса, у ҳолда фойдалилик нормаси капитал маблағнинг фойдалилик коэффициентига тенг бўлади.

Ички фойдалилик нормаси лойиҳадан тушадиган соф пул оқимлари учун жорий баҳони топишга ёрдам беради ва шу туфайли соф фойдани дастлабки капитал маблағ билан солиштириш имконини беради. Ҳамда ўз-ўзини қоплаш давридан сўнги даврдаги лойиҳанинг ишлаш муддатини аниқлашга ёрдам беради.

Ҳорижда чоп этилган кўп адабиётларда капитал маблағларни сонли таҳлил қилиш IRR ни ҳисоблашдан бошланади. Таҳлил учун ички фойдалилик нормаси 15-20%дан кам бўлмаган лойиҳалар ажратилади. IRRни ҳисоблаш услуби инвестицияни ва ундан тушадиган соф даромадни тақсимлаш услубларига қараб турлича бўлади.

Юқорида биз IRRни топишнинг энг содда, статик анъанавий усули билан танишдик. Энди уни динамик усулда топиш услубси билан танишамиз.

2-Таъриф. Инвестиция харажатларини ва ундан олинадиган даромадларни бир вақт онига келтиришга асосланган усуллар динамик усуллар деб аталади.

Инвестиция билан боғлиқ бўлган харажатлар ва даромадларни бир-бирлари билан солиштириш учун уларни маълум бир вақт онига келтириш (дисконтлаш) керак. Бундай вақт они сифатида кўпинча бошланғич давр, яъни инвестицияга капитал маблағ сарф қилинадиган давр танланади.

Динамик усуллар пулнинг даврий баҳоси концепциясига асосланади. Бу концепцияга асосан келгусидаги пулнинг даврий баҳоси унинг жорий йилдаги баҳосидан кам бўлади. Шу сабабли инвестицияга сарф қилинган капитал маблағнинг қиймати маълум бир даврдан сўнг ошади. Агар маълум фоиз ставкаси бўйича келгусида ошган маблағ маълум бўлса, унинг жорий йилдаги баҳосини келтириш (дисконтлаш) коэффиценти ёрдамида (3-молия жадвалдан фойдаланиб) топилади.

Динамик усул ёрдамида ички фойдалилик даражаси қуйидагича топилади.

Юқорида келтирилган 2 - таърифга асосан ички фойдалилик даражаси бу лойиҳа бўйича аниқланган шундай фоиз ставкасики, унда бирор t онга келтирилган даромадлар ва харажатлар айирмаси нолга тенг бўлади.

Фараз қилайлик $t_1, t_2, \dots, t_k$ онларда лойиҳа бўйича олинадиган даромадлар $P_1, P_2, \dots, P_k$ ҳамда лойиҳага сарф қилинадиган харажатлар $C_1, C_2, \dots, C_k$ бўлсин. У ҳолда ички фойдалилик нормасининг таърифига асосан

$$P_1(1+i)^{-t_1} + P_2(1+i)^{-t_2} + \dots + P_k(1+i)^{-t_k} = C_1(1+i)^{-t_1} + C_2(1+i)^{-t_2} + \dots + C_k(1+i)^{-t_k} \quad (3.5)$$

Агар даромадлар оқимининг ўртача муддатини tp билан, харажатлар оқимининг ўртача муддатини tc билан белгиласак (3.5) тенгликни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

$$(P_1 + P_2 + \dots + P_k)(1+i)^{-tp} = (C_1 + C_2 + \dots + C_k)(1+i)^{-tc}, \quad (3.6)$$

ёки

$$\frac{P_1 + P_2 + \dots + P_k}{C_1 + C_2 + \dots + C_k} = \frac{(1+i)^{-tc}}{(1+i)^{-tp}},$$

Бундан

$$\frac{P_1 + P_2 + \dots + P_k}{C_1 + C_2 + \dots + C_k} = (1+i)^{tp-tc},$$

ёки

$$1+i = \sqrt[tp-tc]{\frac{P_1 + P_2 + \dots + P_k}{C_1 + C_2 + \dots + C_k}},$$

бундан ўз навбатида

$$i = {}^{ip-ic} \sqrt[k]{\frac{P_1 + P_2 + \dots + P_k}{C_1 + C_2 + \dots + C_k}} - 1 \quad (3.7)$$

ўринли бўлади. Агар $i = \frac{P}{100}$ эканлигини инобатга олсак,

$$P = 100({}^{ip-ic} \sqrt[k]{\frac{P_1 + P_2 + \dots + P_k}{C_1 + C_2 + \dots + C_k}} - 1), \quad (3.8)$$

бу ердаги t_p - даромадлар оқимининг ўртача муддати ҳамда t_c - харажатлар оқимининг ўртача муддати бўлиб, улар қуйидаги формулалар орқали топилади.

$$t_p = \frac{P_1 t_1 + P_2 t_2 + \dots + P_k t_k}{P_1 + P_2 + \dots + P_k}, \quad (3.9)$$

$$t_c = \frac{''_1 t_1 + ''_2 t_2 + \dots + ''_k t_k}{''_1 + ''_2 + \dots + ''_k}. \quad (3.10)$$

1-мисол. Инвестицияга сарф қилинадиган харажатлаор биринчи йили 200000 сўм бўлиб, иккинчи, учинчи ва тўртинчи йилларда 150000 сўм бўлсин. Даромадлар оқими эса 220000, 250000, 300000 ва 200000 сўмдан иборат бўлсин. Ички фойдалилик нормаси (IRR) топилсин.

Ечилиши: масаланинг шартига кўра $P_1 = 200000$,

$P_2 = P_3 = P_4 = 150000$

$C_1 = 220000$, $C_2 = 250000$, $C_3 = 300000$, $C_4 = 200000$

t_p - даромадлар оқимининг ўртача муддатини (3.9) формула ёрдамида, t_c - харажатлар оқимининг ўртача муддатининг (3.10) формула ёрдамида топамиз.

$$t_c = \frac{200000 \cdot 1 + 150000 \cdot 2 + 150000 \cdot 3 + 150000 \cdot 4}{200000 + 150000 + 150000 + 150000} = 2,38$$

$$t_p = \frac{220000 \cdot 1 + 250000 \cdot 2 + 300000 \cdot 3 + 200000 \cdot 4}{220000 + 250000 + 300000 + 200000} = 2,55$$

Энди, (3.8) формуладан фойдаланиб IRR ни топамиз.

$$P = 100({}^{0,17} \sqrt[4]{\frac{950000}{650000}} - 1) \approx 30,85$$

$$P = 30,85\% \quad i = \frac{P}{100} = 0,3085$$

2 - мисол. 2 та инвестиция лойиҳаси берилган бўлиб, улардаги харажатлар ва даромадлар оқими қуйидаги жадвалда берилган.

Инвестиция лойиҳалари	Харажатлар оқими		Даромадлар оқими				
	Iйил	IIйил	IIIйил	IVйил	Vйил	VIйил	VIIйил
A	100	150	50	150	200	200	-
B	200	50	50	100	100	200	200

Ички фойдалилик нормаси бўйича A ва B лойиҳаларнинг самарадорлиги текширилсин.

Ечиш. A вариант бўйича.

$$P_3 = 50, P_4 = 150, P_5 = 200, P_6 = 200$$

$$C_1 = 100, C_2 = 150$$

$$50 \cdot (1+i)^{-3} + 150 \cdot (1+i)^{-4} + 200 \cdot (1+i)^{-5} + 200 \cdot (1+i)^{-6} = 100 \cdot (1+i)^{-1} + 150 \cdot (1+i)^{-2}$$

Харажатлар ва даромадлар оқимининг ўртача муддатларини топамиз.

$$tp = \frac{3 \cdot 50 + 4 \cdot 150 + 5 \cdot 200 + 6 \cdot 200}{50 + 150 + 200 + 200} = 4,9$$

$$tc = \frac{1 \cdot 100 + 2 \cdot 150}{100 + 150} = 1,6$$

IRRни A вариант учун топамиз.

$$IRR = P = 100 \left(\sqrt[tp]{\frac{P_3 + P_4 + P_5 + P_6}{C_1 + C_2}} - 1 \right)$$

$$IRR(A) = 100 \left(\sqrt[3,3]{2,4} - 1 \right) \approx 40\%$$

Энди IRRни B вариант учун топамиз

$$P_3 = 50, P_4 = 100, P_5 = 100, P_6 = 200, P_7 = 200$$

$$C_1 = 200, C_2 = 50$$

IRRни қуйидаги формула билан топамиз.

$$50 \cdot (1+i)^{-3} + 100 \cdot (1+i)^{-4} + 100 \cdot (1+i)^{-5} + 200 \cdot (1+i)^{-6} + 200 \cdot (1+i)^{-7} = 200 \cdot (1+i)^{-1} + 50 \cdot (1+i)^{-2}$$

В лойиҳа учун харажатлар ва даромадлар оқимининг ўртача муддатларини топамиз.

$$tp = \frac{3 \cdot 50 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 200 + 7 \cdot 200}{50 + 100 + 100 + 200 + 200} \approx 5,6$$

$$tc = \frac{1 \cdot 200 + 2 \cdot 50}{250} = 1,2$$

У ҳолда, IRRни В қуйидагига тенг бўлади.

$$IRR = P = 100 \left(\sqrt[tp]{\frac{P_3 + P_4 + P_5 + P_6}{C_1 + C_2}} - 1 \right)$$

$$IRR(e) = 100 \left(\sqrt[4,4]{\frac{650}{250}} - 1 \right) \approx 30 \%$$

Демак,

$$IRR(A) > IRR(B)$$

тенгсизлик ўринли бўлганлиги учун А лойиҳа ички фойдалилик даражаси бўйича самаралироқ бўлади. Шунинг учун инвестор А вариантни танлаш керак.

Назорат саволлари.

1. Инвестициянинг ички фойдалилик даражаси нима?
2. Дисконтлаш (келтириш) нима?
3. Даромадлар ва харажатлар оқимини ўртача муддати нима ва улар қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Инвестицияга сарф қилинадиган харажатлар биринчи йил 2000000 ва 4 йил 150000 сўм бўлсин. Даромадлар оқими эса 900000, 1800000, 500000, 1800000 сўмлардан иборат бўлсин. Ички фойдалилик нормаси (IRR) ни топинг.

2. Инвестор лойиҳага дастлаб 5 млн. сўм яна 2 йилдан сўнг 2 млн. сўм капитал маблағ сарф қилади, 5 йилдан сўнг у 10 млн. сўм даромад олади. Ушбу инвестициянинг ички фойдалилик даражасини топинг.

3. Инвестицияга мос келувчи харажатлар (-ишорали) ва даромадлар (+ишорали) оқими қуйидагича жадвалда келтирилган.

t_s	0	1	2	3	4
$C(t_c)$	-5	1	-3	8	4

Ушбу инвестиция мос келувчи ички фойдалилик даражасини топинг.

3-§ Инвестициянинг соф жорий баҳосини аниқлаш.

Инвестицияни таҳлил қилишда унинг самарадорлигини баҳолаш учун ишлатиладиган мезонлардан яна бири соф жорий баҳо ёки келтирилган соф фойда (net present value, NPV) мезонидир. Уни W билан белгилаймиз. Бу қиймат инвестиция жараёнининг мутлақ натижасини, яъни унинг сўнги самарасини кўрсатади.

Соф жорий баҳо - бир вақт онига келтирилган фойда кўрсаткичлари билан келтирилган харажатлар орасидаги айирмага тенг бўлади. Агар даромадлар ва капитал харажатлар тушумлар оқими сифатида қаралса, у ҳолда соф жорий баҳо ушбу оқимнинг жорий қийматига тенг бўлади. У ҳолда келтирилган соф даромадни қуйидаги тенглик орқали ифодалаш мумкин.

$$W = \sum_{i=1}^{n_2} P_i V^{i+n_1} - \sum_{t=1}^{n_1} C_t V^{-t} \quad (3.11)$$

бу ерда C_t - $t = 1, 2, \dots, n_1$ босқичлардаги инвестиция харажатлари;
 P_i ($i = 1, 2, \dots, n_2$) - i - босқичдаги инвестициядан олинadиган даромад;
 n_1 - инвестицияга капитал маблағ сарф қилинадиган давр;
 n_2 - инвестицияга даромад олинadиган давр;
 V^t - келтириш (дисконтлаш) коэффициенти бўлиб, у қуйидагига тенг бўлади.

$$V^{-t} = \left(1 + \frac{P}{100}\right)^{-t} = (1 + i)^{-t} = \frac{1}{(1 + i)^t}$$

Юқоридаги (3.11) формулада инвестиция муддати тугаши билан дарров даромад тушиш даври бошланади деб фараз қилинган. Лекин ҳар доим ҳам бундай бўлавермайди. Баъзан инвестиция муддати тугагандан сўнг маълум бир вақт оралиғидан кейингина даромад туша бошлаши мумкин. Баъзи

ҳолларда эса инвестиция муддати билан даромад тушиш муддати алоҳида ажратилмайди, балки лойиҳанинг ишлаш муддатининг ҳар бир босқичида маълум бир миқдорда харажатлар сарф қилинади ва маълум бир миқдорда даромад олинади деб фараз қилинади. Охирги ҳолда соф жорий даромад қуйидаги формула ёрдамида топилади.

$$W = \sum_{t=1}^n (P_t - C_t)V^t - C_0 \quad (3.12)$$

бу ерда C_0 - бошланғич капитал маблағ миқдори; n - лойиҳанинг умумий ишлаш муддати; t - лойиҳанинг «ёши» (лойиҳа бўйича иш бошлангандан бери ўтган йиллар сони); V - келтириш (дисконтлаш) коэффиценти.

(3.12) формулада

$$P_t - C_t = q_t$$

белгилаш киритиб, уни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

$$W = \sum_{t=1}^n q_t V^t - C_0 \quad (3.13)$$

Агар йиллик даромадлар билан харажатлар фарқи ўзгармас сондан иборат бўлса, яъни $P_t - C_t = q$ бўлса, у ҳолда (3.13) тенглик

$$W = q \sum_{t=1}^n V^t - C_0 \quad (3.14)$$

кўринишга ёки

$$W = q \sum_{t=1}^n \left(\frac{1}{i+1} \right)^t - C_0 \quad (3.15)$$

кўринишга келади.

Бундан

$$W = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \cdot q - C_0 \quad (3.16)$$

Лекин

$$i+1 = r$$

эканлигини назарга олсак

$$W = \frac{r^n - 1}{ir^n} \cdot q - C_0 \quad (3.17)$$

формулага эга бўламиз. Бу формуладаги

$$W_0 = \frac{r^n - 1}{ir^n} \cdot q$$

ифода жорий баҳо деб аталади. У жорий баҳо соф жорий баҳонинг хусусий ҳоли бўлиб, у қуйидагига тенг бўлади.

$$W_0 = W + C_0 \quad (3.18)$$

Агар даромадлар ва харажатлар оқими узлуксиз равишда амалга ошади деб фараз қилсак, у ҳолда $(t_1, t + \Delta t)$ интервалдаги даромад ва харажатлар айирмаси $(P_t - C_t) \Delta t$ бўлади. У ҳолда жорий баҳо

$$W_0 = (P_t - C_t) \Delta t e^{-\delta \cdot t}$$

тенглик орқали аниқланади. Бу ерда

$$\delta(t) = \delta = \ln(1+i), \quad t \in (t, t + \Delta t)$$

$$e^{\delta t} = e^{\ln(1+i)^t}$$

$$V = \frac{1}{(1+i)^t} = e^{-\delta t}$$

Агар капиталлаштириш чексиз равишда амалга оширилса, у ҳолда бошланғич баҳо қуйидагига тенг бўлади.

$$\lim_{t \rightarrow 0} \sum_{t=1}^n (P_t - C_t) \Delta t e^{-\delta t} = \int_0^n (P_t - C_t) e^{-\delta t} dt \quad (3.19)$$

Агар $i = \frac{P}{100}$ ўзгармас сон бўлса, у ҳолда жорий баҳо қуйидаги

$$W_0 = \int_0^n (P_t - C_t) e^{-\delta t} dt \quad (3.20)$$

жорий баҳога тенг бўлади.

Агар $P_t - C_t = q = \text{const}$ бўлса, у ҳолда

$$W_0 = q \int_0^n e^{-\delta t} dt = -\frac{q}{P} (e^{-\delta t} - 1)$$

бўлади. Демак,

$$W_0 = q(1 - e^{-\delta t}) \quad (3.21)$$

Умумий ҳолда, агар

$$W_0 > C_0$$

тенгсизлик ўринли бўлса, тегишли инвестиция фойдали бўлади.

(3.21) формуладаги $q = P_t - C_t$ миқдор t - босқичдаги фойда ва харажатлар орасидаги фарқни кўрсатади ва *квазирента* деб аталади.

Юқоридаги таҳлил шуни кўрсатадики жорий баҳо учта факторлар яъни йиллик даромад ва харажатлар орасидаги фарқ; лойиҳанинг ишлаш муддати; фоиз ставкаси миқдorigа боғлиқ бўлиб, уларнинг функцияси сифатида ифодаланади, яъни

$$W_0 = f(q; n; c).$$

Квазирента (q) одатда 10 йил муддатга ҳисобланади. чунки ундан узоқроқ муддатларда квази-рентанинг қиймати камайиш хусусиятига эга.

Масалан 1 сўмлик квази-рентани 9% фоиз ставкасида ҳисобланган жорий баҳоси турли узоқликдаги даврлар учун қуйидаги жадвалда келтирилган.

Йиллар	q нинг жорий баҳоси
3	0.7721
5	0.6499
8	0.5018
10	0.4224
15	0.2745
23	0.1374

Фоиз ставкаси ҳам жорий баҳога таъсир қилувчи параметр ҳисобланади. Фоиз ставкасининг ошиши жорий баҳонинг камайишига олиб келади. буни қуйидаги мисолда кўришимиз мумкин.

3 - мисол. Инвестицияга сарф қилинган 100 000 сўм пул бир йилнинг охирида 200 000 сўм даромад келтиради. Агар фоиз ставкаси:

а) 0%; б) 300%; в) 100%

бўлса соф жорий баҳони аниқланг.

Ечилиши:

$$a) W = \frac{P}{1+i} - C_0 = \frac{200000}{1+0} - 100000 = 100000 \text{ с}$$

$$б) W = \frac{P}{1+i} - C_0 = \frac{200000}{1+3} - 100000 = -50000 \text{ с}$$

$$в) W = \frac{P}{1+i} - C_0 = \frac{200000}{1+1} - 100000 = 0 \text{ с}$$

Масаланинг ечимидан кўринадики, фоиз ставкаси қанча юқори бўлса, соф жорий баҳо шунча кам бўлар экан. Агар келтирилган фоиз ставкалар 100 дан кам бўлса $W > 0$, ва аксинча агар фоиз ставкаси 100 дан кўп бўлса, у

ҳолда $W < 0$ бўлар экан. Ички фойдалилик даражасига мос келувчи фоиз ставкаси учун $W = 0$ бўлади.

$I = 20 < 100$ фоиз ставкаси шуни кўрсатадики, агар инвестор 100 бирлик харажат сарф қилса, йилнинг охирида у $100 + 20 = 120$ бирликдан кам бўлмаган даромад олади. Агар бундай фоиз ставкалар бир нечта бўлса, у ҳолда

$$\max = W^*$$

$$W > 0$$

шартни қаноатлантирувчи фоиз ставкаси танланади.

4 - мисол. Лойиҳа учун сарф қилинган дастлабки капитал маблағ 300 000 сўм бўлиб, унга 5 йил давомида ҳар йили 100 000 сўмдан қўшимча маблағ сарф қилинсин. Агар ҳар йили ўртача даромад 170 000 сўмдан иборат бўлса, ички фойдалилик нормаси (JRR) ни топинг.

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра

$$C_0 = 300000, C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C = 100000$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P = 170000$$

$$q = P_t - C_t = P - C = 70000$$

JRR нинг таърифига асосан $W = 0$, демак (3.14) формулага асосан қуйидагига эга бўламиз.

$$q \sum_{t=1}^n V^t = C_0$$

$$70000 \sum_{t=1}^n V^t = 300000$$

V^t нинг бешинчи молиявий жадвалдаги қийматини V_p^t билан белгилаймиз ва $t=5$ учун қуйидагига эга бўламиз.

$$300000 = 70000 V_p^5$$

Бундан

$$V_p^5 = \frac{300000}{70000} = 4,2857143$$

бешинчи молиявий жадвалидан фойдаланиб қуйидаги жадвални топамиз.

№	Жадвалдаги миқдор	Фоиз ставкаси (P)	Жадвалдаги миқдор	Фоиз ставкаси
1	4,32947	5,0	4,32947	0,5
2	4,27028	5,5	4,2857143	P
1-2	0,05919	-0,5	0,04376	5-P

Жадвалнинг сўнги қаторидан қуйидаги пропорцияни тузамиз ва ундан P ни топамиз.

$$0,05919 : 0,04376 = -0,5 : (5 - P)$$

$$5 - P = -0,37$$

$$P = 5,37\% \quad i = 0,0537$$

Жавоб: $JRR = 5,37\%$

Энди жорий баҳони топиш формуласига мурожат қиламиз:

$$W_0 = q \frac{r^n - 1}{ir^n}$$

Агар $n \rightarrow \infty$ да бу ифода лимитини ҳисобласак, қуйидагига эга бўламиз.

$$\lim W_0 = W_0 = \lim q \frac{r^n - 1}{ir^n} = \lim \frac{q}{i} \left(1 - \frac{1}{r^n}\right) = \frac{q}{i}$$

Бундан кўринадики, агар инвестиция муддати чексиз бўлса, у ҳолда жорий баҳо квази-рентанинг фоиз ставкасига нисбатан тенг бўлади.

Соф жорий баҳо кўрсаткичи шу билан аҳамиятлики, у лойиҳанинг умумий ишлаш муддатини назарга олган ҳолда барча харажатлар ва барча даромадларни ҳисоблайди. Лекин соф жорий баҳо инвестицияга қанча маблағ сарф қилиш кераклигини ҳам фоиз ставкаларнинг оптимал қийматини ҳам ҳисобламайди.

5 - мисол. Юқоридаги 2 - мисол шартлари бажарилганда фоиз ставкаси $P = 10\%$ деб қабул қилиб жорий соф баҳони ҳисобланг.

Ечиш. (3.11) формулага асосан топамиз.

$$\begin{aligned} W_A &= 50(1+i)^{-3} + 150(1+i)^{-4} + 200(1+i)^{-5} + 200(1+i)^{-6} - 100(1+i)^{-1} - 150(1+i)^{-2} = \\ &= 50II_{10}^3 + 150II_{10}^4 + 200II_{10}^5 + 200II_{10}^6 - 100II_{10}^1 - 150II_{10}^2 = 377 - 214 = 163 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_B &= 50(1+i)^{-3} + 100(1+i)^{-4} + 100(1+i)^{-5} + 200(1+i)^{-6} + 200(1+i)^{-7} - 200(1+i)^{-1} - \\ &- 50(1+i)^{-2} \end{aligned}$$

$$W_B = 50II_{10}^3 + 100II_{10}^4 + 100II_{10}^5 + 200II_{10}^6 + 200II_{10}^7 - 200II_{10}^1 - 50II_{10}^2 = 386 - 223 = 163$$

Жорий соф фойда мезони билан текширилганда қабул қилинган фоиз ставкаси бу иккала лойиҳаларнинг тенг кучли эканлигини кўрсатади.

Энди фараз қилайлик инвестор олдида ўз капитал маблағини инвестиция қилиш учун чексиз кўп вариантлар мавжуд бўлсин. Ҳамда $t = 0$ бошланғич босқичдаги капитал маблағнинг миқдори K га тенг бўлиб, ҳар йилги кутиладиган даромад P га тенг бўлсин. Маълумки

$$P = f(K)$$

Бу ҳолда келтирилган жорий баҳо (даромад) қуйидагига тенг бўлади.

$$C = \frac{P}{i} - K$$

С миқдор экстремум қийматга эга бўлиши учун

$$\frac{dC}{dK} = \frac{1}{i} \cdot \frac{dP}{dK} - 1 = 0$$

тенглик ўринли бўлиши керак, яъни

$$\frac{dP}{dK} = i$$

бўлиши керак. бу тенглик орқали аниқланган i ички фойдалилик нормасини маржинал фойдалилик нормаси деб атаймиз ва уни $r(K)$ билан белгилаймиз. Демак бу ҳолда

$$r(K) = i \quad \text{ва} \quad \frac{dP}{dK} = r(K)$$

Келтирилган жорий баҳо (C) максимум қийматга эришиши учун

$$\frac{d^2 P}{dK^2} = \frac{dr}{dK} < 0$$

тенгсизлик ўринли бўлиши керак. демак, юқоридаги мулоҳазалардан куйидаги хулосага келиш мумкин.

Хулоса: Ички фойдалилик нормаси ҳисоб фоиз ставкасига тенг бўлган инвестиция максимал жорий баҳони (даромадни) таъминлайди.

Назорат саволлари.

1. Инвестициянинг соф жорий баҳоси нима ва у қандай формула ёрдамида топилади?
2. Инвестициянинг жорий баҳоси ва соф жорий баҳоси орасида қандай боғланиш мавжуд?
3. Квазирента нима ва у қандай хусусиятга эга?
4. Фоиз ставкаси билан соф жорий баҳо орасида қандай боғланиш бор?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Инвестицияга сарф қилинган 1000000 сўм пул 250000 сўм даромад келтиради.
Агар фоиз ставкаси
А) 50%; Б) 100%; В) 200%
Бўлса соф жорий бағони аниқланг.
2. Иккита А ва В инвестиция лойиҳалари берилган бўлиб улардаги харажатлар ва даромадлар оқими қуйидаги жадвалда келтирилган.

Инвестиция лойиҳалари	Харажатлар оқими		Даромадлар оқими				
	Iйил	IIйил	IIIйил	IVйил	Vйил	VIйил	VIIйил
А	100	150	50	150	200	200	-
В	200	50	50	100	100	200	200

Агар $P=10\%$ бўлса, у ҳолда ҳар икки лойиҳа бўйича соф жорий баҳони топинг ва қайси самаралироқ эканлигини аниқланг.

3. Инвестиция бошида лойиҳага 90 минг долл. маблағ сарф қилинган. Лойиҳа тўғрисидаги маълумотлар қуйидаги жадвалда келтирилган.

	Харажат	Даромадлар					
		1 йил	2 йил	3 йил	4 йил	5 йил	6 йил
С	90	10	90	30	30	40	51

Инвестициянинг соф жорий баҳосини топинг. ($P=10\%$).

4-§ Инвестициянинг фойдалилик индексини (самарадорлигини) ҳисоблаш

7 - таъриф. Фойдалилик индекси ёки самарадорлик деб бир вақт онда келтирилган фойдаларнинг шу вақт онда келтирилган инвестиция харажатларига бўлган нисбатига айтилади.

Фойдалилик индексини U билан белгиласак, у қуйидагига тенг бўлади.

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} P_i V^i}{K}$$

ёки

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} P_i V^{i+n_1}}{\sum_{i=1}^{n_2} C_i V^i}$$

Бу формулалардан биринчиси K миқдордаги капитал маблағ бирданига инвестицияга сарф қилинган ҳолни ифодалайди. Иккинчиси эса капитал маблағ $t = 1, 2, \dots, n_1$ босқичларда сарф қилинадиган $t = 1, 2, \dots, n_2$ босқичларда инвестициядан фойда тушадиган ҳолларни ифодалайди. Агар $U = 1$ бўлса, фойдалилик индекси самарадорлик нормасига мос келади. агар $U < 1$ бўлса, инвестиция самарадор бўлмайди.

Мисол. Юқоридаги 4 - мисолдаги А ва В лойиҳалар учун фойдалилик индекси топилсин.

Ечиш. А вариант учун.

$$\sum_{i=1}^n P_i V^i = 377$$

$$\sum_{i=1}^n C_i V^i = 214$$

$$\text{Демак } U_A = \frac{377}{214} = 1,75$$

В вариант учун.

$$\sum_{i=1}^n P_i V^i = 386$$

$$\sum_{i=1}^n C_i V^i = 223$$

$$\text{Бу ҳолда } U_B = \frac{386}{223} = 1,72$$

Жавоб: $U_A = 75\%$; $U_B = 72\%$

Бу кўрсаткич бўйича А лойиҳа самарадор экан.

Агар инвестициядан тушадиган ҳар йилги даромад бир хил бўлиб, йилнинг охирида амалга оширилса, у ҳолда фойдалилик индекси қуйидаги формула орқали топилади.

$$U = \frac{PA_{np}}{K}$$

бу ерда P - ўзгармас йиллик рента,

$$A_{np} = \frac{r^n - 1}{r^n (r - 1)}, \quad (r = i + 1) - P\% \text{ фоиз ставкаси билан ҳисобланган}$$

дисконтлаш коэффиценти, n - инвестиция муддати.

Мисол. Даромад туша бошлаган давргача 4 млн сўм пул инвестицияга сарф қилинган. Кутилаётган ўртача йиллик даромад 0,7 млн сўм. Тушум ҳар ойда амалга оширилади. Инвестиция муддати 10 йил, $P = 10\%$ бўлса, фойдалилик индекси топилсин.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра:

$$P = 0,7 \text{ млн} \quad K = 4 \text{ млн}$$

$$P = 10 \quad r = 1 + \frac{P}{100} = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$$

$$U = \frac{0,7 \cdot (1 - 1,1^{-10})}{\frac{1}{12 (1,1^{12} - 1)}} : 4 = \frac{4,5}{4} = 1,125$$

Жавоб: Лойиҳанинг самарадорли $1,125 > 1$ демак лойиҳани қабул қилиш мумкин.

Юқорида биз кўрган инвестиция самарадорлигини кўрсатувчи баҳоларни аниқлашда келгусидаги даромадларнинг миқдори ва уларга мос келувчи вақт онларини аниқ деб қарадик. Лекин ҳар вақт ҳам уни аниқлаш мумкин бўлавермайди. Соф фойданинг миқдори турли факторлар таъсирида ўзгарувчан тасодифий миқдор бўлади. Иккинчидан фоиз ставкаси (солиштириш ставкаси) ҳам ҳар вақт маълум бўлавермайди. Маълум бир босқичда аниқланган фоиз ставкасининг қиймати бошқа босқичларга тўғри келмаслиги мумкин. Бундан ташқари фоиз ставкасини аниқлашда таваккалчиликдан кўриладиган зарарни назарга олиш зарурияти туғилади. Таваккалчилик ва ундан кўриладиган зарар муаммоси инвестицияларни танлашда асосий муаммолардан бири ҳисобланади. Фоиз ставкаси қийматига таваккалчилик зарарини олдини олувчи қўшимча қўшиш анъанавий усул ҳисобланади, лекин хорижий мамлакатлардаги катта фирмаларда математик статистика, иқтисодий математик моделлаштириш, системали таҳлил усуллари кўллаб, айрим параметрларнинг ўзгариши инвестиция самарадорлигига қандай таъсир қилишини аниқлаш ва бунинг натижасида таваккалчиликдан кўриладиган зарарни камайтириш йўллари

қўлламоқдалар. Умуман бу соҳада ҳам математиклар олдида хал қилиш керак бўлган улкан вазифалар турибди.

Назорат саволлари.

1. Инвестициянинг фойдалилик индекси нима ва у қандай формулалар ёрдамида топилади?
2. Инвестициянинг самарадорлиги қандай аниқланади?
3. Инвестиция муддати чексиз бўлганда соф жорий баҳо қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1 - мисол. Инвестор инвестиция бошида лойиҳага 5 млн сўм, яна 2 йилдан сўнг у 2 млн сўм капитал маблағ сарф қилади. 5 йилдан сўнг инвестор 10 млн сўм даромад олади. JRR ни топинг.

2 - мисол. Инвестиция бошида лойиҳа 90 минг долл капитал маблағ сарф қилинган. Лойиҳа тўғрисидаги маълумотлар қуйидаги жадвалда келтирилган.

	Харажат	Даромадлар					
		I йил	II йил	III йил	IV йил	V йил	VI йил
C	90	10	90	30	30	40	51

Ўз-ўзини қоплаш даври топилсин.

3 - мисол. Юқорида 1 - мисолдаги берилганлардан фойдаланиб фойда-молия индексини топинг.

IV БОБ.МОЛИЯ ОПЕРАЦИЯЛАРИДА ИНФЛЯЦИЯНИ ҲИСОБЛАШ.

1-§. Инфляциянинг ўсиш суръати ва индекси.

Инфляция ҳозирги замоннинг муҳим ва оғир муаммоларидан биридир. У бир қанча факторларга боғлиқ бўлиб, умумиқтисодий назариянинг эҳтимоллар назарияси ва математик статистика усуллари қўллашга асосланган бир неча таркибий қисмларининг предмети ташкил қилади.

Инфляция миллий пул бирлигининг харид қувватини пасайиши ва мамлакат ичида нарх-навонинг қсиб кетишида намоён бўлади. Шунинг учун ўрта ва узоқ муддатли молия операцияларида уни назарга олмаслик катта миқдордаги зарарга олиб келиши мумкин.

Инфляция суръати товар ва хизматлар баҳоларининг ўртача ўзгаришини характерловчи инфляция индекси ёрдамида қлчанади.

Инфляция индекси - маълум (фиксирланган) миқдордаги товар ва хизматлар савати баҳосининг тайин бир вақт оралиғида ўртача ўзгаришини аниқловчи крсаткичдир.

Истеъмол саватига киритиладиган товар ва хизматлар турларини олдиндан мқлжалланган мақсадга мувофиқ равишда турлича талқин қилиш мумкин. Масалан, 1 хафта, 1 ой, 1 квартал ва 1 йилга мқлжалланган озиқ-овқатлардан тузилган истеъмол саватлари учун инфляция индексини ҳисоблаш мумкин. Шунингдек, минимал яшаш даражасини аниқлаш учун истеъмол саватини тузиш мумкин. Бундай саватга энг зарур бўлган озиқ-овқатлар ва кийим-кечаклар ҳамда хизматлар киритилади.

Инфляция индексини ишлаб чиқаришнинг турли соҳалари учун ҳамда ялпи миллий махсулот (ЯММ) учун ҳам ҳисоблаш мумкин.

Фараз қилайлик, истеъмол саватига n хил махсулот ва хизматлар киритилсин. Саватдаги ҳар бир i -махсулот ёки хизмат миқдори a_i бирликни ташкил қилсин. Шунингдек t ондаги ҳар бир i - махсулотнинг баҳоси $X_i(t)$ пул бирлигини ташкил қилсин. У ҳолда t ондаги истеъмол саватининг баҳоси

$$X(t) = \sum_{i=1}^n X_i(t) a_i \quad (4.1)$$

пул бирлигига тенг бўлади.

(t_1, t_2) вақт оралиғидаги истеъмол баҳоларининг ўсиши инфляция индекси деб аталади ва у ққйидаги қлчовсиз миқдорга тенг бўлади.

$$H(t_1, t_2) = \frac{X(t_2)}{X(t_1)}, t_2 > t_1 \quad (4.2)$$

Кузатилаётган $(t_1; t_2)$ вақт оралиғидаги инфляция суръати деб

$$h(t_1, t_2) = \frac{X(t_2) - X(t_1)}{X(t_1)} = H(t_1, t_2) - 1 \quad (4.3)$$

шартни қаноатлантирувчи миқдорга айтилади. (4.3) тенгликдан кқринадики инфляция индекси қуйидаги

$$H(t_1, t_2) = h(t_1, t_2) + 1$$

миқдорга тенг бўлади.

Инфляция индекси кузатилаётган вақт оралиғида истеъмол саватининг баҳоси неча марта қсанлигини кқрсатса, инфляция суръати (100 га кқпайтирилгандан сўнг) ана шу баҳони неча фоизга қсанлигини кқрсатади. Бундан кқринадики, инфляция суръати формал нуқтаи назардан қараганда фоиз ставкасига қхшайди. Шунинг учун $h(t_1, t_2)$ - инфляция суръатини назарий томондан инфляция ставкаси деб ҳам аташ мумкин

Фараз қилайлик h - йиллик инфляция суръати бқлсин. Демак 1 йилдан сўнг X суммали пулнинг қиймати $X(1+h)$ га тенг бўлади. Яна бир йилдан сўнг бу пулнинг қиймати $X(1+h)^2$ га етади ва ҳоказо, n йилдан сўнг X суммали пулнинг қиймати $X(1+h)^n$ га тенг бўлади. Ушбу мулохазанинг натижаси сифатида ққйидаги теоремани кўрамиз

Теорема: Агар $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$

бўлса, у ҳолда (t_0, t_n) интервалдаги инфляция индекси (t_0, t_n) интервални ташкил қилувчи (t_{i-1}, t_i) интерваллардаги инфляция индекслари кўпайтмасига тенг бўлади, яъни

$$H(t_0, t_n) = 1 + h(t_0, t_n) = \prod_{i=1}^n [1 + h(t_{i-1}, t_i)] \quad (4.5)$$

Бу теорема исботини ққувчиларга ҳавола қиламиз. Энди $(t-1, t)$ бирлик интервалдаги инфляция индексини $H(t)$ ва инфляция суръатини $h(t)$ билан белгилаймиз. У ҳолда

$$H(t) = \frac{X(t)}{X(t-1)}; \quad h(t) = H(t) - 1; \quad (4.6)$$

тенгликлар қринли бўлади. Бундан

$$X(t) = X(t-1)H(t)$$

ёки

$$X(t) = X(t-1)[1 + h(t)] \quad (4.7)$$

тенглик кринли бўлади. Демак, бундан кқринадики, $(t-1, t)$ вақт оралиғидаги баҳонинг ўсиши $h(t)$ фоиз ставкаси асосида мураккаб фоизни ҳисоблаш йқли билан аниқлакади.

Инфляция индекси (инфляция ставкаси) билан мураккаб фоиз ставкаси орасидаги қхшашликни назарга олмаслик амалиётда айрим хатоликларга ва бунинг оқибатида катта зарарга олиб келиши мумкин. Масалан, фараз қилайлик, баҳолар ҳар ойда 8 фоизга ошаётган бўлсин. Бу ҳолда баъзи хусусий банкларда йиллик инфляция даражасини $8 \cdot 12 = 96$ фоиз деб қабул қилинади, ҳамда миждозлар сонини кқпайтириш мақсадида 120% йиллик фоиз ваъда қиладилар. Бу ваъдага ишонган миждозлар қанчалик хатога йқл кқйишини аниқлаймиз

Агар ойлик инфляция суръати 8% бўлса, у ҳолда бир ойда баҳолар 1,08 марта, бир йилда эса

$$(1+0,08)^{12}=2,52$$

марта ошади. Демак, йиллик инфляция суръати 252%ни ташкил қилади. Бу фактни назарга олинганда 120% йиллик даромад кз аҳамиятини йққотади.

Амалиётда инфляция индекси абсолют қлчамда, инфляция суръати $h(t)$ эса фоизларда ифодаланади. Масалан, агар $H(t)=2,5$ ёки $h(t)=1,5$ эканлиги аниқланган бўлса, у ҳолда кқрилаётган вақт оралиғида баҳолар 2,5 марта ёки улар 150% га ошганлигидан далолат беради. Демак, инфляция суръати бирлик вақт оралиғида баҳолар ўсишининг солиштирма тезлигини ифодалайди.

1-мисол. Фараз қилайлик келгуси йил учун ойлик инфляция суръати ($h_{ой}$) прогноз қилинаётган бўлсин. Ана шу прогноз асосида келгуси йилдаги инфляция индексини аниқланг.

Ечилиши:

Юқоридаги (4.5) формулага асосан йиллик инфляция индекси $H_{йил}$ кқйидагига тенг бўлади

$$H_{йил} = (1 + h_{ой})^{12}$$

(4,8) ва (4,6) формулаларидан фойдаланиб ойлик инфляция суръати ($h_{ой}$) нинг турли қийматлари учун йиллик инфляция суръати ва инфляция индексини топамиз ва уларни қуйидаги жадвалга жойлаштирамиз.

$\begin{matrix} h_{ой} \\ H_{йил} \\ h_{йил} \end{matrix}$	1%	2%	3%	4%	5%	10%	12%	15%	20%
$H_{йил}$	1.13	1,27	1,43	1,60	1,30	3,14	3,90	5,35	9,93
$h_{йил}$	13 %	27%	43%	60%	80%	214%	290%	435%	792%

2-мисол. Мижоз 2 млн. сўм пулни 1 январдан бошлаб 6% ойлик мураккаб фоиз ставкаси билан банк депозитига қўйган. Агар матбуотда ойлик инфляция суръати ҳақида 3 хил маълумот берилган бўлиб, уларга кўра ойлик инфляция суръати қзгармас ҳамда улар мос равишда 0,03; 0,05; 0,10 бирликларни ташкил қилса ҳамда юқоридаги ойлик инфляция суръатларининг амалга ошиш эҳтимоллари аниқланган бўлиб, улар мос равишда

$$P_1=0,3; P_2=0,5; P_3=0,2$$

қийматларни қабул қилса, у ҳолда мижознинг бир йилдаги кутилган реал даромади қанча бўлади?

Масаланинг ечилиши:

1) 1 йил (12 ой) ичида номинал ўсиш коэффициентини топамиз

$$r_{йил} = (1 + 0,06)^{12} = 2,01$$

2) Инфляция суръати ҳақидаги k -нчи ($k=1,2,3$) маълумотга кўра $H_{йил}^k$ йиллик инфляция индексини топамиз

$$H_{йил}^{(k)} = \left(1 + h_{ой}^{(k)}\right)^{12}, k = 1,2,3$$

$$H_{йил}^{(1)} = \left(1 + h_{ой}^{(1)}\right) = \left(1 + 0,03\right)^{12} = 1,43$$

$$H_{йил}^{(2)} = \left(1 + h_{ой}^{(2)}\right) = \left(1 + 0,05\right)^{12} = 1,80$$

$$H_{йил}^{(3)} = \left(1 + h_{ой}^{(3)}\right) = \left(1 + 0,10\right)^{12} = 3,14$$

Бу кқрсаткичлар инфляция натижасида номинал ўсиш коэффициентининг реал қиймати неча марта камайганини кқрсатади

3) Йиллик ўсиш коэффициентининг реал қиймати

$$r_{йил}^{(k)} = \frac{r_{йил}}{H_{йил}^{(k)}}$$

формула ёрдамида топилади

$$r_{\text{йил}}^{(1)} = \frac{r_{\text{йил}}}{H_{\text{йил}}^{(1)}} = \frac{2,01}{1,43} = 1,406$$

$$r_{\text{йил}}^{(2)} = \frac{r_{\text{йил}}}{H_{\text{йил}}^{(2)}} = \frac{2,01}{1,80} = 1,117$$

$$r_{\text{йил}}^{(3)} = \frac{r_{\text{йил}}}{H_{\text{йил}}^{(3)}} = \frac{2,01}{3,14} = 0,640$$

4) Мижознинг 1 йиллик реал даромадини аниқлаймиз.

$$D_{\text{йил}}^{(k)} = 2 \text{ млн} \cdot r_{\text{йил}}^{(k)} - 2 \text{ млн} = 2 \text{ млн} \cdot (r_{\text{йил}}^{(k)} - 1)$$

$$D_{\text{йил}}^{(1)} = 2 \text{ млн} \cdot r_{\text{йил}}^{(1)} - 2 \text{ млн} = 2 \text{ млн} \cdot (1,406 - 1) = 812000$$

$$D_{\text{йил}}^{(2)} = 2 \text{ млн} \cdot r_{\text{йил}}^{(2)} - 2 \text{ млн} = 2 \text{ млн} \cdot (1,117 - 1) = 234000$$

$$D_{\text{йил}}^{(3)} = 2 \text{ млн} \cdot r_{\text{йил}}^{(3)} - 2 \text{ млн} = 2 \text{ млн} \cdot (0,64 - 1) = -720000$$

5) Мижознинг ўртача реал даромадини топамиз.

$$D_{\text{йил}} = \sum_{k=1}^3 P_k D_{\text{йил}}^{(k)} = 0,3 \cdot 812000 + 0,5 \cdot 234000 - 0,2 \cdot 720000 = 216600$$

5) Масаланинг берилганларини ва топилган натижаларни қуйидаги жадвалга жойлаштирамиз.

	К		
	1	2	3
i	0,06	0,06	0,06
$r_{\text{йил}}$	2,01	2,01	2,01
$h_{\text{оў}}$	0,03	0,05	0,10
$H_{\text{йил}}^{(k)}$	1,43	1,80	3,14
P_k	0,3	0,5	0,2
$r_{\text{йил}}^{(k)}$	1,406	1,117	0,640
$D_{\text{йил}}^{(k)}$	812	234	-720

Жавоб. Мижознинг кутилган реал даромади 216 600 сўм.

Назорат саволлари.

1. Инфляция нима?
2. Инфляция индекси ва инфляция сураътини таърифланг.
3. Ялпи миллий маҳсулот (ЯММ) учун инфляция индекси қандай ҳисобланади?
4. Агар ойлик инфляция индекси маълум бўлса бир йиллик инфляция индекси қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Агар ойлик инфляция индекси 0,05 бўлса, у ҳолда 6 ойдаги инфляция индекси қандай бўлади?
2. Агар ҳар ойда инфляция суръати 8% бўлса, у ҳолда 1 йилга қарз берувчи шахс қандай фоиз ставкасини танланганда зарар кўрмайди?
3. А шахс 500000 сўм пулни 5% ойлик фоиз ставкаси билан банк депозитига қўйган. Агар ойлик инфляция суръати 0,04 бўлса, у ҳолда бу шахснинг 1 йилдаги реал даромади қанча бўлади?
4. Жадвалда турли йиллардаги нархлар индекси келтирилган

Йиллар	Нарх индекси	Инфляция сураъти
1	100	
2	112	
3	123	
4	129	

ҳар бир йил учун инфляция сураътини топинг.

2 — §. Фоиз ставкасини индексация қилиш.

Фараз қилайлик K_0 миқдордаги пул n ойга банк депозитига j ойлик мураккаб фоиз ставкаси билан қўйилган бўлсин.

$$j = \frac{i}{12}$$

Бу ерда i -йиллик номинал фоиз ставкаси. Бундан ташқари ойлик инфляция суръати h бирликни ташкил қилсин деб фараз қиламиз. Маълумки, инфляция суръати назарга олинмаганда n ойда устама фоиз ҳисобига ошган қўйилманинг миқдори.

$$K_n = K_0(1+j)^n$$

қийматга тенг бўлади. Агар инфляция назарга олинса бу миқдорнинг реал қиймати

$$K_n(h) = K_0 \frac{(1+j)^n}{(1+h)^n} \quad (4.9)$$

формула орқали топилади. Бу формуладан кўринадики, агар $h=j$ бўлса, у ҳолда қўйилманинг дастлабки K_0 қиймати сақланади, яъни $K_n=K_0$ бўлади. Агар $h>j$ бўлса, у ҳолда $K_n<K_0$ бўлади, демак қўйилманинг қиймати камаяди. Иқтисодиётдаги бундай ҳолат «капиталнинг эрозияланиши» деб аталади. Агар $h<j$ бўлса, у ҳолда қўйилманинг қиймати n ойда маълум бир миқдорга ошади. Бу миқдор режалаштирилган миқдорга тенг бўлишини таъминлаш учун дастлабки K_0 қўйилмани ёки фоиз ставкасини индексация қилинади, яъни уларнинг қиймати «инфляция мукофоти» миқдorigа оширилади. Масалан, агар j - дастлабки фоиз ставкаси (нетто ставка) бўлиб, r инфляция назарга олиб қўзғатирилган фоиз ставкаси (брутто ставка) бўлса, у ҳолда қўйилманинг n ойдаги реал қиймати $K_n(h)$ билан номинал қиймати K_n қзаро тенг бўлиши учун ўсиш коэффициентини қуйидагича қўзғатириш керак.

$$1+r = (1+j)(1+h)$$

Бундан

$$r = j + h + jh \quad (4.10)$$

Агар j ва h етарли даражада кичик миқдорлар бўлса, у ҳолда брутто фоиз ставкаси сифатида

$$r \approx j + h \quad (4.11)$$

миқдорни қабул қилиш мумкин. Бу ҳолда қўйилманинг реал қиймати

$$K_n(h) = K_0 (1+r)^n \quad (4.12)$$

формула орқали топилади.

(4.10) формула Фишер формуласи деб аталади. Бу формуладаги $h+jh$ йиғинди инфляция оқибатида йққотиладиган фойданинг қисmini қоплаш учун фойда ставкасига қўшиладиган миқдорни кўрсатади. Бу миқдор «инфляция мукофоти» деб аталади. И.Фишер формуласи амалиётда кенг тарқалган қўйидаги хатога йқл қўймаслик зарурлигини тавсия этади. Кўп ҳолларда инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкасини ҳисоблаш учун реал фойдалилик ставкасига инфляция суръати қўшилади. Масалан, агар $j=40\%$ ва $h=150\%$ бўлса, у ҳолда инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкаси сифатида

$$j+h=40+150=190\%$$

қабул қилинади. Лекин jh кўпайтмани назарга олмаслик учун j ва h етарли даражада кичик микдорлар бўлиши керак. Бизнинг ҳолимизда

$$jh = 1,5 \cdot 0,4 = 0,6$$

яъни 60%.га тенг. Демак, бу ҳолда инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкаси $190+60=250\%$ ни ташкил қилади. jh кўпайтмани назарга олмаслик оқибатида олинadиган фойданинг чорак қисмига яқинини йққотиш мумкин.

Агар K_0 дастлабки қўйилмани $H_n(h)=(1+h)^n$ баҳо индекси ёрдамида индексация қилинса, у ҳолда қўйилманинг n ой ичида ошган қиймати қўйидагига тенг бўлади

$$\begin{aligned} K_n(h) &= K_0 H_n(h) (1+j)^n = K_0 (1+h)^n (1+j)^n = \\ &= K_0 [(1+h)(1+j)]^n = K_0 (1+j+h+jh)^n = K_0 (1+r)^n \end{aligned} \quad (4.13)$$

Демак, бундан кўринадики фоиз ставкасини ёки дастлабки қўйилмани индексация қилиш натижасида бир хил натижага (қўйилманинг оширилган қийматига) эга бўлиш мумкин.

1-мисол. Банк депозитига қўйилган дастлабки қўйилма 20000 сўмни ташкил қилади. Йиллик фоиз ставкаси 0,08 га тенг. Йиллик инфляция суръати 0,03 га тенг.

- 1) Инфляцияни назарга олмаган ва олган ҳоллар учун 3 йилдаги қўйилманинг оширилган қийматини аниқланг;
- 2) брутто ставкани топинг;
- 3) брутто ставка ёрдамида қўйилманинг оширилган қийматини топинг.

Ечилиши. Масаланинг шартига кўра дастлабки қўйилма

$$K_0 = 20000$$

йиллик фоиз ставкаси $i=0,08$; инфляция суръати $h=0,03$. Агар инфляция назарга олинмаса, у ҳолда 3 йилдаги фоиз ставкаси ҳисобига ошган қўйилманинг миқдори

$$K_3 = K_0 (1+i)^3 = 20000 (1+0,08)^3 = 20000 \cdot 1,26 = 25200$$

сўм бўлади.

K_3 нинг инфляция назарга олинadиган реал қиймат

$$K_3(h) = K_0 \frac{(1+i)^3}{(1+h)^3} = 20000 \frac{(1+0,08)^3}{(1+0,03)^3} = 23100$$

сўм бўлади.

Йиллик фоиз ставкаси $i=0,08$ ва инфляция суръати $h=0,03$ кичик сонлар бўлганлиги учун брутто фоиз ставка учун

$$r = i + h$$

тенглик қринли деб қабул қилиш мумкин, демак

$$r=0,08+0,03=0,11$$

У ҳолда брутто фоиз ставкаси ёрдамида ҳисобланган 3 йилдаги оширилган қўйилманинг миқдори

$$K_3=K_0(1+r)^3=20000(1+0,11)^3=27400$$

сўм бўлади.

$$\text{Жавоб: } K_3=25200; K_3(h)=23100; r=0,11; K_3=27400$$

Энди инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкаларни ҳисоблаш формулаларини аниқлаймиз.

Фараз қилайлик, n -устама фоиз ҳисоблаш муддати (йиллар билан ҳисобланади), i_h -инфляцияни назарга олувчи оддий фоиз ставкаси K_0 -дастлабки қўйилма бўлсин. У ҳолда n йил ичида устама фоиз ҳисобига ошган жамғарманинг миқдори қуйидаги формула орқали топилади:

$$K_n(h)=K_0(1+ni_h) \quad (4.14)$$

Агарда инфляцияни назарга олиб йиғма жамғарма индексация қилинса у ҳолда қуйидаги тенгликка эга бўлиш мумкин:

$$K_n(h)=K_0(1+ni)(1+h) \quad (4.15)$$

(4.14) ва (4.15) тенгламалардан хулоса қилиб қуйидаги эквивалентлик тенгламаси деб аталувчи тенгламани ҳосил қилиш мумки.

$$(1+ni_h)=(1+ni)(1+h).$$

Бундан инфляцияни назарга олувчи оддий фоиз ставкасини топиш формуласини чиқариш мумкин.

$$i_n = \frac{(1+ni)(1+h)-1}{n}$$

Оддий ҳисоб ставкаси учун эквивалентлик тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{1}{1-nd_h} = \frac{1}{1-nd}(1+h) \quad (4.17)$$

бу ерда d_h - инфляцияни назарга олувчи оддий ҳисоб ставкаси; d -инфляция назарга олинмаган ҳолдаги оддий ҳисоб ставкаси. Бу тенгламадан инфляцияни назарга олувчи оддий ҳисоб ставкасини топиш мумкин.

$$d_n = \frac{1}{n} - \frac{1-nd}{n(1+h)} \quad (4.18)$$

Инфляцияни назарга олувчи мураккаб фоиз ставкаси билан ҳисобланган устама фоиз ҳисобига n йил ичида ошган жамғарманинг миқдори

$$K_n(h)=K_0(1+j_h)^n \quad (4.19)$$

формула орқали топилади. Бу ерда n -устама фоиз ҳисоблаш даври; K_0 -дастлабки қўйилма миқдори; j_h -инфляцияни назарга олувчи мураккаб фоиз ставкаси. Шу билан бир қаторда йиғма жамғармани индексация қилиш оқибатида қуйидагига эга бўламиз

(4.19) ва (4.20) $K_n(h) = K_0(1+j)^n(1+h)^n$ (4.20) тенгликлардан қуйидаги эквивалентлик тенгламасини ҳосил қиламиз.

$$(1 + j_h)^n = (1 + j)^n (1 + h_h) = (1 + j)^n H_h(h) \quad (4.21)$$

Бу тенгламадан инфляцияни назарга олувчи мураккаб фоиз ставкасини топиш формуласини ҳосил қиламиз.

$$j_h = (1 + j)^n \sqrt[n]{H_h(h)} - 1 \quad (4.22)$$

Агар устама фоиз бир йилда m марта ҳисобланса, у ҳолда (4.22) формула қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$j_h = m \left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} \sqrt[n]{H_h(h)} - 1 \right] \quad (4.23)$$

Худди шундай йул билан инфляцияни назарга олувчи мураккаб ҳисоб фоиз ставкаси ва номинал мураккаб ҳисоб ставкалар учун қуйидаги формулаларни ҳосил қилиш мумкин:

$$d_h = 1 - \frac{1 - d}{\sqrt[n]{(1 + h)^h}} = 1 - \frac{1 - d}{\sqrt[n]{H_h(h)}} \quad (4.24)$$

$$f_h = m \left[1 - \frac{f / m}{\sqrt[mn]{(1 + h)^n}} \right] = m \left[1 - \frac{f / m}{\sqrt[mn]{H_n(h)}} \right] \quad (4.25)$$

бу ерда d -инфляцияни назарга олинмаган ҳолдаги мураккаб ҳисоб ставкаси, d -инфляция назарга олингандаги мураккаб ҳисоб ставкаси, 4 -инфляцияни назарга олувчи номинал мураккаб ҳисоб ставкаси; f -инфляция назарга олинмагандаги номинал мураккаб ҳисоб ставкаси.

Юқорида ҳосил қилинган (4.16), (4.18), (4.22), (4.23), (4.24), (4.25) формулалар дастлабки фоиз ставкаси ва инфляция оқибатида юз бериши мумкин бўлган зарарни олдини олувчи оддий, мураккаб ва ҳисоб фоиз ставкаларни топишга ёрдам беради. Бу формулалар ёрдамида молия операцияларининг реал даромадини ҳисоблаш мумкин. Масалан, i оддий фоиз ставкаси, h инфляция суръати маълум бўлганда инфляцияни назарга олувчи молия операциясининг фойдалилик даражаси

$$i = \frac{ni_h + 1 - H_n(h)}{nH_n(h)} \quad (4.26)$$

формула орқали топилади.

Инфляцияни назарга олувчи мураккаб фоиз ставкаси ҳамда инфляция суръати маълум бўлгандаги молия операциясининг фойдалилик даражаси

$$j = \frac{1 + j_h}{\sqrt[n]{(1 + h)^n}} - 1 = \frac{1 + j_h}{\sqrt[n]{H_n(h)}} - 1 \quad (4.27)$$

формула орқали топилади.

Агар устама фоиз йилига m марта мураккаб фоиз ставкаси билан ҳисобланса ва инфляция суръати h маълум бўлса, у ҳолда молия операциясининг фойдалилик даражаси қуйидаги формула ёрдамида топилади

$$j = m \left[\frac{\frac{j_h}{m} + 1}{\sqrt[mn]{H_n(h)}} - 1 \right] \quad (4.28)$$

(4.27) формуладан кқринадики

$$j = \frac{1 + j_h}{(1 + h)} - 1$$

Агар бу текгликда $j_h = h$ бўлса, у ҳолда $j = 0$ бўлади, яъни агар мураккаб фоиз ставкаси инфляция суръатига тенг бўлса, у ҳолда молия операциясидан олинадиган даромад 0 га тенг бўлади.

Агар $j_h < h$ бўлса, у ҳолда $j < 0$ бўлади, демак бу ҳолда молия операцияси зарарга олиб келади.

Агар $j_h > h$ бўлса, у ҳолда $j > 0$ бўлади, демак бу ҳолда молия операцияси реал фойда келтиради.

1-мисол. 50000 сўмлик кредит 2 йилга берилган. Операциянинг мураккаб фоиз ставкаси билан ҳисобланган йиллик реал фойдалилиги 20% ни ташкил килади. Инфляциянинг кутилган даражаси 1 йилда 150%. Инфляцияни назарга олувчи ўсиш коэффициентини, мураккаб фоиз ставкасини ва 2 йилда устама фоиз ҳисобига ошган умумий сумма топилсин.

Ечилиши: Масаланинг берилишига кўра:

$$h=1,5, n=2, j=0,2, K_0=50000.$$

Инфляция индексини топамиз:

$$H_2(h) = (1+h)^2 = (1+1,5)^2 = 6,25$$

ўсиш коэффициентини топамиз

$$(1+j)^2(1+h)^2 = (1+0,2)^2 6,25 = 9$$

Инфляцияни назарга олувчи мураккаб фоиз ставкасини (4.22) формула асосида топамиз

$$j_h = (1 + j)\sqrt[3]{H_2(h)} - 1 = (1 + 0,2)\sqrt[3]{625} - 1 = 2$$

ёки $j_h=200\%$

2 йилда ошган маблағ миқдорини топамиз

$$K_2(h)=K_0(1+j_h)^2=50000(1+2)^2=450000$$

Жавоб: 9; 200%; 450000.

2-мисол. 20 000 000 сўмлик кредит 3 йилга 8% номинал фоиз ставкаси билан берилган. Агар устама фоизлар ҳар кварталда ҳисобланса ҳамда инфляция суръати 9% бўлса, у ҳолда инфляцияни назарга олувчи номинал фоиз ставкаси, 3 йилда оширилган маблағ миқдори қандай бўлади?

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра:

$$h=0,09, n=3, m=4, f=0,08, K_0=200.0000$$

Инфляция индексини топамиз

$$H_3(h)=(1+0,09)^3=1,295$$

(4.23) формулага асосан инфляцияни назарга олувчи номинал фоиз ставкани топамиз

$$j_h = 4 \left[\left(1 + \frac{0,08}{4} \right)^{\sqrt[4]{1,295}} - 1 \right] = 0,36 .$$

ёки $j_h=36\%$

Ошган маблағ миқдорини аниқлаймиз

$$K_3(h)=2000000 (1+0,36)^3=5030912$$

Жавоб. 5030912 сўм.

Жавоб: 36%; 5030912 сўм.

3-мисол. K_0 миқдордаги кредит ярим йилга 20% ҳисоб ставкаси билан берилган. Агар инфляция индекси 1,4 бирликни ташкил қилса, инфляцияни назарга олувчи ҳисоб ставкасини топимиз.

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра

$$n=0.5; d=0.2; H_h=1+h=1.4$$

(4.18) формуладан фойдаланамиз.

$$d_h = \frac{nd + H - 1}{nd} = \frac{0,5 \cdot 0,2 + 1,4 - 1}{0,5 \cdot 1,4} = 0,714$$

ёки

$$d_h=71.4\%$$

4-мисол. Кредит 2 йилга 180% мураккаб номинал фоиз ставкаси билан берилган. Агар ойлик инфляция суръати 8% бўлиб, устама фоиз ҳар кварталда ҳисобланса у ҳолда бу молия операциясининг реал фойдалилигини аниқланг.

Ечиллиши: Масаланинг шартига кўра

$$n=2; m=4; h=0.08;$$

Номинал фоиз ставкасини инфляцияни назарга олувчи мураккаб фоиз ставкаси деб қабул қиламиз. Демак, у ҳолда

$$f_h = j_h = 1,8$$

Инфляция индексини топамиз.

$$H_n = (1+h)^{24} = (1+0,08)^{24} = 6,34$$

Молия операциясининг фойдалилигини (4.23) формула асосида

$$j = m \left[\frac{\frac{j_h}{m} + 1}{\sqrt[mn]{H_n(h)}} - 1 \right] = 4 \left[\frac{\frac{1,8}{4} + 1}{\sqrt[8]{6,34}} - 1 \right] = 0,6$$

Жавоб. Молия операцияси 60% фойда келтиради.

5-мисол. Йиллик инфляция суръати 80%ни ташкил қилади. K_0 миқдордаги капитал маблағ банк депозитига 1 йилга 50% йиллик номинал ставкаси билан қўйилган бўлса, бу молия операциясининг фойдалилиги қандай бўлади?

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра

$$h=0.8; j_h=0.5; m=12. H_n=1+h=1+0.8=1.8$$

Юқоридаги (4.28) формуладан фойдаланамиз ва молия операциясининг фойдалилигини ҳисоблаймиз:

$$j = 12 \left[\frac{\frac{0,5}{12} + 1}{\sqrt[12]{1,8}} - 1 \right] = -0,095$$

Жавоб: Молия операцияси 9.5% зарар келтиради.

Назорат саволлари.

1. Инфляция суръати назарга олинган n ойда устама фоиз ҳисобига ошган маблағ миқдори қандай формула орқали топилади?
2. Фишер формуласи қандай?
3. “Инфляция мукофоти” нима?
4. Фоиз ставкаси қандай индексация қилинади?
5. Инфляцияни назарга олувчи оддий фоиз ставкаси қандай топилади?
6. Инфляцияни назарга олувчи мураккаб фоиз ставкаси қандай формула ёрдамида топилади?
7. Оддий фоиз ставкаси ва инфляция суръатини назарга олувчи молия операциясининг фойдалилик даражаси қандай топилади?

8. Мураккаб фоиз ставкаси ва инфляция суръатини назарга олувчи молия операциясининг фойдалилик даражаси қандай топилади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Мижоз 1 йилга банкдан 50000 сўм кредит олди. Агар ойлик фоиз ставкаси 3% бўлиб, ойлик инфляция суръати 0,05га тенг бўлса, йилнинг охирида мижознинг банкка тўлаши керак бўлган пул миқдорини инфляцияни назарга олган ва олмаган ҳолда топинг, брутто фоиз ставкасини аниқланг ҳамда брутто фоиз ставкаси ёрдамида бир йилда йиғилган жамъи қарз миқдорини аниқланг.
2. Банк депозитига 10000 сўм миқдорда пул қўйилган. Агар йиллик мураккаб фоиз ставка 0,05 бўлиб, йиллик инфляция суръати 0,06 бўлса у ҳолда 5 йилдан кейин қўйилманинг фоиз ставкаси ҳисобига оширилган қийматини инфляцияни назарга олган ҳолда топинг.
3. Банк депозитига 4000 сўм пул 0,06 ойлик мураккаб фоиз ставкаси билан қўйилган. Агар инфляция суръати 0,03 бирликни ташкил қилса, бир йилда оширилган жамғарманинг реал қийматини топинг.
4. Банк депозитига 200000 сўм пул 0,07 йиллик фоиз ставкаси билан 2 йилга қўйилган. Агар йиллик инфляция индекси 0,05 бўлса:
 - а) жамғарманинг инфляциянинг назарга олмагандаги миқдорини топинг
 - б) инфляцияни назарга олгандаги жамғарма миқдорини аниқланг
 - в) брутто фоиз ставкасини топинг
 - г) брутто ставкаси билан ҳисобланган жамғарманинг йиғма миқдорини топинг
5. Қ₀ миқдоридаги кредит 2 йилга 50 % ҳисоб ставкаси билан берилган. Агар инфляция индекси 1,8 бирликни ташкил этса, инфляцияни назарга олувчи ҳисоб ставкаси қандай бўлиши керак?
6. 50000 сўм пул 2 йилга 70 % номинал фоиз ставкаси билан банк депозитига қўйилган. Агар устама фоиз ҳар кварталда ҳисобланса ҳамда инфляция суръати 8% бўлса, у ҳолда инфляцияни назарга олувчи номинал фоиз ставкаси ҳамда 2 йиллик ошган маблағ миқдори қандай бўлади?

3– §. *Инвестиция лойиҳаларида инфляцияни ҳисоблаш.*

Фараз қилайлик, инвестор бир хил фоиз ҳисобига ихтиёрий меъёрга кредит олиши мумкин бўлсин ҳамда унинг кредит олиш имконияти чексиз бўлсин. Инвестор кредитга пул олиш ёки пул беришдан олдин нарх-навонинг ва ойлик иш ҳақининг ўсиши ёки камайиши ҳисобига тўлов оқимларининг айрим компонентлари инфляция таъсирига учраши мумкин эканлиги ҳақида тасаввурга эга бўлиши керак. Масалан, ойлик маош муҳим товарлар баҳосига нисбатан секинроқ ўсиши мумкин, лекин баъзи инвестиция компонентларининг баҳоси кучли инфляция шароитида ҳам қзгармай қолиши мумкин.

Фараз қилайлик, таҳлил қилинаётган инвестиция лойиҳасининг $(0, T)$ даврдаги барча тўлов оқимларига инфляция таъсир этган бўлсин ҳамда ушбу инфляциянинг суръати (инфляция ставкаси) h бўлиши кутилаётган бўлсин. Бундан ташқари ҳамма тўлов оқимлари инфляция ставкаси h ни назарга олган ҳолда индексация қилинади деб фараз қиламиз.

Агар $0=t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n \leq T$ босқичларда тўловлар оқими $C_{t_0}, C_{t_1}, \dots, C_{t_n}$ бўлиб даромадлар оқими

$$P_{t_0}, P_{t_1}, \dots, P_{t_n} = P_t$$

бўлса, у ҳолда бу параметрлар индексация қилингандан сўнг қуйидаги кўринишга келади.

$$C_{t_s}(h) = (1+h)^{t_s} C_{t_s}, \quad s=1, n \quad (4.29)$$

$$P_t(h) = (1+h)^t P_t, \quad 0 \leq t \leq T$$

Маълумки, тўловлар оқимининг бошланғич t_0 даврга келтирилган i фоиз ставкасидаги баҳоси (3.12) формулага асосан қуйидаги кўринишга эди.

$$W = \sum_{t=1}^t P_t \frac{1}{(1+i)^t} - \sum_{s=1}^s C_{t_s} \frac{1}{(1+i)^{t_s}} - C_0 \quad (4.30)$$

Агар тўловлар оқими индексация қилинса, у ҳолда тўловлар оқимининг бошланғич даврга келтирилган i фоиз ставкасидаги баҳоси қуйидагига тенг бўлади

$$W(h) = \sum_{t=1}^t P_t \frac{1}{(1+i)^t} - \sum_{s=1}^s C_{t_s}(h) \frac{1}{(1+i)^{t_s}} - C_0 \quad (4.31)$$

тенг бўлади. Бу тенгликни (4.29) белгилашлардан фойдаланиб куйидагича ёзиш мумкин.

$$W(h) = \sum_{t=1}^t P_t \frac{(1+h)^t}{(1+i)^t} - \sum_{s=1}^s C_{t_s} \frac{(1+h)^{t_s}}{(1+i)^{t_s}} - C_0$$

ёки

$$W(h) = \sum_{t=1}^t P_t \frac{1}{(1+i_h)^t} - \sum_{s=1}^s C_{t_s} \frac{1}{(1+i_h)^{t_s}} - C_0 \quad (4.32)$$

бу ерда

$$1 + i_h = \frac{1 + i}{1 + h} \quad (4.33)$$

Бундан

$$i_h = \frac{1+i}{1+h} - 1 = \frac{i-h}{1+h} \quad (4.34)$$

Ушбу катталиқни инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкаси деб қабул қиламиз. Агар $h < i$ бўлиб, h ва i лар етарли даражада кичик (0.05-0.10 сонлардан ошмаса) бўлса, у ҳолда

$$i_h = i - h$$

деб қабул қилиш мумкин.

(4.31) формуланинг қнг томони индексация қилинган тушумлар ва харажатлар орасидаги фарқнинг (тўлов оқимлари баҳосининг) i фоиз ставкаси билан бошланғич t_0 босқичга келтирилган қийматини билдиради. Уни $NPV_h(t)$ билан белгилаймиз. (4.32) тенгликнинг қнг томони эса индексация қилинган i_h фоиз ставкаси билан t_0 босқичга келтирилган тушумлар ва харажатлар орасидаги фарқни кўрсатади. Уни $NPV_h(i_h)$ билан белгилаймиз. Демак (4.31) ва (4.32) формулалардан

$$NPV_h(i) = NPV_h(i_h) \quad (4.35)$$

тенглик қринли эканлиги кўринади. Бу тенгликнинг чап томонидаги ички фойдалилик даражасини $i_0(h)$ билан, қнг томондагисини эса i_0 билан белгилаймиз. У ҳолда (4.34)га асосан

$$i_0 = \frac{i_0(h) - h}{1 + h}$$

Бундан

$$i_0(h) = i_0(1 + h) + h \quad (4.36)$$

Бу ерда i_0 - лойиҳанинг инфляцияни ҳисобга олмагандаги фойдалилик ставкаси, $i_0(h)$ - инфляцияни назарга олгандаги

фойдалилик ставкаси. Агар $i_0(h)$ етарли даражада кичик бўлса, у ҳолда

$$i_0(h) = i_0 + h$$

деб қабул қилиш мумкин.

1 - мисол. Инвестор 100000 сўм пулни 15% йиллик фоиз ставкаси бўйича инвестициялаштириб 200000 сўм фойда олмоқчи бўлсин. Агар йиллик инфляция суръати 10% бўлса, у ҳолда инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкасини ҳамда инвесторнинг олиши мумкин бўлган реал даромадини аниқланг.

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра.

$$C_0 = 100000, i = 0.15, h = 0.10, P = 200000$$

(4.34) формуладан фойдаланиб топамиз

$$i_h = \frac{1 + 0.15}{1 + h} - 1 = \frac{0.15 - 0.10}{1 + 0.1} = \frac{0.05}{1.1} = 0.045$$

Энди (4.32) формуладан фойдаланамиз

$$W(h) = \frac{P}{1 + i_h} - C_0 = \frac{200000}{1 + 0.045} - 100000 = 92344$$

Жавоб: 0.045; 92344 сўм

2 – мисол. 1- мисолдаги маълумотлар асосида инфляцияни назарга олувчи ички фойдалилик даражасини топинг.

Ечилиши: Масаланинг шартига кўра

$$C_0 = 100000, i = 0.15, h = 0.10, P = 200000, n = 1$$

(3.4) формулага асосан инфляция назарга олинмагандаги фойдалилик ставкасини қуйидаги формула орқали топамиз.

$$i_0 = \frac{R}{C_0} - \frac{R}{C_0(1+i)^n}$$

Масаланинг шартига кўра $n = 1$ эканлигини назарга олиб топамиз

$$i_0 = \frac{200000}{100000} - \frac{200000}{100000(1 + 0.15)} = 0.26$$

Инфляцияни назарга олувчи фойдалилик ставкасини (4.36) формуладан фойдаланиб топамиз.

$$i_0(h) = i_0(1 + h) + h = 0.26(1 + 0.1) + 0.1 = 0.386$$

Жавоб: 0.386

3-мисол. Инвестицияга сарф қилинган бошланғич капитал 300000 сўм бўлиб, кейинги 5 йилнинг ҳар бирида яна 100000 сўмдан харажат сарф қилинсин. Инвестициядан олинадиган даромадлар оқими эса ҳар йили 170000 сўмдан иборат бўлсин. Агар йиллик фоиз ставкаси 15% ва

йиллик инфляция суръати 10% ни ташкил этса, инвестициядан олинадиган жорий соф даромадни инфляцияни назарга олган ҳолда топилсин.

Ечилиши: Масаланинг берилишига кўра

$$C_0 = 100000, \quad C_1 = 300000, \quad C_2 = 100000, \quad C_4 = 100000, \quad C_5 = 100000,$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 170000; \quad i = 15\% = 0,15 \quad h = 10\% = 0,1$$

Инфляцияни назарга олувчи киримлар ва чиқимлар оқимини ҳисоблаймиз.

$$P_t(h) = P_t(1+h)^t; \quad C_t(h) = (1+h)^t C_t$$

$$P_1(h) = (1+0.1)170000 = 187000$$

$$P_2(h) = (1+0.1)^2 170000 = 205000$$

$$P_3(h) = (1+0.1)^3 170000 = 226270$$

$$P_4(h) = (1+0.1)^4 170000 = 248897$$

$$P_5(h) = (1+0.1)^5 170000 = 273787$$

$$C_1(h) = (1+0.1)100000 = 110000$$

$$C_2(h) = (1+0.1)^2 100000 = 121000$$

$$C_3(h) = (1+0.1)^3 100000 = 133100$$

$$C_4(h) = (1+0.1)^4 100000 = 146410$$

$$C_5(h) = (1+0.1)^5 100000 = 161051$$

$$W(h) = \frac{P_1(h)}{1+i} + \frac{P_2(h)}{(1+i)^2} + \frac{P_3(h)}{(1+i)^3} + \frac{P_4(h)}{(1+i)^4} + \frac{P_5(h)}{(1+i)^5} - \frac{C_1(h)}{(1+i)} - \frac{C_2(h)}{(1+i)^2} - \frac{C_3(h)}{(1+i)^3} - \frac{C_4(h)}{(1+i)^4} - \frac{C_5(h)}{(1+i)^5} - C_0$$

$$W(h) = 122609 + 155833 + 148842 + 242390 + 136212.4 - 95652 - 91493.3 - 87000 - 83218 - 80124 - 300000 = 218516$$

Жавоб: Соф жорий даромад 218516 сўм

Назорат саволлари.

1. Инвестиция лойиҳаларида инфляция қандай ҳисобланади?
2. Тўловлар оқими қандай индексация қилинади?
3. Инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкаси қандай топилади?
4. Инвестициянинг фойдалилик индекси қандай индексация қилинади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. Инвестор 500000 сўм пулни 25% фоиз ставкаси билан инвестициялаштириб 1 йилда 1000000 сўм даромад олмоқчи. Агар йиллик инфляция суръати 20% бўлса у ҳолда инфляцияни назарга олувчи фоиз ставкаси ва инвесторнинг олиши мумкин бўлган реал даромадини аниқланг.
2. Агар инвестицияга сарфланган дастлабки капитал маблағининг миқдори 1000000 сўм бўлиб фоиз ставкаси 50%, йиллик инфляция суръати 30%ни ташкил қилса ҳамда муқалланган даромад 1000000 сўмни ташкил қилган бўлса у ҳолда инфляцияни назарга олувчи ва олмагандаги ички фойдалилик нормаси (ставкаси) ни топинг.
3. Инвестицияга биринчи йил 200000 сўм, иккинчи, учинчи ва тўртинчи йилларда 150000 сўмдан сарф қилинсин. Даромадлар оқими эса 220000, 250000, 300000 ва 200000 сўмдан иборат бўлсин. Агар йиллик фоиз ставкаси 20% ва инфляция суръати 15% бўлса: а) инфляцияни назарга олувчи ва олмаган ҳолдаги ички фойдалилик нормаси (ставкасини) топинг. б) инвестициянинг соф жорий баҳосини топинг.

V БОБ. АКТУАР ҲИСОБЛАР.

1-§. Суғурта ва унинг ўзига хос хусусиятлари. Вафот этиш жадваллари.

Суғурта эҳтимоллари. Коммутацион функциялар. Суғурта аннуитети ва унинг баҳоси.

Суғуртадан мақсад табиий офатлар ва кўнгилсиз ҳодисалардан келтирилган зарарларни қоплаш учун пул фондларини ҳосил қилишдир. Суғурта бадалларидан юзага келадиган пул фондлари улкан миқдорларни ташкил қилади. Суғурта ташкилоти зарар миқдорига қараб, маблағ ажратади. Суғурталовчи бу маблағлар ҳисобидан зарарларни ва уларнинг оқибатларни қоплашга ҳаракат қилади.

Суғурталовчи ва суғурталанувчилар ўртасидаги бу муносабатлар асосан кредит муассасалари орқали амалга оширилади.

Суғурта фаолиятида ва айрим инвестициялаш лойиҳаларида тасодикий характердаги ҳодисаларнинг рўй бериши билан боғлиқ бўлган тўловлар оқими билан иш кўришга тўғри келади. Суғуртада бундай тўловлар оқими суғурта аннуитети деб аталади. Суғурта аннуитетларидаги тўловларнинг сони ва уларни амалга ошириш муддатлари олдиндан номаълум ҳисобланади.

Суғурта аннуитетларини шакллантириш ва уларнинг баҳосини аниқлаш билан боғлиқ бўлган ҳисоблашларга **актуар ҳисоблар** деб аталади. Актуар ҳисоблар билан иш кўрувчи мутахассислар - **актуарлар** бўлиб, улар суғурта фаолиятда муҳим ўрин тутадилар.

Суғуртанинг бир тури ҳаёт суғуртаси ҳисобланади. Ҳаётни суғурталаш бўйича актуар ҳисобларда аввало суғурталанувчиларнинг жинси ва ёшини, уларнинг маълум бир ёшгача яшашини характерловчи статистик маълумотлар зарур бўлади.

Бундай маълумотлар вафот этиш жадвалларида келтирилади. Вафот этиш жадваллари (таблицы смертности) маълум сондаги одамлар тўпламининг, уларнинг ёши ортиб бориши билан, қандай камайишини миқдорий кўрсатувчи жадвалдир.

Бундай жадваллар бутун мамлакат аҳолиси учун, йирик иқтисодий районлар учун, ёки шаҳар ва қишлоқ аҳолиси учун алоҳида, шунингдек жинслар бўйича алоҳида тузилиши мумкин.

Вафот этиш жадвалининг асосий кўрсаткичи, одатда 100 минг киши деб олинадиган дастлабки l_0 - одамлар орасидан роппа-роса x ёшга етган одамлар сонини билдирувчи - l_x катталиқдир. Шунини таъкидлаш лозимки, актуар ҳисобларда вафот этиш жадвалларидаги одамларнинг дастлабки сони қанча бўлиши ҳисоблашларнинг охириги натижасига таъсир этмайди. Актуар

ҳисобларда тўла жадваллар қўлланилиб, бунда одамлар ёши 1 йил ораликда кўрсатилади.

Вафот этиш жадваллари l_x катталиклдан ташқари, q_x - вафот этиш эҳтимоли ёки d_x - бир йилда вафот этган x ёшлилар сонини ҳам ўз ичига олиши мумкин. Мисол сифатида, бошланғич ёш-0 ёш деб олинган эркак ва аёлларнинг вафот этиш жадвалидан айрим бир фрагментлар иловада келтирилган (6-иловага қаранг).

Вафот этиш жадвалидаги l_x , q_x , d_x - катталиклар қуйидаги муносабатлар билан боғланган бўлади.

$$l_{x+1} = l_x - d_x; \quad d_x = l_x \cdot q_x;$$

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

Юқорида келтирилган вафот этиш жадвали асосида суғурта ҳисобларига оид турли эҳтимолликларни аниқлаш мумкин бўлади.

Шундай эҳтимолликлардан энг муҳимларини қараймиз.

x ёшдаги одамнинг $x+n$ ёшгача яшаш эҳтимоли:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (1)$$

x ёшгача етган кишининг яна бир йил яшаши эҳтимоли:

$$p_x = 1 - q_x = 1 - \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

1-мисол. Эркак кишининг ёши 30 да бўлса, унинг яна 10 йил умр кўриш эҳтимолини топинг.

Ечиш: (1) формулага кўра

$${}_{10} p_{30} = \frac{l_{40}}{l_{30}} = \frac{92 \cdot 327}{96 \cdot 991} = 0,95191 \approx 0,952$$

Бундан, 30 ёшли эркак кишининг кейинги 10 йил ичида вафот этиш эҳтимоли: ${}_{10} q_{30} = 1 - 0,95191 = 0,04809$

Вафот этиш жадваллари бўйича, масалан x дан $x+n$ гача ораликда вафот этиш эҳтимолини ҳам ҳисоблаш мумкин:

$${}_n q_x = 1 - {}_n p_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = \frac{\sum_{j=x}^{x+n-1} d_j}{l_x} \quad (2)$$

Ўз навбатида x ёшдаги шахснинг $x+m$ дан $x+m+n$ гача ораликда вафот этиш эҳтимоли қуйидагича аниқланади:

$${}_{m/n}q_x = \frac{l_{x+m} - l_{x+m+n}}{l_x} = \frac{l_{x+m}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+m} - l_{x+m+n}}{l_{x+m}} \quad (3)$$

Охирги ифодадан

$${}_{m/n}q_x = {}_m p_x \cdot {}_n q_{x+m}$$

эканлиги келиб чиқади. Бошқача айтганда изланаётган эҳтимоллик, $x+m$ ёшгача яшаш эҳтимолини кейинги n йил давомида вафот этиш эҳтимолига кўпайтирилганига тенг бўлар экан.

Кўрилган (1), (2), (3) эҳтимолликларга ҳаётни суғурталашга оид **суғурта эҳтимолликлари** деб айтилади.

2-мисол. 30 ёшда бўлган эркак кишининг 33 ёшга тўлгандан кейинги икки йил ичида вафот этиш эҳтимолини топинг:

Ечиш: (3) формулага биноан

$${}_{3/2}q_{30} = \frac{l_{33} - l_{35}}{l_{30}} = \frac{95.821 - 94.951}{96.991} = 0,00897$$

Суғурта аннуитетларига доир ёзувларни, белгилашларни ва ҳисоблашларни соддалаштириш мақсадида коммутацион функциялар деб аталувчи функциялар қўлланилади. Бу функцияларга одатда бирор бир иқтисодий маъно берилмайди ва уларни фақат ёрдамчи воситалар сифатида қабул қилинади.

Стандарт коммутацион функциялар икки гуруҳга бўлинади. Биринчи гуруҳ функциялари учун асос сифатида маълум бир ёшгача яшаган кишилар сони, иккинчи гуруҳга эса - вафот этганлар сони олинади. Аммалиёт учун муҳим бўлган баъзи кооммутацион функцияларга тўхталамиз. Биринчи гуруҳдаги асосий функциялар қаторига қуйидаги D_x ва N_x функциялар киради:

$$D_x = l_x v^x \quad (4)$$

$$N_x = \sum_{j=x}^{\infty} D_j \quad (5)$$

Бунда v - i фоиз ставкали мураккаб фоиз бўйича ҳисобланган дисконтлаш коэффиценти, ∞ - вафот этиш жадвали бўйича аниқланувчи энг катта ёш кўрсаткичи.

Таърифга кўра

$$N_x = N_{x+1} + D_x \text{ ва } N_{\infty} = D_{\infty}$$

Баъзи актуар ҳисобларда берилган ёши оралиқлари учун D_x - коммутацион функциялар йиғиндиси зарур бўлади.

Бундай ҳолларда N_x - сонлардан фойдаланиш мумкин.

$$\sum_{t=1}^k D_{x+t} = N_{x+1} - N_{x+k+1}$$

Агар суғурта тўловлари бир йилда m марта амалга оширилса, у ҳолда N_x функциялар учун амалиётда қуйидаги формулалар ҳам ишлатилади:

Постнумерандо тўловлар (яъни, суғурта бадаллари тўлов муддатининг охирида тўланади) учун

$$N_x^{(m)} = N_x + \frac{m-1}{2m} D_x$$

Пренумерандо тўловлар (яъни, тўловлар шартнома муддатининг бошида тўланади) учун

$$N_x^{(m)} = N_x - \frac{m-1}{2m} D_x$$

формула ўринлидир. Иккинчи гуруҳга тегишли коммутацион функциялардан энг муҳимлари қуйдаги C_x ва M_x функциялардир:

$$C_x = d_x v^{x+1}, \quad M_x = \sum_{j=x}^{\infty} C_j$$

Иккала гуруҳ коммутацион функциялари орасида қуйидагича боғланишлар мавжуд:

$$C_x = d_x v^{x+1} = (l_x - l_{x+1}) v^{x+1} = l_x v^x \cdot v - l_{x+1} v^{x+1} = D_x v - D_{x+1}$$

худди шунга ўхшаш

$$M_x = N_x v - N_{x+1}$$

эканлигини кўрсатиш мумкин.

Суғуртага оид ҳисобларнинг бошланғич вазифаларидан бири суғурта аннуитетининг баҳосини аниқлашдан иборат.

Айтайлик, бирор бир шахсга x ёшидан бошлаб, умрининг охиригача ҳар йилнинг охирида 1 пул бирилигидан иборат сумма тўлаб борилсин. У ҳолда йиллик суғурта аннуитети баҳосини a_x билан белгиласак:

$$a_x = p_x \cdot v + {}_2p_x v^2 + \dots + {}_{\infty-x}p_x \cdot v^{\infty-x} = \frac{l_{x+1} \cdot v}{l_x} + \frac{l_{x+2} \cdot v^2}{l_x} + \dots + \frac{l_{\infty-x} \cdot v^{\infty-x}}{l_x}$$

бўлади. Ҳар бир қўшилувчининг сурат ва маҳражини v^x га кўпайтирамиз. Ундан кейин D_x ва N_x коомутацион функцияларни қўллаб a_x учун қуйидаги баҳони ҳосил қиламиз:

$$a_x = \frac{\sum_{j=1}^{\infty-x} l_{x+j} \cdot v^{x+j}}{l_x \cdot v^x} = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

Агар юқоридаги шартлар билан тўлов ҳар йилнинг бошида (пренумерандо) амалга оширилса, у ҳолда суғурта аннуитетининг баҳоси (уни a_x каби белгилаймиз) қуйидагига

$$a_x = 1 + p_x \cdot v + {}_2p_x \cdot v^2 + \dots + {}_{\infty-x}p_x \cdot v^{\infty-x} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty-x} l_{x+j} \cdot v^{x+j}}{l_x \cdot v^x} = \frac{N_x}{D_x}$$

тенг бўлади. Кўрилган катталиклар орасида

$$a_{x+1} = a_x + 1 \quad \text{ёки} \quad a_{x+1} \cdot v = a_x$$

муносабатлар бажарилишига ишонч ҳосил қилиш мумкин.

Суғуртага оид махсус адабиётларда бошқа турдаги суғурта аннунтетлари баҳолари учун ҳам формулалар келтирилади.

Назорат саволлари.

1. Суғурта атамасининг таърифи қандай?
2. Суғуртанинг ўзига хос хусусиятлари нималардан иборат?
3. Ҳаётни суғурталашда вафот этиш жадвалининг қандай кўрсаткичлари ишлатилади?
4. Суғурта эҳтимоллари нима?
5. Коммутацион функциялар нима?

Мустақил ечиш учун масалалар

1. Агар эркак киши айти пайтда 40 ёшда бўлса, унинг 70 ёшгача умр кўриш эҳтимолини топинг.
2. 50 ёшли эркак кишининг кейинги 10 йил ичида вафот этиш эҳтимолини топинг.
3. 30 ёшдаги эркак кишининг 35 ёшга тўлгандан кейинги 5 йил давомида вафот этиш эҳтимолини топинг.
4. 18 ёшдаги йигитнинг кейинги 2 йил ичида вафот этмаслик эҳтимоли қандай?
5. 60 ёшга тўлган аёлнинг 70 ёшгача яшаш эҳтимолини топинг.
6. 60 ёшдаги аёлни 80 ёшда вафот этиш эҳтимолини топинг.
7. Бирор шахсга (эркак кишига) 30 ёшдан бошлаб умрининг охиригача ҳар йилнинг охирида 10000 сўмдан иборат сумма тўлаб борилса, у ҳолда суғурта аннунтетининг баҳоси қандай бўлади? (фоиз ставкаси 5% деб қаралсин).

2-§. Шахсий суғурталаш. Ҳаётни суғурталаш.

Шахсий суғурталаш суғурта тизимининг таркибий бир қисмидир. Лекин, унинг объекти мулк эмас, балки инсонлар ҳаёти ва соғлигини асрашдир. Мулк суғуртасидан кўзда тутилган асосий мақсад табиий офат натижасида мол-мулкка етказилган зарарларни қоплашни ташкил қилиш бўлса, шахсий суғурта оила бюджетини мустаҳкамлаш орқали фуқаролар фаровонлигини яхшилашга ёрдам беради.

Шахсий суғурта ходисаларига суғурталанган шахснинг бахтсиз ҳодиса оқибатида шикастланиши, сифатсиз озиқ-овқатни истеъмол қилиши натижасида кучли заҳарланиши, тасодифан суяк синиши, чиқиши, нотўғри тиббий муолажа натижасида аъзоларнинг жароҳатланиши ёки уларнинг олиб ташланиши каби ҳодисалар киради.

Фуқаролар шахсий суғуртасига шунингдек, аҳоли ҳаётини аралаш суғурталаш, болалар ва никоҳ тўйи суғуртаси, транспортда қатновчи йўловчилар суғуртаси, ҳарбий хизматчиларни мажбурий суғурталаш, кўмир, нефт, газ, казиб олиш ва геология-қидирув ишлари тизими ходимларининг мажбурий шахсий суғуртаси, фуқароларни кўшимча нафақага суғурталаш, ўқувчиларни кўнгилсиз ходисалардан суғурталаш, сайёҳлар суғуртаси кабилар ҳам киради.

Суғурта шартномасига асосан, суғурталанувчи олдиндан суғурталовчига бирор миқдордаги пулни-мукофотни тўлайди. Ўз навбатида суғурталанувчи суғурта ходисаси рўй бергандан сўнг S-миқдордаги суғурта пулини олишга ҳақли бўлади. Агар суғурта ходисасининг рўй бериш эҳтимоли – q олдиндан маълум бўлса, у ҳолда назарий жиҳатдан тўланадиган мукофот миқдори – p ни $p = S \cdot q$ тарзда аниқлаш мумкин.

Суғурталашда нетто-мукофот деб, суғуртанинг назарий баҳоси тушунилади. Амалиётда суғурта ташкилотига тўланадиган мукофот миқдори, одатда нетто-мукофотдан ташқари юклама деб аталувчи миқдорни ҳам ўз ичига олади. Юклама ҳисобидан суғурта бўйича иш юритиш харажатларига маблағ ажратилади. Нетто-мукофот ва юклама йиғиндисига брутто-мукофот деб аталади.

Қуйида шахсий суғурталашнинг содда ҳолини ва бунда нетто-мукофотни аниқлаш билан танишамиз. Айтайлик, X ёшдаги киши суғурта ташкилоти билан шартнома тузиб, унга асосан у 60 ёшга тўлгандан кейин S сўм миқдордаги пулни олиши мумкин бўлсин. Бу турдаги суғурталашнинг нетто-мукофоти миқдорини ${}_n E_x$ каби белгилайлик.

У ҳолда

$${}_{60-x} E_x = {}_{60-x} P_x \cdot V^{60-x} \cdot S$$

бунда, ${}_{60-x} P_x$ - x ёшда бўлган кишининг 60 ёшгача яшаш эҳтимоли;

V^{60-x} - берилган мураккаб фоиз ставкаси бўйича ҳисобланган дисконтлаш коэффиценти.

Умумий ҳолда, коммутацион функция ёрдамида қуйидагини ҳосил қилиш мумкин:

$${}_n E_x = {}_n P_x \cdot V^n \cdot S = \frac{L_{x+n}}{L_x} \cdot V^n \cdot S = \frac{L_{x+n} \cdot V^x}{L_x \cdot V^x} \cdot V^n \cdot S = \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S$$

1-мисол. 40-ёшдаги эркак кишининг 60 ёшгача тўлиши суғурталанган бўлса, нетто-мукофот миқдорини аниқлаш талаб этилади. Агар ҳисоблашларда мураккаб фоиз ставкасини 9% деб қабул қилса, у ҳолда юқоридаги формулага асосан

$${}_{20} E_{40} = \frac{D_{60}}{D_{40}} \cdot S = \frac{389,7}{2939,5} \cdot S = 0,13239 S$$

бўлади. Нетто-мукофот бу ерда S -суғурта қопламасининг 13% дан сал кўпроғини ташкил этмоқда ва у суғурта ишларини юритишга оид харажатларни (юклamani) ҳисобга олмайди.

Шахсий суғурталашнинг кенг тарқалган турларидан бири ҳаётни суғурталашдир. Бунда, суғурталанувчи вафот этган тақдирда унинг ворисларига S миқдордаги пул тўланади. Айтайлик, ҳаётни суғурталаш шартномаси X ёшда тузилган бўлсин. Агар суғурталанган шахс суғурта муддатининг биринчи йилида вафот этган бўлса, ҳамда суғурта суммаси ворисларга йил охирида тўланса, тўлов суммасининг жорий қиймати $q_x S v$ га; агар суғурта ҳодисаси 2-йилда рўй берса, суғурта суммасининг жорий қиймати $2 q_x S v^2$ ва ҳ.к. n -йилда рўй берса $n q_x S v^n$ га тенг бўлади.

Бу ҳолда, нетто-мукофот миқдори суғурта аннуитетининг жорий қийматига ёки дисконтланган тўловларнинг математик кутилишига тенг бўлади. Ҳаётни суғурталаш муддати умрнинг охиригача деб олинса, изланаётган нетто-мукофот миқдори (вафот этиш жадвалларига кўра $q_x = \frac{d_x}{l_x}$

) қуйидагича аниқланади:

$$A_x = \frac{d_x}{l_x} v S + \frac{d_{x+1}}{l_x} v^2 S + \dots + \frac{d_w}{l_x} + v^{w-x} S$$

Ҳар бир қўшилувчи ҳадни v^x га кўпайтириб ва бўлиб, ҳамда D_x коммутацион функциядан фойдаланиб, қуйидагини оламиз:

$$A_x = S \cdot \left(\frac{d_x}{D_x} v^{x+1} + \frac{d_{x+1}}{D_x} v^{x+2} + \dots + \frac{d_w}{D_x} v^w \right)$$

Агар, охирги тенгликда M_x коммутацион функцияни кўлласак:

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \cdot S$$

тенглик ҳосил бўлади. Одатда, умрнинг охиригача суғурталаш камдан-кам ҳолда учрайди. Кўпинча ҳаётни суғурталаш бирор чегараланган муддатгача тузилади. Айтайлик, ушбу муддат n йилга тенг бўлсин. Бу ҳолда нетто-мукофот қуйидагича аниқланади:

$${}_n A_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \cdot S$$

2-мисол. 40 ёшли киши учун умрнинг охиригача суғурта шартномаси тузилган бўлса, нетто-мукофот миқдорини топамиз:

$$A_{40} = \frac{M_{40}}{D_{40}} \cdot S = \frac{431,4}{2939,5} \cdot S = 0,14678 \cdot S$$

Агар шартнома 20 йил муддатга тузилса

$${}_{20} A_{40} = \frac{M_{40} - M_{60}}{D_{40}} \cdot S = \frac{431,4 - 134,7}{2939,5} \cdot S = 0,10094 \cdot S$$

бўлади. Кўрганимиздек, суғурта муддатининг чегараланиши суғурта бадалининг сезиларли камайишига олиб келади.

Назорат саволлар.

1. Шахсий суғурталашнинг вазифалари нималардан иборат?
2. Шахсий суғурталашнинг қандай турлари бор?
3. Ҳаётни суғурталашнинг моҳияти нимадан иборат?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. 40 ёшдаги эркак киши 60 ёшга тўлгач $S=2500$ доллар суғурта қопламаси олмоқчи бўлса, (фоиз ставкаси 9%) у қанча суғурта мукофоти тўлаши керак?
2. 40 ёшли эркак киши учун умрининг охиригача суғурта шартномаси тузилган бўлиб, суғурта тўлови 1200 доллар бўлса, нетто-мукофот миқдорини топинг.
3. 30 ёшдаги аёл 50 ёшга етганда 1 млн. сўм пул олиш учун суғурта компанияси билан шартнома тузди. Агар фоиз ставкаси 5% бўлса, у ҳолда нетто-мукофоти миқдори қандай бўлади?

4. 30 ёшдаги аёл умрининг охиригача суғурта шартномаси тузган бўлиб, фоиз ставкаси 5% бўлса, у ҳолда ушбу аёл ўлгандан сўнг унинг ворислари 2 млн сўм миқдорда пулга эга бўлишлари учун 1 марталик нетто-мукофот миқдори қандай бўлиши керак?

3-§. Нафақани суғурталаш.

Энди шахсий суғуртанинг бир тури бўлган нафақани суғурталаш билан танишамиз. Фуқароларни қўшимча нафақага суғурта қилиш суғурта ташкилоти билан суғурталанган фуқаро фақат суғурта муддати давомида ҳамда, қўшимча нафақа олиш даврида бахтсизлик ҳодисаларидан ҳам суғурталанган ҳисобланади.

Нафақага чиққунгача ўтган давр суғурта муддати деб аталади. Бу муддат тугагач, агар суғурта шартномаси бўйича ҳамма бадаллар тўланган бўлса, суғурталанувчи нафақа ёшига тўлгандан сўнг унга умрининг охиригача қўшимча нафақа тўланади.

Нафақа суғуртасининг нетто-мукофотини ҳисоблаш учун, албатта суғурта тўловларининг жорий қийматини аниқлашга (тўловлар бир марталик ёки муддатли бўлиши мумкин) имкон берувчи формулаларга, ҳамда актуар ҳисобларга зарурат туғулади. Қуйида бир нафақа суғуртасидаги баъзи ҳисоблаш усулларига тўхталамиз.

Формулаларда қуйидаги бегилашларни қўллаймиз:

R – йиллик нафақа суммаси,

E – бир марталик суғурта взноси,

A – суғурталанувчининг шахсий ҳисобида нафақа тўлаш бошлагунча йиғилган сумма,

x – суғурталанувчининг шартнома тузиш вақтидаги ёши,

L – нафақага чиқиш ёши,

W – шартнома муддати тугаши вақтидаги ёш,

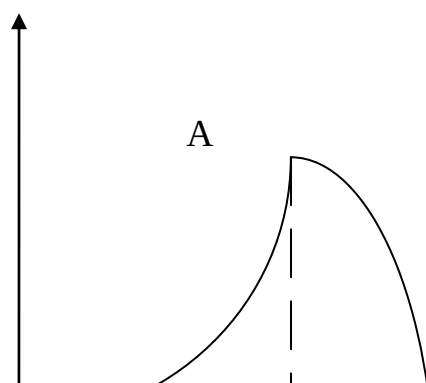
n – шартнома муддати, $n = L - x$,

t – нафақани тўлаш муддати, $t = W - L$.

1-расмда кўрсатилганидек умумий муддат иккита даврга бўлинади.

Биринчи даврда – X ёшдан L ёшгача – E миқдордаги сумма (нетто-мукофот) A миқдордаги суммагача ўсади. Бу сумма иккинчи даврда суғурталанувчига W ёшгача қўшимча нафақа сифатида тўлаб борилади.

Жамғарма



$$E = \frac{L}{n} \cdot \frac{t}{W} \cdot F_{\text{ш}}$$

1-шакл.

3-мисол. Айтайлик, 20 йил давомида тўланадиган суғурта бадаллари, нафақага чиққандан кейин $t=15$ йил давомида ҳар йилнинг бошида (пренумерандо) суғурталанувчига 10 000 сўм миқдорда қўшимча нафақани таъминлаши керак бўлсин. Ушбу суғурта тўловини таъминловчи суғурта мукофотини аниқлайлик.

Суғуртанинг бир марталик тўлов бадали бўлажак тўловларнинг жорий қийматига тенг бўлиши керак.

Суғурта тўловига $i=0,09$ мураккаб фоизли ставка билан фоизлар тўланади дейлик. У ҳолда, нетто-мукофот миқдори умумий ҳолда қуйидаги формула бўйича топилади.

$$E = A \cdot v^n = R \cdot a_{t;i} \cdot (1 + i) \cdot v^n$$

бунда, $v - i$ ставка бўйича дисконтлаш коэффиценти,

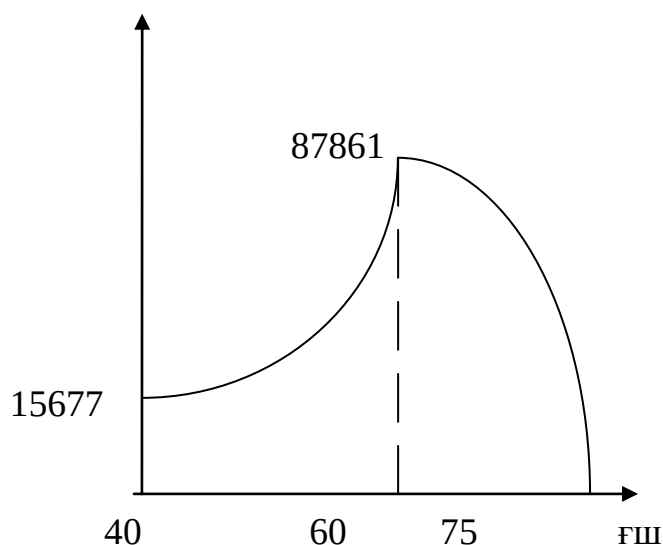
$a_{t;i} \cdot (1 + i)$ - доимий тўловларни келтириш коэффиценти,

$$A = 10\,000 \cdot a_{15;9} \cdot (1 + 0,9) = 10000 \cdot 8,060688 \cdot 1,09 = 87861$$

$$E = 87\,861 \cdot 1,09^{-20} = 15677 \text{ сўм.}$$

Нафақа жамғармасининг ўзгаришини схематик равишда қуйидагича тасвирлаш мумкин.

Жамғарма



2-шакл.

Агар суғурта шартномасига кўра, суғурта тўловлари m йил ($m \leq n$) давомида тенг миқдорда тўлаб борилса, у ҳолда йиллик тўловнинг миқдори қуйидаги тенглик асосида топилади:

$$R \cdot a'_{m;I} = A \cdot v^n$$

Юқорида кўрганимиздек, $A \cdot v^n = 15677$,

$$a'_{10;9} = a_{10;9} (1 + i) = 6,41766 \cdot 1,09 = 6,99525$$

Бундан эса

$$R = \frac{15677}{6,99525} = 2241,1 \text{ сўм.}$$

эканлигини топамиз.

Шундай қилиб, иккита ҳолат бўлиши мумкин: бирданига 15,7 минг сўмни тўлаш ёки 10 йил давомида ҳар йили 2,2 минг сўмдан тўлаб бориш.

Назорат саволлар.

1. Нафақа суғуртаси ва унинг мақсадини айтинг.
2. Нафақа суғуртасида нетто-мукофот қандай аниқланади?

Мустақил ечиш учун масалалар.

1. 30 ёшли аёл 55 ёшда нафақага чиққандан сўнг 20 йил давомида ҳар йилнинг бошида 100000 сўмдан иборат қўшимча нафақага эга бўлиши учун суғурта компанияси билан шартнома тузди. Агар фоиз ставкаси 5% бўлса, у ҳолда бир мартталиқ суғурта взноси қандай?
2. Ёши 40 да бўлган эркак киши 50 минг сўм пул тўлаб суғурта компанияси билан шартнома тузди. Шартномага асосан бу киши 65 ёшдан бошлаб ҳар йили маълум бир миқдорда қўшимча нафақага эга бўлади. Агар фоиз ставкаси 5% бўлса, у ҳолда ҳар йилги нафақа миқдори қандай бўлади?
3. 20 йил давомида тўланадиган суғурта взнослари ҳисобига суғурталанувчи нафақага чиққандан кейин унга 15 йил давомида ҳар йили 12 000 сўм қўшимча нафақани таъминловчи суғурта мукофотини аниқланг (фоиз ставкаси 9% деб олинсин).
4. Агар 4-масала шартларида қўшимча нафақа миқдори 20 000 сўм бўлса, нетто-мукофот миқдори қанча бўлади?

ИЛОВАЛАР.

1-илова. Арифметик прогрессия.

Иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳади ўзидан олдинги ҳадига бир хил сонни ққшишдан ҳосил бўладиган сонлар кетма-кетлиги арифметик прогрессия деб аталади. Арифметик прогрессия сонлар кетма-кетлиги ққйидагича ёзилади:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Арифметик прогрессия таърифидан $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = d$ эканлиги келиб чиқади. Бу қзгармас сон d арифметик прогрессиянинг айирмаси дейилади.

Арифметик прогрессия элементлари орасидаги боғланишларни қуйидаги ққринишда ифодалаш мумкин:

$$a_j = a_{j-1} + d = a_{j-2} + 2d = \dots = a_1 + (j-1)d = a_0 + jd \quad (1)$$

ёки

$$a_j = a_{j+1} - d = a_{j+2} - 2d = \dots = a_{n-1} - (n-j-1)d = a_n - (n-j)d \quad (2)$$

Арифметик прогрессия қуйидаги хоссаларга эга:

1) иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳади ўзидан олдинги ва кейинги ҳадларининг ўрта арифметигига тенг, яъни

$$a_{j+1} = \frac{a_j + a_{j+2}}{2}$$

2) четки ҳадлардан барабар узоқлашган ҳадлар йиғиндиси қзаро тенг бўлади, яъни

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots$$

арифметик прогрессиянинг n – ҳади

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

формула ёрдамида топилади.

1 – теорема. Арифметик прогрессиянинг n та ҳади йиғиндиси учун қуйидаги формулалар қринлидир.

$$S_n = \sum_{j=0}^n a_j = \frac{a_0 + a_n}{2} (n+1) \quad (5)$$

$$S_n = \sum_{j=0}^n a_j = \frac{a_1 + a_n}{2} n \quad (6)$$

Теореманинг исботи. (1) ва (2) формулалардан фойдаланиб S_n ни қуйидагича ифодалаш мумкин.

$$S_n = a_0 + (a_0 + d) + (a_0 + 2d) + \dots + (a_0 + nd) \quad (7)$$

$$S_n = a_0 + (a_0 - d) + (a_0 - 2d) + \dots + (a_0 - nd) \quad (8)$$

(7) ва (8) тенгликларни қзаро ққшиб ва айрим алмашувлардан сўнг қуйидагига эга бўламиз

$$2S_n = (a_0 + a_n)(n+1)$$

$$\text{Бундан } S_n = \frac{(a_0 + a_n)(n + 1)}{2}$$

Худди шу йқл билан (6) формулани ҳам ҳисоблаш мумкин.

Бундан ташқари арифметик прогрессиянинг n та ҳадлари йиғиндисини топиш учун қуйидаги формуладан ҳам фойдаланиш мумкин.

$$S_n = \frac{2a_1 + (n - 1)d}{2} n$$

1-мисол. Арифметик прогрессияда $a_1 = 3$, $a_4 = 15$. Шу прогрессиянинг қнта ҳадлари йиғиндисини топинг. Ечилиши.

$$d = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} = \frac{15 - 3}{3} = 4$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 36 = 39$$

2 – мисол. Арифметик прогрессиянинг биринчи ҳади $a_1 = 4$; тқққизинчи ҳади $a_9 = 20$; прогрессиянинг бешинчи ҳадини ва 10 та ҳадлари йиғиндисини торинг.

Ечилиши.

$$a_9 = a_1 + 8d, \quad d = \frac{a_9 - a_1}{8} = \frac{20 - 4}{8} = 2$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 4 + 8 = 12$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = a_9 + d = 20 + 2 = 22$$

$$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{4 + 22}{2} \cdot 10 = 130$$

2-илова. Геометрик прогрессия.

Биринчи ҳади нолдан фарқли бўлиб, иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳади ўзидан олдинги ҳадини бир хил сонга кўпайтиришдан ҳосил қилинадиган сонлар кетма-кетлиги геометрик прогрессия дейилади ва қуйидагича ёзилади: $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$.
Юқоридаги таърифдан

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \dots = \frac{b_j}{b_{j-1}} = q = \text{const} \quad (10)$$

эканлиги кўринади. q сон геометрик прогрессиянинг маҳражи дейилади.

Мисол.

1, 2, 4, 8, 16

сонлар кетма-кетлиги геометрик прогрессия бўлиб, унда $b_0=1$; $q=2$; $n=4$

2, -6, 18, -54

сонлар кетма-кетлиги ҳам геометрик прогрессияни ташкил қилади.
Унда

$b_1=2$; $b_2=-6$; $q=-3$; $n=4$

(10) тенгликдан фойдаланиб геометрик прогрессиянинг ҳадлари орасидаги қуйидаги боғланишни ҳосил қилмш мумкин.

$$b_j = b_{j-1}q = b_{j-2}q^2 = \dots = b_1q^{j-1} = b_0q^j, \quad j = \overline{1, n} \quad (11)$$

Геометрик прогрессия қуйидаги хоссаларга эга:

1. Иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳадининг квадрати ўзидан олдинги ва кейинги ҳадларининг кўпайтмасига тенг, яъни

$$b_j^2 = b_{j-1}b_{j+1} \quad j = \overline{1, n} \quad (12)$$

Мусбат ҳадли ($b>0$, $q>0$) прогрессия учун эса, иккинчи ҳадидан бошлаб ҳар бир ҳади ўзидан олдинги ва кейинги ҳадларининг ўрта геометригига тенг, яъни

$$b_j = \sqrt{b_{j-1}b_{j+1}} \quad j = \overline{1, n} \quad (13)$$

2. Четки ҳадларидан баравар узоқлашган ҳадларининг кўпайтмалари қзаро тенг, яъни

$$b_1b_n = b_2b_{n-1} = \dots \quad (14)$$

3. Геометрик прогрессиянинг n -ҳади

$$b_n = b_1q^{n-1} \quad (15)$$

формула орқали топилади.

4. Геометрик прогрессиянинг n та ҳадлари йиғиндиси

$$S_n = \sum_{j=0}^n b_j = b_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \quad (16)$$

$$S_n = \sum_{j=1}^n b_j = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (17)$$

формулар ёрдамида топилади. Агар $b_0=1$ бўлса (16) ва (17) формулалардан

$$\frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = 1 + q + q^2 + \dots + q^n, q \neq 1; n = \overline{1, n}$$

формулани ҳосил қилиш мумкин.

3-мисол. Геометрик прогрессияда $b_0=2$; $q=-3$. Ушбу прогрессиянинг n -та сонлар йиғиндисини топинг. Ечиш.

$$S_n = b_0 \frac{q^n - 1}{q - 1} = 2 \frac{(-3)^n - 1}{(-3) - 1} = 122$$

Жавоб: 122

4-мисол. Геометрик прогрессиянинг биринчи ҳади $b_1=5$ унинг махражи $q=2$. Прогрессиянинг еттинчи b_7 ҳадини ҳамда еттита ҳадлари йиғиндисини топинг.

Ечиш:

$$b_7 = b_1 q^6 = 5 \cdot 2^6 = 320$$

$$S_7 = b_1 \frac{q^7 - 1}{q - 1} = 5 \cdot (2^7 - 1) = 635$$

Жавоб: 635

Чексиз камаювчи геометрик прогрессия йиғиндисини.

Махражи $|q|<1$ шартни қаноатлантирувчи геометрик прогрессия чексиз камаювчи геометрик прогрессия деб аталади.

Чексиз камаювчи геометрик прогрессиянинг барча (чексиз) ҳадлари йиғиндисини

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1}{q - 1}$$

формула ёрдамида топилади.

5-мисол.

2; $-2/3$; $2/9$; $-2/27$, ...

чексиз камаювчи геометрик прогрессиянинг йиғиндисини топинг.

$$\text{Ечиш. } b_1=2; \quad q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-\frac{2}{3}}{2} = -\frac{1}{3} \quad S = \frac{b_1}{q - 1} = \frac{2}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{2}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}$$

3-илова. Молиявий жадваллар.

*1 – молиявий жадвал. Мураккаб фоизлар бўйича
ўсиш коэффициенти (Декурсив усул)*

$$I_{p(d)}^n \qquad I_p^n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$\begin{matrix} p(d) \\ n \end{matrix}$	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8386	1,9990	2,1719
10	1,1046	1,219	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,6972	2,1589	2,3674
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425
16	1,1726	1,3728	1,6047	1,8750	2,1829	2,5404	2,9522	3,4259	3,9703
17	1,1843	1,4002	1,6528	1,9479	2,2920	2,6928	3,1589	3,7000	4,3276
18	1,1961	1,4282	1,7024	2,0258	2,4066	2,8543	3,3799	3,9960	4,7171
19	1,2081	1,4568	1,7535	2,1068	2,5270	3,0256	3,6165	4,3157	5,1417
20	1,2202	1,4859	1,8061	2,1911	2,6533	3,2071	3,8697	4,6610	5,6044
25	1,2824	1,6406	2,0938	2,6658	3,3864	4,2519	5,4274	6,8485	8,6231
30	1,3478	1,8114	2,4273	3,2434	4,3219	5,7435	7,6123	10,0627	13,2677
35	1,4166	1,9999	2,8139	3,9461	5,5160	2,6861	10,6766	14,7853	20,4140
40	1,4889	2,2080	3,2620	4,8010	4,0400	10,2857	14,9745	21,7245	31,4094
45	1,5648	2,4379	3,7816	5,8412	8,9850	13,7646	21,0025	31,9204	48,3173
50	1,6446	2,6916	4,3836	7,1037	11,4674	18,4202	29,4570	46,9016	74,3575
60	1,8167	3,2810	5,8916	10,5196	18,6792	32,9877	57,9464	101,2571	176,0313

(давоми)

$$I_{p(d)}^n$$

$\begin{matrix} p(d) \\ n \end{matrix}$	10 %	12 %	15 %	20 %	24 %	25 %	28 %	30 %	32 %	36 %
1	1,1000	1,1200	1,1500	1,2000	1,2400	1,2500	1,2800	1,3000	1,3200	1,3600
2	1,2100	1,2544	1,3225	1,4400	1,5376	1,5625	1,6384	1,6900	1,7424	1,8496
3	1,3310	1,4049	1,5209	1,7280	1,9066	1,9531	2,0972	2,1970	2,2997	2,5156
4	1,4641	1,5735	1,7490	2,0736	2,3642	2,5205	2,6844	2,8561	3,0360	3,4210
5	1,6105	1,7625	2,0114	2,4883	2,9316	3,0518	3,4360	3,7129	4,0075	4,6526
6	1,7716	1,9738	2,3131	2,9860	3,6352	3,8147	4,3980	4,8268	5,2899	6,3275
7	1,9487	2,2107	2,6600	3,5832	4,5077	4,7684	5,6295	6,2748	6,9826	8,6054
8	2,1436	2,4760	3,0590	4,2998	5,5895	5,9605	7,2058	8,1573	9,2170	11,7034
9	2,3579	2,7731	3,5179	5,1598	6,9310	7,4506	9,2234	10,6045	12,1665	15,9166
10	2,5937	3,1058	4,0456	6,1917	8,5944	9,3132	11,8059	13,7858	16,0598	21,6466
11	2,8531	3,4785	4,6524	7,430,	106571	11,5415	15,1116	17,9216	21,1989	29,4393
12	3,1384	3,8960	5,3503	8,9161	13,2148	14,5519	19,3428	23,2981	27,9825	40,0375
13	3,4523	4,3635	6,1528	10,6993	16,3863	18,1899	24,7588	30,2875	36,9370	54,4510
14	3,7975	4,8871	7,0757	12,8392	20,3191	22,7374	31,6913	39,3738	48,7568	74,0534
15	4,1772	5,4736	8,1371	15,4070	25,1956	28,4217	40,5648	51,1859	64,3590	100,7126
16	4,5950	6,1304	9,3576	18,4884	31,2426	35,5271	51,9230	66,5417	84,9538	136,9691
17	5,0545	6,8660	10,7613	22,1861	38,7408	44,4089	66,4614	86,5041	112,1390	186,2779
18	5,5590	7,6900	12,3755	26,6233	46,0386	55,5112	85,0706	112,4554	148,0235	253,3380
19	6,1159	8,6128	14,2318	31,9480	59,5679	69,3889	108,8904	146,1920	195,3911	344,5397
20	6,7275	9,6463	16,3665	38,3376	73,8641	86,7362	139,3797	190,0496	257,9162	468,5740
25	10,8347	17,0001	32,9190	95,3962	216,5420	264,6978	478,9049	705,6410		
30	17,4497	29,9599	66,2118	237,3763	634,8199	807,7936				
35	25,1024	52,7996	133,1755	590,8682						
40	45,2593	93,0510	267,8135							
45	72,8905	163,9876	538,7693							
50	117,3909	289,0022								
60	304,4816	897,5969								

**2-молиявий жадвал. Мураккаб фоизлар бўйича ўсиш коэффициентлари.
(Антисипатив усул).**

$$II_{p(a)}^n = \left(\frac{100}{100 - p} \right)^n$$

$\begin{matrix} p(a) \\ n \end{matrix}$	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	15 %	20 %
1	1,0101	1,0204	1,0309	1,0417	1,0526	1,0638	1,0753	1,0870	1,0989	1,1111	1,1765	1,2500
2	1,0203	1,0412	1,0628	1,0851	1,1080	1,1317	1,1563	1,1816	1,2076	1,2345	1,3842	1,5625
3	1,0306	1,0625	1,0957	1,1303	1,1664	1,2040	1,2434	1,2844	1,3270	1,3717	1,6285	1,9531
4	1,0410	1,0842	1,1296	1,1774	1,2277	1,2808	1,3370	1,3961	1,4583	1,5241	1,9159	2,4414
5	1,0554	1,1063	1,1645	1,2264	1,2924	1,3626	1,4377	1,5176	1,6025	1,6934	2,2540	3,0517
6	1,0621	1,1289	1,2005	1,2775	1,3604	1,4495	1,5460	1,6496	1,7696	1,8816	2,6519	3,8147
7	1,0729	1,1519	1,2377	1,3308	1,4320	1,5421	1,6624	1,7932	1,9351	2,0906	3,1199	4,7684
8	1,0837	1,1754	1,2759	1,3862	1,5073	1,6405	1,7876	1,9492	2,1265	2,3229	3,6706	5,9605
9	1,0947	1,1994	1,3154	1,4440	1,5867	1,7452	1,9229	2,1187	2,3368	2,5809	4,3118	7,4506
10	1,1057	1,2239	1,3561	1,5041	1,6702	1,8566	2,0669	2,3031	2,5679	2,8677	5,0806	9,3132
11	1,1169	1,2489	1,3980	1,5668	1,7581	1,9751	2,2225	2,5034	2,8219	3,1863	5,9774	11,6415
12	1,1282	1,2743	1,4412	1,6321	1,8586	2,1012	2,3899	2,7212	3,1010	3,5403	7,0324	14,5519
13	1,1396	1,3006	1,4858	1,7001	1,9480	2,2353	2,5699	2,9580	3,4077	3,9336	8,2736	18,1899
14	1,1511	1,3269	1,5318	1,7709	2,0505	2,3780	2,7634	3,2153	3,7447	4,3706	8,7339	22,7374
15	1,1627	1,3540	1,5492	1,8447	2,1585	2,5298	2,9715	3,4951	4,1150	4,8569	11,4519	28,4217
16	1,1745	1,3816	1,6280	1,9216	2,2721	2,6913	3,1953	3,7992	4,5220	5,3957	13,4732	35,5271
17	1,1863	1,4098	1,6783	2,0017	2,3917	2,8630	3,4359	4,1297	4,9692	5,9952	15,8512	44,4089
18	1,1983	1,4386	1,7302	2,0851	2,5175	3,0458	3,6946	4,4890	5,4607	6,6613	18,6490	55,5111
19	1,2104	1,4679	1,7838	2,1719	2,6500	3,2402	3,9728	4,8795	6,0007	7,4013	21,9405	69,3889
20	1,2226	1,4979	1,8389	2,2624	2,7895	3,4470	4,2720	5,3040	6,5942	8,2236	25,8130	86,7392
25	1,2856	1,6571	2,1414	2,7747	3,6050	4,6968	4,5937	5,7655	7,2464	9,1373	30,3690	108,4202
30	1,3519	1,8332	2,4937	3,4030	4,6590	6,3998	4,9996	6,2671	7,9631	10,1524	35,7291	135,5252
35	1,4216	2,0281	2,9039	4,1736	6,0211	8,7202	5,3115	6,8123	8,7506	11,2803	42,0353	169,4065
40	1,4948	2,2437	3,3817	5,1186	7,7814	11,8819	5,7115	7,4050	9,6160	12,5336	49,4545	211,7582
45	1,5719	2,4821	3,9380	6,2776	10,0563	16,1900	6,1416	8,0492	10,5671	13,9261	58,1833	264,6977
50	1,6528	2,7460	4,5858	7,6991	12,9663	22,0601	6,6041	8,7495	11,6121	15,4733	68,4526	330,8721

(давоми)

$\Pi^n_{p(a)}$

$\begin{matrix} p(a) \\ n \end{matrix}$	10 %	12 %	15 %	20 %	24 %	28 %	32 %	36 %
1	0,9091	0,8929	0,8696	0,8333	0,8065	0,7813	0,7576	0,7353
2	0,8264	0,7972	0,7561	0,6944	0,6504	0,6104	0,5739	0,5407
3	0,7513	0,7118	0,6575	0,5787	0,5245	0,4768	0,4348	0,3975
4	0,6830	0,6355	0,5718	0,4823	0,4230	0,3725	0,3294	0,2923
5	0,6209	0,5674	0,4972	0,4019	0,3411	0,2910	0,2495	0,2149
6	0,5645	0,5066	0,4323	0,3349	0,2751	0,2274	0,1890	0,1580
7	0,5132	0,4523	0,3759	0,2791	0,2218	0,1776	0,1432	0,1162
8	0,4665	0,4039	0,3269	0,2326	0,1789	0,1388	0,1085	0,0854
9	0,4241	0,3606	0,2843	0,1938	0,1443	0,1084	0,0822	0,0628
10	0,3855	0,3220	0,2472	0,1615	0,1164	0,0847	0,0623	0,0462
11	0,3505	0,2875	0,2149	0,1346	0,0938	0,0662	0,0472	0,0340
12	0,3186	0,2567	0,1869	0,1122	0,0757	0,0517	0,0357	0,0250
13	0,2897	0,2292	0,1625	0,0935	0,0610	0,0404	0,0271	0,0184
14	0,2633	0,2046	0,1413	0,0779	0,0492	0,0316	0,0205	0,0135
15	0,2394	0,1827	0,1229	0,0649	0,0397	0,0247	0,0155	0,0099
16	0,2176	0,1631	0,1069	0,0541	0,0320	0,0193	0,0118	0,0073
17	0,1978	0,1456	0,0929	0,0451	0,0258	0,0150	0,0089	0,0054
18	0,1799	0,1300	0,0808	0,0376	0,0208	0,0118	0,0068	0,0039
19	0,1635	0,1161	0,0703	0,0313	0,0168	0,0092	0,0051	0,0029
20	0,1486	0,1037	0,0611	0,0261	0,0135	0,0072	0,0039	0,0021
21	0,1351	0,0926	0,0531	0,0217	0,0109	0,0056	0,0029	0,0016
22	0,1228	0,0826	0,0462	0,0181	0,0088	0,0044	0,0022	0,0012
23	0,1117	0,0738	0,0402	0,0151	0,0071	0,0034	0,0017	0,0008
24	0,1015	0,0659	0,0349	0,0126	0,0057	0,0027	0,0013	0,0006
25	0,0923	0,0588	0,0304	0,0105	0,0046	0,0021	0,0010	0,0005
26	0,0839	0,0525	0,0264	0,0087	0,0037	0,0016	0,0007	0,0003
28	0,0693	0,0419	0,0200	0,0061	0,0024	0,0010	0,0004	0,0002
28	0,0693	0,0419	0,0200	0,0061	0,0024	0,0010	0,0004	0,0002
29	0,0630	0,0374	0,0174	0,0051	0,0020	0,0008	0,0003	0,0001
30	0,0573	0,0334	0,0151	0,0042	0,0016	0,0006	0,0002	0,0001
35	0,0356	0,0189	0,0075	0,0017	0,0005	0,0002	0,0001	0,0000
40	0,0221	0,0107	0,0037	0,0007	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000
45	0,0137	0,0061	0,0019	0,0003	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
50	0,0085	0,0035	0,0009	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
55	0,0053	0,0020	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

**3– молиявий жадвал. Мураккаб фоизлар бўйича
дисконтлаш коэффициентлари.**

$$III_{p\%}^n = \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n} = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{-n} = (1 + i)^{-n}$$

$\begin{matrix} p(d) \\ n \end{matrix}$	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174
2	0,9803	0,9612	0,9426	0,9246	0,9070	0,8900	0,8734	0,8573	0,8417
3	0,9706	0,9423	0,9151	0,8890	0,8638	0,8396	0,8163	0,7938	0,7722
4	0,9610	0,9238	0,8885	0,8548	0,8227	0,7921	0,7629	0,7350	0,7084
5	0,9515	0,9057	0,8626	0,8219	0,7835	0,7473	0,7130	0,6806	0,6499
6	0,9420	0,8880	0,8375	0,7903	0,7462	0,7050	0,6663	0,6302	0,5963
7	0,9327	0,8706	0,8131	0,7599	0,7107	0,6651	0,6227	0,5835	0,5470
8	0,9235	0,8535	0,7894	0,7307	0,6768	0,6274	0,5820	0,5403	0,5019
9	0,9143	0,8368	0,7664	0,7026	0,6446	0,5919	0,5439	0,5002	0,4604
10	0,9053	0,8203	0,7441	0,6756	0,6139	0,5584	0,5083	0,4632	0,4224
11	0,8963	0,8043	0,7224	0,6496	0,5847	0,5268	0,4751	0,4289	0,3875
12	0,8874	0,7885	0,7014	0,6246	0,5568	0,4970	0,4440	0,3971	0,3555
13	0,8787	0,7730	0,6810	0,6006	0,5303	0,4688	0,4150	0,3677	0,3262
14	0,8700	0,7579	0,6611	0,5775	0,5051	0,4423	0,3878	0,3405	0,2992
15	0,8613	0,7430	0,6419	0,5553	0,4810	0,4173	0,3624	0,3152	0,2745
16	0,8528	0,7284	0,6232	0,5339	0,4581	0,3936	0,3387	0,2919	0,2519
17	0,8444	0,7142	0,6050	0,5134	0,4363	0,3714	0,3166	0,2703	0,2311
18	0,8360	0,7002	0,5874	0,4936	0,4155	0,3503	0,2959	0,2502	0,2120
19	0,8277	0,6864	0,5703	0,4746	0,3957	0,3305	0,2765	0,2317	0,1945
20	0,8195	0,6730	0,5537	0,4564	0,3769	0,3118	0,2584	0,2145	0,1784
21	0,8114	0,6598	0,5375	0,4388	0,3589	0,2942	0,2415	0,1987	0,1637
22	0,8034	0,6468	0,5219	0,4220	0,3418	0,2775	0,2257	0,1839	0,1502
23	0,7954	0,6342	0,5067	0,4057	0,3256	0,2618	0,2109	0,1703	0,1378
24	0,7876	0,6217	0,4919	0,3901	0,3101	0,2470	0,1971	0,1577	0,1264
25	0,7798	0,6095	0,4776	0,3751	0,2953	0,2330	0,1842	0,1460	0,1160
26	0,7720	0,5976	0,4637	0,3607	0,2812	0,2198	0,1722	0,1352	0,1064
27	0,7644	0,5859	0,4502	0,3468	0,2678	0,2074	0,1609	0,1252	0,0976
28	0,7568	0,5744	0,4371	0,3335	0,2551	0,1956	0,1504	0,1159	0,0895
29	0,7493	0,5631	0,4243	0,3207	0,2429	0,1846	0,1406	0,1073	0,0822
30	0,7419	0,5521	0,4120	0,3083	0,2314	0,1741	0,1314	0,0994	0,0754
34	0,9706	0,9423	0,9151	0,8890	0,8638	0,8396	0,8163	0,7938	0,7722
35	0,7059	0,5000	0,3554	0,2534	0,1813	0,1301	0,0937	0,0676	0,0490
40	0,6717	0,4529	0,3066	0,2083	0,1420	0,0972	0,0668	0,0460	0,0318
45	0,6391	0,4102	0,2644	0,1712	0,1113	0,0727	0,0476	0,0313	0,0207
50	0,6080	0,3715	0,2281	0,1407	0,0872	0,0543	0,0339	0,0213	0,0134
55	0,5785	0,3365	0,1968	0,1157	0,0683	0,0406	0,0242	0,0145	0,0087

IIIⁿ_{p %}

(давоми)

n \ p(d)	10 %	12 %	15 %	20 %	24 %	28 %	32 %	36 %
1	0,9091	0,8929	0,8696	0,8333	0,8065	0,7813	0,7576	0,7353
2	0,8264	0,7972	0,7561	0,6944	0,6504	0,6104	0,5739	0,5407
3	0,7513	0,7118	0,6575	0,5787	0,5245	0,4768	0,4348	0,3975
4	0,6830	0,6355	0,5718	0,4823	0,4230	0,3725	0,3294	0,2923
5	0,6209	0,5674	0,4972	0,4019	0,3411	0,2910	0,2495	0,2149
6	0,5645	0,5066	0,4323	0,3349	0,2751	0,2274	0,1890	0,1580
7	0,5132	0,4523	0,3759	0,2791	0,2218	0,1776	0,1432	0,1162
8	0,4665	0,4039	0,3269	0,2326	0,1789	0,1388	0,1085	0,0854
9	0,4241	0,3606	0,2843	0,1938	0,1443	0,1084	0,0822	0,0628
10	0,3855	0,3220	0,2472	0,1615	0,1164	0,0847	0,0623	0,0462
11	0,3505	0,2875	0,2149	0,1346	0,0938	0,0662	0,0472	0,0340
12	0,3186	0,2567	0,1869	0,1122	0,0757	0,0517	0,0357	0,0250
13	0,2897	0,2292	0,1625	0,0935	0,0610	0,0404	0,0271	0,0184
14	0,2633	0,2046	0,1413	0,0779	0,0492	0,0316	0,0205	0,0135
15	0,2394	0,1827	0,1229	0,0649	0,0397	0,0247	0,0155	0,0099
16	0,2176	0,1631	0,1069	0,0541	0,0320	0,0193	0,0118	0,0073
17	0,1978	0,1456	0,0929	0,0451	0,0258	0,0150	0,0089	0,0054
18	0,1799	0,1300	0,0808	0,0376	0,0208	0,0118	0,0068	0,0039
19	0,1635	0,1161	0,0703	0,0313	0,0168	0,0092	0,0051	0,0029
20	0,1486	0,1037	0,0611	0,0261	0,0135	0,0072	0,0039	0,0021
21	0,1351	0,0926	0,0531	0,0217	0,0109	0,0056	0,0029	0,0016
22	0,1228	0,0826	0,0462	0,0181	0,0088	0,0044	0,0022	0,0012
23	0,1117	0,0738	0,0402	0,0151	0,0071	0,0034	0,0017	0,0008
24	0,1015	0,0659	0,0349	0,0126	0,0057	0,0027	0,0013	0,0006
25	0,0923	0,0588	0,0304	0,0105	0,0046	0,0021	0,0010	0,0005
26	0,0839	0,0525	0,0264	0,0087	0,0037	0,0016	0,0007	0,0003
28	0,0693	0,0419	0,0200	0,0061	0,0024	0,0010	0,0004	0,0002
28	0,0693	0,0419	0,0200	0,0061	0,0024	0,0010	0,0004	0,0002
29	0,0630	0,0374	0,0174	0,0051	0,0020	0,0008	0,0003	0,0001
30	0,0573	0,0334	0,0151	0,0042	0,0016	0,0006	0,0002	0,0001
35	0,0356	0,0189	0,0075	0,0017	0,0005	0,0002	0,0001	0,0000
40	0,0221	0,0107	0,0037	0,0007	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000
45	0,0137	0,0061	0,0019	0,0003	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
50	0,0085	0,0035	0,0009	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
55	0,0053	0,0020	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

4-Молиявий жадвал. Жамгарманинг йигма коэффиценти.

$$IV_p^n = \left(\frac{100 + p}{p} \right) (I_p^n - 1)$$

n\p	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700
2	2,0301	2,0604	2,0909	2,1216	2,1525	2,1836	2,2149
3	3,0604	3,1216	3,1836	3,2465	3,3101	3,3746	3,4399
4	4,1010	4,2040	4,3091	4,4163	4,5255	4,6371	4,7507
5	5,1520	5,3081	5,4684	5,6330	5,8019	5,9753	6,1533
6	6,2135	6,4343	6,6625	6,8983	7,1420	7,3938	7,6540
7	7,2857	7,5830	7,8923	8,2142	8,5491	8,8975	9,2598
8	8,3685	8,7546	9,1591	9,5828	10,0266	10,4913	10,9780
9	9,4622	9,9497	10,4639	11,0061	11,5779	12,1808	12,8164
10	10,5668	11,1687	11,8078	12,4864	13,2068	13,9716	14,7836
11	11,6825	12,4121	13,1920	14,0258	14,9171	15,8699	16,8885
12	12,8093	13,6803	14,6178	15,6268	16,7130	17,8821	19,1406
13	13,9474	14,9739	16,0863	17,2919	18,5986	20,0151	21,5505
14	15,0969	16,2934	17,5989	19,0236	20,5786	22,2760	24,1290
15	16,2579	17,6393	19,1569	20,8245	22,6575	24,6725	26,8881
16	17,4304	19,0121	20,7616	22,6975	24,8404	27,2129	29,8402
17	18,6147	20,4123	22,4144	24,6454	27,1324	29,9057	32,9990
18	19,8109	21,8406	24,1169	26,6712	29,5390	32,7600	36,3790
19	21,0190	23,2974	25,8704	28,7781	32,0660	35,7856	39,9955
20	22,2392	24,7833	27,6765	30,9692	34,7193	38,9927	43,8652
21	23,4716	26,2990	29,5368	33,2480	37,5052	42,3923	48,0057
22	24,7163	27,8450	31,4529	35,6179	40,4305	45,9958	52,4361
23	25,9735	29,4219	33,4265	38,0826	43,5023	49,8156	57,1767
24	27,2432	31,0303	35,4593	40,6459	46,7271	53,8645	62,2490
25	28,5256	32,6709	37,5530	43,3117	50,1135	58,1564	67,6765
26	29,8209	34,3443	39,7096	46,0842	53,6691	62,7058	73,4838
27	31,1291	36,0512	41,9305	48,9676	57,4025	67,5281	79,6977
28	32,4504	37,7922	44,2169	51,9663	61,3227	72,6398	86,3465
29	33,7849	39,5681	46,5754	55,0849	65,4388	78,0582	93,4608
30	35,1327	41,3794	49,0027	58,3283	69,7608	83,8017	101,0730
31	36,4941	43,2270	51,5026	61,7015	74,2988	89,8898	109,2182
32	37,8690	45,1116	54,0778	65,2095	79,0638	96,3432	117,9334
33	39,2577	47,0338	56,7302	68,8579	84,0670	103,1838	127,2588
34	40,6603	48,9945	59,4621	72,6522	89,3203	110,4348	137,2369
35	42,0769	50,9944	62,2759	76,5983	94,8363	118,1209	147,9135
36	43,5076	53,0343	65,1742	80,7022	100,6281	126,2681	159,3374
37	44,9527	55,1149	68,1742	84,9703	106,7095	134,9042	171,5610
38j	46,4122	57,2372	71,2242	89,4091	113,0950	144,0585	184,2403
39	47,8864	59,4020	74,4013	94,0255	119,7993	153,7620	198,6351
40	49,3752	61,6100	77,6633	98,8265	126,8393	164,0477	213,6096
41	50,8790	63,8622	81,0232	103,8196	134,2313	174,5505	225,6322
42	52,3978	66,1595	84,4839	109,0124	141,9933	186,5076	246,7765
43	53,9318	68,5027	88,0464	114,4129	150,1430	198,7580	265,1209
44	55,4811	70,8927	91,7199	120,0294	158,7002	211,7435	284,7493
45	57,0459	73,3306	95,5015	125,8706	167,6852	225,5081	305,7518
46	58,6263	75,8172	99,3965	131,9454	177,1194	240,0986	328,2244
47	65,1078	86,2710	116,1808	158,7738	219,8154	307,7561	434,9860

$$IV^n$$

$$p\%$$

давоми

n/p	8%	9%	10%	11%	12%
1	1,0800	1,0900	1,1000	1,1100	1,1200
2	2,2464	2,2781	2,3100	2,3421	2,3744
3	3,5061	3,5731	3,6410	3,7097	3,7793
4	4,8666	4,9847	5,1051	5,2278	5,3528
5	6,3359	6,5233	6,7156	6,9129	7,1152
6	7,9228	8,2004	8,4872	8,7833	9,0890
7	9,6366	10,0285	10,4359	10,8594	11,2997
8	11,4876	12,0210	12,5795	13,1640	13,7757
9	13,4866	14,1929	14,9374	15,7220	16,5487
10	15,6455	16,5603	17,5312	18,5614	19,6546
11	17,9771	19,1407	20,3843	21,7132	23,1331
12	20,4953	21,9534	23,5227	25,2116	27,0291
13	23,2149	25,0192	26,9750	29,0949	31,3926
14	26,1521	28,3609	30,7725	33,4054	36,2797
15	29,3243	32,0034	34,9497	38,1899	41,7533
16	32,7502	35,9737	39,5447	43,5008	47,8837
17	36,4502	40,3013	44,5992	49,3959	54,7497
18	40,4463	45,0185	50,1591	55,9395	62,4397
19	44,7620	50,1601	56,2750	63,2028	71,0524
20	49,4229	55,7645	63,0025	71,2651	80,6987
21	54,4568	61,8733	70,4027	80,2143	91,5026
22	59,8933	68,5319	78,5430	90,1479	103,6029
23	65,7648	75,7898	87,4973	101,1742	117,1552
24	72,1059	83,7009	97,3471	113,4133	132,3339
25	78,9544	92,3240	108,1818	126,9988	149,3339
26	86,3508	101,7231	120,0999	142,0786	168,3740
27	94,3388	111,9682	133,2099	158,8173	189,6889
28	102,9659	123,1354	147,6309	177,3972	213,5828
29	112,2832	135,3075	163,4940	198,0209	240,3327
30	122,3459	148,5752	180,9434	220,9132	270,2526
31	133,2135	163,0370	200,1378	246,3236	303,8477
32	144,9506	178,8003	221,2515	274,5292	341,4294
33	157,6267	195,9823	244,4767	305,8374	383,5210
34	171,3168	214,7108	270,0244	340,5896	430,6635
35	186,1021	235,1247	298,1268	379,1644	483,4631
36	202,0703	257,3759	329,0395	421,9825	542,5967
37	219,3159	281,6298	363,0434	469,5106	608,8305
38	237,5412	308,0664	400,4498	577,2667	683,0101
39	258,0565	336,8824	441,5926	580,8261	766,0914
40	279,7810	368,2919	486,8518	645,8269	859,1424
45	303,2435	402,5281	536,6370	717,9779	963,3595
50	328,5630	439,8457	591,4007	798,0655	

**5-молиявий жадвал. Жамгарманинг дисконтлаш (келтириш)
коэффициентлари.**

$$V_{p\%}^n = \frac{r^n - 1}{r^n (r - 1)} = V_{p\%}^n = \frac{100}{p} (1 - \Pi_p^n)$$

n\p	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594	1,8334	1,8080	1,7833	1,7591
3	2,9410	2,8839	2,8286	2,7751	2,7232	2,6730	2,6243	2,5771	2,5313
4	3,9020	3,8077	3,7171	3,6299	3,5460	3,4651	3,3872	3,3121	3,2397
5	4,8534	4,7135	4,5797	4,4518	4,3295	4,2124	4,1002	3,9927	3,8897
6	5,7955	5,6014	5,4172	5,2421	5,0757	4,9173	4,7665	4,6229	4,4859
7	6,7282	6,4720	6,2303	6,0021	5,7864	5,5824	5,3893	5,2064	5,0330
8	7,6517	7,3255	7,0197	6,7327	6,4632	6,2098	5,9713	5,7466	5,5348
9	8,5660	8,1622	7,7861	7,4353	7,1078	6,8017	6,5152	6,2469	5,9952
10	9,4713	8,9826	8,5302	8,1109	7,7217	7,3601	7,0236	6,7101	6,4177
11	10,3676	9,7868	9,2526	8,7605	8,3064	7,8869	7,4987	7,1390	6,8052
12	11,2551	10,5753	9,9540	9,3851	8,8633	8,3838	7,9427	7,5361	7,1607
13	12,1337	11,3484	10,6350	9,9856	9,3936	8,8527	8,3577	7,9038	7,4869
14	13,0037	12,1062	11,2961	10,5631	9,8986	9,2950	8,7455	8,2442	7,7862
15	13,8651	12,8493	11,9379	11,1184	10,3797	9,7122	9,1079	8,5595	8,0607
16	14,7179	13,5777	12,5611	11,6523	10,8378	10,1059	9,4466	8,8514	8,3126
17	15,5623	14,2919	13,1661	12,1657	11,2741	10,4773	9,7632	9,1216	8,5436
18	16,3983	14,9920	13,7535	12,6593	11,6896	10,8276	10,0591	9,3719	8,7556
19	17,2260	15,6785	14,3238	13,1339	12,0853	11,1581	10,3356	9,6036	8,9501
20	18,0456	16,3514	14,8775	13,5903	12,4622	11,4699	10,5940	9,8181	9,1285
21	18,8570	17,0112	15,4150	14,0292	12,8212	11,7641	10,8355	10,0168	9,2922
22	19,6604	17,6580	15,9369	14,4511	13,1630	12,0416	11,0612	10,2007	9,4424
23	20,4558	18,2922	16,4436	14,8568	13,4886	12,3034	11,2722	10,3711	9,5802
24	21,2434	18,9139	16,9355	15,2470	13,7986	12,5504	11,4693	10,5288	9,7066
25	22,0232	19,5235	17,4131	15,6221	14,0939	12,7834	11,6536	10,6748	9,8226
26	22,7952	20,1210	17,8768	15,9828	14,3752	13,0032	11,8258	10,8100	9,9290
27	23,5596	20,7069	18,3270	16,3296	14,6430	13,2105	11,9867	10,9352	10,0266
28	24,3164	21,2813	18,7641	16,6631	14,8961	13,4062	12,1371	11,0511	10,1161
29	25,0658	21,8444	19,1885	16,9837	15,1411	13,5907	12,2777	11,1584	10,1983
30	25,8077	22,3965	19,6004	17,2920	15,3725	13,7648	12,4090	11,2578	10,2737
35	29,4036	24,9986	21,4872	18,6646	16,3742	14,4982	12,9477	11,6546	10,5668
40	32,8347	27,3555	23,1148	19,7928	17,1591	15,0463	13,3317	11,9246	10,7574
45	36,0945	29,^02	24,5187	20,7200	17,7741	15,4558	13,6055	12,1084	10,8812
50	39,1961	31,4236	25,7298	21,4822	18,2559	15,7619	13,8007	12,2335	10,9617
65	42,1472	33,1748	26,7744	22,1086	18,6335	15,9905	13,9399	12,3186	11,0140

$$V_p^n \%$$

давоми

	10%	12%	15%	20%	24%	28%	32%	36%
1	0.9091	0.8929	0,8696	0,8333	0,8065	0,7813	0,7576	0.7353
2	1,7355	1,6901	1,6257	1,5278	1,4568	1,3916	1,3315	1,2760
3	2.4869	2,4018	2.2832	2,1065	1.9813	1,8684	1,7663	1.6735
4	3,1699	3,0373	2,8550	2.5887	2,4043	2,2410	2,0957	1.9658
5	3,7908	3,6048	3.3522	2,9906	2,7454	2,5320	2,3452	2.1807
6	4,3553	4,1114	3,7845	3.3255	3,0205	2,7594	2.5342	2,3388
7	4.8684	4,5638	4.1604	3,6046	3,2423	2,9370	2,6775	2,4550
8	5.3349	4,9676	4.4873	3.8372	3.4212	3.0758	2,7860	2.5404J
9	5,7590	5,3282	4.7716	4,0310	3,5655	3.1842	2.8681	2,6033
10	6,1446	5,6502	5.0188	4,1925	3,6819	3,2689	2.9304	2,6495
11	6,4951	5,9377	5,2337	4.3271	3,7757	3,3351	2,9776	2,6834
12	6,8137	6,1944	5.4206	4.4392	3,8514	3,3868	3.0133	2.7084
13	7,1034	6,4235	5,5831	4,5327	3,9124	3,4272	3.0404	2,7268
14	7,3667	6,6282	5.7245	4,6106	3,9616	3,4587	3,0609	2,7403
15	7,6061	6,8109	5,8474	4,6755	4,0013	3,4834	3.0764	2,7502
16	7,8237	6,9740	5.9542	4,7296	4.0333	3,5026	3.0882	2,7575
17	8.0216	7,1196	6,0472	4,7746	4.0591	3,5177	3,0971	2,7629
18	8,2014	7,2497	6,1280	4,8122	4,0799	3,5294	3,1039	2,7668
19	8.3649	7,3658	6,1982	4,8435	4,0967	3,5386	3,1090	2,7697
20	8.5136	7,4694	6,2593	4,8696	4,1103	3,5458	3.1129	2,7718
21	6.6487	7.562U	6,3125	4,8913	4,1212	3,5514	3,1158	2,7734
22	6.7715	7,6446	6,3587	4,9094	4,1300	3,5558	3,1180	2,7746
23	8,6832	7,7184	6.3988	4,9245	4,1371	3,5592	3,1197	2,7754
24	8,9847	7,7843	6,4338	4,9371	4,1428	3,5619	3,1210	2,7760
25	9.0770	7.8431	6.4641	4,9476	4.1474	3,5640	3,1220	2,7765
26	9.1609	7,8957	6,4906	4,9563	4,1511	3,5656	3,1227	2,7768
27	9.2372	7,9426	6,5135	4,9636	4,1542	3,5669	3,1233	2,7771
28	9.3066	7,9844	6,5335	4,9697	4,1566	3,5679	3,1237	2,7773
29	9,3696	8,0218	6,5509	4,9747	4,1585	3,5687	3,1240	2,7774
30	9,4269	8,0552	6.5660	4,9789	4,1601	3,5693	3,1242	2,7775
35	9,6442	8.1755	6,6166	4,9915	4,1644	3,5708	3,1248	2,7777
40	9.7791	8.2438	6.6418	4,9966	4,1659	3,5712	3,1250	2,7778
45	9.6628	8,2825	6.6543	4,9986	4,1664	3,5714	3,1250	2,7778
50	9,9148	8.3045	6,6605	4,9995	4,1666	3,5714	3,1250	2,7778
55	9.9471	8.3170	6,6636	4,9998	4,1666	3,5714	3,1250	2,7778

4-илова. Вафот этиш жадвали.

ғш	Эркаклар			Аёллар		
х	lx	dx	qx	lx	dx	qx
0	100000	2047	0,02047	100000	1512	0,01512
1	97953	200	0,002042	98488	161	0,001635
2	97753	113	0,001156	98327	98	0,000997
5	97477	74	0,000759	98103	45	0,000459
10	97158	54	0,000556	97902	31	0,000317
15	96861	105	0,001084	97736	47	0,000481
16	96756	151	0,001561	97689	68	0,000696
17	96605	208	0,002153	97621	92	0,000942
18	96397	261	0,002708	97529	92	0,000943
19	96136	299	0,00311	97437	93	0,000954
20	95837	351	0,003662	97344	93	0,000955
25	93952	441	0,004694	96866	99	0,001022
30	91419	597	0,00653	96253	149	0,001548
35	87934	832	0,009462	95391	218	0,002285
40	83344	1145	0,013738	94143	310	0,003293
45	77387	1292	0,016695	92232	449	0,004868
50	70354	2001	0,028442	89672	680	0,007583
55	59859	2028	0,03388	85336	949	0,011121
60	50246	2127	0,042332	80460	1121	0,013932
65	36556	2167	0,055962	73144	1785	0,023302
70	28604	1933	0,067578	63951	2075	0,032447
75	19411	1782	0,091804	52076	2987	0,057358
80	10615	1461	0,137635	35642	3301	0,092615
85	4680	861	0,183974	19523	3001	0,153716
90	1428	348	0,243697	6,704	1659	0,247464
95	301	95	0,315615	1184	434	0,366554
100	41	41	1	73	73	1

5-илова. Коммутацион функциялар.

йиллик фоиз ставкasi-5%

	Эркаклар				Аёллар			
	Д _x	N _x	C _x	M _x	Д _x	N _x	C _x	M _x
0	100000	1887590	1949,524	10114,77	100000	1977650	1440	5826,207
5	76375,78	1441033	55,21994	7755,179	76866,27	1529056	33,57969	4054,092
10	59646,58	1094297	31,57268	7537,223	60103,34	1179910	18,12506	3917,123
15	46591,80	823439,5	48,10171	7380,392	47012,69	906850,3	21,53124	3829,34
18	40054,91	690374,5	103,2866	7179,981	40525,31	772493,4	36,40752	3739,913
20	36119,96	612275	125,9888	6964,005	36687,93	693409	33,38164	3668,455
25	27744,29	449277,9	124,0272	6350,099	28604,8	526934,4	27,84283	3512,683
30	21152,29	324373,2	131,5546	5705,952	22270,77	397183,1	32,83356	3357,295
35	15941,58	229504,5	143,651	3012,794	17293,46	296263,3	37,63932	3185,687
40	11838,66	158412,7	154,8974	4295,191	13372,61	218014,5	41,9373	2990,965
45	8612,903	106040,1	136,9477	3563,375	10265,1	157646,4	47,59251	2758,129
50	6135,131	68188,5	166,1854	2888,06	7819,733	111444	56,47479	2512,876
55	4089,95	41864,62	131,9676	2096,397	5830,702	76497,01	61,75405	2187,987
60	2689,946	24439,09	108,4477	1526,18	4307,468	50556,21	57,15554	1900,03
65	1624,294	13273,74	86,56955	992,211	3067,966	31579,44	71,30902	1564,183
70	940,1039	6645,254	60,50505	623,6632	2101,824	18288,63	64,94981	1230,937
75	499,8624	2908,626	43,70398	361,3564	1341,035	9362,677	73,25689	895,1935
80	214,1786	1034,548	28,07482	164,9144	719,1478	3970,955	63,43257	530,0547
85	73,987	289,7023	12,96353	60,19166	308,6428	1272,029	45,18417	248,07
90	17,68851	58,00476	4,105377	14,92638	83,04186	256,615	19,57132	70,8221
95	2,921347	7,669204	0,878114	2,556146	11,49128	26,31392	4,011594	10,23823
100	0,311784	0,311784	0,296937	0,296937	0,555128	0,555128	0,528693	0,528693

Коммутацион функциялар.

йиллик фоиз ставкаси-9%

(давоми)

x	Эркаклар			
	D_x	N_x	C_x	M_x
18	211099	244593	28,979	1003,6
19	19420	223393	30,823	974,7
20	17786	203973	31,982	943,8
25	11426	128862	29,037	786,3
30	7310,3	80676,9	25,553	648,9
35	4651,3	49910,3	20,781	530,3
40	2939,5	30375,6	19,093	431,4
45	1832,7	18086,4	16,763	339,3
50	1124,8	10465,3	14,540	260,7
55	673,09	5826,69	12,332	192,0
60	389,17	3082,20	10,250	134,7
65	213,78	1522,20	7,898	88,1
70	109,55	684,243	5,720	53,1
75	50,619	268,568	3,775	28,4
80	20,029	85,378	2,145	13,0
85	6,2794	17,6529	1,053	3,9
90	0,2612	0,26119	0,240	0,2

Адабиётлар

Дарсликлар

1. Четыркин Е.М. Финансовая математика. Учебник. М.: «Дело», 2000.

Ўқув қўлланмалар

2. Башарин Г.П. Начала финансовой математики. – Учебное пособие. М.: Инфра-м, 1997.
3. Ващенко Т.В. Математика финансового менеджмента. – Учебное пособие. М.: Перспектива, 1996.
4. Кутуков В.Б. Основы финансовой и страховой математики. - Учебное пособие. М.: Дело, 1998 .
5. Сафаева Қ. Эконометрика. 1-қисм. Молия математикаси. Ўқув қўлланма. Т.: ТМИ, 2000.
6. Саипназаров Ш., Ортиқов М.П. «Молиявий математика». Ўқув қўлланма. Т.: «Университет» нашриёти, 2004.
7. Малыхин В.И. Финансовая математика. Учебное пособие.- Учебное пособие. М.: ЮНИТИ-ДИНА, 1999.
8. Капитоненко В.В. финансовая математика и её приложения. Учебное пособие. Учебное пособие для ВУЗ ов. М.: «Из-во ПРИОР», 2000.

Маъруза курслари

9. Сафаева Қ. «Молия математикаси» фанидан маъруза матнлар тўплами Т.: ТМИ, 2003.

Масалалар тўплами

10. Сафаева Қ. «Молия математикаси» фанидан масалалар тўплами. – Т.: «IQTISOD-MOLIYA», 2006.
11. Интернет сайтлари.

[//www.ctin.ru/finanalysis/inexcel/index.shtml](http://www.ctin.ru/finanalysis/inexcel/index.shtml).

[http: //www.nsu.ru/icen/grants/etfm/](http://www.nsu.ru/icen/grants/etfm/).

МУНДАРИЖА

КИРИШ.

I боб. Оддий фоизлар.

1-§. Оддий фоизларни ҳисоблашга доир масалалар.....	5
2-§. Оддий фоизлар бўйича ўсиш коэффиценти ва ошган маблағ миқдорини топиш формулалари.....	10
3-§. Фоиз тўловлар ҳисобига камайган ёки ошган маблағ бўйича датлабки маблағ ва фоиз тўловлар миқдорини аниқлаш	14
4-§. Оддий фоизлар бўйича дисконтлаш. Дисконтлаш (келтириш) коэффиценти.....	17
5-§. Ломбард кредит.....	19
6-§. Истеъмол кредити.....	23
7-§ Қарз узишнинг ўртача муддатини аниқлаш масаласи.....	27
8-§. Векселларни дисконт қилиш ва ҳисоблаш.....	31

II боб. Мураккаб фоизлар.

1- §.Мураккаб фоизни декурсив усул ёрдамида ҳисоблаш.....	37
2- §.Мураккаб фоизни антисипатив усул билан ҳисоблаш.....	40
3- §.Номинал ва самарали фоиз ставкалари.....	44
4- §.Дисконтлаш (келтириш) коэффиценти.....	47
5- §.Жамғарманинг йиғма миқдори ва йиғма коэффиценти.....	51
6- §.Фоиз ставкасини итерацион усул билан аниқлаш.....	56
7- §. Арифметик прогрессия бўйича ўзгарувчи қўйилмаларнинг йиғма миқдорини аниқлаш.....	60
8- §. Геометрик прогрессия бўйича ўзгарувчи қўйилмаларнинг йиғма миқдорини аниқлаш.....	64
9- §. Қўйилмаларнинг жорий қийматини аниқлаш.....	67

III. боб. Инвестиция самарадорлигини молиявий таҳлили қилишда математик усуллар.....	71
--	----

1- §.Инвестициянинг ўз-ўзини қоплаш даври.....	72
2- §.Инвестициянинг фойдалилик даражаси (нормаси).....	75
3- §.Инвестициянинг соф жорий баҳосини аниқлаш.....	81
4- §. Инвестициянинг фойдалилик индексини (самарадорлигини) ҳисоблаш.....	89

IV боб. Молия операцияларида инфляцияни ҳисоблаш.

1- §.Инфляциянинг ўсиш суръати ва индекси.....	92
2- §.Фоиз ставкасини индексация қилиш.....	97
3- §.Инвестиция лойиҳаларда инфляцияни ҳисоблаш.....	107

V боб. Актуар ҳисоблар.

1-§. Суғурта ва унинг ўзига хос хусусиятлари. Вафот этиш жадваллари. Суғурта эҳтимоллари. Коммутацион функциялар. Суғурта аннуитети ва унинг баҳоси.....	112
2-§. Шахсий суғурталаш. Ҳаётни суғурталаш.....	117
3-§. Нафақани суғурталаш.....	120

ИЛОВАЛАР

1-илова. Арифметик прогрессия.....	126
2-илова. Геометрик прогрессия.....	128
3-илова. Молия жадваллари.....	130
1-молиявий жадвал. Мураккаб фоизлар бўйича ўсиш коэффициенти (Декурсив усул).....	130
2-молиявий жадвал. Мураккаб фоизлар бўйича ўсиш коэффициенти (Антисипатив усул).....	132
3-молиявий жадвал. Мураккаб фоизлар бўйича дисконтлаш коэффициенти.....	134
4-молиявий жадвал. Жамғармаларнинг йиғма коэффициенти.....	137

5-молиявий	жадвал.	Жамғармани	дисконтлаш	(келтириш)
коэффициенти.....				140
4-илова. Вафот этиш	жадваллари.....			142
5-илова. Коммутацион	функциялар.....			144
Адабиётлар.....				146
Мундарижа.....				147