

ЧИЗИҚЛИ ФУНКЦИЯЛАР ВА УЛАР ЁРДАМИДА ИҚТИСОДИЙ МАСАЛАЛАР ЕЧИШ

Республикаимиз умумтаълим мактабларининг 8-синф Алгебра дарслигида чизиқли функция ва унинг графиги мавзусида

$$y = kx + b$$

функция ҳақидаги тушунчалар берилиб, уларнинг графикларини чизиш масаласи ўрганилади.

Агар ўрганиладиган мавзуларнинг амалиётдаги тадбиқлари ёш ўқувчиларга ўргатилса, математиканинг қуруқ фан эмаслигига улар ишонишади ва бу фанга бўлган қизиқишлари кучаяди.

Ушбу мақолада биз $y = kx + b$ функциянинг иқтисодиёт масалалари билан боғлиқлигини ва уларнинг иқтисодий масалаларни ечишдаги тадбиқлари ҳақида тўхталиб ўтамиз. Зеро иқтисодий масалаларни ўзига хос математик усуллардан фойдаланиб ечиш орқали ўқувчи қўйилган масаланинг туб моҳиятига бориб етади ва иқтисод билан боғлиқ касбларга ҳавас уйғонади.

Маълумки $y = kx + b$ функциянинг графиги иккита $A(0; b)$ ва $B\left(-\frac{b}{k}; 0\right)$

нуқталардан ўтувчи тўғри чизиқдан иборат, бунда k параметр тўғри чизиқнинг бурчак коэффициенти деб юритилади ва b тўғри чизиқнинг йўналишини, b эса тўғри чизиқнинг ординаталар ўқидан ажратган кесма узунлигини билдиради.

1-масала. Корхонада 100 дона маҳсулот ишлаб чиқариш харажати 20 минг сўмни, 500 дона маҳсулот ишлаб чиқариш харажати эса 40 минг сўмни ташкил этади. Ишлаб чиқариш харажатлари чизиқли деб, 600, 700, 750, 800 дона маҳсулот ишлаб чиқариш харажатларини аниқланг.

Ечиш. Тўғри чизиқ тенгламаси $y = kx + b$ даги k ва b параметрларни аниқлаш учун тўғри чизиқ графиги иккита $A(100; 200)$ ва $B(500; 4000)$ нуқталардан ўтади, -деган шартдан фойдалансак

$$\begin{cases} 20000 = 100k + b, \\ 40000 = 500k + b \end{cases}$$

тенгламалар системасига эга бўламиз. Уни ечиб $k=50$, $b=15000$ ва

$$y(x) = 50x + 15000$$

боғланишга эга бўламиз. Бундаги x ўрнига $x=600$ ни қўйсак

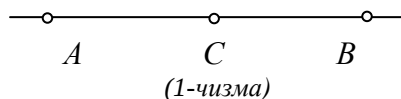
$$y(600) = 50 \cdot 600 + 15000 = 45000$$

600 дона маҳсулот ишлаб чиқариш харажати 45000 минг сўмни ташкил этишни кўрамиз. Худди шундай

$y(700) = 50 \cdot 700 + 15000 = 50000$, $y(750)=52500$, $y(800)=55000$ рақамлар келиб чиқади.

2-масала. Иккита А ва В пахта пунктлари орасидаги масофа 40 км. Пахта заводи А пунктдан бир суткада 80 т, В пунктдан эса 70 т. пахта қабул қилиш имкониятига эга. А пунктдан 1 т. пахтани 1 км масофага ташиш 20 минг сўм, В пунктдан эса 25 минг сўмга тушади. Йўл харажатлари энг кам бўлиши учун пахта заводини қаерга кўчириш керак?

Ечиш: Фараз қилаёлик, пахта заводини А пунктдан x масофада бўлган С нуқтада қуриш мақсадга мувофиқ бўлсин (1-чизма).



У ҳолда СВ масофа 40-х км ни ташкил этади. А ва В пунктлардаги пахтани С заводга ташиш харажатларини ҳисоблаймиз. Маълумки, А пунктдаги 80 т. пахтани x км масофага (С нуктага) ташиш харажати $y_1 = 80 \cdot 20 \cdot x = 1600 \cdot x$ сўм, В пунктдаги 70 тонна пахтани (40-х) км масофага ташиш харажати $y_2 = 70 \cdot 25 \cdot (40 - x) = 70000 - 1750 \cdot x$ сўмдан иборат. А ва В пунктлардаги пахталарни ташиш харажатлари y олдинги харажатлар йиғиндисидан иборат.

Масалан, $y = kx + b$ тўғри чизик $A(0;60)$ ва $B(15;0)$ нукталардан ўтади, десак,

$$\begin{cases} 60 = 0 \cdot k + b, \\ 0 = 15k + b \end{cases}$$

тенгламалар системасига эга бўламиз. Уни ечиб $k=4$; $b=60$ ларни топамиз ва боғланиш $y = 60 - 4x$ кўринишида бўлади.

$$y = y_1 + y_2$$

бўлиб, у $y=70000-150x$ минг сўмни ташкил этади. Ушбу $0 \leq x \leq 40$ тенгсизликни назарга олсак, қуйидаги

x	0	10	20	30	40
y	70000	68500	87000	65500	64000

жадвалга эга бўламиз. Демак, $x=0$ да харажат энг кўп – 70000 сўм бўлиб, заводни А пункт ёнида қуриш маънога эга бўлмайди. Энг кам харажат $x=40$ да 64000 сўмни ташкил этгани учун заводни В пункт атрофида қуриш мақсадга мувофиқдир.

3-масала. Тадбиркор иккита А ва В жамғарма банкларидан 855 минг сўм фойда топадан деган фикрда 10 млн. сўмга акция сотиб олди. Маълум бўлишича, А банкнинг ҳар бир акцияси 24 минг сўм бўлиб, у йилига 2,5 минг сўм фойда келтирар экан. Худди шундай, В банкдан олинган ҳар бир акция 16 минг сўм бўлиб, у йилига 1,2 минг сўм фойда келтиради. Тадбиркор ҳар бир банкдан нечадан акция сотиб олган?

Ечиш: А ва В банклардаги акциялар сони мос равишда x ва y бўлсин. Тадбиркор сарфлаган 1 млн. сўм пулга мос тенглама

$$24x + 16y = 1 \text{ млн}$$

кўринишида, 855 минг сўм фойдага мос тенглама эса

$$2,5x + 1,2y = 855$$

кўринишида бўлади. Биз излаган x ва y сонлар

$$\begin{cases} 24x + 16y = 10000, \\ 2,5x + 1,2y = 855 \end{cases}$$

тенгламалар системасининг учими бўлиб, ундан $x=150$, $y=400$ топамиз. Демак, тадбиркор А банкдан 150 та, В банкдан 400 та акция сотиб олган экан.

4-масала. Маълум миқдордаги юкни x масофага (юзлаб км маъносида) икки хил транспортлар ёрдамида ташиш харажатлари мос равишда

$$y_1 = 300 + 100x, \quad y_2 = 450 + 50x$$

боғланишлар орқали берилган бўлсин. Яхши иқтисодий самарага эришиш учун юк машиналаридан қандай фойдаланиш керак?

Ечиш: x га қийматлар бериб қуйидаги жадвални тўлдирамиз:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_1	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300
y_2	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950

Жадвалдан $x=3$ бўлганда, яъни масофа 300 км бўлганда харажатлар тенг бўлади. Бу деган сўз y_1 ва y_2 ларни тенглаштириб,

$$300+100x=450+50x$$

тенгламани ечиш керак деган маънони англатади. Демак, 300 км. гача биринчи юк машинасидан, 300 км. дан кейин эса иккинчи юк машинасидан фойдаланиш иқтисодий самара берар экан.

5-масала. Маълум миқдордаги юкни А станциядан В (150 км) ва С (505 км) станцияларгача темир йўл бўйлаб ташиш харажатлари мос равишда 44 ва 105 минг сўмга тушади. Юкни Д (472 км.) ва Е (434 км.) станцияларгача ташиш харажатларини ҳисобланг.

Ечиш. Фараз қилайлик юкни x масофага ташиш харажати y сўм бўлсин. Иккита В(150;44) ва С (505;105) нуқталар ёрдамида

$$\begin{cases} 44 = 150k + b, \\ 105 = 505k + b \end{cases}$$

системага, ундан кейин эса

$$y=0,172x+18,2$$

чизиқ тенгламасига эга бўламиз. Бу тенглама юкни ихтиёрий станцияга ташиш харажатларини ҳисоблаш имкониятларини беради. Масалан, $x=472$ ва $x=434$ да

$$y(D)=y(472 \text{ км})=99,38 \text{ сўм},$$

$$y(E)=y(434 \text{ км})=92,85 \text{ сўм}.$$

қийматларга эга бўламиз.

6-масала. 10 ва 15 кишидан иборат икки бригада бир сменада 620 дона детал тайёрлашди. Технология қайта жиҳозлангандан кейин бир сменада детал ишлаб чиқариш 720 тага етди. Агар биринчи ва иккинчи бригадаларнинг ҳар бир ишчиси меҳнат унумдорлигини ўрта ҳисобга мос равишда 20% ва 10% оширса, иккала бригаданинг меҳнат унумдорлиги қанчага ошади? Ишлаб чиқарилган ҳар бир детал учун 30 сўм тўланадиган бўлса, технология қайта жиҳозлангандан кейин ҳар бир ишчининг ойлик маошини ҳисобланг. Бир ой 22 иш куни деб олинсин.

Ечиш. Биринчи ва иккинчи бригадалар ишчиларнинг бошланғич меҳнат унумдорлиги мос равишда x ва y бўлсин. Шартга асосан

$$10x+15y=620,$$

масаланинг иккинчи шarti бўйича

$$\frac{10x}{100} \cdot 20 + \frac{15y}{100} \cdot 10 = 82$$

тенглама ўринли. Чукни, иккала бригада бир сменада $720-620=82$ дона кўп детал ишлаб чиқаради. Натижада

$$\begin{cases} 10x + 15y = 620, \\ 2x + 1,5y = 82 \end{cases}$$

тенгламалар системасига эга бўламиз. Уни ечиб $x=20$, $y=28$ қийматларини топамиз. Демак, технология қайта жиҳозлангандан кейин ишчининг меҳнат унумдорлиги ошиб, $x=24$, $y=30,8$ донга детал тайёрлашга эришилди ($y=30$ деб олиш керак). У ҳолда биринчи бригада ишчисининг ойлик маоши $24 \cdot 30 \cdot 22 = 15840$ сўм, иккинчи бригаданики эса $30 \cdot 30 \cdot 22 = 19800$ сўмдан иборат бўлар экан.

Мустақил ишлаш учун масалалар

1. 40 кг пахтадан 100 метр мато ишлаб чиқариш мумкин бўлсин. Мато билан пахта сарфи орасидаги боғланишни ифодалайдиган формула ёзинг.

Жавоб: $y=0,4x$

2. Кичик корхона ҳар бир ишлаб чиқарадиган маҳсулоти учун 50 сўм харажат қилади. Корхона доимий ишлаб чиқариш харажатлари учун 1000 сўм ажратган бўлса, корхонанинг умумий ишлаб чиқариш харажатлари фойрмуласини тузинг.

Жавоб: $y=50x+1000$

3. 30 кунга етадиган 90 тонна машина ёқилғиси сарфи орасидаги боғланишни ифодалайдиган формула тузинг.

Жавоб: $y=90-30x$

4. Маълум микдордаги юкни икки хил транспорт ёрдамида ташиш харажатлари мос равишда

$$y_1=100+40x, \quad y_2=200+20x$$

боғланишлар орқали берилган. Яхши иқтисодий самарага эришиш учун юк машиналаридан қандай фойдаланиш керак?

Жавоб: 500 км гача биринчи машинадан, кейин эса иккинчи машинадан фойдаланиш мақсадга мувофиқ.

5. Занжирдаги кучланиш (чизиқли қонунга бўйсунган ҳолда) вақтга боғлиқ равишда текис тушади. Тажриба бошида кучланиш 12 вольт, 8 секунд ўтгандан кейин эса кучланиш 6,4 вольтга тушса, u кучланиш билан t вақт орасидаги боғланишни аниқланг.

Жавоб: $u=12-0,7t$

Т.Мақсудов,
Сам. ВПКҚТМОИ “Табиий фанлар
таълими кафедраси” мудири,
физ.мат. ф.н., доцент