

АЛГЕБРА ВА АНАЛИЗ АСОСЛАРИ

ФАНИДАН ТАЯНЧ КОНСПЕКТ



Mavzu. To'plam tushunchasi va uning berilish usullari. Bo'sh to'plam. To'plamlarning tengligi. Qism to'plamlar. O'zaro bir qiymatli moslik. To'plamlar ustida amallar. Chekli va cheksiz to'plamlar.

Darsning maqsadi: ta'limiy (ilmiy). Hayotiy misollar yordamida to'plamlar, ularning elementlari to'plamlar ustida amallar to'g'risidagi bilimlarni berish.
Tarbiyaviy. Milliy shevalar yordamida o'quvchilarning fanga bo'lgan qiziqishini oshirish milliy qadriyatlarini shakllantirish.
Rivojlantiruvchi (dunyoqarashni shakllantirish). Hayotiy misollar asosida to'plamlar ustida bajarilgan amallar orqali o'quvchilarning fikrlash qobiliyatini rivojlantirish.

Darsning turi. Aralash.

Darsning metodi (uslub).

Savol – javob, mashq, ma'ruza.

Fanlar aro bog'lanish(fanning nomi va usuli). Fizika, kimyo, astronomiya, biologiya, geografiya, tarix, ona-tili.

Qo'shimcha adabiyotlar. Algebra va analiz asoslari o'rta maktabning 9-cinf uchun o'quv qo'llanmasi. A.H.Kolmogorov. Toshkent. "O'qituvchi" 1978 y. Algebra va matematik analiz asoslari I. Akademik litseylar uchun. A.A.Abdusamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov.Toshkent "O'qituvchi". 2001 y. Algebra va analiz asoslari Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun. R.H.Vafaev, J.H.Husanov, K.H.Fayziev, Yu.Y.Hamroev. Toshkent "O'qituvchi" 2003 y. Matematika I qism. Kasb-hunar kollejlari uchun o'quv qo'llanma. Toshkent "O'qituvchi" 2003 y. Yosh matematiklar qomusnomasi. Toshkent "O'qituvchi".

Darsning jihozlanishi(ko'rgazmali qurollar tarqatma materiallar harakatdagi modellar texnika vositalari) dan foydalanilishi to'liq yozilishi shart. Darslik, o'quv qo'llanmalari ko'rgazmali qurollar, tarqatma materiallar, texnika vositalari (kadaskop).

Darsning borishi .

1.Tashkiliy qism .

Salom-alik qilish ,davomadni tekshirish,zarur ko'rgazmali qurol va jihozlarni darsga hozirlash.

2.Uyga berilgan vazifani so'rash. ,O'tgan materialni takrorlash va yangi mavzuga zamin tayyorlash.
Savollari.

1. To'plam haqida nimalarni bilasiz?

2. Ø belgi nimani bildiradi, shu haqda tushunchaga egamisiz?

3. Natural sonlar to'plamiga qanday sonlar kiradi?

4. Butun sonlar to'plamiga qanday sonlar kiradi?

5. Juft va toq natural sonlar to'plamini ajrating.

$$Q=\{2;4;6;...;2n;...\}$$

$$T=\{1;3;5;...;2n-1;...\}$$

6.Kengaytirilgan natural sonlar to'plamini yozing

$$N_0=\{0;1;2;...;n;...\}$$

7. Poda nima?

Qo'ylar to'dasi.

8. Chorbog' tushunchasi?

Daraxtlar to'plami.

Kartotekalar.

1. Quyosh sistemasidagi sayyoralarni nomini ayting?

1). Merkuriy

2). Vnera

3). Yer

- 4). Mars
- 5). Saturn
- 6). Yupiter
- 7). Uran
- 8). Neptun
- 9). Pluton

2. Planamatriyada mavjud bo'lgan figuralarni ayting?

Uchburchak to'g'ri to'rtburchak, to'rtburchak, paralelogramm, trapetsiya, romb.

3. Sport turlarini ayting?

- 1) Futbol, voleybol, gandebol, basketbol, gimnastika, ... , tennis.

4. Buxoro vilovatidagi tumanlarni ayting?

- 1) Jondor, Qorako'l, Olot, Rometan, Peshku, Vopkent, G'ijdivon, Shofirkon, Buxoro, Kogon, Qoravulbozor.

5. Og'irlik birliklari?

Mg, g, kg, t, sen.

6. Ishqoriy metallarni ko'rsating?

Natriy, litiy, kaliy, rubidiy, fransiy, seziy.

7. Qimmatbaho metallarni ko'rsating?

Oltin, platina, kumush, radiy, osmiy.

8. Sut emizuvchilarni ko'rsating?

Sigir, kit, ko'rshapalak, echki ...

3. Darsning maqsadi. To'plamlar haqida to'liq malumot berish.

4. Darsning rejasi.

1. To'plam tusunchasi va uning berilish usullari .

2. Bo'sh to'plam, to'plamlarning tengligi. Qism to'plamlar. O'zaro bir qiymatli moslik . Uneversal to'plam.

3. To'plamlar ustida amallar.

4. Chekli va cheksiz to'plamlar. To'plamlarning to'g'ri (dekart) ko'paytmasi.

5. Yangi mavzuni bayoni.

1. To'plam matematikaning dastlabki tariflanmaydigan boshlang'ich tushunchalaridan biri bo'lib uni har xil misollar orqali tushuntirish mumkin.

Masalan .6- guruh o'quvchilari to'plami , kutubxonadagi kitoblar to'plami va hokazo . Demak to'plam deganda, predmedlarning aniq belgilari bo'yicha yoki ular bo'ysunadigan umumiy bir qonuniyatga asoslanib tuzilgan yig'i'i tushuniladi.

To'plamni tashkil etuvchi obektlar to'plamning elementlari deyiladi. Yuqoridagi misollarda o'uvchilar, o'qituvchilar, kitoblar, natural sonlar

To'plaminig elementlari hisoblanadi. Matematkada to'plamlar lotin alifbosining bosh harflari –A,B,C, D... bilanto'plam elementlari esakichik harflari –a,b,c,d,.. bilan belgilanadi.

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$

$N = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$

Ayrim hollarda elementlari ma'lum bir shartlarni qanoatlantiruvchi to'plamlarning berilishini quyidagicha izohlash mumkin.

$A = \{x/x\text{-natural son}, x < 100\}$.

100 dan kichik bo'lgan natural sonlar to'plami.

Keyinchalik quyidagi belgilashlardan foydalanamiz .

$X \in M$, $X \notin M$, yoki $X \notin M$,

2. Bo'sh to'plam .

Bo'sh to'plam hech qanday elementga ega bo'lmaydi va $\emptyset$ ko'rinishda belgilanadi .

1- Ta'rif. Agar A to'plam hech qanday elementga ega bo'lmagan u bo'sh to'plam deyiladi va $A = \emptyset$ ko'rinishda yoziladi.

2- Ta'rif. Agar A to'plamning har bir elementi B to'plamning ham elementi bo'lsa u holda A to'plam B to'plamning qism to'plami deyiladi. va $A \subset B$ ($B \supset A$) ko'rinishda ($\in$ -tegishlilik belgisi) yozilib B to'plam A to'plamni o'z ichiga oladi deb o'qiladi.

Masalan $A = \{2; 4; 6; \dots; 2n\}$ juft butun musbat butun sonlar.

$B = N = \{1; 2; 3; \dots; 2n-1\}$ $A \subset B$ bo'ladi.

3-ta'rif. A va B to'plamlar bir xil elementlarda iborat bo'lsa ular teng deyiladi va $A = B$ ko'rinishda yoziladi .

Yoki $A \subset B$ $A \supset B$ $A = B$

Masalan $A = \{3; 4; 5; 9\}$

$B = \{9; 3; 5; 4\}$ $A = B$

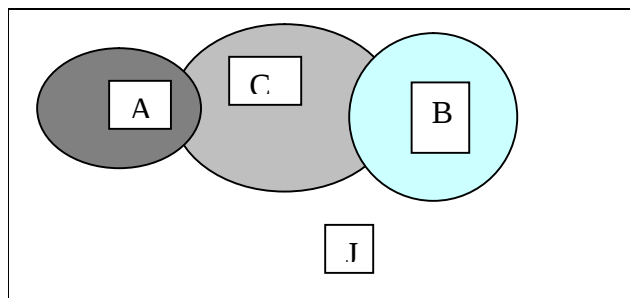
4-ta'rif Agar A to'plamning har bir elementiga B to'plamning bitta va faqat bitta elementi va, aksincha , B to'plamning har bir elementiga A to'plamning bitta va faqat elementi mos qo'yilga bo'lsa, u holda A va B to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan deyiladi .

Bu tarifdan foydalanib , haqiqiy sonlar to'g'ri chiziqdagi nuqtalar to'plami va cheksiz kasrlar to'plami orasida o'zaro bir qiymatli mosliklarni o'rnatamiz.

5-ta'rif. A, B va S to'plamlarning har biri bitta J to'plamning qism to'plamlardan iborat u holda J to'plam universal to'plam deyiladi.

Agar J to'plam maktabning barcha o'quvchilari iborat bo'lsa, u holda $A \subset J$, $B \subset J$, $C \subset J$, bo'ladi .

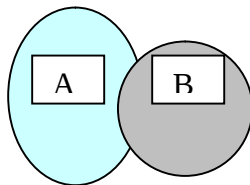
Universal va uning qism to'plamlarini chizmada tasvirlash mumkin. Buning uchun Eyler –Venn diagramasidan foydalanamiz.



To'plam ustida amallar.

To'plamlarning birlashmasi. Berilgan to'plamlardan yangi to'plamlar tuzish usullarini qarayniz.

1- Ta'rif . A va B ikkita ixtiyoriy to'plamlar bo'lsin. Agar C to'plam faqatgina A va B to'plamlarning elementlaridan tashkil topgan bo'lsa ,bunday to'plam A va B to'plamlarning birlashmasi deyiladi .



2-rasm.

To'plamlar birlashmasi U belgi orqali belgilanadi . Shuni ham qayt qilib o'tish kerakki agar biror element A to'plamga ham , B to'plamga ham tegishli bo'lsa , bu element C to'plamda bir marta ishtirok etadi.

Masalan $A = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ va $B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ to'plamlarning birlashmasi $C = A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ to'plamdan iborat bo'ladi.

Ikkala to'plam uchun umumiy hisoblangan 6 va 7 elementlar C yig'indi to'plamda bir marta ishtirok etadi. A va B to'plamning birlashmasini Eyler- Venn diagrammasi yordamida tasvirlash mumkin .2-rasimda shitirixlangan soha $A \cup B$ to'plamini ifodalaydi . To'plamlarning birlashmasini topish qator xossalarga ega.

1. Istalgan A va B to'plam uchun o'rin almashtirish qonuni o'rinli :

$A \cup B = A \cup B$ ($A + B = B + A$). Bu xossa yordamida 3 va undan ortiq to'plamlarning birlashmasini topish mumkin.

2. Istalgan A, B VA C to'plamlar

Masalan $A = \{2, 3, 4, 5, \}$ $B = \{4, 5, 6, \}$ va $C = \{5, 6, 7, 8, \}$ bo'lsa $A \cup (B \cup C) = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \}$ bo'ladi.

3. Agar $A \subset B$ bo'lsa, u holda $A \cup B = B$; xususiyl holda $A \cup A = A$ bo'ladi.

4. Istalgan A to'plam uchun $A \cup \emptyset = A$ tenglik o'rinli.

To'plamlar birlashmasining bu qonunlari Eyler-Venn diagrammasi yordamida ko'rsatish mumkin, buni mustaqil bajaring.

2. To'plamlarining kesishmasi.

2-ta'rif. Ikkita A va B to'plamlarning umumiy elementlardan tuzilgan C to'plam A va B to'plamlarning kesishmasi (umumiy qismi) deyiladi va $C = A \cap B$ ko'rinishda yoziladi. Bu yerda $\cap$ to'plamlar kesishmasining belgisi.

Umumiy elementlarga ega bo'lgan A va B to'plamlarning kesishmasi shaklda shitrixlab ko'rsatilgan.

Misollar:

1. $A = \{3, 5, 7, 9\}$ va $B = \{1, 3, 8, 9, 10\}$ bo'lsa, $C = A \cap B = \{3, 9\}$ bo'ladi.

2. Agar $A = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$, $B = \{9, 18, 27, 36, \dots\}$ bo'lsa, u holda $A \cap B = \{9, 18, \dots\}$

3. Agar $A = \{2, 3, 5, 6, \}$ va $B = \{1, 4, 7, 8\}$ bo'lsa, u holda $A \cap B = \emptyset$ bo'ladi.

To'plamlarning kesishmasi quyidagi xossalarga ega :

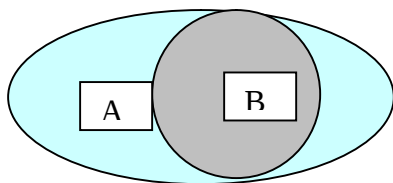
1. Istalgan 2 ta A va B to'plam uchun o'rin almashtirish qonuni o'rinli:

$A \cap B = B \cap A$.

2. Istalgan A, B va C to'plamlar uchun guruhlash qonuni o'rinli

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

3. Agar $B \subset A$ bo'lsa, u holda $A \cap B = B$ bo'ladi. Haqiqatan , Agar B to'plam A to'plamning qismi bo'lsa , u holda bu to'plamlar quyidagi rasmda ko'rsatilganidek tasvirlanadi.



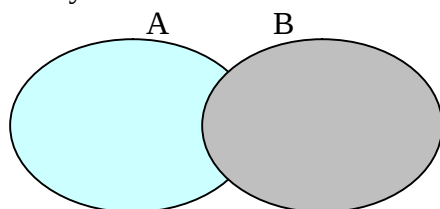
4. Istalgan A to'plam uchun $A \cap \emptyset = \emptyset$ va $A \cap A = A$

5. Istalgan A, B va C to'plamlar uchun birlashmaga nisbatan to'plamlarning kesishmasi tarqatish qonuniga bo'ysunadi :

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C).$$

3. TO'PLAMLARNING AYIRMASI

3-ta'rif . A to'plamning B to'plamga kirmagan barcha elementlaridan tuzilgan C to'plam A va B to'plamlarning ayirmasi deyiladi va u $C = A \setminus B$ ko'rinishida yoziladi.

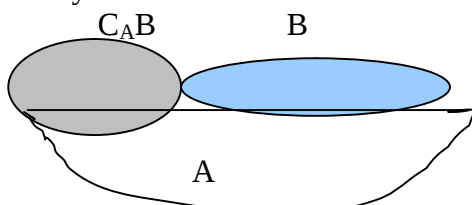


Misol:

1. Agar $A = \{2, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 5, 6, 7, 8, 9\}$, bo'lsa , $C = A \setminus B = \{2, 4\}$ bo'ladi.

2. Agar $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ bo'lsa u holda $A \setminus B = \emptyset$ bo'ladi.

4-ta'rif. Agar $A \supset B$ bo'lsa , $A \setminus B$ ayirma B to'plamning A to'plamgacha to'ldirmasi deyiladi va $C \supset B$ ko'rinishida yoziladi.



Misol:

1. Agar $A=\{1,2,3,\dots, n,\dots\}$, $B=\{2,4,6, \dots, 2n, \dots\}$ bo'lsa, u holda $C \text{ a} B = A \setminus B = \{1,3,5, \dots, 2n-1, \dots\}$ bo'ladi.

4-&. CHEKLI va CHEKSIZ TO'PLAMLAR.

TO'PLAMLARNING TO'G'RI KO'PAYTMASI

1. **Chekli va cheksiz to'plamlar.** To'plamlar cheli va cheksiz bo'lishi mumkin. chekli to'plamlar cheli sondagi elementlarga ega bo'ladi. Masalan, $A=\{a,b,c,d\}$ -cheli to'plam bo'lib, to'rtta elementga ega.

Agar to'plamning elementlari chekaiz ko'p bo'lib, uning elementlarini sanab tugata olmasak, bunday to'plamlar cheksiz to'plamlar bo'ladi.

Masalan, $B=\{1,3,5,7, \dots, 2n-1,\dots\}$ cheksiz to'plam bo'lib, elementlari barcha toq sonlardan iboratdir.

9. O'quvchilarning tushunganlik darajasini savollar va misollar echish bilan tekshirib borish va tahlil qilish.

Savollar:

1. To'plam deb nimaga aytiladi?
2. To'plamning berilish usullari?
3. Bo'sh to'plam?
4. Qism to'plami?
5. Chekli to'plam?
6. Cheksiz to'plam?

10. 11. Misollar:

- 1.21. $M=\{36;29;15;68;27\}$, $P=\{4;15;27;47;36;90\}$, $Q=\{90;4;47\}$ to'plamlar berilgan. $M \cap P$, $M \cap Q$, $P \cap Q$, $M \cap P \cap Q$ larni toping

Yechish

$$M \cap P = \{36;15;27\}, \quad M \cap Q = \{\emptyset\}, \quad P \cap Q = \{4;47;90\}, \quad M \cap P \cap Q = \{\emptyset\}$$

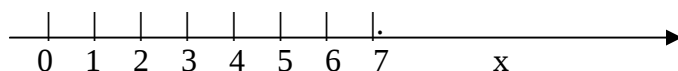
- 1.22. A-18 ning hamma natural bo'luvchilari to'plami. B-24 ning hamma natural bo'luvchilari to'plami $A \cap B$ - to'plam elementlarini ko'rsating?

Yechish

$$A=\{1;2;3;6;9;18\}, \quad B=\{1;2;3;4;6;8;12;24\}, \quad A \cap B = \{1;2;3;6\}$$

- 1.25. $[1;5]$ va $[3;7]$ kesmalarning kesishmasini toping?

Yechish



$$A=\{1;2;3;4;5\}, \quad B=\{3;4;5;6;7\}, \quad A \cap B = \{3;4;5\}$$

- 1.38. Agar A to'plam $X^2-7X+6=0$ tenglamaning echimlari to'plamini va $B=\{1;6\}$ bo'lsa, $A=B$ bo'lishini toping?

Yechish:

$X^2-7X+6=0$ kvadrat tenglamani echib ildizlarini topamiz.

- 1) Viet teoremasiga asosan:

$$X_1 + X_2 = 7$$

$$X_1 \cdot X_2 = 6 \quad \text{bundan} \quad X_1=1, \quad X_2=6 \quad A=\{1;6\}$$

- 2) $D=B^2-4ac$, $D=49-24=25$

$$X_1=7-5/2, \quad X_1=1; \quad X_2=7+5/2, \quad X_2=6.$$

$$A=\{1;6\},$$

$$J: A=\{1;6\}, \quad B=\{1;6\} \quad A=B$$

12. Mustaqil ish

- 1.30. $A=\{2;3;4;5;7;10\}$, $B=\{3;5;7;9\}$, $C=\{4;9;11\}$.

Quyidagi to'plamlarda nechtdan element mavjud:

- a) $A \cup (B \cap C)$, b) $(C \cup B) \cup A$, v) $A \cap (B \cup C)$, g) $A \cup (B \cap C)$,
d) $A \cap (B \cap C)$, y) $B \cap (A \cup C)$.

- a) Yechish: $E = B \cup C$; $E = \{3;4;5;7;9;11\}$,

$$A \cap E = \{2;3;4;5;7;9;10;11\}, \quad J: \text{a) } 8$$

2. $9x^2-1=0$ tenglamaning butun sonlardagi echimlari to'plamini toping
3. 48, 128 sonlarining bo'luvchilardan tashkil topgan to'plamlarini tuzing
4. $A = \{6,8,10,12\}$ va $B = \{4,6,8,10,12,14\}$ bo'lsa $A \cap B = ?$
13. O'quvchilar yangi mavzuni qay darajada tushunganlik darajasini tekshirish maqsadida test bajaradi,
 - 1) $6x+6y=25$ sistemani yeching
 $3x+3y=7$ A) $\emptyset$ B) (1.5;3) C) (2;1)
 2. $A = \{7,1,5,3,9\}$ ga teng to'plamni toping?
 A) $\{1,3,5,7,9\}$ B) $\{1,2,3,4,5,6\}$ C) topib bo'lmaydi
 1. Quyidagi keltirilgan to'plamlarning qaysi biri chekli?
 A) kollejdagi talabalar soni B) natural sonlar c) dunyo aholisining soni
 4. $[-3;5]$ kesmadan $(-3;5)$ interval chiqarib tashlansa nima qoladi?
 A) -3 va 5 B) 0 C) $\emptyset$
5. A nuqtaning $|x-a|<5$ atrofini to'plam interval shaklida ifodalang?
 A) $a-5; a+5$ B) $a-5$ C) $a+5$
1. $X^2-X+A=0$ tenglamaning echimlari A ning qanday qiymatlarida bir elementli bo'ladi.
 A) $\frac{1}{4}$ B) 1 C) $-\frac{1}{4}$
2. A to'plam 4 ta elementdan iborat, Bu to'plamning elementlaridan qancha qism to'plam tuzish mumkin
 A) 16 B) 4 C) 6
3. $A=(A;6)$ va $B=(0;1)$ to'plamlar orasidagi o'zaro bir qiymatli maslik o'rnatuvchi formulani toping.
 A) $y=X-A/B-A$ B) $y=b-a/x-a$ C) $y=x-1/a+b$
4. $A=\{3;7;11;15;19\}$ to'plam elementlari uchun rekurent formulani aniqlang
 A) $x=4n-1; n \in [1;5]$ B) $x=3n$ C) $x=3n+19$
5. $\sin x = a$ ($a \leq 1$) tenglamani yeching.
 A) $(-1)^n n \arcsin a + nk; n \in \mathbb{Z}$ B) $\pm \arcsin a + nk$ C) $\emptyset$
6. 14. Xulosa.
 Darsda to'plamlar haqida to'liq tushunchaga ega bo'ldik. To'plamlarning berilish usullari bo'sh to'plam, qism to'plami, chekli va cheksiz to'plamlarni, to'plamlar ustida bajariladigan amallar, kvantorlar haqida tushuncha oldik.
 Baholash 5 balli sistema asosida amalga oshirildi.
 Uyga vazifa.
1. To'plamlar nazariyasi elementlarini o'qib kelish.
2. Bo'sh to'plam, qism to'plam, teng to'plamlarga misollar keltiring.
3. To'plamlar ustida amallarga doir 2 tadan misol tuzib ishlab kelish.
4. №3, №5, №9, №1,29.

Yangi mavzu bayoni : Son tushunchasini rivojlanishi. Haqiqiy sonlar

1. Sonli to'plamlar. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$ sonlar
2. Chekli va cheksiz o'nli kasrlar, davriy o'nli kasr va irratsional sonlar.
3. Haqiqiy sonlar va ularni cheksiz o'nli kasr ko'rinishida ifodalash.
4. Haqiqiy sonlarni geometric tasvirlash.

Dars bosqich lari

1. Tashkiliy qism: Salomlashish, navbatch faoliyatini baxolash, zarur ko'rgazmali qurol va jixozlarni darsga tayorlash, fanga doir yangiliklar.

2. Yangi mavzuni boshlashga hozirlik ko'rish:

O'quvchilar 4 ta kichik guruxlarga bo'linadi va har bir gurux o'z nomini belgilab oladi. Misol Beruniy guruxi, Ai Xorazimiy guruxi, ... va o'quvchi tomonidan har bir gurux ga o'tilgan mavzular bo'yicha savollar beriladi. Va to'g'ri javoblar rag'batlantirilib, noto'g'ri javoblar jarima bilan baxolanadi.

Savol: To'plamga ta'rif bering

Javob: To'plam tushunchasi matematikaning boshlang'ich tushunchalaridan biri bo'lib, u ta'riflanmaydi.

Savol: Qanday to'plam bo'sh to'plam deyiladi.

Javob: Birorta ham elementi bo'lmagan to'plam bo'sh to'plam deyiladi.

Savol: To'plam birlashmasi, kesishmasi, qism to'plamni tushintirib bering

Javob: Agar biz A va B to'plamlarni qaraydigan bo'lsak u holda bu ikki to'plamlarning birlashmasi A yoki B to'plamning elementlarini o'z ichiga oladi.

$$A \cup B \text{ yoki } B \cup A = A \cup B$$

3. Yangi mavzuni yoritish:

O'quvchilar doskadan yangi mavzu va rejani daftarlariga ko'chirib oladilar va o'qituvchi guruxlarga manashu reja asosida nimalarni biladi yoki bildi va bilishni xoxlaydi degan savollarni o'rta tashlaydi va har bir gurux amaliy mashq bajaradi.

Guruxlarning ishlarini taqdimoti amalga oshiriladi.

Misol

Bilaman Bildim Bilishni xoxlayman

N, Z, R, Sonli
to'plamlar
Q, I,

4. Mustaxkamlash:

Sonlarni taqqoslang a) 0,35 va 0,(35) b) 3,7(2) va 3,72

5. **Mustaqil ish:** a) 2,(32) b) 52,(375) d) $3\frac{1}{2}$ e) P g) lg2 sonlardan qaysilari irratsional son, qaysilari ratsional son

6. **Darsga yakun yasash:** O'qituvchi bajarilgan ishlarni baxolashni tashkil etadi. Umumlashtiradi.

Faol o'quvchilarni rag'batlantiradi, dars bo'yicha o'quvchilarning fikr- muloxazalarini tinglaydi, O'quvchilarga uyga vazifa beradi.

7. **Uyga vazifa :** A.A. Abduraxmonov 2 –bob P-3. 66-67 betlar

8. **Xulosa:** Demak, sonlar xaqidagi tushunchamiz ancha aniqlashdi. Chekli- o'nli, cheksiz-o'nli, davriy, irratsional, xaqiqiy sonlar, geometrik tasvirlash orqali, buni hayotiy tajribalarda qo'llash imkoniyati yaratildi. Sonlar hayotda juda ko'p uchraydi.

Foydalaniladigan adabiyotlar.

1.«Algebra va analiz asoslari» R.H.Vafoyev, J.H.Husanov va boshqalar Toshkent O'qituvchi 2001

2.«Algebra va matematik analiz asoslari» H.H.Abdurhamidov va boshqalar Toshkent O'qituvchi 2001

3. «Matematika» I- qisim Abduhalim Meliqulov, Parda. Qurbonov, Parda Ismoilov .Toshkent O'qituvchi 2003 yil

Mavzu: Asosiy sonli to'plamlar. Haqiqiy sonlar ustida amallar.

Reja:

1. Natural sonlar ustida bajariladigan amallar
2. Butun sonlar ustida bajariladigan amallar
3. Ratsional sonlar ustida bajariladigan amallar
4. Haqiqiy sonlar ustida bajariladigan amallar

O'quvchilar doskadan yangi mavzuni ko'chirib oladilar va reja asosida BBB gipret metodi yordamida rejada bilganlarini yozib chiqadilar va jadvalni to'ldiradilar.

Misol:

Bilaman	Bildim	Bilishni xoxlayman
1.Natural sonlar ustida bajariladigan amallar 2.Butun sonlar ustida bajariladigan amallar	3.Ratsional sonlar ustida bajariladigan amallar	4. Haqiqiy sonlar ustida bajariladigan amallar

5. **Mustahkamlash:** 1-misol. $a = 3,3173\dots$ va $b = 1,1236\dots$ sonlarning yig'indisini toping.

2- misol. $a = 2$ va $b = 3$ sonlarini $0,1; 0,01; 0,001; 0,0001$ aniqlikdagi yig'indilarini toping.

6. Mustaqil ish: Test: xar bir guruxga beriladi.

1-gurux. 1. $0, (5) + 0, (1)$ ni hisoblang.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ s) $1,5$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{9}$

2. $7+69 +671+6673+66675$ ni 6 ga bo'lishdagi qoldiqni toping.

a) 1 b) 4 s) 3 d) 5 e) 2

2-gurux. 1. $9^{20} - 7^{20}$ ayirmaning oxirgi raqamini toping.

a) 0 b) 7 s) 1 d) 3 e) 2

2. 200 ni 30% ga orttirilsa, hosil bo'lgan son 20 % ga kamaytirildi. Natijada qanday son hosil bo'ldi?

a) 206 b) 210 s) 208 d) 212 e) 20

3-gurux. 1. $1-3 +5 -7+9- 11+\dots+97-99$ ni hisoblang.

a) -46 b) -48 s) -50 d) -52 e) -54

2. $(2x + 6 \frac{6}{13}):3 = 4 \frac{1}{26}$ tenglamani eching.

A) $3 \frac{3}{13}$ b) $3 \frac{19}{26}$ s) $3 \frac{7}{26}$ d) $4 \frac{3}{13}$ e) $4 \frac{7}{26}$

4-gurux. 1. $0,5(6)$ quyidagilardan qaysi biriga teng.

a) $\frac{56}{99}$ b) $\frac{1}{18}$ s) $\frac{34}{60}$ d) $\frac{28}{45}$ e) $\frac{17}{33}$

2. $a = \frac{7}{36}$ $b = \frac{11}{34}$ $s = \frac{7}{32}$ va $d = \frac{9}{25}$ sonlarni kamayish

tartibida joylashtiring.

a) $a > b > s > d$ b) $b > a > d > s$

s) $d > a > b > s$ d) $a > s > b > d$ e) $d > b > s > a$

Uyga vazifa:

Xulosa: Demak sonli to'plamlar haqiqiy sonlar haqidagi tushunchamiz ancha aniqlashdi. Asosiy sonli to'plamlar (natural, butun, ratsional, irratsional, haqiqiy sonlar)ni bilish orqali, buni hayotiy tajribalarda qo'llash imkoniyati yaratildi. Haqiqiy sonlar ustida amallar bajarish hayotda juda ko'p uchraydi.

Foydalaniladigan adabiyotlar.

1.«Algebra va analiz asoslari» R.H.Vafoyev, J.H.Husanov va boshqalar Toshkent O'qituvchi 2001

2.«Algebra va matematik analiz asoslari» A.A..Abduhamidov va boshqalar Toshkent O'qituvchi 2001

3.«Matematika» I- qism Abduhalim Melikulov, Parda. Qurbonov, Parda Ismoilov .Toshkent O'qituvchi 2003 yil

Mavzu: Son o'qi va sonli oraliq. Sonning moduli.

Reja:

1. Son o'qi tushunchasi

2. sonli oraliqlar
3. Sonning moduli

O'quvchilar doskadan yangi mavzu va rejasini ko'chirib olib, utilgan mavzulardagiday savollarga javoblar yozadilar ya'ni bilaman, bildim va bilishni xoxlayman har bir o'quvchi uzi javob tuldiradi, oxiriga borib o'qituvchi uz fikrini bildiradi.

6. Mustahkamlash:

6- misol. a) $x-2 < 3$ f) $x^2-2x-3 > x^3-2x-3$
 g) $|x+3-x+1| < 2$

6. Mustaqil ish. 7-misol 3-adabiyot 59-bet

a) $2x+5=x^2$ b) $\frac{x-1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1}$ d) $x^2-5x+6 = -(x^2-5x+6)$

O'quvchilar bilimini baxolash:

Faol katnashgan o'quvchilarni «5», «4», «3» ballar bilan baxolanadi. Dars buyicha o'quvchilar fikr-muloxazalarini bildiradi.

7.Uy ishi: 3-adabiyot (Matematika. Melikulov Toshkent 2003)

II.-bob 8-& ikkinchi bobga doir misol va masalalarni kolganlarini ishlash.

8.Xulosa: Demak son o'qi va sonli oralik xakidagi tushunchamiz ancha aniklashdi. Sonli kesmalar, ochiq, yopiq intervallarni, xaqiqiy sonning moduli xaqiqiy sonlar ustida amallarni bajarish orqali buni hayotiy tajribalarda qo'llash imkoniyati yaratildi.

Foydalaniladigan adabiyotlar.

.«Algebra va analiz asoslari» R.H.Vafojev, J.H.Husanov va boshqalar Toshkent O'qituvchi 2001

2. «Algebra va matematik analiz asoslari» A.A..Abduhamidov va boshqalar Toshkent O'qituvchi 2001

3.«Matematika» I- qism Abduhalim Melikulov, Parda. Qurbonov, Parda Ismoilov .Toshkent O'qituvchi 2003 yil

KOMPLEKS SONLAR VA ULAR USTIDA AMALLAR

Reja

Mavxum birlik xakida tushuncha

Mavxum birlik darajasi

Kompleks son tushunchasi

4. Kompleks sonlar ustida amallar

Tayanch suzlar: Mavxum birlik , kompleks son,kushma kompleks son, karama-karshi kompleks son

Fan va texnikaning rivojlanishi xakikiy sonlar tuplamining yanada etarli emasligini kursatadi.

Ya'n $x^2 + x + 1 = 0$
 $x^2 + 1 = 0$

tenglamalarni xakikiy sonlar tuplamida echimi yuk, ya'ne xakikiy sonlar tuplamida $x = \sqrt{-1}$ tenglama ma'noga ega emas.

Lekin $x = \sqrt{-1}$ deb olib tenglamaga kuysak ya'ne

$(\sqrt{-1})^2 + 1 = 0$
 $-1 + 1 = 0$

$\sqrt{-1}$ tenglikni kanoatlantiradi. Shuning uchun $\sqrt{-1}$ ni tenglamani ildizi deb aytiladi. $\sqrt{-1}$ son xakikiy sonlar tuplamida yuk.

Shuning uchun yangi son tushunchasi kiritamiz. $i = \sqrt{-1}$ -- mavxum birlik deb kabul kilingan. $i^2 = -1$ kvadrati xakikiky son.

i - maxum sonni anglatadigan frantsuzga imagineaire suzining bosh

xarfi. $i^2 = -1$ bulsa, quyidagilarni topamiz:

$$i^3 = i^2 i = -1 i = -i$$

$$i^4 = i^2 i^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$i^5 = i^3 i^2 = i$$

$$i^6 = i^4 i^2 = 1(-1) = -1$$

$$i^7 = i^4 i^3 = 1(-i) = -i$$

$$i^8 = i^4 i^4 = 1 1 = 1$$

.....

i sonining natural kursatkichli darajasi fakat 4 ta qiymatga ega buladi $i, -i, 1, -1$. Xar bir natural son uchun i ning darajasini $4n, 4n+1, 4n+2, 4n+3$ kurinishlaridan biri orkali tasvirlash mumkin.

Shuning uchun i ni xisoblash uchun 4 ta formula berish etarli

$$I^{4n} = 1$$

$$I^{4n+1} = i$$

$$I^{4n+2} = -1$$

$$I^{4n+3} = -i$$

$$\text{Masalan } i^{100} = i^{4 \cdot 25} = 1, \quad i^{228} = i^{4 \cdot 57} = 1 \text{ va x.k.}$$

Ta'rif: *Xakikiy son bilan mavxum birlikning kupaytmasiga mavxum son deb aytiladi*

1

Мисол: $2i, -3i, -i, \sqrt{2}i, 1, 7i, 0i$

Ta'rif: *Xakikiy son bilan mavxum sonning yigindisiga kompleks son deb aytiladi, Ya'ne $a + bi$ - kompleks son.*

a - kompleks sonning hakikiy kismi

bi - kompleks sonning mavxum kismi

a va b orasidagi "plus" ishorasi b bilan i orasidagi kupaytirish ishorasi biz odatlangan ma'noga ega emas.

$$\text{Misol: } 2 + 3i, 1 - 5i, -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}i, 1,5 - i, -1 + 1,7i, -4 - 5i$$

$a + bi$ - kompleks sonda

agara $a = 0, b = 0$ $a + 0i = a$ hakikiy son, mavxum kismi 0

agar $a = 0, b \neq 0$ $0 + bi = bi$ sof mavxum son

ya'ne

$b = 0$ - hakikiy son

$$a + bi = a = 0 \text{ - mavxum son}$$

agar $a = 0, b = 0$ **bulsa** $0 + 0i$ - nol kompleks son

$a + bi$ kompleks son bilan $a - bi$ kompleks son kushma kompleks sonlar

$a + bi$ kompleks son bilan $-a - bi$ kompleks son karama-karshi kompleks son

$a - bi$ va $-a - bi$ kompleks sonlar xam kushma kompleks sonlar.

Misol: $2 + 3i$ va $2 - 3i$; $-2 + 3i$ va $-2 - 3i$ sonlar kushma kompleks sonlar

$2 + 3i$ va $-2 - 3i$ - karama-karshi kompleks sonlar

Karama-karshi kompleks sonlarning modullari teng, ya'ne

$$|a + bi| = |-a - bi|$$

Ikkita $a + bi$ va $s + di$ kompleks sonning xakikiy kislari va mavxum birlik oldidagi koeffitsientlari teng bulsa, ular teng buladi. Ya'ne $a + s, b + d$ $a + bi$ q $c + di$ buladi $a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}, c \in \mathbb{Q}, d \in \mathbb{Q}$ bulganda kompleks sonlar uchun "katta", "kichik" tushunchalari kiritilmaydi.

Kompleks sonni $z \in \mathbb{C}$ deb belgilaymiz. Bu uning algebraik kurinishi buladi. Uning yana trigonometrik va kursatkichli kurinishlari bor.

Xar kanday xakikiy sonni kompleks son kurishida ezish mumkin. Ya'ne

$$-3 = -3 + 0i$$

$$5 = 5 + 0i$$

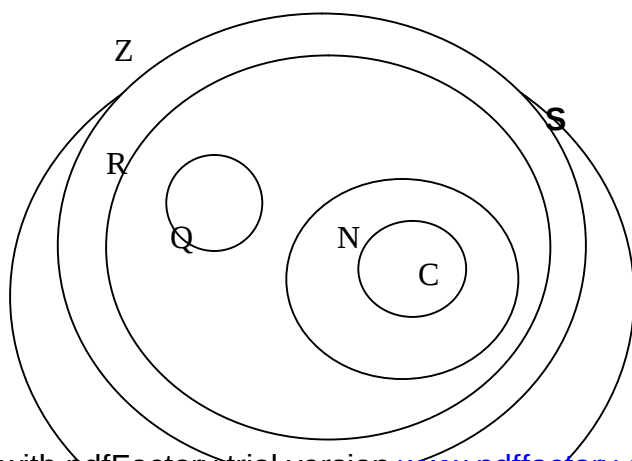
$$2 = 2 + 0i$$

$$--- = --- + 0i$$

$$3 = 3 + 0i$$

$$1,5 = 1,5 + 0i \text{ ba x.k.}$$

Shuning uchun xam barcha sonlar tuplamini kompleks sonlarning kism tuplami deyish mumkin. Kompleks sonlar tuplamini $\mathbb{C}$ xarfi bilan belgilasak, uni sxematik quyidagicha tasvirlash mumkin



Kompleks sonlar ustida 4 ta arifmetik amallar bajariladi

1. Kushish $z_1 + z_2$
2. Ayirish $z_1 - z_2$
3. Kupaytirish $z_1 \cdot z_2$
4. Bulish $z_1 : z_2$

$$z_1 = a_1 + b_1 i$$

$z_2 = a_2 + b_2 i$ kompleks sonlar berilgan bulsin

1. Kushish

$$z_1 + z_2 = (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

2. Ayirish

$$z_1 - z_2 = (a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

Misol. $z_1 = 2 + 4i$ $z_2 = -1 + 3i$

$$z_1 - z_2 = (2 - (-1)) + (4 - 3)i = 3 + i$$

$$(2 + 3i) + (0 + 0i) = (2 + 0) + (3 + 0)i = 2 + 3i$$

$$(2 + 3i) - (0 + 0i) = (2 - 0) + (3 - 0)i = 2 + 3i$$

Kompleks sonlarni kushish va ayirish xossalari xuddi sonlar nazariyasi konunlarida kanda bulsa, shunday koladi

3. Kupaytirish

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1 i) (a_2 + b_2 i) = a_1 a_2 + b_1 b_2 i + a_1 b_2 i + a_2 b_1 i \\ = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i$$

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i$$

Kupaytirish xossalari xam xuddi sonlar nazariyasidagidek buladi.

Misol. $z_1 = 2 + 4i$ $z_2 = -1 + 3i$
 $z_1 z_2 = (2 + 4i)(-1 + 3i) = (2(-1) - 4 \cdot 3) +$
 $(2 \cdot 3 + (-1) \cdot 4)i = (-2 - 12) + (6 - 4)i =$
 $= -14 + 2i$

4. Bulish

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} = \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{(a_2 + b_2 i)(a_2 - b_2 i)} =$$

$$\frac{a_1 a_2 - b_1 b_2}{a^2 + b^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a^2 + b^2} i$$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 a_2 - b_1 b_2}{a^2 + b^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a^2 + b^2} i$

$z = a + bi$ kompleks son bilan $z = 0 + 0i$ kompleks sonning kupaytmasi
 $z = 0 + 0i$ kompleks son buladi.

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(0 + 0i) = (a \cdot 0 - 0 \cdot b) + (a \cdot 0 - 0 \cdot b)i = 0 + 0i$$

$z = a + bi$ kompleks sonni $0 + 0i$ kompleks songa bulish mumkin emas.
 $0 + 0i$ kompleks sonni esa $a + bi$ kompleks songa bulish mumkin

$$\frac{0 + 0i}{a + bi} = \frac{0 \cdot a + 0 \cdot b}{a^2 + b^2} + \frac{0 \cdot a - 0 \cdot b}{a^2 + b^2} = \frac{0}{a^2 + b^2} + \frac{0}{a^2 + b^2} = 0 + 0i$$

Karl Fridrix Gauss bu sonlar nazariyasi konunlarini kompleks sonlar tuplamida tatbik etgan. Kompleks sonlarning geometrik tasvirini yasash usulini berdi. Mavxum birlik $i^2 = -1$ belgisini kiritdi.

Kompleks sonning $a + bi$ deb ezilishi xam Gaussga mansubdir.

KOMPLEKS SONLARNI GEOMETRIK TALKINI

Reja

1. Kompleks sondan kvadrat ildiz

2. Kompleks sonlarni geometrik talkini

Tayanch iboralar: Conning moduli, xakikiy uk, mavxum uk, radius vektor

z - kompleks son bulsin.

z - kompleks son dan kvadrat ildiz chikarish deganda, kvadratlari z ga teng bulgan barcha kompleks sonlarni topish demakdir.

Kuyidagi misollarni karaymiz.

1 - Misol $\sqrt{i}$ ni hisoblang

Echish: Izlanatgan natija $x + yi$ bulsin. Bu erda x, y - xakikiy sonlar, ya'ne

$$\sqrt{i} = x + yi \quad u \text{ xolda}$$

$$(\sqrt{i})^2 = (x + yi)^2$$

$$(x + yi)^2 = i \quad \text{kavsni eyib chikamiz}$$
$$x^2 + 2xyi + y^2 i^2 = i$$

$$(x^2 - y^2) + 2xyi = i \quad \text{bundan}$$

$$x^2 - y^2 = 0$$
$$2xyi = i \quad (\text{bulamiz } i \text{ ga})$$

$2xy = 1$ buladi, sistemaga olib ikki tenglikni echamiz.

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 1 \end{cases} \quad \text{urniga kuyish usuli bilan echamiz}$$

$$2xy = 1 \quad \text{dan } y = \frac{1}{2x}$$

$$x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0 \quad 4x^4 - 1 = 0$$

$$4x^4 = 1 \quad x^4 = \frac{1}{4} \quad \text{xar ikki tomondan } n\text{-chi darajali ildiz chikaramiz}$$

$$\sqrt[4]{x^4} = \pm x \quad \sqrt[4]{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_1 = y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad x_2 = y_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Shunday kilib

$$\sqrt{i} = x + yi$$
$$\sqrt{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i \quad \sqrt{i} = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} i$$

Tekshirish:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i\right)^2 = \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} i - \frac{1}{2} = 2 \frac{1}{2} i = i$$

2 Misol $z^2 = 2 + 4\sqrt{2}i$ tenglamani eching

Echish: z ni topish kerak

$$\sqrt{z^2} = \sqrt{2 + 4\sqrt{2}i}$$

$z = \sqrt{2 + 4\sqrt{2}i}$ yani $2 + 4\sqrt{2}i$ dan kvadrat ildiz chikarish kerak

$$\sqrt{2 + 4\sqrt{2}i} = x + yi \quad (\sqrt{2 + 4\sqrt{2}i})^2 = (x + yi)^2$$

$$2 + 4\sqrt{2}i = (x^2 - y^2) + 2xyi$$

$$\begin{aligned} (x^2 - y^2) &= 2 & (x^2 - y^2) &= 2 \\ 2xyi &= 4\sqrt{2}i & \Rightarrow 2xy &= 4\sqrt{2} \end{aligned} \quad \text{sistemani echamiz}$$

$$y = \frac{4\sqrt{2}}{2x} = \frac{2\sqrt{2}}{x} \quad x^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{x}\right)^2 = 2$$

$$x^2 - \frac{8}{x^2} = 2 \quad x^4 - 8 = 2x^2 \quad x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = z \text{ deb olamiz} \quad z^2 - 2z - 8 = 0 \quad D = 4 + 32 = 36 = 6^2$$

$$z_1 = \frac{2-6}{2} = -2 \quad z_2 = \frac{2+6}{2} = 4$$

$$x^2 = -2 \text{ mumkin emas}$$

$$x^2 = 4 \quad x = \pm 2 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

$$y_1 = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad y_2 = \frac{2\sqrt{2}}{-2} = -\sqrt{2}$$

Shunday kilib sistemaning echimi

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = \sqrt{2} \end{cases} \text{ ba } \begin{cases} x = -2 \\ y = -\sqrt{2} \end{cases} \text{ buladi}$$

Tenglamani echimi esa

$$z_1 = 2 + \sqrt{2}i \quad z_2 = -2 - \sqrt{2}i$$

Bundan shunday xulosa chikadiki, kompleks sondan olingan kvadrat ildiz $a + bi$ va $a - bi$ kurinishdagi ikkita uzaro kushma sonlardan iborat.

2. XoY koordinata sistemasida koordinata tekisligining xar bir nuqtasiga x va y xakikiy sonlarning shu tartiblangan juftini mos kuyish mumkin, ya'ni bu nuqtalar jufti $A(x; y)$ kurinishda ifodalanadi.

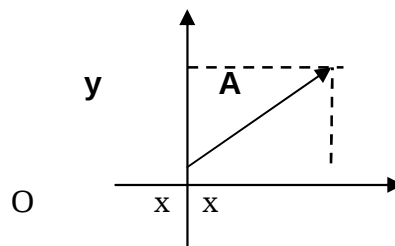
Eki aksincha x va y xakikiy sonlarning tartiblangan juftiga tekislikning tayin nuqtasi mos keladi. Demak, koordinata tekisligining nuqtalari tuplami bilan xakikiy sonlarning tartiblangan juftlari orasida bir qiymatli moslik urnatiladi.

Agar nuqta I-chorakda bulsa, u xolda unga $x > 0$ va $y > 0$ xakikiy sonlar jufti mos keladi

II - chorakda $x < 0$ va $y > 0$ sonlar jufti

III – chorakda $x < 0$ va $y < 0$ sonlar jufti

IV – chorakda $x > 0$ va $y < 0$ sonlar jufti mos keladi.



Bu bizga maktab kursidan ma'lum.

Endi aQ vi kompleks son ma'lum tartibda olingan xakikiy sonlar jufti aniklanishiga e'tibor beraylik.

a- birinchi son, v -ikkinchi son

Bunday tartiblangan xakikiy sonlar juftiga koordinata tekisligida tayin nuqta mos keladi. Demak, xar bir kompleks songa tekislikning $(x; y)$ nuqtasini mos kuyish mumkin. Bunga teskari davo xam urinli: tekislikning xar bir nuqtasiga tayin bir kompleks son mos keladi.

Demak, kompleks sonlar tuplami bilan tekislik nuqtalar tuplami orasida bir qiymatli moslik mavjud.

a -xakikiy songa eki a Q oi ga abtsissalar ukiga joylashgan $(a; 0)$ koordinatali nuqta mos keladi. Shu sababli abtsissalar uki xakikiy uk deb aytiladi. Sof mavxum vi songa eki o Q vi ga mavxum uk deb aytiladigan ordintalar ukida joylashgan $(0; v)$ koordinatali nuqta mos keladi.

Boshi o koordinatalar boshida, oxiri esa biror A nuqtada joylashgan vektor bu nuqtaning radius vektori deb aytiladi. U OA deb belgilanadi. Shu sababli uni zq a Q vi kompleks sonning geometrik tasviri deb aytiladi.

$|OA|$ vektor uzunligi esa kompleks sonning moduli buladi.

Bunga muvofik ravishda uzaro kushma $a+bi$ va $a-bi$ kompleks sonlar xakikiy ukka nisbatan simmetrik joylashgan.

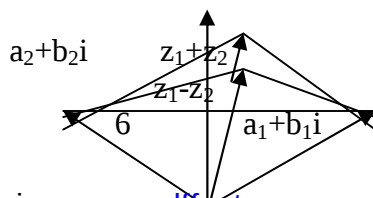
Karama-karshi $a+bi$ va $a-bi$ kompleks sonlar koordinata boshiga nisbatan simmetrik joylashgan buladi.

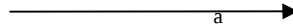
Kompleks sonlarni kushish va ayirish amallarini geometrik tasviri, vektorlarni kushish va ayirish amallariga mos tushadi.

$$z_1 = a_1 + b_1 i$$

$$z_2 = a_2 + b_2 i$$

$$z_1 + z_2 \text{ ng tasviri}$$





Ta'rif : Kompleks sonning moduli deb, shu songa mos kelgan vektorning uzunligiga aytiladi va $|z|$ deb belgilanadi

$$z = a + bi \text{ bo'lsa } |z| = ?$$

A=B da Pifagor teoremasiga kura

$$OA^2 = OB^2 + AB^2 \quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\boxed{|z| = \sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{kompleks sonning moduli formulasi}$$

Misol. $z = 3 - 4i$ $|z| = ?$

$$|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

Agar $b = 0$ bo'lsa $|z| = \sqrt{a^2}$

Agar $a = 0$ bo'lsa $|z| = \sqrt{b^2}$ kompleks son dan ildiz chikarish koidasiga kura chikariladi.

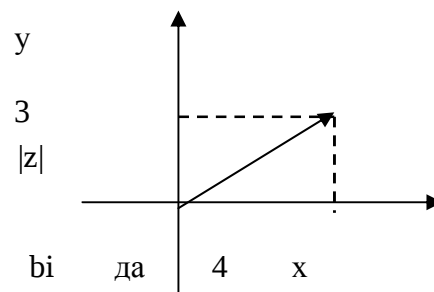
Karama-karshi va kushma kompleks sonlar modullari teng.

Мисол $z = 4 + 3i$ комплекс соннинг тасвирини ясанг, модулини топинг

Ечиш. $a = 4, b = 3$

$$|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Agar $a > 0, b > 0$ bo'lsa kompleks son I chorakda buladi.

Agar $a > 0, b < 0$ bo'lsa, unda $a - bi$ son IY chorakda buladi.

Agar $a < 0, b > 0$ bo'lsa, unda $-a + bi$ son II chorakda buladi.

Agar $a < 0, b < 0$ bo'lsa, unda $-a - bi$ son III chorakda buladi.

$a \geq 0$ va $-a \leq 0$ Ox ukida buladi

$0 \leq b$ va $0 \leq bi$ Oy ukida buladi

Misol. $z = 2 - 2i$ $z = 3 - 4i$

$z = 3 - 3i$ $z = 5i$ $z = 4$

kompleks sonlarni tasvirini yasang

Mavzu: Matematik induksiya usuli

Darsning borishi

1. Ukuvchilarni davomatini va darsga tayergarligini tekshirish.

2. Kuphadlar va ikki noma'lumli tenglamalar sistemasi buyicha yezilgan yezma ishni analizini utkazish.

3.Yezma ishlarga xulosa tarikasida kup xato kilingan misollarga O`xshash misollarni kodoskopda beriladi.

Kartochka 1

J a v o b l a r					
Topshiriq	1	2	3	4	5
Sistema yechimini Toping $2x - 3y = 4$ $-8x + 12y = 8$	$(1; -\frac{4}{3})$	$(1; \frac{4}{3})$	$(\frac{4}{3}; 1)$	bilmayman	To`gri javob yo`q
Agar $\Delta x \neq 0$, sistema yechimi haqida nima deyish mumkin	Yechimi yo`q	Yechimi bitta	Yechim.-to`plami cheksiz	bilmayman	To`gri javob yo`q
a ning qanday qiymatlarida $a x - 3y = 4$ $x - y = \frac{4}{3}$	- 3	1	3	bilmayman	To`gri javob yo`q
Quydagı sistema yechimga egami $3x + 3y = -1$ $2x - 5y = 30$	Yechimi bitta	Yechimi yo`q	Yechim.-to`plami cheksiz	bilmayman	To`gri javob

Kartochka 1

J a v o b l a r					
Topshiriq	1	2	3	4	5
Sistema yechimini Toping $3x + 4y = 18$ $2x + 5y = 15$	$(1; -\frac{4}{3})$	$(1; \frac{4}{3})$	$(\frac{4}{3}; 1)$	bilmayman	To`gri javob yo`q

Agar $\Delta x=0$, sistema yechimi haqida nima deyish mumkin	Yechimi yo`q	Yechimi birta	Yechim.- to`plami cheksiz	bilmayman	To`gri javob yo`q
a ning qanday qiymatlarida $2x - a y = 3$ $6x - 9y = 9$	- 3	1	3	bilmaym	To`gri javob yo`q
Quyidagi sistema yechimga egami $8x + 4y = 7$ $4x + 2y = 30$	Yechimi birta	Yechimi yo`q	Yechim.- to`plami cheksiz	bilmaym	To`gri javob

4. Yangi mavzuni tushuntirish

Mavzu : Matematik induksiya usuli

Reja

1. Matematik induksiya usuli tushunchasi
2. Deduktsiya va induksiya
3. To'liqmas va to'liq induksiya
4. P.Ferma, L.Eyler va G.Leybnits gepotezalari.

Tayanch iboralar: Deduktsiya , induksiya, gepoteza, to'la induksiya .

Leonard Eylerga mansub bo'lgan qo'yidagi misolni ko'rib chiqamiz:

$n^2 + n + 41$ uchhadni qiymatlarini hisoblang ,bu yerda n – natural son

$$n = 1 \quad 1^2 + 1 + 41 = 43$$

$$n = 2 \quad 2^2 + 2 + 41 = 47$$

$$n = 3 \quad 3^2 + 3 + 41 = 53$$

$$n = 4 \quad 4^2 + 4 + 41 = 61$$

$$n = 5 \quad 5^2 + 5 + 41 = 71$$

$$\dots\dots\dots$$

$$n = 10 \quad 10^2 + 10 + 41 = 151$$

$$\dots\dots\dots$$

$$n = 20 \quad 20^2 + 20 + 41 = 461$$

$$\dots\dots\dots$$

$$n = 30 \quad 30^2 + 30 + 41 = 961$$

E'tibor bersak hosil bo'lgan sonlar tub sonlar.Navbatdagi hosil bo'ladigan sonlar tub bo'ladimi?

$$n = 31 \quad 31^2 + 31 + 41 = 1033$$

$$n = 35 \quad 35^2 + 35 + 41 = 1301 \text{ tub sonlar}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$n = 40 \quad 40^2 + 40 + 41 = 1681 \text{ tub son emas.}$$

Kuzatishlarga asoslangan hulosasi ishonchli emas, ya'ne hususiylikdan chiqarilgan umumiy hulosasi tasdiqlan -madi.

Ta'rif: Hususiy tasdiqdan umumiy tasdiqqa o'tib xulosalar keltirib chiqariladigan mulohaza yuritish usuli induktiv usul yoki **induktsiya** deyiladi.
inductia - lotincha "yo'l «yo'l ko'rsatish», «yo'llash» degan ma'noni bildiradi.

Induktsiya ikki xil bo'ladi:

1. To'liqmas induksiya
2. To'liq induksiya

Yuqoridagi misol to'liqmas matematik induksiya boladi.
To'liq matematik induksiya mulohazalar ruy berishi mumkin bo'lgan barcha hollarni o'z ichiga olsa va shu asosda xulosa qilinsa bo'ladi.
To'liq matematik induksiya usuli deb ataluvchi usulga quyidagi printsiplarni asos qilib olingan.

Agar birorta tasdiq:

- 1) $n = 1$ da to'g'ri bo'lib
- 2) $n = k$ uchun to'g'riligidan uning $n = k + 1$ uchun ham to'g'riligi kelib chiqsa, tasdiq har qanday natural n uchun o'rinli bo'ladi.

Matematik induksiya usuli matematikaning turli-tuman, xatto bir-biridan juda o'zgarishli sohalarida muvaffaqiyat bilan keng qullanadigan usuldir. Avvalo bu usul o'zining juda sodd bo'lgan g'oyasi bilan e'tiborga sazovor. Ikkinchidan bu usul isbotlanayotgan gipotezaning yoki teoremaning aniq bayonini keltirishda ma'lum «topagonlik» ni talab etish bilan ham xarakterlidir..

Matematik induksiya matematikaning barcha sohalaridagina emas, elementar balki turli bo'limlarida ham yangi-yangi faktlarni isbot qilishning muhim omilidir.

Matematik induksiya usuli kimyo, fizika va boshqa tabiiy fanlarda, shuningdek matematikada ham turli tasdiqlar (gipotezalar) hosil qilishda qullaniladi.

Odatda biror jarayon yoki voqea to'g'risida fikr yuritishning ikki formasi farq qilinadi: deduktiv fikrlash, induktiv fikrlash

Deduktsiya - fikrlashning umumiy tasdiqlardan hususiy tasdiqlarga o'tish formasidir (Deduktsiya so'zi mantiqiy xulosani bildiradi).

Misolarni ko'rib chiqamiz:

1- Misol:

Bir va o'zidan boshqa bo'luvchilarga ega bo'lgan sonlar murakkab sonlar to'plamini tashkil etadi. (A)

9 soni 1 va 9 dan boshqa 3 ga bo'linadi (B)

9 soni murakkab son (C)

2- Misol:

Barcha to'rtburchaklar, ko'pburchaklar oilasiga tegishli (A)

ABCD trapetsiya – to'rtburchak (B)

ABCD trapetsiya to'rtburchaklar oilasiga tegishli (C)

Har ikkala misolda ham (A) umumiy tasdiqdan (B) tasdiq yordamida (C) hususiy tasdiq hosil qiladi.

Induktsiya - fikrlashning tasdiqlardan umumiy tasdiqlarga o'tish formasidir.

Deduktsiya va induksiya bir-birini to'ldiruvchi fikrlash formalaridir.. Haqiqatdan ham, isbotlanishi kerak bo'lgan tasdiqlar kuzatishlarga asoslangan holda induktiv yo'l bilan hosil qilinadi, so'ngra bu tasdiqning to'g'riligini isbotlashning biror deduktiv metodi yordamida kursatiladi.

1-Misol: 2 sonini ketma-ket kelgan 3 ta darajasini yigindisini karaylik

$$2^1 + 2^2 + 2^3 = 14 \text{ xosil bulgan son 7 ga bulinadi}$$

$$2^2 + 2^3 + 2^4 = 28 \text{ xosil bulgan son 7 ga bulinadi}$$

$$2^3 + 2^4 + 2^5 = 56 \text{ xosil bulgan son 7 ga bulinadi}$$

Bajarilganlarga asoslanib ushbu gipotezani aytish mumkin.

2 sonining ixtiyeriy 3 ta ketma-ket kelgan darajasining yigindisi 7 ga karralidir, ya'ni xark kanda y $n \in \mathbb{N}$ uchun

$$2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} \text{ yigindisi 7 ga bulinadi.}$$

2- Misol: 1,2 3 sonlarning kublarini karaylik

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = 6^2 \text{ kushiluvchilarni ortiraylik}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = 10^2$$

$$1^3 = 1 = 1^2$$

$$1^3 + 2^3 = 9 = 3^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = 6^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = 10^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225 = 15^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = 441 = 21^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 = 784 = 28^2$$

Jadvalga asoslanib, induktiv ravishda ushbu gipotezani xosil kilamiz: n natural son kublarining yigindisi anik kvadratdir

Tekshirishni davom ettirib, xosil bulgan kvadratlarning asoslari uchun kuyidagi jadvalni tuzamiz:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 3 &= 1 + 2 \\ 6 &= 1 + 2 + 3 \\ 10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \\ 15 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\ 21 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \\ 28 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 \end{aligned}$$

Bu gipotezani anik formada bayen etishimiz mumukin.

n natural sonlar kublarining yigindisi shu sonlar yigindisining kvadratiga teng, ya'ne $n=1,2,3,\dots$ sonlar uchun

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 \quad (1)$$

Yukoridagi xar misoldaxam gipotezalar induktsiya yerdamida xosil kilinadi, ammo yuritilgan muloxazalar keltirilgan gipotezalarning. Isboti bulib xizmat kila olmaydi.

Avval aytilganidek, induktsiya yordamida ochilgan konuniyatlar tugri bulishi xam, notugri bulishi xam mumukin. Shu sababli induktsiya yordamida xosil kilingan konuniyatning (gipotezaning) tugri yeki notugri ekanini biror deduktiv usul yordamida kat'iy isbotlanmogi kerak.

4-Misol

$$2^{2^n} + 1 \text{ kurinishdagi sonni karaylik}$$

$n = 0, 1, 2, 3, 4$ bulganda

$$2^{2^0} + 1 = 3 \quad 2^{2^1} + 1 = 5 \quad 2^{2^2} + 1 = 17$$

$$2^{2^3} + 1 = 257 \quad 2^{2^4} + 1 = 65537 \text{ tub sonlar xosil buladi}$$

P. Ferma yukoridagi kurinishdagi barcha sonlar tub buladi deydi. Ammo XYIII asrga kelib L.Eyler $n = 5$ uchun

$$2^{2^5} + 1 = 641 \cdot 6700417 \text{ murakkab son xosil bulishini aniklab, Fermaga gipotezaning notugriligini kursatdi.}$$

5- Misol: Leybnits xar kanday butun musbat son uchun $n^3 - n$ soni, 3 ga, $n^5 - n$ soni 5 ga, $n^7 - n$ soni 7 ga bulinishini isbotladi va ularga asoslanib:

«Xar kanday tok k va ixtiyeriy n natural son uchun $n^k - n$ soni k ga bulinadi» degan gipotezani aytdi. Keyinchalik uning uzi bu gipotezani notugriligini isbotladi, ya'ni $2^9 - 2$ soni 9 ga bulinmasligini kursatdi

Tulamas induktsiya yordamida xar doim xam tugri xulosaga kelib bulmasligini kurdik, ammo uning foydali tomoni shundan iboratki, uning yordamida gipotezani aniklash, ifodalash, bayen etish mumkin buladi, sungra aytilgan gipotezani isbotlash yeki rad etish lozim.

5. Talabalar savoliga javob berish

6. **Mustaxkamlash** [1] II bob, § 5 95-100 bet

[2] Y bob, § 1-3 192-197 bet

№ 2.131, 2.133, 2.136.

7. **Uyga vazifa** [1] II bob, § 5 95-100 bet

[2] Y bob, § 1-3 192-197 bet

II bob § 5 p.1-2 95-100 bet

№ 2.132, 2.134.

Mavzu № 2: Matematik induktsiya yordamida tengsizlik va ayniyatlarni isbotlash

Mavzuning O`quv reja dasturidagi tartib raqami _____ **№ 19**

Mavzuga davlat ta'lim tandartlari tomonidan quyilgan talablar . Matematik induktsiya yordamida ayniyatlarni isbotlash

Dars maksadi:

- a) u k u v Matematik induksiya yordamida
ba'zi tengsizliklar va
ayniyatlarni isbotlashga
kullanishini o'rgatish
- b) tarbiyaviy O'quvchilarni estetik didini
tarbiyalash
- v) rivojlantiruvchi O'quvchilarda shu mavzuga doir
misol yechishda kunikma xosil
kilish

Darsning turi Aralash

Darsning uslubri Evrestik suhbat

Darsning jixozlanishi

1. Kurgazmali kurollar
2. Tarkatma material ____ Kartochka – test
3. Texnik vositalar ____
4. Foydalanadigan adabiyetlar: _ 1] II bob, § 5 95-100 bet
[2] Y bob, § 1-3 192-197 bet

Darsning borish tartibi

1. Tashkiliy qism _____ 2 dakika
2. Utilgan mavzuni surash _____ 20 dakika
3. Xulosa _____ 2 dakika
4. Yangi mavzuni tushuntirish _____ 25 dakika
5. Talabalar savoliga javob berish _____ 6 dakika
6. Mustaxkamlash _____ 20 dakika
7. Uyga vazifa _____ 5 dakika

Darsning borishi

1. Ukuvchilarni davomatini va darsga tayar-
garligini tekshirish.
2. Utilgan mavzuni surash
 - a. Matematik induksiya usuli nimadan iboratq
 - b. Induktsiya nimaq
 - v..Tulik induksiya Bilan tulikmas induksiya farkini aytingq
 - g. Deduktsiya deganda nimani tushunamizq
 - d. Bir sanoat shaxrining axolisi yiliga urtacha 6% ortadi.
Necha yildan keyin axolii ikki martaga ortadiq

e .Ukuvchilarga ikkita kartochka tarkatish.

3. Xulosa

- a) Shunday kilib matematik induksiya bu.....
b) agar $a \in A$ elementlari uchun tugri bulsa,bu tasdik barcha $a \in A$ uchun tugri buladi. Bu kaday induksiyaq
v) agar $a \in A$ elementlari uchun urinli bulsa ,bu tasdik barcha $a \in A$ uchun urinli buladi. Bu kaday induksiyaq

4.Yangi mavzuni tushuntirish

Mavzu : Matematik induksiya yordamida tengsizlik va ayniyatlarni isbotlash

R e j a

- 1.Matematik induksiya yordamida tengsizliklarni isbotlash.
. Matematik induksiya yordamida ayniyatlarni isbotlash

Yukorida kurib utkanimizdek tuliksiz induksiya va tulik induktsiyalarni kurib chikdik. Shu katorda matematik induksiya usuli va matematik induksiya tengsizliklar va ayniyatlarni isbotlashga kullanishi xakida aytib utildi. Matematik induktsiyani tengsizliklar va ayniyatlarni isbotlashda kullanishini kurib chikamiz.

1.Misol Quyidagi ayniyatni matematik induksiya usuli bilan xisoblang

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$n = 1 : \quad \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1+1}$$

$$n = k : \quad \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$$

uchun tenglik to'g'ri deb

$n = k + 1 :$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$$

учун тугрилигини исботлаймиз

$$\frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} =$$
$$k^2+2k+1=0 \quad D= 4 - 4 = 0$$

$$k = \frac{-2}{2} = -1$$

$$= \frac{(k+1)(k+1)}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2} \quad \text{isbot bo'ldi.}$$

$$n = 1 : \quad \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1+1}$$

$$n = k : \quad \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$$

uchun tenglik to'g'ri deb

$$n = k + 1 :$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$$

uchun to'g'riligini isbotlaymiz

$$\frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} =$$

$$k^2+2k+1=0 \quad D=4-4=0$$

$$k = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\frac{(k+1)(k+1)}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2} \quad \text{isbot bo'ldi}$$

2 Misol:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$

$$n=1: \quad 1^2 = \frac{1 \cdot (2 \cdot 1 - 1)(2 \cdot 1 + 1)}{3} \quad 1=1$$

$$n=k: \quad 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 = \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3}$$

$$n=k+1: \quad 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2k-1)^2 + (2(k+1)-1)^2 =$$

$$\frac{(k+1)(2(k+1)-1)(2(k+1)+1)}{3} = \frac{(k+1)(2k+1)(2k+3)}{3} = \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3} + (2k+1) =$$

$$= \frac{(2k+1)(k(2k-1)+3)}{3} = \frac{(2k+1)(2k-k+3)}{3} = \frac{(2k+1)(k+1)(2k+3)}{3}$$

$$2k^2-k+3=0 \quad D=1+4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 = 5^2$$

2. Misol

Agar

$$1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

tenglik n ning $n = k$ ($k \in \mathbb{N}$) qiymatiga to'g'ri bo'lsa, u xolda bu tenglik n ning $n = k+1$ qiymatida ham to'g'ri bo'lishini isbotlang.

Isbot : Berilgan tenglik $n = k$ bo'lganda

$$1+3+5+\dots+(2k-1) = k^2 \quad (1)$$

ko'rinishni, $n = k+1$ bo'lganda esa

$$1+3+5+\dots+(2k+1) = (k+1)^2 \quad (2)$$

ko'rinishni oladi.

Biz (1) tenglikni to'g'ri ekanligidan, (2) englikning ham to'g'ri ekanligi kelib chiqishini ko'rsatamiz.
(1) tenglik to'g'ri bo'lsin . U holda

$$\begin{aligned}1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) &= \\1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) + (2k+1) &= \\k^2 + (2k+1) &= (k+1)^2\end{aligned}$$

tenglik, ya'ne (2) tenglik ham to'g'ri bo'ladi..

Demak, agar

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

tenglik n ning $n = k$ qiymatida to'g'ri bo'lsa ,

u holda bu tenglik n ning $n = k + 1$ qiymatida ham to'g'ri bo'ladi.

4 Misol

Agar $4^n > n^2$ ($n \in \mathbb{N}$) tengsizlik n ning $n = k$ ($k \in \mathbb{N}$) qiymatiga to'g'ri bo'lsa, u xolda bu tenglik n ning

$n = k + 1$ qiymatida ham to'g'ri bo'lishligini isbotlang.

Isbot : Berilgan tengsizlik n ning $n = k$ qiymatida to'g'ri bo'lgani uchun

$$4^k > k^2 \quad (1)$$

to'g'ri tengsizlikga egamiz . $n = k + 1$ bo'lsa, berilgan tengsizlik

$$4^{k+1} > (k+1)^2 \quad (2) \quad \text{ko'rinishni oladi.}$$

Biz (1) tengsizlikning to'g'ri ekanligidan foydalanib , (2) tengsizlikni to'g'ri ekanligini ko'rsatamiz .

$4^k > k^2$ bo'lgani uchun,

$$4^{k+1} = 4 \cdot 4^k > k^2 + 2k^2 + k^2 \quad (3)$$

tengsizlikni hosil qilamiz. $k^2 \geq k$, $k^2 \geq 1$ bo'lgani uchun, (3) dan

$$4^{k+1} > k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2$$

tengsizlik hosil bo'ladi .

Demak , (1) tengsizlik to'g'ri ekanligidan (2) tengsizlikning ham to'g'ri ekanligi kelib chiqadi , ya'ni

$4^n > n^2$ tengsizlik n ning $n = k$ ($k \in \mathbb{N}$) qiymatida to'g'ri bo'lsa , u holda bu tengsizlik n ning $n = k + 1$ qiymatida ham to'g'ri bo'ladi.

5.O'quvchilar savollariga javob berish.

6.Mustahkamlash [1] 1k.,

№ 2.139 (a,v)

7.Uyga vazifa: [1] II bob, § 5 95-100 bet

[2] Y bob, § 1-3 192-197 bet

№ 2.139 (b,g)

Mavzu № 3 : Misollar yechish

Mavzuning O`quv reja dasturidagi tartib raqami _____ №20

Mavzuga davlat ta'lim tandardlari tomonidan ?uyilgan talablar . Matematik induksiya yordamida ayniyatlarni isbotlash

Dars maqsadi:

a) o'quv Bilimlarni mustahkamlash va tekshirish

b) tarbiyaviy O'quvchilarni estetik didini tarbiyalash

c) rivojlantiruvchi O'quvchilarda misol yechishda ko'nikma hosil qilish

Darsning jihozlanishi

- 1 Ko'rgazmali qurollar -
- 2.Tarqatma material ____Kartochka-test
- 3.Texnik vositalar - Kodoskop
- 4.Foydalangan adabiyotlar: _
- [1] II bob, § 5 95-100 bet
- [2] Y bob, § 1-3 192-197 bet

Darsning boorish tartibi

- 1.Tashkiliy qism _____2 dagiga
- 2.O'tilgan mavzuni so'rash _____20 dagiga
- 3.Hulosa _____5 dagiga
- 4.Misollar yechish _____25 dagiga
- 5.Talabalar savollariga javob berish _5 dagiga
- 6.Mustahkamlash _____20 dagiga
- 7.O'yga vazifa _____3 dagiga

Darsning borishi:

1.11. O'quvchilar davomati va darsga tayorligini tekshirish.

2. Frontal so'rov o'tkazish.

a) Matematik induksiya aksiomasi.

b) Tengsizliklar va ayniyatlar matematik induksiya aksiomasi yordamida qaysi sxema bo'yicha bajariladiq

v) Matematik induksiya usuli biror-bir tasdiqni hosil qilish usuli degan tasdiq to'g'rimiql Noto'g'ri bo'lsa isbotlang .

3. Hulosa

Matematik induksiya usuli :

- 1) Tasdiqning $n=1$ da to'g'riligini ko'rsatamiz (induktsiya bazisi)
- 2) Tasdiq, $n = k$ da to'g'ri deb faraz qilamiz (induktsiya farazi)
- 3) Qilingan farazdan foydalanib tasdiq $n = k + 1$ da ham to'g'ri bulishligini ko'rsatamiz (induktsiya qadami)

4. Misollar yechish.

5.82 Quyidagi ayniyatni isbotlang:

$$\frac{x}{1-x^2} + \frac{x^2}{1-x^4} + \dots + \frac{x^{2^n}}{1-x^{2^{n+1}}} = \frac{1}{1-x} \cdot \frac{x-x^{2^{n+1}}}{1-x^{2^{n+1}}}$$

6.84 Quyidagi shartlar berilgan

$$a_0 = 0, a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + a_{n-1},$$

$$a_{n+1} \cdot a_{n+2} - a_n \cdot a_{n+3} = (-1)^n, \quad \text{bo'lishini isbotlang.}$$

7.91. Tengsizliklarni isbotlang:

$$a) \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$$

$$b) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$$

8. Tenglikni to'g'riligini hisoblang:

$$2 + 16 + 56 + \dots + (3n - 2) \cdot 2^n = 10 + (3n - 5) \cdot 2^{n+1}$$

9. $n \in \mathbb{N}$ da

a) $n^3 + 11n$ ning 6 ga;

b) $7^n + 3n - 1$ ning 9 ga karrali ekanini isbotlang.

4. Talabalar savollariga javob berish.

Mustaqil ish

1 qator

2 qator

Tengsizlikni hisoblang

$$1. n \in \mathbb{N} \text{ da} \\ 5^n > 7n - 3$$

$$1. n \in \mathbb{N} \text{ da} \\ 4^n > 3^n + n^2$$

$n \in \mathbb{N}$ da berilgan songa karrali ekanini isbotlang

$$2. 5^n - 3n + 2n \text{ ning } 4 \text{ ga} \quad 2. 4^n + 15n - 1 \text{ ning } 9 \text{ ga}$$

7. Uyga vazifa 7.91 (v) [1] II bob, § 5 95-100 bet

[2] Y bob, § 1-3 192-197 bet

Asosiy adabiyotlar.

1. A.A.Abduxamedov va boshqalar
Algebra va matematik analiz asoslari,
I k., "O'qituvchi" T., 2001-464b.

2. A.Meliqulov va boshq.

Qo`shimcha adabiyet.

3. M.L.Galitskiy va boshq.

Algebra va matematik analiz kursini chukur urganish

Mavzu: $y = \sin x$ va $y = \cos x$ funksiyalar va ularning xossalari.

Yangi mavzu bayoni

Ta`rif: $y = \sin x$ va $y = \cos x$ funksiyalar mos ravishda sinus va kosinus deb ataladi.

Bu funksiyalarning aniqlanish sohalari barcha haqiqiy sonlar to'plamidan iborat, ya'ni $D(y) = R$.

Qiymatlar sohasi esa $[-1; 1]$ kesmadan iborat, chunki birlik aylananing nuqtalari ordinata va absissalari -1 dan 1 gacha barcha qiymatlarni qabul qiladi. Demak,

$$D = (\sin) = D(\cos) = R, \quad E = (\sin) = E(\cos) = [-1; 1]$$

Sinus va kosinus funksiyalarning ba'zi xossalarini eslatib o'tamiz, ya'ni $\forall x \in K$ uchun quyidagilar o'rinli bo'ladi.

1. $\sin(-x) = -\sin x$ toq, $\cos(-x) = \cos x$ juft.

2. $\sin(2np + x) = \sin x$, $\cos(2np + x) = \cos x$ $n \in \mathbb{Z}$ davriy $T = 2p$

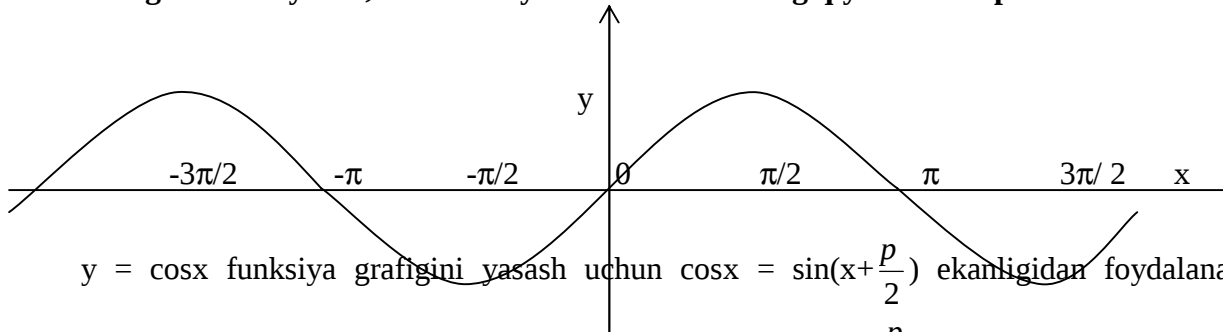
Sinus va kosinus funksiya xossalaridan foydalanib ularning grafigini chizamiz.

1. $y = \sin x$ funksiyaning grafigi sinusoida deb ataladi. $\sin x$ – davriy funksiya va uning asosiy davri $2p$ ga teng, toq funksiya. Funksiya davriy bo'lgani uchun uning grafigini $[0; 2p]$ kesmada yasaymiz.

Buning uchun OY o'qiga $(0; -1)$ va $(0; 1)$ nuqtalarni, OX o'qida esa

$2p$ ga teng nuqtani belgilaymiz. $[0; 2p]$ kesmani va birlik aylanani teng qismlarga ajratamiz. Grafikning a absissali nuqtasini yasash uchun esa sinusning ta'rifidan foydalanamiz. Birlik aylanada P_a nuqtani belgilaymiz va OX o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz bu to'g'ri chiziqning $x = a$ chiziq bilan kesishish nuqtasi ordinatasi izlanayotgan nuqta bo'ladi. Xuddi shu usulda qolgan nuqtalarni hosil qilamiz va bu nuqtalarni egri chiziq bilan tutashtirib

$y = \sin x$ funksiyaning $[0; 2p]$ kesmadagi grafigini hosil qilamiz. Funksiya davriy bo'lgani uchun hosil bo'lgan grafikning qismini $\pm 2p, \pm 4p, \pm 6p, \dots$ parallel ko'chishlar yordamida $y = \sin x$ funksiyaning grafigi sinusoidani hosil qilamiz. Ordinatalar o'qining $[-1; 1]$ kesmasi sinuslar chizig'i ham deyiladi, bu kesma yordamida sinusning qiymatlari topiladi.



$y = \cos x$ funksiya grafigini yasash uchun $\cos x = \sin(x + \frac{p}{2})$ ekanligidan foydalanamiz. Demak,

kosinusning ixtiyoriy x_0 nuqtadagi qiymati sinusning $x_0 + \frac{p}{2}$ nuqtadagi qiymatiga teng. Kosinus funksiya ham davriy ($T = 2p$) bo'lgani uchun grafigi sinus grafigini o x o'qining manfiy yo'nalishi $\frac{p}{2}$ masofa qadar parallel ko'chishdan iborat. Shu sababli $y = \cos x$ funksiyaning grafigi ham sinusoidadan iborat.

$$-3\pi/2 \quad -\pi \quad -\pi/2 \quad 0 \quad \pi/2 \quad \pi \quad 3\pi/2 \quad x$$

Bu grafiklardan $y = \sin x$ va $y = \cos x$ funksiyalarning o'sish va kamayish oraliqlarini yaqqol ko'rish mumkin.

$y = \sin x$ funksiya $(-\frac{p}{2} + 2np; \frac{p}{2} + 2np)$ o'sadi, $(\frac{p}{2} + 2np; p + 2np)$ kamayish.

$y = \cos x$ funksiya $((2n-1)p; 2np)$ o'sadi, $(2np; (2n+1)p)$ kamayadi.
 $n \in \mathbb{Z}$

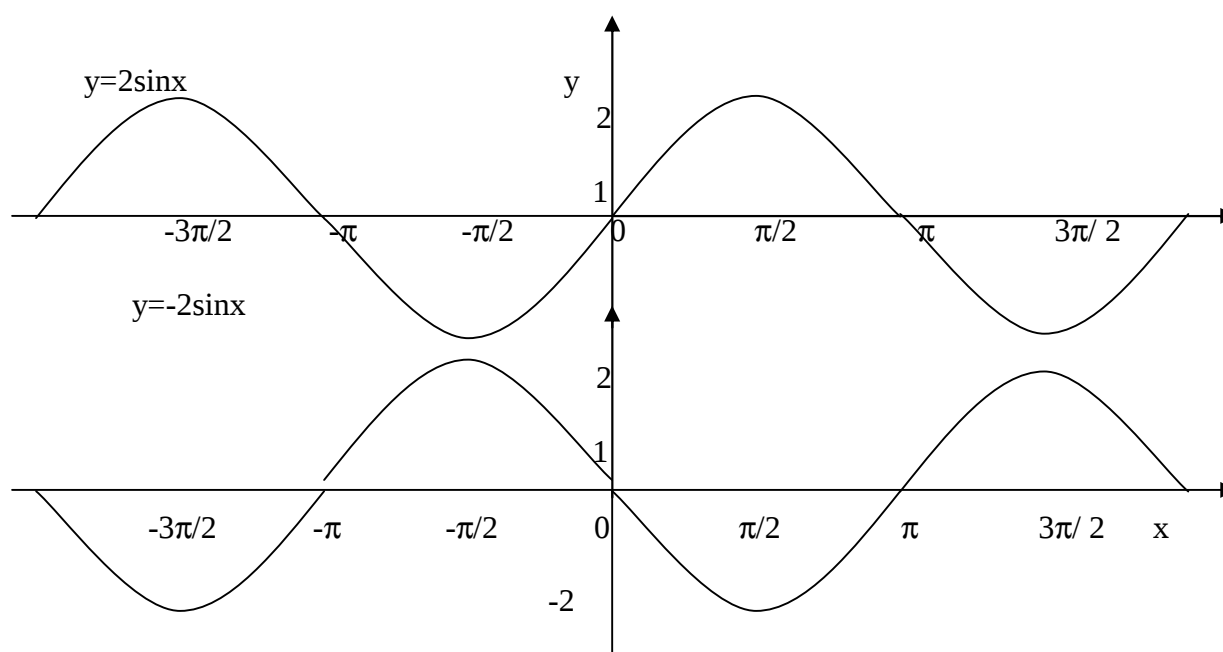
Ikkala funksiya uchun ham $y = -1$ min, $y = 1$ max qiymat.

Misol. $y = -2\sin x$ funksiya grafigini yasang.

$y = -2\sin x$ funksiya grafigini yasash uchun $y = \sin x$ funksiya grafigidan foydalanamiz.

Buning uchun sinusoidani OY o'qiga nisbatan 2 birlik cho'zib,

OX o'qi atrofida 180° ga burish kerak.



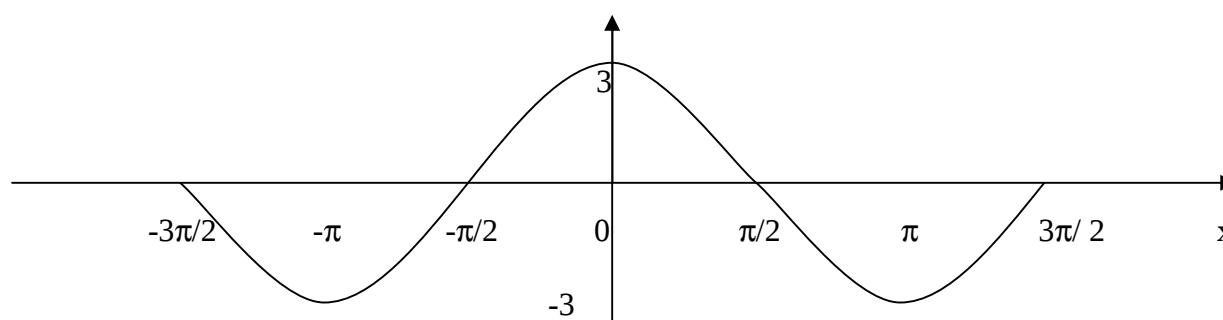
Mustahkamlash uchun mashqlar.

1. A.Abduhamidov "Algebra va matematik analiz asoslari" II tom

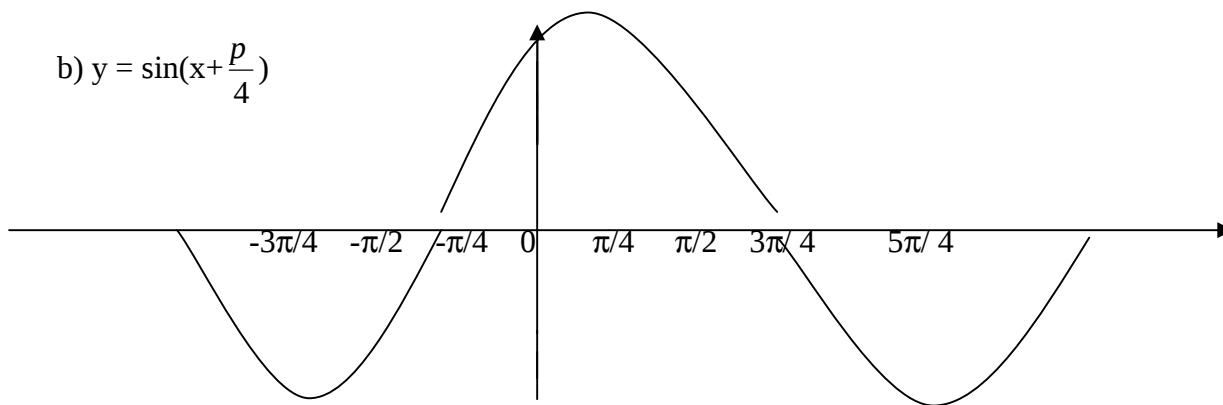
1.63. Funksiya grafigini yasang.

a) $y = 3 \cos x$

Yechish:



b) $y = \sin(x + \frac{p}{4})$



1.67. Quyidagi funksiyalarni xossalari aniqlang va grafigini yasang.

- a) $y = \sin 3x$ d) $y = \frac{1}{3} \cos x$ j) $y = \sin x + 3$
 b) $y = \cos 3x$ e) $y = 3 \sin x$ i) $y = \cos x - 3$
 c) $y = \frac{1}{3} \sin x$ f) $y = 3 \cos x$ k) $y = 3 \sin 0,5x + 1$
 l) $y = 2 \cos 3x - 1$

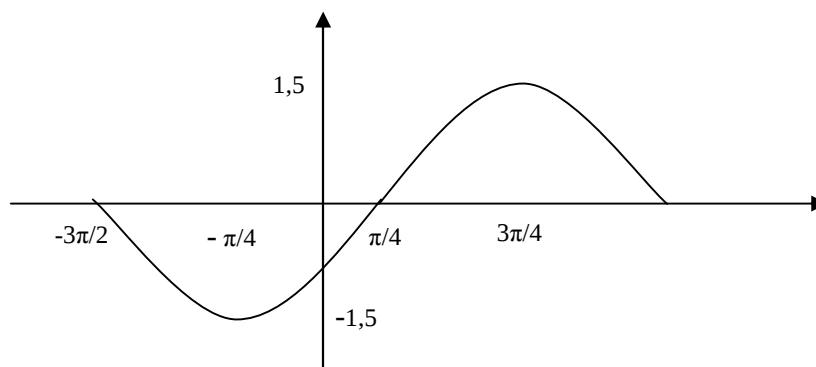
Test topshiriqlari.

1. $y = \sin(3x+1)$ funksiya davrini toping.

- a) $\frac{2p}{3}$ b) p c) $\frac{p}{3}$ d) $2p$ e) $3p$

2. $y = \cos(\frac{5x}{2} - \frac{5}{2})$ funksiyaning eng kichik musbat davrini aniqlang.

- a) $\frac{4p}{5}$ b) $2p$ c) p d) $\frac{2p}{5}$ e) $\frac{5p}{2}$



1. Rasmda quyidagi funksiyalardan qaysi birining grafigi tasvirlangan.

- A. $-1,5 \sin(2x + \frac{p}{4})$ D) $1,5 \sin(x - \frac{p}{4})$
 B. $-1,5 \sin(2x - \frac{p}{4})$ E) $-1,5 \sin(x - \frac{p}{4})$
 C. $1,5 \sin(2x + \frac{p}{4})$

4. $y = \sin \frac{x}{2}$ funksiya eng kichik musbat davrining $y = \cos 8x$ funksiya eng kichik musbat davriga nisbatini aniqlang.

- a) 12 b) 14 c) 10 d) 18 e) 16

5. Quyidagi sonlardan eng kattasini aniqlang.

- a) $\sin 170^\circ$ b) $\sin 20^\circ$ c) $\sin(-30^\circ)$ d) $\sin(-250^\circ)$ e) $\sin 100^\circ$

Mustaqil ish

1. Funksiya grafigini yasang $y=|\cos x + 3/2|$
2. quyidagi funksiylar aniqlanish sohasini toping.
 - a) $y=1/\sin x$
 - b) $y=1/(1-\cos x)$

Uyga vazifa

1.65. Funksiyalar xossalarini aniqlab grafigini chizing.

$$1. y = 2\sin\left(\frac{p}{2} - 2x\right)$$

2. $y = 3\cos(p - 2x)$

Mavzu: $y = \operatorname{tg} x$ va $y = \operatorname{ctg} x$ funksiyalar va ularning xossalari.

Yangi mavzu bayoni

$y = \operatorname{tg} x$ funksiyaning xossalari.

$$1. D(y) = \{x \mid x \neq \frac{p}{2} + kp\} \text{ chunki } y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \cos x \neq 0 \quad x \neq kp + \frac{p}{2}$$

2. $E(y) = (-\infty; \infty)$

3. Funksiya toq $y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $y(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -y$

4. Davriy $T = p$

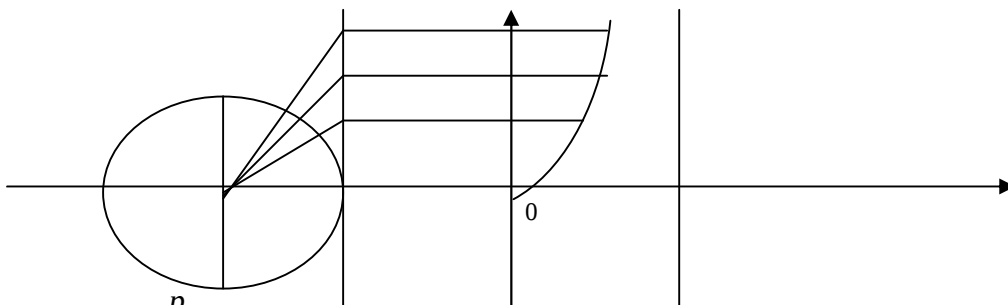
Grafigini yasash uchun $(0; \frac{p}{2})$ oraliqda yasash so'ng uni koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik akslantirish va absissalar o'qi bo'yicha $p\kappa$ ($\kappa \in \mathbb{Z}$) qadar surish kerak.

Markazi $O_1(-1;0)$ nuqtada bo'lgan birlik aylananing $AC = \frac{p}{2}$ yoki teng uzoqliklarda olingan $B_1, B_2 \dots$ nuqtalar bilan bir nechta teng bo'lakka bo'lingan bo'lsin. Bu nuqtalar va O_1 nuqtadan o'tkazilgan $O_1B_1, O_1B_2, \dots$ to'g'ri chiziqlar Al tangenslar chizig'i bilan $T_1, T_2, \dots$ nuqtalarda kesishsin.

Chizmaga qaraganda $AT_1 = tg \frac{p}{6}$, $AT_2 = tg \frac{p}{3}, \dots$ T_1, T_2 nuqtalardan o'x o'qiga parallel va $x =$

$\frac{p}{6}, \frac{p}{3}$ nuqtalardan o'y o'qiga o'tkazilgan parallel to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalari bo'lsin.

Ular ustidan o'tadigan to'g'ri chiziq $y = \tan x$ funksiyaning grafigi (tangensoida) bo'ladi.



Grafik $x = \frac{p}{2}$ to'g'ri chiziqqa tomon yaqinlashganida yuqoriga cheksiz ko'tariladi. Demak, $y = \operatorname{tg} x$

funksiya o'zining aniqlanish sohasida o'suvchidir.

$y = \text{ctg } x$ funksiya xossalari.

$$1. D(y) = \{x \mid x \neq \kappa p\} \quad \kappa \in \mathbb{Z} \quad \operatorname{ctgx} = \frac{\cos x}{\sin x} \quad \sin x \neq 0 \quad x \neq kp, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

2. $E(y) = R = (-\infty; \infty)$

3. Funksiya toq $y = \operatorname{ctgx} = \frac{\cos x}{\sin x}$ $y(-x) = \frac{\cos(-x)}{\sin(-x)} = -\frac{\cos x}{\sin x} = -y$

4. Davriy $T = p$

$y = \text{ctgx}$ funksiya grafigi ham xuddi yuqoridagi usulda yasaladi.

$y = \text{ctgx}$ funksiya grafigi kotangensoida deb ataladi. $y = \text{ctgx}$ funksiya o'zining aniqlanish sohasida kamayuvchi.

Mustaqil ishlash uchun mashqlar.

1. Quyidagi funksiyalar grafiklarini yasang. 1.69

a) $y = \text{ctgx}$

d) $y = 2\text{ctgx}$

i) $y = |\text{tg } 2x|$

b) $y = \text{ctg} \left(2x - \frac{p}{3} \right)$

e) $y = |\text{ctg } 2x|$

k) $y = \text{tg} \left(2x + \frac{p}{4} \right)$

c) $y = \text{ctg} \frac{x}{2}$

j) $y = \frac{1}{2} \text{tg } 2x$

l) $y = \text{ctg} |x|$

m) $y = \text{tg} \left| x - \frac{p}{6} \right|$

n) $y = [\text{ctgx}]$

v) $y = \{\text{ctgx}\}$

p) $y = \left[\text{tg} \frac{x}{2} \right]$

2. Funksiya grafigini yasang.

1. $y = \text{tg} (x + p)$

2. $y = 1 + \text{tgx}$

Test topshiriqlari.

1. Quyidagi funksiyalar uchun eng kichik musbat davrini toping. $y = \text{tg } 3x$, $y = \text{ctg } 6x$, $y = \cos(3x+1)$
 $y = \sin(6x+4)$

a) $\frac{2p}{3}$

b) $\frac{p}{3}$

c) $\frac{p}{6}$

d) p

e) $2p$

2. Quyidagilardan qaysi biri toq.

a) $y = x^4 \cdot \cos \frac{x}{2}$

b) $y = |x \text{ctgx}|$

c) $y = \sin x \text{tg} \frac{x}{3}$

d) $y = |x| \text{ctgx}$

e) $y = e^{x^2}$

3. Funksiyaning eng kichik musbat davrini toping.

$y = 2\sin \frac{px}{3} + 3\cos \frac{px}{4} - \text{tg} \frac{x}{2}$

a) 12

b) $12p$

c) $2p$

d) $24p$

e) 24

4. $y = \text{ctg} \frac{x}{3} + \text{tg} \frac{x}{2}$ funksiya davrini toping.

a) $6p$

b) $2p$

c) $3p$

d) $12p$

e) $5p$

5. Ushbu $x = \text{tg} \frac{5p}{7}$, $y = \sin \frac{p}{6}$, $z = \text{tg} \frac{3p}{7}$ sonlar uchun quyidagilarni qaysi biri o'rinli.

a) $z > y > x$

b) $x > z > y$

c) $y > x > z$

d) $x > y > z$

e) $y > z > x$

Xulosa darsda faol qatnashgan o'quvchilarning baholarini izohlab e'lon qilaman. O'quvchilarning tushunmagan savollariga javob beraman.

Uyga vazifa.

Quyidagi funksiya xossalarini aniqlab, grafigini yasang.

1) $y = \text{tg } 2x$

2) $y = \text{tg} \left(2x - \frac{p}{3} \right)$

3) $y = \frac{1}{2} \text{ctg } 2x$

4) $y = \text{ctg} \left(x - \frac{p}{6} \right)$

Mavzu: Trigonometrik funksiyalar yig'indisini kop'aytmaga keltirish.

Yangi mavzu bayoni.

Trigonometrik funksiyalar yig'indisini ko'paytmaga almashtirish formulalarini keltirib chiqaramiz.

$$\sin x \pm \sin y = ? \quad \cos x \pm \cos y = ? \quad \operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = ? \quad \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = ?$$

1) $\sin x \pm \sin y = ?$

Bizga ma'lumki ikki burchak yig'indisi va ayirmasining sinusi quyidagiga teng edi.

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (1)$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (2)$$

O'ng tomonlarini hadma-had qo'shib chiqamiz.

$$\sin(a + b) + \sin(a - b) = 2 \sin a \cos b \quad (3) \text{ bu yerdan } \begin{aligned} a + b &= x \\ a - b &= y \end{aligned}$$

almashtirish olamiz bunga $a = \frac{x+y}{2}$ $b = \frac{x-y}{2}$ bu qiymatlarni (3) ga eltib qo'yamiz. va izlanayotgan formulani olamiz

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \quad (4)$$

2. $\sin x - \sin y = ?$

$$(1) - (2) \Rightarrow \sin(a + b) - \sin(a - b) = 2 \sin b \cos a \Rightarrow \sin x + \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin \frac{x-y}{2} \quad (5)$$

3. $\cos x + \cos y = ?$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (6)$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (7)$$

$$(6) + (7) \Rightarrow \cos(a + b) + \cos(a - b) = 2 \cos a \cos b \Rightarrow \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

(8)

4. $\cos x - \cos y = ?$

$$(6) - (7) \Rightarrow \cos(a + b) - \cos(a - b) = -2 \sin a \sin b$$

$$2 \sin a \sin b \Rightarrow \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2} = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{y-x}{2} \quad (9)$$

Misol: $\cos 45^\circ + \cos 15^\circ =$

$$2 \cos \frac{45^\circ + 15^\circ}{2} \cos \frac{45^\circ - 15^\circ}{2} = 2 \cos 30^\circ \cos 15^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{3}+2}{4}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)}{2}$$

5. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = ?$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y + \cos x \sin y}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$$

$$x, y \neq \frac{\pi}{2} + kp \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y - \sin y \cos x}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$$

$$x, y \neq \frac{\pi}{2} + kp \quad k \in \mathbb{Z}$$

Quyidsagi formulalar ham shu tartibda keltirib chiqariladi.

$$\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}, \quad x, y \neq kp, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(x-y)}{\sin x \sin y}, \quad x, y \neq kp, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Misol: $u + v + w = p$ bo'lsa $\operatorname{ctg} u + \operatorname{ctg} v + \operatorname{ctg} w$ bo'lishini isbotlang.

Yechish: $\operatorname{ctg} u + \operatorname{ctg} v - \operatorname{ctg} w = \operatorname{ctg} u + \operatorname{ctg} v - \operatorname{tg}(p - (u+v)) = \operatorname{ctg} u + \operatorname{ctg} v + \operatorname{tg}(u+v) =$

$$\frac{\sin(u+v)}{\sin u \sin v} + \frac{\sin(u+v)}{\cos(u+v)} = \frac{\sin(u+v) \cos(u+v) + \sin(u+v) \sin u \sin v}{\cos(u+v) \sin u \sin v} = \frac{\sin(u+v)(\cos(u+v) + \sin u \sin v)}{\cos(u+v)(\sin u \sin v)} =$$

$$= \frac{\sin(u+v) \cos u \cos v}{\cos(u+v) \sin u \sin v} = \operatorname{ctg} u \operatorname{ctg} v \operatorname{tg}(u+v) = \operatorname{ctg} u \operatorname{ctg} v \operatorname{tg}(p - w) = \operatorname{ctg} u \operatorname{ctg} v \operatorname{tg} p$$

Mustahkamlash uchun mashqlar.

1. Abduhamidov A “Algebra va matematik analiz asoslari” II tom

1.107. Hisoblang.

1) $\cos 80^\circ \cos 40^\circ \cos 20^\circ$ 4) $\frac{2\cos 80^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 10^\circ}$
 2) $\operatorname{tg} 35^\circ \operatorname{tg} 55^\circ$ 5. $\sin 76^\circ - \sin 26^\circ$

1.108 a) $\cos 43^\circ + \cos 37^\circ$ b) $\sin 18^\circ + \cos 15^\circ$ c) $\sin \frac{p}{5} - \cos \frac{p}{7}$

1.109 Ayniyatni isbotlang.

1) $\frac{\sin(t+s) - \sin(t-s)}{\sin(t+s) + \sin(t-s)} = \operatorname{ctg} t \operatorname{ctg} s$

2.2 $(1 + \sin t \sin s + \cos t \cos s) = 4 \cos^2 \frac{t-s}{2}$

$\operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 80^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ = 8 \cos 50^\circ$

Test topshiriqlari.

1. $\frac{\cos 6a - \cos 4a}{\sin 5a} = ?$

a) $2 \sin a$ b) $2 \cos a$ c) $-2 \cos a$ d) $\sin a$ e) $-2 \sin a$

2. Soddashtiring. $\frac{\sin 4a - \sin 6a}{\cos 5a}$

a) $\sin 2a$ b) $2 \sin a$ c) $-2 \cos a$ d) $-2 \sin a$ e) $2 \cos a$

3. $\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = ?$

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) $-\sqrt{2}$ e) $\frac{-2}{\sqrt{2}}$

4. $\frac{1 + \cos \frac{a}{2} - \sin \frac{a}{2}}{1 - \cos \frac{a}{2} - \sin \frac{a}{2}} = ?$

a) $\operatorname{tg} \frac{a}{4}$ b) $\cos \frac{a}{4}$ c) $-\operatorname{ctg} \frac{a}{4}$ d) $\sin \frac{a}{4}$ e) $-\operatorname{tg} \frac{a}{4}$

5. $\cos \frac{2p}{7} + \cos \frac{4p}{7} + \cos \frac{6p}{7} = ?$

a) $-1/2$ b) $1/4$ c) $1/3$ d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

Xulosa

Dars davomida faol qatnashgan o'quvchilar bahosi izohlab qo'yiladi. O'tilgan mavzu qisqacha takrorlanadi.

Uyga vazifa.

1. 110

1) $\cos a + 2 \cos 2a + 3 \cos 3a + \dots + n \cos n a$

$$2) \frac{1}{\cos a \cos 2a} + \frac{1}{\cos 2a \cos 3a} + \dots + \frac{1}{\cos 9a \cos 10a}$$

$$3) \sin a - \sin 2a + \sin 3a - \sin 4a + \dots + (-1)^n \sin a$$

Mavzu: Trigonometrik funksiyalar ko'paytmasini yig'indiga keltirish.

Yangi mavzu bayoni.

Trigonometrik funksiyalar uchun ko'paytmani yig'indiga keltirish, ya'ni $\sin a \sin b$, $\cos a \cos b$, $\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b$, $\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b$, $\sin a \cos b$ larni qanday ko'rinishda bo'lishini ko'rib chiqamiz.

Bizga ma'lum bo'lgan 2 burchak yig'indisi va ayirmasi uchun formulalarni yozamiz.

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (1)$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (2)$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (3)$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (4)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \sin(a+b) + \sin(a-b) = 2 \sin a \cos b$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b)) \quad (5)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow \sin(a+b) - \sin(a-b) = 2 \cos a \sin b$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2}(\sin(a+b) - \sin(a-b)) \quad (6)$$

$$(2) + (4) \Rightarrow \cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b)) \quad (7)$$

$$(3) - (4) \Rightarrow \cos(a+b) - \cos(a-b) = -2 \sin a \sin b$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b)) \quad (8)$$

$\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b$ ni topamiz. Buning uchun quyidagicha ish olib boramiz.

$$(8) : (7) \Rightarrow \frac{\sin a \sin b}{\cos a \cos b} = \frac{\frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))}{\frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))} = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{\cos(a+b) + \cos(a-b)} \quad (9)$$

$$(7) : (8) \Rightarrow \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{\cos(a-b) - \cos(a+b)} \quad (10)$$

Mustahkamlash uchun misollar.

1. 106 a) $2 \sin 22^\circ \cos n^\circ$ b) $\sin x \sin(x-1)$

c) $4 \sin 35^\circ \cos 25^\circ \sin 15^\circ$ d) $8 \cos 3^\circ \cos 6^\circ \cos 12^\circ \cos 24^\circ$

1.108 $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x$

14) $\sin 2x - \cos x - \sin 5x$

1.109 Isbotlang.

$$\cos 9^\circ \cos 27^\circ \cos 63^\circ \cos 81^\circ + \cos 12^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ \cos 96^\circ = 0$$

$$\cos 9^\circ \cos 27^\circ \cos 63^\circ \cos 81^\circ = \frac{1}{2}(\cos 90^\circ + \cos 72^\circ) \cdot \frac{1}{2}(\cos 90^\circ + \cos 36^\circ) = \frac{1}{4} \cos 72^\circ \cos 36^\circ =$$

$$\frac{1}{4} \sin 18^\circ \cos 36^\circ = \frac{1}{8} \cdot \frac{2 \sin 18^\circ \cdot \cos 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{1}{8} \frac{\sin 24^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ \cos 96^\circ}{\sin 12^\circ} = \frac{1}{4} \frac{\sin 48^\circ \cos 48^\circ \cos 96^\circ}{\sin 12^\circ} = \frac{1}{16}$$

Test topshiriqlari.

1. $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{5}{4}$ e) $5\sqrt{3}$

2. $\frac{\sin^2 2,5a - \sin^2 1,5a}{\sin 4a \sin a + \cos 3a \cos 2a}$
 a) $2 \operatorname{tg} 2a$ b) $\operatorname{tg} 2a \operatorname{tg} a$ c) $2 \sin 2a$ d) $4 \cos^2 a$ e) $4 \sin^2 a$

3. $8 \sin^2 \frac{15p}{16} \cdot \cos^{21} \frac{7p}{16} - 1$

a) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) 1 d) $\frac{1}{2}$ e) $\sqrt{2}$

$\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ e) $\frac{1}{16}$

5. $\cos \frac{p}{5} \cos \frac{2p}{5}$ a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{3}{4}$

6. $\sin 15^\circ$ ning qiymati $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ ning qiymatidan qancha katta?

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{7}{8}$ e) $\frac{1}{4}$

Xulosa:

Yangi o'tilgan mavzu savol-javob orqali takrorlanadi, o'quvchilarning savollariga javob beriladi. Darsda faol qatnashgan o'quvchilar bahosi izohlab aytiladi.

Uyga vazifa.

1. Isbotlang :

a) $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ = \frac{3}{16}$ b) $16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = 1$

c) $\operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 50^\circ \operatorname{tg} 70^\circ = \frac{1}{3}$ d) $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

e) $\cos \frac{p}{7} \cos \frac{4p}{7} \cos \frac{5p}{7} = \frac{1}{8}$ f) $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

Mavzu: Eng sodda trigonometrik tenglamalar.

Test savollari.

1. Ifodaning qiymatini toping.

$\cos 24^\circ \cos 31^\circ - \sin 24^\circ \sin 31^\circ - \cos 55^\circ$

a) 0 b) 1 c) -1 d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{2}$

2. Soddashtiring.

$\frac{\sin^2 a \cdot \operatorname{ctga}}{\sin^2}$ a) 0 b) 0,5 c) -0,5 d) 1 e) -1

3. Hisoblang.

$\sin 37^\circ 30' \cdot \sin 7^\circ 30'$

a) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ b) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ e) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

4. $\operatorname{tg} \frac{a}{2} = 0,5$ bo'lsa, $\sin^4 a - \cos^4 a$ ni hisoblang.

a) $-\frac{7}{25}$ b) $\frac{4}{25}$ c) $\frac{8}{25}$ d) $\frac{7}{25}$ e) $\frac{3}{25}$

O'quvchilar javobi tester yordamida tekshiriladi.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A	x								
B		X							
C			x						
D				x					
E									

III. Fikrlarni jamlash (aqliy hujum)

O'quvchilarning o'tilgan mavzular bo'yicha bilimini tekshirish va yangi mavzuga zamin tayyorlash maqsadida "Klaster usuli" dan foydalanaman. Bunda o'quvchilar ikki guruhga bo'linadi, har bir guruhga plakat va falamastrlar tarqatiladi. Har bir guruh o'zining plakatiga trigonometrik formulalarni yozish lozim bo'ladi.

O'tilgan trigonometrik formulalarni auksion shaklida ham o'tkazish mumkin. Eng ko'p va oxirgi formulani to'g'ri aytgan o'quvchi auksionda g'olib chiqib formulalar daftarchasi bilan mukofotlanadi.

O'quvchilar fikri to'planib olingandan so'ng, o'qituvchi yangi mavzuni bayon qiladi.

IV. Yangi mavzuni bayon qilish.

1. $\cos x = a$ ko'rinishdagi tenglama

$$\cos x = a \quad (-1 \leq a \leq 1)$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Xususiy hollarda:

a) $\cos x = 1, \quad x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

b) $\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

c) $\cos x = -1, \quad x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

1. $\cos^2 x = a \quad (0 \leq a \leq 1)$ tenglamani yechish:

$$x = \pm \arccos \sqrt{a} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Misol: Tenglamani yeching:

$$\cos 2x - \frac{1}{2} = 0 \quad \cos 2x = \frac{1}{2} \quad 2x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi k,$$

bu yerda $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ bo'lgani uchun

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

2. $\sin x = a \quad (-1 \leq a \leq 1)$ ko'rinishidagi tenglama

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Xususiy hollarda:

a) $\sin x = 0, \quad x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

b) $\sin x = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

c) $\sin x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

2. $\sin^2 x = a \quad (0 \leq a \leq 1)$ tenglama yechimi:

$$x = \pm \arcsin \sqrt{a} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Misol: Tenglamani yeching.

$$\sin^2 x - \frac{1}{2} = 0 \quad \sin^2 x = \frac{1}{2} \quad 2x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

bu yerda: $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{p}{6}$ bo'lgani uchun

$$2x = (-1)^k \frac{p}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad x = (-1)^k \frac{p}{12} + \frac{pk}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

3. $\operatorname{tg} x = a$ tenglama yechimi: $x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Xusuisy hollarda:

a) $\operatorname{tg} x = 0, x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

b) $\operatorname{tg} x = 1, x = \frac{p}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

c) $\operatorname{tg} x = -1, x = -\frac{p}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3. $\operatorname{tg}^2 x = a$, bunda $a \in [0; \infty]$ $x = \pm \operatorname{arctg} \sqrt{a} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\operatorname{tg} x = a$ da $\operatorname{tg} x \frac{\sin x}{\cos x}$ bo'lgani uchun

$\cos \neq 0$, ya'ni $\operatorname{tg} x = a$ tenglama $\cos x = 0$ da, ya'ni $x = \pm \frac{p}{2} + \pi k$ da aniqlanmagan.

Misol: Tenglamani yeching.

$$\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{3} = 0 \quad \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{3}$$

$x = \pm \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ bu yerda: $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{p}{6}$ bo'lgani uchun

$$x = \pm \frac{p}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

V. Mustaqil ishlash.

№ 1 Tenglamalarni yeching:

a) $\operatorname{tg} 2x = 0$ b) $\operatorname{tg} 3x = 0$ c) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

$2x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ $3x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ $x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi k$

$x = \frac{pk}{2}, k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{pk}{3}, k \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{p}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

№ 2 Tenglama ildizini toping.

a) $\sin 4x = -1$ b) $\sin x (2\sin x - \sqrt{2}) = 0$

$4x = (-1)^k \arcsin(-1) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ 1) $\sin x = 0, x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$4x = (-1)^{k+1} \frac{p}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{p}{8} + \frac{pk}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$$

$$x = (-1)^k \frac{p}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

№ 3 Tenglamani yeching.

$$a) \frac{1 + \cos 2x}{\cos x} = 0$$

$$b) \frac{\cos 3x}{\operatorname{tg} x} = 0$$

$$\cos x \neq 0$$

$$\operatorname{tg} x \neq 0$$

$$x \neq \frac{p}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$1 + \cos 2x = 0$$

$$\cos 3x = 0$$

$$\cos 2x = -1$$

$$3x = \pm \frac{p}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \pi + 2\pi k,$$

$$x = \pm \frac{p}{6} + \frac{pk}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{p}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

4. Tenglamaning yechimlarini toping.

$$\operatorname{tg} 3x (\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1)(\operatorname{tg} x - 1)(\operatorname{tg} 2x - \sqrt{3})(\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{3}) = 0$$

Berilgan tenglamaning aniqlanish sohasini

$$\begin{aligned} \text{topamiz. } \left\{ \begin{array}{l} \cos 3x \neq 0 \\ \cos \frac{x}{2} \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{array} \right. & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x \neq \frac{p}{2} + \pi k \\ \frac{x}{2} \neq \frac{x}{2} + \pi k \\ x \neq \frac{p}{2} + \pi k \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \neq \frac{p}{6} + \frac{pk}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{p}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\cos 2x \neq 0$$

$$2x \neq \frac{p}{2} + \pi k$$

$$x \neq \frac{p}{4} + \frac{pk}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Berilgan tenglamani yechish uchun bir ko'paytuvchini nolga tenglashtirib yechamiz.

$$1) \operatorname{tg} 3x = 0, \quad 3x = \pi k, \quad x = \frac{pk}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 = 0, \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = -1, \quad \frac{x}{2} = -\frac{p}{4} + \pi k \quad x = -\frac{p}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \operatorname{tg} x - 1 = 0, \operatorname{tg} x = 1, x = \frac{p}{4} + \pi k$$

$$4) \operatorname{tg} 2x - \sqrt{3} = 0, \operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}, 2x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi k \quad x = \frac{p}{6} + \frac{pk}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

VI. Yangi mavzuni mustahkamlash.

Tenglamalarni yeching.

$$1) \operatorname{tg} 2x = 0; \quad 2x = \pi k; \quad x = \frac{pk}{2}, k \in \mathbb{Z} \quad 2) \operatorname{tg} 3x = 0; \quad 3x = \pi k; \quad x = \frac{pk}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} - 30^\circ \right) = 0$$

$$4) \operatorname{tg} (3x + 60) = \sqrt{3}$$

$$\frac{x}{2} - 30^\circ = 0^\circ + \pi k$$

$$3x + 60^\circ = 60^\circ + \pi k$$

$$\frac{x}{2} = 30^\circ + \pi k$$

$$3x = \pi k \quad x = \frac{pk}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 60^\circ + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5) \operatorname{tg} 4x = 3$$

$$6) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4x = \operatorname{arctg} 3 + \pi k$$

$$x = (-1)^k \operatorname{arcsin} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \pi k$$

$$x = \frac{\operatorname{arctg} 3}{4} + \frac{pk}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^{k+1} \frac{p}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$7) 8\cos^2 3x - \cos 3x = 0$$

$$8) \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 3x (8\cos 3x - 1) = 0$$

$$2x = \pm \frac{p}{6} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{p}{12}, \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$1) \cos 3x = 0 \quad 3x = \frac{p}{2} + \pi k \quad x = \frac{p}{6} + \frac{pk}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) 8\cos 3x - 1 = 0 \quad \cos 3x = \frac{1}{8} \quad x = \pm \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{8} + \frac{2}{3} \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

VII Xulosa

Darsning bu bosqichida o'quvchilarning darsdagi qatnashuvi, faolligini tahlil qilgan holda, o'quvchilar bilimi baholanadi va ballar qo'yiladi.

VIII Uyga vazifa:

O'quvchilarga o'tilgan mavzu va bajarilgan misollarga doir uyga vazifa beriladi.

№ 2 (k) Tenglamani yeching.

$$1) \frac{\cos \frac{x}{2}}{\cos x} = 0 \quad \cos \frac{x}{2} = 0 \quad \cos x \neq 0$$

$$\frac{x}{2} = \pm \frac{p}{2} + pk \quad x \neq \pm \frac{p}{2} \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad x = \pm \pi + 2 \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \frac{\cos 3x}{\tan x} = 0 \quad \tan x \neq 0 \quad x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 3x = 0 \quad 3x = \pm \frac{p}{2} + \pi k \quad x = \pm \frac{p}{6} + \frac{pk}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Mavzu: Trigonometrik tengsizliklarni yechish.

Yangi mavzu bayoni.

Noma'lum trigonometrik funksiyalarning argumenti bo'lib qatnashgan tengsizliklar trigonometrik tengsizliklar deyiladi.

$$\sin x > a \text{ (} \sin x < a \text{)}, \sin x \geq a \text{ (} \sin x \leq a \text{)}, \cos x > a \text{ (} \cos x < a \text{)},$$

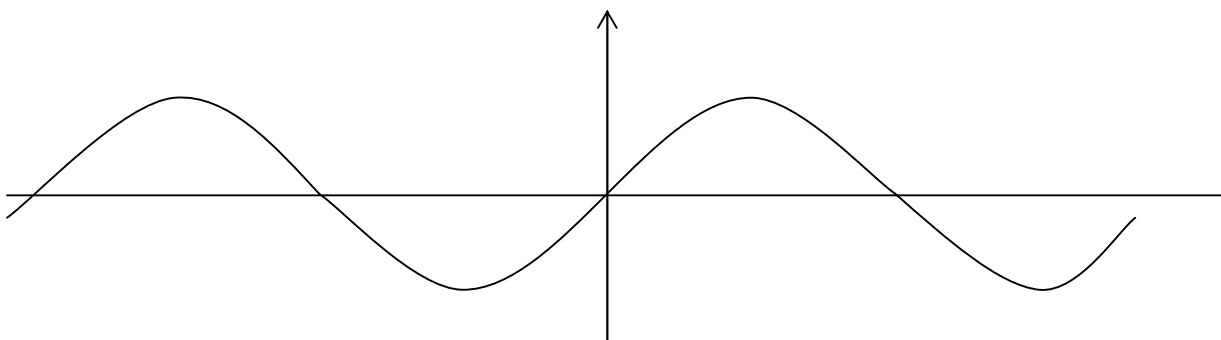
$$\cos x \geq a \text{ (} \cos x \leq a \text{)}, \tan x > a \text{ (} \tan x < a \text{)}, \tan x \geq a \text{ (} \tan x \leq a \text{)},$$

$\cot x > a \text{ (} \cot x < a \text{)}, \cot x \geq a \text{ (} \cot x \leq a \text{)}$ ko'rinishdagi tengsizliklar eng sodda trigonometrik tengsizliklar hisoblanadi. Ba'zi trigonometrik tengsizliklarni yechish bitta yoki bir nechta eng sodda trigonometrik tengsizliklarni yechishga keltiradi.

Trigonometrik tengsizliklarni yechishda birlik aylanadan yoki trigonometric funksiyalarning grafiklaridan foydalanish mumkin.

1. $\sin x > a$ tengsizlikni yechamiz, bunda $-1 \leq a \leq 1$

$y = \sin x$ va $y = a$ funksiyalarning grafiklarini chizamiz.



$x_1 = \arcsin a$ va $x_2 = p - \arcsin a$.

Dastlab yechimni $[0; 2p]$ oraliqda topamiz.

$\arcsin a < x < p - \arcsin a$ oraliqda $y = \sin x$ funksiya grafigi $y = a$ funksiya grafigidan yuqorida yotishini ko'rishimiz mumkin, ya'ni $\sin x \geq a$ tengsizlikning $[0; 2p]$ kesmadagi yechimi: $\arcsin a < x < p - \arcsin a$. $y = \sin x$ funksiyaning $2pn$ ($n \in \mathbb{Z}$) davrli davriy funksiya ekanligini hisobga olsak, tengsizlikning barcha yechimlar to'plamini quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$\arcsin a + 2pn < x < p - \arcsin a + 2pn, (n \in \mathbb{Z})$$

$\sin x > a$ tengsizlik $a \geq 1$ da bajarilmaydi, $a < -1$ da esa barcha x larda bajariladi.

2. $\sin x < a$ tengsizlikni ham 1- rasmdan foydalanib, yechamiz. $x_0 = -p - \arcsin a$. Dastlab yechimni $[-\frac{3p}{2}; \frac{p}{2}]$ kesmada topamiz. $(-p - \arcsin a, \arcsin a)$ oraliqda $y = \sin x$ funksiya grafigi $y =$

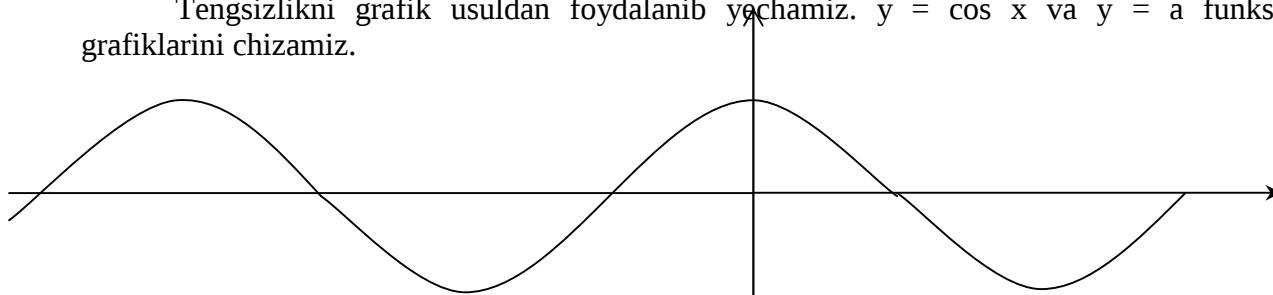
a funksiya grafigidan pastda yotishini ko'rishimiz mumkin, ya'ni $\sin x \leq a$ tengsizlikning $[-\frac{3p}{2}; \frac{p}{2}]$

kesmadagi yechimi: $(-p - \arcsin a, \arcsin a)$ Butun son o'qida tengsizlikning qolgan yechimlari $(-p - \arcsin a, \arcsin a)$ yechimdan $2pn$ ($n \in \mathbb{Z}$) uzoqliklarda joylashadi. Shunday qilib, tengsizlikning barcha yechimlar to'plamini quyidagicha yozish mumkin:

$$-p - \arcsin a + 2pn < x < \arcsin a + 2pn, n \in \mathbb{Z}$$

3. $\cos x > a$ tengsizlikni yechamiz. $a \geq 1$ da tengsizlik yechimga ega emas, $a < -1$ da esa x ning barcha qiymatlari tengsizlikni qanoatlantiradi. Biz $-1 \leq a \leq 1$ bo'lgan holni qaraymiz.

Tengsizlikni grafik usuldan foydalanib yechamiz. $y = \cos x$ va $y = a$ funksiyalarning grafiklarini chizamiz.



$y = \cos x$ va funksiyalar graflari kesishgan nuqtalar $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$

$[-p; p]$ kesmada yechimni qaraymiz. $(-\arccos a; \arccos a)$ oraliqda $y = \cos x$ funksiya grafigi $y = a$ funksiya grafigidan yuqorida joylashgan, ya'ni $\cos x > a$ tengsizlikning yechimi: $-\arccos a \leq x \leq \arccos a$

$y = \cos x$ funksiyaning $2pn$ ($n \in \mathbb{Z}$) davrli davriy funksiya ekanligini hisobga olsak, $\cos x > a$ tengsizlikning barcha yechimlari to'plamini quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$-\arccos a + 2pn < x < \arccos a + 2pn, (n \in \mathbb{Z})$$

4. $\cos x < a$ tengsizlikni ham 2 - rasmdan foydalanib yechamiz. Dastlab $[0; 2p]$ kesmadagi yechimni topamiz. $(\arccos a; 2p - \arccos a)$ oraliqda $y = \cos x$ funksiya grafigi $y = a$ to'g'ri chiziqdan pastga, ya'ni $\cos x < a$ tengsizlik o'rinli. Tengsizlikning qolgan yechimlari bu yechimdan $2pn$ ($n \in \mathbb{Z}$) uzoqliklarda joylashadi. Shunday qilib, $\cos x < a$ tengsizlikning barcha yechimlari to'plamini quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin.

$$\arccos a + 2pn < x < 2p - \arccos a + 2pn, (n \in \mathbb{Z})$$

5. $\tan x > a$ tengsizlikni grafikdan foydalanib yechamiz. $y = \tan x$ va $y = a$ funksiyalarning grafiklarini yechamiz:

$(-\frac{p}{2}; \frac{p}{2})$ oraliq uchun $\tan x > a$ tengsizlikning yechimi quyidagicha $(\arctg a; \frac{p}{2})$ $\tan x > a$ tengsizlikning yechimlari to'plamini esa quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$\arctg a + pn < x < \frac{p}{2} + pn, (n \in \mathbb{Z})$$

6. $\tan x < a$ ushbu tengsizlikning ham $(-\frac{p}{2}; \frac{p}{2})$ oraliqdagi yechimi $(-\frac{p}{2}; \arctg a)$. Buni grafikdan ko'rish mumkin. Qolgan yechimlar bu yechimdan pn ($n \in \mathbb{Z}$) uzoqlikda joylashadi. Shunday qilib, $\tan x < a$ tengsizlikning barcha yechimlari to'planishni

$$-\frac{p}{2} + pn < x < \arctg a + pn, \quad (n \in \mathbb{Z})$$

ko'rinishda ifodalash mumkin.

7. $\ctg x > a$ tengsizlik berilgan bo'lsin. Ushbu tengsizlikni ham grafik yordamida yechamiz. $y = \ctg x$ va $y = a$ funksiyalarning grafiklarini chizamiz. $x \neq pn, \quad (n \in \mathbb{Z})$

Tengsizlikning $(0; p)$ oraliqdagi yechimini topamiz. $(0; \arctg a)$ oraliqda $y = \ctg x$ funksiya grafigi $y = a$ to'g'ri chiziqdan yuqorida ya'ni $\ctg x > a$ tengsizlik o'rinli.

Tengsizlikning qolgan yechimlari $(0; \arctg a)$ yechimdan $pn \quad (n \in \mathbb{Z})$ uzoqlikda joylashadi. Shunday qilib, $\ctg x > a$ tengsizlikning barcha yechimlari to'plamini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$pn < x < \arctg a + pn, \quad (n \in \mathbb{Z})$$

8. $\ctg x < a$ 4-rasmdan ko'rish mumkinki, $(0; p)$ oraliqda $\ctg x < a$ tengsizlikning yechimi:

$$\arctg a < x < p$$

Tengsizlikning barcha yechimlari to'plamini esa quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$\arctg a + pn < x < p + pn, \quad (n \in \mathbb{Z})$$

V. Mustaqil ish.

Testlar.

1. $\tg(x + \frac{p}{4}) \geq 1$ tengsizlikni yeching.

a) $[-\frac{p}{4} + pn; \frac{p}{2} + pn], \quad (n \in \mathbb{Z})$

b) $[pn; \infty) \quad (n \in \mathbb{Z})$

c) $[\frac{p}{4} + 2pn; \frac{p}{2} + 2pn], \quad (n \in \mathbb{Z})$

d) $[pn; \frac{p}{4} + pn), \quad (n \in \mathbb{Z})$

e) $[\frac{p}{4} + pn; \frac{p}{2} + pn), \quad (n \in \mathbb{Z})$

Yechish: $\tg(x + \frac{p}{4}) \geq 1 \quad \arctg 1 + pn \leq x + \frac{p}{4} < \frac{p}{2} + pn, \quad n \in \mathbb{Z}.$

$$\frac{p}{4} - \frac{p}{4} + pn \leq x < \frac{p}{2} - \frac{p}{4} + pn, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad x \in [pn; \frac{p}{4} + pn), \quad (n \in \mathbb{Z}).$$

2. $2\sin 2x \geq \ctg \frac{p}{4}$ tengsizlikni yeching.

a) $[\frac{p}{6} + 2pn; \frac{5p}{6} + 2pn], \quad (n \in \mathbb{Z})$

b) $(\frac{p}{12} + pn; \frac{5p}{12} + pn), \quad (n \in \mathbb{Z})$

c) $[\frac{p}{12} + pn; \frac{5p}{12} + pn], \quad (n \in \mathbb{Z})$

d) $[\frac{p}{12} + 2pn; \frac{5p}{12} + 2pn], \quad (n \in \mathbb{Z})$

e) $[-\frac{p}{3} + 2pn; \frac{p}{3} + 2pn], \quad (n \in \mathbb{Z})$

Yechish: $2\sin 2x \geq 1 \quad \sin 2x \geq \frac{1}{2}$

$$\frac{p}{6} + 2pn \leq 2x \leq p - \frac{p}{6} + 2pn, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$x \in [\frac{p}{12} + pn; \frac{5p}{12} + pn], \quad (n \in \mathbb{Z})$$

VI. Mustahkamlash.

1. $\sin x > \frac{1}{2}$ tengsizlikni yeching.

Yechish. Tengsizlikni birlik aylanadan foydalanib yechamiz: Rasmdan ko'rish mumkinki ,

$$\frac{p}{6} + 2pm < x < p - \frac{p}{6} + 2pn, \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Javob: $\frac{p}{6} + 2pn < x < \frac{5p}{6} + 2pn \quad (n \in \mathbb{Z})$

2. $2\cos^2 x - 1 < \frac{1}{2}$ tengsizlikni yeching.

Yechish. $2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$ ekanligidan foydalanamiz. Demak, $\cos 2x < \frac{1}{2}$ tengsizlikni yechishimiz kerak.

$$\arccos \frac{1}{2} + 2p n < 2x < 2p - \arccos \frac{1}{2} + 2p n, \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Javob: $\frac{p}{6} + pm < x < \frac{5p}{6} + pn, \quad (n \in \mathbb{Z})$

3. x ning $(-p; p)$ oraliqqa tegishli qanday qiymatlarida $(\cos x + 2,5) \geq 3$ tengsizlik o'rinli bo'ladi?

Yechish. Ma'lumki, $-1 \leq \cos x \leq 1$. Bundan kelib chiqadiki, $\cos x + 2,5 > 3$ tengsizlik bilan almashtirish mumkin. U holda quyidagilar o'rinli bo'ladi:

$$\cos x \geq 3 - 2,5 \quad \cos x \geq \frac{1}{2}$$

$$-\frac{p}{3} + 2pn \leq x \leq \frac{p}{3} + 2pn \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$n = 0$ da $(-p; p)$ oraliqdagi yechim hosil bo'ladi.

Javob: $-\frac{p}{3} \leq x \leq \frac{p}{3}$ yoki $\left[-\frac{p}{3}; \frac{p}{3}\right]$

VII.Xulosa.

Darsda faol va passiv qatnashgan o'quvchilar harakatini e'tirof etaman va baholarni e'lon qilaman.

VIII. Uyga vazifa.

O'tilgan mavzuga doir misollardan uyga vazifa beraman.

Vazifalarni yechishda sodda trigonometrik tengsizliklarni yechish formulalari, ikkilangan burchak formulalari, qo'shish formulalaridan foydalanish mumkin.

1. $\cos^2 x < \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin^2 x$ tengsizlikni yeching

$$\cos^2 x - \sin^2 x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\frac{p}{8} + pn < x < \frac{7p}{8} + pn, \quad (n \in \mathbb{Z})$$

2. $\sin 5x \cos 4x + \cos 5x \sin 4x > \frac{1}{2}$ tengsizlikni yeching.

Yechish:

$$\sin 5x \cos 4x + \cos 5x \sin 4x > \frac{1}{2}$$

$$\sin 9x > \frac{1}{2}$$

$$\arcsin \frac{1}{2} + 2pn < 9x < p - \arcsin \frac{1}{2} + 2pn, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{p}{6} + 2pn < 9x < \frac{5p}{6} + 2pn, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\frac{p}{54} + \frac{2pn}{9} < x < \frac{5p}{54} + \frac{2pn}{9}, \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Mavzu: Trigonometrik funksiyalarning hosilalari.

Yangi mavzuni bayoni.

1. $f(x) = \sin x$ funksiyaning hosilasini topish masalasi berilgan bo'lsin. Quyidagicha ayirmali nisbat tuzamiz:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \frac{2 \sin \frac{h}{2} \cdot \cos\left(x + \frac{h}{2}\right)}{h} = \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \cos\left(x + \frac{h}{2}\right)$$

Bunda $x, x+h \in D(f)$. Agar $h \rightarrow 0$ bo'lsa, $x + \frac{h}{2} \rightarrow x$ va $\cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \rightarrow \cos x$ ekanligini ko'rishimiz

mumkin. $h \rightarrow 0$ da $\frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \rightarrow 1$ bo'lishini ham ko'rsatish mumkin.

Bu uchun mikrokalkulyatordan foydalanish qulayroq. Hosilaning ta'rifiga asosan,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \cdot \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) = \cos x$$

Demak, $(\sin x)' = \cos x$

2. $f(x) = \cos x$ funksiyaning hosilasini ham ta'rifdan foydalanib hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} f'(x) = (\cos x)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2 \sin\left(x + \frac{h}{2}\right) \sin \frac{h}{2}}{h} = - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \sin\left(x + \frac{h}{2}\right) = \\ &= \left| h \rightarrow 0 \text{ da } \frac{\sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \rightarrow 1 \right| = -\sin x \end{aligned}$$

Demak, $(\cos x)' = -\sin x$

3. $f(x) = \operatorname{tg} x$ funksiyaning hosilasini bo'linmaning hosilasidan foydalanib hisobalaymiz.

$$(\operatorname{tg} x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{(\sin x)' \cdot \cos x - \sin x \cdot (\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Demak, $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

Ma'lumki, $(kx + b)' = k$ munosabat o'rinli. Quyidagi formulalarni keltirishimiz mumkin.

$$(\sin(kx + b))' = k \cdot \cos(kx + b)$$

$$(\cos(kx + b))' = -k \sin(kx + b)$$

$$(\operatorname{tg}(kx + b))' = \frac{k}{\cos^2(kx + b)}$$

V. Mustaqil ishlash.

1. $f(x) = \operatorname{ctg} x$ funksiyaning hosilasini bo'linmaning hosilasidan foydalanib hisobalang
Yechish.

$$(ctgx)' = \left(\frac{\cos x}{\sin x} \right)' = \frac{-\sin x \cdot \sin x - \cos x \cdot \cos x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

U holda $(ctg(kx+b))' = -\frac{k}{\sin^2(kx+b)}$ munosabat ham o'rinli.

O'quvchilarga mavzuga oid testlar yozilgan kartochkalarni tarqataman.

Testlar.

1. Agar $f(x) = 5\sin x + 3\cos x$ bo'lsa, $f'(\frac{p}{4})$ ni hisoblang.

a) $-\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{2}$ e) $4\sqrt{3}$

2. $g(x) = \frac{3x^2}{p} - 2tgx - p$ bo'lsa, $g'(\frac{p}{3})$ ni hisoblang.

a) $1\frac{1}{2}$ b) 10 c) $2p - 8$ d) $p + 4$ e) -6

3. $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ ning hosilasini hisoblang.

a) $-\sin^2 x - \cos^2 x$ b) $\sin^2 x - \cos^2 x$ c) $-2 \cos 2x$
d) $-2\sin 2x$ e) $2\sin 2x$

4. $f(x) = 2\cos x - \frac{(\sqrt{p})^3}{\sqrt{x}} + \frac{p}{2}$, $f'(p)$ ni hisoblang.

a) $\frac{\sqrt{p}}{2}$ b) $-1,5$ c) $0,5$ d) $2,5$ e) $-\frac{\sqrt{p}}{3}$

5. $f(x) = 0,5 \operatorname{tg} 2x$ $f'(\frac{p}{6})$ ni hisoblang.

a) $\frac{4}{3}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) 4 d) 2 e) $-\frac{1}{2}$

6. Agar $f(x) = 2\sqrt{3} \cos 4x - 2 \cos x$ bo'lsa, $f'(\frac{p}{6})$ ni hisoblang.

a) -11 b) 13 c) $\sqrt{3} + 1$ d) $\sqrt{3} - 2$ e) -13

7. $y = \cos 3x \cos 7x$ funksiyaning hosilasini hisoblang.

a) $y' = \frac{1}{3} \cos 3x \cdot \cos 7x$ b) $y' = \frac{1}{3} \cos 3x + \frac{1}{7} \cos 7x$

c) $y' = -5 \sin 10x - 2 \sin 4x$ d) $y' = -\frac{1}{20} \sin 10x + \frac{1}{8} \sin 4x$

e) $y' = 21 \sin 3x \cdot \sin 7x$

Yechish.

1. $f'(x) = 5 \cos x - 3 \sin x$

$f'(\frac{p}{4}) = 5 \cos \frac{p}{4} - 3 \sin \frac{p}{4} = \sqrt{2}$. Javob: B

2. $g'(x) = \frac{3}{p} \cdot 2x - 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$

$g'(\frac{p}{3}) = \frac{3}{p} \cdot 2 \cdot \frac{p}{3} - 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{p}{3}} = -6$ Javob: E

3. $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

$f'(x) = -2 \sin 2x$. Javob: D

4. $f'(x) = -2 \sin x + p \sqrt{p} \cdot \frac{1}{2x\sqrt{x}}$

$$f'(p) = -2\sin p + p\sqrt{p} \cdot \frac{1}{2p\sqrt{p}} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{Javob:C}$$

$$5. f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\cos^2 2x} = \frac{1}{\cos^2 2x}$$

$$f'\left(\frac{p}{6}\right) = \frac{1}{\cos^2 \frac{p}{3}} = 4 \quad \text{Javob:C}$$

$$f'(x) = -2\sqrt{3} \cdot 4\sin 4x + 2\sin x$$

$$6. f'\left(\frac{p}{6}\right) = -2\sqrt{3} \cdot 4\sin \frac{2p}{3} + 2\sin \frac{p}{6} = -2\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} = -11 \quad \text{Javob:A}$$

$$7. y = \cos 3x \cos 7x = \frac{1}{2} \cos 10x + \frac{1}{2} \cos 4x$$

$$y' = -\frac{10}{20} \sin 10x - \frac{4}{2} \sin 4x = -5\sin 10x - 2\sin 4x \quad \text{Javob:C}$$

VI. Mustahkamlash.

Hosilalarni hisoblang.

$$1. f(x) = 2 \sin \left(\frac{x}{3} + 3 \right) \quad f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{3} \cos \left(\frac{x}{3} + 3 \right) = \frac{2}{3} \cos \left(\frac{x}{3} + 3 \right)$$

$$2. f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{(\sin x - \cos x)' \cdot x - x' \cdot (\sin x - \cos x)}{x^2} = \frac{(\cos x + \sin x) \cdot x - (\sin x - \cos x)}{x^2} =$$

$$\frac{1}{x} \cdot (\cos x + \sin x) + \frac{1}{x^2} (\cos x - \sin x).$$

$$3. f(x) = \operatorname{tg}(4x + 5)$$

$$f'(x) = \frac{(4x + 5)'}{\cos^2(4x + 5)} = \frac{4}{\cos^2(4x + 5)}$$

$$4. f(x) = \operatorname{ctg}\left(1 - \frac{x}{5}\right) \quad f'(x) = -\frac{\left(1 - \frac{x}{5}\right)'}{\sin^2\left(1 - \frac{x}{5}\right)} = -\frac{\frac{-1}{5}}{\sin^2\left(1 - \frac{x}{5}\right)} = \frac{1}{5\sin^2\left(1 - \frac{x}{5}\right)}$$

$$5. f(x) = \sin^4 2x$$

$$f'(x) = 4 \cdot \sin^3 2x \cdot 2 \cdot \cos 2x = 8 \sin^3 2x \cos 2x$$

VII. Xulosa:

Darsda qatnashgan o'quvchilar e'tirof etiladi. O'quvchilarning baholari izohlab e'lon qilinadi. Yangi mavzu savol-javoblar orqali takrorlanadi.

VIII. Vazifa.

1. Mavzuni o'rganish.

2. Hosilalarni hisoblang.

$$a) f(x) = \cos(3 - 2x) + 3\cos \frac{x-2}{3}$$

$$\text{Yechish: } f'(x) = (-2) \cdot (\cos(3 - 2x))' \neq 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-\sin \frac{x-2}{3}) = 2\sin(3 - 2x) - \sin \frac{x-2}{3}$$

b) $y = \sin^2 2x$

Yechish: $y' = 2 \sin 2x \cdot 2 \cos 2x = 2 \sin 4x$

c) $y = \operatorname{tg}^2 x$

Yechish: $y' = 2 \operatorname{tg} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{2 \sin x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$

d) $y = \operatorname{tg} 3x + \frac{3}{p} \cos \frac{p}{3} + 4x$

Yechish: $y' = \frac{3}{\cos^2 3x} + 4$

e) $y = \sin^2 2x + \cos^2 2x$

Yechish:

$y = \sin^2 2x + \cos^2 2x = 1 \quad y' = 0$

f) $y = x^2 \cdot \cos 2x$

Yechish: $y = (x^2)' \cos 2x + x^2 \cdot (\cos 2x)' = 2x \cos 2x - 2x^2 \sin 2x = 2x(\cos 2x - x \sin 2x)$

Mavzu: Ulug'bekning trigonometrik ziji.

Yangi mavzu bayoni.

Ulug'bek va uning ilmiy xodimlari tomonidan qo'lga kiritilgan fan sohasidagi yutuqlarning muhim natijasi bo'lib "Ulug'bek ziji" yoki "Ziji Ko'ragoniy" nomi bilan yuritiluvchi astronomik jadvallar hisoblanadi.

"Ziji Ko'ragoniy" nazariy qismdan va Samarqand rasadxonasida bajarilgan astronomik kuzatishlar natijalaridan tashkil topgan. Kuzatish natijalari esa yil hisobi, trigonometrik va planetalar harakatlari jadvallari va yulduzlar kataloglaridan iborat.

Ulug'bek ilmiy maktabi asarlarida trigonometric jadvallar ham salmoqli o'rinni egallaydi. "Ulug'bek ziji" dagi trigonometric jadvallar tuzish masalasiga bag'ishlangan bob sinus, sinus-verzus, kosinus shuningdek ular orasidagi umumiy asosiy munosabatlar haqidagi umumiy xarakterdagi mulohazalardan boshlanadi.

"Sinuslar va soyalar(ya'ni tangenslar), - davom etadi Ulug'bek, - bir gradus sinusi yordamida hisoblanadi."...

Ulug'bek o'z zamonasining terminologiyasi qoidalariga binoan biror yoy tangensi va kotangensini hisoblaydi. Buning uchun u avvalo soya haqidagi masalani to'la-to'kis qarab chiqadi. Oldin tomonni, keyin aylana yoyini tadqiq qiladi. Soyaning har xil xossasini bayon etib, Ulug'bek asta-sekin masalani umulashtitadi va soyani trigonometric chiziq sifatida qaray boshlaydi. Birinchi soya deb kotangensini qabul qiladi.

Ulug'bek biron yoy (birinchi) soyasi bilan shu yoy to'ldirish soyasi orasidagi trigonometrik munosabatni tadqiq qiladi. Uning aytishicha: "Bu qoida zamin qilib olindi. Bu asosda soyalar jadvallarini hisoblash aylananing sakkizdan biri uchun jadvallar hisoblashga keltiriladi"

Oxirida Ulug'bek aytadi: "Biz jadvallarda birinchi soyalarni keltirdik. Ular sinuslar kabi 45° dan 90° gacha esa – har besh minut uchun hisoblanadi. Boshqa jadvalda ikkinchi soyalar graduslarda berilgan".

Ulug'bek trigonometric jadvallarning aniqlik darajasini bilish maqsadida ba'zi burchaklar, 20°, 23°, 26° lar sinuslarining qiymatlarini tekshiramiz. Oltmishlik sistemasidan o'nlik sistemasiga o'tib olamiz:

$$\sin 20^\circ = \frac{20}{60} + \frac{3}{60^2} + \frac{16}{60^3} + \frac{21}{60^4} + \frac{3}{60^5};$$

$$\sin 23^\circ = \frac{23}{60} + \frac{26}{60^2} + \frac{37}{60^3} + \frac{55}{60^4} + \frac{26}{60^5};$$

$$\sin 26^\circ = \frac{26}{60} + \frac{18}{60^2} + \frac{8}{60^3} + \frac{10}{60^4} + \frac{4}{60^5} \quad \text{yoki,}$$

$\sin 20^\circ = 0,32020142$, $\sin 23^\circ = 0,390731129$, $\sin 26^\circ = 0,438371147$.

Bu qiymatlarini ularning haqiqiy qiymatlari bilan solishtirib, quyidagi jadvalga ega bo'lamiz:

Ulug'bek hisobiga		Haqiqiy qiymati	
a	$\sin a$	a	$\sin a$
20°	0,32020142	20°	0,32020143
23°	0,390731129	23°	0,390731128
26°	0,438371147	26°	0,438371147

Bu jadval nima demoqchi ekanligi ko'rinib turibdi, u sharhlashga muhtoj emas.

Mavzuni mustahkamlash uchun misollar.

1. $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ ni hisoblang.

Yechish yo'li: Berilgan ko'paytmani quyoidagicha qilib yozamiz:

$$\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ =$$

$$\frac{2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{2 \sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ}{2 \cdot 2 \sin 20^\circ} =$$

$$= \frac{2 \sin 80^\circ \cos 80^\circ}{2 \cdot 4 \sin 20^\circ} = \frac{\sin 160^\circ}{8 \sin 20^\circ} = \frac{1}{8}.$$

Binobarin javob: $\frac{1}{8}$

2. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx$ yig'indini hisoblang.

Yechish yo'li: Berilgan yig'indini S bilan belgilab, ikkala tomonini $2 \sin \frac{x}{2} \sin nx$

endi $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$ formula tadbiq qilinsa. Ya'ni

$$\sin \frac{x}{2} S = \cos \frac{x}{2} - \cos \frac{3x}{2} - \frac{5x}{2} + \cos \frac{5x}{2} - \cos \frac{7x}{2} + \dots + \cos \frac{2n-1}{2}x - \cos \frac{2n+1}{2}x = \cos \frac{x}{2} - \cos \frac{2n+1}{2}x$$

Bunda $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{b-a}{2}$ formula inobatga olinsa, quyidagi kelib chiqadi

$$2 \sin \frac{x}{2} \cdot S = 2 \sin \frac{(n+1)}{2}x \cdot \sin \frac{n}{2}x \quad \text{yoki} \quad S = \frac{\sin \frac{(n+1)}{2}x \sin \frac{n}{2}x}{\sin \frac{x}{2}}$$

Xulosa.

O'quvchilar matematika faniga o'zlarining katta hissalarini qo'shgan vatandoshlarimiz haqida juda ajoyib ma'lumotlarni berdilar. Darsda qatnashgan o'quvchilar bilimi baholanadi.

Uyga vazifa:

1. $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \dots + \cos nx$ ni hisoblang.
2. Uchburchak tomonlarining uzunliklari $\sin 30^\circ$; $\sin 40^\circ$ va $\sin 60^\circ$ ga teng. Shu uchburchakning turini aniqlang.

Yechish usullari.

1. Berilgan yig'indini S bilan belgilab, ikkala tomonini $2 \sin \frac{x}{2}$ ga ko'paytiramiz.

$$\begin{aligned}
2 \sin \frac{x}{2} \cdot S &= 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos x + 2 \sin \frac{x}{2} \cos 2x + 2 \sin \frac{x}{2} \cos 3x + \dots + 2 \sin \frac{x}{2} \cos nx = -\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{3x}{2} - \\
&- \sin \frac{3x}{2} + \sin \frac{5x}{2} - \sin \frac{5x}{2} + \sin \frac{7x}{2} + \dots - \sin \frac{2n-1}{2}x + \sin \frac{2n-1}{2}x = \sin \frac{2n+1}{2}x - \sin \frac{x}{2} = 2 \sin \frac{n}{2}x \cdot \text{bund} \\
&\cdot \cos \frac{n+1}{2}x \\
&\sin \frac{nx}{2} \cdot \cos \frac{(n+1)x}{2} \\
\text{an } S &= \frac{\sin \frac{nx}{2} \cdot \cos \frac{(n+1)x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2}}
\end{aligned}$$

2. Ma'lumki, quyidagi shartlarga asoslanib, tomoni a, b, va c ga teng bo'lgan uchburchakni turini aniqlaydilar.

- a) $a^2 + b^2 > c^2$ bo'lsa, uchburchak o'tkir burchakli
b) $a^2 + b^2 = c^2$ bo'lsa, uchburchak to'g'ri burchakli
c) $a^2 + b^2 < c^2$ bo'lsa, uchburchak o'tmas burchakli bo'ladi. Bizning masalada

$$(\sin 30^\circ)^2 + (\sin 40^\circ)^2 < (\sin 30^\circ)^2 + (\sin 45^\circ)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4} = (\cos 60^\circ)^2$$

Demak, uchburchak o'tmas burchakli ekan.

Mavzu: Trigonometriyadan umulashtiruvchi misollar yechish. Yozma ish.

Takrorlash savollari:

- Asosiy trigonometric funksiyalar va ularning ta'riflarini ayting.
- Asosiy trigonometric ayniyatlarni sanab o'ting.
- Trigonometrik funksiyalar xossalarini ularning grafiklariga qarab tushuntiring.
- Ba'zi burchaklar trigonometric funksiyalari qiymatlarini bir-biringizdan so'rang (har partadagilar o'zaro)
- 5 minutda eng ko'p trigonometric formula yozish (alohida varaqda)

1. Umumlashtiruvchi misollar yechish.

1. Hisoblang: $2 \sin 30^\circ + 3 \cos 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$

2. $\sin a = \frac{15}{17}$, $a \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ $\cos a$, $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{ctg} a$ ni toping.

3. Ayniyatni isbotlang.

$$(\sin a + \cos a)^2 + (\sin a - \cos a)^2 = 2$$

4. Soddashtiring.

$$\sin 200^\circ \cdot \sin 310^\circ + \cos 340^\circ \cdot \cos 50^\circ$$

$$4 \sin a \cdot \cos^3 a - 4 \sin^3 a \cos a$$

5. Ko'paytma shakliga keltiring.

$$\cos 72^\circ + \cos 48^\circ, \frac{\sin 24^\circ + \sin 6^\circ}{\cos 24^\circ + \cos 6^\circ}$$

6. Yig'indi shaklida yozing.

$$4 \sin 35^\circ \cdot \cos 55^\circ \cdot \sin 15^\circ,$$

7. Tenglamalarni yeching.

$$\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad 5 \cos 4x = 2,5,$$

8. Tengsizliklarni yeching.

$$\sin 4x \leq \frac{1}{2}, \quad \operatorname{tg} \left(3x - \frac{p}{4} \right) > 1.$$

9. Trigonometrik funksiyalar hosilasini toping.

$$Y = \sin 5x \quad y = 4\cos 3x \quad y = 2\sin^2 x - \cos^3 x$$

Misollarning yechimi:

$$1. 2\sin 30^\circ + 3\cos 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,5 + 1 = 3,5$$

$$3. \sin a = \frac{15}{17}, a \in \left(0; \frac{p}{2} \right) \cos a, \operatorname{tga}, \operatorname{ctga} \text{ ni toping.}$$

$$\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \sqrt{1 - \frac{225}{289}} = \frac{8}{17}, \quad \operatorname{tga} = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{15}{8}, \quad \operatorname{ctga} = \frac{1}{\operatorname{tga}} = \frac{8}{15}$$

$$3. (\sin a + \cos a)^2 + (\sin a - \cos a)^2 = 2$$

$$(\sin a + \cos a)^2 + (\sin a - \cos a)^2 = \sin^2 a + 2\sin a \cos a + \cos^2 a + \sin^2 a - 2\sin a \cos a + \cos^2 a = 2$$

4. Soddashtiring.

$$\begin{aligned} \sin 200^\circ \cdot \sin 310^\circ + \cos 340^\circ \cdot \cos 50^\circ &= \sin(180^\circ + 20^\circ) \cdot \sin(360^\circ - 50^\circ) + \\ &+ \cos(360^\circ - 20^\circ) \cdot \cos 50^\circ = \sin 20^\circ \cdot \sin 50^\circ + \cos 20^\circ \cos 50^\circ = \cos(20^\circ - 50^\circ) = \\ &= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\sin a \cdot \cos^3 a - 4\sin^3 a \cos a = 4\sin a \cos a (\cos^2 a - \sin^2 a) = 2\sin 2a \cdot \cos 2a = \sin 4a$$

$$5. \cos 72^\circ + \cos 48^\circ = 2\cos \frac{72^\circ + 48^\circ}{2} \cdot \cos \frac{72^\circ - 48^\circ}{2} = 2\cos 60^\circ \cdot \cos 12^\circ = \cos 12^\circ$$

$$\frac{\sin 24^\circ + \sin 6^\circ}{\cos 24^\circ + \cos 6^\circ} = \frac{2\sin 15^\circ \cdot \cos 9^\circ}{2\cos 15^\circ \cdot \cos 9^\circ} = \operatorname{tg} 15^\circ$$

$$6. 4\sin 35^\circ \cdot \cos 55^\circ \cdot \sin 15^\circ =$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} (\sin(35^\circ - 55^\circ) + \sin(35^\circ + 55^\circ)) \cdot \sin 15^\circ$$

$$= 2(-\sin 20^\circ + 1)\sin 15^\circ = -2\sin 20^\circ \cdot \sin 15^\circ + \sin 15^\circ = -2 \cdot \frac{1}{2} (\cos 5^\circ - \cos 35^\circ) + 2\sin 15^\circ =$$

$$= -\cos 5^\circ + \cos 35^\circ + 2\sin 15^\circ$$

$$7. \sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$5\cos 4x = 2,5,$$

$$3x = (-1)^k \frac{p}{3} + pk$$

$$\cos 4x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^k \frac{p}{9} + \frac{p}{3} k$$

$$4x = \pm \frac{p}{3} + 2pk$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{p}{12} + \frac{p}{2} k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$8. \sin 4x \leq \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \left(3x - \frac{p}{4} \right) > 1.$$

$$-p - \frac{p}{6} + 2pk \leq 4x \leq \frac{p}{6} + 2pk$$

$$\frac{p}{4} + pk < 3x - \frac{p}{4} < \frac{p}{2} + pk$$

$$-\frac{7p}{24} + \frac{p}{2} k \leq x \leq \frac{p}{24} + \frac{p}{2} k$$

$$\frac{p}{2} + pk < 3x < \frac{3p}{4} + pk$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{p}{6} + \frac{p}{3} k < x < \frac{p}{4} + \frac{p}{3} k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$9. Y = \sin 5x \quad Y' = 5\cos 5x$$

$$y = 4\cos 3x \quad Y' = -12\sin 3x$$

$$y = 2\sin^2 x - \cos^3 x \quad Y' = 4\sin x \cos x - 3\cos^2 x(-\sin x) = 2\sin 2x + \frac{3}{2}\sin 2x \cos x$$

5. Yozma ish.

I – qator.

1. Ko'paytma shaklida yozing.

$$\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x + \cos 8x$$

2. Yig'indi shaklida yozing.

$$2\sin(x+2)\sin(x-2)$$

3. Tenglamani yeching.

$$\sin^2 x - \sin x = 0$$

4. Tengsizlikni yeching.

$$\cos\left(2x - \frac{p}{3}\right) > \frac{1}{2}$$

2. Hosilani toping va $x = \frac{p}{3}$ da hisoblang.

$$\left(\sin\left(3x - \frac{p}{4}\right)\right) (2\cos 4x)'$$

II – qator.

1. Ko'paytma shaklida yozing.

$$\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x + \sin 8x$$

2. Yig'indi shaklida yozing.

$$3\cos(x+2) * \cos(x-2)$$

3. Tenglamani yeching.

$$5\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$$

4. Tengsizlikni yeching.

$$\sin\left(3x - \frac{p}{4}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

5. Hosilani toping va $x = \frac{p}{4}$ da hisoblang.

$$\left(\cos\left(4x - \frac{p}{3}\right)\right) (3\sin 5x)'$$

3. Xulosa

Qo'ng'iroq chalinishidan 2-3 minut oldin yozma ish daftarlari terib olinadi. Darsda qatnashgan o'quvchilar bilimi baholanadi.

4. Uyga vazifa. O'tgan mavzularni takrorlash.

Taqriz.

Umumlashma darslari texnologik xaritasi to'liq tuzilgan bo'lib, har bir bo'mlim alohida qayt qilingan. Unda darsning maqsadi, uslubi, turi, foydalanilgan adabiyotlar, dars jihozlari ko'rsatilgan.

Mavzuni o'rganish reja asosida bayon qilingan. O'tilgan mavzuni takrorlash va yangi mavxuga zamin tayyorlash bir-biriga bog'langan. Har bir mavzudan keyin mavzuni takrorlash va mustahkamlash uchun test savollari keltirilgan.

Trigonometrik funksiyalar va ularning xossalari izchil bayon etilgan, grafiklar chizib ko'rsatilgan. O'tilgan trigonometric formulalarni takrorlash asosida yig'indini ko'paytmaga va ko'paytmani yig'indiga almashtirish formulalari keltirib chiqarilgan.

Sodda trigonometric tenglama va tengsizliklar o'quvchilarga tushunarli til va uslubda bayon etilgan. Tarixdan ajoyib faktlar va misollar keltirilgan. Bo'lim umumiy takrorlash va yozma ish bilan yakunlangan.

Ushbu darslar umumlashmasi matematikaning trigonometriya bo'limini o'rganishda bevosita DTS da ko'rsatilgan talablarga to'liq javob beradi va undan 2 – kurs talabalari uchun darsda foydalanish mumkin deb hisoblayman.

Fizika – matematika fanlari nomzodi:

Jo'rayev I.

Mavzu: Boshlang'ich funksiya va uning xossalari.

Reja:

1. Boshlang'ich funksiya tushunchasi.
2. Boshlang'ich_funksiyani_topish_qoidalari.
3. Boshlang'ich_funksiyaga_doir_mashqlar.

Mexanikada o'rganilgan nuqtaning to'g'ri chiziqli harakatini qaraymiz. Harakat boshlangandan keyin t vaqt ichida nuqta $S(t)$ yo'l o'tgan bo'lsin. U holda nuqtaning $v(t)$ oniy tezligi $S(t)$ funksiyaning t vaqt bo'yicha hosilasiga teng, ya'ni $v(t) = S'(t)$. Ikkinchi marta differensiallashtirish nuqtaning tezlanishini beradi:

$$v'(t) = S''(t) = a(t).$$

Amaliyotda teskari masala ham uchraydi: nuqtaning $v(t)$ harakat tezligi berilgan, uning bosib o'tgan $S(t)$ yo'lini topish, ya'ni shunday $S(t)$ funksiyaning topish kerakki, uning hosilasi $v(t)$ ga teng bo'lsin. Bunday masalalarni yechish uchun differensiallashtirish amaliga teskari bo'lgan *integrallashtirish* amali ishlatiladi.

Ta'rif. Agar berilgan oraliqdan olingan barcha x lar uchun

$$F'(x) = f(x) \quad (1)$$

tenglik bajarilsa, u holda $F(x)$ funksiya shu oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi deyiladi.

1 - misol. $F(x) = \frac{x^3}{3}$ funksiya $(-\infty; +\infty)$ oraliqda

$f(x) = x^2$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasidir, chunki barcha $x \in (-\infty; +\infty)$ lar uchun:

$$F'(x) = \left(\frac{x^3}{3} \right)' = \frac{1}{3} (x^3)' = \frac{1}{3} 3x^2 = x^2 = f(x).$$

Yuqoridagi misoldan ayon bo'ladiki, berilgan funksiya uchun uning boshlang'ich funksiyasini topish masalasi bir qiymatli aniqlanmas ekan. Asosiy masala berilgan funksiya uchun uning barcha boshlang'ich funksiyalarini topishdan iboratdir. Buning uchun boshlang'ich funksiyaning xossalarini bilish zarur.

Lemma (funksiyaning o'zgartnaslik belgisi). Agar biror I oraliqda $F'(x) = 0$ bo'lsa, u holda $F(x)$ funksiya shu oraliqda o'zgarmasdir.

Isbot. I oraliqda biror x_0 nuqtani tanlaylik. U vaqtda shu I oraliqqa tegishli har qanday x son uchun Lagranj teoremasiga ko'ra x va x_0 sonlar orasida yotgan shunday C sonni ko'rsatish mumkinki, $F(x) - F(x_0) = F'(c)(x - x_0)$ bo'ladi. Shartga ko'ra $F'(c) = 0$, chunki $c \in I$ demak,

$$F(x) - F(x_0) = 0.$$

Shunday qilib, I oraliqqa tegishli barcha x lar uchun

$$F(x) = F(x_0),$$

ya'ni $F(x)$ funksiya o'zgarmas doimiy qiymatini saqlaydi.

1-teorema. Agar $F(x)$ funksiya $I = [a; b]$ kesmada $F(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'lsa, u holda $F(x) + C$, $C = \text{const}$ yig'indi ham $[a; b]$ kesmada $F(x)$ uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi.

Isbot. $F(x)$ funksiya $F(x)$ funksiya uchun $I = [a; b]$ kesmada boshlang'ich funksiya bo'lgani tufayli $F'(x) = f(x)$ bo'ladi. $F(x) + C$ funksiyani ham differensiallaymiz va quyidagini olamiz:

$$(F(x) + C)' = F'(x) + C' = F'(x) + 0 = f(x) + 0 = f(x).$$

Shunday qilib, bitta funksiya cheksiz ko'p boshlang'ich funksiyalarga ega bo'lar ekan. Boshlang'ich funksiyalar bir-biridan o'zgarmas songa farq qiladi.

2-teorema. $f(x)$ funksiyaning $I = [a; b]$ oraliqdagi har qanday boshlang'ich funksiyasini

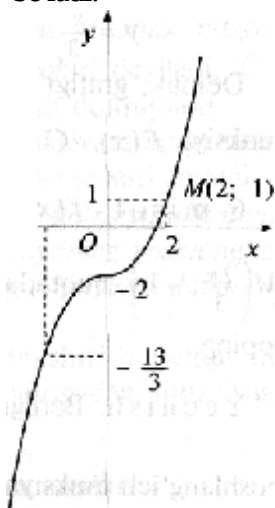
$$F(x) + C \quad (2)$$

ko'rinishda yozish mumkin..

Bunda C -ixtiyoriy o'zgarmas son, $F(x)$ esa $f(x)$ funksiyaning $I = [a; b]$ oraliqdagi boshlang'ich funksiyalaridan biri..

Isbot. $F(x)$ va $\Phi(x)$ funksiyalar $f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiyalar bo'lsin. Bunday holda $F'(x) = \Phi'(x) = f(x)$

bo'ladi.



$I = [a; b]$ oraliqdan olingan barcha x lar uchun:

$$(\Phi(x) - F(x))' = \Phi'(x) - F'(x) = f(x) - f(x) = 0.$$

Yuqorida keltirilgan lemmaga ko'ra $\Phi(x) - F(x)$ ayirma $[a; b]$ kesmada o'zgarmas funksiya bo'ladi, ya'ni $\Phi(x) - F(x) = C$ yoki $\Phi(x) = F(x) + C$.

Boshlang'ich funksiyaning asosiy xossasiga geometrik ma'no berish mumkin: $f(x)$ funksiyaning istalgan ikkita boshlang'ich funksiyasining grafiklari bir-biridan Oy o'q bo'ylab parallel ko'chirish natijasida hosil bo'ladi (1-a rasm).

5-misol. $f(x) = x^2$ funksiya uchun grafigi $M(2; 1)$ nuqtadan o'tuvchi boshlang'ich funksiyani toping.

Yechish. $f(x) = x^2$ funksiyaning istalgan boshlang'ich funksiyasi $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$

ko'rinishga tga.

$M(2; 1)$ nuqtadan o'tuvchi chiziqni topamiz. Buning uchun M nuqtaning koordinatalarini $y = \frac{x^3}{3} + C$ tenglamaga qo'yib, C ning qiymatini topamiz:

$$y = \frac{x^3}{3} + C \Rightarrow 1 = \frac{8}{3} + C \Rightarrow C = -1\frac{2}{3}.$$

Demak, grafigi M nuqta orqali o'tuvchi boshlang'ich ftnksiya $F(x) + C = \frac{x^3}{3} - 1\frac{2}{3}$ ko'rinishga ega (1-b rasm).

6- m i s o 1. $f(x) = \sin\left(x + \frac{p}{3}\right)$ funksiya uchun grafigi $M\left(\frac{2p}{3}; -1\right)$ nuqtadan o'tuvchi boshlang'ich funksiyani toping.

Y e c h i s h. Berilgan $f(x) = \sin\left(x + \frac{p}{3}\right)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya $F(x) = -\cos\left(x + \frac{p}{3}\right) + C$

bo'ladi. Grafigi $M\left(\frac{2p}{3}; -1\right)$ nuqtadan o'tuvchi boshlang'ich funksiyani topamiz. Buning uchun $-1 = -\cos$

$\left(\frac{2p}{3}; \frac{p}{3}\right) + C$ tenglamadan C ni topamiz.

$-1 = \cos p + C \Rightarrow -1 = 1 + C \Rightarrow C = -2$. Izlanayotgan boshlang'ich funksiya

$$F(x) = -\cos\left(x + \frac{p}{3}\right) - 2$$

ko'rinishga ega.

V. Mustaqil ishlash (Yangi mavzuga oid topshiriqlar beriladi)

1. Boshlang'ich funksiyaning ta'rifini ayting?

2. Funksiyaning o'zgaruvchanlik belgisi haqidagi lemmani ayting?

3. Misol. $\frac{x^3}{3}, \frac{x^3}{3} + 1, \frac{x^3}{3} - 4$ funksiyalarning hammasi ayni bir $f(x) = x^2$ funksiyaning boshlang'ich funksiyalari bo'lishini isbotlang.

Isbot. 1) $F_1 = \frac{x^3}{3}$ deb belgilaymiz, u holda $F_1'(x) = 3 \cdot \frac{x^2}{3} = x^2 = f(x)$.

2

$$) F_2(x) = \frac{x^3}{3} + 1, F_2' = \left(\frac{x^3}{3} + 1\right)' = \left(\frac{x^3}{3}\right)' + (1)' = x^2 = f(x).$$

3

$$) F_3(x) = \frac{x^3}{3} - 4, F_3' = \left(\frac{x^3}{3} - 4\right)' = x^2 = f(x).$$

VI. Yangi mavzuni mustastahkamlash (yangi mavzuga oid misollar yechish orqali mavzuning asl mohiyati to'liq izoxlanadi) **misollar:**

1-misol. $f(x) = \sin^2 x$ funksiya $x \in R$ da $f(x) = \sin 2x$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'ladi. Chunki barcha $x \in R$ uchun

$$F'(x) = (\sin^2 x)' = 2 \sin x (\sin x)' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x = f(x).$$

$F(x) = \sin^2 x + 9$ funksiya ham $x \in R$ da $f(x) = \sin 2x$ uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi. Ravshanki, 9 ning o'miga istalgan o'zgarmas sonni qo'yish mumkin. Bundan boshlang'ich funksiyani topish masalasi cheksiz ko'p yechimga ega bo'lishi kelib chiqadi.

2- mi sol. $F(x) = 4x\sqrt{x}$ funksiya $x \in (0; +\infty)$ oraliqda $f(x) = 6\sqrt{x}$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi, chunki barcha $x \in (0; +\infty)$ uchun

$$F'(x) = (4x\sqrt{x})' = 4(x^{\frac{3}{2}})' = 4 \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} = 6\sqrt{x} = f(x)$$

Shuningdek, $F(x) = 4x\sqrt{x} + C$ (C — istalgan o'zgarmas haqiqiy son) funksiya ham

$(0; +\infty)$ oraliqda $f(x) = 6\sqrt{x}$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi.

3-mis o 1. $F(x) = \ln|x|$ funksiya $(-\infty; +\infty)$ oraliqda

$f(x) = \frac{1}{x}$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'la olmaydi. Chunki $F'(x) = f(x)$ tenglik $(-\infty; 0)$

oraliqda bajarilmaydi. Ammo $(-\infty; 0)$ va $(0; +\infty)$ intervallarning har

birida $F(x) = \ln|x|$ funksiya $f(x) = \frac{1}{x}$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'ladi.

IX.Xulosa Dars davomida talabalarga berilgan funksiyaning hosilasidan foydalanib boshlang'ich funksiya va uning xossalari, boshlang'ich funksiyaning topish qoidalari tushuntirildi. Boshlang'ich funksiya doir mashqlar bajarildi. Darsda faol yoki passiv qatnashgan o'quvchilar harakati e'tirof etiladi va ballar qo'yilib e'lon qilinadi.

X.Uyga vazifa :

1. Shu bugun o'tilgan mavzuni o'qib, o'rganib kelish.

2. Kelasi yangi mavzu talabalarga uyga o'qib kelishga vazifa qilib beriladi, qaysi adabiyotlardan foydalanish haqida to'liq ko'rsatma beriladi.

3. $F(x)$ funksiya butun son o'qida $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi ekanini ko'rsating.

a) $F(x) = \frac{x^6}{6}, f(x) = x^5.$

b

) $F(x) = \frac{x^5}{5} + 1, f(x) = x^4.$

v) $F(x) = x^3 + 2, f(x) = 3x^2$

g

) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 3, f(x) = 2x^3.$

Mavzu Aniqmas integral va uning xossalari.

Reja: 1. Aniqmas integral va uning xossalari.

2. Aniqmas integrallar jadvali.

3. Aniqmas integralni yechish usullari va unga doir misollar.

Ta'rif. Agar biror I oraliqda $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich funksiya bo'lsa, u holda

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (1)$$

ifoda shu oraliqda $f(x)$ funksiyaning **aniqmas integral** deyiladi.

Bunda $f(x)$ integral ostidagi funksiya, $f(x)dx$ integral ostidagi ifoda, x integrallash o'zgaruvchisi deyiladi. C — ixtiyoriy o'zgarmas son yoki integrallash doimiysidir.

Aniqmas integralni topish amali funksiyaning **integrallash** deyiladi. Integrallash differensiallashga teskari amaldir.

Matematikada integral atamasini sheveysariyalik matematik Iogann Bernulli (1667-1748) kiritgan va integral hisobdan birinchi sistematik kurs tayyorlagan. Uning shogirdi Peterbyrgfanlar akademiyasining haqiqiy a'zosi Leonard Eyler (1707-1783) integrallashni $\int f(x)dx$ belgisi orqali belgilagan.

Hozirgi zamon belgilashlarini esa fransuz matematigi J. Fur'e (1768-1860) kiritgan.

Integrallash qoidasi. Berilgan $f(x)$ funksiyaning aniqmas integralini topish uchun bu funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan birortasini topib, unga ixtiyoriy doimiy C sonni qo'shish kifoya..

Olingan natijaning to'g'riligini tekshirish uchun integrallash natijasining hosilasi integral ostidagi funksiyaga teng bo'lishligini eslash zarur.

Aniqmas integralning xossalari

1-xossa. Aniqmas integraldan olingan hosila integral ostidagi funksiyaga, differensial esa integral ostidagi ifodaga teng bo'ladi:

$$\left(\int f(x)dx \right)' = f(x); \quad d \int f(x)dx = f(x)dx.$$

Bu xossa aniqmas integralning ta'rifidan kelib chiqadi.

2-xossa. Funksiya hosilasining (differensialining) aniqmas integrali bu funksiya bilan ixtiyoriy o'zgarmas sonning yig'indisiga teng:

$\int F'(x)dx = F(x) + C$ yoki $\int dF(x) = F(x) + C$. Haqiqatan, $dF(x) = f(x)dx$ bo'lsin. Bu tenglikning ikkala qismidan integral olamiz: $\int dF(x) = \int f(x)dx$. Ta'rifga ko'ra $\int f(x)dx = F(x) + C$ bo'lgani sababli

$$\int dF(x) = F(x) + C \text{ bo'ladi.}$$

3-xossa. Agar ikkita funksiya yoki ikkita differensial aynan teng bo'lsa, ularning aniqmas integrallari bir-biridan o'zgarmas songa farq qiladi.

Bu xossa bitta funksiya uchun ikkita boshlang'ich funksiya bir-biridan o'zgarmas songa farq qilishidan kelib chiqadi.

4-xossa. O'zgarmas ko'paytuvchini integral belgisi oldiga chiqarish mumkin:

$$\int af(x)dx = a \int f(x)dx, a = \text{const}, a \neq 0.$$

1- misol. $12x^3dx$ ni toping.

2- Yechish.

$$\int 12x^3dx = 12 \int x^3dx = 12 \cdot \frac{x^4}{4} + C = 3x^4 + C.$$

5- x o s s a. Ikki yoki bir qancha uzluksiz funksiyalar algebraik yig'indisining aniqmas integrali qo'shiluvchilar aniqmas integrallarining yig'indisiga teng:

$$\int (f_1(x) + f_2(x) + f_3(x))dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx + \int f_3(x)dx.$$

2- misol. $\int (4x^3 - 18x^2 + 16x - 5)dx$ ni toping.

$$\int (4x^3 - 18x^2 + 16x - 5)dx = \int 4x^3dx - \int 18x^2dx + \int 16xdx - \int 5xdx =$$

$$\begin{aligned} \text{Y e c h i s h .} &= 4 \int x^3dx - 18 \int x^2dx + 16 \int xdx - 5 \int dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + 18 \cdot \frac{x^3}{3} + 16 \cdot \frac{x^2}{2} - 5x + C = \\ &= x^4 - 6x^3 + 8x^2 - 5x + C \end{aligned}$$

Aniqmas integralning yuqorida ko'rilgan xossalari ko'pgina elementar funksiyalarning integrallarini eng qisqa yo'l bilan topish imkonini beradi.

3- misol $\int \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) dx, (n \neq -1)$ ni toping.

Y e c h i s h. 2- xossaga ko'ra $\int F'(x)dx = F(x) + C$. Integral ostidagi funksiyaning hosilasini

$$\text{topamiz:} \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right)' = \frac{1}{n+1} \cdot (n+1)x^n = x^n \Rightarrow \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1. 4- \text{mi sol.} \int (\sin x)' dx \text{ ni toping.}$$

Y e c h i s h. 2- xossaga ko'ra: $(\sin x)' = \cos x$,

$$\int \cos x dx = \sin x + C.$$

$$\text{Yuqoridagiga o'xshash } \int (\cos x)' dx$$

$= \int (-\sin x) dx = -\cos x + C$ Funktsiyalarni integrallash jarayoni berilgan integral ostidagi funktsiyani turli shakl almashtirishlar yo'li bilan jadvalli integral deb ataluvchi ma'lum integralning integral osti funktsiyasiga keltirishdan iborat.

Barcha jadvalli integrallar differensial hisobning tegishli formulalarini aylantirish yo'li bilan topiladi. Quyidagi jadval jadvalli integralning qaysi yo'l bilan tuzilganini ko'rsatadi.

T.n	Funksiya	Funksiyaning nomi	Funksiya hosilasi	Funksiya differensial	Integral
1	$y = x^n$	Darajali	$\frac{dy}{dx} = x^n$	$dy = x^n dx$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
2	$y = \ln x$	Logarifmik	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$	$dy = \frac{dx}{x}$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$
3	$y = e^x$	Ko'rsatkichli	$\frac{dy}{dx} = e^x$	$dy = e^x dx$	$\int e^x dx = e^x + C$
4	$y = \frac{a^x}{\ln a}$	Ko'rsatkichli	$\frac{dy}{dx} = a^x$	$dy = a^x dx$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
5	$y = \sin x$	Trigonometrik	$\frac{dy}{dx} = \cos x$	$dy = \cos x dx$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
6	$y = -\cos x$	Trigonometrik	$\frac{dy}{dx} = \sin x$	$Dy = \sin x dx$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$
7	$y = \operatorname{tg} x$	Trigonometrik	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$	$dy = \frac{dx}{\cos^2 x}$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$
8	$y = -\operatorname{ctg} x$	Trigonometrik	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin^2 x}$	$dy = \frac{dx}{\sin^2 x}$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
9	$y = \arcsin x$	Teskari trigonometrik	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$dy = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
10	$y = \operatorname{arctg} x$	Teskari trigonometrik	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$	$dy = \frac{dx}{1+x^2}$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$

Aniqmas integralni hisoblash usullari

1. Aniqmas integralni uning xossalari vajadvaldan foydalanib hisoblash

1-misol. $\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}) dx$ ni toping.

$$\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}) dx = \int (x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}}) dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx + \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C =$$

Yechish.

$$= \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C.$$

2. O'zgaruvchini almashtirish usuli Aniqmas integralni hisoblashda o'zgaruvchini almashtirish usuli keng qo'llaniladi. Bizdan $\int f(x) dx$ integralni hisoblash talab qilinsin. $f(x)$ funktsiya uchun boshlang'ich funktsiya mavjud bo'lsa-da, uni to'g'ridan to'g'ri tanlash masalasi hamma vaqt oson bo'lavermaydi. Ba'zan

integral osti ifodasining o'zgaruvchisini almashtirish bilan boshlang'ich funksiyani topish osonlashadi. x o'zgaruvchini $x = j(t)$ funksiya yordamida boshqa t o'zgaruvchiga almashtiraylik. Bu yerdagi $j(t)$ — uzluksiz differensiallanuvchi funksiya,

$dx = y'(t)dt$. Bunday holda

$$\int f(x)dx = \int f(t)j'(t)dt \quad (1)$$

almashtirish formulasiga ega bo'lamiz. O'ng tomondagi integralni hisoblagandan keyin $t = j^{-1}(x)$ almashtirish yordamida eski x o'zgaruvchiga qaytamiz. (1) tenglikning o'rinli ekanligini isbotlash uchun bu tenglikning o'ng va chap tomonida turgan ifodalarning x bo'yicha hosilalarining tengligini ko'rsatish zarurdir. (1) tenglik chap qismining hosilasini topamiz:

$$\left(\int f(x)dx\right)'_x = f(x).$$

tenglikning o'ng qismini murakkab funksiya deb qaraymiz. Bunda t — oraliq o'zgaruvchi. $x = j(t)$ bo'lgani uchun:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{j'(t)}$$

(teskari funksiyani differensiallash qoidasiga ko'ra). Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\left(\int f(j(t))j'(t)dt\right)'_x = \left(\int f(j(t))j'(t)dt\right)'_t \frac{dt}{dx} = f(j(t))j'(t) \cdot \frac{1}{j'(t)} = f(j(t)) = f(x).$$

(1) tenglikning chap va o'ng qismlari hosilalari teng ekanligini ko'rsatdik.. $x = j(t)$ almashtirishni shunday tanlash kerakki, (1) tenglik o'ng qismida turgan aniqmas integralni hisoblash imkoniyatiga ega bo'laylik.

Integralni sodda ko'rinishda ifodalovchi almashtirishlarni topishning umumiy bir qoidasi yo'q. Ba'zi bir xususiy hollarni qaraymiz.

Agar integral ostidagi fiinksiya $f(ax + b)$ ko'rinishga ega bo'lsa, u holda $ax + b = t$ almashtirish kerak.,

1- misol. $\int (3x + 4)^n dx$ ni toping.

Yechish. $3x + 4 = t$ yangi o'zgaruvchini kiritamiz:

$$(3x + 4)'dx = t'dt \Rightarrow 3dx = dt \Rightarrow dx = \frac{1}{3}dt.$$

Integralni topamiz:

Eski o'zgaruvchiga qaytamiz:

$$\int (3x + 4)^{11} dx = \pm (3x + 4)^{12} + C.$$

3. Bo'laklab integrallash usuli

$u=f(x)$ va $v = j(x)$ biror oraliqda uzluksiz differensiallanuvchi funksiyalar bo'lsin. Bunday holda

$$(f(x) \cdot j(x))' = f'(x)j(x) + f(x)j'(x)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bu tenglikni integrallab, topamiz:

$$\int (f(x) \cdot j(x))' dx = \int f'(x)j(x)dx + \int f(x)j'(x)dx.$$

Bundan:

$$\int f(x) \cdot j'(x)dx = f(x)j(x) - \int f'(x)j(x)dx. \quad (2)$$

$u=f(x)$ va $v = j(x)$ bo'lgani tufayli, $du = f'(x)dx$ va $dv = j'(x)dx$ bo'ladi.

Shuning uchun (2) tenglik quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\int u dv = uv - \int v du. \quad (3)$$

Bu formula *bo'laklab integrallash* formulasi deyiladi. u va v funksiyalarni qulay tanlash bilan $u dv$ ifodaning integralini topish $v du$ ifodaning integralini topishga keltiriladi. (3) formuladan $\int u dv$ integralni hisoblashga nisbatan $\int v du$ integralni hisoblash soddaroq bo'lganda foydalanish mumkin.

1-misol. $\int x \cos x dx$ ni toping.

Yechish. $u = x, dv = \cos x dx$ desak, $du = dx, v = \sin x$ bo'ladi. Demak,

$$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

2-misol $\int x \ln x dx$ ni toping.

Yechish. $u = \ln x, dv = x dx$ desak, $du = \frac{dx}{x}, v = \frac{x^2}{2}$ bo'ladi.

$$\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$

3-misol. $\int x e^x dx$ ni toping.

Yechish. $u = x, dv = e^x dx$ desak, $du = dx, v = e^x$ bo'ladi. Demak,
 $\int x e^x dx = x e^x - \int e^x dx + C = x e^x - e^x + C$

VI. Mustaqil ishlash (Yangi mavzuga oid topshiriqlar beriladi)

1-

misol. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$ ni toping.

Yechish. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} = \int \frac{dx}{\sin^2 x} - \int \frac{dx}{\cos^2 x} = -\operatorname{ctgx} - \operatorname{tgx} + C.$

2-misol. $\int 2^x \cdot 3^{2x} dx$ ni toping.

Yechish. $\int 2^x \cdot 3^{2x} dx = \int 2^x (3^2)^x dx = \int (2 \cdot 9)^x dx = \int 18^x dx = \frac{18^x}{\ln 18} + C.$

3-misol $\int \frac{x^2 dx}{1+x^2}$ ni toping.

$$x^2 dx = d(1+x^3) \frac{1}{3},$$

Yechish. $\int \frac{x^2 dx}{1+x^2} = \frac{1}{3} \int \frac{d(1+x^3)}{1+x^3} = \frac{1}{3} \ln|1+x^3| + C.$

Tekshirish. $\left(\frac{1}{3} \ln|1+x^3| + C \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3x^2}{1+x^3} = \frac{x^2}{1+x^3}.$

4-misol. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx$ ni toping.

Yechish. $\sin 3x \cdot \cos x$ ko'paytmani yig'indiga almashtiramiz. Buning uchun

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

formuladan foydalanamiz:

$$\sin 3x \cos x = \frac{1}{2} [\sin(3x + x) + \sin(3x - x)] = \frac{1}{2} (\sin 4x + \sin 2x),$$

$$\begin{aligned} \int \sin 3x \cos x dx &= \int \frac{1}{2} (\sin 4x + \sin 2x) dx = \frac{1}{2} \int \sin 4x dx + \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{8} \int \sin 4x d(4x) + \frac{1}{4} \int \sin 2x d(2x) = \\ &= -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + C \end{aligned}$$

VI. Yangi mavzuni mustastahkamlash (yangi mavzuga oid savollarlardan tuzilgan kartatekalar tarqatilib mavzuning asl mohiyati to'liq izoxlanadi) **savollar:**

1 Aniqmas integral deb nimaga aytiladi?

2 Aniqmas integralning xossalarini ayting?

3. 1-misol. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}, (a \neq 0)$ ni toping.

Y e c h i s h. Bu integralni jadvaldagi integrallarning biriga keltirish uchun integral

ostidagi ifodaning surat va maxrajini a^2 ga bo'lamiz:

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \int \frac{\frac{dx}{a^2}}{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2} = \frac{1}{a} \int \frac{d\left(\frac{x}{a}\right)}{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2},$$

$\frac{x}{a} = t$ almashtirish bajaramiz va integralni topamiz:

$$\frac{1}{a} \int \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{a} \arctg t + C = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C.$$

2- misol. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}, (a > 0)$ ni topin.

Y e c h i s h. Berilgan integralni jadvaldagi integrallarning biriga keltirish maqsadida integral ostidagi ifodaning surat va maxrajini a ga bo'lamiz:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)}} = \int \frac{\frac{1}{a} dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}} = \int \frac{d\left(\frac{x}{a}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}}$$

$\frac{x}{a} = t$ almashtirish bilan yangi t o'zgaruvchi kiritamiz va integrallashni davom ettiramiz:

$$\int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \arcsin t + C \Leftrightarrow \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C.$$

3-misol. $\int \frac{xdx}{x^2 + a^2}$ ni toping.

$$\text{Yechish. } \int \frac{xdx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + a^2)}{x^2 + a^2} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + a^2) + C.$$

Bu misol quyidagi umumiy xulosani chiqarish imkoniyatini beradi: Haqiqatan, almashtirish bajarsak, jadvaldagi integralga kelamiz:

$$t = f(x)$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln|f(x)| + C.$$

Haqiqatan, $t=f(x)$ almashtirish bajarsak, jadvaldagi integralga kelamiz:

$$\frac{dt}{t} = \ln|t| + C$$

Ba'zi bir hollarda integral ostidagi ifodaning ko'paytuvchilaridan biri ikkinchisining hosilasiga teng bo'ladi.

4-misol. $\int (x^2 - 5x + 6)^{15} (2x - 5) dx$ ni toping.

Yechish. Bu yerda integral ostidagi ifodaning bir ko'paytuvchisi ikkinchisi (darajaasosining) hosilasidan iborat, ya'ni

$$d(x^2 - 5x + 6) = (x^2 - 5x + 6)' dx = (2x - 5) dx.$$

$x^2 - 5x + 6 = t$ almashtirishni bajaramiz. $(2x - 5) dx = - dt$ bo'ladi va quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int t^{15} dt = \frac{t^{16}}{16} + C,$$

$$\int (x^2 - 5x + 6)^{15} (2x - 5) dx = \frac{(x^2 - 5x + 6)^{16}}{16} + C.$$

VII. Xulosa .Dars davomida talabalarga aniqmas integral va uning xossalari, aniqmas integrallar jadvali, aniqmas integralni hisoblash usullari tushuntirildi. Mavzuga doir mashqlar bajarildi. Darsda faol yoki passiv qatnashgan o'quvchilar harakati e'tirof etiladi va ballar qo'yilib e'lon qilinadi.

VIII. Uyga vazifa :

1. Shu bugun o'tilgan mavzuni o'qib, o'rganib kelish.

2. Kelasi yangi mavzu talabalarga uyga o'qib kelishga vazifa qilib beriladi, qaysi adabiyotlardan foydalanish haqida to'liq ko'rsatma beriladi.

3. Integralni hisoblang.

a) $\int x^4 dx$

Yechish: $\int x^4 dx = \frac{x^{4+1}}{4+1} + C = \frac{x^5}{5} + C.$

b) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$

Yechish: $\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} + C = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} + C.$

v) $\int \frac{x^2 + x + 5}{2x} dx$

Yechish:
$$\begin{aligned} \int \frac{x^2 + x + 5}{2x} dx &= \int \left(\frac{x^2}{2x} + \frac{x}{2x} + \frac{5}{2x} \right) dx = \frac{1}{2} \int x dx + \frac{1}{2} \int dx + \frac{5}{2} \int \frac{dx}{x} = \\ &= \frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{2} x + \frac{5}{2} \ln x + C \end{aligned}$$

Mavzu. Kombinatorika tushinchasi.

O'rinlashtirish va o'rin almashtirish.

I Tashkiliy etab.

1. Navbatchining axboroti.
2. Siyosiy yangiliklardan so'rash.

II. Uyga vazifani so'rash va fikrlashni jamlash.

1. Aniqmas integral formulalarini yozish (qatorlar musaboqasi).

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1;$$

$$2. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, a > 0, a \neq 1;$$

$$3. \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, x \neq 0;$$

$$4. \int e^x dx = e^x + C;$$

$$5. \int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$6. \int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$7. \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C;$$

$$8. \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C;$$

$$9. \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C;$$

$$10. \int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arccot} x + C;$$

Qatorlar orasida o'tkaziladagan savol-javoblar.

1. Integrallash amali nima ?
2. Funksiyaning boshlang'ich funksiyasi nima?
3. Funksiyaning aniqmas integrali deb nimaga aytiladi?
4. Aniqmas integral xossalarini ayting.
5. Aniq integral, Nyuton- Leybnis formulasi

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

6. Aniq integral xossalarini ayting.

Yangi mavzunig bayoni.

Reja.

1. Kombinatorika tushinchasi.
2. O`rinlashtirish haqida tushincha.
3. O`rin almashtirish haqida tushincha.
4. Misollar yechish.

Tarif: Har qanday narsalardan tuzilgan va bir-biridan shu narsalarning tartibi yoki o`zi bilan farq qiluvchi gruppalar kombinatorika (birlashmalar) deyiladi.

Kombinatorika - matematikaning berilgan ob`ektlardan u yoki bu shartlarni qanoatlantiruvchi nechta kombinasiya tuzish mumkinligini o`rganuvchi bo`limi.

Inson faoliyatining deyarli barcha sohalarida ob`ektlarini tanlash va ularni ma`lum tartibda joylash bilan shug`ullanishga to`g`ri keladi.

Masalan, konstruktor mexanizmining yangi modelini yaratishda, olim-agranom qishloq xo`jalik ekinlarini bir necha yer maydoniga ekishni planlashtirilganda, kimyogar berilgan atom tarkibli organik molekulalar tuzilishini o`rganganda kombinatorikaga duch keladi.

Kombinatorik masalalar shashka, shaxmat, domino, qarta, shashqol kabi o`yinlar tufayli ham vujudga kelgan.

Kombinatorika faqat XVII asrga kelib, ehtimollar nazariyasi yaralgan davrda fanga aylandi.

XVI - asrda italyan olimlari J. Kardano, N. Tartalya, va G. Galiley ning dastlabgi ishlaridan so`ng aytilgan masalalar bilan fransuz matematiklari B.Paskal va P. Ferma shug`ullandilar.

Kombinatorikani mustaqil fan tarmog`i sifatida birinchi bo`lib G. Leybnis o`rgandi. U 1666 - yilda "Kombinatorika sanati haqida" asarini bostiradi. Unda birinchi bo`lib "kombinatorika" so`zi qo`llaniladi.

Kobinatorika sohasidagi ajoyib yutuqlar L. Eylerga tegishlidir.

1970 - 80 yil da kombinatorika yangi yutiqlarni qo`lga kiritdi. Xususan, EXM yordamida "to`rt bo`yoq muomosi" xal qilindi: Xar bir xaritani umumiy chegarali davlatlardan hech bir jufti bir xil rangda

bo'lmaydigan qilib to'rt rangdagi bo'yoq bilan bo'yash mumkinligi isbotlandi. Kombinatorikani tashkil etadigan narsalar uning elementlari deyiladi. Ularning a, b, c... harflar bilan belgilash mumkin.

$A = \{1, 2, 3\}$ va $\{a, b\}$ to'plamlar elementlaridan juftliklar tuzamiz.

$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$

Birinchi o'rinda B elementlari bo'lsa,

$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$ to'plam hosil bo'ladi.

$(1, a), (1, b)$ juftliklar tarkibidagi elementlar shu juftlikning komponentalari yoki koordinatalari deyiladi. Shu kabi berilgan A, B, C to'plamlar tartiblangan 3 taliklar, umuman k ta to'plam elementlari k taliklar to'plami tuziladi. Birorta ham komponentada ega bo'lmagan k talik bo'sh k to'liq deyiladi.

1- misol. $A = \{1, 2\}, B = \{a, b, c\}$ to'plamlardan quyidagi 2 taliklar to'plamlarini tuzish mumkin.

$\{(1, a), (1, b), (1, c), (1, a), (2, b), (2, c)\}.$

$\{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}.$

$\{1, 1\}, \{1, 2\}, \{2, 1\}, \{2, 2\}.$

Ko'paytmani topish qoidasi.

Teorema: A va B chekli to'plamlar elementlaridan tuzilgan juftliklar soni shu to'plamlar elementlari sonlarining ko'patmasiga teng.

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

2- masala. 32 har-xil harf va 10 ta turli raqamlardan tarkibida oldin 3 xarf ulardan keyin 2 raqam bo'ladigan nomerlardan qancha tuzish mumkin?

$n(A) = 32, n(B) = 10.$ nomer 5 talik.

$$n(A \times A \times A \times B \times B) = 32 \times 32 \times 32 \times 10 \times 10 = 3276800 \text{ ta.}$$

Kombinatorika 3 xil bo'ladi.

1) O'rinashtirish,

2) O'rin almashtirish,

3) Guruplash.

Ta'rif : m ta elementdan n ($n < m$) tadan o'rinashtirish deb hisunday birlashmalarda aytiladiki, ularning har birida berilgan m ta elementdan n ta element bo'lib, ular bir - birdan elementlari yoki elementlarining tartibi bilan farq qiladi.

$$A_m^n = m(m-1)(m-2)\dots[m-(n-1)]$$

1- misol, 1, 2, 3, raqamlari bilan mumkin bo'lgan barhca 2 xonali sonlarni yozing.

$$\text{Yechihs: } A_3^2 = 3 \times 2 = 6$$

12, 13, 23, 21, 31, 32,

2- misol: Sinfdan o'nta fan o'tiladi, har kuni 5 xil dars o'tiladi, Kunlik dars jadvali nechta turli usul bilan taqsimlash mumkin?

$$\text{Yechihs: } A_{10}^5 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 30240.$$

Tarif: Faqat elementlarning tartibi bilangina farq qiluvchi ($n=m$) o'rinashtirishlar o'rin almashtirish deyiladi.

$$P_m = A_m^n = m \times (m-1) \times \dots \times 2 \times 1 = m!$$

1- Masala, 8 kishini necha xil usulda o'tqazish mumkin?

$$\text{Yechish: } P_8 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40320.$$

2- Masala, 1, 2, 3, 4, 5 raqamlardan shu raqamlar takrorlanmaydigan qilib nechta 5 xonali son tuzish mumkin?

$$\text{Yechish: } P_5 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120 \text{ ta.}$$

3- Masala, Har xil qiymatli 9 ta raqam bilan nechta 9 xonali son yozish mumkin?

$$\text{Yechish: } P_9 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 362880.$$

Mustaqil ishlash.

Mavzuga doir misollar,

2 ta qatordan ixtiyoriy 2 o'quvchi doskada musobaqa o'tkazadi!

1. A_{10}^3 ; A_6^4 ; A_7^5 ; ni hisoblang.

2. A_{11}^2 ; A_5^4 ; A_8^4 ; ni hisoblang.

1-misolning yechimi:

$$A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720;$$

$$A_6^4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360;$$

$$A_7^5 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520;$$

2-misolning yechimi:

$$A_{11}^2 = 11 \cdot 10 = 110;$$

$$A_5^4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120;$$

$$A_8^4 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680;$$

O'quvchilarga testlar tarqatiladi. (testda bahosi ko'rsatilgan)

$2 \frac{A_5^3 - A_6^2}{A_4^3}$ bu misolni sinf bo'yich uchinchi o'ringacha baholash sharti bilan mustaqil ish qilib beriladi.

$$\frac{A_5^3 - A_6^2}{A_4^3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 - 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{60 - 30}{24} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$$

$$3. \frac{P_{20}}{P_4 P_{16}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16} = \frac{17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 17 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19 = 5845$$

4. $A_q^3 = 56x$ teglamani yeching.

Yechish; $A_x^3 = 56x$

$$X(x-1)(x-2) = 56x \quad \text{Tekshirish.}$$

$$X(x^2 - 3x - 54) = 0 \quad A_9^3 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \quad 56 \cdot 9 = 504$$

$$X^2 - 3x - 54 = 0$$

$$X_1 = 9; \quad x_2 = -6$$

$$J: x = 9$$

Ulgurmovchi o'quvchilar uchun.

$$A_{12}^2 = 12 \cdot 11 = 132$$

$$A_8^5 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$$

$$A_{11}^3 = 11 \cdot 10 \cdot 9 = 990$$

Guruhning barcha o'quvchilariga mustaqil ish.

$$1) A_{x+1}^4 = 30A_x^2$$

$$2) A_x^3 + A_{x+1}^2 = A_{x+2}^3$$

Tenglamani yeching.

Mustaqil ish 3-o'ringacha baholanadi,qolgan o'rinlardagi o'quvchilarga savol berib baholanadi.

Vazifa:Adabiyot.R.H.Vafoev "Algebra analiz asjslari"

341-bet 9-misol.

KrossVord

K										
O										
M										
B										
I										
N										
A										
T										
O										
R										
I										
K										
A										

Savollar:

1. Matematik 4 amalning biri;
2. Juft son;
3. Uzunlik o'lchov birligi;
4. Uchburchakning uchidan chiqib qarama-qarshi tomoniga o'tuvchi perpendikulyar kesma;
5. Teorema talab qilmaydigan jumla;
6. Kesmaning bir tomonini davom ettirishdan hosil bo'ladigan geometrik shakl;
7. Isbot talab etmaydigan jumla;
8. Isbot talab etadigan jumla;
9. Ikki xonali son;
10. Diametrning yarmi;
11. Tub son;
12. To'g'ri burchakli uchburchakning aylanishidan hosil bo'lgan geometrik shakl;
13. 360° uzunlikka ega bo'lgan geometrik shakl.