

14-ma'ruza.

7-BOB.

14-mavzu: TEKIS EGILISH.

REJA:

1. Eguvchi moment, kesuvchi kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial bog'lanishlar.

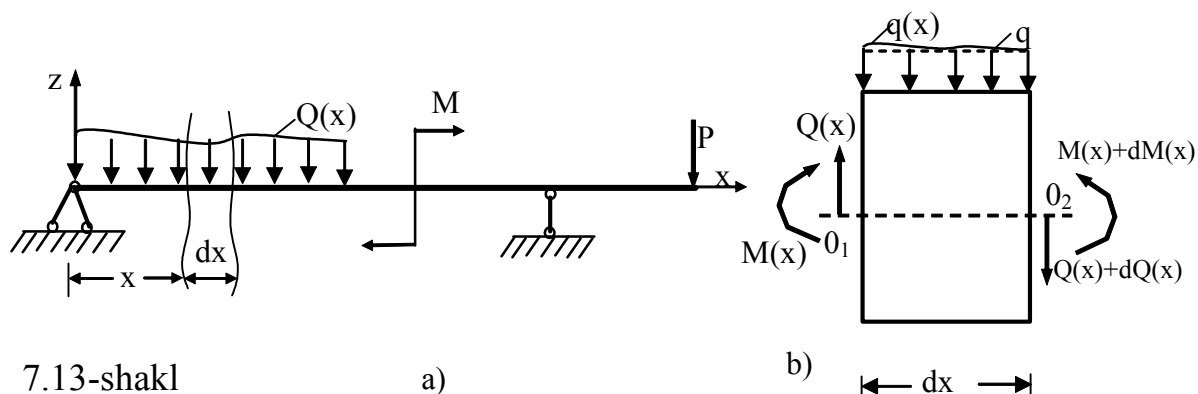
Tayanch tushunchalari va iboralari: tekis egilish, balka, tayanchlar, tayanch reaksiyalari, eguvchi moment, kesuvchi kuch, yoyilgan kuchlar, epyuralar.

I. Yuqorida ko'rsatilgandek, balkaning tekshirilayotgan qismi muvozanatda bo'lishi uchun, qirqilgan kesimdagi ichki kuchlarni kesuvchi kuch va eguvchi momentga keltirish kerak.

Endi bu kuchlar orasidagi differensial bog'lanishni aniqlaymiz.

Buning uchun 7.13-shakl, a da ko'rsatilgan balkaning chap tayanchidan x va $x + dx$ masofalarda uzunligi dx bo'lgan cheksiz kichik element ajratamiz (7.13-shakl, b).

Bu elementning tomonlariga balkaning tashlab yuborilgan qismining ilgarigi ta'sirini almashtiruvchi kuchlarni musbat yo'nalishda 7.13.b-shaklda ko'rsatilgandek qo'yamiz. Element cheksiz kichik uzunlikka ega bo'lganligi uchun yoyilgan yukni tekis taqsimlangan deb olish mumkin. Bu kuchlar ta'siridan ajratilgan element muvozanatda bo'ladi. Shuning uchun uning muvozanat sharti quyidagicha ifodalanadi :



7.13-shakl

a)

b)

$$\sum Z = Q(x) - [Q(x) + dQ(x)] - q dx = 0 ; \quad \frac{dQ(x)}{dx} = -q. \quad (7.4)$$

Demak, biror kesimdagi kesuvchi kuchdan shu kesimning absissasi (x) bo'yicha olingan birinchi hosila yoyilgan yuk intensivligining teskari ishora bilan olingan qiymatiga teng bo'lar ekan.

Endi kesimning o'ng og'irlik markaziga nisbatan, elementga ta'sir etayotgan barcha kuchlardan olingan momentlar yig'indisini nolga tenglashtirib ikkinchi differensial bog'lanishni topamiz :

$$\sum M_{0_2} = M(x) + Q(x)dx - q \frac{(dx)^2}{2} - [M(x) + dM(x)] = 0 ;$$

bunda $q \frac{(dx)^2}{2}$ qolgan hadlarga nisbatan juda kichik son bo'lganligi uchun uni e'tiborsiz qoldirib quyidagini hosil qilamiz :

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x) \quad (7.5).$$

Bundan ko'rinadiki, eguvchi momentdan x abssissa bo'yicha olingan birinchi hosila shu kesimdagi kesuvchi kuchga teng bo'lar ekan.

(7.5) differensial bog'lanishdan $Q(x)$ ning qiymatini (7.4) ga qo'ysak, uchinchi differensial bog'lanish kelib chiqadi.

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = -q \quad (7.6).$$

Shunday qilib, biror eguvchi momentdan x abssissa bo'yicha ikkinchi hosila olsak u yoyilgan yukning teskari ishora bilan olingan qiymatiga teng bo'lar ekan.

Bu differensial bog'lanishlar ko'pincha Juravskiy teoremlari deb ataladi va ular kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarini qurishni soddalashtiradi, ya'ni $Q(x)$ va $M(x)$ larning analitik tenglamalarini tuzish shart emas, hamda ularni to'g'ri yoki noto'g'ri qurilganligini tekshirishda muhim ahamiyatga ega bo'ladi.

Murakkab hollarda, ya'ni balka tashqi kuchlar ta'siridan bir necha uchastkalarga bo'linganda epyuralarni xarakterli nuqtalardan foydalanib qurish maqsadga muvofiqdir. Bu xarakterli nuqtalar uchastkaning chetki kesimlariga va eguvchi moment ekstremal qiymatlarga erishgan kesimlarga to'g'ri kelgan nuqtalardir. Shu tariqa $Q(x)$ va $M(x)$ epyuralarini qurishda quyidagi qoidaga amal qilish lozimdir.

1) Balkaning yoyilgan kuch qo'yilmagan uchastkalarida kesuvchi kuch epyurasi abssissa o'qiga parallel to'g'ri chiziq bilan, eguvchi moment epyurasi esa og'ma to'g'ri chiziq bilan chegaralanadi (7.11-shaklda $AC, CB ;$).

Haqiqatdan ham, agar biror uchastkaga yoyilgan yuk qo'yilmagan bo'lsa (7.4) ga asosan $dQ(x)/dx = -q = 0$ va $Q(x) = const$ (x -o'qiga parallel to'g'ri chiziq tenglamasi). (7.5) differensial bog'lanishga asosan

$dM(x)/dx = Q(x) = \text{const}$, ya'ni $M(x) = Q(x) \int dx = Q(x) \cdot x$ og'ma to'g'ri chiziq tenglamasini hosil qilamiz.

2) Balkaning yoyilgan yuk qo'yilgan uchastkalarida kesuvchi kuch epyurasi absissa o'qiga og'ma to'g'ri chiziq bilan, eguvchi moment epyurasi esa ikkinchi tartibli egri chiziq (parabola) bilan chegaralanadi (7.12-shaklda BC). Bu holda $q = \text{const}$ va (7.4) formulani integrallab og'ma to'g'ri chiziq tenglamasi

$$Q(x) = -q \int dx = -qx$$

va (7.5) formulani integrallab ikkinchi tartibli egri chiziq tenglamasini hosil qilamiz:

$$M(x) = \int Q(x) dx = -q \int x dx = -q \frac{x^2}{2}.$$

3). Agar balkaning biror uchastkasida kesuvchi kuch musbat bo'lsa, shu uchastkada eguvchi moment o'suvchi (7.11-shaklda AB) va aksincha, kesuvchi kuch manfiy bo'lsa, eguvchi moment kamayuvchi (7.11-shaklda CB , 7.12-shaklda BC) bo'ladi.

Bu qoida matematik funksiyalarning o'sishi va kamayishidan kelib chiqadi.

4). Agar balkaning biror uchastkasida kesuvchi kuch nolga teng bo'lsa, eguvchi moment o'zgarmas bo'ladi (7.12-shaklda AB uchastka) va balkaning bu uchastkasida sof egilish sodir bo'ladi. Bu o'zgarmas funksiyaning hosilasi nolga tenglik qoidasidan kelib chiqadi.

5). Agar kesuvchi kuch absissa o'qini kesib o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirsa kesib o'tgan nuqtasida eguvchi moment eng katta qiymatga erishadi va aksincha.

6). Agar balkaning biror kesimiga to'plangan kuch qo'yilgan bo'lsa, kesuvchi kuch epyurasida shu kuch qiymatiga teng va uning yo'nalishi bo'yicha sakrash hosil bo'ladi, eguvchi moment epyurasini chegaralovchi chiziq esa sinadi va o'z yo'nalishini o'zgartiradi (7.11-shaklda C kesim).

7). Balkaning juft kuch qo'yilgan kesimlarida kesuvchi kuch epyurasida o'zgarish bo'lmaydi, eguvchi moment epyurasida shu kuch miqdoriga teng va uning yo'nalishi bo'yicha sakrash hosil bo'ladi.

8). Konsolli balkaning yoki konsolning erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilmasa, kesuvchi kuch shu kesimda nolga teng (7.12-shaklda A kesim) agar juft kuch ham qo'yilmagan bo'lsa, eguvchi moment ham nolga teng bo'ladi.

9). Balkaning chetki sharnirli tayanchlarida kesuvchi kuch tayanch reaksiyalariga, agar juft kuch qo'yilmagan bo'lsa eguvchi moment nolga teng bo'ladi (7.11-shaklda A, B).

10). Qistirib mahkamlangan tayanchlarda, kesuvchi kuch tayanch reaksiyasiga, eguvchi moment esa tayanch momentiga teng bo'ladi (7.12-shaklda C tayanch).

7.9-misol.

7.14-shaklda ko'rsatilgan balka uchun $Q(x)$ va $M(x)$ epyuralari xarakterli nuqtalar bo'yicha qurilsin.

Yechish : 1) Kesuvchi kuch epyurasini qurish.

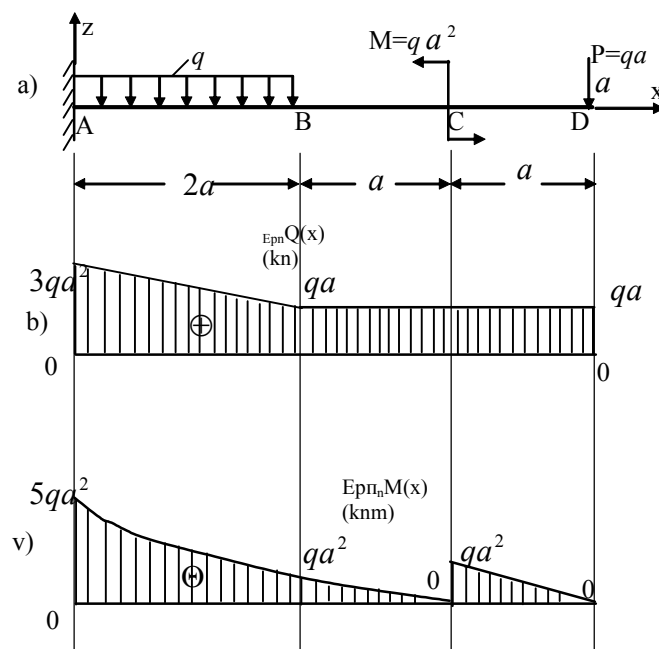
Epyurani konsolning erkin uchidan boshlab quramiz, bu bizni tayanch reaksiyalarini topishdan ozod qiladi.

R kuch kesimdan o'ngda bo'lib, pastga yunalgan bo'lganligi uchun DS va SV uchastkalarda musbat bo'lib R qiymatga teng bo'lib o'zgarmas, ya'ni absissa o'qiga parallel ravishda bo'ladi. S kesimga quyilgan juft M kuchning $Q(x)$ epyurasiga ta'siri yo'q. Shunday qilib, $Q_1(x) = Q_2(x) = P = qa$, bo'ladi.

D nuqtadagi kesuvchi kuchning qiymatini shu nuqtadan o'ng tomondagi kuchlarning oz o'qiga proyeksiyalarining yig'indisi kabi qaraymiz: $Q_3(x) = P + q \cdot 2a = qa + 2qa = 3qa$

$Q_3(x)$ ning bu qiymatini D nuqta tagida ordinata o'qi bo'yicha yuqoriga joylashtirib S nuqtadagi qiymat bilan to'g'ri chiziq orqali birlashtiramiz. D nuqtadagi ya'ni mahkamlangan kesimdagi kesuvchi kuchning ordinatasi tayanch reaksiyasining qiymatini beradi.

$Q(x)$ epyurasi 7.14-shakl, b) da ko'rsatilgan.



7.14-shakl₁₃₃

2) Eguvchi moment epyurasini qurish.

D kesim konsolning erkin uchi bo'lganligi uchun eguvchi moment nolga teng bo'ladi. Keyingi xarakterli nuqta S-dagi $M(x)$ ni o'ng tomonda joylashgan kuchlar momentlarining yig'indisi kabi aniqlaymiz.

$$M_1^{yuz}(x) = -P \cdot a = -qa^2$$

DS uchastkada 0 bilan $-qa^2$ ni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz. (bu uchastkada $q=0$) . C nuqtada juft kuch qo'yilgan shu sababli $M(x)$ epyurasida shu kesimda M ning yo'nalishi bo'yicha va uning qiymatiga teng sakrash bo'ladi, ya'ni

$$M_c^{chap}(x) = M_c^{o'ng} + M = -P \cdot a + qa^2 = -qa^2 + qa^2 = 0$$

Xarakterli V nuqtada $M(x)$ ni o'ng tomonda joylashgan kuchlar momentlarining yig'indisi kabi aniqlaymiz.

$$M_2(x) = -P \cdot 2a + M = -2qa^2 + qa^2 = -qa^2$$

Bu uchastkada xam yoyilgan kuch ta'sir etmaganligi uchun 0 bilan $-qa^2$ ni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz.

Xarakterli A nuqtada eguvchi momentni o'ng tomonda joylashgan kuchlar momentlarining yig'indisi kabi aniqlaymiz:

$$M_3(x) = -P \cdot 4a + M - q \cdot 2a \cdot a = -qa \cdot 4a + qa^2 - 2qa^2 = -5qa^2$$

Bu uchastkada yoyilgan kuch ta'sir etayotganligi uchun V va A nuqtalardagi $-qa^2$ bilan $5qa^2$ ni ikkinchi tartibli egri chiziq bilan tutashtiramiz.

$M(x)$ epyurasi 7.14- shakl, v)da ko'rsatilgan.

7.10-misol.

Berilgan balka uchun xarakterli nuqtalar bo'yicha $Q(x)$ va $M(x)$ epyuralari qurilsin (7.15- shakl, a)

Yechish:

1. Tayanch reaksiyalarini topamiz.

Muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\sum X = H_A = 0; \quad H_A = 0;$$

$$\sum M_A = -R_D \cdot 4a + q \cdot 2a \cdot 3a - P \cdot 2a + M = 0; \quad R_D = \frac{6qa^2 - 2qa^2 + qa^2}{4a} = \frac{5}{4}qa = 1,25qa$$

$$\sum M_D = R_A \cdot 4a + M + P \cdot 2a \cdot a - q \cdot 2a \cdot a = 0; \quad R_A = \frac{2qa^2 - 2qa^2 - qa^2}{4a} = -\frac{1}{4}qa = -0,25qa$$

Tekshirish:

$$\sum Z = R_A + P - q \cdot 2a + R_D = 0; \quad -0,25qa + qa - 2qa + 1,25qa = 0.$$

Demak, tayanch reaksiyalarning qiymati to'g'ri topilibdi. R_A ning qiymati manfiy ishorali chiqishi uning yunalishi teskari bo'lishi kerakligini ko'rsatayapdi. R_A ni yo'nalishini chizib, uni pastga qaratib qo'yamiz.

2) Kesuvchi kuch epyurasini quramiz.

A tayanchda R_A reaksiya kuchi pastga yo'nalgan bo'lib, shu kesimda manfiy tomonga va uning qiymatiga teng sakrash bo'ladi. AV va VS uchastkada ordinatasi $-0,25 qa$ teng to'g'ri chiziq o'zgarmas bo'ladi. V nuqtaga qo'yilgan juft kuch $Q(x)$ epyurasiga ta'sir ko'rsatmaydi. Shunday qilib,

$$Q_1(x) = Q_2(x) = -0,25qa = const$$

Navbatdagi xarakterli nuqta S da R kuch qo'yilgan bo'lib u yuqoriga yo'nalganligi uchun shu kesimda R kuch yo'nalishi bo'yicha uning miqdoriga teng bo'lgan sakrash hosil bo'ladi, ya'ni

$$Q_c^{yht} = Q_c^{yan} + P = -0,25qa + qa = 0,75qa$$

Keyingi xarakterli nuqta D bo'lib, bu tayanchda R_D reaksiya kuchi yuqoriga yo'nalgan shu kesimda uning yo'nalishi bo'yicha va qiymatiga teng sakrash bo'ladi. DS uchastkada yoyilgan q kuch ta'sir etayapdi, shuning uchun D va S nuqtalardagi $-1,25 qa$ va $0,75 qa$ qiymatlarini to'g'ri chizik bilan tutashtiramiz.

$$Q_3(x) = -R_D + q \cdot 2a = -1,25qa + 2qa = 0,75qa$$

$Q(x)$ epyurasi 7.19-shakl, b)da ko'rsatilgan

3) Eguvchi moment epyurasini quramiz.

A tayanchda juft kuch ta'sir etayotganligi uchun shu kesimda eguvchi moment nolga teng bo'ladi. Keyingi xarakterli V nuqtada $M(x)$ ni chap tomonda joylashgan kuchlar momentlarining yig'indisi kabi aniqlaymiz.

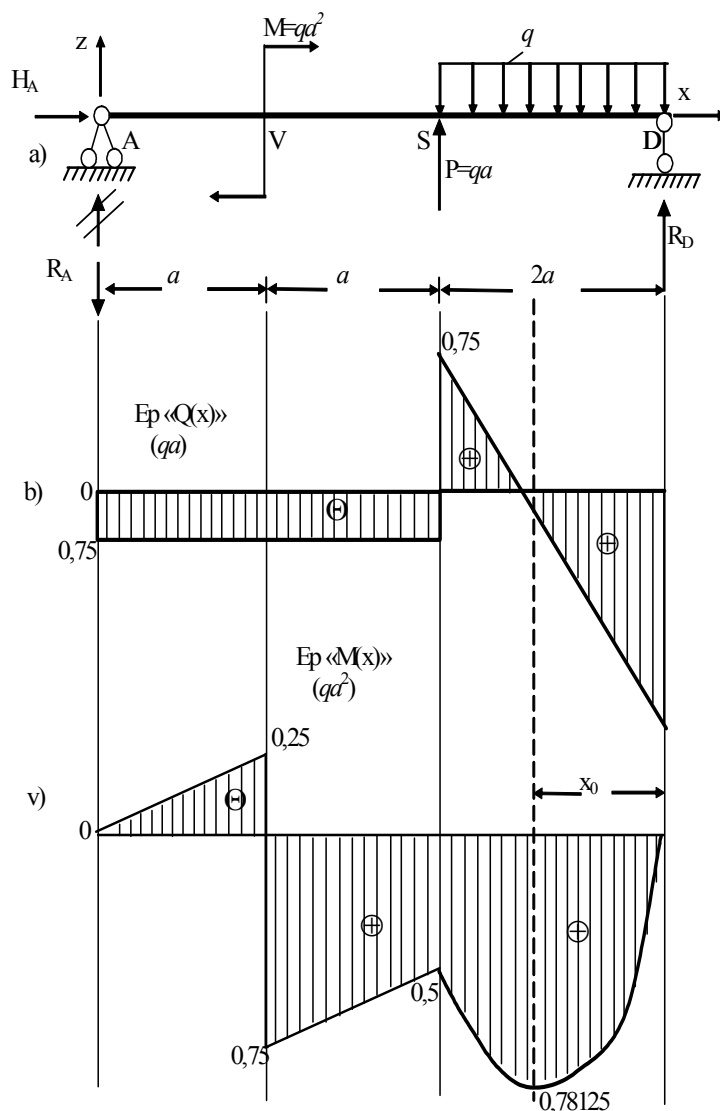
$$M_B^{chap}(x) = -R_A \cdot a = -0,25qa^2$$

AV uchastkada 0 bilan $-0,25 qa^2$ ni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz (bu uchastkada $q=0$). V nuqtada juft M kuch quyilgan bo'lib, bu kesimda shu kuch yunalishi bo'yicha va uning qiymatiga teng bo'lgan sakrash hosil bo'ladi, ya'ni.

$$M_B^{o'ng}(x) = M_B^{chap}(x) + M = -0,25qa^2 + qa^2 = 0,75qa^2$$

Xarakterli S nuqtada $M(x)$ qiymatini chap tomonda joylashgan kuchlar momentlarining yig'indisi kabi aniqlaymiz:

$$M_c = -R_A \cdot 2a + M = -0,25qa \cdot 2a + qa^2 = 0,5qa^2.$$



7.15-shakl

Bu uchastkada xam yoyilgan kuch ta'sir etmaganligi uchun $0,75qa^2$ bilan $0,5qa^2$ ni to'g'ri chiziq orqali tutashtiramiz.

Keyingi xarakterli nuqta D bo'lib, bu tayanchda juft kuch ta'sir etmaganligi uchun eguvchi moment nolga teng bo'ladi. DS uchastkada yoyilgan kuch ta'sir etayapti, shu sababli bu uchastkada eguvchi moment epyurasi kvadrat parabola bilan chegaralanadi.

D va S nuqtalardagi 0 va $0,5qa^2$ qiymatlarni botiq tomoni pastga qaragan parabola ko'rinishida tutashtiramiz.

DS uchastkada kesuvchi kuch absissa o'qini kesib o'tib o'z ishorasini (+) dan (-) ga o'zgartirayapti, qoidaga asosan bu kesib o'tgan nuqtada eguvchi moment eng katta qiymatga erishadi. Uni topish uchun shu uchastkaning eguvchi moment tenglamasidan x absissa bo'yicha bir

marta hosila olib, hosil bo'lgan ifodani nolga tenglashtiramiz, chunki shu kesimda kesuvchi kuch nolga teng bo'ladi.

$$\frac{dM(x)}{dx_3} = Q_3(x) = -R_D + qx_3 = 0; \quad x_3 = x_0 = \frac{R_L}{q} = \frac{1,25qa}{q} = 1,25a$$

$$M_{max} = R_L \cdot x_0 - q \frac{x_0^2}{2} = 1,25qa \cdot 1,25a - q \frac{(1,25a)^2}{2} = 0,78125qa^2$$

$M(x)$ epyurasi 7.15-shakl, v) da ko'rsatilgan.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Eguvchi moment, kesuvchi kuch va yoyilgan kuch intensivligi orasidagi differensial bog'lanishlarni yozing?
2. Kesuvchi kuch epyurasi qanday olinadi?
3. Eguvchi moment epyurasi qanday olinadi?
4. Kesuvchi kuch qiymati qanday topiladi?
5. Eguvchi moment qiymati qanday topiladi?
6. Chetki sharnirli tayanchlarda kesuvchi kuch nimaga teng?
7. Balkaga to'plangan kuch ta'sir esa shu kesimda nima o'zgarish bo'ladi?
8. Balkaga juft kuch ta'sir etsa shu kesimda nima o'zgarish bo'ladi?
9. Qistirib mahkamlangan tayanchlarda eguvchi moment va kesuvchi kuch nimaga teng?

15-ma'ruza.

8-BOB.

15-mavzu: EGILISHDAGI KUCHLANISHLAR.

REJA:

1. Sof egilish. Sof egilishda normal kuchlanishni aniqlash.
2. Balkaning normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti.
3. Egilishda urinma kuchlanishni aniqlash.
4. Balkaning urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti.

Sof egilish, bosh, normal, urinma, kuchlanishlar, mustahkamlik sharti, qarshilik momenti, inersiya momenti, egilish markazi, potentsial energiya.

I. O'tgan bobda ko'rdikki, egilishda balkaning ko'ndalang kesim yuzasida eguvchi moment va kesuvchi kuch hosil bo'ladi. Endi, shu kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlarni aniqlaymiz.

Ma'lumki normal kuchlanish faqat eguvchi momentga, urinma kuchlanish esa faqat kesuvchi kuchga bog'liqdir. Kuchlanish holatini, oldin balkaga qo'yilgan kuchlar sistemasining hamma ko'ndalang kesimlarida bir xil ($Q(x)=0$, $M(x)=\text{const}$) bo'ladigan holni o'rganamiz. Balkaning xususiy og'irligini hisobga olmaganda, bunday hol bo'lishi mumkin. Masalan, 8.1-shaklda ko'rsatilgan konsolning uzunligi va 8.2-shaklda ko'rsatilgan balkaning VS oralg'i davomida ($Q(x)=0$, $M(x)=\text{const}$) bo'ladi.

Bunday egilishga, ya'ni balkaning yoki konsolning biror oralg'ida kesuvchi kuch nolga teng bo'lib, eguvchi moment o'zgarmas bo'lsa, bunday egilishga **sof egilish** deyiladi.

Sof egilish holatidagi balkaning ko'ndalang kesim yuzasining qaysi nuqtasida eng katta normal kuchlanish hosil bo'lishini bilish uchun normal kuchlanishlarning taqsimlanish qonunini tekshiramiz.

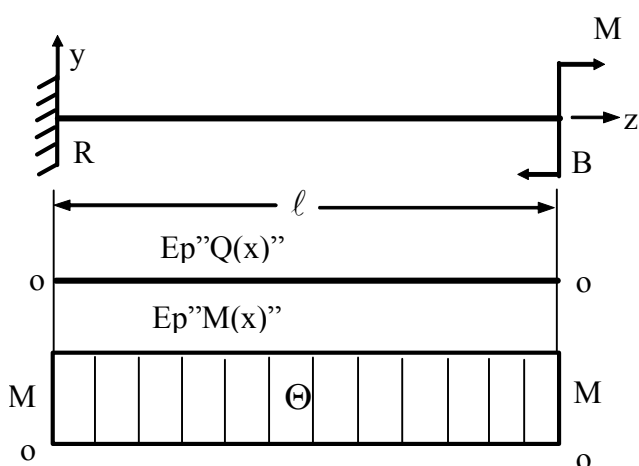
Buning uchun oldin balka ko'ndalang kesim yuzasining kamida bitta simmetriya o'qi kuch tekisligi bilan ustma-ust tushuvchi holni qaraymiz. Demak, bosh inersiya o'qlaridan biri egilish tekisligida yotadi, ikkinchisida unga tik yo'nalgan bo'ladi. Masalani yechish uchun statika bilan deformasiya shartlarini birgalikda qarash lozim, tajriba kuzatishlari asosida deformasiya shartlari tuziladi.

Balkaning tayanchidan z va $z+dz$ masofada kesimlar olib, uzunligi dz ga teng element ajratib, uning yon sirtiga bir-biriga teng va qarama-qarshi yo'nalgan juft kuch qo'ysak. Element sof egilish holatida bo'ladi.

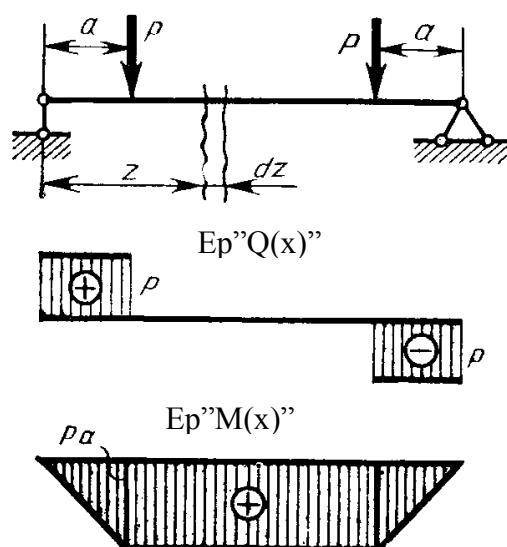
Agar sof egilish holatidagi balkaning yon sirtiga gorizontaal va vertikal to'g'ri chiziqlar yordamida to'r chizilsa, deformasiyadan keyin quyidagilar namoyon bo'ladi. (8.3-shakl).

1. Balka yon sirtiga chizilgan vertikal to'g'ri chiziqlar deformasiyadan keyin ham to'g'ri chiziqligicha qolib, faqat juda kichik biror $d\varphi$ burchakka og'adi. Bu hol cho'zilishdagi kabi egilishda ham Bernulli gipotezasi o'z kuchini saqlashini ko'rsatadi.

2. Deformasiyadan keyin, balkaning qavariq tomonidagi tolalari cho'zilib, botiq tomonidagi tolalari esa siqiladi.



8.1-shakl.



8.2-shakl.

Balkaning deformasiyasi, uning ko'ndalang kesimi balandligi bo'yicha uzluksiz o'zgargani uchun botiq tomondagi tolalar cho'zilishdan siqilishga o'tishda, bu qatlamlarni ajratuvchi shunday bir qatlam topiladiki, unda yotuvchi tolalar cho'zilmaydi ham, siqilmaydi ham ya'ni uning uzunligi o'zgarmaydi. Bunday qatlamga **neytral qatlam** deyiladi.

Neytral qatlam tekisligi bilan ko'ndalang kesim tekisligi kesishgan chiziq shu kesimning **neytral o'qi** deyiladi (8.3 -shakl, v).

Balka deformasiyalanganda har bir ko'ndalang kesim o'z neytral o'qi atrofida aylanadi.

Neytral qatlamda yotgan tolaning egrilik radiusini ρ bilan belgilaymiz. OX o'qidan bir xil uzoqlikda yotuvchi bo'ylama tolalar bir xilda deformasiyalanib, bu o'q atrofida ko'ndalang kesim yuzalari aylanadi. Natijada elementning yuqoridagi tolalari siqilib, pastki tolalari cho'ziladi. Neytral qatlamdan y masofada yotuvchi tolalarning cho'zilishi

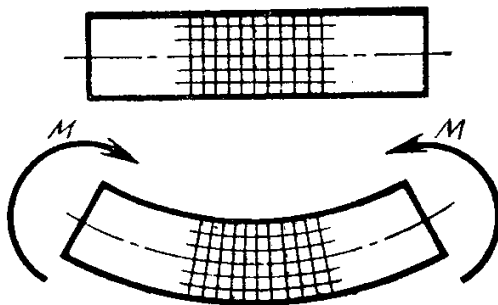
har birining qiymati $y \frac{d\varphi}{2}$ ga teng bo'lgan ikkita av dan iborat bo'ladi va ixtiyoriy tolaning umumiy cho'zilishi quyidagicha bo'ladi. $\Delta dz = y d\varphi$

Shakldan $dz = \rho d\varphi$ bo'lganligidan bu ixtiyoriy tolaning nisbiy cho'zilishi quyidagiga teng bo'ladi:

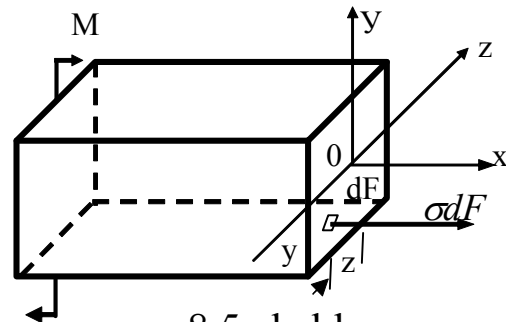
$$\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{y}{\rho}$$

Balkaning qavatlari deformasiyalanganda bir-biriga bosim ko'rsatmaydi deb faraz qilsak, ya'ni balkaning o'qiga tik yo'nalgan kuchlanishlar nolga teng bo'ladi. Bunday holda, ularning har biri mustaqil ravishda cho'ziladi yoki siqiladi. Bunday tolalardagi kuchlanishlarni oddiy cho'zilish va siqilishdagi Guk qonunidan foydalanib topamiz:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \frac{y}{\rho}$$



8.3 –shakl.



8.5-shakl

Demak, egilishdagi normal kuchlanish balka ko'ndalang kesimining balandligi bo'yicha kuchlanish topiladigan nuqtadan neytral o'qqacha bo'lgan masofaga proporsional ravishda o'zgarar ekan. Binobarin, eng katta normal kuchlanishlar ko'ndalang kesimning chetki tolalarida hosil (8.4-shakl, g) bo'ladi.

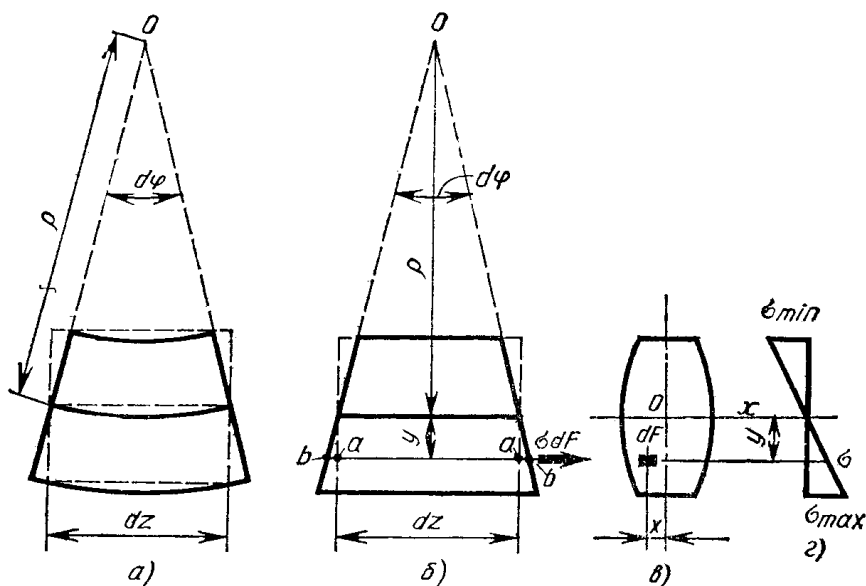
Balka ko'ndalang kesimi yuzasi bo'yicha normal kuchlanishning taqsimlanish qonunini bilganimizdan so'ng, uning qiymatini kesish usulidan foydalanib topamiz. Sof egilish holatidagi balkani fikran kesib, chap qismini qoldirib, uning uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz (8.5-shakl):

Tekshirayotgan hol uchun bu tenglamalarni tadbiq etamiz:

$$1. \sum_K X = \int \sigma dF = 0 \text{ bo'ladi}$$

Bunga (8.1)-formuladan normal σ kuchlanishning qiymatini qo'yamiz:

$$\int_F E \frac{y}{\rho} dF = \frac{E}{\rho} \int_F y dF = 0$$



8.4-shakl.

Bu ifodada ikki hol bo'lishi mumkin, $\frac{E}{\rho} = 0$; $\int y dF = 0$. Balkaning egilgan holatini tekshirayotganligimiz uchun $\rho \neq \infty$ ga teng bo'lmaganligidan, $\int_F y dF = 0$ bo'ladi. Bu integral ko'ndalang kesimning yuzasidan neytral o'qqa nisbatan olingan statik momentni ifodalaydi va uning nolga teng bo'lishi, ko'ndalang kesimning neytral o'qi kesimning og'irlik markazidan o'tishini ko'rsatadi.

2. Ikkinchi ($\sum Y = 0$), uchinchi ($\sum Z = 0$) va to'rtinchi ($\sum M_x = 0$) muvozanat tenglamalari ayniyat ravishda nolga aylanadi, chunki σdF zo'riqish kuchi oy , oz o'qlariga nisbatan tik va ox o'qiga esa parallel yo'nalgandir.

3. Muvozanat tenglamalarning beshinchisini tekshiramiz:

$$\sum M_y = \int_F z \sigma dF = \int_F E \frac{y}{\rho} z dF = \frac{E}{\rho} \int_F yz dF = 0$$

Bu holda ham $\rho \neq \infty$ bo'lganligida, $\int_F yz dF = 0$ bo'ladi. Bu integral balka ko'ndalang kesim yuzasining oy va oz o'qlariga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini ifodalaydi va uning nolga teng bo'lishi esa oy va oz o'qlarining bosh markaziy o'qlar ekanligini ko'rsatadi. Demak, kuch yotgan tekislik neytral qavat tekisligiga tik bo'lar ekan. M moment shu bosh o'qlarning biridan o'tgan bosh tekislik ustida yotadi.

4. Muvozanat tenglamalarining oltinchisini yozamiz:

$$\sum M_z = M - \int_F \rho dF \cdot y = M - \int_F E \frac{y}{\rho} dF = M - \frac{E}{\rho} y^2 dF = 0$$

$$M = \frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF = 0; \quad M = \frac{E}{\rho} J_z \quad \text{bundan} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_z},$$

bunda $J_z = \int_F z^2 dF$ - ko'ndalang kesimning neytral o'q (z) ga nisbatan olingan inersiya momenti;

$\frac{1}{\rho}$ - neytral tekislikning egriligini ifodalovchi miqdor;

M - tashqi moment

EJ_z - balkaning egilishdagi bikrligi.

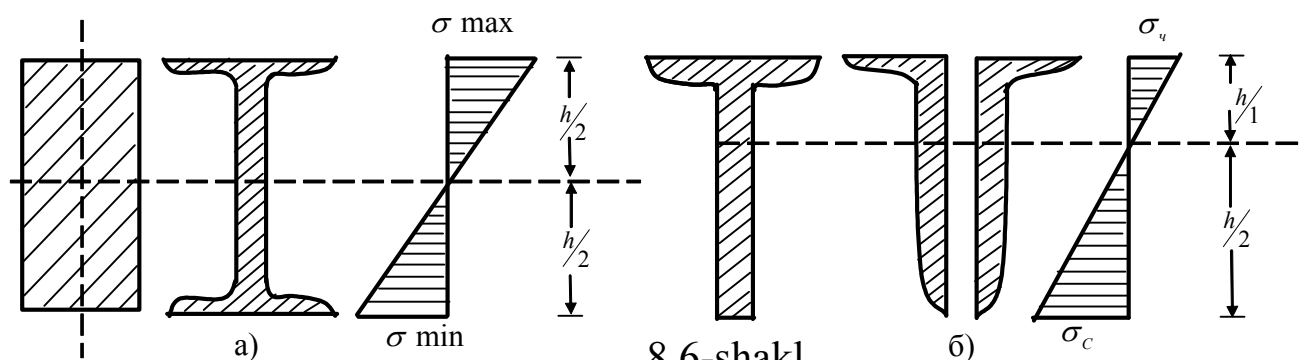
Yuqorida ko'rganimizdek, ko'ndalang kesimning neytral o'qi uning markazidan o'tadi. Demak, balkaning ox o'qi uning ko'ndalang kesimlari markaziy nuqtalarining geometrik o'rnidan iborat bo'lganligidan, u neytral tekislik ustida yotadi. Demak, (8.2) formula ko'ndalang kesim neytral o'qining egriligini ifodalaydi.

Shunday qilib balka egilish o'qining egriligi ($\frac{1}{\rho}$) eguvchi moment (M) ga teskari proporsional bo'lar ekan.

(8.1) formulaga (8.2) formuladan $\frac{1}{\rho}$ ning qiymatini qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\sigma = \frac{M}{I_z} y \quad (8.3)$$

Sof egilgan balkaning ko'ndalang kesimida yotgan ixtiyoriy nuqtadagi kuchlanishni shu formuladan foydalanib aniqlash mumkin. O'tkazilgan tajribalar ko'rsatadiki bu formula bilan kesuvchi kuch nolga teng bo'lmaganda ham normal kuchlanishni hisoblash mumkinligini. Lekin bu kuchning mavjudligi tekis ko'ndalang kesimlarni birmuncha qiyshaytiradi, ammo bu qiyshayish ikkita qo'shni ko'ndalang kesim orasidagi element tolalarining bo'ylama deformasiyalari xarakterini o'zgartirmaydi.



8.6-shakl

8.6-shaklda turli shakldagi ko'ndalang kesimlar uchun normal kuchlanishlarning taqsimlanish qonuni ko'rsatilgan. 8.6-shakl, a da neytral o'qqa nisbatan, simmetrik, 8.6-shakl, b da esa nosimmetrik kesimlar uchun diagrammasi tasvirlangan. Neytral o'qdan teng uzoqlikdagi barcha nuqtalarda normal kuchlanishlarning qiymatlari bir xildadir. Neytral o'qning bir tomonida kuchlanish cho'zuvchi bo'lib, ikkinchi tomonida siquvchidir. Eng katta normal kuchlanishlar neytral o'qdan eng uzoqdagi nuqtalarda hosil bo'ladi, ularning qiymati esa (8.3) formulaga $y = y_{max}$ ni qo'yish yo'li bilan topiladi:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{J_z} y_{max} . \quad (8.4)$$

Bu formulaning surat va maxrajini y_{max} ga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz.

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{(J_z / y_{max})} .$$

$\frac{J_z}{y_{max}}$ -egilishdagi **qarshilik momenti** deb ataladi va W_z bilan belgilanadi:

$$W_z = \frac{J_z}{y_{max}} . \quad (8.5)$$

Qarshilik momenti ko'ndalang kesimning geometrik xarakteristikalaridan biri bo'lib, uning miqdori egilishda balkaning mustahkamligini ifodalaydi.

Bu formulada, ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti J_z sm⁴ bilan o'lchanganligi uchun qarshilik momenti W_z sm³ bilan o'lchanadi. (8.5) formulani hisobga olib, eng katta normal kuchlanishni quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} . \quad (8.6)$$

Bu formuladan ko'ramizki, balkaning ko'ndalang kesimi uchun qarshilik momenti qancha kichik bo'lsa, undagi normal kuchlanish shuncha katta bo'lar ekan.

Endi oddiy kesimlarning qarshilik momentlarini hisoblaymiz:

1. To'g'ri to'rtburchak. Asosi b va balandligi h bo'lsin, uning qarshilik momentini (8.5) formuladan foydalanib markaziy o'qi (oz) ga nisbatan hisoblaymiz:

$$J_z = \frac{bh^3}{12} \text{ va } y_{max} = h/2 \text{ bo'lganligidan:}$$

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{bh^3/12}{h/2} = \frac{bh^2}{6} \text{ bo'ladi.}$$

$$\text{Demak: } W_z = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6}$$

2. Kvadrat. Kvadrat uchun $b=h=a$ bo'lganligidan:

$$W_y = W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{a \cdot a^2}{6} = \frac{a^3}{6} \text{ bo'ladi.}$$

3. Doira. Doira uchun $J_y = J_z = \frac{\pi d^4}{64}$ va $y_{\max} = \frac{d}{2}$ va bo'lganligidan:

$$W_y = W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{\pi d^4/64}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3$$

4. Halqa. Halqaning diametrlari, tashqisi D va ichkisi d bo'lsin. U holda $J_y = J_z = \frac{\pi d^4}{64} (1-\alpha^4)$ $y_{\max} = \frac{d}{2}$ va $\alpha = \frac{d}{D}$

bo'ladi va uning qarshilik momenti:

$$W_y = W_z = \frac{\pi D^4/64(1-\alpha^4)}{D/2} = \frac{\pi D^3}{32}(1-\alpha^4) \approx 0.1D^3(1-\alpha^4) \text{ bo'ladi.}$$

5. Prokat buyumlar. Po'latdan tayyorlangan prokat buyumlar (qo'shtavr, shveller, burchakli va boshqalar) uchun qarshilik momentlarining qiymatlari GOST jadvallarida beriladi.

II. Balka materiali mustahkam bo'lishi uchun uning ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan eng katta normal kuchlanishlar balka materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanishdan kichik yoki teng bo'lishi kerak.

Agar balka materiali cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatsa yoki bir jinsli va izotrop materiallardan tayyorlangan bo'lsa, balkaning mustahkamlik sharti (8.6) formulaga asosan, quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z}, \quad (8.7)$$

bu yerda: $[\sigma]$ - balka materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish;

$M_{\max}$ - balkaning havfli kesimidagi egiluvchi moment.

Agar balka mo'rt materiallardan tayyorlangan bo'lsa va ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nisbatan simmetrik bo'lmasa ya'ni balka metariali cho'zilish va siqilishga har xil qarshilik ko'rsatsa, balkaning mustahkamlik sharti cho'zilish va siqilishga alohida-alohida tuziladi:

$$\sigma_{ch} = \frac{M_{\max}}{W_1} \leq [\sigma_{ch}]; \quad \sigma_s = \frac{M_{\max}}{W_2} \leq [\sigma_s]; \quad (8.8)$$

bu yerda:

σ_{ch} - cho'ziladigan qismidagi normal kuchlanish;

σ_s - siqiladigan qismidagi normal kuchlanish;

$[\sigma_{ch}]$ - balka materialining cho'zilish uchun ruxsat etilgan kuchlanish;

$[\sigma_s]$ - balka materialining siqilishi uchun ruxsat etilgan kuchlanish;

W_1 - ko'ndalang kesimning cho'ziladigan qismining qarshilik momenti (8.6-shakl, a); $W_1 = \frac{J_z}{h_1}$

W_2 - ko'ndalang kesimning siqiladigan qismining qarshilik momenti (8.6-shakl, b); $W_2 = \frac{J_z}{h_2}$;

Turli toshlar, ulardan ishlangan inshoot qismlari va betonlar siqilishga yaxshi qarshilik ko'rsatgani holda cho'zilishga yomon ishlaydi, shu sababli cho'zilishga undan mumkin qadar foydalanmaydi.

Ma'lum kuch ta'siridagi balkaning materiali berilgan bo'lsa, uning mustahkamligini ta'minlovchi ko'ndalang kesimni tanlash uchun (8.7) formuladan qarshilik momenti (W_z) ni aniqlash kerak:

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \quad (8.9)$$

Balka ko'ndalang kesimi uchun eng qulay shakl tanlanib, uning o'lchamlari sortament jadvalidan olinadi yoki bevosita hisoblanadi. Bu tanlangan qarshilik momentining qiymati yuqoridagi formuladan topilgan qiymat bilan $\pm 5\%$ farq qilishi mumkin; Bunday hollarda farqning ortiqcha mustahkamlik beradigan holini olish lozimdir.

Agar balka ko'ndalang kesimi yuzasi va materiali ma'lum bo'lsa, uning yuk ko'taraolish qobiliyatini aniqlash uchun oldin (8.7) formuladan $M_{\max}$ ni topish kerak:

$$M_{\max} \leq [\sigma] \cdot W_z \quad (8.10)$$

Bundan topilgan qiymatga asoslanib balkaning ma'lum oralig'i uchun qo'yilishi mumkin bo'lgan yuk aniqlanadi.

III. Biz yuqorida balkaning sof egilish holatini tekshirdik. Ma'lumki bu holda balka ko'ndalang kesimlarida faqat eguvchi moment hosil bo'lib, uning ta'siridan shu kesimlarda (8.3) formula yordamida topiladigan normal kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Endi balkaning ko'ndalang egilishini tekshiramiz; bu holda balkaning ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment bilan birga kesuvchi

Tekis kesim gipotezasi siljish tufayli ko'ndalang egilishda buziladi, deformasiyagacha tekis bo'lgan kesim yuzasi deformasiyadan keyin biroz egrilanadi (8.7 -shakl).

Shunday qilib, sof egilish uchun chiqarilgan normal kuchlanish formulasidan ko'ndalang egilishda ham foydalanish mumkin ekan.

Urinma kuchlanish deformasiyasini keltirib chiqarish masalasini tekshirishda quyidagi ikki gipotezani qabul qilamiz:

- Balkadan z masofada uzunligi d_z ga teng element olamiz va uni qo'shimcha bo'ylama kesimlar bilan ikki qismga ajratamiz. Yuqori qismining muvozanatini tekshiramiz (8.8 -shakl, b).

A diagram of a curved beam element. The beam is shown as a segment of a circular arc. At the right end, there is a coordinate system with a vertical arrow pointing upwards labeled Q and a curved arrow indicating a clockwise moment labeled M . The beam is divided into two parts by a vertical dashed line. The left part is labeled s and the right part is labeled 2 .

146

o'ng tomondagi normal kuchlanish chapkisiga nisbatan $d\sigma_1$ qiymatga katta bo'lganligi uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\sigma_1 + d\sigma_1 = \frac{M_x}{J_z} y_1 + \frac{dM_x}{J_z} y_1 \quad \text{ya'ni} \quad d\sigma_1 = \frac{dM_x}{J_z} y_1$$

Elementning chap tomoniga ta'sir qiluvchi kuchdan o'ng tomonga ta'sir qiluvchi kuch

$$dN = \int_{F_{aj}} d\sigma_1 dF = \int_{F_{aj}} \frac{dM_x}{J_z} y_1 dF = \frac{dM_x}{J_z} \int_{F_{aj}} y_1 dF$$

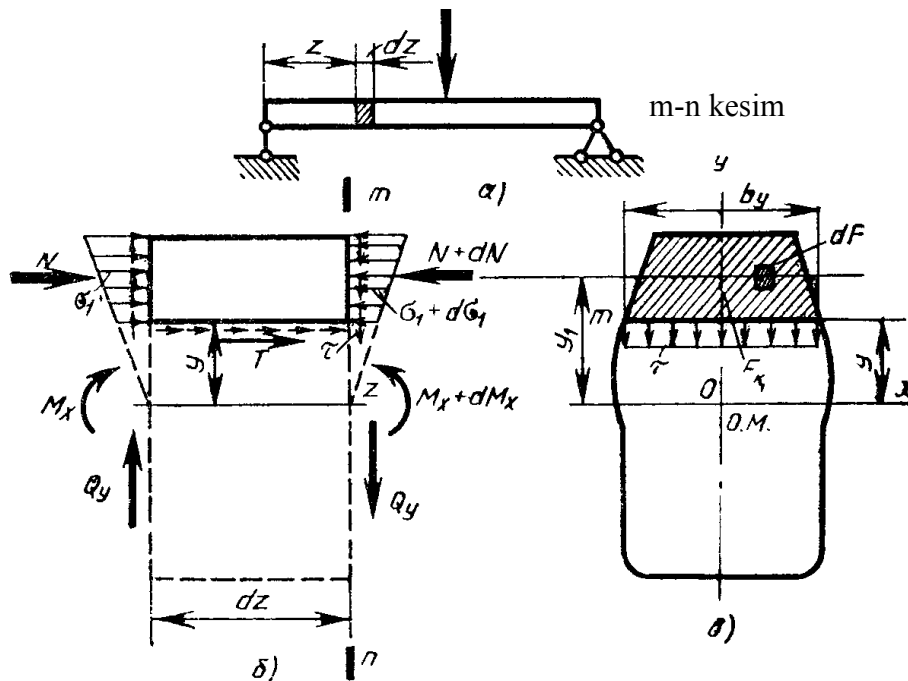
Integral ko'ndalang kesimning ajratilgan qiymatga katta ya'ni shtrixlangan qismigagina tegishli (8.8 -shakl, v) bo'lib neytral oz o'qiga nisbatan statik momentini ifodalaydi:

$$S_x^{aj} = \int_{F_{aj}} y_1 dF$$

Shuning uchun
$$dN = \frac{dM_x}{J_z} S_x^{aj}$$

Ajratilgan elementning muvozanatini saqlovchi bo'ylama kesimdagi urinma kuchlanishi τ lar dT kuchni hosil qiladi, $\sum Z = 0$ muvozanat shartiga ko'ra bu kuch dN kuchga teng bo'lishi lozim:

$$dT = dN \quad \text{yoki} \quad dT = \frac{dM_x}{J_z} S_x^{aj} \quad (8.11)$$



8.8 –shakl.

Qabul qilingan gipotezaga muvofiq, balkaning kengligi bo'yicha urinma kuchlanish τ bir xil bo'lganligi uchun yana dT ni ajratilgan elementning pastki yog'i yuzasini τ ga ko'paytirish yo'li bilan topamiz:

$$dT = \tau b_y dz, \quad (a)$$

bunda: b_y - urinma kuchlanishlar topiladigan nuqtaga to'g'ri keluvchi ko'ndalang kesim yuzasining eni;

(a) bilan (8.11) formuladan quyidagini hosil qilamiz:

$$\tau = \frac{dM_x}{dz} \frac{S_x^{aj}}{b_y J_x},$$

bunda juravskiy teoremasiga muvofiq: $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$, buni hisobga olsak, egilishdagi urinma kuchlanishlarni topish uchun quyidagi formulani yozamiz:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^{aj}}{b_y J_x}, \quad (8.12)$$

bunda:

τ - ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi urinma kuchlanishi;

Q_y - tekshirilayotgan ko'ndalang kesimdagi kesuvchi kuch;

S_x^{aj} - ko'ndalang kesimdagi urinma kuchlanish topiladigan qatlamdan yuqorida qolgan yuzani neytral o'qqa nisbatan statik momenti.

b_y - urinma kuchlanish topiladigan qatlamdagi ko'ndalang kesim eni;

J_x - ko'ndalang kesimning inersiya momenti.

(8.12) formulani, ya'ni egilishda urinma kuchlanishlar mavjudligini birinchi marta rus injeneri D.I. Juravskiy topganligi uchun uning nomi bilan **Juravskiy formulasi** deb yuritiladi.

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga muvofiq, bu formuladan balkaning ko'ndalang kesimidagi $m-n$ to'g'ri chiziq ustida yotuvchi nuqtalardagi urinma kuchlanishlarni ham aniqlasa bo'ladi (8.8 -shakl, v).

(8.12) formuladan ko'rinadiki, har bir ko'ndalang kesim uchun Q_y, J_x, b_y lar o'zgarmas son bo'lganligidan, ko'ndalang kesim uzunligi bo'yicha urinma kuchlanish faqat S_x^{aj} ning o'zgarishiga bog'liq bo'lar ekan.

Balkanining istalgan ko'ndalang kesimi yuzasidagi eng chetki nuqtalari uchun ajratilgan qismining statik momenti nolga teng bo'lganligi sababli bu nuqtalardagi urinma kuchlanishlar ham nolga teng bo'ladi.

Endi ayrim ko'ndalang kesim yuzalari uchun urinma kuchlanishning taqsimlanish qonunini ko'rib chiqamiz.

1. To'g'ri to'rtburchak.__ To'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesimning neytral ox o'qidan y masofada yotuvchi ixtiyoriy K nuqta orqali eni $b_y = b$ bo'lgan kesimni OX o'qiga parallel qilib o'tkazamiz.

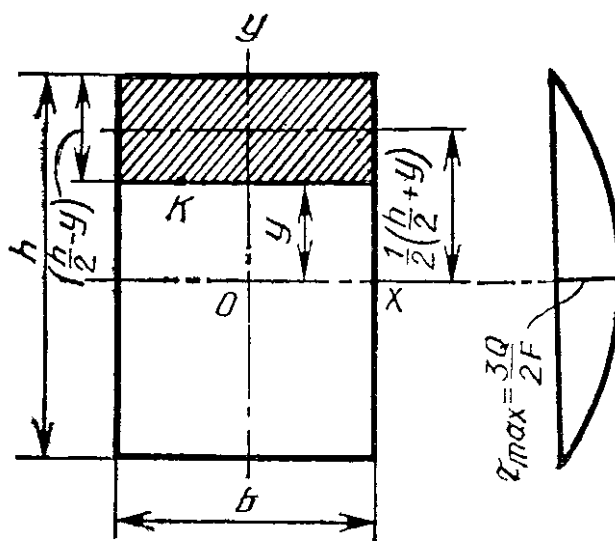
Ajratilgan kesimning statik momentini aniqlaymiz (8.9 -shakl).

$$S_x^{aj} = F_{aj} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) \left(\frac{h}{2} - y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right),$$

bunda $F_{aj} = b \left(\frac{h}{2} - y \right)$.

To'g'ri to'rtburchak kesim uchun $J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$.. bo'lganligidan va yuqoridagilarni (8.12) formulaga qo'yib quyidagini olamiz:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^{aj}}{b_y J_x} = \frac{Q_y \cdot \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{\frac{b \cdot h^3}{12} b} = \frac{6 \cdot Q_y}{b \cdot h^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right). \quad (8.13)$$



8.9 -shakl.

(8.13) formulada o'zgaruvchi miqdor y ikkinchi darajasi bo'lganligi uchun urinma kuchlanish kesim balandligi bo'yicha kvadrat parabola qonuni bo'yicha o'zgaradi. Urinma kuchlanish epyurasini quramiz (8.9 -shakl):

$$\tau_{y=\frac{h}{2}} = 0 ; \tau_{y=0} = \frac{3 \cdot Q_y}{2 \cdot F} ; \tau_{y=-\frac{h}{2}} = 0$$

Ko'ndalang kesimning neytral o'qi ustida yotuvchi nuqtalarda urinma kuchlanish eng katta qiymatga erishib, uning qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$\tau_{max} = \frac{3 \cdot Q_{max}}{2 \cdot F} ; \dots \dots \dots (8.14)$$

2. Qo'shtavr. Urinma kuchlanishlarning qo'shtavr kesimlarning balandligi bo'yicha o'zgarishini ham (8.12) formulaga asoslanib topamiz (8.10 -shakl). Bu kesimning eni qo'shtavr devoridan tokchasiga o'tishida keskin o'zgarganligi sababli asosiy ko'ndalang kuchni devor qabul qiladi, tokchaga oz qismi ta'sir qiladi.

Qo'shtavr devorida neytral o'qdany.....masofada joylashgan biror K nuqtaning urinma kuchlanishini aniqlaymiz:

Bunday holda (8.12) formuladagi $b_y = b$ qo'shtavr devorining qalinligi(δ)... ga teng, K nuqtadan yuqorida qolgan kesimning yuzasi shaklda shtrixlangan bo'lib, tokchaning yuzasini F_1 va devorining yuzasini F_2 bilan belgilab, neytral o'qqa nisbatan ularning statk momentini quyidagicha topamiz:

$$S_x^{aj} = F_1 y_1 + F_2 y_2,$$

bunda: y_1 - ko'ndalang kesimning neytral o'qidan tokcha yuzasining

y_2 -neytral o'qdan devordan ajratilgan yuzaning og'irlik markazigacha bo'lgan masofa.

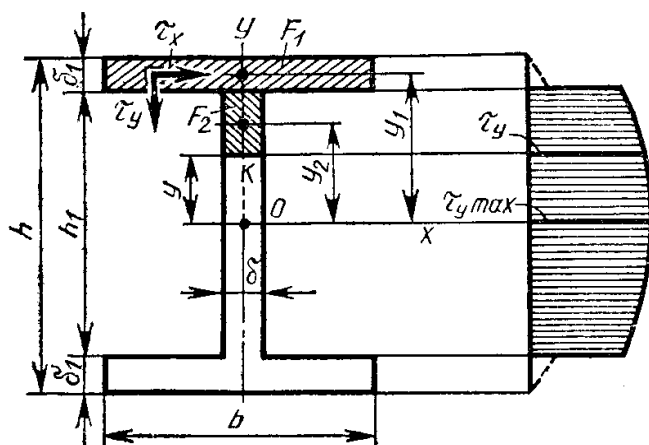
Qo'shtavrning devori uchun urinma kuchlanishlar epyurasi 8.10 -shaklda ko'rsatilgan.

Qo'shtavr tokchasining har bir nuqtasida ... τ_y, τ_x urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi. Ko'ndalang kesimning eni keskin o'zgarishi tufayli .. τ .. epyurasida sakrash bo'ladi, shu sababli . τ_y ni (8.12) formuladan foydalanib aniqlab bo'lmaydi, chunki bu yerda tokcha eni bo'yicha .. τ .. ning tekis taqsimlanishi buziladi. Bu kesimlardagi . τ_y ... lar juda kichik bo'lganligidan ular balkaning mustahkamligiga sezilarli darajada ta'sir qilmaganligi sababli ular hisoblanmaydi.

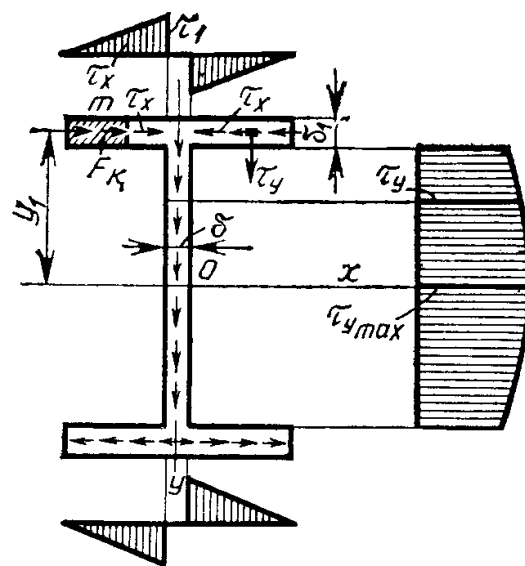
τ_x urinma kuchlanishlarni tokcha qalinligi bo'ylab bir tekis taqsimlangan deb taxmin qilinsa, ularni (8.12) formuladan foydalanib topishda ajratilgan qismining statik momenti quyidagicha bo'ladi:

$$S_x^{aj} = F_{aj} y_1 ,$$

bu yerda, . F_{aj} ... va y_1 lar 8.11-shaklda ko'rsatilgan va unda qo'shtavr kesimning ham devoridagi, ham tokchalaridagi urinma kuchlanishlarning yo'nalishi va epyuralari ko'rsatilgan.



8.10 –shakl.



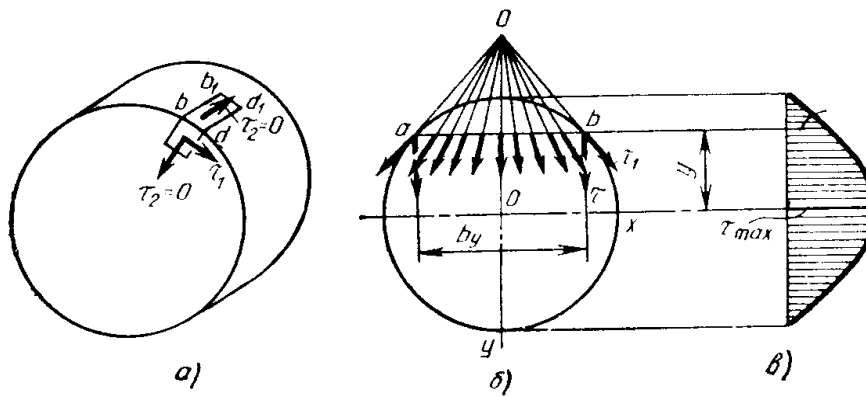
8.11-shakl.

3. Doira. Doiraviy kesim uchun urinma kuchlanishlarni topish masalasi murakkabdir. Masalan, yuqorida qabul qilingan gipotezalardan birinchisi doiraviy kesimga nisbatan uncha to'g'ri bo'lmaydi. Neytral o'qdan y masofada yotuvchi qismining a va v nuqtalaridagi urinma kuchlanishlar Juravskiy formulasini keltirib chiqarishda taxmin qilinganidek, vertikal ravishda yo'nalmagan (8.12-shakl, b). Aniqrog'i, val sirtida joylashgan elementar prizmani tekshiramiz (8.12-shakl, a)

Prizmaning $...bb_1d_1d...$ qirrasiga τ_2 urinma kuchlanishlar ta'sir qilmaydi, chunki bu qirra prizmaning sirtiga chiqqandir. prizmaning sirtiga chiqqandir. Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan ko'ndalang kesim yuzachada ham $...\tau_2...$ urinma kuchlanishlar nolga tengdir. Shu sababdan bu yuzachada ham faqat τ_1 .. urinma kuchlanish ta'sir qiladi. Demak, a va v nuqtalarda urinma kuchlanishlar kesim konturiga urinma bo'lib yo'nalar ekan (8.12-shakl, b);

Doiraviy kesimning av qismidagi barcha urinma kuchlanishlarning yo'nalishi O nuqtada kesishadi va ularning proyeksiyalari shu chiziq bo'ylab tekis taqsimlanadi deb taxmin qilamiz. Urinma kuchlanishlarning vertikal proyeksiyalarini topishda ularning umumiy formulasidan foydalanish mumkin.

Umumiy formulaga doiraviy kesim uchun kiruvchi qolgan barcha qiymatlarni to'g'ri to'rtburchakli kesimdagi kabi hisoblash mumkin



8.12-shakl.

8.12-shakl,v da urinma kuchlanishlarning vertikal proyeksiyalarining epyurasi ko'rsatilgan.

Boshqa ba'zi ko'ndalang kesimlar uchun ham doiraviy kesim to'g'risida aytilganlarning hammasi taalluqlidir. Masalan, urinma kuchlanishlarning vertikal o'qqa nisbatan proyeksiyalarini uchburchak shaklidagi kesimda ham topish kerak bo'ladi.

IV. Tekshirialyotgan balkaning uzunligi bilan ko'ndalang kesim yuzasi balandligi odatdagi $\dots h/\ell \dots$ nisbatda bo'lganda, eng katta normal kuchlanish $\dots \sigma_{max}$. eng katta urinma kuchlanishdan $\dots \tau_{max} \dots$ bir necha marta katta bo'lganligidan, balkaning ko'ndalang kesim o'lchamlari asosan, eng katta eguvchi momentning qiymati bo'yicha quyidagicha hisoblanadi.

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}$$

Kerak bo'lgan hollarda, urinma kuchlanish bo'yicha ham balkaning mustahkamligi tekshiriladi. Mashina va inshoot qismlarida ishlatiladigan balkalar uchun eng katta urinma kuchlanishlar ularning neytral o'qi ustida yotgan nuqtalarida hosil bo'ladi. Bunday kuchlanishlarni hisoblash uchun ko'ndalang kesimning neytral o'qining yuqorisidagi yuzasining neytral o'qqa nisbatan statik momentini $\dots (S_{max})$. hisoblash kerak.

Balkaning materiali urinma kuchlanishga puxta qarshilik ko'rsatishi uchun, uning kesimlarida hosil bo'ladigan eng katta urinma kuchlanish balka materiali uchun ruxsat etilgan urinma kuchlanishdan katta bo'lmasligi lozim:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_{max}}{b_0 J_x} \leq [\tau]$$

bu yerda

b_0 -ko'ndalang kesimning neytral o'q bo'yicha kengligi;

$[\tau]$ -balka matreiali uchun ruxsat etilgan urinma kuchlanish.

Prokat buyumlardan yasalgan balkalar ko'ndalang kesimining qalinligi .. h/ℓ ... nisbatning odatdagi qiymatlari uchun yetarli darajada bo'lib, hamma vaqt. τ_{max} ... tegishli ruxsat etilgan kuchlanishdan kichik bo'lganligi uchun bunday balkalarni urinma kuchlanish bo'yicha tekshirmasa ham bo'ladi.

Mashina va inshoot qismlari uchun ishlatiladigan materiallar urinma kuchlanishga zaif qarshilik ko'rsatadi. Masalan, parchin mix bilan va payvandlash yo'li bilan ulangan baland balkalarning hisobini chiqarishda, ularning devori yupqa bo'lgani uchun yog'ochdan yasalgan balka sinishdan oldin neytral qavat tekisligi bo'yicha yoyiladi. Bunday balkalarni mustahkamlik shartini urinma kuchlanish bo'yicha ham tekshirish zarurdir.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Tekis kesim gipotezasi nima?
2. Neytral qavat nima?
3. Neytral o'q nima?
4. Neytral qavat va neytral qavat balka kesimiga nisbatan qanday joylashgan bo'ladi?
5. Qanday egilishga sof egilish deyiladi?
6. Sof egilishda balkalarning ko'ndalang kesimlaridagi normal kuchlanishlar qanday formuladan topiladi?
7. Normal kuchlanishlar kesim balandligi bo'ylab qanday qonun bilan o'zgaradi?
8. Egilishdagi bikrlik nima?
9. Egilishdagi qarshilik moment nima?
10. Qarshilik momentining o'lchamligi nima?
11. Ko'ndalang egilishda mo'rt materiallarning mustahkamlik shartini yozing?
12. Ko'ndalang egilishda plastik materiallarning mustahkamlik shartini yozing?
13. Egilishda mustahkamlik shartidan foydalanib, qanday uch xil masalani hal qilish mumkin?
14. Qanday egilishga tekis egilish deyiladi?
15. Ko'ndalang egilishdagi urinma kuchlanishlar qanday formula bilan topiladi?
16. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi kesim uchun urinma kuchlanishlar epyurasi qanday ko'rinishda bo'ladi?
17. Qo'shtavr shaklidagi kesim uchun urinma kuchlanishlar epyurasi qanday ko'rinishda bo'ladi?
18. Ko'ndalang egilishdagi bosh kuchlanishlar qanday topiladi?

16-ma'ruza.

8-BOB.

16-mavzu: EGILISHDAGI KUCHLANISHNI ANIQLASH.

REJA:

1. Bosh kuchlanishlar. Balkaning bosh bo'yicha mustahkamlik sharti.
2. Egilishda potensial energiya.
3. Egilish markazi haqida tushuncha.

I. Biz yuqorida, egilishga ishlaydigan balkalarni ko'ndalang kesim

yuzalarida $\sigma = \frac{M_x}{J_x} y$; $\tau = \frac{Q_y S_x^{aj}}{b_y J_x} \dots\dots (a) \dots\dots$ formulalar bilan

topiladigan normal va urinma kuchlanishlar hosil bo'lishini ko'rib chiqqan edik.

(a) formulardagi M_x , $Q_y \dots$ tekshirilayotgan element ajratilgan ko'ndalang kesimdagi eguvchi moment va kesuvchi kuchdir. Ajratilgan elementning fasad tomonida hech qanday kuchlanishlar ta'sir qilmaydi. Shuning uchun biz tekshirayotgan element, shu bilan birga, tekis egilishdagi balka tekis kuchlanish holatida bo'ladi (8.13-shakl). Tekshirayotgan xususiy pol uchun umumiy nazariyani tadbqiq qilamiz: $\sigma_x = \sigma$; $\sigma_y = 0$; $\tau_{yx} = \tau \dots\dots$

Balkaning mustahkamlik shartini tuzish uchun ajratilgan elementning bosh kuchlanishlari bilan bosh yuzalarini topish kerak. Tekis kuchlanish holatida bo'lgan elementlarning bosh kuchlanishlarini va bosh yuzalarini topishning umumiy formulalari 3.13 va 3.14. larga yuqorida hosil bo'lgan qiymatlarini qo'ysak, bosh kuchlanishlar formulasi quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{1}{2} \left[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \right] \quad (8.16)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2 = \frac{1}{2} \left[\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \right]$$

Bosh yuzalarni topish formulasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma} \quad (8.17)$$

Bu formulalardan balkaning bosh yuzalarida hosil bo'ladigan bosh kuchlanishlarni qiymatlari va ularning yo'nalishlari aniqlanadi.

Bitta ko'ndalang kesim yuzasining turli balandligida yotuvchi 1, 2, 3 nuqtalarining kuchlanganlik holatini tekshiramiz; 1-nuqta siqiluvchi

tolada; 2–nuqta neytral qatlamda va 3–nuqta cho'ziluvchi tolalarda yotadi (8.14-shakl.).

$$\tau = 0;$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left[-\sigma + \sqrt{(-\sigma)^2} \right] = 0;$$

1 nuqtada:

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left[-\sigma - \sqrt{(-\sigma)^2} \right] = -\sigma;$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{0}{\sigma} = 0; \alpha_0' = 0; \alpha_0'' = 90^\circ.$$

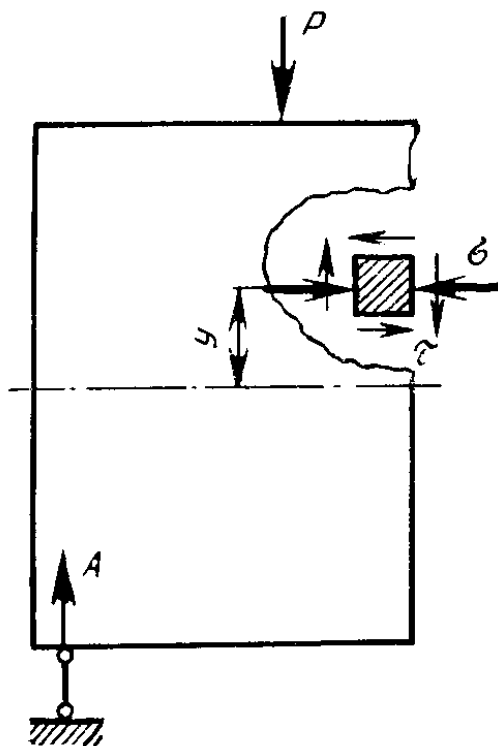
$$\tau = \tau_{\max}; \sigma = 0;$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \sqrt{0 + 4\tau_{\max}^2} = \tau_{\max};$$

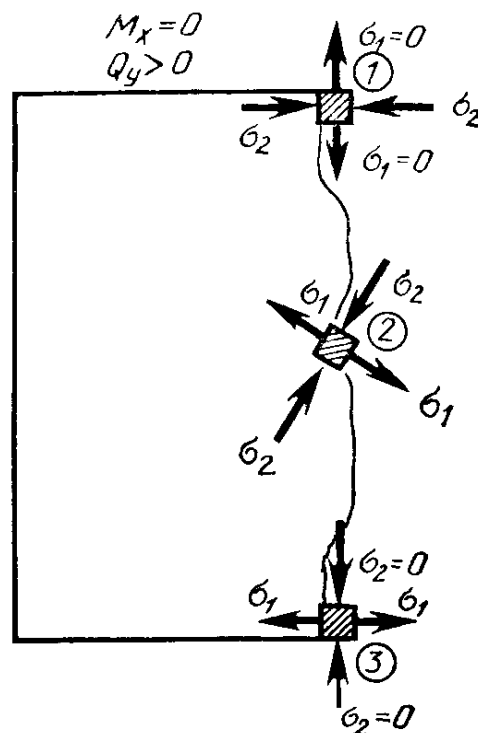
2 nuqtada:

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left[-\sigma - \sqrt{(-\sigma)^2} \right] = -\tau_{\max};$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{\max}}{0} = \infty; \alpha_0' = 45^\circ; \alpha_0'' = 135^\circ.$$



8.13-shakl.



8.14-shakl.

3 nuqtada: $\tau = 0;$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left[\sigma + \sqrt{\sigma^2} \right] = \sigma;$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left[\sigma - \sqrt{\sigma^2} \right] = 0$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{0}{\sigma} = 0; \quad \alpha_0' = 90^\circ; \quad \alpha_0'' = 0.$$

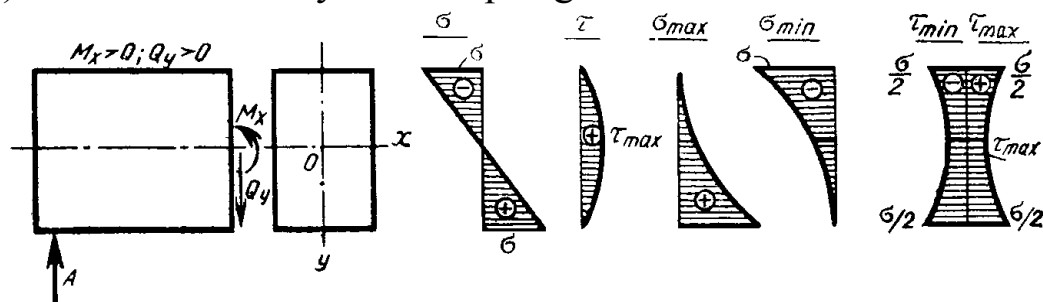
Eng katta urinma kuchlanishlar quyidagiga teng:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (8.18)$$

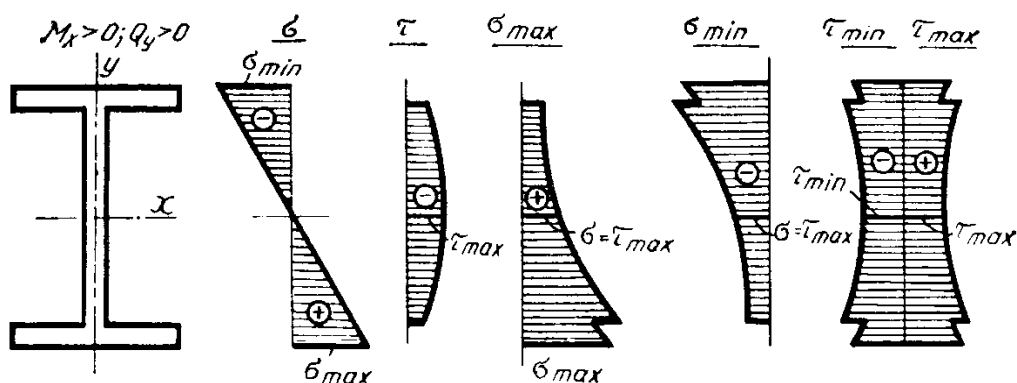
Bu formulalardan ko'rinadiki, bosh kuchlanishlar hamda eng katta va eng kichik urinma kuchlanishlarning qiymatlari ko'ndalang kesimda hosil bo'ladigan normal va urinma kuchlanishlarga bog'liq bo'lib, ularning qiymatlari..... σva τ ...birgalikda katta qiymatlarga erishgan nuqtalarda bo'ladi.

Balka ko'ndalang kesim yuzasini bir necha nuqtalari uchun bosh kuchlanishlarni hisoblab, bosh cho'zuvchi va siquvchi hamda bosh yuzalar bilan 45° burchak hosil qiluvchi yuzalardagi eng katta urinma kuchlanishlar yuzasini qurish mumkin.

To'g'ri to'rtburchak va qo'shtavr kesim yuzali balkalar uchun normal, urinma va bosh kuchlanishlar epyuralarining umumiy ko'rinishi mos ravishda 8.15 va 8.16-shakllarda ko'rsatilgan. Bu epyuralar (8.16) va (8.18) formulalardan foydalanib qurilgan.



8.15-shakl



8.16-shakl.

Bosh kuchlanishlarni tekis kuchlanish holati uchun aniqlaganimizdan keyin, balkaning mustahkamlik shartini mustahkamlik nazariyalaridan foydalanib yozamiz.

I – nazariyaga ko'ra: $\sigma_1 \leq [\sigma]; \quad \frac{1}{2}[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma];$

II – nazariyaga ko'ra: $\sigma_1 - \mu\sigma_2 \leq [\sigma]$; ;

Bunga (8.16) formuladan σ_1 va σ_2 larning qiymatini qo'ysak:

$$\left[\frac{1}{2}\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} - \frac{1}{2}\mu(\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \right] \leq [\sigma],$$

bundan $\frac{1+\mu}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} + \frac{1-\mu}{2}\sigma \leq [\sigma]$.

III – nazariyaga ko'ra: $(\sigma_1 - \sigma_2) \leq [\sigma]$; $[\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma]$;

IV - energetik nazariyaga ko'ra:

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \leq 2[\sigma]^2;$$

bundan .. $\sigma_3 = 0$ ekanligini e'tiborga olib, .. σ_1 .. va .. σ_2 ... ning qiymatini (8.16) dan qo'yib soddalashtirishlardan keyin:

$$\sigma^2 + 3\tau^2 \leq [\sigma]^2 ;$$

II. Elastik deformasiyalar chegarasida jismning hajm birligida normal va urinma kuchlanishlar ta'sirida to'planadigan potensial energiyani quyidagicha aniqlanishini oldingi mavzulardan bilamiz:

$$U = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3 + \tau \cdot \gamma).$$

Bundagi σ_2 va σ_3 normal kuchlanishlar egilishda nolga teng bo'lib, qolgan kuchlanishlar quyidagi formulalardan topiladi:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y ; \quad \tau = \frac{Q_y S_x^{ajc}}{b_y J_x} \quad (a)$$

Deformasiyalanadigan balkaning elementar hajmi .. dV ... dagi potensial energiyani topamiz:

$$dU = \frac{1}{2} dV(\sigma \varepsilon + \tau \cdot \gamma).$$

Agar .. $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$...va.. $\gamma = \frac{\tau}{G}$.. ekanliklarini hisobga olsak, yuqoridagi formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$dU = \frac{1}{2} dV(\sigma^2 / E + \tau^2 / G).$$

(a) ifodadan .. σ .. va .. τ .. larning qiymatlarini bu ifodaga qo'yib, balkani butun hajmi bo'yicha integrallaymiz.

$$U = \frac{1}{2} \int_V \frac{M_x^2}{E J_x^2} y^2 dV + \frac{1}{2} \int_V \frac{Q_y^2 (S_x^{aj})^2}{G b_y^2 J_x^2} dV,$$

bunda .. $dV = dz dF$.. ekanligini hisobga olsak, ikkita o'zgaruvchi bo'lib, hajm bo'yicha integralni qo'sh integral bilan almashtiramiz:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\ell} \int_F \frac{M_x^2}{EJ_x^2} y^2 dz dF + \frac{1}{2} \int_{\ell} \int_F \frac{Q_y^2 (S_x^{aj})^2}{Gb_y^2 J_x^2} dz dF = \frac{1}{2} \int_{\ell} \frac{M_x^2}{EJ_x^2} dz \int_F y^2 dF +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{\ell} \frac{Q_y^2}{GF} dz \int_F \frac{F (S_x^{aj})^2}{b_y^2 J_x^2} dF. \quad (8.19)$$

Bu yerda $J_x = \int_F y^2 dF \dots \dots (v)$

ekanligini e'tiborga olib quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$k = F \int_F \left(\frac{S_x^{aj}}{b_y J_x} \right)^2 dF \dots \quad (8.20)$$

k .- koefitsiyent ko'ndalang kesim yuzasining shakliga bog'liq bo'lib, o'lchovsiz sonidir. Ko'ndalang kesim yuzasi ma'lum bo'lgandagina... k ..koefitsiyentini hisoblab topish mumkin, masalan, to'g'ri to'rtburchak shaklidagi kesim uchun.. $k=1,2$. ga teng bo'ladi.

Endi (8.20) dan ... k ..ning va(v).dan ... J_x ning qiymatlarini (8.19) formulaga qo'yib, potensial energiyani topish formulasi uchun quyidagini topamiz:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\ell} \frac{M_x^2}{EJ_x} dz + \frac{k}{2} \int_{\ell} \frac{Q_y}{GF} dz, \quad (8.21)$$

(8.21) formulaning birinchi hadi egilishdagi potensial energiyani, ikkinchisi esa siljishdagi potensial energiyani ifodalaydi. Bu formulada ... M_x va... Q_y .. larning darajasi kvadrat bo'lganligi uchun potensial energiyani qiymati hamma vaqt ham musbat ishorali bo'ladi.

Yana shuni ham e'tiborga tutish kerakki, (8.21) formulaning birinchi hadidan ikkinchisi ancha kichik bo'lganligi sababli, ikkinchi hadini hisobga olmasdan egilishdagi potensial energiya hisoblanadi.

III. Sof egilish holatidagi balkalar tekshirilganda eguvchi moment bosh egilish tekisliklaridan birida yotsa, egilish ham shu tekislikda sodir bo'lishi aytib o'tilgan edi. Ammo amalda hamma balkalarda shunday egilish sodir bo'lavermaydi. Masalan, bosh tekisligida yotgan kesuvchi kuch ta'sirida birorta ham simmetriya tekisligi bo'lmagan balkada albatta egilish bilan barga buralish ham hosil bo'ladi.

Yupqa devorli profilli balkalar egilganda ularda buralish deformasiyasining ro'y berishi juda ham xavflidir. Balkaning kuch yotgan bosh tekisligini o'z-o'ziga parallel ravishda ko'chirish yo'li bilan egilgan balkalarda hosil bo'ladigan buralish deformasiyasi bartaraf qilinadi.

Egilishda yupqa devorli balkalar ko'ndalang kesim yuzalaridagi urinma kuchlanishlar quyidagi formuladan topilishini yuqorida ko'rgan edik:

$$\tau = \frac{Q_y S_x^{aj}}{b_y J_x}$$

Yuqorida bayon etilgan usuldan foydalanib, 8.11 -shaklda ko'rsatilgan qo'shtavr kesimli yuzadagi urinma kuchlanish epyurasiga o'xshash epyurani shveller kesimli yuza uchun ham chizish mumkin.

Erkin uchiga kesimning og'irlik markazidan o'tuvchi .R.. kuch qo'yilgan qistirib mahkamlangan shvellerni ko'rib chiqamiz.

8.17-shakl, a da ixtiyoriy kesimdagi .. τ ..epyrasining umumiy ko'rinishi ko'rsatilgan.

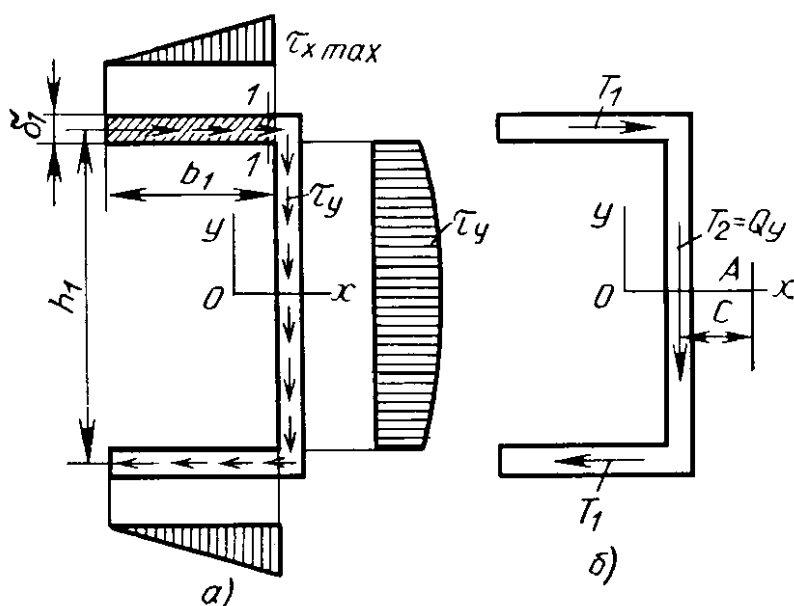
Shvellerning devoridagi . τ_y . urinma kuchlanish ta'sirida yig'indisi . T_2 ga teng siljituvchi kuch hosil bo'ladi. Shvellerlarning tokchalaridagi urinma kuchlanishlarni e'tiborga olmasdan quyidagi taxminiy tenglikni yozamiz: $T_2 = Q_y$.

Shvellerning tokchalarida gorizontaal yo'nalgan . τ_x ... urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi. Bu tokchadagi eng katta urinma kuchlanish quyidagicha bo'ladi:

$$\tau_x^{max} = \frac{Q_y S_1^{aj}}{\delta_1 J_x},$$

bundan . S_1^{aj} - ox o'qiga nisbatan tokcha yuzasining statik momenti:

$$S_1^{aj} = b_1 \delta_1 \frac{h_1}{2}.$$



8.17-shakl

$$\text{Shunday qilib, } \tau_x^{max} = \frac{Q_y b_1 \delta_1 h_1 / 2}{\delta_1 J_x} = \frac{Q_y b_1 h_1}{2 J_x}.$$

Urinma kuchlanishlar epyurasi yuzasini tokcha qalinligiga ko'paytirib undagi natijaviy siljituvchi kuch topiladi:

$$T_1 = \frac{\tau_x^{max} b_1 \delta_1}{2} = \frac{Q_y b_1^2 h_1 \delta_1}{4 J_x}.$$

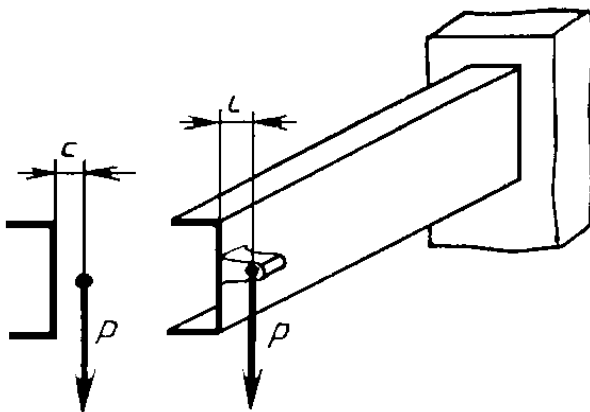
Shvellerning yuqorgi tokchasidagiga o'xshash siljituvchi kuch pastki tokchaga ham ta'sir qiladi, faqat u teskari tomonga yo'nalgan bo'ladi. T_1 ga teng ikkita kuch momenti quyidagiga teng juft kuch hosil qiladi:

$$M_1 = T_1 h_1 = \frac{Q_y b_1^2 h_1^2 \delta_1}{4 J_x}. \quad (8.22)$$

Demak 8.17 -shakl, b da ko'rsatilgandek τ_x va τ_y urinma kuchlanishlar ta'sirida uchta ichki urinma kuchlar hosil bo'lar ekan. T_1 va T_2 kuchlar shveller kesimini og'irlik markazi atrofida soat strelkasi yurishi bo'yicha burishga intiladi va natijada ichki burovchi moment hosil bo'ladi. Bu kuchlar ta'siridan shveller bilan kesim yuzasining og'irlik markazi bo'yicha yo'nalgan kuch ta'siridan egilish bilan birga buraladi ham. Bu urinma kuchlarni bosh vektor va bosh momentga keltiramiz. Bosh momentning qiymati kuchlar qo'yiladigan nuqtaning holatiga bog'liq bo'ladi. Nuqtaga nisbatan bosh moment nolga teng bo'ladigan shunday A nuqtani tanlaymiz. Bunday nuqtaga **egilish markazi** deyiladi.

Bu ifodada (8.22) formuladan M_1 ning qiymatini qo'yib, vertikal devor o'qidan egilish markazigacha bo'lgan masofani topish uchun quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$c = \frac{b_1^2 h_1^2 \delta_1}{4 J_x}.$$



8.18 –shakl

$$\sum M_A = M_1 - Q_y c = 0 \quad ; \quad c = \frac{M_1}{Q_y}.$$

Tashqi kuch kesimning og'rilik markaziga qo'yilmasdan, egilish markaziga qo'yilsa, teskari ishorali og'irlik markaziga nisbatan ichki urinma kuchlarning momentiga teng moment hosil bo'ladi. Shvelleriga shunday kuchlar qo'yilsa, u buralmasdan faqat egilgani uchun bu A nuqtaga egilish markazi deyiladi (8.18 –shakl).

NAZORAT SAVOLLARI.

- 1.Ko'ndalang egilishdagi bosh kuchlanishlar qanday topiladi?
- 2.Balka kesimining chetki va neytral o'qidagi nuqtalarda bosh kuchlanishlar qanday yo'naladi?
- 3.Egilishda potensial energiya qanday formla bilan topiladi?
- 4.Eng katta urinma kuchlanish bo'yicha balkaning mustahkamligi qanday hollarda tekshiriladi?
- 5.Qaysi vaqtlarda balkalarning mustahkamligi bosh kuchlanishlar bo'yicha tekshiriladi?

17-ma'ruza.

9-BOB.

17-mavzu: BALKANING EGILISHDAGI DEFORMASIYALARINI ANIQLASH.

REJA:

- 1.Asosiy tushunchalar.
- 2.Egilgan o'qning differensial tenglamasi.
- 3.Elastik chiziqning differensial tenglamasini integrallash.

Tayanch tushunchalari va iboralari:egilgan o'q. neytral o'q, kesimning salqiligi, kesimning aylanish burchagi, egrilik radiusi.

I Mashina va inshoot qismlari uchun ishlatiladigan balkalarni hisoblashda loyihachilarni ularga qo'yilgan kuchlar ta'sirida ularning ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan kuchlanishlar bilan birga deformasiyalari ham qiziqtiradi. Balka ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan kuchlanishlar bilan birga deformasiyalari ham qiziqtiradi. Balka ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan kuchlanishlar sistemaning mustahkamligini tekshirish imkonini beradi, ammo mustahkamligi yetarli bo'lgan balkalarning bikrligi yetarli bo'lmasligi tufayli undan foydalanish mumkin emasdir. Agar mashina va inshoot qismlari uchun ishlatiladigan balkalar egiluvchan bo'lsa, ulardan foydalanishda qo'shimcha muammolar to'g'irish bilan birga qo'shimcha kuchlanishlarni yuzaga keltiruvchi katta amplitudali tebranishlar hosil bo'lishiga sababchi bo'lishi mumkin.

Balkalarning bikrligini tekshirish uchun uning o'qida yotuvchi turli nuqtalarning deformasiyalarini, ya'ni shu nuqtalarning salqiligi va ko'ndalang kesimlarning aylanish burchagini topishni bilish lozim.

9.1 -shakl, a da ko'rsatilgan balka egilishi natijasida uning o'qi egrilaniib, .z.. masofadagi K nuqta K¹ holatga ko'chadi.

Ixtiyoriy nuqtaning vertikal o'qi bo'yicha ko'chishini .v.. bilan, gorizontal o'qi bo'yicha ko'chishni u bilan belgilaymiz. Balka egilgan o'qining .K¹.. nuqtasidan urinma o'tkazsak, u boshlang'ich holati bilan .φ.. burchak hosil qiladi, ya'ni shu kesim . φ.. burchakka buriladi. Shu uchala (v,..u.. va φ...) qiymat balka ixtiyoriy ko'ndalang kesimining ko'chishini ifodalovchi komponentlardir.

Balka ko'ndalang kesimining eng katta (.v_{max}..) salqiligidan foydalanib uning bikrligi quyidagicha tekshiriladi:

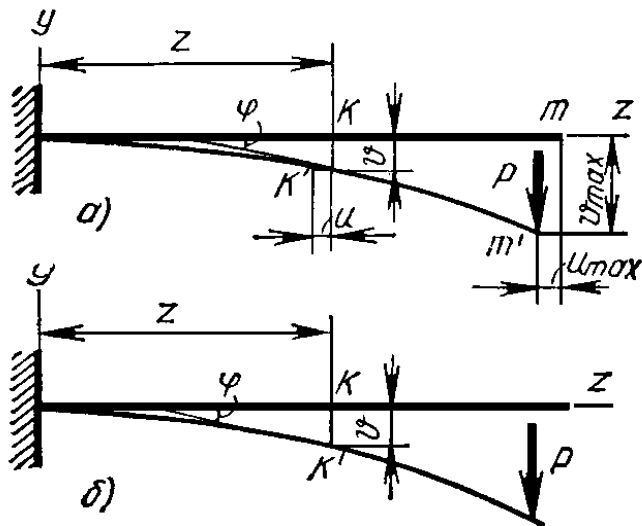
$$v_{max} \leq \frac{\ell}{m} , \quad (9.1)$$

bunda ℓ - balkaning proleti;

m - loyihalash normalarida belgilanadigan son, m=(250-1000)

Mas'uliyatli inshootlar, masalan temir yo'l ko'priklari uchun $m = 1000$ deb olinadi.

Demak, mashina va inshoot qismlari uchun ishlatiladigan balkalarning salqiligi, odatda, uning proletiga nisbatan juda kichik bo'lar ekan, bu esa ayrim soddalashtirishlarni qo'llashga imkon beradi.



9.1 -shakl

Birinchidan, balka ko'ndalang kesimining salqiligi (v) juda kichik bo'lganligi sababli uning egilgan o'qiga o'tkazilgan urinma og'ish (aylanish) burchagini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\varphi \approx \tan \varphi = \frac{dv}{dz} = \theta \quad (9.2)$$

Ikkinchidan, vertikal salqilik (v) ga nisbatan ikkinchi tartibli kichik miqdor bo'lganligi sababli gorizontallik ko'chish u ni e'tiborsiz qoldirish mumkin.

9.1 – shakl, b da balka kesimlarining ko'chishlari ko'rsatilgan bo'lib, har bir nuqta faqat balka o'qiga tik holda ko'chadi deb hisoblanadi.

Balka deformasiyasi to'g'risida to'la tasavvur olish uchun uning egilgan o'qining tenglamasini tuzish lozim:

$$v = v(z) \quad (9.3)$$

Balkaning bikrligi to'g'risida so'z yuritish uchun uning bir necha nuqtalarining salqiligini topib, salqilik epyurasi qurilib, eng kattasini topish kerak bo'ladi. Bundan tashqari, ko'pgina hollarda balka kesimining aylanish burchagini ham aniqlashga to'g'ri keladi.

Yuqorida aytilganlardan ko'rinadiki, balkaning defomasiyasini tekshirish uning egilgan o'qining tenglamasi $v = v(z)$ ni topishga keltiriladi, keyin salqilik tenglamasini differensiallab, kesimning aylanish burchagi topiladi.

II. Egilishda balkaning deformasiyasini aniqlash masalasi uning egilgan o'qining tenglamasi $v = v(z)$.. ni topishga keltirilib, bu tenglamani aniqlash uchun, eguvchi moment (M) bilan elastik chiziq egriligi ($\frac{1}{\rho}$..) orasidagi munosabatdan, ya'ni .

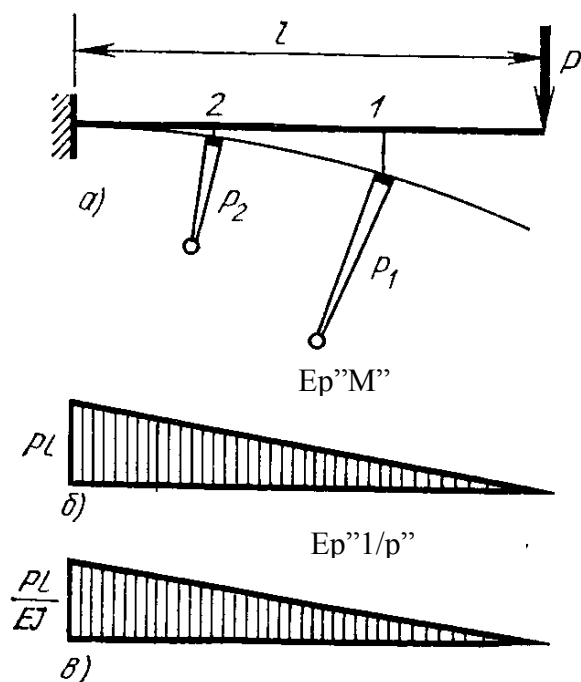
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ} \dots\dots \dots (a)$$

dan foydalanamiz.

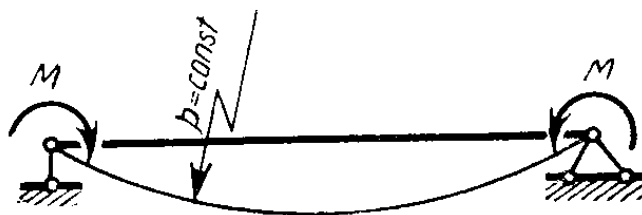
Bu formula balka uzunligi bo'yicha $\frac{M}{EJ}$.. kattalik o'zgargan qonun bo'yicha ... $\frac{1}{\rho} = \pm \frac{v''}{[1 + (v')^2]^{3/2}}$.. egrilik ham o'zgarishini ko'rsatadi. Masalan, o'zgarmas kesimli balka uchun egrilik $\frac{1}{\rho}$..ning epyurasi momentlar epyurasiga o'xshash (9.2-shakl). Sof egilish holatidagi o'zgarmas ko'ndalang kesimli balka uchun uning uzunligi bo'yicha moment o'zgarmas bo'lganligidan, uning egriligi ham o'zgarmas bo'ladi (9.3-shakl).

Demak, egrilik radiusi ham o'zgarmas miqdor bo'lar ekan degan xulosaga kelamiz va sof egilishda balka aylana bo'yicha egiladi.

Ammo salqiliklarni topishda egriliklarning o'zgarish qonunidan foydalanib bo'lmaydi.



9.2-shakl.



9.3-shakl

Bunday masalani matematika analizi kursidagi egrilikni topish ifodasidan foydalanib analitik usulda yechamiz:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{v''}{[1 + (v')^2]^{3/2}}.$$

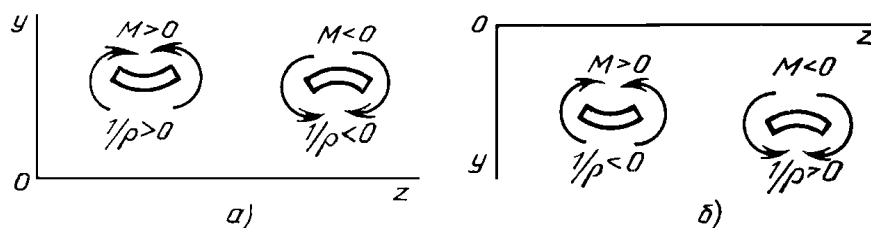
Elastik chiziqqa o'tkazilgan urinmaning absissalar o'qi bilan hosil qilgan θ burchagi juda kichik miqdor bo'ladi, chunki tekshirilayotgan deformasiyalar juda kichik miqdordir. Shuning uchun $(v')^2$ miqdor 2-tartibli kichik miqdor bo'lganligidan, uni birga nisbatan e'tiborsiz qoldirib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{1}{\rho} = \pm v'',$$

Bu ifodaga (a) dan $\frac{1}{\rho}$ ning qiymatini qo'yib, egilgan o'qning taqribiy differensial tenglamasi formulasini hosil qilamiz:

$$v'' = \pm \frac{M}{EJ} \quad (9.4)$$

Bu formulalarning o'ng tomoniga ikki xil ishora qo'ydik, chunki egrilik bilan eguvchi moment ishoralari bir-biriga to'g'ri kelmasligi mumkin. Egrilik radiusi koordinata o'qlari yo'nalishiga bog'liq bo'lib, cho'zilgan tolalarning joylanishiga qarab eguvchi moment ishorasi olingan. Masalan, OU o'qi yuqoriga qarab yo'nalgan bo'lsa, eguvchi moment bilan egrilik ishoralari bir xil bo'ladi, shu sababli (9.4) formulaning o'ng tomonida musbat ishorasini (9.4-shakl, a), aks holda ularning ishorasi har xil bo'lib (9.4-shakl, b) manfiy ishorasini olamiz.



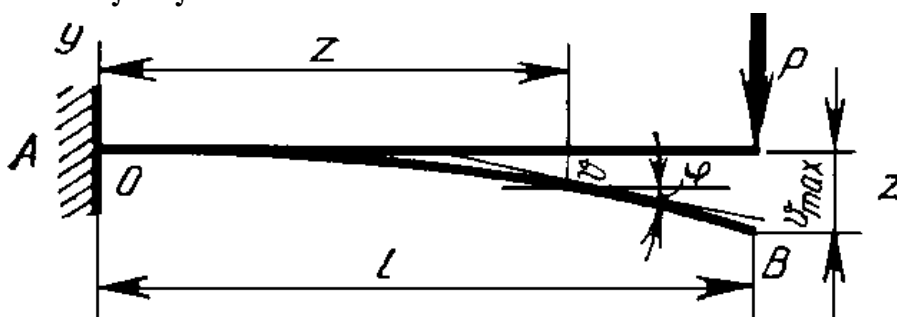
9.4-shakl

III. Balka ko'ndalang kesimining salqilik va aylanish burchaklarining analitik ifodasini keltirib chiqarish uchun (9.4) differensial tenglamani integrallash lozimdir. Uni bir marta integrallab balkaning ixtiyoriy ko'ndalang kesimining aylanish burchagini topish formulasini hosil qilamiz:

$$EJv' = \pm \int M dz + C \quad (9.5)$$

Uni ikkinchi marta integrallab ixtiyoriy kesimning salqiligini aniqlash formulasini olamiz:

$$EJv = \pm \int dz \int M dz + C \cdot z + D \quad (9.6)$$



9.5-shakl

(9.5) va (9.6) ifodalardagi integrallashdan hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmas C va D sonlarini balka uchlarining mahkamlanish usuliga bog'liq bo'lgan chegaraviy shartlaridan foydalanib topamiz.

Eng oddiy ikkita tipdagi statik aniq balkalarni tekshiramiz. Ular bir uchi bilan qistirib mahkamlangan konsol va ikki uchi sharnirlar vositasi bilan biriktirilgan oddiy balkalardir. Bu ikki hol uchun balkaga qo'yilgan kuchlar qanday bo'lishidan qat'iy nazar, C va D larni aniqlashning ikkita shartini olamiz. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan konsol uchun (9.5-shakl) uning chap uchida salqiligi, shuningdek, shu kesimning neytral o'qqa nisbatan aylanish burchagi nolga teng bo'lganligidan integrallashdan hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmas C va D ni aniqlash uchun quyidagi chegaraviy shartlarga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} z = 0 \quad \text{bo'lganda} \quad v' = \theta = 0 ; \\ z = 0 \quad \text{bo'lganda} \quad v = 0 ; \end{aligned} \quad (9.7)$$

Ikki tayanchda yotgan oddiy balka uchun (9.6-shakl) chap va o'ng tayanchlardagi salqiliklar nolga teng bo'lib, quyidagi chegaraviy shartlarga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} z = 0 \quad \text{bo'lganda} \quad v = 0 ; \\ z = l \quad \text{bo'lganda ham} \quad v = 0 ; \end{aligned} \quad (9.8)$$

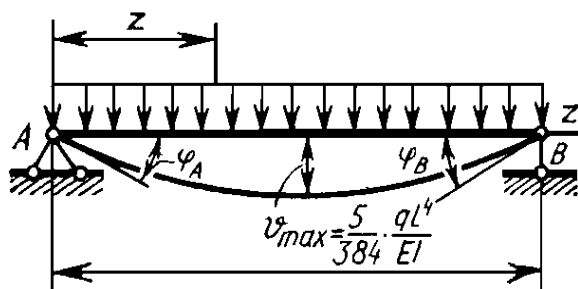
Balka uchlarining mahkamlanish shartlaridan, ya'ni (9.7) yoki (9.8) dan S va D ni aniqlab, ularning qiymatlarini (9.5) va (9.6) ga qo'yib, yechilayotgan masalaning barcha shartlarini qanoatlantiruvchi elastik chiziq tenglamasini olamiz.

Agar balkaga qo'yilgan tashqi kuchlar uni bir necha uchastkaga bo'lsa, u holda balkaning tayanchlarga mahkamlanish sharti integrallashdan hosil bo'ladigan ixtiyoriy o'zgarmas S va D larga o'xshash sonlarni aniqlash uchun yetarli bo'lmaydi. Masalan, 9.7-shakl- da ko'rsatilgan oddiy balka qo'yilgan R kuch ta'sirida ikki uchastkaga bo'linadi va uning salqiligi, kesimning aylanish burchagi tenglamalarini keltirib chiqarish uchun bitta uchastkaga xos ikkita differensial tenglama tuziladi va ularni integrallash natijasida S va D ga o'xshash to'rtta ixtiyoriy o'zgarmas sonlar paydo bo'ladi.

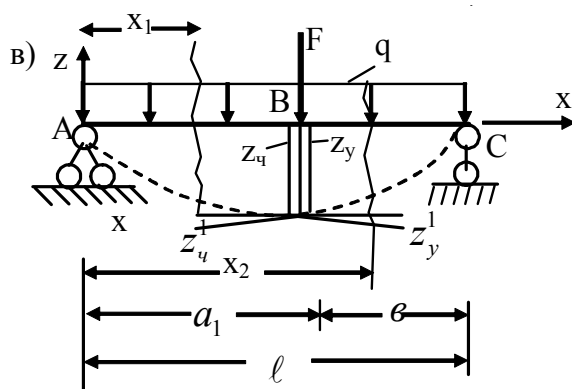
Bularni topish uchun to'rtta chegaraviy shartlar bo'lishi lozim, ikkita shart balkaning mahkamlanish sharti, ya'ni (9.8) dan olinsa, qolgan ikkita shart uchastkalarni ajratuvchi S nuqtadagi elastik chiziqning qo'shilish shartidan olinadi (9.7-shakl).

$$z_1 = z_2 = a \text{ bo'lganda } v'_u = v'_y \quad z_1 = z_2 = a \text{ bo'lganda } v_u = v_y \quad (9.9)$$

Bu chegaraviy shartlari to'rtta ixtiyoriy o'zgarmas sonlar qatnashgan to'rtta algebraik tenglamalar sistemasini beradi va ularni birgalikda yechib, barcha ixtiyoriy o'zgaraslarni aniqlab, har qaysi uchastka uchun tegishli elastik chiziqning tenglamasini hosil qilamiz.



9.6-shakl



9.7-shakl

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Tekis egilgan balkaning ko'ndalang kesimi qanday deformasiyaga uchrashi mumkin?
2. Balkaning egilgan o'qining aniq differensial tenglamasi nima uchun taqribiy differensial tenglama bilan almashtiriladi?
3. Ko'ndalang kesimning salqiligi bilan aylanish burchagi orasida qanday differensial bog'lanish bor?
4. Balkaning egilgan o'qining taqribiy differensial tenglamasidan salqilik va aylanish burchagi qanday topiladi?

18-ma'ruza.

9-BOB.

18-mavzu: BALKANING EGILISHDAGI DEFORMASIYALARINI ANIQLASH.

REJA:

1. Boshlangich parametr usuli (universal formula).
2. Grafoanalitik usulda balkaning deformasiyasini aniqlash.

Tayanch tushunchalari va iboralari: egilgan o'q, neytral o'q, kesimning salqiligi, kesimning aylanish burchagi, egrilik radiusi, grafoanalitik, soxta.

I. Biz yuqoridagi usul bilan ya'ni elastik chiziqlarning differensial tenglamasini bevosita integrallash usuli bilan balkaning deformasiyasini hisobladik. Lekin bu usulning quyidagi kamchiliklari bor:

- a) har bir uchastka uchun eguvchi moment tenglamasini tuzish va (9.4) tenglamani ketma-ket integrallash kerak;
- b) integrallashdan hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmaslarning soniga qarab chegaraviy shartlar tuzish lozim (agar balka n ta uchastkadan iborat bo'lsa, chegaraviy shartlardan foydalanib tuzilgan $2n$ ta tenglamani ixtiyoriy o'zgarmas sonlarga nisbatan yechish kerak).

Bunday masalalarni yechish ishlari matematik nuqtai nazardan qaraganda unchalik qiyin bo'lmasada, ko'p mehnat va vaqt talab qiladi. Shuning uchun elastik chiziqlarning universal tenglamasidan ya'ni yuqoridagi kamchiliklardan holi bo'lgan boshlang'ich parametrlar usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Bu usulni rus olimlaridan A.N.Kрылов, N.P. Пузыревский, P.G.Kulikovskiy, N.K.Snitko, N.I.Bezuxov, A.A.Umanskiy va boshqalar taklif etgandir.

Bu usuldan foydalanish uchun quyidagi qoidalariga rioya qilamiz:

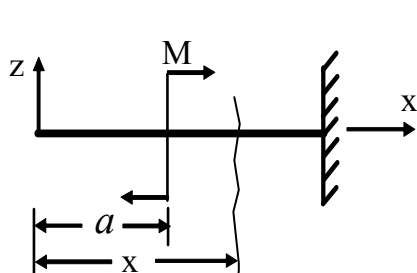
- 1) balkaning barcha uchastkalaridagi ixtiyoriy kesimlarni belgilovchi absissalarni uning chap uchidagi nuqtadan ya'ni koordinata boshidan hisoblash kerak;
- 2) balkaning barcha uchastkalarining eguvchi moment tenglamalarini koordinata boshi bilan tegishli kesim orasida joylashgan tashqi kuchlardan tuzish lozim;
- 3) binomlarni integrallash formulasidan foydalanib $(z-a)^n$.. kabi ko'p hadlarni integrallashda qavslarni ochmasdan integrallash kerak;
- 4) agar balkaga juft kuch (M) qo'yilgan bo'lsa, elastik chiziq differensial tenglamasini tuzishda u qatnashgan hadini $M = M(z-a)^0$.. ko'rinishda ifodalash lozim (9.8-shakl);

5) Agar balkaga qo'yilgan tekis yoyilgan kuch uning oxiri uchiga yetmagan bo'lsa, uni balkaning oxirigacha davom ettirib, balkaning muvozanatini buzmaslik uchun intensivligi $..q..$ ga teng va unga teskari yo'nalishdagi kuch tegishli masofaga qo'yiladi (9.9-shakl).

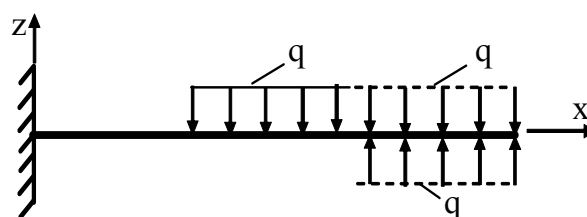
Yuqorida aytilgan shartlarni e'tiborga olib, 9.10-shaklda ko'rsatilgan balkaning chap uchiga koordinata boshini joylashtirib, balka davomidagi beshta uchastka uchun quyidagi differensial tenglamalarni tuzamiz:

$$\begin{aligned}
 EJv_1'' &= 0; & (0 \leq z_1 \leq a); \\
 EJv_2'' &= M(z_2 - a)^0; & (a \leq z_2 \leq b); \\
 EJv_3'' &= M(z_3 - a)^0 - P(z_3 - b); & (b \leq z_3 \leq c); \\
 EJv_4'' &= M(z_4 - a)^0 - P(z_4 - b) - q \frac{(z_4 - c)^2}{2}; & (c \leq z_4 \leq d); \\
 EJv_5'' &= M(z_5 - a)^0 - P(z_5 - b) - q \frac{(z_5 - c)^2}{2} + q \frac{(z_5 - d)^2}{2}; & (d \leq z_5 \leq \ell).
 \end{aligned}$$

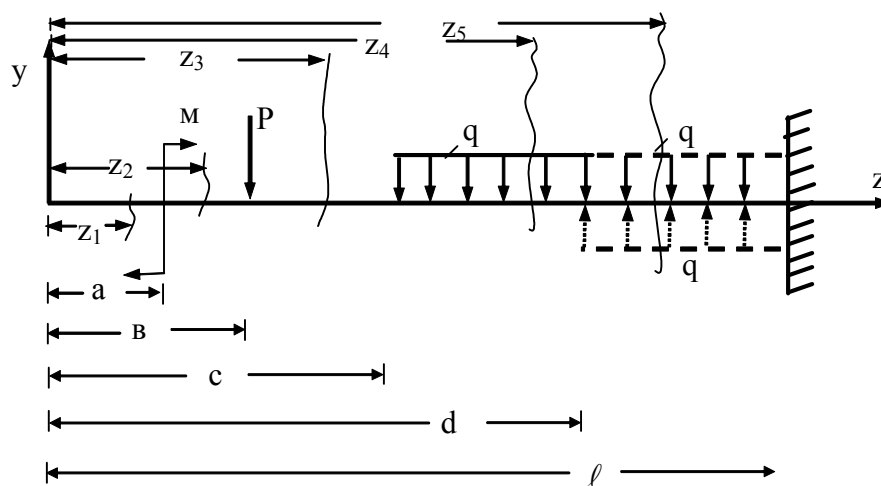
Bu tenglamalarni bir marta integrallab, har qaysi uchastka kesimining aylanish burchagi tenglamalarini hosil qilamiz:



9.8-shakl.



9.9-shakl.



9.13-shakl

$$\begin{aligned}
EJv_1' &= S_1 ; & (0 \leq z_1 \leq a); \\
EJv_2' &= M(z_2 - a) + S_2 ; & (a \leq z_2 \leq b); \\
EJv_3' &= M(z_3 - a) - P(z_3 - b)^2 / 2 + S_3 ; & (b \leq z_3 \leq c); \\
EJv_4' &= M(z_4 - a) - P(z_4 - b)^2 / 2 - q \frac{(z_4 - c)^3}{6} + S_4 ; & (c \leq z_4 \leq d); \\
EJv_5' &= M(z_5 - a) - P(z_5 - b)^2 / 2 - q \frac{(z_5 - c)^3}{6} + q \frac{(z_5 - d)^3}{6} + S_5 ; & (d \leq z_5 \leq \ell).
\end{aligned}$$

Bu tenglamalarni yana bir marta integrallab, har qaysi uchastka kesimining salqilik tenglamalarni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}
EJv_1 &= S_1 z_1 + D_1 ; & (0 \leq z_1 \leq a); \\
EJv_2 &= M(z_2 - a)^2 / 2 + S_2 z_2 + D_2 ; & (a \leq z_2 \leq b); \\
EJv_3 &= M(z_3 - a)^2 / 2 - P(z_3 - b)^3 / 6 + S_3 z_3 + D_3 ; & (b \leq z_3 \leq c); \\
EJv_4 &= M(z_4 - a)^2 / 2 - P(z_4 - b)^3 / 6 - q \frac{(z_4 - c)^4}{24} + S_4 z_4 + D_4 ; & (c \leq z_4 \leq d); \\
EJv_5 &= M(z_5 - a)^2 / 2 - P(z_5 - b)^3 / 6 - q \frac{(z_5 - c)^4}{24} + q \frac{(z_5 - d)^4}{24} + S_5 z_5 + D_5 ; & (d \leq z_5 \leq \ell).
\end{aligned}$$

Bu tenglamalarda hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmas sonlarni topish uchun quyidagi chegaraviy shartlardan foydalanamiz:

$$\begin{aligned}
z_1 = z_2 = a & \quad \text{bo'lganda} \quad v_1' = v_2' ; \quad v_1 = v_2 ; \\
z_2 = z_3 = b & \quad -//- \quad v_2' = v_3' ; \quad v_2 = v_3 ; \\
z_3 = z_4 = c & \quad -//- \quad v_3' = v_4' ; \quad v_3 = v_4 ; \\
z_4 = z_5 = d & \quad -//- \quad v_4' = v_5' ; \quad v_4 = v_5 ;
\end{aligned}$$

Bu chegaraviy shartlarni yuqoridagi tenglamalarga tadbiq etib, quyidagi o'nta ixtiyoriy o'zgarmaslar o'rniga ikkita ixtiyoriy o'zgarmas soniga ega bo'lamiz:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S ; \quad D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D_5 = D.$$

Shunday qilib, o'nta ixtiyoriy o'zgarmas o'rniga ikkitaga keltirildi, ularni S va D deb belgilab, balka uchlarining chegaraviy shartlaridan foydalanib topamiz:

$$\begin{aligned}
z_1 = 0 \dots \dots \text{bo'lganda} \quad v_1' = \theta_0 ; \quad v_1 = v_0 ; \dots \dots \text{bo'lsa,} \\
S = EJ\theta_0 ; \quad D = EJv_0
\end{aligned} \tag{a}$$

bo'ladi.

Bundan ko'rinadiki, S – koordinata boshiga to'g'ri kelgan ko'ndalang kesimning aylanish burchagi balka bikrligi qadar ko'paytirilgan son, D esa shu kesimning salqiligi balka bikrligi qadar ko'paytirilgan miqdordir.

(a) ifodani e'tiborga olib, S va D o'zgaras sonlarning qiymatlarini beshinchi uchastkaning tenglamasiga qo'yib, z ostidagi (5) belgisini tushirib qoldirgan holda barcha kuchlar ishtirok etgan umumiy tenglamani hosil qilamiz:

$$v' = \theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[M(z-a) - P \frac{(z-b)^2}{2} - q \frac{(z-c)^3}{6} + q \frac{(z-d)^3}{6} \right]; \quad (9.10)$$

$$v = v_0 + \theta_0 \cdot z + \frac{1}{EJ} \left[M \frac{(z-a)^2}{2} - P \frac{(z-b)^3}{6} - q \frac{(z-c)^4}{24} + q \frac{(z-d)^4}{24} \right]; \quad (9.11)$$

Agar balkaga ta'sir qilayotgan kuchlar bir necha marta takrorlansa, u holda (9.10) va (9.11) tenglamalarni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$v' = \theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \sum \left[M(z-a) - \sum P \frac{(z-b)^2}{2} - \sum q \frac{(z-c)^3}{6} + \sum q \frac{(z-d)^3}{6} \right]; \quad (9.12)$$

$$v = v_0 + \theta_0 \cdot z + \frac{1}{EJ} \left[\sum M \frac{(z-a)^2}{2} - \sum P \frac{(z-b)^3}{6} - \sum q \frac{(z-c)^4}{24} + \sum q \frac{(z-d)^4}{24} \right]; \quad (9.13)$$

(9.12) va (9.13) formulalarga elastik chiziqning **universal formulalari** deyiladi, bulardan mos ravishda balkaning ixtiyoriy kesimining aylanish burchagi va salqiligini topish mumkin.

Bularda θ_0 – koordinata boshi joylashgan kesimni boshlang'ich aylanish burchagini; v_0 – esa shu kesimning boshlang'ich salqiligini ifodalaydi va boshlang'ich parametrlar deb ataladi.

Bu boshlang'ich parametrlar koordinata boshining joylashishiga qarab quyidagicha aniqlanadi: agar koordinata boshi qistirib mahkamlangan uchida joylashsa, $\theta_0 = v_0 = 0$., agar oddiy balkaning sharnirli tayanchida joylashsa, $\theta_0 \neq 0$; $v_0 = 0$ bo'lib θ_0 ... o'ng tayanchdagi salqilik nolga tenglik shartidan foydalanib topiladi, agar konsolli balkaning erkin uchida joylashgan bo'lsa, $\theta_0 \neq v_0 \neq 0$ bo'ladi. Avval birinchi tayanchda salqilik nolga tenglik shartidan ... θ_0 .. topilib, keyin ikki tayanchda ham salqilik nolga tenglik shartidan v_0 topiladi.

II. Bu usul, ya'ni grafoanalitik usul quyidagi tenglamalar

$$v'' = \frac{M}{EJ} \quad ; \quad \frac{d^2 M}{dz^2} = q \quad \text{ning o'xshashligiga asoslangandir.}$$

Shu sababdan salqiliklarni aniqlash masalasini fiktiv balkaga qo'yilgan fiktiv kuchdan hosil bo'ladigan eguvchi momentni aniqlashga keltirish lozim:

$$q_{\phi} = \frac{M}{EJ}.$$

Fiktiv kuchdan hosil bo'lgan fiktiv eguvchi moment M_ϕ .. ayrim shartlarga amal qilinganda qo'yilgan kuchdan haqiqiy balkada hosil bo'ladigan salqilik (v) .. ga teng bo'ladi.

$$\frac{dv}{dz} = \theta \quad ; \quad \frac{dM_\phi}{dz} = Q_\phi \quad ,$$

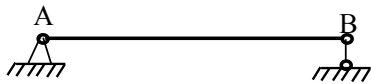
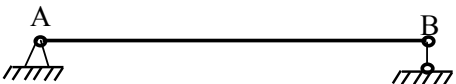
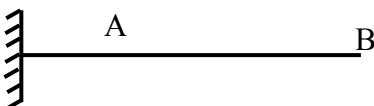
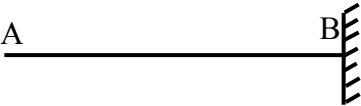
bulardan ko'rinadiki haqiqiy balkaning aylanish burchagi fiktiv balkada hosil bo'ladigan fiktiv kesuvchi kuchga teng bo'lar ekan.

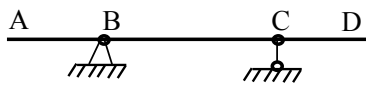
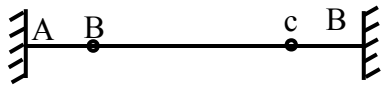
Balkaning barcha kesimlarida quyidagi tenglik $v = M_\phi$; $\theta = Q_\phi$.. bajarilsa, yangi haqiqiy balkaning salqilik va aylanish burchagi epyuralari ordinatalari qiymatlari va ishoralariga ko'ra fiktiv balkaning M_ϕ .. va Q_ϕ .. epyuralariga mos kelishi lozim. Bu talablarni bajarish uchun ikkala balkada chegaraviy shartlarning to'liq o'xshashligiga erishish kerak.

Analitik usulda ixtiyoriy o'zgarmaslarning balka uchlarining chegaraviy shartlaridan va ikkita qo'shish uchastkalarini ajratuvchi kesimdagi deformasiyalarning tengligidan aniqlagan bo'lsak, endi grafoanalitik usulda ixtiyoriy o'zgarmas kuchni aniqlash o'rniga, fiktiv kuchlar bilan yuklangan fiktiv balkalarni moslab tanlash lozim, ya'ni quyidagi shartlar bajarilishi lozim: haqiqiy balkaning biror kesimidagi salqilik $(v=0)$.. va aylanish $(\theta=0)$.. burchagi nolga teng bo'lsa, tegishli fiktiv balkaning ham shu kesimidagi fiktiv eguvchi moment va kesuvchi kuch $(M_\phi=0, Q_\phi=0)$.. nolga teng bo'lishi kerak va aksincha.

9.1-jadvalda haqiqiy balka uchlarining turli tiralish shartlariga fiktiv balka mos uchlarining qonuniy tiralishi to'g'ri kelishi keltirilgan.

9.1-jadval.

T/r	Haqiqiy balka		Fiktiv balka	
	v, θ	Haqiqiy balka tayanchi	Fiktiv balka tayanchlari	M_ϕ, Q_ϕ
1	$v_A = 0$ $\theta_A \neq 0$ $v_B = 0$ $\theta_B \neq 0$			$M_A^\phi = 0$ $Q_A^\phi \neq 0$ $M_B^\phi = 0$ $Q_B^\phi \neq 0$
2	$v_A = 0$ $\theta_A = 0$ $v_B \neq 0$ $\theta_B \neq 0$			$M_A^\phi = 0$ $Q_A^\phi = 0$ $M_B^\phi \neq 0$

				$Q_B^\phi \neq 0$
3	$v_A \neq 0$ $\theta_A \neq 0$ $v_B = 0$ $\theta_B \neq 0$ $v_C = 0$ $\theta_C \neq 0$ $v_D \neq 0$ $\theta_D \neq 0$			$M_A^\phi \neq 0$ $Q_A^\phi \neq 0$ $M_B^\phi = 0$ $Q_B^\phi \neq 0$ $M_C^\phi = 0$ $Q_C^\phi \neq 0$ $M_D^\phi \neq 0$ $Q_D^\phi \neq 0$

Bu jadvaldan ko'rinadiki, ikki tayanchda yotuvchi oddiy balkaga ikki tayancha yotgan oddiy fiktiv balka to'g'ri kelib, haqiqiy balka uchun $v_A = v_B = 0$, fiktiv balka uchun esa $M_A^\phi = M_B^\phi = 0$. bo'lar ekan.

Bir uchi bilan mahkamlangan konsol balka uchun shu kesimi erkin bo'lib, erkin uchi qistirib mahkamlangan fiktiv balka to'g'ri kelib, haqiqiy balkaning qistirib mahkamlangan kesimi uchun $v_A = \theta_A = 0$. , fiktiv balkada esa. $M_A^\phi = \theta_A^\phi = 0$. bo'ladi.

NAZORAT SAVOLLARI.

1.Universal tenglamalardagi boshlang'ich salqilik va aylanish burchaklari qanday shartlardan topiladi?

2.Differensial tenglamani integrallashtirishdan hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarishlar qanday topiladi?

3.Balkalar uchun asosan necha xil chegara shartlari bor?

4.Universal formulani chiqarishda qanday maxsus yo'llardan foydalaniladi?

5.Grafoanalitik usul nima?

6. Grafoanalitik usul bilan salqilik formulasi qanday yoziladi?

7.Grafoanalitik usul bilan kesimning aylanish burchagi formulasi qanday yoziladi?

8.Soxta balka deb qanday balkaga aytiladi?

9.Soxta yuk deb qanday yukka aytiladi?

10.Soxta balkalarda soxta eguvchi moment bilan soxta kesuvchi kuch qanday topiladi?

19-ma'ruza.

10-BOB.

19-mavzu: STATIK ANIQMAS BALKALARNI HISOBLASH.

REJA:

1. Umumiy tushunchalar.
2. Deformasiyani solishtirish usuli.
3. Statik aniqmas balkaning deformasiyasini egilgan o'qning differensial tenglamasini integrallash usulida aniqlash.
4. Statik aniqmas balkaning deformasiyasini boshlang'ich parametr usuli bilan aniqlash.
5. Teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalar.

Tayanch tushunchalari va iboralari: statik aniqmas, deformasiyani solishtirish, differensial tenglamasini integrallash, boshlang'ich parametr usuli, teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalar.

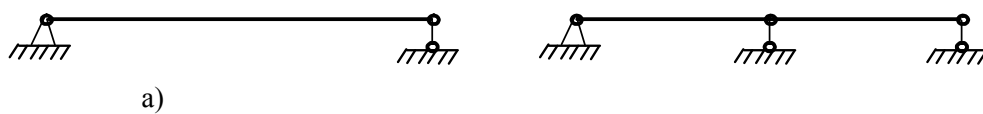
I. Mashina va inshoot qismlari uchun ishlatiladigan balkalarning muvozanatini ta'minlovchi tayanch reaksiyalarini aniqlovchi parametrlarining soni, shu balka uchun lozim bo'lgan statikaning muvozanat tenglamalari sonidan ko'p bo'lsa, bunday balkalarga **statik aniqmas balkalar** deyiladi.

Amalda shunday hollar ko'p uchraydiki, balkadan unumliroq foydalanish maqsadida ularning bikrligini oshirib, egilishga moyilligini kamaytirish uchun oralig'iga qo'shimcha tayanch qo'yish kerak bo'ladi. Masalan, oddiy ikki tayanchda yotuvchi balkaning (10.1-shakl, a) salqiligini kamaytirish maqsadida uning o'rtasiga bitta qo'shimcha tayanch qo'ysak, balkaning salqiligi kamayib, bikrligi oshishi qo'shimcha reaksiya hosil bo'lishi hisobiga statik aniqmas balkaga aylanadi (10.1-shakl, b). Yoki 10.2-shakl, a da ko'rsatilgan konsolning erkin uchiga bitta qo'shimcha sharnirli tayanch qo'yilsa yoki qistirib mahkamlangan tayanch qo'yilsa balkaning egilishga moyilligi kamayib, bikrligi oshib, statik aniqmas balka bo'lib qoladi (10.2-shakl, b,v).

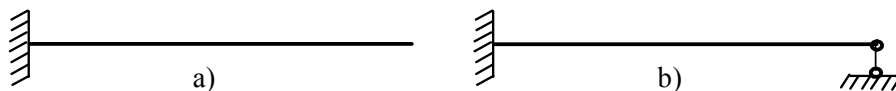
10.3-shakl, a da ko'rsatilgan oddiy balkaning ikki sharnirli tayanchini qistirib mahkamlangan tayanch bilan almashtirish natijasida uning salqiligi besh marta kamayib, bikrligi shungacha ko'paydi (10.3-shakl, b).

Statik aniqmas balkalarning tayanch reaksiyalarini topish uchun, statikaning muvozanat tenglamalariga qo'shimcha tengliklamlar tuzish lozimdir. Bu qo'shimcha tenglamalar balkaning deformasiya shartlaridan foydalanib tuziladi. Qo'shimcha tenglamalar soni bilan balkaning statik aniqmaslik darajasi belgilanadi; balkalarning statik aniqmaslik darajasi s . quyidagicha aniqlanadi: $S = n - 3$,

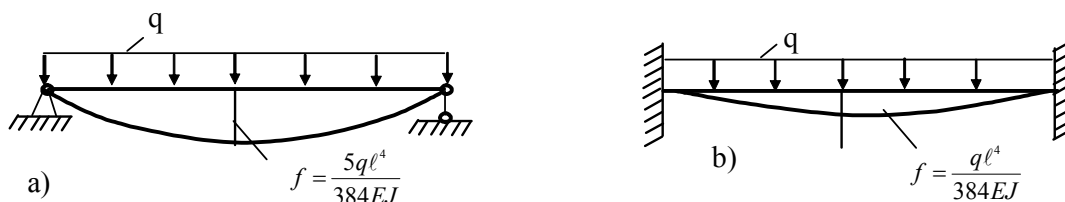
bunda - tayanchlarda hosil bo'ladigan tayanch reaksiyalari soni.
 Statik aniqmas balkalarni yechishning bir necha usullari mavjuddir.



10.1 -shakl



10.2-shakl



11.3-shakl

II. Bu usulda statik aniqmas balkalarni yechishni osonlashtirish yoki murakkablashtirish asosiy sistemani tanlashga bog'liqdir.

10.4-shakl, a, da ko'rsatilgan balkaning tayanch reaksiyalarini deformasiyasini solishtirish usulida topamiz.

Avvalo balkaning statik aniqmaslik darajasi aniqlanadi:

$$S - n - 3 = 4 - 3 = 1$$

Demak, balka bir marta statik aniqmas ekan.

Balka uchun lozim bo'lgan statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum M_A = 0; M_B - R_B \ell + q \ell \frac{\ell}{2} = 0;$$

$$\sum M_B = 0; M_B + R_A \ell - q \ell \frac{\ell}{2} = 0.$$

Bu tenglamalardan ham ko'rinadiki, balka bir marta statik aniqmas ekan.

Berilgan balkani o'ng tayanchdan ozod qilib, hozircha uning vazifasini bajaruvchi noma'lum bo'lgan R_A reaksiya kuchi bilan almashtiramiz (10.4-shakl, b).

Statik aniqmas balkadan hosil bo'lgan, statik aniq sistemaga **asosiy sistema** deyiladi.

Asosiy sistema bu xilda tanlanganda, deformasiya tenglamasi asosiy sistemaning A nuqtasidagi va noma'lum R_A kuchidan hosil bo'ladigan vertikal ko'chishlar yig'indisining nolga teng bo'lishini ifodalash kerak;

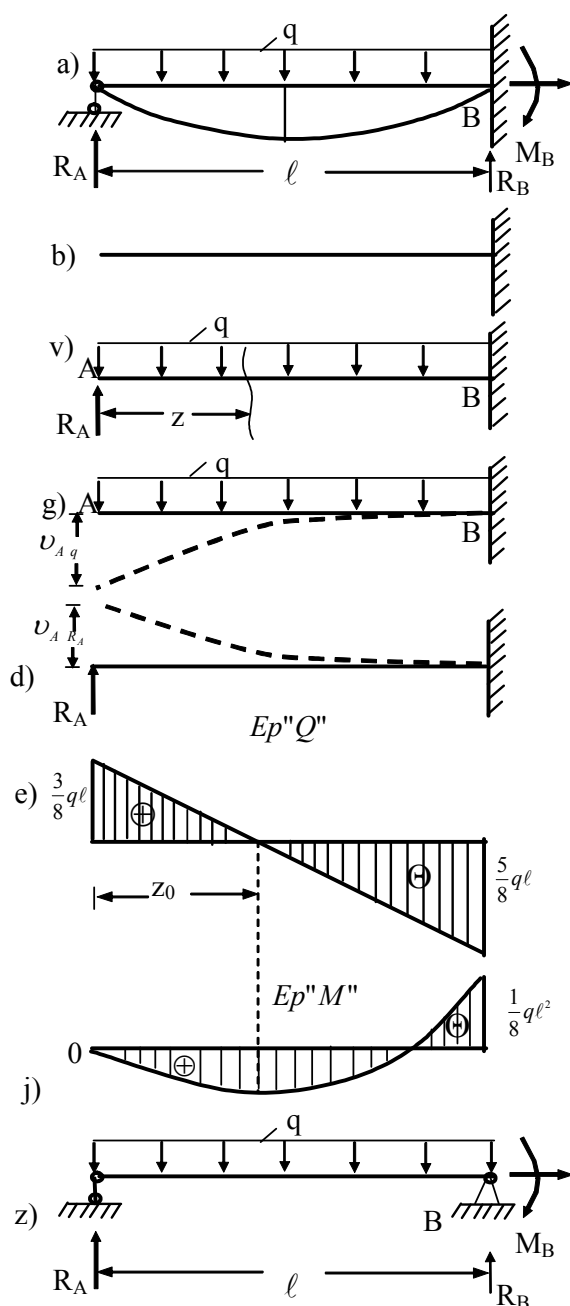
Shundagina berilgan va asosiy sistemalarni ekvivalentligi ta'minlangan bo'ladi. Shunday qilib yuqoridagilarga asosan: $v_{A,q} + v_{A,RA} = 0$.

Bunga 10.1-jadvaldan foydalanib, $v_{A,q} \dots$ va $v_{A,RA} \dots$ larning qiymatlarini qo'yamiz:

$$-\frac{q\ell^4}{8EJ} + \frac{R_A \cdot \ell^3}{3ELJ} = 0.$$

Bu ifodadan $R_A = \frac{3}{5}q\ell$ ni topib, uning qiymatini (b) ga qo'yib, $M_B = \frac{q\ell^2}{8}$ ni topamiz va uni (a) ga qo'yib, $R_B = \frac{5}{8}q\ell$ ni topamiz.

Eguvchi moment va kesuvchi kuch epyuralari esa xuddi statik aniq balkadagi kabi quriladi (10.4-shakl, ye,j).



10.14-shakl

Asosiy sistemani 10.4-shakl, z dagidek tanlaganda, qistirib mahkamlangan tayanchni, qo'zg'almas sharnirli tayanch bilan almashtirib, noma'lum sifatida tayanch momenti (M_B) ... ni olib, qo'shimcha aloqa uchun tayanch momentini olamiz. Deformasiya tenglamasi, B.... kesimida q ... kuch va tayanch momenti (M_B) .. dan hosil bo'ladigan aylanish burchaklarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni:

$$\theta_{B,q} + \theta_{B,M_B} = 0$$

Bu ifodaga $\theta_{B,q}$.. va θ_{B,M_B} .. larning qiymatlarini 10.1-jadvaldan foydalanib qo'yib quyidagini yozamiz:

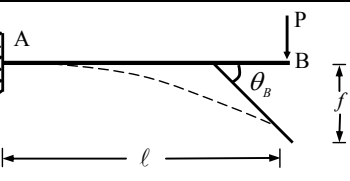
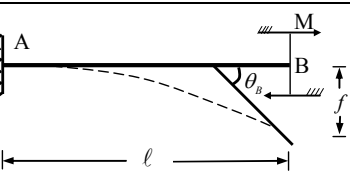
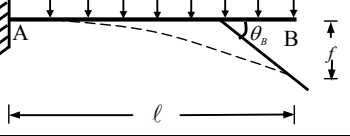
$$\frac{M_B \ell}{3EJ} - \frac{q \ell^3}{24EJ} = 0$$

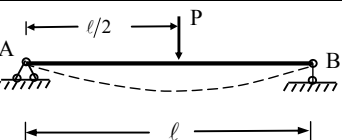
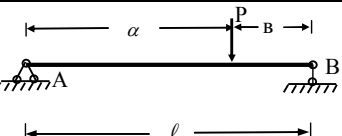
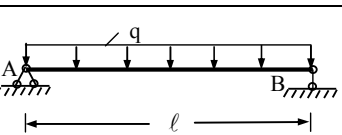
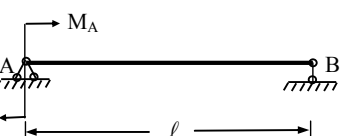
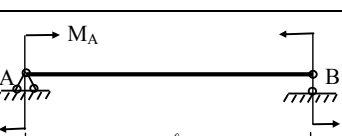
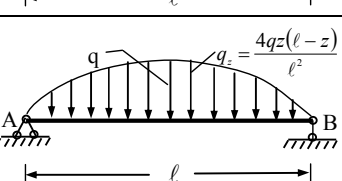
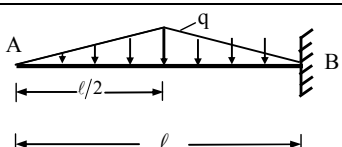
Bu ifodadan $M_B = \frac{q \ell^2}{8}$... ni topib, (a) va (b) ga qo'yib, $R_B = \frac{5}{8} q \ell$ va $R_A = \frac{3}{5} q \ell$ larni topamiz. Kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarini statik aniq balkalardagidek qurishimiz mumkin (10.4-shakl, ye, j).

Statik aniqmas balkalarni yechishda asosiy sistemaning qanday tanlanishi hisob natijasiga ta'sir qilmaydi, kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarining qiymatlari o'zgarmay qolaveradi.

10.1-jadvalda turli xil ko'rinishda yuklangan oddiy balkalarning o'ziga xos kesimlaridagi aylanish burchagi va salqiliklarini aniqlash formulalari keltirilgan.

10.1-jadval.

T/r	Balka va yuk turi	θ_A	θ_B	$v_{\max} = f$
1		0	$-\frac{P \ell^2}{2EJ}$	$-\frac{P \ell^3}{3EJ}$
2		0	$-\frac{M \ell}{EJ}$	$-\frac{M \ell^2}{2EJ}$
3		0	$-\frac{q \ell^3}{6EJ}$	$-\frac{q \ell^4}{8EJ}$

4.		$-\frac{P\ell^2}{16EJ}$	$-\frac{P\ell^2}{16EJ}$	$-\frac{P\ell^3}{48EJ}$
5.		$-\frac{Pab(\ell + b)}{6EJ\ell}$	$-\frac{Pab(\ell + a)}{6EJ\ell}$	$-\frac{Pa^2b^2}{3EJ\ell}$
6.		$-\frac{q\ell^3}{24EJ}$	$-\frac{q\ell^3}{24EJ}$	$-\frac{5q\ell^4}{384EJ}$
7.		$-\frac{M_A\ell}{3EJ}$	$-\frac{M_A\ell}{6EJ}$	$z = \ell/2$ ga $-\frac{M_A\ell}{16EJ}$
8.		$-\frac{M_A\ell}{3EJ} - \frac{M_B\ell}{6EJ}$	$\frac{M_A\ell}{6EJ} + \frac{M_B\ell}{3EJ}$	$-\frac{M_A\ell + M_B\ell}{16EJ}\ell^2$
9.		$-\frac{q\ell^3}{30EJ}$	$-\frac{q\ell^3}{30EJ}$	$-\frac{61q\ell^4}{6760EJ}$
10.		$-\frac{5q\ell^3}{192EJ}$	$-\frac{5q\ell^3}{192EJ}$	$-\frac{q\ell^4}{120EJ}$

III. Statik aniqmas balkalar uchun tuzilgan egilgan o'qning differensial tenglamalari tashqi kuchlar bilan birga tegishli tayanch reaksiyalarini ham o'z ichiga oladi. Har qaysi uchastka uchun tuzilgan bunday tenglamalarning integraliga noma'lum reaksiya kuchlari bilan birga, ikkitadan ixtiyoriy o'zgarmaslar kiradi.

Egilgan o'q differensial tenglamalarini integrallashda hosil bo'ladigan ixtiyoriy o'zgarmaslarni aniqlash uchun tuzilgan shartlar bilan qo'shimcha chegara shartlaridan kelib chiqadigan tenglamalarni statikaning muvozanat tenglamalari bilan birgalikda yechilib, barcha ixtiyoriy o'zgarmaslar va tayanch reaksiyalari topiladi.

Bu usulni qo'llab, quyidagi masalani yechamiz.

10.4-shaklda ko'rsatilgan statik aniqmas balkaning tayanch reaksiyalari va tayanch momenti egilgan o'qning differensial tenglamasini integrallash usulidan foydalanib aniqlansin.

Balkaning chap tayanchdan $..z..$ masofada biror kesim olib, $..u..$ uchun eguvchi moment tenglamasini tuzamiz: $M(z) = R_A z - q \frac{z^2}{2}$

Balka uchun egilgan o'qining differensial tenglamasini tuzamiz:

$$EJv'' = M(z) = R_A z - q \frac{z^2}{2}.$$

Bu ifodani ikki marta integrallaymiz:

$$EJv' = M(z) = R_A \frac{z^2}{2} - q \frac{z^3}{6} + C.$$

$$EJv = M(z) = R_A \frac{z^3}{6} - q \frac{z^4}{24} + C \cdot z + D$$

Bu ifodalardagi integrallashda hosil bo'lgan $..C... va D... ixtiyoriy o'zgarmaslarni va ..R_A... tayanch reaksiyasini quyidagi shartlardan topamiz:$

$$z = 0 bo'lganda, v = 0$$

$$z = \ell bo'lganda, v' = 0$$

$$z = \ell .. bo'lganda v = 0$$

Bu chegaraviy shartlarning birinchisidan $..D=0.. bo'lishini ko'rish qiyin emas, qolgan ikkalasidan foydalanib, yuqoridagi ifodalarni quyidagicha yozish mumkin:$

$$R_A \frac{\ell^2}{2} - q \frac{\ell^3}{6} + C = 0; \quad R_A \frac{\ell^3}{6} - q \frac{\ell^4}{24} + C \cdot \ell = 0.$$

Bularning ikkinchisini $..\ell.. ga qistirib, hosil bo'lgan natijani birinchisidan hadlab ayiramiz:$

$$R_A \frac{\ell^2}{2} - q \frac{\ell^3}{6} - R_A \frac{\ell^3}{6} + q \frac{\ell^4}{24} = 0.$$

$$\text{Bundan } ..R_A... ni topamiz: R_A = \frac{q(\frac{\ell^3}{6} - \frac{\ell^3}{24})}{\frac{\ell^2}{2} - \frac{\ell^2}{6}} = \frac{3}{8} q \ell.$$

R_A . ning qiymatini yuqoridagi ifodalarning birinchisiga qo'yib $..C.. ni topamiz:$

$$\frac{3}{8} q \ell \frac{\ell^2}{2} - q \frac{\ell^3}{6} + C = 0 ; C = -\frac{q \ell^3}{48} \quad \text{bo'ladi.}$$

Tayanch reaksiyasi $..R_A... va R_B$ tayanch momenti $..M_B... larni (a) va (b) tenglamalardan, ya'ni muvozanat tenglamalaridan foydalanib, oldingi paragrafdagidek aniqlaymiz, ularning qiymati ham oldingiday qiymatlarga teng bo'ladi$

$$(R_A = \frac{3}{8} q \ell; R_B = \frac{5}{8} q \ell; M_B = \frac{q \ell^2}{8}).$$

IV. Statik aniqmas balkalarga qo'yilgan kuchlar ularni bir necha uchastkaga ajratgan hollarda ham ixtiyoriy o'zgarmaslarning soni ikkitadan oshmaydi, ammo ularni topish ayrim hollarda anchagina qiyinchiliklarga olib keladi. Masalan, tashqi kuchlar balkani beshta uchastkaga ajratsa, ixtiyoriy o'zgarmaslar o'nta bo'lib, ularni topish uchun o'nta tenglamani birgalikda yechishga to'g'ri keladi, bu esa ancha mehnat talab qiladi. Bunday hollarda masalani boshlang'ich parametr usulidan foydalanib yechish birmuncha qulaydir. Agar balkaning bir uchi qistirib mahkamlangan tayanchli bo'lsa, u holda boshlang'ich parametr usuli juda qo'l keladi.

10.5-shakl, a da ko'rsatilgan balkaning tayanch reaksiyalari tayanch momentini boshlang'ich parametr usulidan foydalanib aniqlaymiz.

Shu balka uchun lozim bo'lgan statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz: $\sum M_A - M + q\ell^2 - R_C\ell + P\frac{\ell}{2} - M_A = 0$;

$$\sum M_C = -M - P\frac{\ell}{2} + R_A\ell - M_A = 0.$$

Bulardan quyidagilarni yozamiz:

$$R_C\ell + M_A - \frac{1}{2}q\ell^2 = 0 \quad (a) \quad R_A\ell - M_A - \frac{3}{2}q\ell^2 = 0 \quad (b)$$

Bu ikki tenglamalarda uchta (R_A, R_C, M_A .) noma'lumlar bo'lganligi uchun masala bir marta statik aniqmas ekan.

Koordinata boshini A tayanchga joylashtirib balka egilgan o'qining universal tenglamasini tuzamiz:

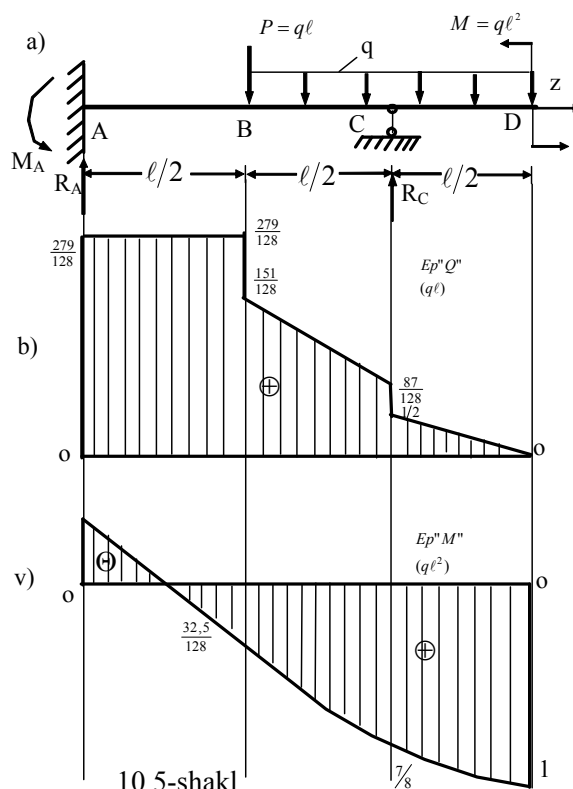
$$v(z) = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{z^3}{6} - M_A \frac{z^2}{2} - q \frac{(z - \frac{\ell}{2})^4}{24} - P \frac{(z - \ell/2)^3}{6} + R_C \frac{(z - \ell)^3}{6} \right]$$

Bu tenglamada v_0 . va θ_0 . lar mos ravishda koordinata boshining boshlang'ich salqilik va aylanish burchagini ifodalaydi va ularning $v_0 = \theta_0 = 0$.. bo'lishini hisobga olib va S tayanchda salqilik nolga tenglik shartidan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz: $R_A\ell - 3M_A - \frac{9}{64}q\ell^2 = 0$.

Hosil bo'lgan (a), (b) va (v) tenglamalarni birgalikda yechib, barcha noma'lumlarni topamiz:

$$R_A = \frac{279}{128}q\ell \quad ; \quad R_B = -\frac{23}{128}q\ell \quad ; \quad M_A = \frac{87}{128}q\ell^2.$$

Eguvchi moment va kesuvchi kuch epyuralarini statik aniq balkalardagidek qurish mumkin (10.5-shakl, b,v).



10.5-shakl

V. Biz yuqorida, prizmatik sterjenlardan tayyorlangan yoki ko'ndalang kesimi o'zgarmaydigan balkalarning ko'ndalang kesim o'lchamlarini tanlashda eng katta eguvchi moment ta'sir qilayotgan ya'ni xavfli kesimning mustahkamlik shartlarini bajarilishidan foydalangan edik. Ammo balkaning boshqa ko'ndalang kesimlari ortiqcha zapas bilan ishlaganligi uchun ularning o'lchamlarini ham eng katta eguvchi momentlarga muvofiq ravishda olish lozim. Boshqacha qilib aytganda, balkaning boshqa ko'ndalang kesimlaridagi kuchlanishlar esa uning materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanishdan kichikdir. Shunday qilib, ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan balkalarning egilishida (sof egilishdan boshqa hollarda) uning xavfli kesimidan tashqari barcha kesimlaridagi kuchlanishlar ruxsat etilgan kuchlanishdan kichik bo'ladi ya'ni balkaga ortiqcha material sarflanadi.

Balkaning barcha ko'ndalang kesimlarida hosil bo'ladigan eng katta normal kuchlanish, uning materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanishga teng bo'lsa, bunday balkalarga teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalar deyiladi. Teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalar tejamli va yengil bo'ladi.

Teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalarning barcha kesimlari quyidagi shartlarni qanoatlantirishi lozim:

$$\frac{M(z)}{W(z)} = \frac{M_{max}}{W_0} = [\sigma] = const \quad ; \quad \frac{W(z)}{W_0} = \frac{M(z)}{M_{max}} \quad (10.4)$$

Bundan ko'rinadiki, eguvchi moment balka ko'ndalang kesimi bo'yicha qanday qonun bilan o'zgarsa, qarshilik momenti ham xuddi shunday qonun bilan o'zgarishi lozim, ya'ni kesimlarning qarshilik momentlari tegishli eguvchi momentlarga proporsionaldir.

Egilishga teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalarni hisoblashni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz.

10.9-shakl, a da ko'rsatilgan ya'ni ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli teng qarshilik ko'rsatuvchi balka bir uchi bilan qistirib mahkamlangan va erkin uchiga R kuch qo'yilgan:

a) ko'ndalang kesimi balandligi o'zgarmas bo'lsa, eni qanday qonun bilan o'zgaradi (10.9-shakl, b);

b) ko'ndalang kesimi eni o'zgarmas bo'lsa, balandligi qanday o'zgaradi (10.8-shakl, v).

a) Balka ko'ndalang kesimining balandligi h .. bilan o'zgaruvchan enini esa x bilan balkaning mahkamlangan kesimi enini b_0 .. bilan belgilaymiz. (10.4)-formulaga asosan: $\frac{W(z)}{W_0} = \frac{M(z)}{M} = \frac{P \cdot z}{P \cdot \ell} = \frac{z}{\ell}$.

Bu ifodani solishtirib, ikkinchi tomondan quyidagini olamiz:

$$\frac{W(z)}{W_0} = \frac{x \cdot h^2}{6} \cdot \frac{6}{b_0 h^2} = \frac{x}{b_0} \quad ; \quad \frac{z}{\ell} = \frac{x}{b_0} \quad ; \quad x = \frac{b_0}{\ell} z \quad , \quad (10.5)$$

(10.5) ifodadan ko'rinadiki balkaning eni to'g'ri chiziqli qonuni bilan o'zgarar ekan (10.9-shakl, b).

b) Balkaning kesimi eni o'zgarmas bo'lsin. z .. masofadagi kesimning eguvchi momenti va qarshilik momenti quyidagicha bo'ladi:

$$M(z) = -P \cdot z \quad ; \quad W_z = \frac{b \cdot y^2}{6} \quad ,$$

bu yerda: y – balka ko'ndalang kesimining o'zgaruvchi balandiligi;

b – balka ko'ndalang kesimining o'zgarmas eni.

Balkaning qistirib mahkamlangan ko'ndalang kesimidagi eguvchi moment $M = -P \cdot \ell$ bo'lib, uning absolyut qiymati olinadi va shu kesimdagi qarshilik momenti $W_0 = \frac{bh^2}{6}$.. bo'ladi.

Bularni 10.4-formulaga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{b \cdot y^2}{b \cdot h^2} = \frac{P \cdot z}{P \cdot \ell} \quad ; \quad y^2 = \frac{h^2}{\ell} z \quad (10.6)$$

Bu ifodadan ko'rinadiki, bu holda teng qarshilik ko'rsatuvchi balka kesimining balandligi parabola qonuni bilan o'zgarar ekan (10.9-shakl, v).

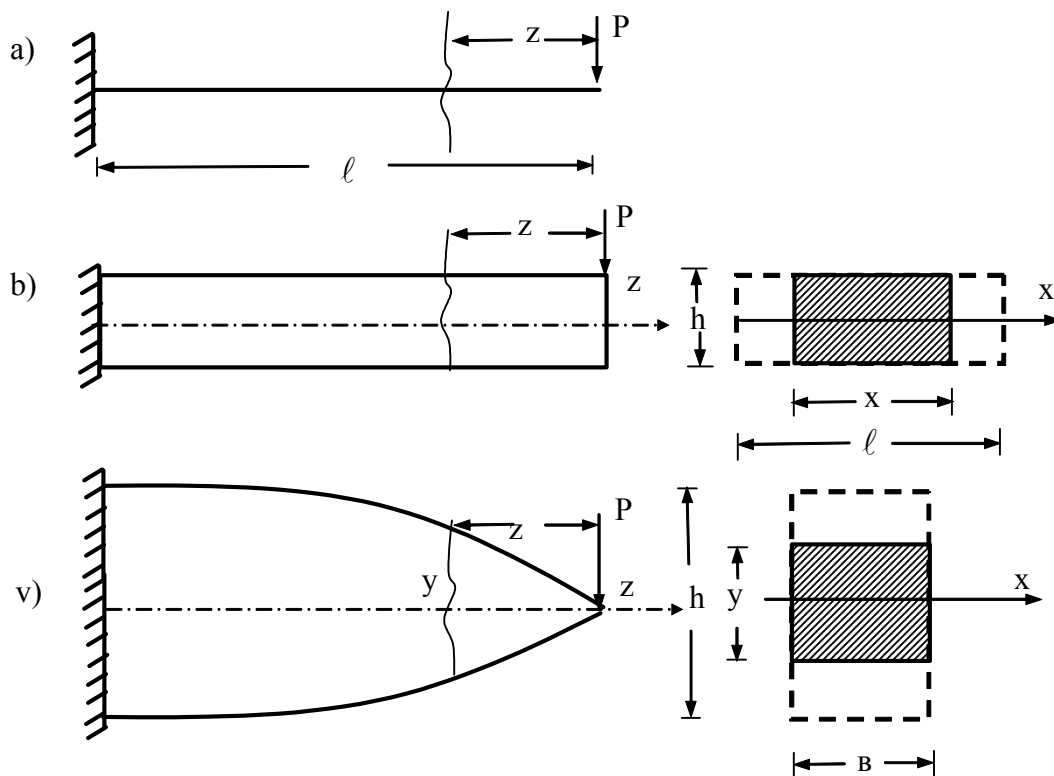
Teng qarshilik ko'rsatuvchi balkaning materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish ma'lum bo'lgan hollarda ya'ni $[\sigma] = \frac{M_{max}}{b \cdot h^2}$ bo'lsa, bundan h ni topib, (10.6) dan y ni topamiz.

Balkaning ko'ndalang kesimi balandligi o'zgarmas bo'lib, eni esa o'zgaruvchi bo'lgan holda, ya'ni eni (10.5) ifodaga binoan o'zgarsa, bunday balkaning shaklini yasash oson bo'lib (10.10-shakl, b), o'zgarmas ko'ndalang kesimli balkalardagidan ikki barobar material kam sarflanishi lozim. Kuch qo'yilgan kesimning balandligi juda kichik bo'lgani uchun bu kesimda juda katta kesuvchi kuchlar hosil bo'lib ularning hosil bo'lishiga yo'l qo'ymaslik uchun balkaning uchida kichkina supacha hosil qilinadi, buning uchun esa material undan ko'ra bir oz ko'proq sarflanadi (10.10-shakl, b).

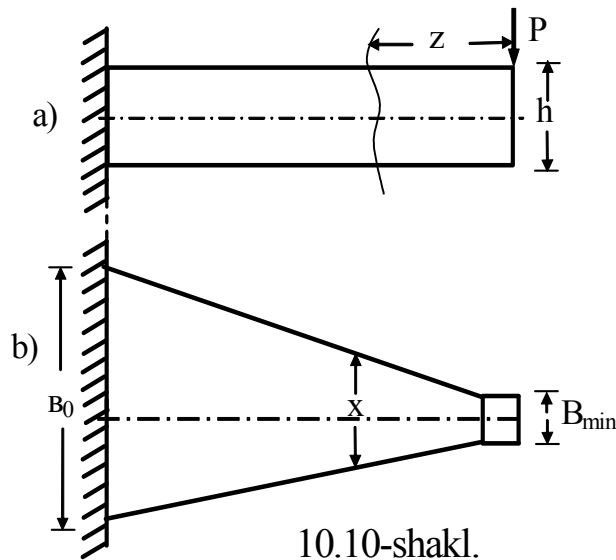
Agar bu supacha enini b_{min} bilan belgilasak, uning yuzasi $b_{min} \cdot h$ balka uchida hosil bo'ladigan kesuvchi kuchga bardosh bera olishi lozim:

$$\tau_{max} = \frac{3Q_{max}}{2b_{min}h} \leq [\tau].$$

$$\text{Bunda } Q_{max} = P \text{ bo'lgani uchun } b_{min} \geq \frac{3P}{2h[\tau]} \quad (10.7)$$



10.9-shakl.



10.10-shakl.

Balkaning balandligi o'zgaruvchi bo'lganda ham balkaning uchida supacha bo'lishi kerakdir, aks holda kesuvchi kuch ta'siridan balkaning uchidagi kesimda katta miqdordagi urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalarning oldingi, ya'ni ko'ndalang kesimning balandligi o'zgarmas bo'lgan hol uchun uning uchidagi salqiligini hisoblaymiz. Bu balkaning bikrligi o'zgaruvchi bo'lganligi uchun salqilik z ning funksiyasi bo'ladi:

$$EJ_z \frac{d^2 v}{dz^2} = M_z = -P \cdot z, \quad (10.8)$$

bu yerda: J_z - balka o'zgaruvchi kesimining inersiya momentini ifodalaydi va eng katta eguvchi momenti ta'sir etayotgan kesimning inersiya momenti J_0 orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$J_z = \frac{b_z h^3}{12} = \frac{b_0 h^3}{12 \ell} z = J_0 \frac{z}{\ell}; \quad b_z = x.$$

Buni e'tiborga olsak, (10.8) quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{z}{\ell} EJ_0 \frac{d^2 v}{dz^2} = M_z = -P \cdot z; \quad EJ_0 \frac{d^2 v}{dz^2} = -P \ell.$$

Bu ifodani ikki marta integrallaymiz:

$$EJ_0 \frac{dv}{dz} = -P \ell \cdot z + C, \quad EJ_0 = -P \ell \cdot \frac{z^2}{2} + Cz + D \quad (a)$$

(a).. tenglamalardagi S va D sonlar quyidagi $z = \ell$ bo'lganda $v = 0$; $\frac{dv}{dz} = 0$ shartlardan topiladi:

$$0 = -P \ell^2 + C; \quad C = P \ell^2; \quad 0 = \frac{1}{2} P \ell^3 + C \ell + D; \quad D = -\frac{1}{2} P \ell^3 \quad (b)$$

(b).dagi S va D larning qiymatlarini ..(a). ga qo'yib quyidagilarni topamiz:

$$\begin{aligned} v' = \theta &= -\frac{P\ell}{EJ_0}z + \frac{P\ell^2}{EJ_0} = \frac{P\ell^2}{EJ_0}\left(1 - \frac{z}{\ell}\right); \\ v &= -\frac{P\ell}{EJ_0}\frac{z^2}{2} + \frac{P\ell^2}{EJ_0}z - \frac{P\ell^2}{2EJ_0} = -\frac{P\ell^3}{2EJ_0}\left(1 - 2\frac{z}{\ell} + \frac{z^2}{\ell^2}\right); \end{aligned}$$

Agar $z = 0$ bo'lsa, ya'ni balkaning erkin uchidagi salqiligi eng katta bo'lib, u quyidagicha topiladi:

$$f_{(z=0)} = -\frac{P\ell^3}{2EJ_0} \quad (10.9)$$

Balkaning butun uzunligi bo'ylab J_0 o'zgarmas bo'lsa, $f_{(z=0)}$... quyidagiga teng bo'ladi.

$$f_{(z=0)} = -\frac{P\ell^3}{3EJ_0} \quad (10.10)$$

Bulardan ko'rinadiki, teng qarshilik ko'rsatuvchi balkaning salqiligi ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan balkaning salqiligidan bir yarim barobar ko'p bo'lib, bunday balkalarga nisbatan bir muncha egiluvchan bo'ladi.

Shu sababli teng qarshilik ko'rsatuvchi balkalardan materialni tejashdan ham ko'ra, listlardan yoki ulardan kesilgan polosalardan yasalgan ressona sifatida foydalaniladi. Polosalarning ko'rinishi rombsimon ko'rinishda bo'lib, ularning qarshilik momenti bilan inersiya momentlari bir xil bo'lganligi sababli ulardan tuzilgan ressona mustahkamlik va bikrlilik jihatidan asosiy balkaga taxminan ekvivalent bo'ladi.

Rombsimon shaklidagi polosalardan tuzilgan ressonaning polosalari orasidagi ishqalanishi sezilarli bo'lmasa, uning salqiligi asosiy balkaning salqiligidan farq qilmaydi.

10.1-misol

10.12-shaklda ko'rsatilgan po'lat balkaning tayanch reaksiyalari aniqlansin va ko'ndalang kesimi qo'shtavr tanlansin.

Yechish: Statikaning muvozanat tenglamalarini topamiz:

$$\Sigma x = 0; \quad H_B = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma z = 0; \quad R_A - q \cdot 2a + R_B - P = 0; \quad R_A + R_B = 3qa \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0; \\ M_B - R_B \cdot 3a + P \cdot 2a + q2a \cdot a + M &= 0; \end{aligned}$$

$$3R_B \cdot a - M_B = 5qa^2 \quad (3)$$

Demak, masala bir marta statik aniqmas ekan.

Masalani balka egilgan o'qining differensial tenglamasini integrallash usulidan foydalanib yechamiz.

Bunda integrallash natijasida hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmas sonlarni tenglashtirish usulidan foydalanamiz.

Koordinata boshini qistirib mahkamlangan tayanchga joylashtirsak, ixtiyoriy o'zgarmas sonlar S va D nolga teng bo'ladi.

Elastik chiziqning differensial tenglamasini tuzamiz va ularni ikki marta integrallaymiz:

$$EJz_1^{11} = R_B \cdot x_1 - M_B \cdot x_1^0; \quad EJz_1^1 = R_B \frac{x_1^2}{2} - M_B x_1 + C_1; \quad (4) \quad EJ_y z_1 = R_B \cdot \frac{x_1^3}{6} - M_B \frac{x_1^2}{2} + C_1 \cdot x_1 + D_1 \quad (5)$$

$$EJz_2^{11} = R_B \cdot x_2 - M_{B2} \cdot x_0 - P(x_2 - a) - q \frac{(x_2 - a)^2}{2};$$

$$EJz_2^1 = R_B \frac{x_2^2}{2} - M_B \cdot x_2 - P \frac{(x_2 - a)^2}{2} - q \frac{(x_2 - a)^3}{6} + C_2, \quad (6)$$

$$EJz_2 = R_B \frac{x_2^3}{6} - M_B \cdot \frac{x_2^2}{2} - P \frac{(x_2 - a)^5}{6} - q \frac{(x_2 - a)^4}{24} + C_2 \cdot x_2 + D_2; \quad (7)$$

S va D larni topish uchun quyidagi shartlarni yozamiz.

$x_1 = 0$ bo'lganda $z_1^1 = 0$ bo'ladi, bundan $C_1 = 0$;

$x_1 = 0$ bo'lganda $z_1 = 0$ bo'ladi, bundan $D_1 = 0$;

$x_1 = x_{21} = a$ bo'lganda $z_1^1 = z_2^1$ bo'ladi, bundan $C_1 = C_2 = 0$;

$x_1 = x_{21} = a$ bo'lganda $z_1 = z_2^1$ bo'ladi, bundan $D_1 = D_2 = 0$.

$x_1 = 3a$ bo'lganda $z_2 = 0$ bo'ladi va (7) dan quyidagini topamiz.

$$R_B \cdot \frac{(3a)^3}{6} - M_B \frac{(3a)^2}{2} - P \frac{(2a)^3}{6} - q \frac{(2a)^4}{24} = 0; \quad \text{bundan} \quad 9R_B \theta - 9M_B = 4qa^2 \quad (8)$$

hosil bo'ladi.

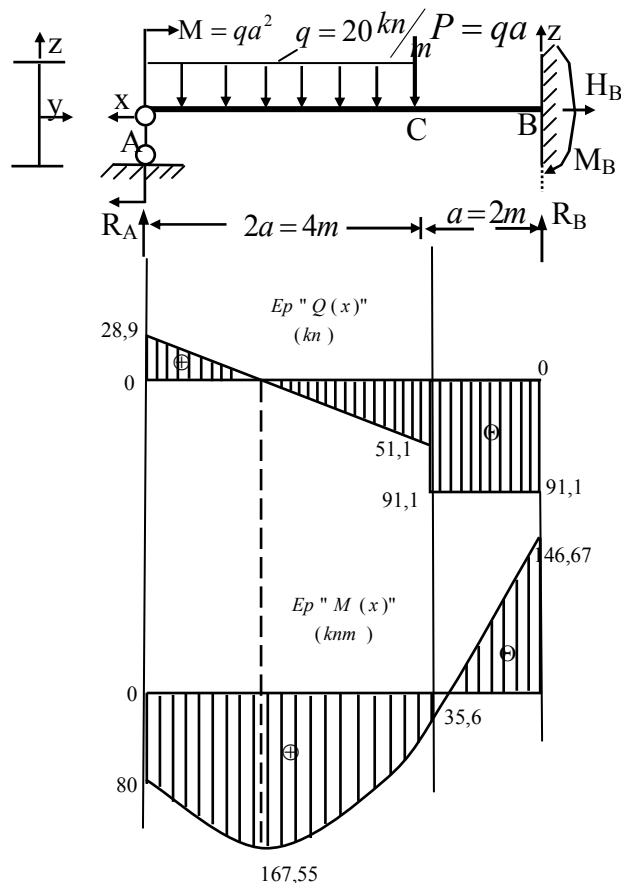
M_B ni topish uchun (3)ning ikkala tomonini (-3) ga ko'paytirib, hosil bo'lgan ifodaga (8) ni hadlab qo'shamiz:

$$3R_B \cdot a - M_B = 5qa^2 \quad -3$$

$$9R_B \cdot a - 9M_B = 4qa^2$$

$$-6M_B = -11qa^2;$$

$$\text{bundan} \quad M_B = \frac{11}{6}qa^2 = \frac{11}{6} \cdot 20 \cdot 2^2 = 14667 \text{ knm}$$



10.12-shakl.

M_B ning qiymatini (3) ga qo'yib R_B ni topamiz:

$$3R_B \cdot a - \frac{11}{6}qa^2 = 5qa^2; \quad R_B = \frac{\frac{11}{6}qa^2 + 5qa^2}{3a} = \frac{\frac{11}{6} \cdot 20 \cdot 2^2 + 5 \cdot 20 \cdot 2^2}{3 \cdot 2} = 91,1 \text{ kn}$$

R_B ning qiymatini (2) ga qo'yib, R_A ni topamiz :

$$R_A + R_B = 3qa; \quad R_A = 3qa - R_B = 3 \cdot 20 \cdot 2 - 91,1 = 28,9 \text{ kn}$$

Topilgan tayanch reaksiya va tayanch momentining qiymatlari to'g'ri topilganligini tekshirib ko'ramiz:

$$\Sigma Z = R_A + R_B - 3qa = 28,9 + 91,1 - 3 \cdot 20 \cdot 2 = 120 - 120 = 0.$$

Demak, tayanch reaksiyalarining qiymatlari to'g'ri topilibdi.

Kesuvchi kuch ($Q(x)$) va eguvchi moment ($M(x)$) qiymati

$M_{max} = 167,55 \text{ knm}$ ni olib, balka ko'ndalang kesimini tanlaymiz.

$$W = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{167,55 \cdot 10^4}{1600} = 1047,19 \text{ sm}^3$$

Sortament jadvalidan №45 nomerli qo'shtavrni tanlaymiz.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Statik aniqmas balkalar deb qanday balkalarga aytiladi?
2. Asosiy sistema deb nimaga aytiladi?
3. Statik aniqmas balkalarni yechish planini aytib bering.
4. Deformasiya (ko'chish) tenglamalari qanday tuziladi?
5. Deformasiya tenglamalarini tuzishda qanday usullar bor?
6. Deformasiyalarni solishtirish usuli bilan deformasiya tenglamalari qanday tuziladi va ayrim deformasiyalar bu usulda qanday topiladi?
7. Teng qarshilik ko'rsatuvchi balka kesimlarining balandligi o'zgarmas bo'lsa, eni qanday qonun bilan o'zgaradi?
8. Teng qarshilikli balka kesimining eni o'zgarmas bo'lsa, balandligi qanday qonun bilan o'zgaradi.
9. Teng qarshilikli balkalarning uchlari qarshilik momentlari bilan eguvchi momentlari orasida qanday munosabat bor?
10. Teng qarshilikli balkalarning uchlari qanday konstruksiyalanadi?
11. Teng qarshilikli balkalarning deformasiyalari qanday topiladi?
12. Pog'onali o'zgaruvchan balkalarning deformasiyalari grafoanalitik usulda qanday hisoblanadi. Keltirilgan eguvchi moment formulasi qanday yoziladi?
13. Statik aniqmas balkalarning deformasiya tenglamalari Kastilyano formulasi yordamida qanday tuziladi?

20-ma'ruza.

11-BOB.

20-mavzu: MURAKKAB QARSHILIK (MURAKKAB DEFORMASIYA).

REJA:

1. Asosiy tushunchalar.
2. Siniq sterjenlar uchun zuriqish kuchlarining epyuralarini qurish.
3. Qiyshiq egilish.

Tayanch tushunchalari va iboralari: murakkab qarshilik, murakkab deformasiya, siniq sterjenlar, zo'riqish kuchlari, qiyshiq egilish, normal kuchlanish, deformasiya, netral chiziq holati.

I. Yuqoridagi boblarda mashina va inshoot qismlariga ta'sir qilayotgan kuchlardan ularda hosil bo'ladigan bir turdagi oddiy, ya'ni cho'zilish va siqilish, siljish, buralish egilish deformasiyalarini tekshirgan edik. Ko'pincha shunday hollar bo'ladiki, mashina va inshoot qismlarida tashqi kuch ta'siridan yuqorida keltirilgan oddiy deformasiyalarning bir nechtasi bir yo'la hosil bo'ladi. Masalan, harakatdagi avtotransport vositalarining vallari bir vaqtning o'zida buralish va egilishga qarshilik ko'rsatishi mumkin, chunki ularning istalgan ko'ndalang kesimlariga faqat burovchi va eguvchi momentlar ta'sir qiladi. Ko'priklar yoki kran fermalari tarkibiga kiruvchi sterjenlar cho'zilishi yoki siqilishi bilan birga egilishi ham mumkin, albatta ularning barcha kesimlari bo'ylama kuch va eguvchi momentlar ta'sirida ekanligidandir.

Mashina va inshoot qismlarining barcha ko'ndalang kesim yuzalariga ta'sir qiluvchi kuchlardan ularda oddiy deformasiyalarning kombinatsiyalari hosil bo'ladigan barcha hollarga **murakkab qarshilik** yoki **murakkab deformasiya** deyiladi.

11.1-shakl, a da ko'rsatilgan konsolning a nuqtasiga qo'yilgan P kuchning ta'sirini tekshiramiz. Erkin uchidan z masofada konsolni A tekislik bilan kesib ixtiyoriy kesim olamiz va koordinata o'qlarining markazini kesim markazida turadigan qilib olib, x va y o'qlarini kesimning bosh inersiya o'qlari bo'ylab, z o'qini esa konsolning geometrik o'qi bo'ylab yo'naltiramiz ($Oxyz$) P kuchi koordinata o'qlari bilan α, γ, β yo'naltiruvchi burchaklar hosil qiladi.

Bu P kuch ta'siridan kesimda ichki zo'riqish kuchlarining barcha oltita komponentlari: $N, Q_y, Q_x, M_x, M_y, M_z$ va M_z hosil bo'ladi 11.1-shakl, b)

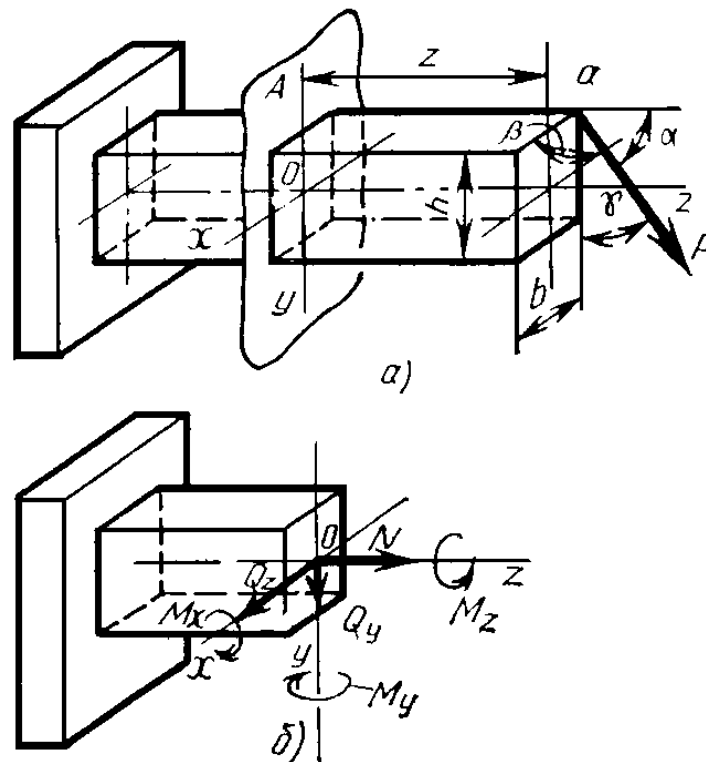
Bularning har qaysisi, konsolning fikran tashlab yuborilgan qismiga qo'yilgan barcha kuch va juftlarning tegishli o'qlarga nisbatan olingan proyeksiyalari va momentlarining yig'indisiga teng bo'ladi:

Normal kuch $N = P \cdot \cos \alpha$;

Kesuvchi kuchlar $Q_y = P \cdot \cos \gamma$; $Q_x = P \cos \beta$;

Eguvchi momentlar $M_x = -P \frac{4}{2} \cos \alpha - Pz \cos \gamma$; $M_y = P \frac{6}{2} \cos \alpha - Pz \cos \beta$;

Burovchi moment $M_z = P \frac{6}{2} \cos \gamma - P \frac{h}{2} \cos \beta$.



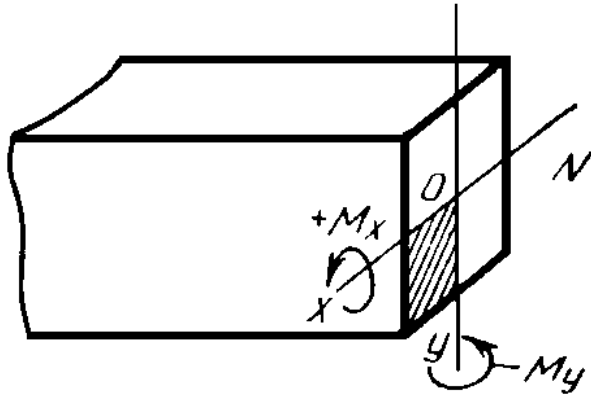
11.1- shakl.

Yuqoridagi ichki zo'riqish kuch komponentlari ta'siridan ko'ndalang kesimning nuqtalarida normal kuch va eguvchi momentlardan normal kuchlanish, kesuvchi kuchlar va burovchi momentdan esa, urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Murakkab qarshilik jumlasiga qiyshiq egilish, markaziy bo'lmagan siqilish, buralish bilan egilishning birgalikdagi ta'siri va boshqalar kiradi.

Bu masalalarni hal qilishda quyidagi ikkita tipdagi konstruksiyalarga e'tibor berish lozim.

a) Mashina va inshoot qismlarida hosil bo'ladigan deformasiyalarning juda kichikligidan, ularga ta'sir etuvchi kuchlar absalyut qattiq jismga qo'yilgandek ta'sir etish xarakterini va o'z yo'nalishini o'zgartirmaydi va **bikr konstruksiyalar** deyiladi.



11.2-shakl.

b) Mashina va inshoot qismlari egiluvchanligi sababli, kuch komponentlariga yo'nalishiga deformasiyaning ko'rsatgan ta'sirini hisobga olish lozim bo'ladi.

Bikr konstruksiyalardan amalda juda ko'p foydalaniladi. Masalan, mashina va inshoot qismlari bikr konstruksiyalar tipiga kiradi. Qurilish texnikasida ikkinchi tip konstruksiyalar birinchi tipdagiga nisbatan kam uchrasada ular muhim ahamiyatga egadir.

Masalan, samolyot va kemasozlik elementlarida va o'lchash asboblarning elementlarida deformasiyalar sezilarli darajada katta bo'ladi.

11.2-shaklda N, M_x va M_y larning musbat chorakda yotuvchi nuqtalarda cho'zuvchi kuchlanish yuzaga keltiriladi.

Masalan, cho'zilish va egilish ikkita tekislikda bir vaqtda ta'sir qiladigan bo'lsa, konsol ko'ndalang kesimining musbat choraqidagi kuchlanish quyidagi formuladan topiladi:

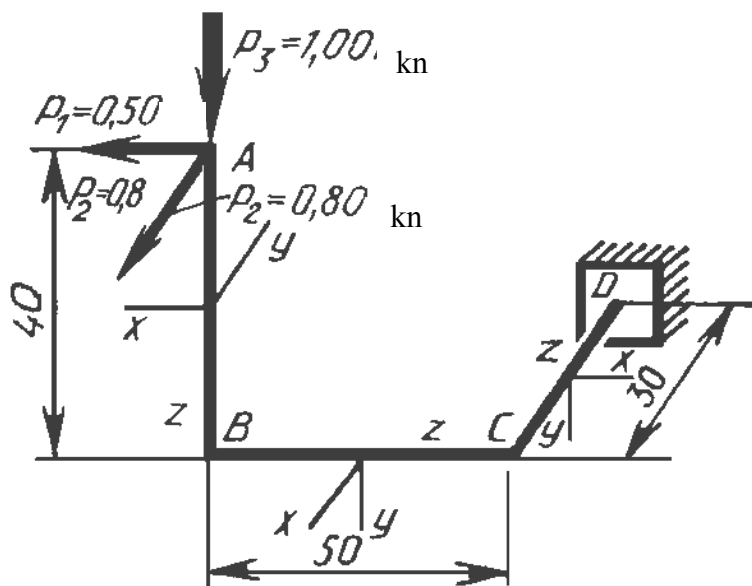
$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x.$$

Urinma kuchlanishlarni topish uchun har bir tekislikdagisi aniqlanib, ular geometrik qo'shiladi:

$$\tau = \sqrt{\tau_y^2 + \tau_x^2},$$

bunda $\tau_y = \frac{Q_y S_x^{oj}}{J_x \delta_y}; \quad \tau_x = \frac{Q_x S_y^{oj}}{J_y \delta_x}$ bo'ladi

II. 11.3-shaklda ko'rsatilgandek, o'qi to'g'ri chiziq kesmalaridan iborat bo'lgan fazoviy sterjenlar mashinalarni loyixalashda ko'p uchraydi. Bunday sterjenlarni xavfli kesimini topish uchun ichki zo'riqish kuchlarining ya'ni, $N, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$ larning epyuralari quriladi. Har bir sterjen uchun koordinata o'qlarining belgilanishi 11.3-shaklda ko'rsatilgan. Ox va Oy o'qlarini ko'ndalang kesim yuzasining bosh inersiya, oz o'qini brusning bo'ylama o'qi sifatida qabul qilamiz.



11.3-shakl.

Oldin qabul qilingan ishoralarni olish qoidalaridan foydalanib, har bir sterjen uchun eguvchi moment va kesuvchi kuch epyuralarini tekis brusdagidek quramiz. Har bir sterjenni shunday joylashtirish kerakki, bunda Q_y va M_x , Q_x va M_y epyuralarini qurishda mos ravishda koordinata boshiga Ox va Oy o'qlarining musbat yo'nalishi tomonidan qaraladigan bo'lgan.

11.3-shaklda ko'rsatilgan brus uchun epyuralar qurishni misol tariqasida tekshiramiz.

AB sterjen uchun:

$$N = -P_3 = -1,0 \text{ kn}; \quad M_x^{ea} = P_2 \cdot \ell_{a6} = 0,8 \cdot 0,4 = 0,32 \text{ knm}; \quad M_y = P_1 \cdot \ell_{o1} = 0,2 \text{ knm}; \\ M_z = 0; \quad Q_y = 0,8 \text{ kn}; \quad Q_x = P_1 = 0,5 \text{ kn}.$$

VS sterjen uchun:

$$N = P_1 = 0,5 \text{ kn}; \quad M_x^{6c} = -P_1 \ell_{o6} = -0,2 \text{ knm}; \quad M_x^{ck} = -P_1 \ell_{a6} - P_y \ell_{6c} = -0,5 \cdot 0,4 - 1,0 \cdot 0,5 = -0,7 \text{ knm}; \\ M_y = -P_2 \cdot \ell_{a6} = -0,4 \text{ knm}; \quad M_z^{1c} = P_2 \ell_{a6} = 0,32 \text{ knm}; \quad Q_y = -P_3 = -1,0 \text{ kn}; \quad Q_x = P_2 = 0,8 \text{ kn};$$

CD sterjen uchun:

$$N = P_2 = 0,8 \text{ kn}; M_x^{cd} = -P_2 \ell_{a\delta} = -0,8 \cdot 0,4 = -0,32 \text{ knm}; M_x^D = -P_2 \ell_{a\delta} - P_3 \ell_{cd} = -0,8 \cdot 0,4 - 1,0 \cdot 0,3 = -0,62 \text{ knm}$$

$$M_y^{cd} = P_2 \cdot \ell_{a\delta} = 0,4 \text{ knm}; M_z^{ec} = P_2 \ell_{a\delta} = 0,32 \text{ knm}; Q_y = -P_3 = -1,0 \text{ kn}; Q_x = P_2 = 0,8 \text{ kn};$$

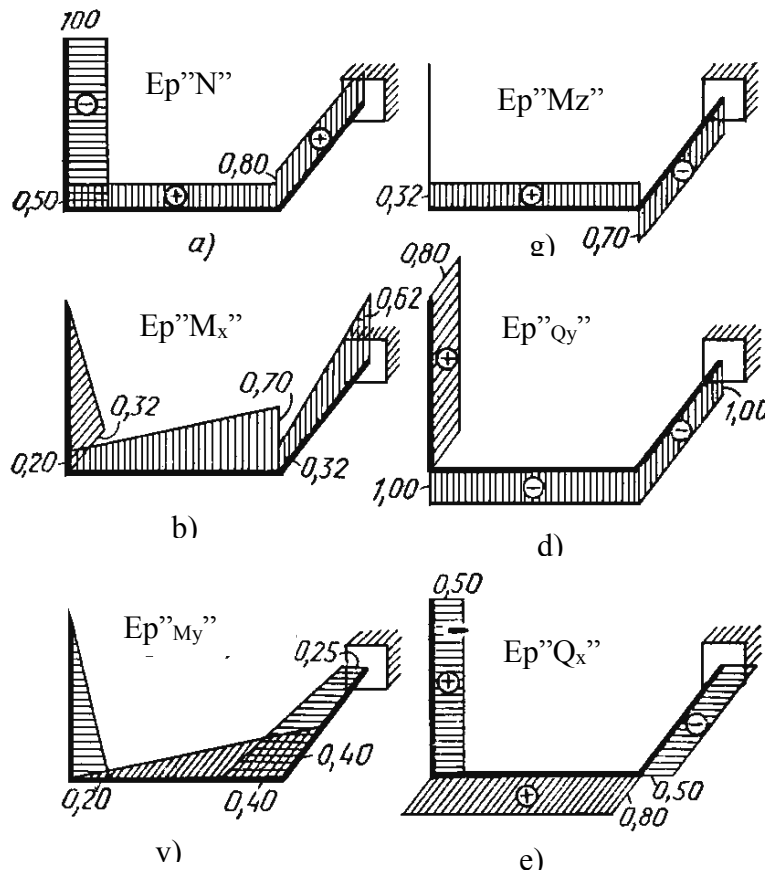
CD sterjen uchun:

$$N = P_2 = 0,8 \text{ kn}; M_x^{cd} = -P_2 \ell_{a\delta} = -0,8 \cdot 0,4 = -0,32 \text{ knm}; M_x^D = -P_2 \cdot \ell_{a\delta} - P_3 \ell_{cd} = -0,8 \cdot 0,4 - 1,0 \cdot 0,3 = -0,62 \text{ knm}$$

$$M_y^{cd} = P_2 \cdot \ell_{c\delta} = -0,4 \text{ knm}; M_z^{dc} = P_1 \cdot \ell_{a\delta} = 0,25 \text{ knm}; Q_y = P_1 = 1,0 \text{ kn}; Q_x = P_1 = 0,5 \text{ kn};$$

$$M_z = -P_1 \ell_{a\delta} - P_3 \cdot \ell_{ec} = -0,5 \cdot 0,4 - 1,0 \cdot 0,5 = -0,7 \text{ knm}$$

Topilgan qiymatlardan foydalanib qurilgan N normal kuch, M_x va M_y eguvchi momentlar, M_z burovchi moment, Q_y va Q_x kesuvchi kuchlar epyuralari mos ravishda 11.4-shakl, a, b, e, z, d, e larda ko'rsatilgan.



11.4-shakl.

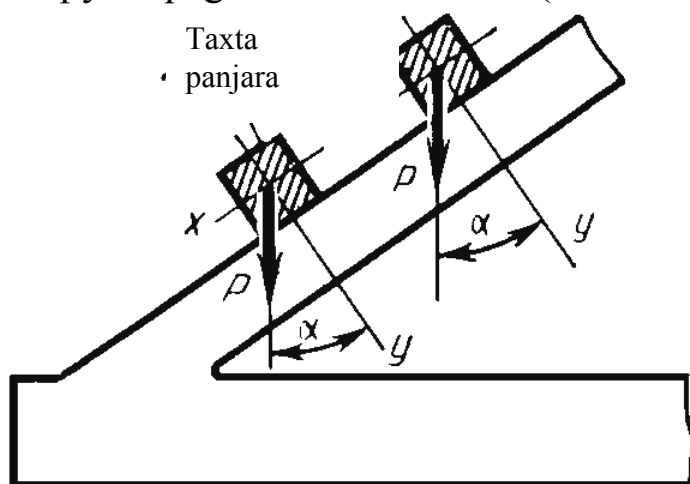
III. Biz yuqorida ko'ndalang egilishda balka ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan normal kuchlanishni $\sigma = \frac{M}{J_y} z$ formuladan foydalanib

topib kelgan edik. Balkaga qo'yilgan kuchlar uning biror bosh inersiya tekisligida yotgan hollarda bu formuladan foydalanish mumkin. Mashina va inshoot qismlarida ko'pincha shunday hollar ham uchraydiki, balkaga

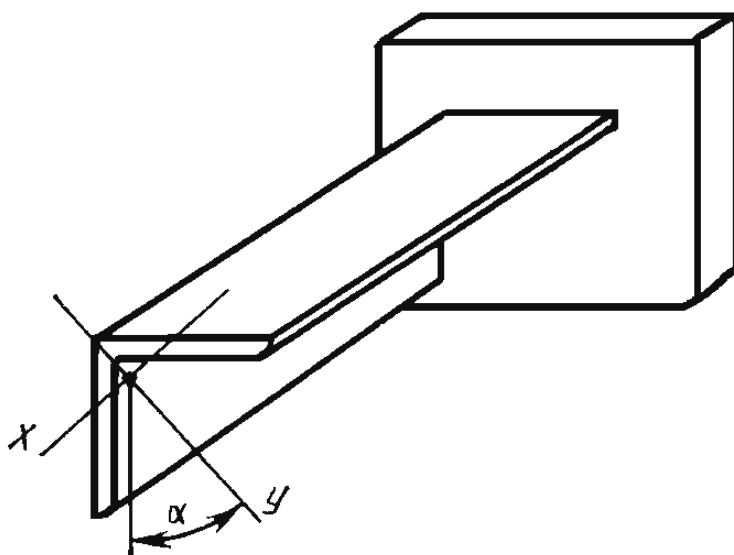
qo'yilgan kuchlar uning o'qiga tik bo'lgan holda, bosh inersiya o'qlaridan o'tmaydigan tekisliklarda yotadi. Bunday hollardagi egilishga qiyshiq egilish deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, qiyshiq egilishda balkaning ko'ndalang kesim yuzasida ikkita eguvchi M_x va M_y momentlar hosil bo'ladi.

Masalan, tomlarni yopishda shlatiladigan tunika ostiga qoqiladigan (reyka) taxta panjaralarga shunday kuchlar ta'sir qiladiki, bu kuchlar yotgan tekisliklar taxta panjaralar ko'ndalang kesimlarining bosh inersiya o'qlari orqali o'tuvchi tekisliklar bilan burchak hosil qiladi. 11.5-shaklda ko'rsatilgandek, tunika va taxta panjaralarning o'z og'irligidan tushadigan P kuch taxta panjaralarning o'qi bilan α burchak hosil qilgan holda yo'naladi.

Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan burchaklikning kesimi bosh inersiya o'qlari kuchga nisbatan α burchak ostida yo'nalganligi sababli unda ham qiyshiq egilish sodir bo'ladi (11.6-shakl).



11.5-shakl.



11.6-shakl.

Qiyshiq egilishga oid ayrim masalalarni yechishni quyidagi misolda ko'rib chiqamiz:

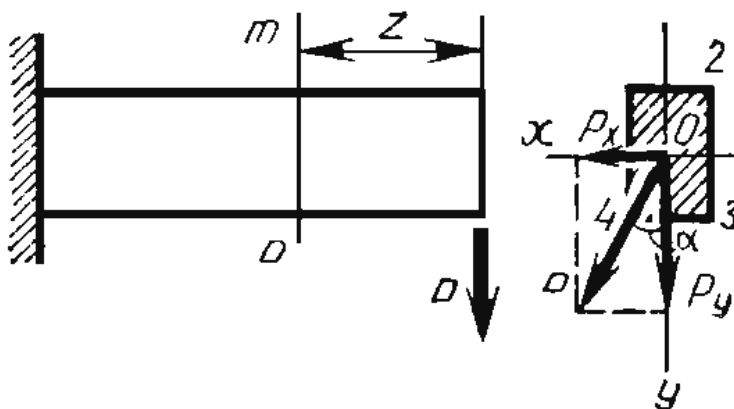
1. Kuchlanishni aniqlash.

Erkin uchining ko'ndalang kesimi og'irlik markazidan OY o'qi bilan α burchak hosil qilib ta'sir etuvchi P kuch ta'siridagi konsolni tekshiramiz (11.7-shakl).

Koordinata o'qlari bo'yicha P kuchni ikkita tuzuvchiga ajratib, konsolning erkin uchidan z masofada m -n kesimdagi bosh inersiya o'qlariga nisbatan olingan eguvchi momentlarni topamiz:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -P_y \cdot z = -P \cdot z \cdot \cos \alpha = -M \cos \alpha; \\ M_y &= -P_x \cdot z = -P \cdot z \cdot \sin \alpha = -M \sin \alpha; \end{aligned} \right\} \quad (11.1)$$

Bundan ko'rinadiki, qiyshiq egilish o'zaro tik bo'lgan bosh tekisliklarda hosil bo'luvchi ikki to'g'ri egilishlar yig'indisidan iborat bo'lar ekan.



11.7-shakl.

Tekis egilishdagi kuchlanish formulasidan foydalanib, har bir eguvchi momentdan hosil bo'ladigan normal kuchlanishni alohida topish mumkin.

Balkaning qiyshiq egilishda koordinatalar boshidan z masofada bo'lgan ko'ndalang kesimidagi ixtiyoriy nuqtaning kuchlanishi kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipidan foydalanib masalan, koordinatalari (x, y) bo'lgan, musbat chorakda yotgan biror nuqtaning kuchlanishi ikki bosh tekislikdagi eguvchi momentlar ta'siridan hosil bo'lgan kuchlanishlarning yig'indisidan iborat deb qaraladi va quyidagicha topiladi:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x, \quad (11.2)$$

bu yerda J_x, J_y ko'ndalang kesim yuzasining markaziy o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini ifodalaydi.

(11.2) formula I chorakda, ya'ni musbat chorakda yotgan nuqta uchun yozilganligidan uning ikkala hadi ham musbat qiymatga ega. Eguvchi moment M_x balka kesimini OX o'qi atrofida aylantirib, uning shu o'qdan yuqoridagi tolalarini cho'zadi. Eguvchi moment M_y esa kesimni OY o'qi atrofida aylantirib, uning shu o'qdan o'ng tomondagi tolalarini cho'zadi.

Eguvchi moment (M_x, M_y) larni va kesim nuqtalarining x, y koordinatalarini o'z ishoralari bilan qo'yib, kuchlanish topiladigan nuqta qaysi chorakga tegishli bo'lsa, (11.2) formuladan foydalanib topiladi.

Ko'shtavr, to'g'ri to'rtburchak kabi kesim yuzalarining burchaklaridagi nuqtalar koordinatalari eng katta qiymatga ega bo'ladi va bu nuqtalarda absolyut qiymati jihatidan eng katta kuchlanishlar hosil bo'ladi, shuning uchun (11.2) formulani ko'rinishda yozish mumkin:

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}, \quad (11.3)$$

bunda W_x, W_y – mos ravishda kesimning OX va OY o'qlariga nisbatan olingan qarshilik momentlarini ifodalaydi 11.8-shaklda ko'rsatilgan 1,2,3,4 nuqtalarining koordinatalarining ishoralarini hisobga olib, ularda hosil bo'ladigan kuchlanishlarni topamiz:

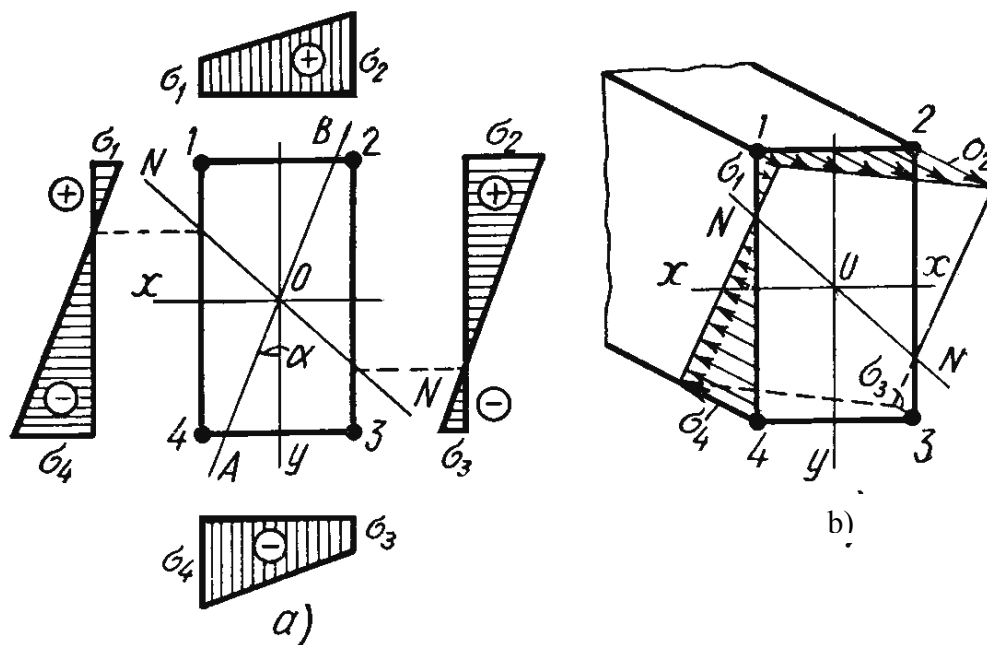
$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}; \\ \sigma_2 &= \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}; \\ \sigma_3 &= -\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}; \\ \sigma_4 &= -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}. \end{aligned} \right\} \quad (11.4)$$

Kesimining xavfli nuqtasi, tabiiyki, ikkala eguvchi moment ta'siridan bir xil ishorali kuchlanishlar hosil bo'ladigan nuqtalaridir. Eng katta cho'zuvchi kuchlanish 2 nuqtada, eng katta siquvchi kuchlanish 4 nuqtada bo'ladi.

Bu nuqtalardagi kuchlanish qiymatlarini hisoblab, uning epyurasi 11.8–shaklda ko'rsatilgandek, kesim tomonlari bo'ylab quriladi. Kuchlanish epyurasidagi kuchlanishi nolga teng bo'lgan nuqtalarni kesim tomoniga proyeksiyalab, neytral chiziqni (NN) o'tkazamiz, uning ustida

yotgan barcha nuqtalarda kuchlanish nolga teng bo'ladi. Neytral chiziq NN bilan kuch tekisligi AV biror burchak ostida kesishadi.

Ikkinchi usul, ya'ni fazoviy usul yordamida qurilgan kuchlanish epyursi 11.8-shakl, σ da ko'rsatilgan.



11.8-shakl.

Qiyshiq egilishda balkaning mustahkamligini tekshirish uchun eng katta kuchlanishni topib, ruxsat etilgan qiymat bilan solishtirib ko'rish lozimdir.

(11.4) formulalardan kesimning bosh inersiya o'qlaridan eng uzoqda, ya'ni chetki tolalari uchun foydalanib kuchlanishlarni topish mumkin, boshqa nuqtalardagi kuchlanishni topib bo'lmaydi.

Amalda shunday hollar uchraydiki, kesimning ikkala bosh o'qlaridan bir yo'la eng uzoqda joylashgan nuqtalar bo'lmaydi. Masalan, zit shaklidagi kesimda nuqta 2 OX o'qidan eng uzoqda joylashgan bo'lib, OY o'qiga nisbatan esa nuqta 3 ga ko'ra yaqinroq yotadi (11.9)-shakl. Bunday hollarda eng katta kuchlanish (11.2) formuladan topiladi.

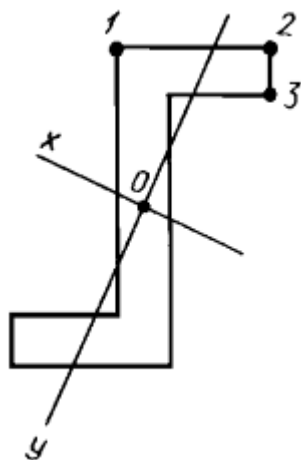
Ko'pincha bunday hollarda bir nechta, ya'ni 1,2 va 3 nuqtalardagi kuchlanishlar topilib ularning eng kattasi olinadi.

Ko'ndalang kesimi ixtiyoriy bo'lgan hollarda eng katta kuchlanishni topish uchun avvalo neytral chiziqning holati aniqlanib, keyin undan eng uzoqda yotgan nuqtani topish zarurdir.

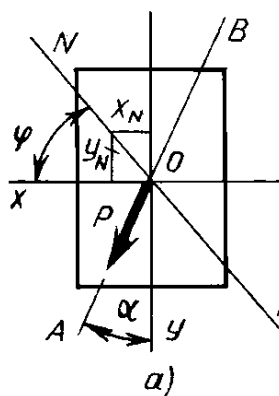
Neytral chiziqdan eng uzoqda yotgan nuqtadagi kuchlanish eng katta bo'lib, u ko'ndalang kesimdan normal bo'yicha bu tekislikkacha bo'lgan ordinataga teng bo'ladi.

2. Neytral chiziqlarning holatini aniqlash.

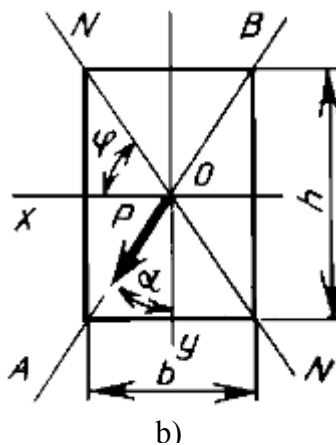
Neytral chiziqlarning holatini aniqlash uchun normal kuchlanish formulasi (11.3) ning o'ng tomonini nolga tenglashtiramiz, chunki neytral chiziq ustida yotgan har qanday nuqtada kuchlanish nolga tengdir:



11.9-shakl.



11.10-shakl.



$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y_N + \frac{M_y}{J_y} x_N = 0,$$

yoki

$$M_x \left(\frac{y_N}{J_x} + \frac{M_y}{M_x} \frac{x_N}{J_y} \right) = 0,$$

bu yerda x_N, y_N – neytral chiziq ustida yotgan nuqtaning koordinatalari.

$$M_x \neq 0 \quad \text{bo'lgan uchun} \quad \frac{y_N}{J_x} + \frac{M_y}{M_x} \frac{x_N}{J_y} = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Bunga M_x va M_y larning qiymatini (11.1) formuladan keltirib qo'yib va ayrim o'zgartirishlardan keyin uni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$-\frac{y_N}{x_N} = \frac{J_x M \sin \alpha}{J_y M \cos \alpha} = \frac{J_x}{J_y} \tan \alpha -$$

11.10-shakl, a dan $-\frac{y_N}{x_N} = \tan \varphi$ bo'lganligi uchun yuqoridagi formula

quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\tan \varphi = \frac{J_x}{J_y} \tan \alpha, \quad (11.5)$$

bunda φ – neytral chiziqlarning OX o'qi bilan hosil qilgan burchagi.

(11.5) formula neytral chiziq tenglamasi deyiladi va undan ko'rinadiki neytral chiziq kuch chizig'iga tik bo'lmaydi.

J_x va J_y orasidagi farq qancha katta bo'lsa, neytral chiziq bilan kuch chizig'i orasidagi farq shuncha katta bo'ladi. Agar $J_x = J_y$ bo'lsa, ya'ni inersiya momentlari ikkala o'qqa nisbatan bir-biriga teng bo'ladigan kesimlarda (kvadrat, doiraviy kabi kesimlarda) neytral chizig'i kuch chizig'iga tik bo'ladi; egilish ham kuch tekisligida sodir bo'ladi.

Kvadrat, doiraviy, halqasimon kabi ko'ndalang kesimli balkalarda hech qachon qiyshiq egilish hosil bo'lmaydi, kuch y o'qi bilan qanday burchak tashkil qilmasin bari-bir to'g'ri egilish sodir bo'ladi, chunki bunday holda kesimning barcha markaziy o'qlari uning bosh inersiya o'qlari bo'lib qoladi.

Misol uchun, quyidagi xususiy holda, ya'ni 11.10-shakl, σ da ko'rsatilgan to'g'ri to'rtburchak kesimli balka uchun uning biror diagonali orqali o'tsa, (11.5) formuladan foydalanib quyidagini topamiz:

$$\tan \varphi = \frac{J_x}{J_y} \tan \alpha = \frac{bh^3/12}{hb^3/12} \frac{h}{b} = \frac{h}{b}.$$

Bundan kuch chizig'i bilan neytral chiziqlar bir-biriga nisbatan qanday bog'langanligi yaqqol ko'rinib turibdi, ya'ni neytral chiziq to'g'ri to'rtburchakning ikkinchi diagonali orqali o'tar ekan.

3. Deformasiyani aniqlash.

Qiyshiq egilishda balkaning deformasiyasini aniqlash uchun egilgan o'qning differensial tenglamasini yoki universal tenglamani integrallash yo'li bilan gorizontal va vertikal tekisliklardagi deformasiyalarni topib, ularning geometrik yig'indisi sifatida hisoblanadi:

$$\nu = \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2}, \quad (11.6)$$

bunda ν_x va ν_y - vertikal va gorizontal tekisliklardagi X va Y o'qlari yo'nalishidagi salqiliklar.

Masalan, 11.11-shaklda ko'rsatilgan konsolning erkin uchining x va y o'qlari yo'nalishidagi salqiligi quyidagicha bo'ladi.

$$\nu_x = \frac{P_x \ell^3}{3EJ_y}; \quad \nu_y = \frac{P_y \ell^3}{3EJ_x}, \quad \text{bunda } P_x = P \sin \alpha, P_y = P \cdot \cos \alpha$$

Endi umumiy salqilikning yo'nalishini aniqlaymiz. Buning uchun $\frac{\nu_x}{\nu_y}$ nisbatni hisoblaymiz:

$$\frac{\nu_x}{\nu_y} = \frac{P_x \ell^3}{3EJ_y} : \frac{P_y \ell^3}{3EJ_x} = \frac{J_x}{J_y} \frac{P_x \ell^3}{3EJ_x} = \frac{J_x}{J_y} \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \frac{J_x}{J_y} \tan \alpha;$$

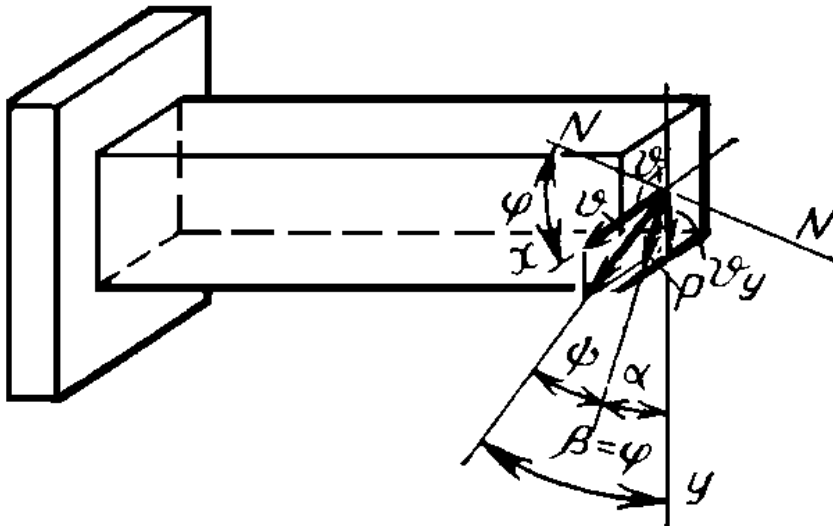
Agar shakldan $\beta = \varphi$ ni va (11.5) formulani e'tiborga olsak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha \quad (11.7)$$

Bundan, ya'ni (11.7) munosabatdan foydalanib, qiyshiq egilishdagi salqilikni (13.6) formuladan topamiz:

$$v = v_y \sqrt{1 + \left(\frac{v_x}{v_y} \right)^2} = v_y \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{v_y}{\cos \beta} \quad (11.8)$$

Demak, egilish salqiligining yo'nalishi neytral chizig'iga tik bo'lib, kuch chizig'i bo'ylab yo'nalmas ekan.



11.11-shakl.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Murakkab qarshilik deb nimaga aytiladi?
2. Murakkab qarshilik ta'sirida bo'lgan sterjenlar qanday tartibda hisoblanadi?
3. Murakkab qarshilik ta'sirida bo'lgan sterjenlarni hisoblashda qanday gipoteza asos qilib olinadi?
4. Murakkab kuchlangan sterjenlarning xavfli kuchlangan nuqtasi qanday aniqlanadi?
5. Agar biror sterjen fazoviy kuchlar ta'sirida bo'lsa, uning ko'ndalang kesim yuzida nechta zo'riqish kuchi hosil bo'ladi va ular qanday tenglamalar yordamida aniqlanadi?
6. Qanday murakkab qarshiliklarni bilasiz va ularga qanday kuch faktorlari ta'sir qiladi?
7. Egilishning qaysi holi qiyshiq egilish deyiladi?
8. Sof qiyshiq egilish deb qanday egilishga aytiladi?
9. Qiyshiq egilishda ko'ndalang kesimning qaysi nuqtalarida eng katta kuchlanish vujudga keladi? Uni topish formulasi chiqarilsin.
10. Burchakli uchga ega bo'lgan ko'ndalang kesiml balkalarning mustahkamlik sharti qanday yoziladi?
11. Qiyshiq egilishda neytral o'qning holatini topish nima uchun kerak?
12. Ko'ndalang kesimi doira bo'lgan balkaning qiyshiq egilishi mumkinmi?
13. Qiyshiq egilgan balkalarning deformasiyasi qanday aniqlanadi?
14. Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipi qanday hollarda ishlatilishi mumkin?
15. Qiyshiq egilgan balkaning neytral tekisligi kuch tekisligiga nisbatan qanday joylashgan bo'ladi?

21-ma'ruza.

11-BOB.

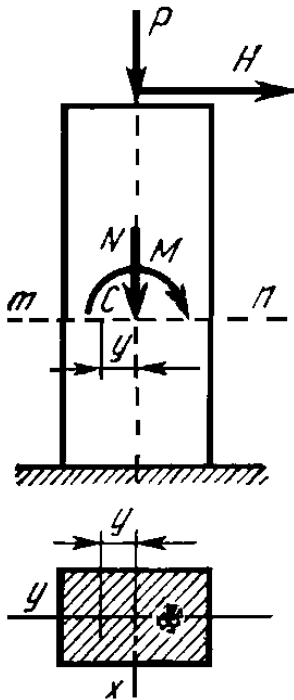
21-mavzu: MURAKKAB QARSHILIK (MURAKKAB DEFORMASIYA).

REJA:

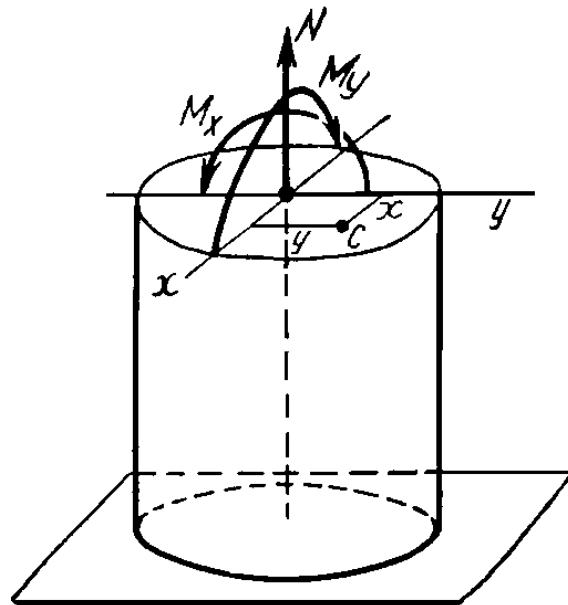
1. Cho'zilish bilan egilishning birgalikdagi ta'siri.
2. Markaziy bo'lmagan siqilish (umumiy hol)

Tayanch tushunchalari va iboralari: murakkab qarshilik, murakkab deformasiya, siniq sterjenlar, zo'riqish kuchlari, qiyshiq egilish, normal kuchlanish, deformasiya, netral chiziq holati, cho'zilish bilan egilish, markaziy bo'lmagan siqilish.

I. Mashina va inshoot qismlari ichida juda ko'p elementlari bir yo'la cho'zilish (siqilish) bilan egilishga qarshilik ko'rsatadi. 11.13 -shaklda ustunning istalgan kesimida eguvchi moment, ko'ndalang va bo'ylama kuchlar hosil qiluvchi kuch ta'sir qiladigan oddiy hol ko'rsatilgan. Ustunning bikrligini katta deb faraz qilib, uning deformasiyalarini hamda ustun gorizontaal bo'yicha siljima ydi deb, P kuchi ta'siridan bo'ladigan eguvchi momentlarni hisobga olmaslik mumkin.



11.13-shakl.



11.14-shakl.

Shunday qilib, kuchlarning bir-biriga xalal bermaslik prinsipidan foydalanib, S nuqtaning kuchlanishini siqilish va egilishdan hosil bo'ladigan kuchlanishlar yig'indisidan iborat deb qarash mumkin:

$$\sigma = -\frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad (11.9)$$

11.14-shaklda ko'rsatilgandek, ustunga ta'sir etuvchi kuch ikkita bosh o'qqa nisbatan momentlar hosil qilsa, normal kuchlanishni uchta kuchlanish yig'indisidan iborat deb qarash mumkin:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \quad (11.10)$$

Ustunning istalgan kesimining ixtiyoriy nuqtasidagi kuchlanish va shu kesimdagi eng katta kuchlanish (11.10) formuladan topiladi.

Agar ustunning ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr kabi oddiy ko'rinishda bo'lsa, eng katta ekstremal kuchlanish quyidagi formuladan topiladi:

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \quad (11.11)$$

Ustunning ko'ndalang kesim yuzasi murakkab shaklli bo'lsa, avval neytral chiziqning holatini, keyin bu chiziqdan eng uzoqda yotgan nuqtani aniqlash lozim va undagi kuchlanish qiymati eng katta bo'ladi. Istalgan nuqtadagi kuchlanish kesim bilan neytral chiziq orqali biror burchak ostida o'tuvchi tekislik orasidagi kesmalar bilan grafik ravishda ko'rsatilishi mumkin. 11.15-shakldagidek, eng katta kuchlanish eng uzoqda yotgan nuqtadan qo'yiladi.

II. Murakkab deformasiyaning ikkinchi muhim holi, bu bitta bo'ylama kuch ta'sirdan paydo bo'lgan egilishning va bo'ylama kuchning qo'shilishidan hosil bo'lgan markaziy bo'lmagan siqilish yoki cho'zilish hisoblanadi. Bunday hollar, ko'prik tayanchlarini va bino ustunlarini hisoblashda ko'p uchraydi. Markaziy bo'lmagan siqilish holatida tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi markaziy siqilishdagidek, ustunning bosh inersiya o'qlari ustida yotmay, uning o'qiga parallel ravishda e masofada ta'sir etadi (11.16-shakl). Bu masofa e ga eksentrisitet deyiladi. Siquvchi P kuchning bosh inersiya o'qlariga nisbatan koordinatalari x_p va y_p bo'lsin. P kuch ta'siridan ustunning istalgan kesimida siquvchi bo'ylama kuch $N = -P$ va manfiy ishorali ikkita eguvchi moment hosil bo'ladi:

$$M_x = -P \cdot y_p; \quad M_y = -P \cdot x_p.$$

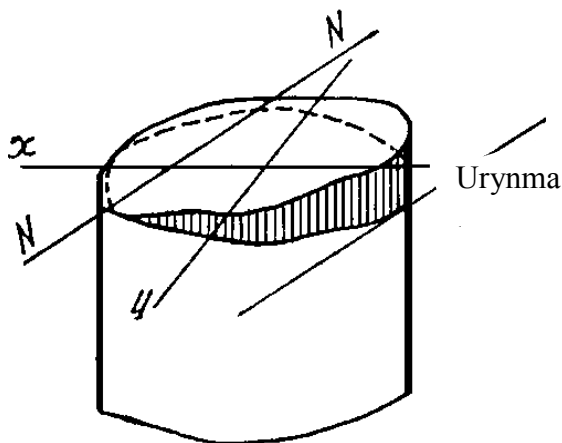
Ustunning xoxlagan ko'ndalang kesimidagi musbat chorakda yotuvchi istalgan K nuqtadagi normal kuchlanish quyidagicha topiladi:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x \quad (11.12)$$

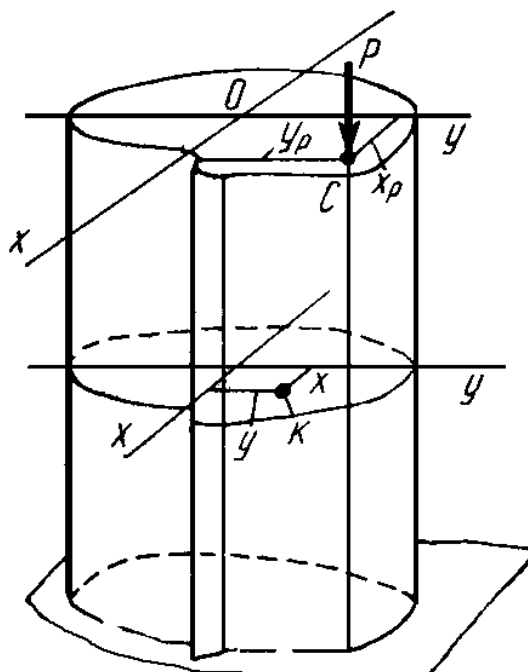
Kuchlanish topiladigan nuqtaning koordinatalari x va y larning ishoralarini e'tiborga olib, siqiluvchi ustunning istalgan nuqtasidagi normal kuchlanishni (11.12) formuladan foydalanib topish mumkin.

Markaziy bo'lmagan siqilish holatidagi to'g'ri to'rtburchak ko'ndalang kesimli ustunning bir eksentrisiteti nolga teng bo'lgan holni qaraymiz (11.17-shakl). Shaklda ko'rsatilgandek siquvchi P kuch koordinatalari $x_p = 0$ va $y_p = e$ bo'lgan nuqtada, ya'ni OY o'qi ustida yotuvchi biror nuqtaga qo'yilgan bo'lsin. Kuchning bu koordinatalarining qiymatini (11.12) formulaga qo'yib, kesimning eng chetki tolalaridagi kuchlanish uchun quyidagini yozish mumkin:

$$\sigma = -\frac{P}{F} \mp \frac{M_x}{W_x} = -\frac{P}{F} \mp \frac{P \cdot e}{\frac{ab^2}{6}} = -\frac{P}{F} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{b} \right) \quad (11.13)$$



11.15-shakl.



11.16-shakl.

(11.13) formulaga asosan:

1) agar $e = 0$ bo'lsa, kesim yuzasida bir xil o'zgarmas qiymatli siquvchi kuchlanish hosil bo'ladi;

2) agar $e \leq \frac{b}{6}$ bo'lsa, kesim yuzasida bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'ladi;

3) agar $e = \frac{b}{6}$ bo'lsa, $\sigma_A = -\frac{2P}{F}$; $\sigma_B = 0$ qiymatli kuchlanishlar hosil bo'ladi;

4) agar $e > \frac{b}{6}$ bo'lsa, kesim yuzasida ikki xil ishorali kuchlanish hosil bo'lib, neytral o'q kesimning ichidan o'tadi.

11.17-shaklda yuqoridagi to'rtta hol uchun qurilgan kuchlanish epyurasi ko'rsatilgan.

4-holdan ko'rinadiki, kesimda bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'lishi uchun eksentrisitet $\frac{b}{6}$ dan oshib ketmasligi kerak ekan.

Yuqorida ko'rdikki, ya'ni egilishda kesimning neytral o'qidan eng uzoqda joylashgan nuqtalarida eng katta kuchlanishlar hosil bo'ladi. Shu sababli qiyshiq egilishdagi kabi, markaziy bo'lmagan siqilishda ham neytral o'qining holatini aniqlash zarurdir. Shu sababli uning tenglamasini chiqarish uchun normal kuchlanish formulasi (13.12) formulaning o'ng tomonini nolga tenglashtiramiz, chunki neytral o'q ustida yotgan barcha nuqtalarda kuchlanish nolga teng:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y_N + \frac{M_y}{J_y} x_N = 0,$$

bunda x_N va y_N lar neytral o'q ustida yotgan nuqtaning koordinatalari.

Bu formulaga bo'ylama kuch va eguvchi momentlarning qiymatlarini qo'ysak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\sigma = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_p}{J_x} y_N - \frac{P \cdot x_p}{J_y} x_N = 0.$$

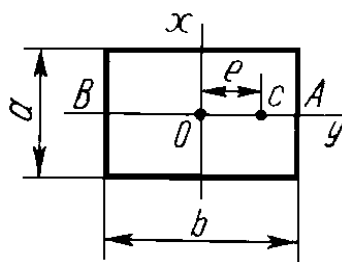
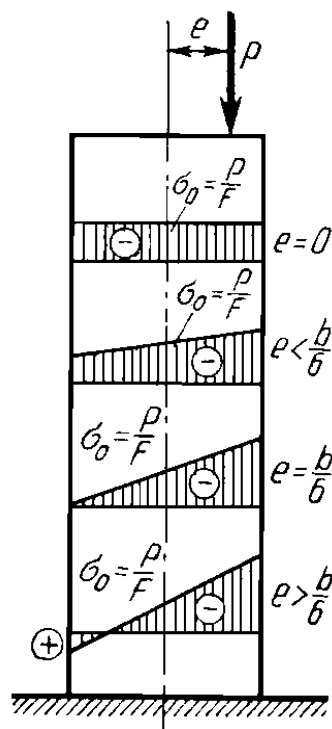
Bu formuladagi inersiya momentlari ularning inersiya radiuslari orqali ifodalangan qiymati, ya'ni $J_x = i_x^2 F$ va $J_y = i_y^2 F$ larni qo'yib, quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$\sigma = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_p}{i_x^2 F} y_N - \frac{P \cdot x_p}{i_y^2 F} x_N = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p}{i_x^2} y_N + \frac{x_p}{i_y^2} x_N \right) = 0.$$

Bu formulada $\frac{P}{F} \neq 0$ bo'lganligidan qavs ichidagi ifoda nolga teng bo'ladi va neytral o'q tenglamasini olamiz:

$$1 + \frac{y_p}{i_x^2} y_N + \frac{x_p}{i_y^2} x_N = 0. \quad (11.14)$$

Buni quyidagi ko'rinishda yozamiz:



11.17-shakl.

$$\frac{\frac{x_N}{i_y^2}}{x_p} + \frac{\frac{y_N}{i_x^2}}{y_p} = 1 \quad (11.15)$$

Bu tenglamaning maxrajlarini quyidagicha belgilaymiz:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_p}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_p}. \quad (11.16)$$

U holda (13.14) formula quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\frac{x_N}{a_x} + \frac{y_N}{a_y} = 1. \quad (11.17)$$

Bu formula koordinata boshidan o'tmagan to'g'ri chiziq tenglamasini ifodalaydi. Undagi a_x va a_y lar mos ravishda OX va OY koordinata o'qlaridan kesib ajratgan kesmalarini ifodalaydi.

(11.16) formuladan ko'rinadiki, biror kesim uchun neytral o'qning holati faqat kuch qo'yilgan nuqtaning koordinatalarigagina bog'liq bo'lib,

kuch miqdorining esa ahamiyati yo'q ekan, yana a_x va a_y larning ishorasi qutb koordinatalarining ishorasiga teskaridir.

Bu formulalardagi a_x va a_y lar bilan y_p va x_p larni o'rinlarini almashtirsak, tenglamalar o'z kuchini yuqotmaydi, ya'ni:

$$x_p = -\frac{i_y^2}{a_x}; \quad y_p = -\frac{i_x^2}{a_y} \quad (11.18)$$

Bu ifodalardan P kuch qo'yilgan nuqta koordinatalarini topish mumkin.

Kuch qo'yilgan nuqta koordinatalari bilan neytral o'qning orasida quyidagi bog'lanishlar bor:

1) Agar kuchni koordinatalari x_N va y_N bo'lgan nuqtaga qo'ysak, neytral o'q a_x va a_y ga teng kesmalarda koordinata o'qlarini kesib o'tadi (11.18-shakl, a).

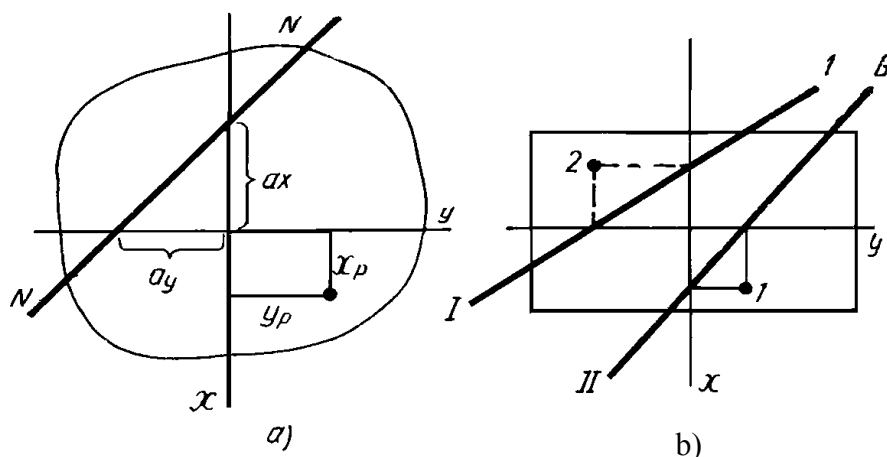
2) Agar kuch 1 nuqtaga qo'yilsa, unga mos keluvchi neytral o'q I-I holatda, kuch 2 nuqtaga qo'yilsa, neytral o'q II-II holatda bo'ladi.

3) Agar kuch OY o'qi ustida yotuvchi nuqtaga qo'yilsa, neytral o'q OX o'qini cheksiz uzoqlikda kesib o'tib, unga parallel bo'ladi (11.19-shakl).

$$\alpha_x = -\frac{i_y^2}{x_p} = -\frac{i_y^2}{0} = \infty$$

4) Agar kuch qo'yilgan nuqta OX o'qi bo'ylab kesim og'irlik markazidan uzoqlashsa, neytral o'q OY o'qiga parallel ravishda kesim markaziga yaqinlashadi va aksincha (11.19-shakl).

5) Xuddi yuqoridagidek, kuch qo'yilgan nuqta OY o'qi bo'yicha markazdan uzoqlashsa, neytral o'q OX o'qiga parallel ravishda kesim markaziga yaqinlashadi va aksincha.



11.18-shakl.

Masalan, 11.19-shaklda ko'rsatilgandek, kuch tartibi bilan 1,2,3 va 4 nuqtalarga qo'yilsa, ularga mos kelgan neytral o'qlar I-I, II-II, Sh-Sh va IV-IV holatlarda bo'ladi.

6) Agar kuch birorta ham bosh inersiya o'qiga mos kelmaydigan kesim markazidan o'tuvchi OYe chiziq bo'yicha markazdan uzoqlashsa, neytral o'q ham o'z-o'ziga parallel ravishda kesim markaziga yaqinlashadi (11.19-shakl). Haqiqatdan ham (11.16) tenglamadan quyidagi nisbat kelib chiqadi.

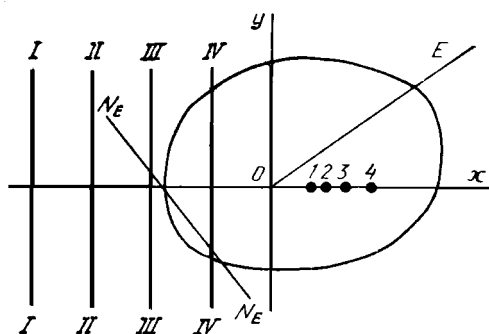
$$\frac{a_y}{d_x} = \left(\frac{i_x^2}{i_y^2} \right)^2 \cdot \frac{x_p}{y_p} = \left(\frac{i_x}{i_y} \right)^2 \operatorname{tg} \alpha$$

Demak, neytral o'q og'ish burchagining tangensi a_y/a_x kuch qo'yilgan nuqta koordinatalarining nisbatiga bog'liq bo'lar ekan.

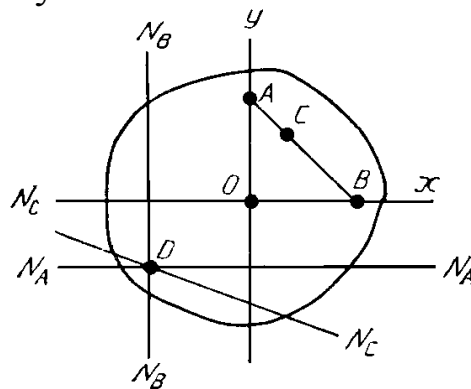
7) Kuch qo'yilgan nuqta kesim markazidan o'tmaydigan AB to'g'ri chiziq ustida harakat qiladi (11.20-shakl). Kuch A va V nuqtalarga qo'yilganda neytral o'qlar mos ravishda OX va OY o'qlariga parallel ravishda o'tadi. Neytral o'qlar D nuqtada

8) Kuch qo'yilgan nuqta kesim markazidan o'tmaydigan AB to'g'ri chiziq ustida harakat qiladi (11.20-shakl). Kuch A va V nuqtalarga qo'yilganda neytral o'qlar mos ravishda OX va OY o'qlariga parallel ravishda o'tadi. Neytral o'qlar D nuqtada kesishadi. Bu nuqta ikkita neytral o'qqa tegishli bo'lib, kuch bir vaqtda A va V nuqtaga qo'yilgan ikkita kuchdan hosil bo'ladigan kuchlanish nolga teng bo'ladi. Kuchni S nuqtaga qo'yib, uni A va V nuqtalarga qo'yilgan ikkita kuchdan hosil bo'ladigan kuchlanish nolga teng bo'ladi. Kuchni S nuqtaga qo'yib, uni A va V nuqtalarga qo'yilgan P_A va P_B tashkil etuvchilariga ajratsak, D nuqtada ulardan hosil bo'ladigan kuchlanish nolga teng bo'ladi. S nuqtaning holati ixtiyoriy bo'lganligidan kuchning AV chiziq ustidagi istalgan holatida D nuqtadagi kuchlanish nolga teng bo'ladi.

Demak, kuch qo'yilgan nuqta AV to'g'ri chiziq ustidagi nuqtalarga qo'yilsa, neytral o'q D nuqta atrofida aylanaverar ekan va aksincha.



11.19-shakl.



11.20-shakl.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Egilish bilan cho'zilishning birga ta'siri qanday hollarda ro'y berishi mumkin?
2. Egilish bilan cho'zilish deformasiyasi birga kelgan holda balkaning har qanday kesimning istalgan nuqtasidagi normal kuchlanish formulasi qanday yoziladi va bu formula qanday prinsip asosida chiqariladi?
3. Egilish bilan cho'zilish deformasiyalari birga kelgan hollarda maksimal va minimal kuchlanishlar balkaning qaysi tolalariga hosil bo'ladi va ular qanday formulalar yordamida aniqlanadi?
4. Egilish bilan cho'zilish defomasiyasi birga kelgan holda balkaning mustahkamlik sharti qanday yoziladi?
5. Agar balkaga uning o'qi bilan burchak hosil qilgan kuchlar qo'yilgan bo'lsa, qanday deformasiyalar vujudga keladi?
6. Agar balkaga uning o'qi bilan burchak tashkil qilgan kuchlar qo'yilgan bo'lsa, kuchlanish qanday formula yordamida aniqlanadi?
7. Cho'zilish bilan egilish birga ta'sir qilgan sterjen uchun chiqarilgan formulalarni siqilish bilan egilish ta'sir qilgan sterjenlarga ishlatib bo'ladimi?
8. Qanday kuchlanish holati markaziy bo'lmagan siqilish deb ataladi?
9. Markaziy bo'lmagan siqilishda har qanday nuqtaning kuchlanishi qanday formula bilan aniqlanadi va bu formula qanday chiqariladi?
10. Kesimning inersiya radiusi qanday topiladi?
11. Siquvchi kuch kesimning bosh o'qlaridan birining ustida yotsa, kuchlanish qanday formula yordamida aniqlanadi, bu formula qanday chiqariladi?
12. Ekssentisitet deb nimaga aytiladi?
13. Markaziy bo'lmagan siqilishda neytral o'q vaziyatini iniqlovchi formula qanday chiqariladi?

22-ma'ruza.

11-BOB.

22-mavzu: MURAKKAB QARSHILIK (MURAKKAB DEFORMASIYA).

REJA:

1. Kesim yadrosini qurish.
2. Egilish bilan buralishning birgalikdagi ta'siri.

Tayanch tushunchalari va iboralari: murakkab qarshilik, murakkab deformasiya, siniq sterjenlar, zo'riqish kuchlari, qiyshiq egilish, normal kuchlanish, deformasiya, netral chiziq holati, kesim yadrosi, egilish bilan buralish.

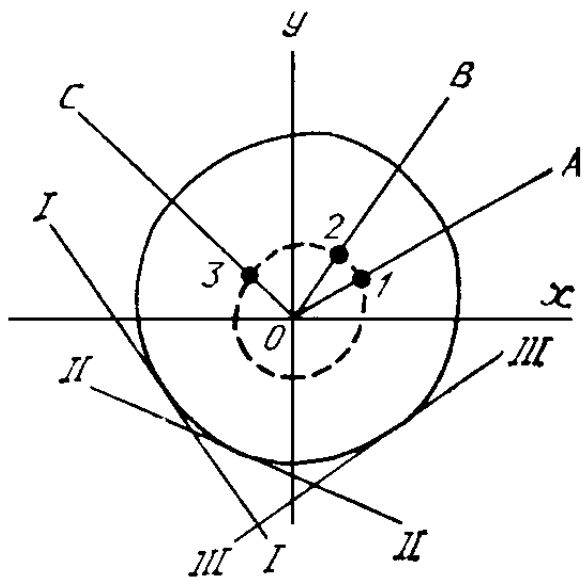
I. Ko'ndalang kesimning og'irlik markazi atrofidan ajratilgan yopiq soha ichkarisidagi nuqtalarga qo'yilgan siquvchi (cho'zuvchi) kuch ta'siridan, kesim yuzasida faqat siqiluvchi (cho'ziluvchi) kuchlanish hosil bo'lsa, bunday yopiq sohaga **kesim yadrosi** deyiladi. Qurilishda ishlatiladigan cho'zilishga zaif qarshilik ko'rsatuvchi (g'isht, beton, cho'yan, tosh va boshqa) materiallardan tayyorlangan ustunining ko'ndalang kesimida faqat siquvchi kuchlanish hosil bo'ladigan qilib loyihalash maqsadga muvofiqdir. Shuning uchun siquvchi kuch qo'yilgan nuqtani kesim og'irlik markazidan uzoqlashib ketmasligiga, ya'ni eksentrisitetni cheklashga to'g'ri keladi.

Kesim yadrosini qurish uchun 11.21-shakl ko'rsatilgan ixtiyoriy kesim yuzasining og'irlik markazidan o'tuvchi OA chiziq ustida yotuvchi nuqtalarga kuchni qo'yib harakat qildirsak, shunday bir nuqta topiladiki unga mos kelgan neytral o'q qandaydir bir nuqtada ko'ndalang kesim yuzasiga urinma bo'lib o'tib, I-I holatda bo'ladi va unga 1 nuqta mos keladi. Agar kuch qo'yilgan nuqtani markazdan uzoqlashtirsak, neytral o'q kesim yuzasi ichkarisidan o'tib, uni cho'zuvchi va siquvchi qismlarga bo'ladi. Demak, kesim yuzasida faqat siquvchi kuchlanish hosil qilish uchun 1 nuqta chegaraviy nuqta bo'lar ekan.

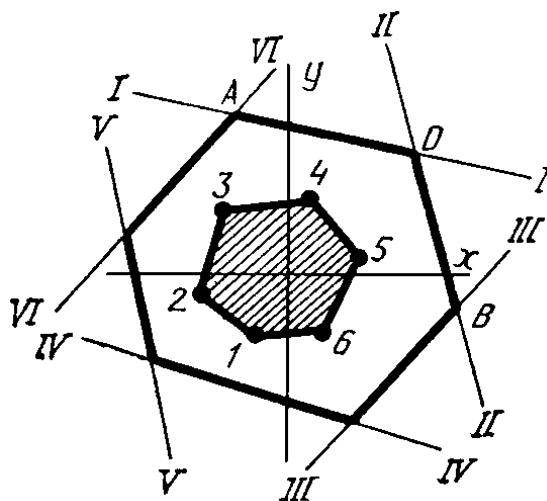
Xuddi yuqoridagidek, OV va OS to'g'ri chiziqlar ustida ham 1 nuqta xususiyatlariga ega bo'lgan 2 va 3 nuqtalarni topsak ularga mos kelgan urinma neytral o'q II-II, III-III-III lar hisoblanadi.

Agar kesim markazi orqali yuqoridagidek cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazilib, ularda chegaraviy nuqtalar topilsa, bu nuqtalarning geometrik o'rni kesim yuzasi og'irlik markazi atrofida ma'lum bir sohani o'rab olgan egri chiziq chiziladi bu esa kesim yadrosini hosil qiladi. Kesim yadrosi ichidagi har qanday nuqtaga qo'yilgan siquvchi (cho'zuvchi)

kuchdan kesim yuzasida faqat siquvchi (cho'zuvchi) kuchlanish hosil bo'ladi.



11.21-shakl.



11.22-shakl.

Cho'zilishga yomon ishlaydigan materiallardan yasalgan, ustunning kesim yadrosi shakli va o'lchamlarini oldindan bilish lozimdir.

Kesim yadrosini qurishni quyidagi ko'p uchraydigan ko'rinishdagi kesimlarda ko'rib chiqamiz:

1) Ko'pburchak. 11.22-shaklda ko'rsatilgan ko'pburchakni qaraymiz, avvalo I-I neytral o'qni AD tomon bo'ylab o'tkazamiz. Neytral o'q bosh inersiya o'qlarida kesib o'tadigan kesmalarni topib, keyin (11.18) formuladan foydalanib, bo'ylama kuch qo'yilgan x_p va y_p kordinatalarni hisoblab, 1 nuqtani topamiz. Shu yo'l bilan DV bo'ylab o'tgan II-II neytral o'qqa mos keluvchi 2 nuqtani ham topamiz.

Oldingi paragrafdagi 7 punktga asosan, ya'ni neytral o'q biror nuqta atrofida aylansa, kuch qo'yilgn nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab harakat qiladi. 1-1 urinma neytral o'qni D nuqta atrofida aylantirib II-II holatga o'tkazsak, kuch qo'yilgan nuqta 1-2 to'g'ri chiziq bo'ylab harakat qilib, 1-2 kesmani hosil qildi va kesim yadrosining bir tomonini tashkil etadi.

Shu usul bilan kesimga kontur tomonlari va burchaklari orqali o'tkazilgan urinma neytral o'q I-I, II-II, Sh-Sh, IV-IV, V-V, VI-VI lar bilan o'rab olib ularga mos kelgan 1,2,3,4,5 va 6 nuqtalarni to'g'ri chiziqlar bilan tutashtirsak, kesim yadrosi hosil bo'ladi.

Demak, kesim yuzasi ko'pburchak bo'lsa, kesim yadrosi ham ko'pburchak bo'lar ekan. Ammo kesim konturida ichki burchaklar bo'lsa, kesim yadrosining tomonlari soni kesim yuzasi tomonlari soniga teng bo'lmaydi (11.23-shakl). Chunki AV va VS tomonlar orqali neytral o'qlar

o'tkazib, bo'lmaydi, ular kesim konturiga urinma bo'lib emas, balki uni kesib o'tadi.

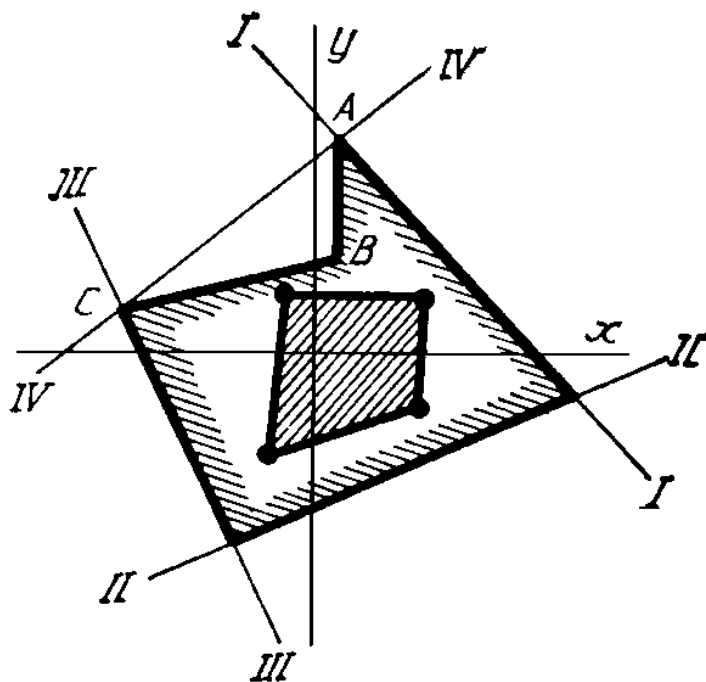
2) To'g'ri to'rtburchak. Uning tomonlari orqali to'rtta urinma neytral o'qni o'tkazamiz (11.24-shakl, a) 1-1 neytral o'q uchun koordinata o'qlarida mos keladigan kesma $a_x = \infty$, $a_y = h/2$ bo'ladi (11.18) formuladan foydalanib, kesim yadrosining birinchi nuqtasining koordinatalarini topamiz:

$$x_p = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{i_y^2}{\infty} = 0; \quad y_p = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{i_x^2}{h/2} = -\frac{J_x/F}{h/2} = -\frac{2bh^3}{12bh^2} = -\frac{h}{6}.$$

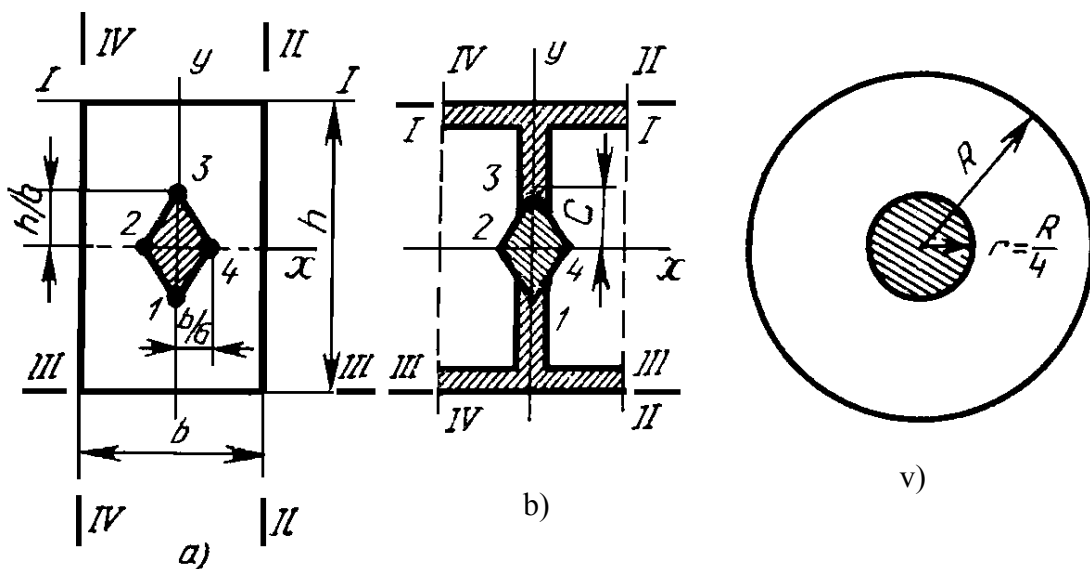
Demak, 1 nuqta O_y o'qida O_x o'qidan $h/6$ masofada 1-1 neytral o'qqa nisbatan teskari tomonda joylashgan bo'lar ekan.

Xuddi shunday mulohazalarni yuritib III-III neytral o'qqa mos kelgan nuqtaning koordinatalari uchun $x_p = 0$; $y_p = \frac{h}{6}$ larni, II-II va IV-IV neytral o'qlar uchun mos kelgan koordinatalari $y_p = 0$; $x_p = \mp b/6$ ni topamiz.

Yuqoridagi 7 punktdan, ya'ni neytral o'q biror nuqta atrofida aylansa, kuch qo'yilgan nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab harakat qilishidan foydalanib 1, 2, 3 va 4 nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashtirsak romb shakli hosil bo'ladi. Shunday qilib, to'g'ri to'rtburchakli kesimning kesim yadrosi romb shaklidan iborat bo'lar ekan.



11.23-shakl.



11.24-shakl.

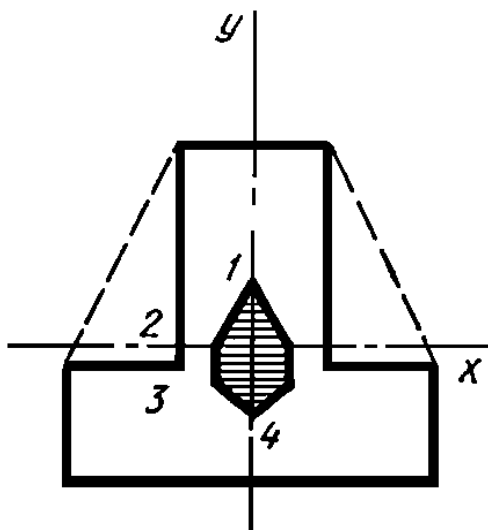
3) Qo'shtavr. Bu kesim uchun neytral o'qning eng chetki holatlari (I-I, II-II, Sh-Sh va IV-IV) chiziqlar bilan aniqlanadi (11.24-shakl, b). Qo'shtavr kesimning ichki konturidagi chiziqlar orqali neytral o'qlar o'tkazilsa, ular kesimni cho'ziluvchi va siqiluvchi qismlarga bo'lib o'tadi va bular tekshirilmaydi.

Avvalgi holdagidek to'rtta holatini tekshiramiz.

Kesim simmetrik bo'lganligi uchun bu holda ham kesim yadrosi romb shaklida bo'ladi. Rombning uchlarini aniqlovchi nuqtalarning koordinatalarini (11.18). formuladan foydalanib aniqlaymiz:

$$c_{1,3} = \pm \frac{i_x^2}{h/2}; \quad c_{2,4} = \pm \frac{i_y^2}{b/2},$$

bu yerda i_x va i_y lar qo'shtavrning mos ravishda OX va OY o'qlariga nisbatan inersiya radiuslarini b va h lar esa o'lchamlarini ifodalaydi va sortament javallaridan olinadi.



11.25-shakl.

4). Doira. Bu ko'rinishdagi kesimning markazidan o'tuvchi barcha o'qlarga nisbatan simmetrik bo'lganligi uchun bitta neytral o'q holatini ko'rib chiqish yetarlidir (11.24-shakl, v). Doira markazida kesim yadrosi chetigacha bo'lgan masofani quyidagicha aniqlaymiz:

$$y_p = -\frac{i_x^2}{a_x} = -\frac{J_x}{F \cdot a_x} = -\frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{d}{2}} = -\frac{d}{8} = -\frac{2R}{8} = -\frac{R}{4},$$

bu yerda- $a_x = \frac{d}{2} = \frac{2R}{2} = R$ – bo'lib doiraning radiusini ifodalaydi.

Demak, R radiusli doiraviy kesim uchun r radiusli doiraviy kesim yadrosi to'g'ri kelar ekan.

5) Tavr . Bu shakldagi kesim uchun ham yuqoridagilardek kesim konturiga urinmalar o'tkazsak, urinmalar sistemasi olti burchaklik hosil qilganligidan kesim yadrosi ham olti burchaklik shaklida bo'ladi (11.25-shakl).

II. Amalda mashinalarning buralishga ishlovchi qismlari, masalan, turli tirsakli vallar, shuningdek, spiral prujinalar buralish bilan birga egiladi. Elektropoyezd motor vagonlarining, tramvay vagonlarining o'qlari buralish bilan birga egilishga ham qarshilik ko'rsatadi. Garchi buraluvchi vallarga bevosita ko'ndalang kuchlar ta'sir qilmasa ham, ular o'z xususiy og'irligi ta'sirida va shu tufayli aylanish vaqtida hosil bo'ladigan markazdan qochirma inersiya kuchi ta'sirida egiladi. Transmission va tirsakli vallar hamda shesternalar o'rnatilgan vallar buralish bilan birga egiladi.

Kuchlar ta'sirini bir-biriga xalal bermaslik prinsipidan foydalanib, doiraviy kesimli valning buralish va egilishidan hosil bo'lgan kuchlanishlarni hisoblaymiz (11.26-shakl).

Zo'riqish kuchlarining epyuralarini qurib, valning qistirib mahkamlangan kesimi xavfli kesim ekanligini ko'ramiz:

Ma'lumki, balkalar egilganda ko'ndalang kesimda normal va urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi:

Normal kuchlanishning eng katta qiymati $\sigma = \sigma_o = M_o / W_o$ kesimdagi chetki tolalarda, urinma kuchlanishning eng katta qiymati $\tau = \tau_o = \frac{4}{3} \frac{Q}{F}$ esa neytral qatlamda hosil bo'ladi.

Val buralganda eng katta urinma kuchlanishlar ko'ndalang kesimning chetki nuqtalarida hosil bo'lib quyidagicha topiladi:

$$\tau = \tau_{\text{typ}} \cdot \frac{M_{\delta}}{W_p} = \frac{M_{\delta}}{2W_x}$$

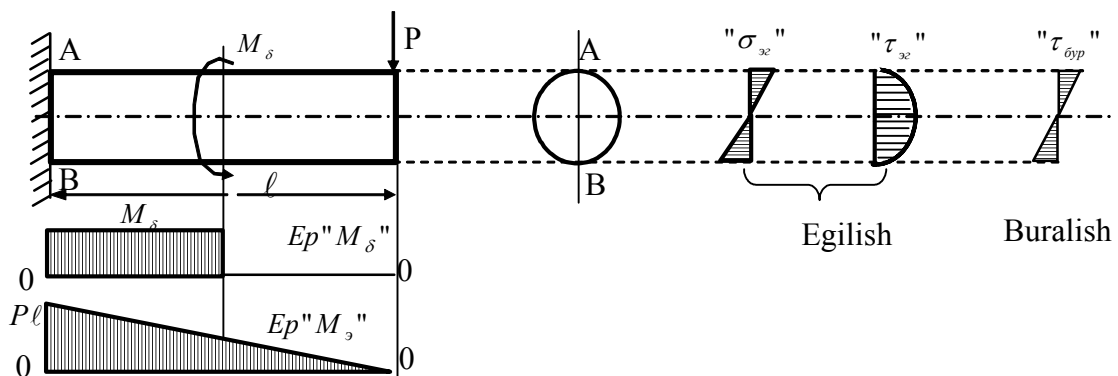
Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, ko'pincha kesuvchi kuch ta'siridan vujudga kelgan urinma kuchlanish τ_y e'tiborga olinmaydi, balki balkaning egilishi faqat M_y ta'siridan sodir bo'ladi.

Shunday qilib, xavfli kesimdagi A va B nuqtalar eng katta kuchlanishlarga ega (11.26-shakl). Ana shu A nuqtaning kuchlanganlik holatini tekshiramiz (11.27-shakl).

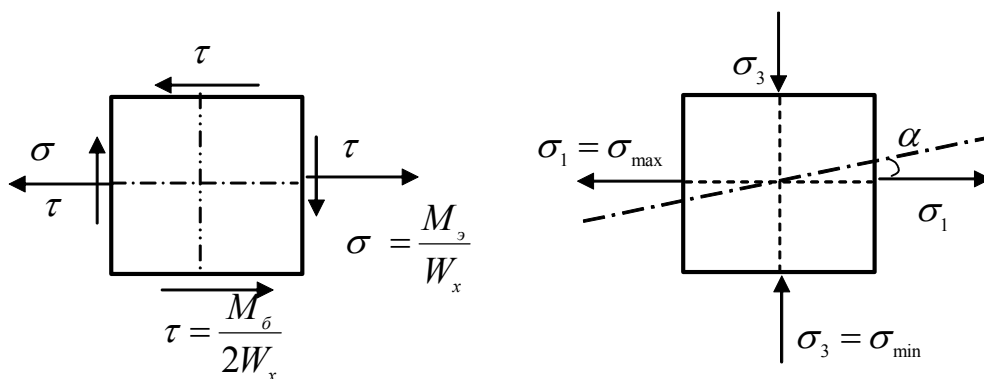
Ko'ndalang kesimning A nuqtasi atrofidan olingan elementning ko'ndalang kesimiga eng katta cho'zuvchi normal kuchlanish $\sigma = \frac{M_y}{W_x}$ va eng katta urinma kuchlanish $\tau = \frac{M_{\delta}}{2W_x}$ ta'sirida bo'ladi.

Shunday qilib, element tekis kuchlanish holatida bo'lar ekan. Bunday elementlarning bosh kuchlanishlari quyidagicha topiladi.

$$\sigma_{1,3} = \sigma_{\frac{\max}{\min}} = 0,5 \sigma_y \pm 0,5 \sqrt{\sigma_y^2 + 4\tau_y^2} \quad (a)$$



11-26-shakl



11.27-shakl

Vallarning materiali ko'pincha po'lat bo'lganligi tufayli ularning mustahkamligi uchinchi va to'rtinchi mustahkamlik nazariyalaridan foydalanib tekshiriladi:

1. Uchinchi mustahkamlik (eng katta urinma kuchlanish) nazariyasi:
 $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$

(a) dan σ_1 va σ_3 larning qiymatini bu formulaga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\sqrt{\sigma_9^2 + 4\tau_6^2} \leq [\sigma]; \quad \text{yoki} \quad \frac{\sqrt{M_9^2 + M_6^2}}{W_x} \leq [\sigma].$$

Valning diametrini topish uchun uning qarshilik momentini aniqlaymiz:

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M_9^2 + M_6^2}}{[\sigma]},$$

bu yerda $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ ga teng bo'lib kesimning qarshilik momentini ifodalaydi.

Tekis kuchlanish holati uchun to'rtinchi mustahkamlik nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha bo'ladi.

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3} \leq [\sigma]$$

Xuddi yuqorida bajarilgan ishlarni takrorlab, hisob tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{\sqrt{M_9^2 + 0,75M_6^2}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Bundan kesim diametrini tanlash uchun qarshilik momentini topamiz:

$$W_x \geq \frac{M_9^2 + 0,75M_6^2}{[\sigma]}.$$

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Kesim yadrosi nima?
2. Kesim yadrosining qanday ahamiyati bor?
3. Kesim yadrosi qanday formula bilan aniqlanadi?
4. Neytral o'q bir nuqtada aylansa, kuch qo'yilgan nuqta qanday harakat qiladi?
5. Ko'ndalang kesim yuzi ko'pburchaklik bo'lsa, kesim yadrosining konturi qanday shaklda bo'ladi?
6. Buralish bilan egilishning birgalikdagi ta'siri sterjenga qanday kuchlar qo'yilganda hosil bo'ladi?
7. Burovchi moment sterjenning qanday tekisligida yotadi?
8. Eguvchi moment sterjenning qanday tekisligida yotadi?
9. Sterjen egilish bilan birga buralganda uning ko'ndalang kesimida qanday kuchlanishlar hosil bo'ladi?
10. Buralish bilan egilishdan hosil bo'lgan urinma kuchlanishlarning ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha taqsimlanish qonunida qanday farq bor?
11. Ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan sterjenlar buralish bilan egilishga qarshilik ko'rsatganda, ularni hisoblashda egilishdan hosil bo'lgan urinma kuchlanish e'tiborga olinadimi?
12. Silindrik sterjenlar buralish bilan egilishga qarshilik ko'rsatganda xavfli ko'ndalang kesim qanday topiladi?
13. Silindrik sterjenlarning xavfli nuqtalaridan ajratilgan elementar kubik qanday kuchlanish holatda bo'ladi?
14. Prujinalar qanday maqsadda ishlatiladi?
15. Vintsimon prujinalar cho'zilganda yoki siqilganda ularning sterjenda, ya'ni sterjen ko'ndalang kesimida qanday zo'riqish kuch faktorlari hosil bo'ladi?
16. Vintsimon prujinalarning ko'ndalang kesimlarida qanday kuchlanishlar hosil bo'ladi?
17. Vintsimon prujina sterjenlarining diametrlari qanday formuladan niqlanadi?
18. Vintsimon prujinalarni hisoblaganda oddiy siljishdan hosil bo'lgan kuchlanish e'tiborga olinadimi?

23-ma'ruza.

12-BOB.

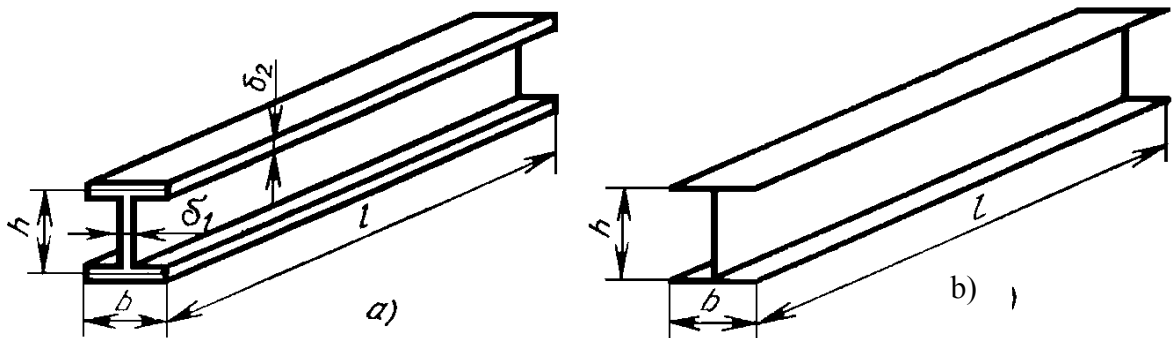
23-mavzu: OCHIQ PROFILLI YUPQA DEVORLI STERJENLAR HISOBI.

REJA:

1. Asosiy tushunchalar. Yupqa devorli sterjenlarning erkin va erkinmas buralishi.
2. Sterjen deformasiyalari bilan nuqtalari ko'chishi orasidagi bog'lanish.
3. Sterjen kesim yuzasida normal va urinma kuchlanishlarning taqsimlanish qonuni.

Tayanch tushunchalari va iboralari: Yupqa devorli sterjenlar, erkin va erkinmas buralishi, normal va urinma kuchlanishlarning taqsimlanish qonuni, deplanasiya, o'rta sirti, yopiq, ochiq profilli sterjenlar.

I. Devorining qalinligi δ , ko'ndalang kesimining asosiy o'lchamlaridan b yoki h , ko'ndalang kesim o'lyaamlari esa uzunligi ℓ dan $8 \div 10$ marta kichik bo'lgan sterjenlarga yupqa devorli sterjenlar deyiladi (12.1-shakl, a). Rus olimi V.Z.Vlasov yupqa devorli sterjenlar turkimiga kiruvchi sterjenlar $\delta < b < 0,1; b/\ell < 0,1$ talabga javob berishini taklif qilgan va bu turdagi sterjenlarning to'la hisobini ishlab chiqqan.

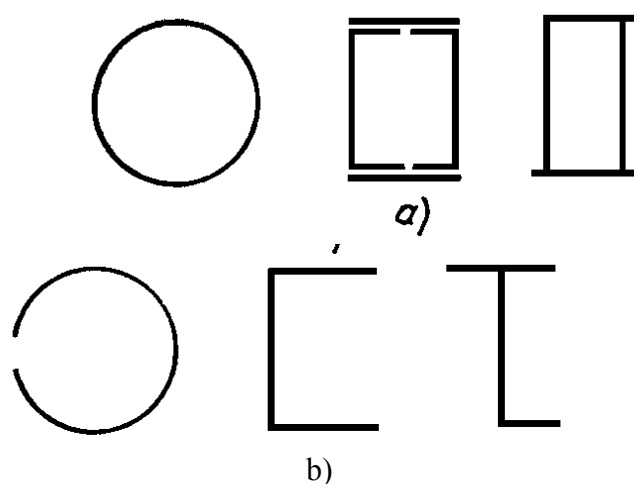


12.1-shakl.

Bu xildagi sterjenlarning hisob sxemasini tuzishda sterjenni hosil qiluvchi elementlar o'rtasidan o'tuvchi o'rta sirti qaraladi va uning ko'ndalang kesim tekisligidagi yuzasi kesim profilini ifodalaydi (12.1-shakl, b).

Qurilish konstruksiyalarida yupqa devorli sterjenlardan keng foydalaniladi. Ko'ndalang kesim yuzasining ko'rinishiga qarab, yupqa devorli sterjenlar yopiq (12.2-shakl, a) va ochiq (12.2-shakl, b) profilli sterjenlarga bo'linadi.

Yupqa devorli sterjenlar burovchi yuk ta'siridan deformasiyalanganda sterjen kesim yuzasi tekisligicha qolmay u deplanasiyaga uchraydi, ya'ni kesim yuzasidagi nuqtalar uning o'qi bo'ylab suriladi, bu yupqa devorli sterjenlarning o'ziga xos xususiyatidir. Ochiq profilli sterjenlarda kesim yuzasining deplanasiyasi ancha kichik bo'lib, uning ta'siri yuk ostida ish sharoitida ta'siri kam bo'lib, ochiq profilli sterjenlarda esa deplanasiya anchagina bo'lib uning yuk ostidagi ish sharoitiga sezilarli ta'sir etadi.



12.2-shakl..

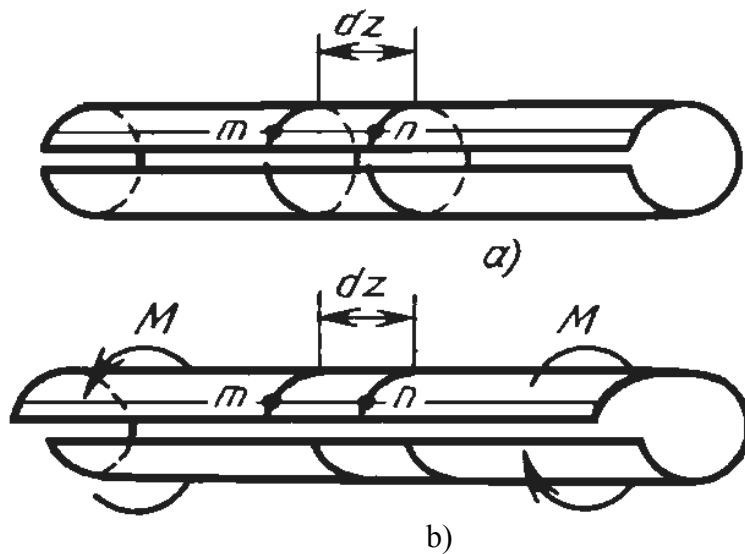
Yupqa devorli sterjenlarning **erkin buralishi** deb, barcha ko'ndalang kesim yuzalarida deplanasiya bir xil bo'ladigan buralishga aytiladi (12.3-shakl, a).

Masalan, 12.3-shakl, *a*, *b* da ko'rsatilgan sterjen uchlariga moment qo'yilgan bo'lib, erkin buralishga ishlaydi. Bunday sterjenda uning istalgan yasovchisi ustida olingan ikkita ixtiyoriy nuqtalar *t* va *p* orasidagi masofa deformasiyagacha va deformasiyadan keyin ham o'zgarmay qoladi.

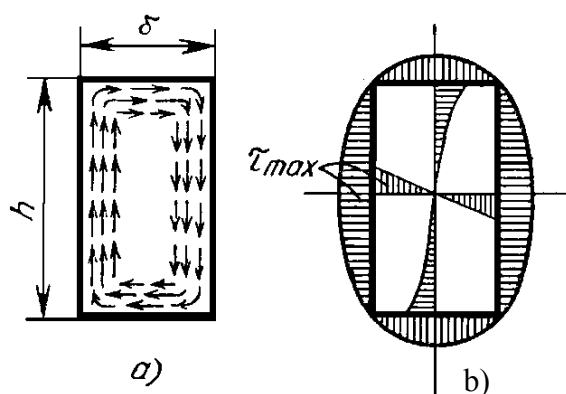
Bunday sterjenning istalgan uchastkasidagi barcha bo'ylama tolalar o'zining dastlabki uzunligini saqlaydi, ya'ni ularning nisbiy uzayishi va qisqarishi nolga teng ($\varepsilon_z = 0$) bo'ladi. Demak, sterjenning ko'ndalang kesim yuzalarida faqat urinma kuchlanishlar hosil bo'lib, normal kuchlanishlar nolga teng bo'ladi.

Masalan, to'g'ri to'rtburchak kesim yuzali polosaning buralishida urinma kuchlanishlar oqimi ko'ndalang kesim yuzasida, 12.4-shakl, *a* da ko'rsatilgandek, yopiq egri chiziq bo'ylab yo'nalgan. Urinma kuchlanishlar epyurasi 12.4-shakl, *b* da ko'rsatilgan.

Maksimal urinma kuchlanish sterjen ko'ndalang kesim yuzasi uzun tomonining o'rtasida yotuvchi nuqtada hosil bo'ladi va u quyidagi formuladan topiladi:



12.3-shakl.



12.4-shakl

$$\tau_{max} = \frac{M_0}{J_d} \delta, \quad (12.1)$$

bunda: M_0 — sof buralish momenti;

δ — ko'ndalang kesim qalinligi; . '

J_d — sterjen kesim yuzasining geometrik. xarakteristikasi bo'lib, u doiraviy kesim yuzali sterjenlar uchun qutb inersiya momentini ifodalaydi va ensiz polosa uchun

$$J_d = \frac{h \cdot \delta^3}{3} \quad (a)$$

ga teng bo'ladi.

Polosaning buralish burchagi

$$\theta' = \frac{M_0}{GJ_d}, \quad (12.2)$$

quyidagiga teng bo'ladi.

bunda: G — siljish moduli;

Kesim yuzasi bir necha ensiz to'g'ri to'rtburchakli polosalardan iborat bo'lgan sterjenlarda ham urinma kuchlanishlar oqimi yopiq egri chiziq bo'ylab yo'nalgan bo'lib (12.5-shakl, a), amalda esa yetarli darajada aniqlik bilan ularda urinma kuchlanishlar oqimi 12.5-shakl, v da ko'rsatilgandek, bir necha yopiq konturlardan iborat deb qaraladi.

Bularda kuchlanishlar kesim qalinligi bo'yicha chiziqli qonun bo'yicha taqsimlanadi (12.5-shakl, g). Demak, element kesim yuzasining o'rta chizig'ida urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lar ekan. Qalinligi eng katta bo'lgan elementda o'rta chiziqdan eng uzoqda hamda element uzun tomonining o'rtasida yotgan nuqtalarda kuchlanishlar eng katta qiymatiga erishadi. Urinma kuchlanishni aniqlash formulasi (12.1) formulagaga o'xshash bo'lib, undagi hamda (12.2) formuladagi J_d ni ya'ni, (a) formulani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$J_d = \alpha \sum_{i=1}^n \frac{h_i \delta_i^3}{3}, \quad (12.3)$$

bu yerda, h_i - o'rta chiziq bo'yicha o'lchanadigan har bir qismining uzunligi;

δ_i - mazkur kesimning qalinligi.

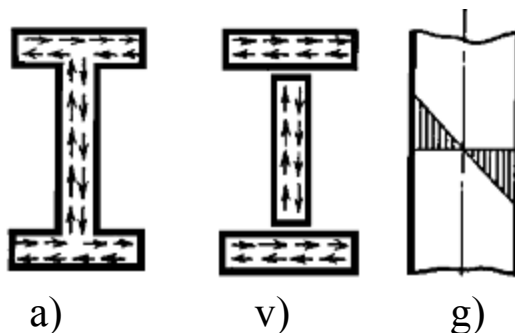
Prokat buyumlar uchun (12.3) formuladagi α koeffitsiyent tajriba natijalariga ko'ra prokat profillar uchun quyidagicha qabul qilinadi:

qo'shtavr uchun 1,20;

shveller uchun 1,12;

burchaklik uchun... 1,0;

Parchin mix bilan yoki payvandlab hosil qilingan profillar



12.5-shakl

uchun J_d ning qiymati tashkil etuvchilarning yig'indisi sifatida olinadi.

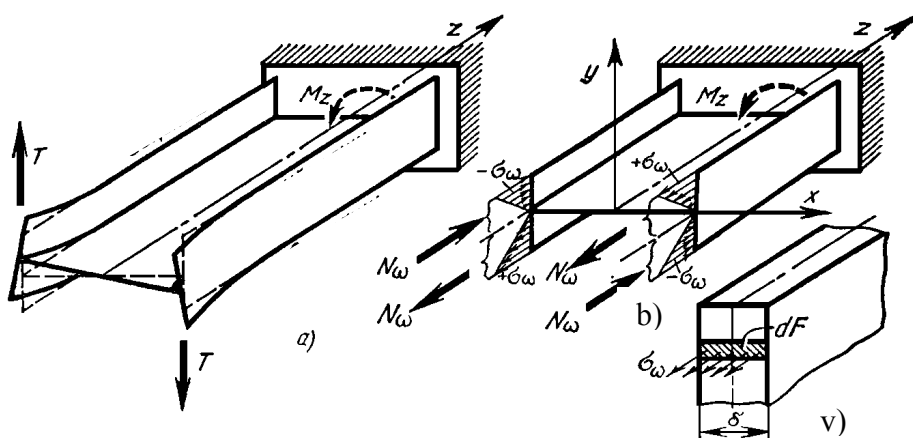
Yupqa devorli sterjenlarning erkinmas buralishi deb, turli ko'ndalang kesim yuzalarida deplanasiya turlicha bo'ladigan buralishga aytiladi.

Agar 12.6-shakl, a da ko'rsatilgan silindr shaklidagi yupqa devorli sterjenlarning bir uchini qistirib mahkamlab, ikkinchi uchiga burovchi juft kuch qo'yilsa, oraliq kesim yuzalarida deplanasiya mahkamlangan kesimdagi noldan erkin uchidagi maksimum qiymatga o'zgaradi. Sterjen turli ko'ndalang kesim yuzalaridagi nuqtalarning bo'ylama o'q bo'yicha ko'chishi turlicha bo'lganligidan tolalarning nisbiy cho'zilishi paydo bo'ladi ($\varepsilon_z \neq 0$), demak, yuzalarda urinma kuchlanishlardan tashqari normal kuchlanishlar ham paydo bo'ladi.

Erkinmas buralishning o'ziga xos asosiy xususiyatlarini o'rganish maqsadida 12.6-shakl, a da ko'rsatilgan qo'shtavrning o'rta sirtini ko'rib chiqamiz.

M_z momentni T juft kuch ko'rinishida olib, uning ta'siridan qo'shtavr buralishi bilan birga uning tokchalarining ham egilishiga ishonch hosil qilamiz.

Sterjenni ko'ndalangiga fikran kesib, T kuchlar qo'yilgan bo'lagini tashlab yuboramiz. Qoldirilgan qismining kesim yuzasida hosil bo'ladigan normal kuchlanishlarning tarqalish epyurasi 12.6-shakl, b da ko'rsatilgan. Bu kuchlanishlarni σ_ω orqali belgilaymiz va u devor qalinligi δ bo'ylab o'zgarmaydi. deb xisoblaymiz (12.6-shakl, v). N_ω kuchlar o'z-o'zidan muvozanatlanadigan ichki kuchlar bo'lagining muvozanat shartidan topib bo'lmaydi. Sterjen qoldirilgan bo'lagining muvozanat shartidan berilgan kuchlar



12.6-shakl.

sistemi uchun quyidagi tengliklar qanoatlantirilishini aniqlash mumkin:

$$\begin{aligned} M_x &= \int_F (\sigma_\omega dF) y = 0; \\ M_y &= \int_F (\sigma_\omega dF) x = 0; \end{aligned} \quad (12.4)$$

$$N = \int_F \sigma_{\omega} dF = 0$$

ya'ni ikkala bosh inersiya o'qlariga nisbatan eguvchi momentlar va bo'ylama kuch nolga tengdir.

Ko'ndalang kesim yuzasida urinma kuchlanish ham paydo bo'ladi. Tekshirilayotgan holda bir yo'la buralish va egilish deformasiyalari hosil bo'ladi. Shu sababli sterjen kesim yuzalarida mazkur deformasiyalarga mos keluvchi ikki xil urinma kuchlanishlar sistemasi hosil bo'ladi. Birinchisiga erkin buralish qonuni bo'yicha taqsimlanadigan kuchlanishlar kiradi. Buni τ_0 deb, mos keluvchi momentni M_0 bilan belgilaymiz. M_0 ni sof burovchi moment deb ataymiz. Sof burovchi momentni sterjen kesim yuzasida paydo bo'ladigan urinma kuchlanishlarning elementlar juftlarining yig'indisidan iborat deb qarash mumkin (12.7-shakl, a). Kuchlanish τ_0 va unga mos keluvchi buralish burchagini (12.1) va (12.2) formulalardan topamiz.

Ikkinchi xil kuchlanishni τ_{ω} bilan belgilaymiz. U sterjen ko'ndalang kesim yuzalarida normal kuchlanishlar (σ_{ω}) bir xil emasligidan hosil bo'ladi.

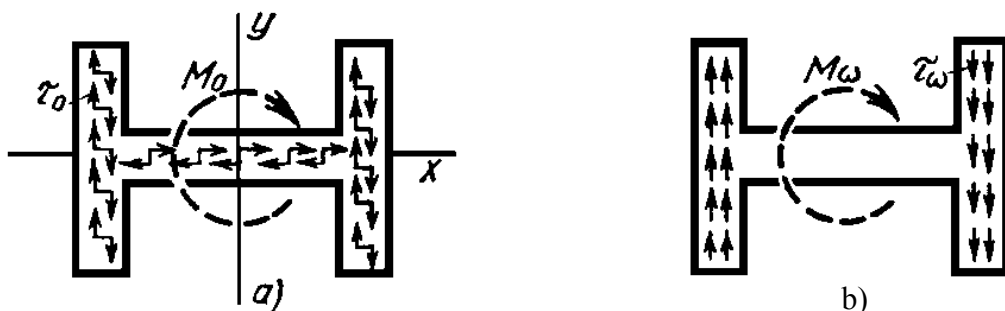
Qo'shtavr tokchalaridagi kuchlanishlar yo'nalishi qarama-qarshi (12.7-shakl, b), ularga eguvchi-burovchi moment deb ataluvchi M_{ω} moment mos keladi. M_{ω} , M_0 momentlar sterjen ko'ndalang kesim yuzasida ichki burovchi moment M_6 ni hosil qiladi, u esa tashqi kuchlar momenti M_g ni muvozanatlaydi.

Demak, erkinmas buralishda sterjen ko'ndalang kesim yuzasida hosil bo'ladigan ichki kuchlar (σ_{ω}) kuchlanish bilan bog'liq bo'lgan o'z o'zdan muvozanatlashadigan normal kuchlar sistemasiga, sof burovchi moment M_0 ga va eguvchi-burovchi moment M_{ω} ga keltirilar ekan.

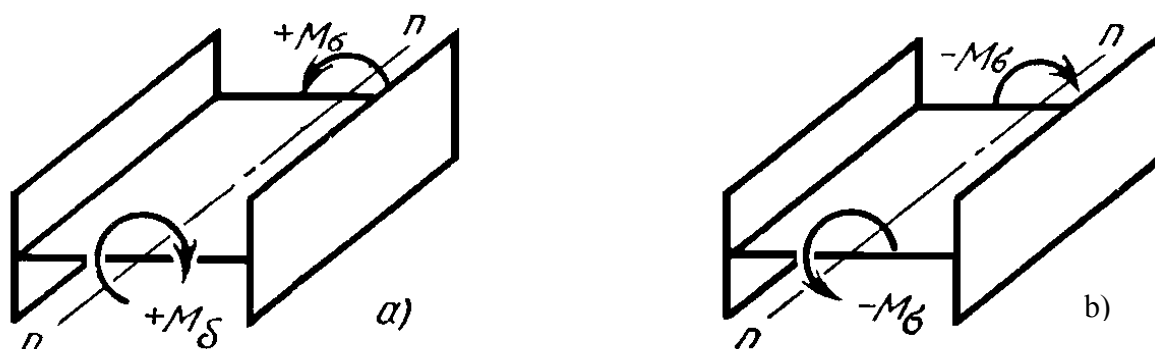
Shunday qilib, sterjen istalgan qismi uchun muvozanat sharti tashqi va ichki kuchlar o'rtasida bog'lanish o'rnatuvchi bitta quyidagi tenglamani berar ekan:

$$M_z = M_y = M_0 + M_{\omega} \quad (12.5)$$

Bundan ko'rinadiki, ichki kuchlarni aniqlash uchun qo'shimcha



12.7-shakl.



12.8-shakl.

tenglamalar tuzish talab etiladi, ular esa statik noaniq masaladagi kabi sterjenning elastik deformasiyasini tekshirish asosida tuziladi.

Erkinmas buralishda sterjen ayrim elementlarida egilish bo'lganligidan bu xil buralishlar egilish - buralishlar ham deyiladi.

Burovchi moment uchun quyidagi ishoralar qoidasini qabul qilamiz. Sterjen ko'ndalang kesim yuzasiga uning tashqi normali tomonidan qaraganda unda paydo bo'ladigan burovchi moment M_6 soat strelkasi harakati bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, musbat ishorali (12.8-shakl, a), aks holda esa manfiy ishorali (12.8-shakl, b) bo'ladi.

II.Buralishga ishlaydigan yupqa devorli sterjenlar hisobini tuzishda ikkita asosiy gipotezaga asoslaniladi;

- 1) sterjen o'rta sirtining siljish deformasiyasi nolga teng;
- 2) sterjen ko'ndalang kesim profili deformasiyalanmaydi.

Bu gipotezalarga ko'ra, o'rta sirt yasovchisi ustida yotuvchi to'g'ri chiziq bilan unga perpendikulyar bo'lgan chiziq orasidagi burchak sterjen buralganida o'z qiymatini o'zgartirmaydi va uning ko'ndalang kesim yuzasining sterjen bo'ylama o'qiga perpendikulyar bo'lgan proyeksiyasining o'lchamlari va shakli deformasiyalanish jarayonida o'zgarmaydi, deb tushuniladi.

Quyidagi sterjenni qaraymiz va sterjen o'rta sirtida yotuvchi nuqtalar ko'chishini tekshiramiz.

σ_ω kuchlanish sterjen kesimining qalinligi δ bir xil bo'lganligidan, uni o'rta sirt nuqtalari uchun unda yotuvchi nuqtalar ko'chishini tekshirish yetarli bo'ladi (12.9-shakl).

Oz o'q esa sterjenning bo'ylama o'qi bo'lib, Ou va Ox o'qlari esa kesimning markaziy bosh inersiya o'qlari bilan ustma - ust yotadi

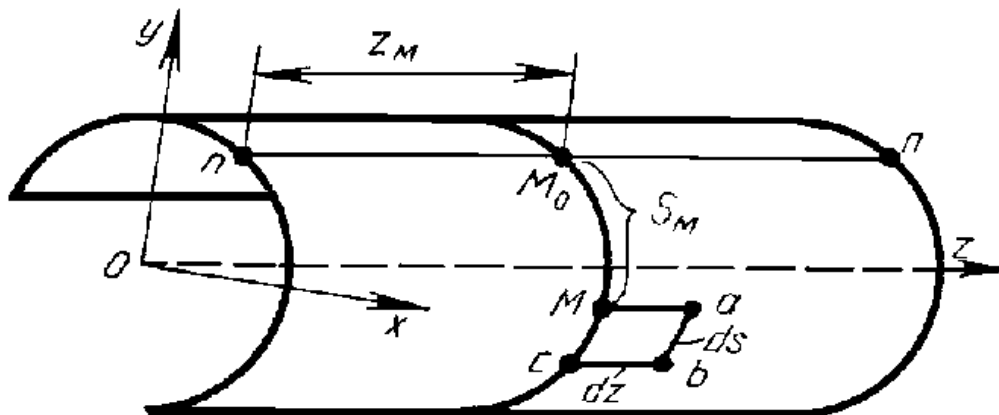
O'rta sirt ustida ixtiyoriy M nuqta olib, uning atrofida tomonlari ds va dx ga teng bo'lgan elementar yuzacha ajratamiz. M nuqtaning holati boshlang'ich M_0 . Bilan hisoblanadi; ya'ni x_M va s_M bilan aniqlanadi. Bundan tashqari M nuqta holati x_M, y_M, z_M lar bilan belgilanadi.

Elementar yuzachaning umumiy ko'chishini ilgarilanma harakatidan va M nuqta atrofida burilishidan iborat deb hisoblash mumkin.

M nuqtaning Oz o'qi bo'yicha ko'chishini i orqali, s yoyga urinma bo'yicha ko'chishini esa v bilan belgilaymiz. Bu har bir ko'chish nuqtaning z va s koordinatalarining funksiyasidir.

$$u = f_1(z, s), \quad v = f_2(z, s). \quad (a)$$

Elastik deformasiya jarayonida sterjenning butunligi buzilmasligi uchun (a) uzluksiz bo'lishi kerak.



12.9-shakl.

dz qirra ilgarilanma ko'chishda Δdx ga ortadi (12.10-shakl, a), bu o'z navbatida i funksiyaning orttirmasi hamdir

$$\Delta dz = \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (b)$$

bo'lib, dz qirraning nisbiy cho'zilishi quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (v)$$

Ikkinchi gipotezaga ko'ra d_z qirra orttirma olmaganligidan, $\varepsilon_s = 0$

(*)

bo'ladi.

Endi yuzachaning M nuqta atrofida burilishini tekshiramiz. Birinchi gipotezaga asosan yuzacha aylanganida uning qirralari orasidagi to'g'ri burchak o'zgarmaydi (12.10-shakl, b), bundan burchaklarning tengligi kelib chiqadi:

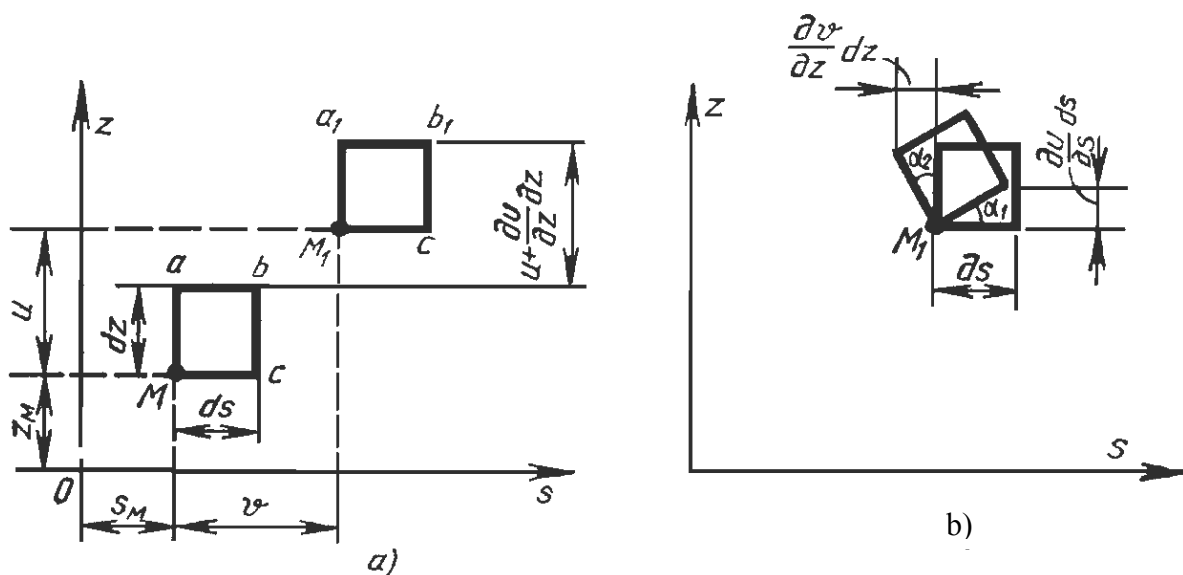
$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad (12.7)$$

u va v funksiyalarning orttirmalari quyidagiga tengbo'ladi:

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial s} ds, \quad \Delta v = -\frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (g)$$

12.10-shakl, b dan ko'rinadiki:

$$\alpha_1 \approx tq \alpha_1 = \frac{\partial u}{\partial s} ds; \quad \alpha_2 \approx tq \alpha_2 = -\frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (d)$$



12.10-shakl

Yoki (14.7) tenglikdan quyidagi kelib chiqadi:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{\partial v}{\partial z} \quad (12.8)$$

Faraz qilaylik, sterjen buralganida ko'ndalang kesim yuzasi qandaydir qutb A atrofida θ burchakka buriladi (12.11-shakl, a).

Ikkinchi gipotezaga ko'ra kesim biki disk kabi aylanadi, va M nuqta M_2 holatga o'tadi. θ burchak kichik bo'lganligidan yozamiz:

$$MM_2 = AM \cdot \theta \quad (12.9)$$

Endi M nuqtadan urinma o'tkazib uning ko'chishini urinmaga proyeksiyalab quyidagini olamiz:

$$MC = v = MM_2 \cos \beta, \quad (z)$$

yoki (12.9) ni hisobga olganda quyidagicha bo'ladi:

$$v = AM \cdot (\cos \beta) \theta \quad (j)$$

$AM \cdot \cos \beta = r$. ekanligini hisobga olib quyidaginni topamiz:

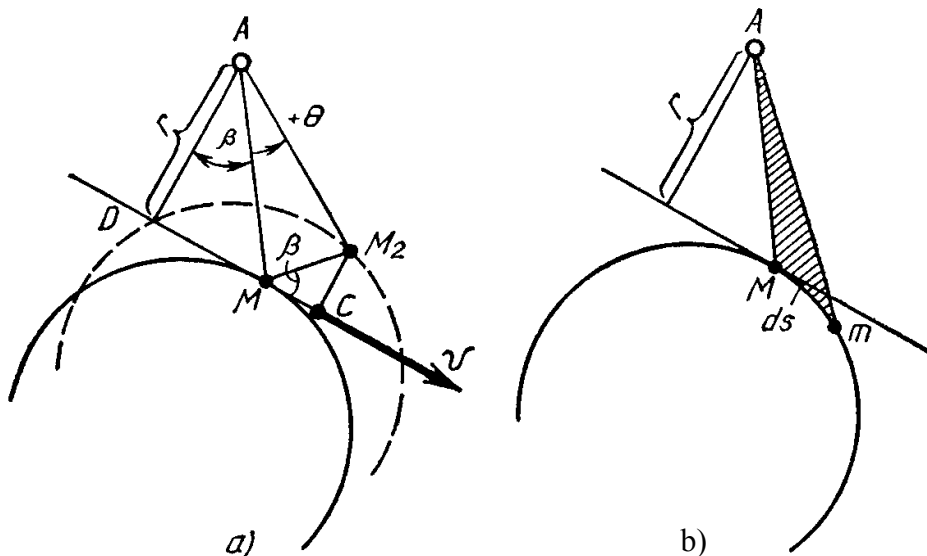
$$v = \theta r \quad (12.10)$$

r ning qiymati z ga bog'liq emasligini hisobga olsak, v ning z bo'yicha xususiy hosilasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial z} r \quad (12.11)$$

Bundan keyin $\frac{\partial \theta}{\partial z} = \theta'$ va $\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \theta''$ belgilashlarni qabul qilib, quyidagini topamiz:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \theta' r \quad (12.12)$$



12.11-shakl

(12.12) ning qiymatini (12.8) ga qo'yib, quyidagini olamiz:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\theta' r \quad (12.13)$$

i funksiyani olish uchun θ' yoy S ga bog'liq bo'lmaganligi sababli, (12.13) ni s yoy bo'yicha iintegrallab i funksiyani topamiz:

$$u = \int_s \frac{\partial u}{\partial s} ds = -\theta' \int_s r ds + u_0(z) \quad (12.14)$$

Buda $\frac{\partial u}{\partial s}$ integrallanganidan (14.14) ning o'ng tomoniga $u_0(z)$ ni

kiritib, fizik ma'nosiga ko'ra $u_0(z)$ funksiya i ko'chishning bir qismini ifodalaydi va u kesimning barcha nuqtalari uchun o'zgarmasdir.

(12.14) formuladagi rds elementar sektor AM m ning ikkilangan yuzasini ifodalaydi va uni $d\omega$ bilan belgilab quyidagini hosil qilamiz (12.11-shakl, b):

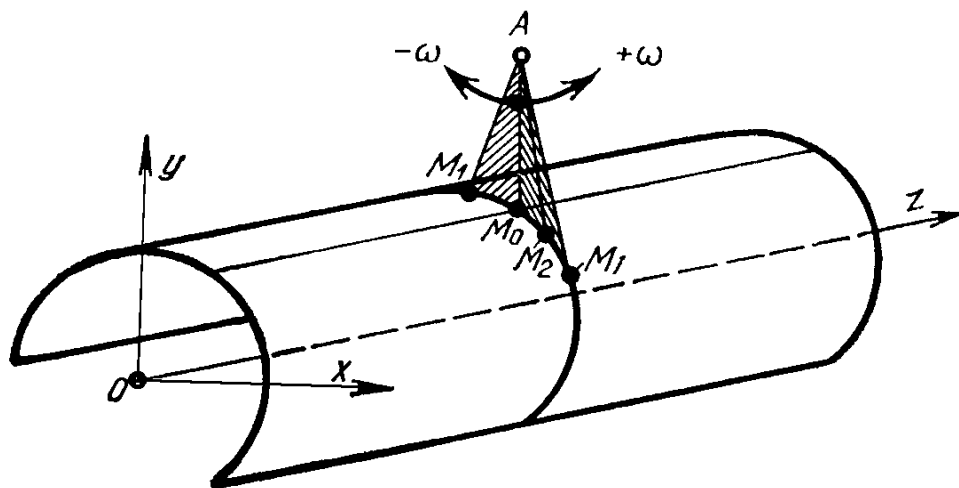
$$\int_S rds = \int_S d\omega = \omega.$$

U vaqtda (12.14) quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$u = -\theta' \omega + u_0(z), \quad (12.15)$$

bu yerda, ω , AM_0M_1 sektorning ikkilangan yuzasini ifodalaydi (12.12-shakl), va sektorial yuza deb ataladi. Radius vektorning uchi boshlang'ich nuqta M_0 dan boshlab kesim profili bo'ylab ko'chishida ω yuza hosil bo'ladi va uning qiymati profilning turli nuqtalari uchun qutb A hamda M_0 nuqta holatiga bog'liq bo'ladi.

Sektorial yuza ω musbat hisoblanadi qachonki, kesim yuzasiga z o'qining musbat yo'nalishidan qaraganda nuqta hisob boshi M_0



12.12-shakl.

(12.12)-shaklda, M_1 nuqta uchun ω ning qiymati manfiy, M_2 va M_i nuqtalar uchun musbatdir.

Sektorial yuza ω profilning har bir nuqtasi uchun ma'lum qiymat va ishoraga ega bo'ladi, shuning uchun u nuqtaning sektorial koordinatasi deyiladi.

z koordinataga ω ning qiymatiga bog'liq bo'lmaganligidan i funksiyadan z bo'yicha xususiy hosila olib, (v) gaqo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\varepsilon_z = -\theta'' \omega + u'_0 z \quad (12.16)$$

(*) va (12.16) formulalar statikaning muvozanat tenglamalari bilan birga kuchlanishning taqsimlanish qonuni va qiymatini, hamda, erkinmas

buralishda ularga mos keluvchi ichki kuch faktorlarini aniqlash imkonini beradigan qo'shimcha tenglamalar sifatida qo'llaniladi.

III. O'rta sirtning ixtiyoriy M nuqtasi atrofida ajratilgan elementar yuzachani qaraymiz (12.13-shakl).

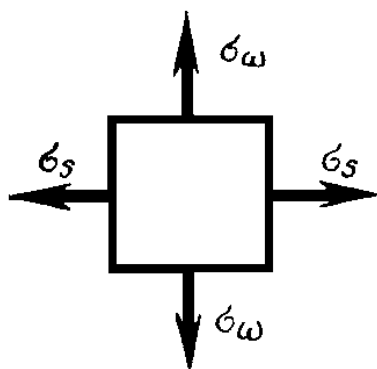
Erkinmas buralishda ham egilish va erkin buralishdagi kabi bo'ylama tolalar orasida o'zaro bosim bo'lmagani uchun $\sigma_3 = 0$ bo'ladi deb taxmin qilib, Guk qonuniga asosan:

$$\sigma_\omega = E \varepsilon_z \quad (12.17)$$

bo'ladi.

U vaqtda (12.16) formuladan ε_z ning qiymatini (12.17) ga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\sigma_\omega = -E\theta''\omega + Eu'_0(z) \quad (12.18)$$



12.13-shakl.

(12.18) dan σ_ω qiymatini (12.4) ga qo'yib, u'_0 ni topish uchun hosil qilamiz:

$$N = \int_F \sigma_\omega dA = \int_F [-E\theta''\omega + Eu'_0(z)] dF = 0 \quad (12.19)$$

θ'' , $u'_0(z)$ funksiyalar s yoyga bog'liq bo'lmaganligidan (12.19) quyidagi ko'rinishni oladi:

$$-E\theta'' \int_F \omega dF + Eu'_0(z) \int_F dF = 0, \quad (12.20)$$

$$\text{bundan: } u'_0(z) = \frac{\theta'' \int_F \omega dF}{F}, \quad (12.21)$$

bo'ladi.

bunda $\int_F \omega dF = S_\omega$ - kesim yuzasishng sektorial statik momenti deb ataladi, u musbat, manfiy ishorali va nolga teng bo'lishi mumkin va

uzunlik o'lchov birligining to'rtinchi darajasi (odatda, sm^4) bilan o'lchanadi

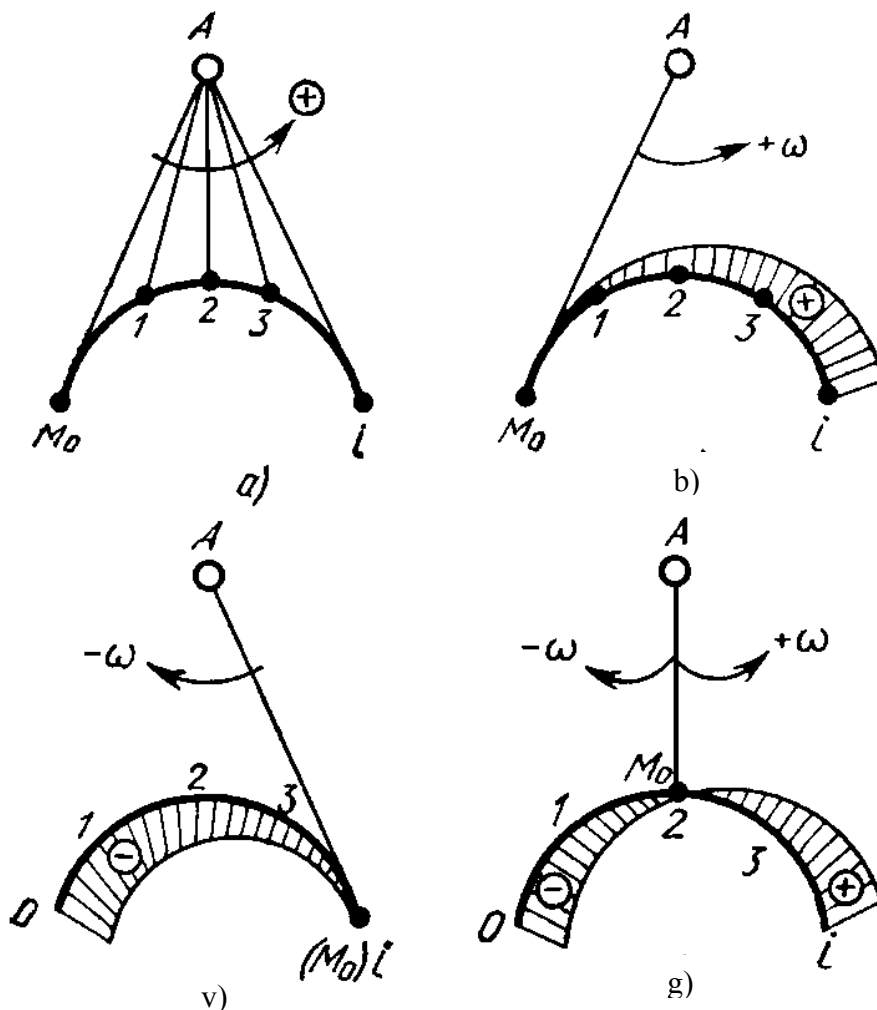
Masalan, profili 12.14-shakl, a da ko'rsatilgan kesim uchun M_0 nuqta chap tomonda bo'lsa $\omega > 0$, o'ngda bo'lsa $\omega < 0$. M_0 oraliq nuqtada bo'lsa ω ikki xil ishoraga ega bo'ldi (12.14-shakl, b,v,g).

Bu epyuralardan ko'rinib turibdiki, M_0 nuqta maxsus tanlanganida butun kesim uchun $S_\omega = 0$ bo'lishi ham mumkin

Kelgusida M_0 nuqtani $S_\omega = 0$ deb tanlab olamiz u vaqtda $u'(z) = 0$ bo'lib $\sigma_\omega = -E\theta''\omega$ bo'ladi. (12.22)

Bu ifoda sterjenning kesim yuzasidagi σ_ω larning taqsimlanish qonunini ifodalaydi va sektorial yuzalar qonuni deyiladi. Har bir kesim uchun Y_e va θ'' o'zgarmas bo'lganligidan σ_ω ning epyurasi ham ω epyurasi ko'rinishiga ega bo'ladi. M_0 nuqta bosh sektorial nol nuqta deb ataladi.

$\theta' = \text{const}$ bo'lsa, $\theta'' = 0$ bo'lib $\sigma_\omega = 0$ bo'ladi



12.14-shakl.

Sterjen kesim yuzasida paydo bo'ladigan urinma kuchlanishlarni topish uchun Juravskiy formulasini topishdagi yo'lni tutib, τ_ω kuchlanishlarni topamiz, ya'ni avval sterjen bo'ylama kesimlarida paydo bo'ladigan kuchlanish τ_ω larni topamiz.

Sterjendan ko'ndalang tekisliklar bilan uzunligi dz bo'lgan element, undan esa amm_1a_1 bo'lagini ajratib olamiz 12.15-shakl.

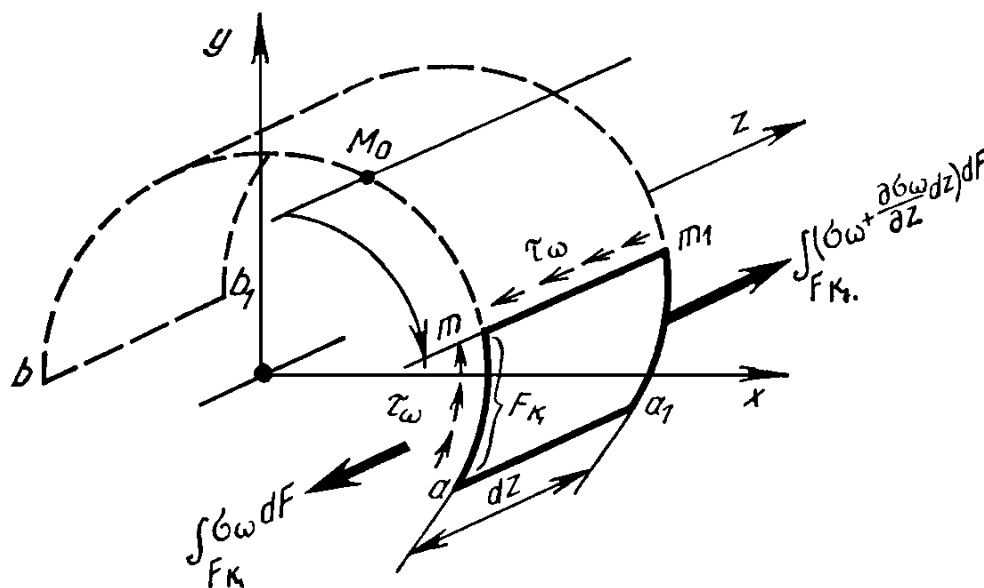
Uning am qirrasiga σ_ω va a_1m_1 yon qirralari bo'ylab $\sigma_\omega + \frac{\partial \sigma_\omega}{\partial z} dz$ normal kuchlanishlar ta'sir etadi. mm_1 bo'ylama kesimda urinma kuchlanish τ_ω lar hosil bo'ladi va u z o'qiga teskari tomonga yo'nalgan bo'lsa musbat ishorali bo'ladi.

Bu bo'lakning sterjen ko'ndalang kesim yuzasida yotuvchi am qirrasidagi urinma kuchlanishlar ularning juftlik qonuniga ko'ra hosil bo'ladi. dz elementning tashqi aa_1 va bb_1 qirralarida kuchlanash yo'q deb hisoblaymiz.

amm_1a_1 qismning muvozanat shartidan foydalanib, barcha kuchlarning z o'qiga proyeksiyalarining yig'indisini nolga tenglab quyidagi ifodani olamiz:

$$\sum Z = - \int_{F_r} \sigma_\omega dF - \tau_\omega \delta dz + \int_{F_{rr}} (\sigma_\omega + \frac{\partial \sigma_\omega}{\partial z} dz) dF = 0, \quad (12.23)$$

bundan:
$$\tau_\omega \delta dz = dz \int_{F_k} \frac{\partial \sigma_\omega}{\partial z} dF, \quad (12.24)$$



12.15-shakl.

Buni dz ga qisqartirib. (12.24) dan σ_ω ning qiymatni qo'yib, quyidagi formulani yozish mumkin:

$$\tau_\omega \delta = \int_{F_k} \frac{\partial}{\partial z} (-E\theta'' \omega) dF. \quad (12.25)$$

ω z ga bog'liq emasligini hisobga olib, (12.25) ifodani differensiallab quyidagini hosil qilamiz:

$$\tau_\omega = -\frac{E\theta''}{\delta} \int_{F_k} \omega dF \quad (12.26)$$

Shunday qilib, qilib natijada quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$\tau_\omega = -\frac{E\theta''}{\delta} S_\omega^{a\kappa}, \quad (12.27)$$

bunda $S_\omega^{a\kappa}$ -ajratib olingan bo'lakning sektorial statik momenti bo'lib

$$S_\omega^{a\kappa} = \int_{F_k} \omega dF. \quad (12.28)$$

(12.28) formula τ_ω kuchlanishning sterjen kesim yuzasida taqsimlanish qonunini ifodalaydi. Kesim uchun $E\theta''$ ko'paytma kesim uchun o'zgarmas miqdor bo'lganligidan kuchlanish $\frac{S_\omega^{a\kappa}}{\delta}$ qonuni bo'yicha o'zgaradi

Butun kesim yuzasi uchun $S_\omega = 0$ ekanligi shartidan foydalanib, $S_\omega^{a\kappa}$ ni ajratib olingan bo'lak uchun ham olish mumkin.

NAZORAT SAVOLLARI.

- 1.Yupqa devorli sterjenlar deb qanday sterjenlarga aytiladi?
- 2.Erkin buralish deb qanday buralishga aytiladi?
- 3.Erkinmas buralish deb qanday buralishga aytiladi?
- 4.Yupqa devorli sterjenlarni hisoblashda qanday gipotezalarga asoslanadi?
- 5.Kesim yuzasining sektorial statik momenti nima?
- 6.Sektorial yuzalar qonuni nima?
- 7.Sterjen buralish burchagining differensial tenglamasini yozing?
- 8.Sektorial-statik momenti nima?

24-ma'ruza.

13-BOB.

24-mavzu: SIQILGAN STERJENLARNING USTIVORLIGI. (BO'YLAMA EGILISH).

REJA:

1.Asosiy tushunchalar.

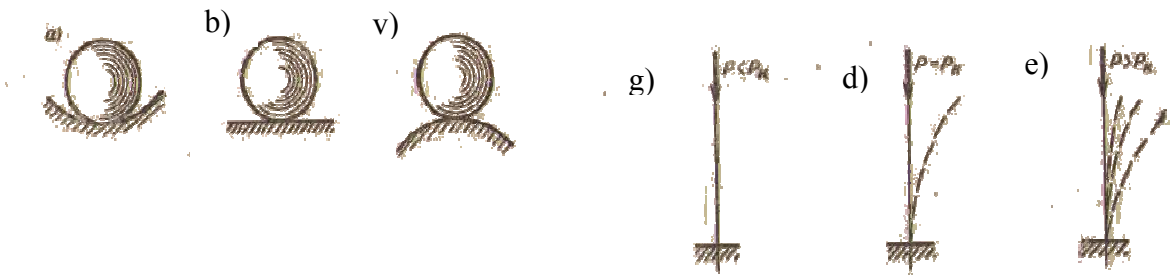
2.Siqilgan sterjen uchun kritik kuchni aniqlash. Eyler formulasi.

I. Kursimizning yuqoridagi boblarida mashina va inshoot qismlarida hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlashni, hamda materialning mustahkamligini tekshirishni ko'rib chiqdik. Muxandislik inshootlarini loyihalashda ularning ishlashi haqida to'la tasavvur hosil qilish uchun faqatgina mustahkamlikka tekshirish kifoya qilmaydi, balki bu muomma qatorida ustivorlik deb ataluvchi muomma ham bordir. Muxandislik inshootlarini loyihalashda kichik ta'sirlar jismni hisoblangan holatdan kichik, miqdorga og'dirsa, jismning bu holati ustivor bo'ladi, aksincha, bu ta'sirdan jism hisoblangan holatidan katta miqdorga og'sa, u noustivor hisoblanadi.

Absolyut qattiq jismlarning muvozanat holati uch xil, ya'ni ustivor, befarq va noustivor bo'lishi qattiq jismlar mexanikasidan ma'lumdir.

Masalan, 13.1-shaklda ko'rsatilgan sharning a) - muvozanat holati ustivor, b) - muvozanat holati befarq va v) – muvozanat holati esa noustivordir. Birinchi holda sharni ozgina qo'zg'atsak, u o'z holatiga tez qaytib keladi. Ikkinchi holda sharni tekislikning qaysi joyiga qo'ysak ham u shu joyda qolaveradi. Nihoyat, uchinchi holda sharni ozgina qo'zg'atsak u pastga dumalab ketadi. Birinchi holda sharning dastlabki va keyingi holati bir-biridan juda kam, uchinchi holda esa keskin farq qiladi.

Xuddi shunday misollarni deformatsiyalanuvchi jismlar sohasida ham uchratish mumkin. Ko'ndalang kesimining markaziga siquvchi R kuch qo'yilgan to'g'ri chiziqli va ingichka sterjen berilgan bo'lsin. R kuch hali yetarli darajada kichik qiymatda bo'lganda, sterjenni ko'ndalang kuch bilan turtsek u o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytadi (13.1-shakl, g). Agar R kuchning qiymatini asta-sekin oshira borsak, sterjenning ko'ndalang turtki natijasida hosil bo'lgan tebranishidan o'zining avvalgi to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytishi qiyinlasha boradi.



13.1-shakl.

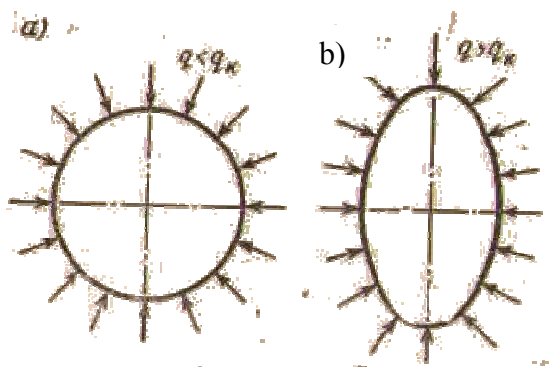
Ammo sterjenning to'g'ri chiziqli muvozanat holati haliyam ustivorligicha qolaveradi. Agar siquvchi kuchni yana asta-sekin oshirib borsak, uning shunday bir qiymatida ko'ndalang kuch bilan turtlanganda, sterjen o'zining avvalgi to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytmasdan, egilganicha qoladi (13.1-shakl, d). Siquvchi kuchning bu vaqtga to'g'ri kelgan qiymati kritik qiymat yoki kritik kuch deyiladi va P_K bilan belgilanadi. Siquvchi kuch kritik qiymatga erishganda sterjenning to'g'ri chiziqli muvozanat holati ustivor bo'lib, bunday holat befarq holat deb ataladi, natijada sterjen tashqi sababsiz o'z-o'zidan egiladi.

Siqilgan sterjenlarning to'g'ri chiziqli muvozanat holatidagi ustivorligini yo'qotishi tufayli sodir bo'lgan egilishga bo'ylama egilish deyiladi, chunki bu holda sterjen ko'ndalang kuch emas, bo'ylama kuch ta'siridan egiladi.

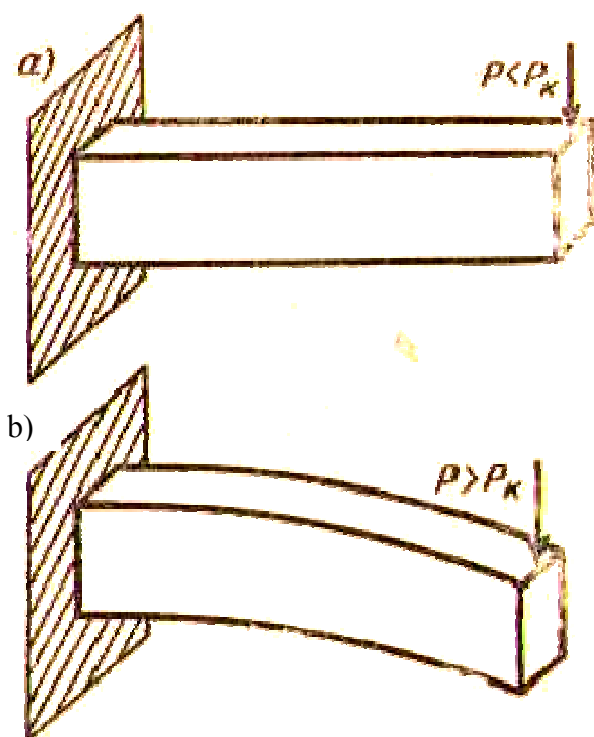
Bu misoldan ko'rinadiki, siquvchi kuch kritik qiymatga yetmaganda sterjen faqat markaziy siqilishga va kritik qiymatdan oshgandan keyin sterjen siqilish bilan egilishga qarshilik ko'rsatar ekan.

Agar siquvchi kuch salgina kritik qiymatidan oshsa sterjenning egilishi o'sishda davom etib, oxiri yemiriladi (13.1-shakl, ye) va shu nuqtai nazardan kritik kuch yemiruvchi sifatida ham olinadi. Bunga o'xshash misollarni konstruksiyaning boshqa xildagi elementlarida ham uchratish mumkin. Masalan, gidrostatik bosim ta'sirida siqilgan xalqa $q < q_K$ bo'lganda faqat markaziy siqilishga qarshilik ko'rsatadi (13.2-shakl, a), agar bosim $q > q_K$ bo'lsa, u siqilish bilan egilishga qarshilik ko'rsatib ustivorligini yo'qotadi va 13.2-shakl, b da ko'rsatilgandek ko'rinishni olishi mumkin.

13.3-shaklda ko'rsatilgan konsol kuch $P < P_K$ bo'lganda tekis egilishga, $P > P_K$ bo'lganda esa egilish bilan buralishga qarshilik ko'rsatadi va ustivorligini yo'qotadi.



13.2-shakl.



13.3-shakl.

Yuqoridagi misollardan ko'rinadiki, konstruksiya elementlarini ustivorlikka hisoblaganda, tashqi kuch kritik qiymatga yetganda, ular deformasiyasining xarakteri sifat jihatidan o'zgaradi. Shunday qilib, konstruksiya elementlarini ustivorlikka hisoblashdan maqsad, uning oldingi ustivor shaklini saqlanishini ta'minlashdan iborat ekan.

Siqilgan to'g'ri chiziqli sterjenlar ishlash jarayonida xavf-xatarsiz ishlashi uchun kritik kuch ruxsat etigan kuchdan anchagina katta olinishi kerak :

$$P_K = n_y [P], \quad (13.1)$$

bu yerda n_y -ustivorlik uchun ehtiyot koeffitsiyenti.

Ustivorlik masalalarini hal qilishda duch keladigan bir qancha noqulayliklarni hisobga olgan holda, mustahkamlik uchun qabul qilgan ehtiyot koeffitsiyentiga nisbatan, ustivorlik uchun qabul qilinadigan ehtiyot koeffitsiyenti kattaroq olinadi.

Muxandislik inshootlarini loyihalash san'ati rivojlanishi tarixida ularni ustivorlikka hisoblashda qo'yilgan xatolar ko'pgina xavf-xatarlarga olib kelmoqda. Masalan, AQShda Kvebekdan 14 km uzoqlikdagi Shimoliy Lavrentiya daryosiga 1907 yilda qurilayotgan ko'priki ish vaqtining tugashiga oz vaqt qolganda ag'darilib tushgan. Ko'priki konsol sistemali bo'lib bosh prolyoti 549 m ga teng, unda ishlayotgan barcha ishchi va texniklar halok bo'lgan va 9000 tonnali metall konstruksiya butunlay ishdan chiqib, uning ko'pgina qismi suvga 40 m chuqurlikka g'arq bo'lgan.

1916 yili, ya'ni oradan 9 yil o'tib, yana shu joyda o'sha sxema bo'yicha yangi Kvebek ko'prigini qurish nihoyasiga yetkazilgan, ammo ikkinchi marta ham ko'priki halokatga uchragan, bu safar osma prolyoti suvga ag'darilib tushgan va cho'kib ketgan. Ikkala holda ham halokatga siqilgan yig'ma sterjenning ustivorlikka noto'g'ri hisoblanganligi sabab bo'lib, u vaqtlarda siqilgan sterjenlarni hisoblash nazaryasi mukammal ishlab chiqilmaganligidan loyihachilarning gunohini yengillashtiruvchi sabablardan biri edi.

Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka mumkin qadar puxta hisoblash zarur va muhimligini ko'rsatuvchi saboq, 1891 yilda Shveysariyaning Menxenshteyn qishlog'ida bo'lgan halokatli hodisasidir. 42 m uzunlikdagi 12 vagondan iborat bo'lgan passajir poyezdi ko'prikdan o'tish vaqtida halokatga uchragan buning asosiy sababi fermaning siqilgan tirgovuchlaridan biri ustivorligini yo'qotganligi bo'lib, butun ko'priknings buzilishiga olib kelgan.

Demak, bo'ylama egilish xavfli ekan, shuning uchun uning hosil bo'lishiga yo'l qo'yib bo'lmaydi. Siqilgan sterjenlarning ko'ndalang kesim yuzalari o'lchamlarini mustahkamlik shartidan foydalanib hisoblamasdan, siquvchi kuchlanishning kritik kuchlanishdan kichik bo'lishi shartidan foydalanib hisoblash to'g'ridir.

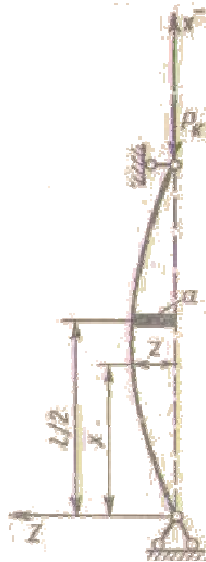
II. Faraz qilaylik, kritik qiymatidan ozgina oshgan markaziy qo'yilgan siquvchi P_k kuch ta'siridan ikki uchi bilan sharnirlar yordamida mahkamlangan sterjen ozgina egilgan bo'lsin (13.4-shakl).

Kritik kuchni aniqlash uchun sterjen egilgan o'qining differensial tenglamasidan foydalanamiz :

$$EI_{\min} v''(z) = \pm M(z) , \quad (13.2)$$

bu yerda $I_{\min}$ –sterjen ko'ndalang kesim yuzining kichik inersiya momenti.

Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka hisoblashda uning ($EI_{\min}$) eng kichik bikrligi olinadi, chunki bo'ylama egilishda sterjenlar hamma vaqt kichik bikrlilik tekisligida egiladi.



13.4-shakl.

Qabul qilingan koordinatalar sistemasiga asosan (13.2) formulaning o'ng tomoniga minus ishorasini olish kerak. Umuman, olganda hamma vaqt ham salqilik ishorasi ikkinchi darajali hosilaning ishorasiga teskari bo'ladi, ya'ni eguvchi moment $M(z)$ ning ishorasi d^2v/dz^2 ishorasiga v ning har qanday yo'nalishida ham teskari bo'ladi.

Eguvchi momentning absolyut qiymati quyidagicha bo'ladi.

$$|M(z)| = |P \cdot v(z)| \quad (13.3).$$

(13.3) formuladan eguvchi moment qiymatini (13.2) formulaga qo'yib quyidagini hosil qilamiz :

$$EI_{\min} v'' = -P \cdot v , \quad (13.4)$$

yoki

$$v'' + \frac{P}{EI_{\min}} v = 0 . \quad (13.5)$$

(13.5) tenglamaga quyidagi belgilashni

$$k^2 = \frac{P}{EI_{\min}} , \quad (13.6)$$

kiritib, uni quyidagi ko'rinishda yozamiz :

$$v'' + k^2 v = 0 \quad (13.7)$$

Biz bir jinsli chiziqli differensial tenglamani hosil qildik, uning umumiy integrali bizga ma'lum bo'lgan quyidagi ifoda bilan aniqlanadi :

$$v = C \sin kz + D \cos kz \quad (13.8)$$

Ixtiyoriy o'zgarmaslar C va D larning qiymatlari sterjen uchlarining mahkamlanish shartlari (chegara) dan foydalanib aniqlanadi :

$$v(z)|_{z=0} = 0, \quad v(z)|_{z=\ell} = 0.$$

Chegara shartlarining birinchisidan $D = 0$ bo'lib

$$v(z) = C \sin kz \quad (13.9)$$

hosil bo'ladi.

Ikkinchi chegara shartidan quyidagini hosil qilamiz :

$$C \sin k\ell = 0 \quad (13.10)$$

Bu tenglamada ikki hol bo'lishi mumkin. $C = 0$ yoki $\sin k\ell = 0$.

Agar $C = 0$ bo'lsa (13.9) ifodaga asosan $v(z) \equiv 0$ bo'lib, sterjenning to'g'ri chiziqli muvozanat holiga to'g'ri kelib, masalaning qo'yilishiga zid bo'ladi. Shuning uchun $C \neq 0$ bo'lmay, sterjenning egilgan shaklining muvozanatiga to'g'ri kelgan hol quyidagicha ifodalanadi :

$$\sin k\ell = 0 \quad (13.11)$$

Bu tenglama $k\ell$ uchun quyidagi cheksiz ko'p ildizlarni beradi :

$$k\ell = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi \quad \text{bundan} \quad k = \frac{n\pi}{\ell}; \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (13.12)$$

(13.12) formulani e'tiborga olib, (13.6) formuladan kritik kuch qiymati quyidagicha yoziladi :

$$P = EI_{\min} k^2 = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{\ell^2} \quad (13.13)$$

Bu formuladan ko'rinadiki, sterjenni egilgan holatida muvozanatini saqlab turuvchi kuch nazariy jihatidan bir necha qiymatga ega bo'lar ekan. Ammo bo'ylama egilishni hosil qiluvchi markaziy siqiluvchi kuchning minimal qiymatini aniqlash amaliy jihatidan muhim ahamiyatga ega bo'ladi. Shuning uchun siquvchi kuchning $n=1$ bo'lgandagi qiymatini olish zarurdir. Sterjenning egilgan holdagi muvozanatini ta'min etuvchi siquvchi kuchning eng kichik qiymati quyidagicha bo'ladi :

$$P_k = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2} \quad (13.14)$$

Bu formulani 1744 yilda Pterburg Fanlar Akdemiya'sining a'zosi Leonard Eyler birinchi bo'lib topganligi uchun, u Eyler formulasi, bu formula bo'yicha topilgan kuchni esa Eyler kuchi deb ataladi.

Endi (13.12) formuladan k ning qiymatini (13.9) formulaga qo'yib quyidagini hosil qilamiz :

$$v(z) = C \sin \frac{n\pi}{\ell} z \quad (13.15)$$

Bu ifodadagi $\sin(n\pi z / \ell) = 1$ bo'lganda salqilik eng katta qiymatga erishadi ($z_{\max} = a$). Unda $v(x) = v_{\max} = a = C$ bo'ladi. Binobarin, siqilgan sterjen elastik chizig'i tenglamasi quyidagicha yoziladi :

$$v = a \sin \frac{n\pi}{\ell} z \quad (13.16)$$

v qayerda eng katta qiymatga erishishini bilish uchun salqilikdan x absissa bo'yicha bir marta hosila olib, uni nolga tenglashtiramiz :

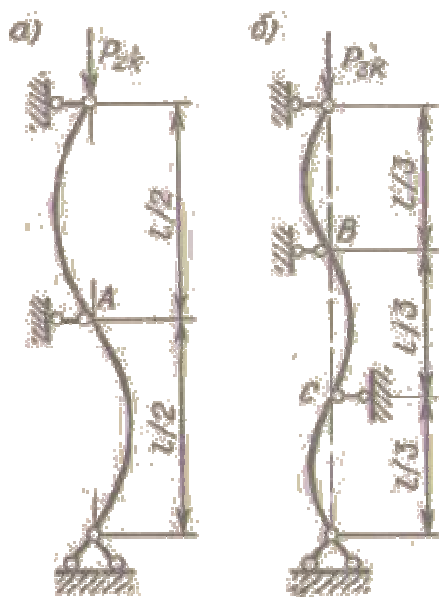
$$\frac{dv}{dx} = a \frac{n\pi}{\ell} \cos \frac{n\pi}{\ell} z = 0, \quad \text{yoki} \quad \cos \frac{n\pi}{\ell} z = 0.$$

Bunda kosinusning nolga teng bo'ladigan argumentlari ichida eng kichigi $\pi/2$ bo'ladi, demak $n\pi z / \ell = \pi/2$ bundan

$$z = \ell / 2n \quad (13.17)$$

bo'ladi.

Agar $n=1$ bo'lsa, $z = \ell/2$ bo'ladi va eng katta salqilik sterjenning o'rtasiga to'g'ri keladi (13.5-shakl). Demak, C egilgan sterjenning o'rtasiga to'g'ri keladigan maksimal salqilikdan iborat bo'lar ekan.



13.5-shakl.

Agar $n=2$ va $n=3$ bo'lsa, sterjen ikki va uch to'lqinli sinusoida bo'yicha egiladi (13.5-shakl, a, b).

Bu hollarda kritik kuch va sterjenning elastik chizig'i tenglamalari quyidagicha yoziladi :

$$P_{2k} = \frac{4\pi^2 E I_{\min}}{\ell^2} \quad ; \quad v = a \sin \frac{2\pi}{\ell} z;$$

$$P_{3k} = \frac{9\pi^2 E I_{\min}}{\ell^2} \quad ; \quad v = a \sin \frac{3\pi}{\ell} z.$$

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Siqilgan sterjenlar ustivorligining yuqolish belgilari nimadan iboart?
2. Qanday kuch kritik kuch deb ataladi?
3. Kritik kuchlanish nima?
4. Eyler formulasini chiqarishda egilish nazariyasining qanday differensial tenglamasidan foydalanilgan edi?
5. Sterjenlarning egiluvchanligi nima?
6. Eyler formulasi qanday ko'rinishga ega?
7. Sterjenning uzunligi l bilan uning kesim bikrligi kuch qiymatiga qanday ta'sir ko'rsatadi?
8. Eyler formulasiga odatda qanday inersiya momenti kiradi?
9. Uzunlikni keltirish koeffitsiyenti nima?

25-ma'ruza.

13-BOB.

25-mavzu: SIQILGAN STERJENLARNING USTIVORLIGI. (BO'YLAMA EGILISH)

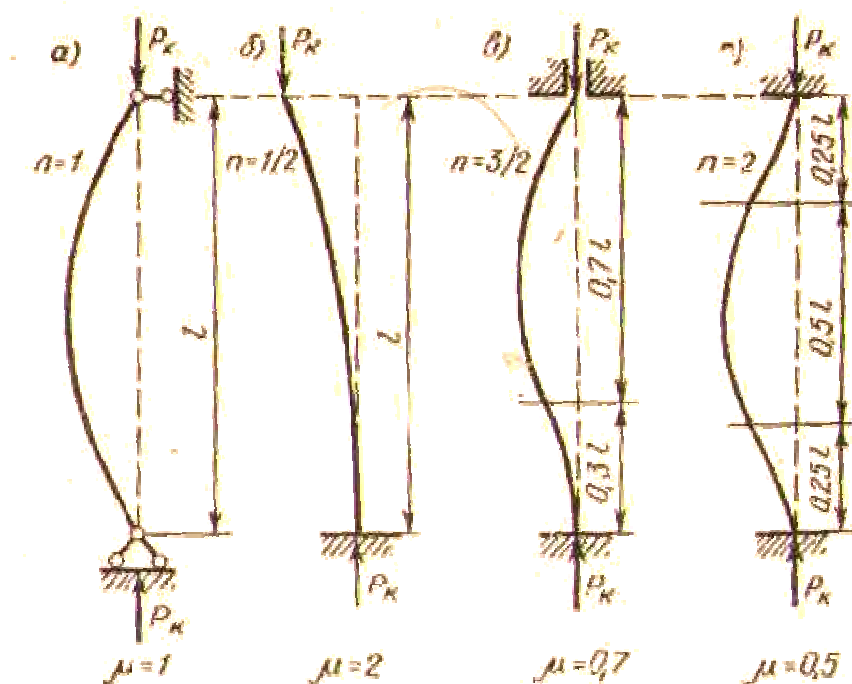
REJA:

1. Sterjen uchlarning mahkamlanish usulining kritik kuch formulasiga ta'siri.
2. Kritik kuchlanish. Eyler formulasining tadbiq etilish chegarasi.

Tayanch tushunchalari va iboralari: Siqilgan sterjen, kritik kuch, Eyler formulasi, ustivorlik, ustivor, befarq, noustivor, to'g'ri chiziqli muvozanat holati, ustivorligini yo'qotishi tufayli, siquvchi kuch kritik qiymatga, ustivorlik uchun ehtiyot koeffitsiyenti, Kritik kuchlanish, Yasinskiy formulasi, Kritik uzunlik, keltirilgan uzunlik.

I. Amalda ishlatiladigan sterjenlarning uchlari turli xilda mahkamlanadi. Ulardan eng ko'p ishlatiladigani to'rt xildir (13.6-shakl):

1. ikkala uchi ham sharnirlar yordamida mahkamlangan (13.6-shakl, a) ;



13.6-shakl.

2. pastki uchi qistirib mahkamlangan, yuqorigi uchi esa erkin bo'lgan (13.6-shakl, b) ;

3.pastki uchi qistirib mahkamlangan, yuqorigi uchi sharnir yordamida mahkamlangan bo'lgan (13.6-shakl,v) ;

4.ikkala uchi ham qistirib mahkamlangan bo'lgan (13.6-shakl,g) Bu hollarning hammasida ham sterjen uchlari bir-biriga yaqinlashib, uzunliklari qisqarishi mumkin. Endi har bir hol uchun Eyler formulasi qanday ko'rinishni olishini ko'rib chiqamiz. Umuman olganda, yuqoridagi hollardagidek sterjen uchlari mahkamlanganda kritik kuch formulasini umumiy ko'rinishini quyidagicha yozish mumkin :

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\left(\frac{\ell}{n}\right)^2} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(\mu \cdot \ell)^2}, \quad (13.18)$$

bu yerda $\mu = \frac{1}{n}$ bo'lib, n – sterjenning to'la uzunligi bo'yicha hosil bo'lgan sinusoida yarim to'lqinlari soni.

Birinchi hol uchun kritik kuch yuqorida ko'rib chiqqanimizdek (13.14) formuladan aniqlanadi.

Ikkinchi hol uchun kritik kuch formulasi quyidagi ko'rinishdan iborat bo'ladi :

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(2\ell)^2}$$

Uchinchi holda esa

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\left(\frac{2 \cdot \ell}{3}\right)^2} \quad \text{bo'ladi.}$$

To'rtinchi holda

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\left(\frac{\ell}{2}\right)^2} \quad \text{bo'ladi.}$$

Yuqorida keltirilgan to'rtta hol uchun chiqarilgan kritik kuch formulalarini birlashtirib bitta umumiy formula yozish mumkin:

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\ell_{\text{ke}l}^2}, \quad (13.19)$$

bunda $\ell_{\text{кел}}$ – keltirilgan uzunlik deyiladi va $\ell_{\text{кел}} = \mu \cdot \ell$ formula bilan aniqlanadi.

μ – uzunlikning keltirish koeffitsiyenti deyiladi va sterjen uchlarining mahkamlanishiga bog'liq bo'ladi.

II. Sterjenga kritik kuch ta'sir etganda ham u o'zining boshlang'ich to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlaydi, shuning uchun kritik kuchlanish oddiy siqilishdagidek aniqlanadi :

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F} \quad (13.20)$$

Bu formulaga (13.19) formuladan F_k ning qiymatini qo'yamiz va minimal inersiya momentining ko'ndalang kesim yuzi bilan minimal inersiya radiusi ko'paytmasiga tengligini e'tiborga olsak, quyidagini hosil qilamiz :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\ell_{\text{кел}}^2 F} = \frac{\pi^2 E F r_{\min}^2}{\ell_{\text{кел}}^2 F} = \frac{\pi^2 E r_{\min}^2}{\ell_{\text{кел}}^2}$$

Endi bu formulani surat va maxrajini $r_{\min}^2$ ga bo'lamiz va maxrajini λ bilan belgilab kritik kuchlanish formulasini hosil qilamiz :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\ell_{\text{кел}}}{r_{\min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (13.21)$$

bu yerda
$$\lambda = \frac{\ell_{\text{кел}}}{r_{\min}} = \frac{\mu \ell}{r_{\text{кел}}}, \quad (13.22)$$

bo'lib sterjenning egiluvchanligi deb ataladi.

(13.21) formuladan ko'rinadiki, kritik kuchlanish sterjen materialining elastiklik moduliga to'g'ri proporsional va egiluvchanlik kvadratiga teskari proporsional bo'lar ekan.

Kritik kuchlanish formulasining maxrajiga sterjen uzunligining kvadrati kirganligi sababli, uning qiymatiga juda katta ta'sir qiladi. Sterjen ko'ndalang kesim yuzi o'lchamlarini o'zgartirmasdan uning uzunligini oshirsak bo'ylama egilish xavfi tez ortadi. Masalan, sterjen uzunligi ikki marta oshirilsa, kritik kuchlanish to'rt marta kamayadi, ya'ni sterjen kuchlanishning juda kichik qiymatida ham ustivorligini yo'qotadi.

Eyler formulasini, ya'ni (13.14) formulani Guk qonuni kuchga ega bo'lgan, ya'ni sterjen elastik deformasiyalar chegarasida bo'lgan chegarada keltirib chiqarilgan edi. Shuning uchun Eyler formulasidan faqat proporsionallik chegarasigacha foydalanish mumkin, ya'ni $\sigma_k \leq \sigma_n$ shart bajarilishi zarur :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_n, \quad (13.23)$$

bu yerda σ_n - sterjen materialining proporsionallik chegarasi.

Egiluvchanlik λ ni (13.23) shartdan topib, Eyler formulasidan foydalanish chegarasini quyidagi ko'rinishda yozamiz :

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}} \quad (13.24)$$

Agar bu formulaning o'ng tomonining qiymati sterjen egiluvchanligiga teng yoki undan kichik bo'lsa Eyler formulasidan foydalanish mumkin, aks holda foydalanish mumkin emas.

Masalan, st.3 markali po'latdan yasalgan sterjen uchun $\sigma_n = 200 \text{ MPa}$ va $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ bo'lsa, bo'larni (13.24) formulaga qo'yib, Eyler formulasining ishlatilish chegarasini aniqlaymiz:

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}} = \sqrt{\frac{(3,14)^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{200}} \approx 100.$$

Demak, bu hol uchun sterjenning egiluvchanligi 100 dan katta bo'lgandagina, Eyler formulasidan foydalanish mumkin ekan.

Xuddi shu yo'l bilan boshqa turdagi materiallar uchun (masalan, st.5 markali po'lat uchun $\lambda \geq 90$, cho'yan uchun $\lambda \geq 80$ va yog'och uchun $\lambda \geq 110$) ham Eyler formulasining ishlatilish chegarasini aniqlash mumkin.

Ko'pgina hollarda, inshoot va mashina qismlari uchun ishlatiladigan konstruksiya elementlarining egiluvchanligi, yuqorida aniqlangan chegaradan kichik bo'lgan hollar uchrab turadi. Bunday hollarda, kritik kuchlanish proporsionallik chegarasiddan oshib ketganligi sababli, Guk qonuni o'z kuchini yo'qotadi, shuning uchun Eyler formulasidan foydalanib bo'lmaydi.

Egiluvchanligi $40 \div 100$ oraliqda bo'lgan konstruksiya elementlari amalda juda ko'p uchraydi. Bu chegarada kritik kuchlanishning qiymatini aniqlash uchun ko'p tajribalar o'tkazilgan bo'lib, ulardan eng muhim xulosalar chiqarishga erishgan tajribalardan birini rus olimi F. Yasinskiy o'tkazgandir. Egiluvchanligi o'rtacha bo'lgan hollar uchun F. Yasinskiy ushbu emperik formulani taklif etadi :

$$\sigma_k = a - b \lambda, \quad (13.25)$$

$$\sigma_k = a - b \lambda + c \lambda^2, \quad (*)$$

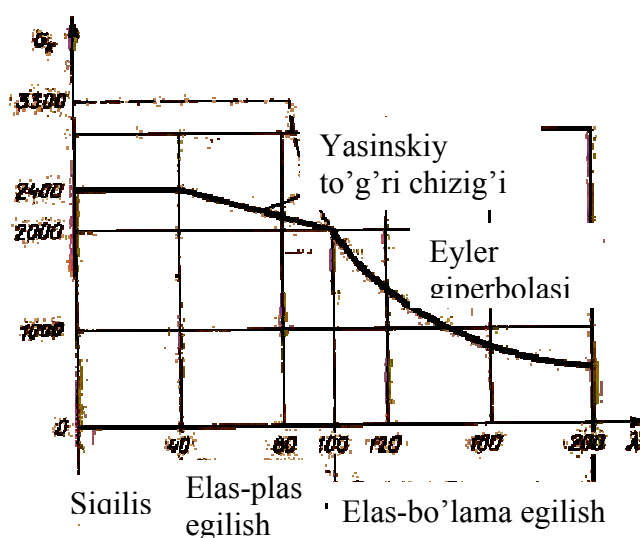
bu yerda, a, b, c lar sterjen materialiga va egiluvchanligiga bog'liq bo'lgan o'zgarmaslar bo'lib tajriba yo'li bilan aniqlanadi. Turli materialla uchun a, b, c larning qiymati quyidagi 13.1-jadvalda keltirilgan.

Har bir material uchun kritik kuchlanishning to'la grafigini 13.1-jadvaldagi ma'lumotlardan foydalanib yasashimiz mumkin. Masalan, 13.7-shaklda st.3 markali po'lat uchun kritik kuchlanishning to'la grafigi chizilgan.

Bu shakldan ko'rinadiki, grafik uch qismdan iborat bo'lar ekan. $\lambda \geq 100$ bo'lganda bu uchastkada giperbola egri chizig'i hosil bo'lib, u Eyler giperbolasi deb ataladi. Bu uchastkada elastik egilish hosil bo'lib, kritik kuchlanish (13.21) formuladan foydalanib aniqlanadi. Eyler giperbolasi punktir chiziq

13.1-jadval.

Materiallar	Egiluvchanlik (λ)	a (MPa)	b (MPa)	c (MPa)
St.3 markali po'lat	100	310	1,14	-
St.5 markali po'lat	90	464	3,26	-
Qarag'ay yog'och	110	29,3	0,194	-
Cho'yan	80	776	12,0	0,53



13.7 – shakl.

bilan davom ettirilgan qismi kritik kuch uchun keragidan ortiqcha qiymat beradi, shuning uchun $\lambda < 100$ bo'lganda kritik kuchni Eyler formulasidan foydalanib topib bo'lmaydi.

Egiluvchanligi $40 \leq \lambda \leq 100$ bo'lgan sterjen uchun kritik kuch grafigi (13.25) formuladan foydalanib chiziladi, bu Yasinskiy to'g'ri chizig'i deb ataladi. Sterjenlar bu uchastkada elastik yoki plastik egilish holatida bo'ladi.

Sterjenning egiluvchanligi $\lambda < 40$ bo'lganda kritik kuch grafigi gorizonta to'g'ri chiziqdan iborat bo'lib, bunday holda asosan kalta sterjenlar hisoblanadi. Bunday sterjenlardagi siquvchi kuchlanish, asosan, oqish (σ_{ok}) yoki mustahkamlik (σ_b) chegarasiga erishish natijasda, siqiluvchi sterjenni ishdan chiqaradi.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Uchlari turli xilda mahkamlangan sterjenlar uchun uzunlikni keltirish koeffitsiyenti nimaga teng?
2. Eyler formulasining ishlatilish chegarasi qanday topiladi?
3. Egiluvchanlikning chegarasi nimaga bog'liq?
4. Kritik kuchlanishni topish uchun Yasinskiy formulasi qanday ko'rinishga ega?
4. Siqilgan sterjenlarning ustivorlik sharti qanday yoziladi? Bu formulaga sterjenning qanday kesim yuzi qo'yiladi?
5. φ koeffitsiyent nima va uning qiymati qanday aniqlanadi? φ koeffitsiyenti yordamida sterjenning ustivorligi qanday tekshiriladi?

26-ma'ruza.

13-BOB.

26-mavzu: SIQILGAN STERJENLARNING USTIVORLIGI. (BO'YLAMA EGILISH).

REJA:

1.Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka hisoblash. 2.Siqilgan sterjenlarning materiali va ko'ndalang kesim yuzasining qulay shakllarini tanlash.

3.Bo'ylama va ko'ndalang egilishning birga ta'siri

Tayanch tushunchalari va iboralari: Siqilgan sterjen, kritik kuch, Eyler formulasi, ustivorlik, ustivor, befarq, noustivor, to'g'ri chiziqli muvozanat holati, ustivorligini yo'qotishi tufayli, siquvchi kuch kritik qiymatga, ustivorlik uchun ehtiyot koeffitsiyenti, Kritik kuchlanish, Yasinskiy formulasi, Kritik uzunlik, keltirilgan uzunlik.

I. Siqilgan sterjenlar uchun mustahkamlik shartidan tashqari yana ustivorlik sharti ham, ya'ni sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan kuchlanish ustivorlik uchun ruxsat etilgan kuchlanishdan oshib ketmaslik sharti ham ta'minlanishi kerak .

$$\sigma = \frac{P}{F_{brytto}} \leq [\sigma_y] , \quad (13.26)$$

bu yerda $[\sigma_y]$ - ustivorlikdagi ruxsat etilgan kuchlanish .

Ruxsat etilgan kuchlanishning qiymati ustivorlikka quyidagicha olinadi :

$$[\sigma_y] = \frac{\sigma_k}{n_y} ;$$

bu yerda n_y - ustivorlik uchun ehtiyot koeffitsiyenti bo'lib, turli materiallar uchun turli qiymatlarga egadir va sterjenning egiluvchanligiga bog'liqdir.

Ustivorlik uchun ehtiyot koeffitsiyenti (n_y) ning qiymati mustahkamlik uchun ehtiyot koeffitsiyenti (n) ning qiymatidan sezilarli darajada katta olinadi, chunki ustivorlikda bir qancha qo'shimcha noqulayliklar (sterjenning boshlang'ich davridagi egriligi, kuchning eksentrik ta'siri va boshqalar) mavjuddir.

Eyler formulasining ishlatilish chegarasida po'lat uchun ustivorlikning ehtiyot koeffitsiyenti $n_y = 1,8 \div 3,0$; yog'och uchun $n_y = 2,8 \div 3,2$; cho'yan uchun $n_y = 5,0 \div 5,5$ chegarasida qabul qilinadi.

Amalda hisoblash ishlarini osonlashtirish maqsadida ustivorlik uchun ehtiyot koeffitsiyentini mustahkamlik uchun ehtiyot koeffitsiyenti orqali ifodalaymiz :

$$[\sigma_y] = \varphi[\sigma] \quad , \quad (13.28)$$

bunda φ - bo'ylama egilish koeffitsiyenti yoki siqilgan sterjenlar uchun asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsiyenti deb ataladi.

φ koeffitsiyent sterjen material va egiluvchanligiga bog'liq bo'lib, uning qiymati 13.2-jadvalda berilgan.

13.2-jadval.

Egiluvchanlik $\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}}$	Po'latlar st.2,,3,.4	Po'lat St.5	Maxsus po'lat	Cho'yan	Yog'och
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	-	0,25
120	0,45	0,36	0,30	-	0,22
130	0,40	0,33	0,26	-	0,18
140	0,36	0,29	0,23	-	0,16
150	0,32	0,26	0,21	-	0,14
160	0,29	0,24	0,19	-	0,12
170	0,26	0,21	0,17	-	0,11
180	0,23	0,19	0,15	-	0,10
190	0,21	0,17	0,14	-	0,09
200	0,19	0,16	0,13	-	0,08
210	0,17	0,15	0,12	-	0,07
220	0,16	0,14	0,11	-	0,06
230	0,15	0,13	0,10	-	0,05

Shunday qilib, (13.28) formulani e'tiborga olib, siqilgan sterjenlarning ustivorlik sharti quyidagi ko'rinishda bo'ladi :

$$\sigma = \frac{P}{F_{brytto}} \leq \varphi[\sigma] \quad (13.29)$$

Siqilgan sterjenlar uchun ustivorlik sharti bilan birga mustahkamlik sharti ham qanoatlantirilishi kerak :

$$\sigma = \frac{P}{F_{netto}} \leq [\sigma] \quad (13.30)$$

Konstruksiya elementlarini ustivorlikka hisoblashda zaruratdan kesimlarda hosil bo'ladigan ayrim teshik va kertik kuch qiymatiga sezilarli ta'sir ko'rsatmaydi, shuning uchun hisoblash formulasida ko'ndalang kesimning to'la yuzasi (F_{brytto}) olinadi.

Siqilgan sterjenlarni ustivorlikka hisoblashning ikki xil ko'rinishini ko'rib chiqamiz :

1. Tekshirish. φ - koeffitsiyentini aniqlash jadvalidan foydalanib ustivorlikka hisoblashni tekshirish tartibi :

a) sterjenning ko'ndalang kesim o'lchamlari va shakliga qarab I_{min} va F_{brytto} lar hisoblanib, keyin $r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F_{brytto}}}$ va $\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{min}}$ lar topiladi ;

b) 13.2-jadvaldan foydalanib φ - koeffitsiyent aniqlanadi va (13.28) formuladan foydalanib ustivorlik uchun ruxsat etilgan normal kuchlanishni topamiz :

$$[\sigma_y] = \varphi[\sigma] ;$$

v) ustivorlik uchun ruxsat etilgan kuchlanishni haqiqiy kuchlanish $\sigma = \frac{P}{F_{brytto}}$ bilan solishtirib ko'ramiz :

$$\sigma \leq [\sigma_y] .$$

II. Egiluvchanligi katta bo'lgan sterjenlar uchun materialning kritik kuchlanishi proporsionallik chegarasidan oshmaganda, sterjenning ustivorligini yo'qotishiga qarshilik ko'rsatishini aniqlovchi birgina mexanik harakteristikalaridan bu elastiklik moduli E dir. Har xil markali po'latlar uchun elastiklik moduli E ning qiymati taxminan bir xil bo'lganligidan bunday hollarda yuqori mustahkamlikli po'latlardan foydalanish maqsadga muvofiq emasdir.

Egiluvchanligi kichik bo'lgan sterjenlar uchun, maxsus yuqori sortli po'latlardan foydalanish maqsadga muvofiqdir, chunki bunday hollarda po'latning oquvchanlik chegarasi yuqori bo'lib, kritik kuchlanish ortadi, demak ustivorligi ham ortadi.

Ustivorlik masalalarini hal qilishda, tejamkorlik nuqtai nazaridan sterjenning ko'ndalang kesimi uchun shunday shaklni tanlash lozim bo'ladiki, yuzining miqdorlari bir xil bo'lgan shakllardan minimal inersiya radiuslari eng katta bo'lganini olish kerak. Shunday holdagina, sterjenning ustivorligi ortadi va bunday shakllarga materialning asosiy qismi kesimning og'irlik markazidan eng uzoq masofada joylashgan shakllar kiradi. Turli xildagi kesimlarni taqqoslash qulay bo'lishi uchun quyidagi o'lchamsiz koeffitsiyentni kiritamiz :

$$\xi = \frac{r_{\min}}{\sqrt{F}}, \quad (13.31)$$

bu yerda ξ – kesimning solishtirma inersiya radiusi deyiladi.

Ayrim kesimlar uchun ξ ning qiymatlari 13.3-jadvalda keltirilgan.

13.3-jadval.

Kesim turlari	ξ ning qiymatlari
Truba shaklidagi kesim	1,64 ÷ 2,25
$\frac{d_u}{d_T} = (0,8 \div 0,9)$	
Truba shaklidagi kesim	1,00 ÷ 1,20
$\frac{d_u}{d_T} = (0,7 \div 0,8)$	
Burchaklik	0,3 ÷ 0,5
Qo'shtavr	0,27 ÷ 0,41
Shveller	0,29 ÷ 0,41
Kvadrat	0,289
Aylana	0,283
To'g'ri to'rtburchak ($h = 2b$)	0,204

Eslatma : d_u - trubaning ichki diametri ;
 d_T – trubaning tashqi diametri.

Doiraviy kesimlarning barcha markaziy o'qlariga nisbatan inersiya radiuslari o'zaro teng bo'lib, sterjen hamma yo'nalishdagi bo'ylama egilishga bir xil qarshilik ko'rsatadi. Shu nuqtai nazardan, siqilgan ustunlarning kesimi xalqadan iborat bo'lgan trubalardan yasash maqsadga muvofiqdir. Bunday ustunlarni baquvvatlash maqsadida, uning ichiga ma'lum oraliqda diafragmalar qo'yiladi.

Shveller va qo'shtavr kabi kesimlarning inersiya radiuslari bir-biridan katta farq qiladi, shuning uchun, ularning ikkala bosh tekislikda bo'ylama egilishga qarshilik ko'rsatishi ham bir-biridan katta farq qiladi.

Bunday ko'rinishdagi shaklga ega bo'lgan kesimli sterjenlardan yakka holda ustun sifatida foydalanish noqulaydir. Ammo, amalda bunday sterjenlarning ikkitasini birlashtirib bir butun ustun yasalganda ular bo'ylama egilishga ko'ngildagidek qarshilik ko'rsatishlari mumkin.

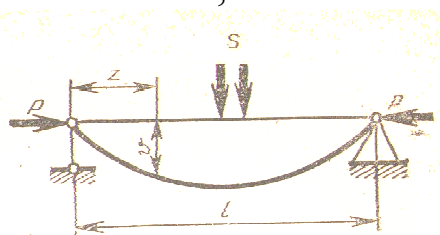
III.Bo'ylama va ko'ndalang kuchlarning birgalikdagi ta'sirida bo'lgan sterjenlar masalasi ham materiallar qarshiligi faniga oid masalalar qatoriga kiradi. Bunday masalalarda kuchlanish bilan tashqi kuchlar orasidagi to'g'ri chiziqli bog'lanish va kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipi ham o'z kuchini yo'qotadi.

Agar balka ko'ndalang kesimidagi eguvchi moment ham bo'ylama kuch, ham ko'ndalang kuch ta'siridan hosil bo'lsa, bunday holda sodir bo'lgan egilishga bo'ylama- ko'ndalang egilish deyiladi.

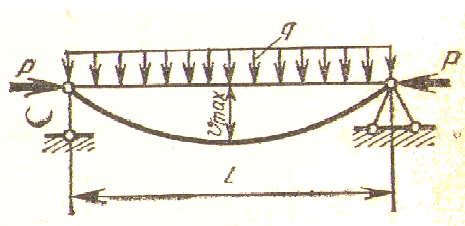
Balkaga bir yo'la siquvchi kuch bilan ko'ndalang kuch ta'sir qilsa, bo'ylama-ko'ndalang egilish sodir bo'ladi. Ikki tayanchda yotgan oddiy balka P kuch bilan siqilib uning bosh tekisligida ixtiyoriy ko'ndalang kuch bilan yuklangan bo'lsa (13.8-shakl), uning biror kesimidagi eguvchi moment ikkala yo'nalishdagi kuchlarga bog'liq bo'ladi. Balka egilgandan keyin uning ixtiyoriy kesimidagi eguvchi moment ikkita momentlarning yig'indisi sifatida topiladi:

$$M = M_0 + P \cdot v,$$

bunda M_0 - faqat ko'ndalang kuchlar ta'siridan hosil bo'lgan eguvchi moment;



13.8-shakl.



13.9-shakl.

$P \cdot v$ - bo'ylama kuch ta'siridan hosil bo'lgan eguvchi moment.

Ko'chish v - ma'lum bo'lgandagina sterjen ko'ndalang kesim yuzasida hosil bo'ladigan eguvchi moment M ni hisoblash mumkinligi (13.31) formuladan ko'rinib turibdi. Ammo momentni bilmay turib, ko'chishlarni topish mumkin emas. Oldingi ko'rilgan masalalarda bunday hol uchramagan edi, demak, bo'ylama va ko'ndalang egilishga doir masala statik aniqmas ekan.

Bunday masalalarni yechish, ya'ni ko'chishni (v) aniqlash uchun balka egilgan o'qining differensial tenglamasini tuzib, uni integrallash lozimdir:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = -\frac{M_0}{EJ} - \frac{P \cdot v}{EJ}. \quad (13.32)$$

Bu tenglamani integrallasdan uning o'rniga egilgan o'qning biror taqribiy formasiga oid tenglamani qabul qilamiz va bundagi tenglama tayanch shartlarini qanoatlantirish bilan birga eng katta ko'chish hosil bo'ladigan kesimning o'rnini yuk sxemasiga mos kelish kerak. 13.9-shaklda ko'rsatilgandek yuklangan balkaning eng katta ko'chishni uning o'rtasida deb hisoblash mumkin. Shuning uchun bunday hollarda egilgan o'qning taqribiy formasiga oid tenglama sifatida quyidagi ifodani olish mumkin:

$$v = v_c \sin \frac{\pi}{\ell} z \quad (13.33)$$

Balkaning tayanchlarida ko'chish nolga teng bo'lganligidan, bu shart quyidagicha yoziladi: $z = 0$ bo'lganda $v(0) = 0$, $z = \ell$ bo'lganda $v(\ell) = 0$ va $z = \ell/2$ bo'lganda $v_{\max} = v_c$ bo'ladi. Bu shartdan v_c ning qiymati topilsa, egilgan o'qning taqribiy formasi aniqlangan bo'ladi. (13.33) dan z bo'yicha ikki marta hosila olamiz:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = -v_c \frac{\pi^2}{\ell^2} \sin \frac{\pi}{\ell} z \quad (a)$$

(a) ni (13.32) ga qo'yamiz:

$$v_c \frac{\pi^2}{\ell^2} \sin \frac{\pi}{\ell} z = \frac{M_0}{EJ} + \frac{P \cdot v}{EJ}, \quad (b)$$

(b) ifoda koordinatasi z bo'lgan ixtiyoriy kesim markazining ko'chishidir. Unga $z = \ell/2$ ni qo'ysak o'rta kesimning ko'chishini ifodalaydi:

$$v_c \frac{\pi^2}{\ell^2} = \frac{M_0}{EJ} + \frac{P \cdot v}{EJ},$$

bunda M_{c0} -faqat ko'ndalang kuchlar ta'siridan hosil bo'lgan balkaning o'rta kesimidagi eguvchi moment.

U quyidagicha aniqlanadi:

$$M_{c0} = \left(\frac{\pi^2 EJ}{\ell^2} - P \right) \cdot v_c. \quad (13.34)$$

Bu formulaga quyidagi $P_9 = \frac{\pi^2 EJ}{\ell^2}$ belgilashni kiritib, balka o'rtasidagi ko'chish v_c ni hisoblaymiz:

$$v_c = \frac{M_{c0}}{P_9 - P} = \frac{M_{c0}}{1 - \frac{P}{P_9}}, \quad (13.35)$$

bu yerda P_9 - Eyler kritik kuchi.

(13.35) formulaga $R=0$ ni qo'ysak, undan foydalanib, faqat balkaning teng o'rtasida ko'ndlang kuch ta'siridan hosil bo'lgan ko'chishning taqribiy qiymatini topamiz:

$$\nu_{c0} = \frac{M_{c0}}{P_3} \quad (13.36)$$

(13.36) ni hisobga olib, (13.35) formulani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\nu_c = \frac{\nu_{c0}}{1 - \frac{P}{P_3}}. \quad (13.37)$$

Demak, balka egilgan o'qining taqribiy tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'lar ekan:

$$\nu_c = \frac{\nu_{c0}}{1 - \frac{P}{P_3}} \cdot \sin \frac{\pi}{\ell} z. \quad (13.38)$$

(13.37) formuladan sterjen uchlari mazkur mahkamlanishdan boshqacha bo'lganda ham foydalanish mumkin, faqat bunda P_3 kuchni har safar sterjen uchlarning mahkamlanish usulini hisobga olib, umumiy formuladan topish lozim:

$$P_3 = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu \ell)^2},$$

bunda J – tegishli tekislikda egilishga mos keluvchi inersiya momenti.

ν_{c0} qiymatni balkaning deformasiyasini aniqlash usulilarining biridan foydalanib topiladi. Ko'chish qiymati topilgach, eguvchi moment, keyin tegishli kesimdagi normal kuchlanishni topish mumkin.

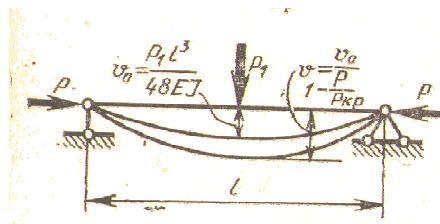
(13.37) formuladan ko'rinadiki, $P_3 = P$ ko'chish cheksizlikka intiladi, shuning uchun ham siquvchi kuch kritik qiymatga yaqinlashganda bu taqribiy formuladan foydalanib bo'lmaydi. Bunday hollarda quyidagi differensial tenglamadan foydalanish mumkin:

$$\frac{\nu'''}{[1 + (\nu')^2]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{M_0}{EJ} - \frac{P \cdot \nu}{EJ} \quad (13.39)$$

Bu formulani integrallashtirishdan olinadigan natijaga nisbatan (13.37) formuladan olinadigan natijaninganiqligi siquvchi kuch $0 \leq P \leq 0,8 P_3$ oraliqda yotgan hol uchun yetarlidir.

Qurilish amaliyotida uchraydigan ko'pgina muxandislik masalalarida siquvchi kuch Eyler kritik kuchining $0.5 \div 0.6$ bo'lagidan oshmaydi. Shu

tufayli yuqorida keltirilgan taqribiy yechim amaliy hisoblar uchun yetarlidir.



13.10-shakl.

13.10-shaklda ko'rsatilgan balkani bo'ylama va ko'ndalang egilishda hosil bo'ladigan normal kuchlanishni topish uchun misol tariqasida ko'rib chiqamiz.

Balka prolyoti o'rtasida ko'ndalang kuch ta'siridan hosil bo'ladigan ko'chish quyidagicha bzladi:

$$v_{c0} = \frac{P_1 \ell^3}{48 EJ}.$$

Ko'ndlang va bo'ylama kuchlarning bir vaqtdagi ta'siridan hosil bo'ladigan ko'chish esa quyidagicha aniqlanadi:

$$v = \frac{v_{c0}}{1 - \frac{P}{P_g}}.$$

Balka prolyoti o'rtasidagi eguvchi moment quyidagicha bo'ladi:

$$M = M_{c0} + \frac{P \cdot v_{c0}}{1 - \frac{P}{P_g}}. \quad (13.40)$$

Siquvchi kuchlanishning eng kata qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M_{c0}}{W} + \frac{P \cdot v_{c0}}{W(1 - \frac{P}{P_g})}. \quad (13.41)$$

Bo'ylama va ko'ndalang egilishda kuchlanish bilan siquvchi kuch markaziy bo'lmagan siqilishini hisoblashdagi kabi chiziqli bo'lmagan bog'lanishdadir.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Sterjenning ustivorligini tekshirishda uning ko'ndalang kesimi qanday tanlanadi?
2. Bo'ylama va ko'ndalang egilishining birga ta'sirida kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipini ishlatib bo'ladimi?
3. Bo'ylama va ko'ndalang egilishning birgalikdagi ta'sirida salqilik siquvchi kuch qiymati bilan qanday bog'lanadi? Eyler kuchining qiymati nimaga teng?
4. Eyler kuchi bilan kritik kuch orasida qanday farq bor?
5. Bo'ylama va ko'ndalang egilishning birga ta'sirida balkaning ko'ndalang kesimidagi eng katta normal kuchlanish qanday topiladi?
6. Bo'ylama va ko'ndalang egilishning birga ta'siridan balkaning mustahkamligi qanday hisoblanadi, uning ruxsat etilgan yuk bo'yicha hisoblanishiga sabab nima?

27-ma'ruza.

14-BOB.

27-mavzu: DINAMIK YUKLAR TA'SIRIDAGI ELEMENTLARNING MUSTAHKAMLIGI.

REJA:

- 1.Umumiy tushunchalar.
- 2.Mashina va inshoot qismlariga inersiya kuchlarining ta'siri.
- 3.Zarb yuklari ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanishlar.
- 4.Mashina va inshoot qismlarida hosil bo'ladigan tebranma harakatlar.
- 5.Erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemaning erkin tebranma harakati

Таянч тушунчалари ва иборалари: динамик куч, статик куч, зарба ва даврий ўзгарувчан кучлар, тебраниш кучлари, ҳаракат тезланиши, ўзгармас тезлик, машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган кучланиш ва деформациялар.

I. Biz yuqorida mashina va inshoot qismlarining mustahkamligi, bikrligi va ustivorligiga oid masalalarni faqat statik kuchlar ta'sirigagina hisoblashni o'rgandik. Statik kuchlar mashina va inshoot qismlariga shu qadar sekin qo'yiladiki, ularda hosil bo'ladigan harakat tezlanishi juda kichik bo'lib, loyihalash paytida ular e'tiborga olinmaydi.

Dinamik kuchlar jumlasiga inersiya, zarba va davriy o'zgaruvchan kuchlar kiradi. Masalan, trosga osilgan yuk o'zgarmas tezlik bilan ko'tarilayotgan bo'lsa, yuk trosga statik ta'sir qiladi, agar yuk ma'lum tezlanish bilan ko'tarilsa, yuk trosga dinamik ta'sir qiladi va ularning zarralarida tezlanish hosil bo'ladi.

Agar biror mashina va inshoot qismlari tezlanish bilan ilgarilanma yoki aylanma harakat qilsa, uning o'z og'irlik kuchidan boshqa yana inersiya kuchlari ta'sir qiladi. Masalan, tekis aylanma harakatdagi g'ildirak tug'unlarida hosil bo'lgan markazdan qochirma kuch inersiya kuchidir.

O'tkazilgan tajribalar ko'rsatadiki, dinamik va statik kuchlar ta'siridan hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalar bir-biridan katta farq qiladi.

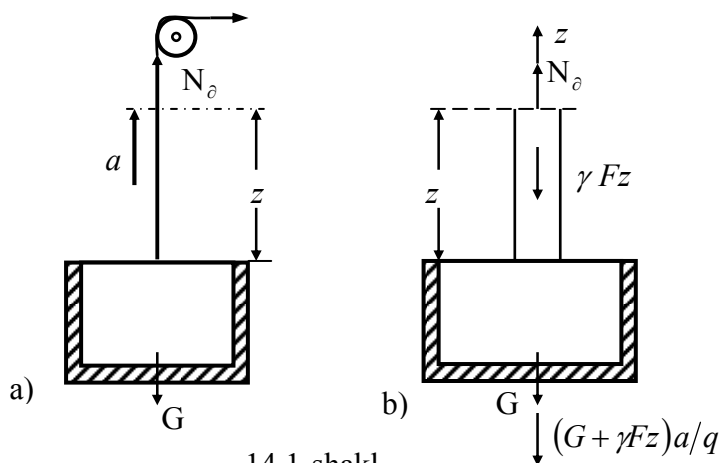
Dinamik kuch ta'sirida bo'lgan mashina va inshoot qismlarida hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalarni topishdan tashqari, ularning materialining mexanik xossalarini ham e'tiborga olish lozimdir.

II. Avvalo dinamik kuchlar ta'siridagi mashina va inshoot qismlarining mustahkamligiga oid masalalarni ko'rib chiqamiz. Agar

konstruksiyalarning harakatlanuvchi qismlarining tezlanishi o'zgarmas qiymatga ega bo'lsa, ularda tebranma harakat hosil bo'ladi.

14.1-misol.

Og'irligi G ga teng bo'lgan liftxonani o'zgarmas tezlanish $a \text{ sm/sek}^2$ bilan ko'tarilayotgan po'lat trosni ko'rib chiqamiz (14.1-shakl, a).



14.1-shakl

Trosni pastki qismidan z masofada kesib qoldirilgan pastki qismini muvozanatini qaraymiz, tros yuqoriga harakat qilganligidan, unga pastga qarab ta'sir etuvchi og'irlik kuchi $(G + \gamma F z)$ dan tashqari yana inersiya kuchi $(\frac{G + \gamma F z}{g} a)$ ham ta'sir etadi.

Tekshirilayotgan kesimdagi ichki kuch N_0 , D'alamber prinsipiga ko'ra pastga yo'nalgan kuchlarning yig'indisiga teng bo'ladi (14.1-shakl, b):

$$N_0 = G + \gamma F z + \frac{G + \gamma F z}{g} a \quad (a)$$

Dinamik normal kuchlanish quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_0 = \frac{N_0}{F} = \frac{1}{F} \left(G + \gamma F z + \frac{G + \gamma F z}{g} a \right) = \frac{G + \gamma F z}{F} \left(1 + \frac{a}{g} \right), \quad (b)$$

bunda F - trosning ko'ndalang kesim yuzasi;
 g - og'irlik kuchining tezlanishi;

$\frac{G + \gamma F z}{g} = \sigma_{st}$ - tekshirilayotgan kesimdagi statik kuchlanish .

Buni e'tiboga olib dinamik kuchlanishni quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{\partial} = \sigma_{CT} \left(1 + \frac{a}{g} \right) \quad (14.1)$$

$$(14.1) \text{ ga } K_{\partial} = 1 + \frac{a}{g}, \quad (14.2)$$

belgilashni kiritsak dinamik kuchlanish quyidagicha bo'ladi:

$$\sigma_{\partial} = K_{\partial} \sigma_{CT}; \quad (14.3)$$

bunda K_{∂} - dinamik koeffitsiyent deyiladi va (14.2) bilan ifodalanadi.

Trosning mustahkamlik sharti quyidagicha bo'ladi:

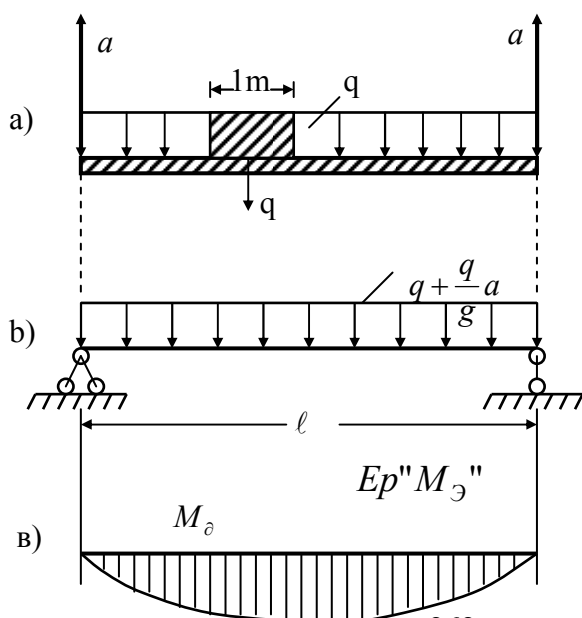
$$\sigma_{\partial, \max} = \frac{N_{\partial, \max}}{F} = K_{\partial} \cdot \sigma_{CT, \max} \leq [\sigma], \quad (14.4)$$

$$\text{bundan } \sigma_{CT, \max} \leq \frac{[\sigma]}{K_{\partial}} \quad (14.5)$$

bo'ladi.

Shunday qilib yukni a tezlanish bilan ko'targanda, dinamik kuch ta'sirida bo'lgan mashina va inshoot qismlarining materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanishni dinamik koeffitsiyent qadar kamaytirib, dinamik kuch ta'siridagi konstruktsiya qismlarini statik hisoblasa bo'lar ekan. Masalan, tezkor liftlar katta tezlanish hisobiga katta tezlikda ko'tariladi, shuning uchun troslarni hisoblashda dinamik kuchlarning ta'sirini ham esdan chiqarmaslik kerak.

Yuk a tezlanish bilan tushirilganda ham, dinamik koeffitsiyent formulasi o'z kuchida qoladi, faqat uning oldiga minus ishorasi qo'yish kerak. Kanat tushayotgan yuk orqasidan hych qanday zo'riqishsiz harakatlanganligidan tezlanish $a = -g$ bo'lib, kanatdagi tortilish kuchi nolga teng bo'ladi.



14.2-shakl

14.2-misol.

14.2-shakl, a da ko'rastilagdek yuklangan va a tezlanish bilan ko'tarilayotgan balkani, trosning o'z og'irliklarini hisobga olmagan holda ko'rib chiqamiz. Ikki uchidan troslar yordamida ko'tarilayotgan balkaning ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan dinamik kuchlanishni aniqlaymiz.

a tezlanish bilan ko'tarilayotgan balkaning har bir metr uzunligiga to'g'ri kelgan dinamik kuchi intensivligi quyidagi ifodadan topiladi:

$$q_g = q + \frac{q}{g}a$$

Balkaning o'rtasida eguvchi moment eng katta qiymatga erishadi (14.2-shakl, b, v) va quyidagicha topiladi:

$$M_{\partial} = \frac{(q + \frac{q}{g}a)\ell^2}{8} = \frac{q\ell^2}{8}(1 + \frac{a}{g}) ;$$

bunga $M_{cm} = \frac{q\ell^2}{8}$ va $k_{\partial} = 1 + \frac{a}{g}$ larni kiritsak $M_{\partial} = k_{\partial}M_{cm}$ bo'ladi.

Eng katta dinamik kuchlanish balkaning o'rtasida, ya'ni xavfli kesimida hosil bo'lib, quyidagicha topiladi:

$$\sigma_{\partial} = \frac{M_{\partial}}{W_y} = k_{\partial} \frac{M_{cn}}{W_y} = k_{\partial} \sigma_{cn}, \quad \text{bunda} \quad \sigma_{cn} = \frac{M_{cn}}{W_y} = \frac{q\ell^2}{8W_y} \quad \text{ga teng}$$

bo'ladi.

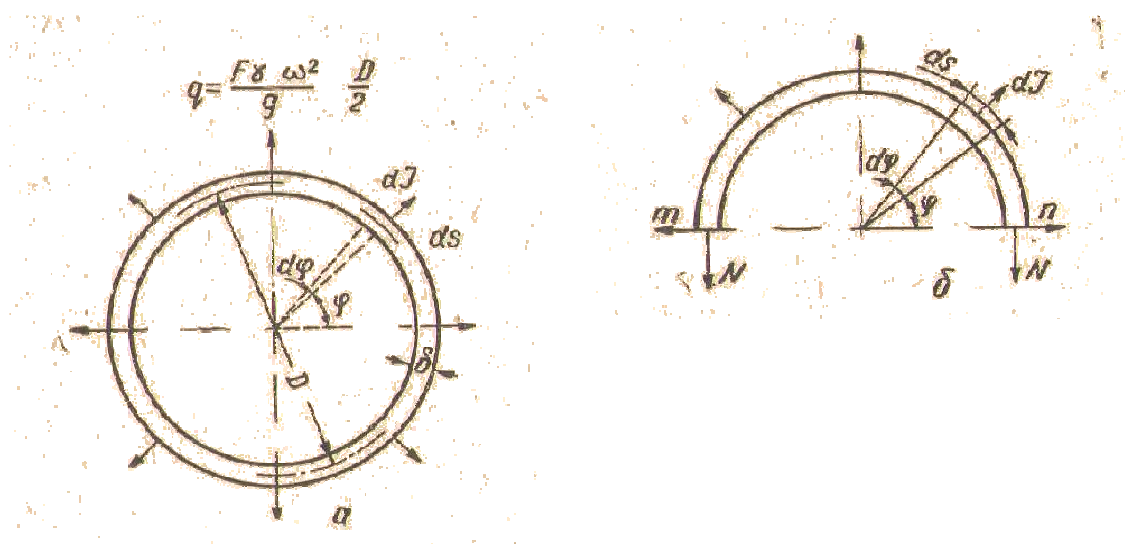
$$\sigma_{\partial} = k_{\partial} \cdot \sigma_{cn} \quad (14.6)$$

Bularni e'tiborga olib, balkaning mustahkamlik shartini quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{\partial, \max} = k_{\partial} \cdot \sigma_{cm} \leq [\sigma]$$

14.3-misol.

Uchinchi oddiy misol sifatida ko'ndalang kesim yuzasi F , materialining og'irligi γ , radiusi $r = \frac{D}{2}$, qalinligi δ va burchak tezligi ω bo'lgan xalqaning ko'ndalang kesimidagi dinamik kuchlanishni aniqlaymiz (17.3-shakl).



14.3-shakl.

Xalqadan ajratilgan uzunligi ds bo'lgan element, xalqa aylanganda o'zgarmas burchak tezligi ω bilan aylanadi, $\omega = \text{const}$ bo'lganidan, $\varepsilon = 0$ bo'lib $v_r = \varepsilon r = 0$ bo'ladi. Elementning markaziga intiluvchi tezlanish $v_n = r\omega^2$ bo'lib, u xalqa markaziga qarab yo'naladi. Radius bo'ylab xalqaning tashqi tomoniga qarab yo'nalgan va uning har bir elementiga tegishli inersiya kuchining qiymati quyidagicha ifodalanadi:

$$q_u ds = \frac{F\gamma v_n}{g} ds = \frac{F\gamma r\omega^2}{g} ds, \quad (14.7)$$

bunda q_u – to'g'inning uzunlik birligiga to'g'ri keladigan inersiya kuchi.

Shunday qilib, o'zgarmas burchak tezligi bilan aylanayotgan xalqa, intensivligi q bo'lgan radial yuk ta'siridagi xalqa kabi ishlar ekan. Bularni e'tiborga olib, dinamik kuchlanishni quyidagicha hisoblaymiz:

$$\sigma_\delta = \frac{N}{F} = \frac{r q_u}{F} = \frac{r F \gamma r \omega^2}{g F} = \frac{\gamma r^2 \omega^2}{g} = \frac{\gamma v^2}{g}, \quad (14.8)$$

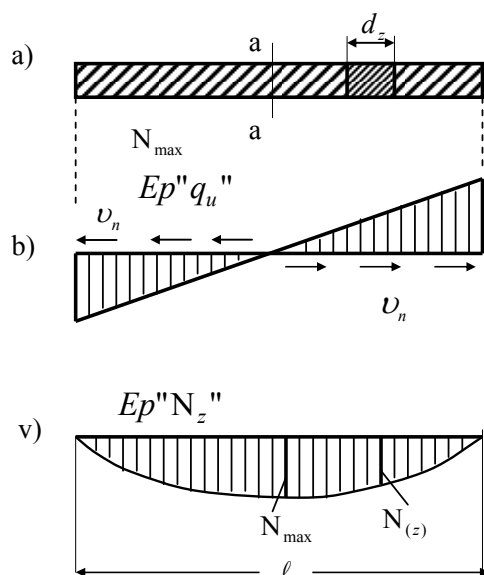
bu yerda $N = r q_u$ – xalqani cho'zuvchi bo'ylama kuch;

$v = r\omega$ – xalqa nuqtasining aylanma tezligi.

(14.8) formuladan ko'rinadiki, dinamik kuchlanish materialning solishtirma og'irligi va aylanma tezligiga bog'liq bo'lar ekan.

14.4-misol.

To'rtinchi oddiy misol tariqasida o'zgarmas ω burchak tezligi bilan aylanayotgan sterjenni qaraymiz (14.4-shakl).



14.4-shakl

Sterjenning uzunlik birligiga to'g'ri keladigan inersiya kuchining intensivligi quyidagicha bo'ladi:

$$q_u = \frac{\gamma F}{g} v_n = \frac{\gamma F \omega^2}{g} z, \quad (14.9)$$

bu yerda v_n – normal tezlanish;

$z - a - a$ o'qdan ajratilgan elementgacha bo'lgan masofa.

14.4-shakl, b da inersiya kuchining sterjen uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuni va yo'nalishlari ko'rsatilgan.

Sterjenni cho'zuvchi markazdan qochirma kuch quyidagicha bo'ladi:

$$dN(z) = q_u dz = \frac{\gamma F \omega^2}{g} z dz$$

Ko'ndalang kesim yuzasi F bo'lgan sterjenning $a-a$ o'qidan z va $z + dz$ masofalarda ajratilgan uzunligi dz elementga ta'sir qiladigan inersiya kuchi quyidagiga bo'linadi:

$$N(z) = \int_z^{e/2} dN(z) = \frac{\gamma F \omega^2}{g} \int_z^{e/2} z dz = \frac{\gamma F \omega^2}{2g} \left(\frac{\ell^2}{4} - z^2 \right).$$

14.4- shakl, v da $N(z)$ cho'zuvchi kuchning sterjen o'qi bo'yicha o'zgarish qonuni ko'rsatilgan. $z=0$ bo'lgan ko'dalang kesimda, ya'ni sterjenning o'rtasidagi kesimda cho'zuchi kuch eng katta qiymatga erishadi:

$$N_{(z)} = \frac{\gamma F \omega^2}{g} \frac{\ell^2}{8}; \quad \delta_{\partial, \max} = \frac{N_{\max}}{F} = \frac{\gamma F \omega^2}{g p} \frac{\ell^2}{8} = \frac{\gamma \omega^2 \ell^2}{8g} \quad (17.10)$$

Sterjenlar biror o'q atrofida aylanganda hosil bo'ladigan inersiya kuchlarini (14.9) va (14.10) formulalardan foydalanib topiladi.

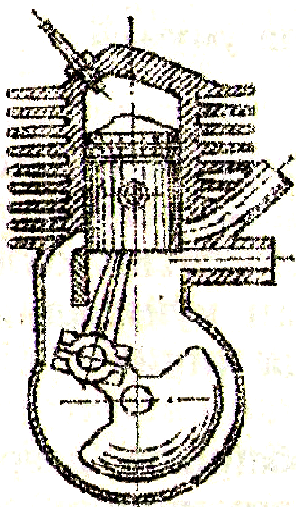
III.Ma'lumki, zarbiy (dinamik) yoki vaqt mabaynida davriy o'zgaruvchan yuklar ta'sirida ishlaydigan harakatdagi inshoot, mashina va mexanizmlar tobora ko'payib, muhandislik amaliyotida ulardan ham keng qo'lamda foydalanilmoqda. Shu bois zarbali va o'zgavuvchan yuklarning konstruksiyalar yoki ular qismlariga ta'sir etish jarayonini mufassal o'rganish hamda ularni loyhalash paytida e'tiborga olish muhim ahamiyatga ega.

Juda ham qisqa vaqt ichida qo'yilgan va tezligi bir lohzada nolga tenglashuchi yuk zarb yuk deyiladi.

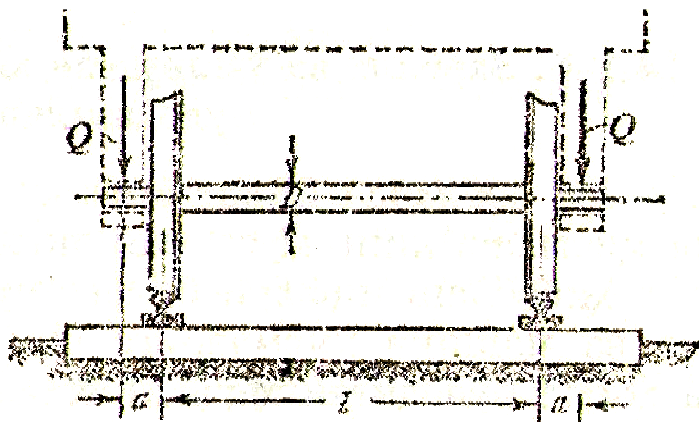
Odatda, zarba hodisasi bir jismning ikkinchi jismga to'qnashuvi tufayli sodir bo'ladi. Zarb beruvchi jismning tuzligi juda qisqa muddat davomida nolga intilib, zarblanuvchi jismning deformasiya va kuchlanish esa eng katta qiymatiga erishadi. Zarblanuvchi jismda asta-sekin so'nuvchi tebranish hosil bo'lganidan keyin unda muvozanat qaror topadi: zarblanuvchi jismning deformasiyasi va kuchlanishining qiymatlari zarb yuk mazkur jismga statik ravishda qo'yilganda hosil bo'ladigan deformasiya va kuchlanishlarning miqdoriga yetguncha kamayadi.

Yuklarning zarbini detallarga bolg'alab ishlov berish paytlari, qurilishda ustun-qoziq qoqish ishlari, turli xil portlanish ishlari va shu kabi jarayonlarda uchratish mumkin.

Ko'pgina mashina va inshootlar yoki ularning qismlari vaqt mabaynida miqdori va yo'nalishini o'zgartirib turadigan kuchlanishlar hosil qiluvchi o'zgaruvchan yuklar ta'sir ostida ishlaydi. Bunga misol tariqasida ichki yonuv dvigatili shatuni va tirsak valining (14.5-shakl), temir yo'l yoki avtotransport vositalarining ressa, prujina, o'q va g'ildiraklarning hamda relslarning ishlash jarayonlarini keltirish mumkin (14.6-shakl).



14.5-shakl.



14.6-shakl.

Shu jihatidan olganda o'zgaruvchan yuklar ta'sirda ishlovchi konstruksiya qismlarining mustahkamligini tahliliy baholash masalasi ham materiallar qarshiligida alohida o'rinni egallaydi.

Umumiy olganda, mashina va inshoot qismlarini zarbali yuklar ta'siriga hisoblash masalalari ularni statik yuklar ta'siriga hisoblashga nisbatan ancha qiyin bo'lib, muhandislik amaliyotida haligacha to'liq hal etilmagan muammolardan biri hisoblanadi. Bu qiyinchiliklar shu bilan tushuntiriladiki, birinchidan, zarbali yuklardan hosil bo'ladigan ichki zo'riqish, kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash usullari ancha murakkab, ikkinchidan esa zarbiy jarayonlarda tajriba-sinov yo'llari bilan materiallarning mexanik xususiyatlarini aniqlash usullari mukammal hal etilmagan.

Materiallar qarshiligida quyidagi cheklanishlar asosida oddiy masalalar o'rganiladi:

- a) zarbiy kuchlanishlar mutanosiblik chegarasidan oshmaydi, balki butun zarb jarayonida material to'liq Guk qonuniga bo'ysinadi deb faraz qilinadi;
- b) zarb beruvchi jism noelastik xususiyatga ega deb faraz qilinadi; bu cheklanish zarb beruvchi va zarblanuvchi jismlar butun zarb jarayonida bir-birlaridan ajralmaydilar, deb faraz qilishga imkon beradi;
- v) zarbalanuvchi jism bo'ylab deformatsiyalar «bir zumda» tarqladi deb qaraladi;
- g) zarb beruvchi jismning kinetik energiyasi zarbalanuvchi jism deformatsiyasining potensial energiyasiga to'liq aylanadi deb faraz qilinadi;

Odatda, zarbali yuklarning ta'siri amalda dinamik koeffitsient yordamida baholanadi:

$$K_{\delta} = \frac{\gamma_{\delta}}{\lambda_{CT}}, \quad (a)$$

bu yerda, K_{CT} – yuk statik ravishda qo'yilganda hosil bo'ladigan ko'chish;

λ_{δ} – dinamik (zarali) yuk ta'siridan paydo bo'lgan ko'chish.

Xuddi shu tarzda zarbali kuchlardan hosil bo'ladigan deformatsiya (kuchlanish) larni tegishli statik deformatsiya (kuchlanish) lar orqali ifodalash mumkin:

$$\Delta \ell_{\delta} = \kappa_{\delta} \Delta \ell_{CT} \quad (b)$$

$$\delta_{\delta} = \kappa_{\delta} \delta_{CT} \quad (v)$$

Yuqoridagi formulalardan ko'rinib turibdiki, zarba hodisasini o'rganishda k_d ni aniqlash muhim ahamiyatga ega ekan.

Dinamik koeffisientni aniqlash uchun 14.7-shakl, a da tasvirlangan tizimdan foydalanamiz.

Ma'lumki, G kuchi tizimga statik ravishda qo'yilsa, bikrligi c bo'lgan prujining ko'chishi

$$\lambda_{CT} = \frac{G}{c} \quad (g)$$

ga, zarb naiyejasida esa

$$\lambda_o = \frac{P_o}{c} \quad (d)$$

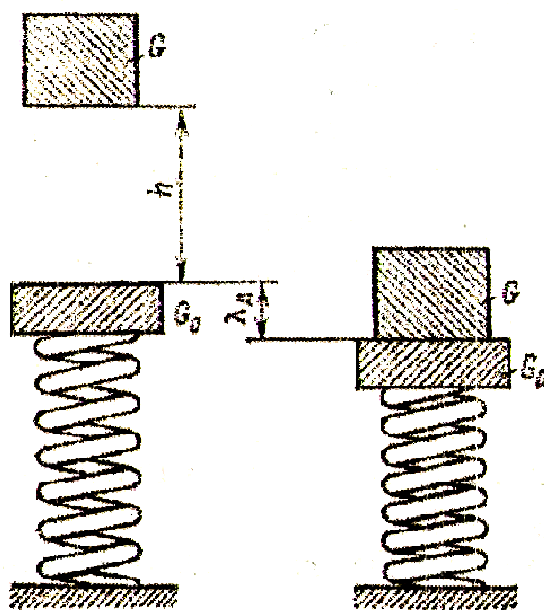
teng bo'ladi.

Yuk h balandlikdan tushishda $g_0 \sqrt{2gh}$ boshlangich tezlikka ega bo'adi. Yuqorida ikkinchi cheklanishda aytib prujinani siqadi (14.7-shakl, b)

Harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorimaga ko'ra:

$$\frac{G}{g} g = \left(\frac{G}{g} + \frac{G_0}{g} \right) g_1, \quad (ye)$$

bundan $g_1 = \frac{G}{G_0 + G} \cdot g$.



14.7-shakl

Endi kinetik energiyani hisoblaymiz:

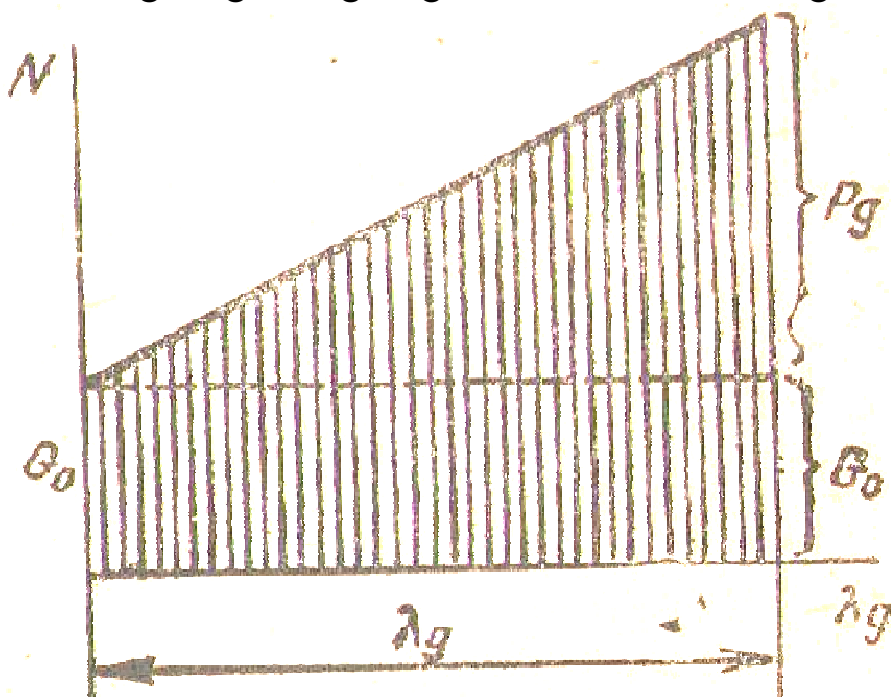
$$T = \frac{G_0 + G}{g} \cdot \frac{g_1^2}{2} = \frac{G^2}{2g(G_0 + G)} g^2 \quad (14.11)$$

Ikkala jismning og'irlik kuchi λ_o yo'lda

$$A_1 = (G + G_0) \lambda_o \quad (14.12)$$

ish bajaradi.

Prujinaga dastlab G_0 , zarb natejasida esa $G_0 + P_0$ kuch ta'sir qiladi, kuchning o'zgarish grafigi 14.8-shaklda keltirilgan.



14.8-shakl.

Diagrammaning yuzasiga miqdor jihatidan teng bo'lgan A_2 ish manfiy bo'ladi, chunki u harakatga teskari yo'nalgan:

$$A_2 = -\left(G_0\lambda_d + \frac{P_0\lambda_0}{2}\right) \quad (14.13)$$

Bundan chiqdi, bajarilgan ish-deformasiyaning potensial energiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$U = (G + G_0)\lambda_0 - G_0\lambda_0 - \frac{P_0\lambda_0}{2} = G\lambda_0 - \frac{P_0\lambda_0}{2} \quad (14.14)$$

To'rtinchi cheklanishga tayanib, energiyaning saqlanish qonunini yozamiz:

$$\frac{G^2}{2g(G_0 + G)}g^2 = G\lambda_0 - \frac{P_0\lambda_0}{2}$$

(g) va (d) ifodalarni etiborga olsak, λ_0 ga nisbatan kvadrat tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\lambda_0^2 - 2\lambda_{cr}\lambda_0 - 2h\frac{\lambda_{cr}}{1 + \frac{G_0}{G}} = 0 \quad (14.15)$$

Oxirgi tenglamani yechib, dinamik ko'chishni aniqlaymiz:

$$\lambda_{\partial} = \lambda_{CT} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right)$$

Agar $\lambda_{\partial} > \lambda_{CT}$ ekanligini nazarda tutsak, u holda:

$$\lambda_{\partial} = \lambda_{CT} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) = \lambda_{CT} k_{\partial} \quad (14.16)$$

Bu yerda zarbali yuk uchun dinamik koeffitsiyent quyidagiga teng:

$$k_{\partial} = \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right),$$

yoki

$$k_{\partial} = \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{g^2}{g \lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) \quad (14.17)$$

Dinamik koeffitsiyent aniqlangach, (v) formuladan zarbali yuk ta'siridan paydo bo'lgan kuchlanishni topish mumkin:

$$\sigma_{\partial} = \sigma_{CT} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) \quad (14.18)$$

Zarba hodisasi proporsionallik chegarasida ro'y beradi deb hisoblasak, mustahkamlik sharti odatdagidek ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{\partial}(\max) = k_{\partial} \sigma_{CT} \leq [\sigma], \quad (14.19)$$

bunda

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{oM}}{n_{oM}}.$$

Shuni aytish kerakki, zarba hodisasiga uchraydigan konstruksiya qismlari mustahkamlikka hisoblanayotganda ehtiyot koeffitsiyenti $n_{oq} \approx 2$ ga teng deb olinadi.

Yukning tushish balandligi h statik ko'chish λ_{CT} ga nisbatan judda katta bo'lgan hollarda radikal belgisi ostidagi va oldidagi 1 ni e'tiborga olmaslik ham mumkin, u holda dinamik koeffitsiyentni topishda ishlatiladigan quyidagi taqribiy formula hosil bo'ladi:

$$k_{\partial} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{\left(1 + k \frac{Q_0}{G}\right)}} \quad (14.20)$$

Zarblanuvchi jismlarning massasini hisobga olish uchun (14.17) formulalar tarkibidagi G_0 ning o'rniga zarb tushadigan kesimga keltirilgan massa og'irligi kQ_0 ni qo'yish lozim:

$$k_{\partial} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + k \frac{Q_0}{G}}} \quad (14.21)$$

bu yerda k – keltirish koeffitsiyenti bo'lib, zarblanuvchi jismlarning mahkamlanish usuliga va zarb turlariga (bo'ylama yoki ko'ndalang zarba) bog'liq.

G - zarb beruvchi jismning og'irligi.

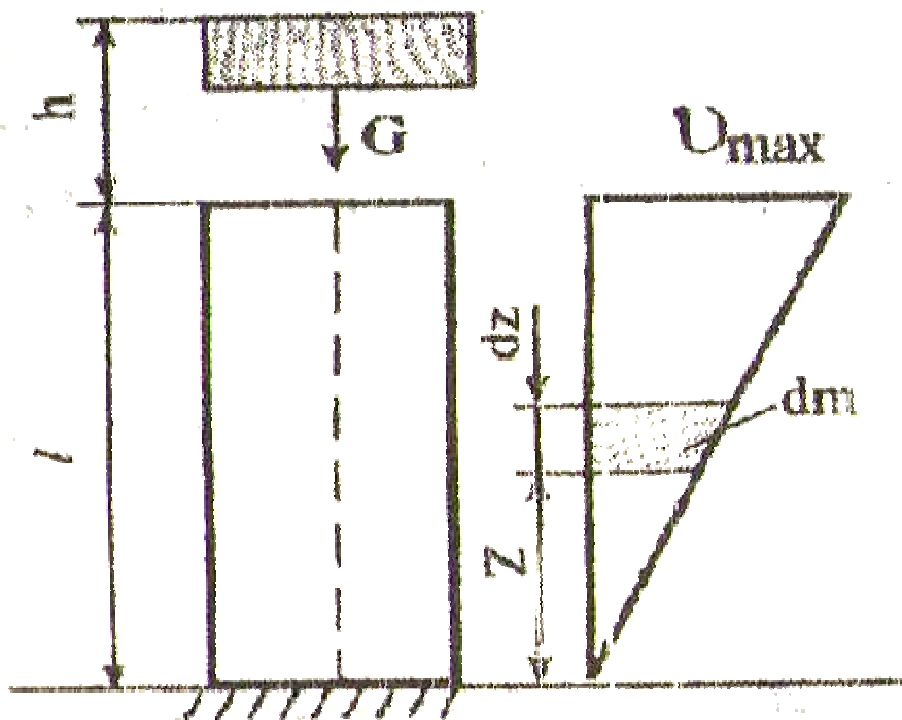
Quyidagi xususiy hollarni ko'rib chiqamiz.

1.Bo'ylama zarba. Aytaylik, massasi $\gamma F dz$ sterjenning cheksiz kichik bo'lagi

$$g_z = \frac{g_{\max}}{\ell} z \quad (14.22)$$

tezlikka ega bo'lsin (14.9-shakl). U holda sterjenning kinetik energiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$T = \int_0^{\ell} \gamma F \frac{g_z^2}{2} dz = \frac{\gamma F g_{\max}^2}{2\ell^2} \int_0^{\ell} z^2 dz = \frac{\gamma F \ell}{3} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2}$$



14.9-shakl

Sterjenning og'irligi $Q_0 = \gamma F \ell g$ ekanligi ma'lum, shu bois:

$$T = \frac{1}{3} \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (14.23)$$

Ikkinchi tomondan esa kinetik energiya

$$T = k \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (14.24)$$

ga teng.

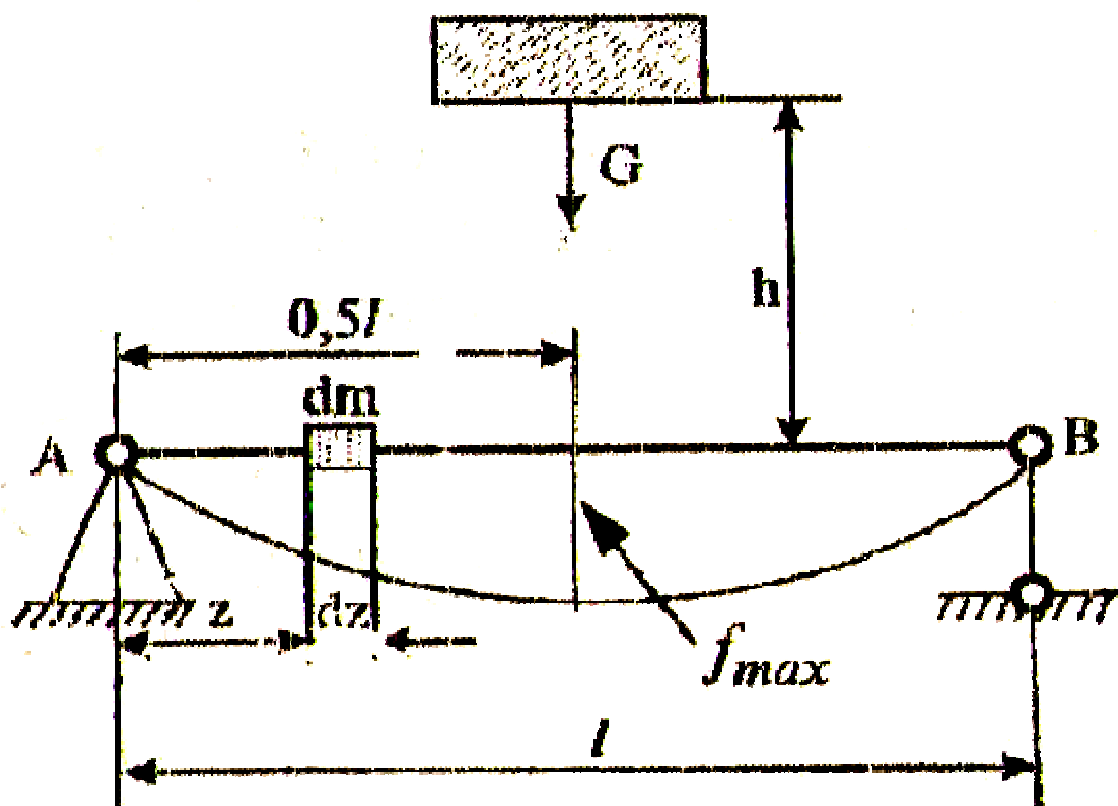
Oxirgi ifodalarni o'zaro taqqoslab, bo'ylama zarbada keltirish koeffitsiyenti $k = \frac{1}{3}$ ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

B.Ko'ndalang zarba. G yuk statik ravishda to'singa qo'yilganda ko'zg'almas tayanchdan z masofadagi kesimning salqiligi

$$v_z = \frac{f_{\max}}{\ell^3} (3\ell^2 z - 4z^3) \quad (14.25)$$

ifodaga teng bo'ladi (14.10-shakl).

Bunda $f_{\max} = \frac{Q\ell^3}{48EJ}$ eng katta salqilik.



14.10-shakl.

Salqilik tenglamasidan vaqt bo'yicha bir marta hosila olib, massasi $dm = \gamma F dz$ bo'lgan bo'lakchanning tezligini aniqlaymiz:

$$g_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{f_{\max}}{\ell^3} (3\ell^2 z - 4z^3) \right\}$$

Zarb to'sinning o'rtasiga tushadi deb faraz qilsak, mazkur kesimning tezligi

$$g_{\max} = \frac{df_{\max}}{dt}$$

ga teng bo'ladi. U holda tezlik

$$g_z = g_{\max} \cdot \frac{1}{\ell^2} (3\ell^2 z - 4z^3)$$

ko'rinishni egallaydi.

To'sinning qo'zg'almas tayanchidan z masofada joylashgan dz elementning kinetik energiyasini hisoblaymiz:

$$dT = \frac{\gamma F dz}{g} \cdot \frac{g_z^2}{2} = \frac{\gamma F dz}{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{df_{\max}}{dt} \frac{1}{\ell^3} (3\ell^2 z - 4z^3)^2 \right]^2$$

Sistemaning kinetik energiyasini hisoblaymiz:

$$T = 2 \int_0^{0.5\ell} \frac{\gamma F}{2g} \left(\frac{df_{\max}}{dt} \right)^2 \frac{1}{\ell^6} (3\ell^2 z - 4z^3)^2 dz = \frac{17}{35} \cdot \frac{\gamma F \ell}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2}$$

Bunda $\rho F \ell = Q_0$ bo'lganligi uchun

$$T = \frac{17}{35} \cdot \frac{Q_0 g_{\max}^2}{2g} \quad (14.26)$$

Balkaning keltirilgan massasini zarb tushadigan joyga mahkalagan deb, kinetik energiyani

$$T = \frac{m_{\text{kel}} g_{\max}^2}{2} = k \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (14.27)$$

ko'rinishida ifodalaymiz.

Kinetik energiya uchun yuqorida olingan ikkita ifodani o'zaro taqqoslab, ko'dalang zarbadagi keltirish ko'effitsiyenti $k = \frac{17}{35}$ ga tengligiga ishonch hosil qilamiz.

Shunday qilib, oddiy balkaning o'rtasiga yuk kelib urilganda hosil bo'ladigan normal kuchlanish quyidagicha topiladi:

$$\sigma_{\delta} = \sigma_{CT} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT} \left(1 + \frac{17Q_0}{35G} \right)}} \right], \quad (14.28)$$

bunda G - zarb beruvchi yukning og'irligi;

Q_0 - balkaning og'irligi;

h - yukning tushish balandligi;

λ_{CT} - yuk statik ravishda kuyilganda zarb tushadigan kesimning salqiligi;
 σ_{CT} - statik yuk ta'siridan hosil bo'lgan eng katta normal kuchlanish.

IV. Davriy yoki umuman uyg'otuvchi kuchlar ta'sirida mashina va inshoot qismlarida tebranma harakat ya'ni majburiy tebranish hosil bo'ladi. Mashina va inshoot qismlari ishlash jarayonida majburiy tebranishdan kat'i nazar, erkin tebranish harakatini ham bajaradi va uning o'z detallarida tebranma harakat hosil bo'lishi bilan birga, unga yopishgan qismlarida va qo'shni konstruksiyalarda ham tebranma harakat hosil bo'ladi.

Agar erkin tebranish harakatining davri o'yg'atuvchi kuch davriga mos kelib qolsa, rezonans hodisasi ro'y berib, bu tebranma harakat ba'zi noqulay hollarda konstruksiyaning yemirilishigacha olib keladi.

Shuning uchun mashina va inshootlarni loyixalashda ya'ni statik va dinamik kuchlar ta'siridan ularni hisoblashda faqat mustahkamligini, bikrligini va ustivorliginii ta'minlash kifoya qilmay, balki ularning tebranuvchi qismida rezonans hodisasining yuz bermasligini ta'minlash kerak.

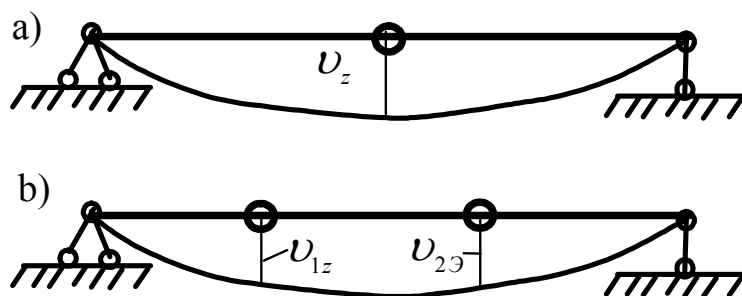
Mashina va inshoot qismlarida hosil bo'ladigan o'yg'otuvchi yoki siltovchi kuchlarning davri oldindan ma'lum miqdor bo'lganidan loyihalovchining ixtiyorida faqat erkin tebranish davrigina qolib, u majburiy tebranish davriga hyech qachon mos kelmaydigan qilib tanlanishi lozim.

Tebranma harakat jarayoni tekshirilayotgan elastik sistemaning erkinlik darajasi soni bilan aniqlanadi.

Har bir nuqtaga tegishli bir-biriga bog'liq bo'lmagan koordinatalar soni sistemaning erkinlik darajasi soni deyiladi va ular elastik sistema deformasiyalanganda uning massasining vaziyatini bildiradi. Shunday qilib har qanday elastik sistema cheksiz ko'p erkinlik darajasiga ega bo'lar ekan. Agar elastik sistema massiv yuklarni biriktiruvchi elastik jismlardan iborat bo'lsa, bunday sistemaning o'z massasi hisobga olinmaydi va sistemaning erkinlik darajasi har bir yukning vaziyatini aniqlovchi bir-biriga bog'liq bo'lmagan koordinatalar soniga teng bo'ladi.

14.11 shakl, a, b da erkinlik darajasi bitta va ikkita bo'lgan sistema ko'rsatilgan bo'lib, shakl a-da yukning vaziyati bitta v_z koordinata bilan aniqlanib, u yukning vertikal kuchishidan iborat, shakl b-da esa ikkita

koordinata v_{1z} va v_{2z} bilan aniqlanadi. Bu hollarda sterjenlarning o'z massalari hisobga olinmaydi.



14.11-shakl

V. Sterjen materialining ichki ishqalanishidan, hosil bo'ladigan qarshilikni va muxit qarshiligini hisobga olmasdan, erkinlik darajasi birga teng bo'lgan elastik sistemaning erkin tebranishini tekshirishni misol tariqasida 14.12-shakl, a da ko'rsatilgan misolni ko'rib chiqamiz.

Konsol uchiga qo'yilgan yuk Q ta'siridan egilib, V holatda statik muvozanatda bo'lib, uning bu holati uchun yukning muvozanat tenglamasi quyidagicha bo'ladi (14.12-shakl. b)

$$mg - cf_{CT} = 0, \quad (a)$$

bunda s-konsolning vertikal kuchishiga qarshilik ko'rsatish qobiliyati bilan aniqlanadigan koeffitsiyenti, bu biz tekshirayotgan hol

uchun
$$C = \frac{3EJ}{\ell^3},$$

bu yerda EJ-konsolning ko'ndalang egilishidagi bikrligi.

Biror vaqt ichida konsolni turtki bilan turtib, uning muvozanat holatidan chiqarib, o'z holatiga tashlab qo'yilsa, u harakatda davom etib biror t vaqt ichida z -masofaga ko'chib S nuqtada bo'lsin (14.12-shakl, a). Bu holda S nuqtaga tiklovchi kuch $C(f_{CT} + v)$ va yukning og'irligidan tashqari inersiya kuchi $m \frac{d^2g}{dt^2}$ ham ta'sir qiladi (14.12-shakl, v). Endi muvozanat tenglamasi o'rniga s -nuqtaning harakat tenglamasini Dalamber prinsipiga ko'ra quyidagicha yozamiz:

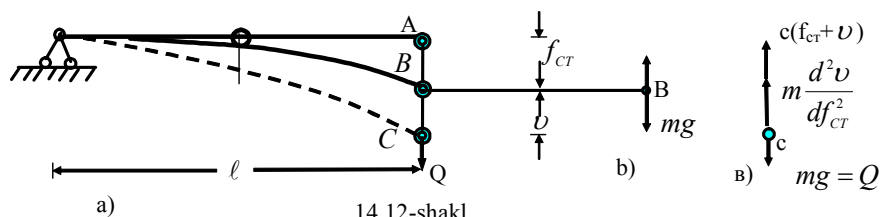
$$m \frac{d^2v}{df_{CT}^2} + c(f_{CT} + v) = Q,$$

(a) tenglamani e'tiborga olib, uni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$m \frac{d^2v}{df_{CT}^2} + c v = 0,$$

bunga $\frac{c}{m} = \omega^2$ belgilashni kiritsak, u quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \omega^2 v = 0 \quad (14.29)$$



14.12-shakl

Bu differensial tenglamaning integrali quyidagi ko'rinishga ega:

$$v = D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t \quad (14.30)$$

bu tenglamani boshqacha ko'rinishda ham yozash mumkin:

$$v = D \sin (\omega t + \alpha) \quad (14.31)$$

(14.30) va (14.31) lar bir-biriga ekvivalent bo'lib, ularning ikkovida ham ikkitadan ixtiyoriy o'garmas son (D_1, D_2, D, α) bor.

Bu noma'lumlar masalaning boshlang'ich shartlaridan topiladi: agar $t=0$ bo'lganda $v = v_0$ va $v = V_0$, ya'ni tebranuvchi elastik sistema harakat boshlanishidan avval v_0 boshlang'ich ko'chish bilan V_0 boshlang'ich tezlikga ega bo'lsa, u holda (14.30) formulaga ko'ra $t=0$ bo'lganda $v_0 = D_2$ va $v = D_1 \omega \cos \omega t - D_2 \omega \sin \omega t$ dan $V_0 = D_1 \omega$ yoki $D_1 = \frac{V_0}{\omega}$ ni topamiz.

Demak, (17.30) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$v = \frac{V_0}{\omega} \sin \omega t + v_0 \cos \omega t \quad (14.32)$$

(14.13)-shaklda (14.32) tenglamaning turlicha boshlang'ich shartlarga ega bo'lgan, ya'ni ko'chishning vaqt bo'yicha o'zgarish grafigi ko'rsatilgan.

(14.31) tenglamadan ko'rinadiki, $\omega t + \alpha$ har 2π sek.vaqt o'tishi bilan jarayon qaytadan takrorlanadi, ya'ni

$$\omega t + \alpha + 2\pi = \omega(t + T) + \alpha,$$

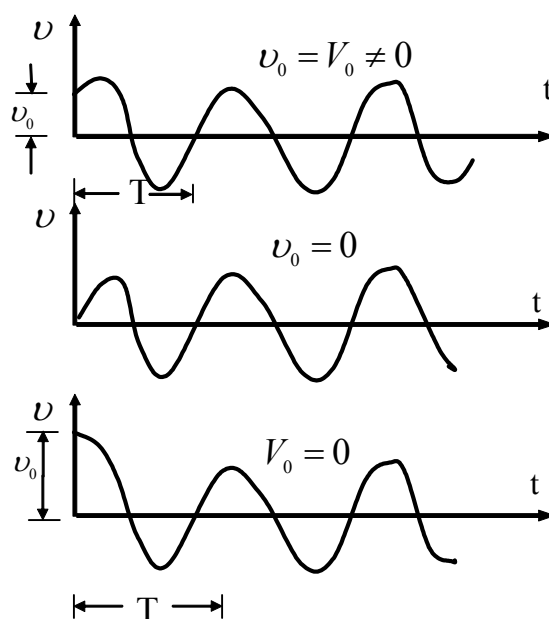
bundan tebranish davrini topish mumkin: $T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (14.33)$

bir sekunddagi tebranish soni: $n = \frac{1}{T}$ bo'ladi;

bunda n-odatdagi takrorlik.

Demak, quyidagi ifoda kelab chiqadi:

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T} \quad (14.34)$$



14.13 – shakl

(14.24) ifodadan ma'lum bo'layapdiki, ω elastik sistemaning 2π sek. ichida tebranish sonini bildirib, u doiraviy takrorlik yoki takrorlik deb ataladi.

$\omega^2 = \frac{c}{m}$ ifodadan ko'rinadiki, ω takrorlik tebranishni o'yg'otuvchi boshlang'ich sababga emas, balki elastik sistemaning xususiyatiga bog'liq bo'lib, yana tebranish davriga ham taalluqlidir.

Elastik sistemaning faqat o'z xususiyatigagina bog'liq bo'lganligi uchun ω takrorlik, ayrim hollarda, xususiy takrorlik deb ham ataladi.

$\omega^2 = \frac{c}{m}$ ifodadan yana shuni aytish kerakki, sistemaning massasi ortishi bilan uning takrorligi kamayib, sistemaning bikrligi ortishi bilan esa uning takrorligi ham ortadi.

Xususiy takrorlik ifodasini (a) ni e'tiborga olib quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{g}{f_{CT}}} \quad (14.35)$$

Tebranish davri quyidagicha bo'ladi:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}} = 2\pi\sqrt{\frac{f_{CT}}{g}} \quad (14.36)$$

Agar Q yuk sterjenning uchiga osilgan bo'lsa, xususiy takrorlik va tebranish davri quyidagicha bo'ladi:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta t}} = \sqrt{\frac{gEF}{Q\ell}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta \ell}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{Q\ell}{gEF}} \quad (14.37)$$

Agar Q yuk ikki tayanchda yotuvchi oddiy balkaning o'rtasiga qo'yilgan bo'lsa, yuqoridagi formulalar quyidagicha yoziladi:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{f_{\max}}} = \sqrt{\frac{48EJg}{Q\ell^3}}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{f_{\max}}{g}} = \sqrt{\frac{Q\ell^3}{48EJg}} \quad (14.38)$$

Tebranish davri va xususiy takrorlik elastik sistema dinamik xossalarning muhim xarakteristikasidir.

NAZORAT SAVOLLARI.

1. Qanday yukka dinamik yuk deyiladi?
2. Inersiya kuchlarining intensivligi qanday topiladi?
3. Zarb kuchi deganda qanday kuchni tushinasiz?
4. Dinamik koeffitsiyenti nima?
5. Zarbdagi ko'chishni aniqlashda nima asos qilib olinadi?
6. Yuk to'satdan qo'yilgan holda dinamik koeffitsiyent qanday topiladi?
7. Zarb ta'siridan hosil bo'lgan ko'chish va kuchlanish qanday topiladi?