

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Begmatov A.

OLIV MATEMATIKA KAFEDRASI

Matrisalar va ular ustida amallar

**amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash
bo‘yicha uslubiy qo‘llanma**

SAMARQAND • 2011

A.Begmatov. Matrisalar va ular ustida amallar. Amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llash bo'yicha uslubiy qo'llanma. SamISI. 2011. -30 b.

Taqrizchilar:

Mamirov U. E. f-m.f.n., dotsent, Samarqand Davlat universiteti;

Umarov T.I. SamISI, «Oliy matematika» kafedrasi dotsenti.

Uslubiy qo'llanma „Oliy matematika” kafedrasi majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(4-son bayonnoma, 24 mart, 2011 yil).

Ushbu uslubiy qo'llanmada **“Matrisalar va ular ustida amallar” mavzusi amaliy mashg'ulot darsida ilg'or pedagogik texnologiyalarni** qo'llab o'qitish bo'yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Qo'llanmadan **“Matrisalar va ular ustida amallar” mavzusi** amaliy mashg'ulotini tashkil etish va o'tkazishda foydalanish mumkin.

Oliy matematika fanini ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar

O'zbekiston Respublikasi taraqqiyotida halqning boy ma'naviy salohiyati va umuminsoniy qadriyatlarga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimini barpo etish dolzarb ahamiyatga ega.

Ma'lumki, kadrlar tayyorlash Milliy dasturida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy qilish va o'zlashtirish zarurligi ko'p marta takrorlanib, "...yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib, talabalarni o'qitishni jadallashtirish" ko'zda tutilgan.

Pedagogik texnologiyaga YUNESKOning bergan ta'rifini keltiramiz:

"Pedagogik texnologiya – bu butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonida o'z oldiga ta'lim shakllarini samaradorlashtirish vazifasini qo'yuvchi texnik hamda shaxs resurslari va ularning o'zaro aloqasini hisobga olib, bilimlarni yaratish, qo'llash (va belgilash)ning tizimli usulidir". Bu ta'rifdagi asosiy tushuncha "tizimli usul" bo'lib, aynan tizimli yondashuv pedagogik texnologiyaning, o'qitishga boshqa yondashuvlardan farqlanuvchi asosiy belgisi hisoblanadi. Ta'lim maqsadlari, uning mazmuni, o'qitish va ta'lim berish usullari, nazorat va natijalarni baholashni o'zaro bog'liklikda loyihalash- ko'pincha an'anaviy o'quv jarayonida yetishmaydigan narsadir.

Jaxon pedagogika fani ilmiy – texnika taraqqiyoti ta'sirini boshdan kechirib, psixologiya, kibernetika, tizimlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va boshqa fanlar yutuqlarini birlashtirib, hozirgi davrda faol yangilanish (innovatsiya) jarayonlari bosqichida turar ekan, inson imkoniyatlarini samarali rivojlantirish amaliyotiga boy mahsul bermoqda.

Pedagogik texnologiya usullari (boshda) dastlab o'qitishning harakatini namunaviy vaziyatdagi (belgilangan qoida bo'yicha) o'zlashtirish talab etiladigan mahsuldor (reproduktiv) darajasi uchun ishlab chiqilgan. Mahsuldor ta'lim har qanday ta'limning zaruriy tarkibiy qismi hisoblanib, u insoniyat jamg'argan tajribani aniq o'quv fani doirasida o'zlashtirish bilan bog'liq. Ta'lim oluvchilarda bilim va ko'nikmalarning ma'lum "poydevori" hosil qilingandan keyingina ta'limning natijali (produktiv) va ijodiy yondashish usullariga ko'chish mumkin. Pedagogik texnologiya oqimi 70-80 yillarda AQShda yuzaga keldi va YUNESKO kabi nufuzli tashkilot tomonidan tan olindi va qo'llab – quvvatlandi va hozirgi kunda ko'pgina mamlakatlarda muvaffaqiyatli o'zlashtirilmoqda.

Ma'lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta'lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og'zaki- ko'rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta'lim turlari hisoblanadi.

1. Og'zaki – ko'rgazmali an'anaviy bo'lib, o'qituvchining axborot berishi, talabalarining bilimlarni qabul qilishi, to'plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta'limda og'zaki-ko'rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo'lib, qismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta'lim tizimida ulkan xizmat ko'rsatdi. Jadal suratlar bilan o'sib borayotgan fan va texnika talablari, ta'lim tizimidagi istlohatlar, raqobotbardosh kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning

ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Tal'imga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (qismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy mahsuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal etish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir.

Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiri yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma – ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti – harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, aytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarda ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti –harakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Harbir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

Mavzuni o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz: 1) mavzu va uning rejasi beriladi; 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi; 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqa to'xtalinadi; 4) mavzuni tushuntirish ketma

– ketligi texnologik loyiha asosida o‘qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim; 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish; 6) tushuntirish jarayonida o‘quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi; 7) talabaning tarqatma material yoki o‘quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o‘qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish; 8) mavzuni o‘rganish darajasini tekshirish, talabalarga og‘zaki savollar berib borish orqali, (masalan, analitik geometriya tushunchasining mohiyati nima?); 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to‘ldirish, to‘g‘ri javoblarni rag‘batlantirish; 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayan (masalan, 10 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqlari yig‘ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo‘yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To‘g‘ri javoblar ekranda ko‘rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o‘zlarning bilimlarini o‘zlari tekshirib ko‘radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo‘ladi, o‘qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag‘batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o‘qish – o‘rganishga da‘vat etiladi; 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko‘nikmasini hosil qilish maqsadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo‘lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo‘lishi zarur.

“ Oliy matematika” fanini, o‘rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) matematikaning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o‘rni va ahamiyati anglash;
- 2) o‘quvchining matematik apparatning qo‘llanilishiga qiziqishi;
- 3) amaldagi dastur asosida matematik apparatni o‘rgatish;
- 4) ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo‘naltirib, bu bilimlarni o‘z faoliyatida qo‘llash.

Shuni ta’kidlaymizki, „Oliy matematika” fani oliy ta’limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, informatika, chiziqli va nochiziqli dasturlash, makro va mikro iqtisod, ekonometriya, iqtisodiy tahlil, moliyaning miqdoriy metodlari, logistika va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e’tiborga olinadi.

Biz ushbu uslubiy qo‘llanmada „Oliy matematika” fanining **“Matrisalar va ular ustida amallar”** amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab, o‘qitish- o‘rgatish haqida fikr yuritamiz.

1.1. “Matrisalar va ular ustida amallar” amaliy mashg‘ulotining ta’lim texnologiyasi modeli

9-mavzu	Matrisalar va ular ustida amallar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: 25 nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Individual topshiriqlarni bajarishga asoslangan amaliy mashg'ulot
Mashg'ulot rejasi	1. Matrisalar haqida umumiy tushunchalarni eslatish. 2. Matrisalar ustida amallarga mayyan sonli misollar iechish. 3. Matrisaning rangi va uni hisoblashga misollar iechish. 4. Teskari matrisa va uni topishga mayyan sonli misollar iechish.
Asosiy tushuncha va atamalar	Matritsa, matritsaning o'lchami, matritsaning determinanti, maxsus matritsa, maxsusmas matritsa, bosh diagonal, diagonal matritsa, birlik matritsa, transponirlangan matritsa, teng matritsalar, matritsalarining yig'indisi, matritsani songa ko'paytirish, matritsalar ko'paytmasi, matritsaning k-tartibli minori, matritsaning rangi, elementar almashtirishlar, teskari matritsa.
Amaliy mashg'ulotining maqsadi	Matrisalar va ular ustida amallar haqidagi tasavvurini mustahkamlash va u haqidagi tasavvurlarini chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Matrisalar haqida umumiy tushunchalarni eslatish. 4. Matrisalar ustida amallarni mayyan sonli misollarda chishni ko'rsatish. 5. Matrisaning rangi va uni hisoblashga misollar iechish. 6. Teskari matrisa va uni topishga mayyan sonli misollar iechishni ko'rsatish.	1. Matrisalar haqida umumiy tushunchalarni eslatish. 2. Matrisalar ustida amallari(mayyan sonli misollarda) qoidalarini qo'llab misollar echishni bilish. - Algebra va uning rivojlanish tarixini anglash. 3. Matrisaning rangi va uni hisoblashga misollar iechishni bilish. 4. Teskari matrisa va uni topishga mayyan sonli misollar iechishni bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy

	hujum, suhbat, munozara, insert.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Matrisalar va ular ustida amallar" amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (15 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(9.1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(9.2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)). Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(50-daqiqa)	2.1.Talabalarni 4 ta o'quv guruhiga bo'linadi. va har biriga vazifalar beradi(9.3-ilova). Guruhlarda o'quv vazifasini bajarish bo'yicha ishni tashkil qiladi. Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi(9.4-ilova). O'quv faoliyati natijalarini eslatadi. Vazifani bajarishda o'quv materiallaridan foydalanish mumkinligini eslatadi. Guruhlarda ish boshlanganligini malum qiladi. 2.2. Berilgan topshiriqlarni har bir guruh lideri bittadan doskada izohlashga, ya'ni prezentatsiyaga tayyorlashni so'raydi.Taqdimot boshlanishini e'lon qiladi. Taqdimot vaqtida javoblarga izoh beradi, to'g'ri e'chimlarga e'tibor beradi, xatolarni ko'rsatadi. Talabalar bilan birgalikda javoblar to'g'riligini baholaydi, savollarga javob	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar.

	beradi. 2.3. Guruhlar bajargan ishlari bo'yicha o'z-o'zini baholaydilar va tekshiradilar. 2.4. Javoblarni to'ldiradi va qisqacha xulosalar qiladi.	Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(9.3,9.5,9.6-ilovalar). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(9.7-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; Tinglaydilar. Topshiriqlarni yozadilar.

9. 1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

9. 2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan belgilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:

V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo

№	Mavzu savollari	Bila man	Bilishni xoxlay man	Bilib oldim
1	$m \times n$ o'lchamli matritsa deb nimaga aytiladi?			
2	Kvadrat matritsa qanday bo'ladi va uning determinanti deb nimaga aytiladi?			
3	Maxsus va maxsusmas matritsalar qanday bo'ladi?			
4	Kvadrat matritsaning bosh diagonal deb nimaga aytiladi va diagonal matritsa qanday bo'ladi?			
5	Birlik matritsa deb qanday matritsaga aytiladi?			
6	Satr va ustun matritsalar deb qanday matritsaga aytiladi?			
7	Transponirlangan matritsa qanday bo'ladi?			
8	Qanday matritsalarini qo'shish mumkin va u qanday bajariladi?			
9	A matritsani λ songa ko'paytirish deb nimaga aytiladi?			
10	A matritsani λ songa ko'paytirish deb nimaga aytiladi?			
11	Matritsaning rangi deb nimaga aytiladi?			
12	Teskari matritsa deb qanday matritsaga aytiladi va A kvadrat matrisa teskari matritsa qanday topiladi?			

Kichik guruhlarda ishlash qoidasi

1. Talabalar ishni bajarish uchun zarur bilim va malakalarga ega bo'lmog'i lozim.
2. Guruhlarga aniq topshiriqlar berilmog'i lozim.
3. Kichik guruh oldiga qo'yilgan topshiriqni bajarish uchun yetarli vaqt ajratiladi.
4. Guruhlardagi fikrlar chegaralanmaganligi va tazyiqqa uchramasligi haqida ogohlantirilishi zarur.
5. Guruh ish natijalarini qanday taqdim etishini aniq bilish-lari, o'qituvchi ularga yo'riqnoma berishi lozim.
6. Nima bo'lganda ham muloqotda bo'ling, o'z fikringizni erkin namoyon eting.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix} \text{ matrisalarning yig'indisini toping.}$$

2. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ matrisalarni ko'paytiring.}$$

3. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 7 & 5 \\ 6 & -2 & 4 & 24 \end{pmatrix},$$

matrisaning rangini hisoblang.

4. Ushbu

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 5 & 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ matrisaga teskari matrisalarni toping.}$$

2-varaqa

1. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 6 & -4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix} \text{ matrisalarning yig'indisini toping.}$$

2. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \text{ matrisalarni ko'paytiring.}$$

3. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & -2 & 4 & 34 \end{pmatrix},$$

matrisaning rangini hisoblang.

4. Ushbu

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 4 & -3 & 2 \\ 5 & -4 & 3 \end{pmatrix} \text{ matrisalarga teskari matrisani toping.}$$

3-varaqa

1. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix} \text{ matrisalarning yig'indisini toping.}$$

2. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ matrisalarni ko'paytiring.}$$

3. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 8 & -2 & 4 & 24 \end{pmatrix},$$

matrisaning rangini hisoblang.

4. Ushbu

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 5 & 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ matrisalarga teskari matrisalarni toping.}$$

4-varaqa

1. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \\ 2 & -9 \end{pmatrix} \text{ matrisalarning yig'indisini toping.}$$

2. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ matrisalarni ko'paytiring.}$$

3. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 6 & -2 & 4 & -24 \end{pmatrix},$$

matrisaning rangini hisoblang.

4. Ushbu

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 5 & 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ matrisaga teskari matrisalarni toping.}$$

9. 4-ilova

“Matrisalar va ular ustida amallar”_ mavzusi bo'yicha tarqatma material

1. $m \times n$ o'lchamli matritsa.

Ta'rif. m ta satrli va n ta ustunli to'g'ri burchakli $m \cdot n$ ta elementlardan tuzilgan jadval

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ ga}$$

$m \times n$ o'lchamli matritsa deyiladi.

2. Kvadrat matritsa .

Matrisada satrlar soni ustunlar soniga teng bo'lsa, bunday matrisal **kvadrat matritsa** deb ataladi.

3. Matritsaning determinanti.

Har bir n tartibli kvadrat matritsa uchun uning elementlaridan tuzilgan *determinantni* hisoblash mumkin, bu determinantga A matrisaning **determinanti** deyiladi va $\det A$ yoki $|A|$ bilan belgilanadi.

4. Maxsus matritsa.

A matrisaning **determinanti** $\det A = 0$ bo'lsa, A matrisaga **maxsus matritsa** deyiladi

5. Maxsusmas matritsa.

A matrisaning **determinanti** 0 dan farqli ya'ni $\det A \neq 0$ bo'lsa, A matrisaga **maxsus matritsa** deyiladi.

6. Kvadrat matritsaning bosh diagonal.

Kvadrat matrisaning $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ elementlar joylashgan diagonal **bosh diagonal** deyiladi

7. Diagonal matritsa .

Bosh diagonaldagi elementlar 0 dan farqli, boshqa barcha elementlari 0 ga teng kvadrat matritsa **diagonal matritsa** deyiladi. Masalan,

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

8. Birlik matritsa.

Diagonaldagi barcha elementlari 1 ga teng diagonal matritsa **birlik matritsa** deyiladi va

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

bilan belgilanadi.

9. Satr matritsa. Ustun matritsa

Faqat bitta satrdan iborat $(a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{14} \)$ matritsaga **satr** matritsa deyiladi.

10. Ustun matritsa.

Faqat bitta ustunga ega

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{pmatrix}$$

matritsaga **ustun** matritsa deb ataladi.

11. Transponirlangan matritsa .

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \text{-----} & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

matritsaga quyidagi matritsani mos qo'yish mumkin:

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Bu matritsaning har bir satri A matritsaning unga mos ustunidan iborat. A^T matritsani A matritsaga nisbatan **transponirlangan** deyiladi.

12. Matritsalar yig'indisi.

Bir xil o'lchamli $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ ($i = \overline{1m}, j = \overline{1n}$) matritsalarini qo'shish mumkin. Bir xil o'lchamli $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ ($i = \overline{1m}, j = \overline{1n}$) matritsalarining yig'indisi deb, elementlari $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ravishda aniqlanadigan uchinchi $C = (c_{ij})$ matritsaga aytiladi. Ravshanki, C matritsaning o'lchami oldingi matritsalarining o'lchami bilan bir xil bo'ladi. Masalan:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ va } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

matritsalar yig'indisi

$$A + B = \begin{pmatrix} 1+0 & 2+1 & 0+3 \\ 3-2 & 1+4 & -1+2 \\ 0+5 & 4+0 & 5+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} = C$$

13. A matritsani λ songa ko'paytirish.

A matritsani λ songa ko'paytirish deb uning hamma elementlarini shu songa ko'paytirishga aytiladi, ya'ni

$$\lambda A = \lambda \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ \lambda a_{31} & \lambda a_{32} & \lambda a_{33} \end{pmatrix}$$

masalan,

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

matritsani $\lambda = 3$ ga ko'paytirsak,

$$\lambda A = 3 \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 6 & 0 \\ 12 & 9 & 3 \\ 15 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

bo'ladi.

14. Matritsalarini bir-biriga ko'paytirish.

$m \cdot k$ o'lchamli $A = (a_{ij})$ matritsaning $k \cdot n$ o'lchamli $B = (b_{ij})$

matrisaga, ko'paytmasi deb $m \cdot n$ o'lchamli shunday $C = (c_{ij})$ matrisaga aytiladiki uning c_{ij} elementi A matrisa i -satri elementlarini B matrisa j -ustunining mos elementlariga ko'paytmalari yig'indisiga teng, ya'ni:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ik}b_{kj}$$

bo'ladi.

Matrisalar ko'paytmasi $C = AB$ bilan belgilanadi. Demak, matrisalarni ko'paytirish uchun birinchi ko'paytuvchining ustunlari soni, 2-ko'paytuvchining satrlari soniga teng bo'lishi talab qilinadi. Shu sababli, umuman $AB \neq BA$.

15. Matritsaning ranggi.

Ta'rif. A matrisaning 0 dan farqli minorlarining eng yuqori tartibiga A **matrisaning rangi** deyiladi.

1-misol.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & -6 & -5 \\ 1 & -4 & -2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

matrisaning rangini hisoblang. A matrisaning rangini hisoblash uchun elementar almashtirishlardan foydalanamiz. Birinchi satr elementlarini ikkinchi satr elementlariga, birinchi satr elementlarini (-2) ga ko'paytirib, uchinchi satr elementlariga, hamda uchinchi satr elementlarini to'rtinchi satr elementlariga qo'shib quyidagi matrisani hosil qilamiz:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 5 & 1 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Keyingi matrisada 2-satrini (-1) ga ko'paytirib to'rtinchi satriga qo'shsak

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

matrisa

hosil

bo'ladi.

Bu

matrisada

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 5 + 2 = 7 \neq 0$$

bo'lib, to'rtinchi tartibli minorlar 0 ga teng. Shunday qilib, berilgan matrisaning rangi 3 ga teng.

16. Elementar almashtirishlar.

Matrisa rangini bevosita hisoblashda ko'p sondagi determinantlarni hisoblashga to'g'ri keladi. Quyidagi amallardan foydalanib matrisa rangini hisoblash qulayroq. Matrisada: 1) faqat 0 lardan iborat satri (ustuni)ni o'chirishdan; 2) ikkita satr (ustun)ning o'rinlarini almashtirishdan; 3) biror satr (ustun)ning elementlarinibiror $\lambda \neq 0$ songa ko'paytirib, boshqa satr (ustun) mos elementlariga qo'shish; 4) matrisani transponirlashdan, uning rangi o'zgarmaydi. Bu amallarga odatda **elementar almashtirishlar** deyiladi.

17. Teskari matritsa.

A kvadrat matrisa uchun $AB = BA = E$ birlik matrisa bo'lsa, B kvadrat matrisa A matrisaga **teskari matrisa** deyiladi. Odatda, A matrisaga teskari matrisa A^{-1} bilan belgilanadi.

A kvadrat matrisa uchun $\det A \neq 0$ bo'lsa, unga teskari bo'lgan yagona matrisa A^{-1} mavjud.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \text{-----} & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

matrisaga teskari A^{-1} matrisa

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \text{-----} & & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

formula bilan topiladi. Bunda A_{ij} mos ravishda a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari va $\Delta = \det A$.

2-misol. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

matrisaga teskari matrisani toping.

Yechish. Oldin A matrisaning determinantini hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 18 + 4 + 3 - 2 - 12 - 9 = 2 \neq 0.$$

Yuqoridagi teoremaga asosan teskari matrisa mavjud, chunki

$$\Delta = 2 \neq 0$$

ya'ni, berilgan matrisa maxsusmas matrisadir. A^{-1} ni topish uchun A matrisa hamma elementlarining algebraik to'ldiruvchilarini topamiz:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 6, \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = -5, \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = -6, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 8,$$

$$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -2, \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 2,$$

$$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -3, \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

(1) teskari matrisani topish formulasiga asosan

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 6 & -6 & 2 \\ -5 & 8 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

bo'ladi. A^{-1} teskari matrisaning to'g'ri topilganligini

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E$$

tenglikning bajarilishi bilan tekshirib ko'rish mumkin, haqiqatan ham,

$$\begin{aligned}
AA^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2.5 & 4 & -1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 1 \cdot (-2.5) + 1 \cdot 0.5 & 1 \cdot (-3) + 1 \cdot 4 + 1 \cdot (-1) & 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1.5) + 1 \cdot 0.5 \\ 1 \cdot 3 + 2 \cdot (-2.5) + 4 \cdot 0.5 & 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 4 + 4 \cdot (-1) & 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1.5) + 4 \cdot 0.5 \\ 1 \cdot 3 + 3 \cdot (-2.5) + 9 \cdot 0.5 & 1 \cdot (-3) + 3 \cdot 4 + 9 \cdot (-1) & 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-1.5) + 9 \cdot 0.5 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

ya'ni, $AA^{-1} = E$ birlik matrisa hosil bo'ladi, bu A^{-1} teskari matrisaning to'g'ri topilganligini isbotlaydi.

9. 5-ilova

“Matritsalar va ular ustida amallar” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. $m \times n$ **o'lchamli** matritsa deb nimaga aytiladi?

A). Ta'rif. m ta satrli va n ta ustunli to'g'ri burchakli $m \cdot n$ ta elementlardan tuzilgan jadval

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \text{-----} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ jadval ga}$$

$m \times n$ **o'lchamli matrisa** deyiladi.

B). Ta'rif. m ta satrli va n ta ustunli to'g'ri burchakli $m \cdot n$ ta elementlardan tuzilgan jadval

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ \text{-----} \end{pmatrix} \text{ jadvalga}$$

$m \times n$ **o'lchamli matrisa** deyiladi.

D). Ta'rif. m ta satrli va n ta ustunli to'g'ri burchakli $m \cdot n$ ta elementlardan tuzilgan jadval

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \text{-----} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ jadval ga}$$

$n \times m$ **o'lchamli matrisa** deyiladi.

E) To'g'ri javob yo'q

2. Kvadrat matrisa deb qanday matrisaga aytiladi?

A) satrlar soni ustunlar soniga teng bo'lsa

B) n ta satrga ega bo'lsa

D) m ta ustundan iborat bo'lsa

E) 2 ta satrdan iborat bo'lsa

3. Kvadrat matrisaning determinanti nima?

A) matrisaning mos elementlaridan tuzilgan determinant

B) matrisaning satrlardan tuzilgan determinant

D) matrisaning ustunlaridan tuzilgan determinant

E) matrisaning determinanti bo'lmaydi

4. Qanday matrisaga maxsus matrisa deyiladi?

A) matrisaning determinanti 0 ga teng bo'lsa

B) matrisaning determinanti 0 dan farqli bo'lsa

D) matrisaning determinanti mavjud bo'lmasa

E) matrisaning determinanti mavjud bo'lsa

5. Maxsusmas matrisa deb nimaga aytiladi?

A) matrisaning determinanti 0 dan farqli bo'lsa

B) matrisaning determinanti 0 ga teng bo'lsa

D) matrisaning determinanti mavjud bo'lsa

E) matrisaning determinanti mavjud bo'lmasa

6. Birlik matrisa deb nimaga aytiladi?

A) bosh diagonaldagi elementlar 1 lardan iborat bo'lib, boshqa elementlari 0 lardan iborat bo'lgan matrisaga

B) hamma elementlari 1 lardan iborat matrisaga

D) hamma elementlari 0 lardan iborat matrisaga

E) determinanti 0 ga teng matrisaga

7. Qanday matrisalarga teng deyiladi?

A) hamma mos elementlari o'zaro teng

B) satrlar soni satrlari soniga teng

D) ustunlari soni ustunlari soniga teng

E) satrlari soni va ustunlari soni o'zaro teng

8. Matrisalar yig'indisi qanday topiladi?

A) o'lchamlari bir xil bo'lgan matrisa, mos elementlarini qo'shib

B) satrlaridagi elementlarini mos ustunlaridagi elementlariga qo'shib

D) ustunlaridagi elementlarini satrlaridagi elementlariga qo'shib

E) matrisalarning hamma elementlarini qo'shib

9. Matrisani songa ko'paytirish qanday bajariladi?

A) matrisaning hamma elementlarini shu songa ko'paytirib

B) biror satri elementlarini shu songa ko'paytirib

D) biror ustuni elementlarini songa ko'paytirib

E) songa ko'paytirish mumkin emas

10. Qanday matrisalarni ko'paytirish mumkin?

A) birinchi matrisaning ustunlari soni ikkinchi matrisaning satrlar soniga teng bo'lsa

B) matrisalarni ko'paytirish mumkin emas

D) birinchi matrisaning satrlari soni ikkinchi matrisa ustunlari soniga teng bo'lsa

E) har qanday matrisalarni ko'paytirish mumkin

11. Matrisaning rangi nima?

A) 0 ga teng bo'lmagan minorlarining eng yuqori tartibi

B) 0 ga teng bo'lgan minorlarining tartibiga

D) uning determinantining tartibi

E) 0 ga teng bo'lmagan determinanti

12. A matrisaga teskari matrisa deb qanday matrisaga aytiladi?

A) $A^{-1}A = E$ ya'ni A matrisaga ko'paytirganda birlik matrisa E ni hosil qiladigan A^{-1} matrisaga aytiladi

B) teskari matrisa mavjud emas

D) teskari matrisa mavjud

E) teskari matrisa birlik matrisa

II darajali testlar

13. A kvadrat matrisaga teskari matritsa qanday topiladi?

A) $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ matrisagateskari A^{-1} matrisa

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

formula bilan topiladi. Bunda A_{ij} mos ravishda a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari va $\Delta = \det A$.

$$\text{B)} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \text{---} & \text{---} \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{matrisaga} \quad \text{teskari} \quad A^{-1} \quad \text{matrisa}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \cdots A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} \cdots A_{n2} \\ \text{---} & \text{---} \\ A_{1n} & A_{2n} \cdots A_{nn} \end{pmatrix}$$

formula bilan topiladi. Bunda A_{ij} mos ravishda a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari.

$$\text{D)} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \text{---} & \text{---} \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{matrisaga} \quad \text{teskari} \quad A^{-1} \quad \text{matrisa}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \cdots A_{n1} \\ A_{21} & A_{22} \cdots A_{n2} \\ \text{---} & \text{---} \\ A_{1n} & A_{2n} \cdots A_{nn} \end{pmatrix}$$

formula bilan topiladi. Bunda A_{ij} mos ravishda a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari va $\Delta = \det A$.

$$\text{E)} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \text{---} & \text{---} \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{matrisaga} \quad \text{teskari} \quad A^{-1} \quad \text{matrisa}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{22} & A_{12} \cdots A_{n1n} \\ A_{21} & A_{11} \cdots A_{n2} \\ \text{---} & \text{---} \\ A_{1n} & A_{2n} \cdots A_{nn} \end{pmatrix}$$

formula bilan topiladi. Bunda A_{ij} mos ravishda a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari va $\Delta = \det A$.

$$14. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{va} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

matrisalar yig'indisi bolgan C matritsani toping.

$$A) C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} \quad B) C = \begin{pmatrix} 1 & 13 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} \quad D) C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} \quad E) C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{va} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{matrisalarni ko'paytiring.}$$

$$A) AB = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ -3 & -15 & -6 \end{pmatrix} \quad B) \text{ ko'paytirish mumkin emas}$$

$$D) AB = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -15 \end{pmatrix} \quad E) AB = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 15 \end{pmatrix}$$

$$16. A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{bo'lsa, } 3A \text{ ni toping.}$$

$$A) 3A = \begin{pmatrix} -9 & 6 & 0 \\ 12 & 9 & 3 \\ 15 & 6 & 18 \end{pmatrix} \quad B) 3A = \begin{pmatrix} -9 & 6 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$D) 3A = \begin{pmatrix} -9 & 2 & 0 \\ 12 & 3 & 3 \\ 15 & 2 & 18 \end{pmatrix} \quad E) 3A = \begin{pmatrix} -9 & 6 & 0 \\ 12 & 9 & 3 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

III darajali testlar

$$17. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \\ 7 & 10 \end{pmatrix} \quad \text{matrisaning ranggini toping.}$$

$$A) 2 \quad B) -2 \quad D) 3 \quad E) 1$$

$$18. \text{ Ushbu } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{matrisaga teskari matrisani toping.}$$

$$A) A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$B) A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -0,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$D) A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$E) A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -5 & 4 & 0 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

9.6-ilova

Berilgan mazmunga qarab “Matrisalar va ular ustida amallar” mavzusi bo‘yicha talabalar bilishi lozim bo‘lgan savol(javob)lar

savollar	javoblar
1. $m \times n$ o‘lchamli matritsa deb nimaga aytiladi?	1. Ta’rif. m ta satrli va n ta ustunli to‘g‘ri burchakli $m \cdot n$ elementlardan tuzilgan jadval $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ ga $m \times n$ o‘lchamli matrisa deyiladi.
2. Kvadrat matritsa qanday bo‘ladi?	2. Matrisada satrlar soni ustunlar soniga teng bo‘lsa, bunda matrisal kvadrat matrisa deb ataladi.
3. Matritsaning determinanti deb nimaga aytiladi?	3. Har bir n tartibli kvadrat matrisa uchun uning elementlarida tuzilgan determinantni hisoblash mumkin, bu determinantga A matrisaning determinanti deyiladi va $\det A$ yoki $ A $ bilan belgilanadi.
4. Maxsus matritsa deb qanday matritsaga aytiladi?	4. A matrisaning determinanti $\det A = 0$ bo‘lsa, A matrisaga maxsus matrisa deyiladi.
5. Maxsus matritsa qanday bo‘ladi?	5. A matrisaning determinanti 0 dan farqli ya’ni $\det A \neq 0$ bo‘lsa, A matrisaga maxsus matrisa deyiladi.
6. Kvadrat matritsaning bosh diagonal deb nimaga aytiladi?	6. Kvadrat matrisaning $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ elementlari joylashgan diagonal bosh diagonal deyiladi.
7. Diagonal matritsa deb qanday bo‘ladi?	7. Bosh diagonalda elementlar 0 dan farqli, boshqa barcha elementlari 0 ga teng kvadrat matrisa diagonal matrisa deyiladi. Masalan,

8. Birlik matritsa deb qanday matritsaga aytiladi? 9. Satr matritsa qanday bo'ladi? 10. Ustun matritsa deb qanday matritsaga aytiladi? 11. Transponirlangan matritsa qanday bo'ladi? 12. Qanday matritsalar ni qo'shish mumkin va u qanday bajariladi?	$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 8. Diagonaldagi barcha elementlari 1 ga teng diagonal matritsa birl. matritsa deyiladi va $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ bilan belgilanadi. 9. Faqat bitta satrdan iborat $(a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{14})$ matritsaga satr matritsa deyiladi. 10. Faqat bitta ustunga ega $\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{pmatrix}$ matritsaga ustun matritsa deb ataladi. 11. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ matritsaga quyidagi matritsani mos qo'yish mumkin: $A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ Bu matritsaning har bir satri A matritsaning unga mos ustunida iborat. A^T matritsani A matritsaga nisbatan transponirlangan deyiladi. 12. Bir xil o'lchamli $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ ($i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$) matritsalar ni
---	--

13. A matritsani λ songa ko'paytirish deb nimaga aytiladi? 14. Qanday matritsalar bir-biriga ko'paytirish mumkin va u qanday bajariladi?	qo'shish mumkin. Bir xil o'lchamli $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ ($i = \overline{1m}, j = \overline{1n}$) matritsalarining yig'indisi deb, elementlar $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ravishda aniqlanadigan uchinchi $C = (c_{ij})$ matritsaga aytiladi. Ravshanki, C matritsaning o'lchami oldingi matritsalarining o'lchami bilan bir xil bo'ladi. Masalan $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{va} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ matritsalar yig'indisi $A + B = \begin{pmatrix} 1+0 & 2+1 & 0+3 \\ 3-2 & 1+4 & -1+2 \\ 0+5 & 4+0 & 5+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix} = C$ 13. A matritsani λ songa ko'paytirish deb uning hammasi elementlarini shu songa ko'paytirishga aytiladi, ya'ni $\lambda A = \lambda \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ \lambda a_{31} & \lambda a_{32} & \lambda a_{33} \end{pmatrix}$ masalan, $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ matritsani $\lambda = 3$ ga ko'paytirsak, $\lambda A = 3 \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 6 & 0 \\ 12 & 9 & 3 \\ 15 & 6 & 12 \end{pmatrix}$ bo'ladi. 14. $m \cdot k$ o'lchamli $A = (a_{ij})$ matritsaning $k \cdot n$ o'lchamli $B = (b_{ij})$ matritsaga, ko'paytmasi deb $m \cdot n$ o'lchamli shunda $C = (c_{ij})$ matritsaga aytiladiki uning c_{ij} elementi A matritsa i-satrlari elementlarini B matritsa j-ustunining mos elementlariga ko'paytmalari yig'indisiga teng, ya'ni: $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ik}b_{kj}$ bo'ladi. Matritsalar ko'paytmasi $C = AB$ bilan belgilanadi. Demak, matritsalarini ko'paytirish uchun birinchi ko'paytuvchining ustunlari soni, 2- ko'paytuvchining satrlari soniga teng bo'lishi talab qilinadi.
--	---

15. Matritsaning rangi deb nimaga aytiladi?

16. Elementar almashtirishlar qanday almashtirishlar?

$$17. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & -6 & -5 \\ 1 & -4 & -2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

matritsaning rangini hisoblang.

18. Teskari matritsa deb qanday matritsaga aytiladi?

Shu sababli, umuman $AB \neq BA$.

15. **Ta'rif.** A matritsaning 0 dan farqli minorlarining eng yuqori tartibiga **A matritsaning rangi** deyiladi.

16. Matritsa rangini bevosita hisoblashda ko'p sonli determinantlarni hisoblashga to'g'ri keladi. Quyidagi amallarda foydalanib matritsa rangini hisoblash qulayroq. Matritsada: 1) faqat lardan iborat satri (ustuni)ni o'chirishdan; 2) ikkita satr (ustun)ni o'rinlarini almashtirishdan; 3) biror satr (ustun)ni elementlarini biror $\lambda \neq 0$ songa ko'paytirib, boshqa satr (ustun)ni elementlariga qo'shish; 4) matritsani transponirlashdan, uning rangi o'zgarmaydi. Bu amallarga odatda **elementar almashtirishlar** deyiladi.

17. A matritsaning rangini hisoblash uchun elementar almashtirishlardan foydalanamiz. Birinchi satr elementlarini ikkinchi satr elementlariga, birinchi satr elementlarini (-2) ga ko'paytirib, uchinchi satr elementlariga, hamda uchinchi satr elementlarini to'rtinchi satr elementlariga qo'shib quyidagi matritsa hosil qilamiz:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 5 & 1 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Keyingi matritsada 2-satirini (-1) ga ko'paytirib to'rtinchi satriga qo'shsak

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

matritsa hosil bo'ladi. Bu matritsa

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 5 + 2 = 7 \neq 0$$

bo'lib, to'rtinchi tartibli minorlar 0 ga teng. Shunday qilib, berilgan matritsaning rangi 3 ga teng.

18. A kvadrat matritsa uchun $AB = BA = E$ birlik matritsa bo'lsa, A kvadrat matritsa A matritsaga **teskari matritsa** deyiladi. Odatda, A matritsaga teskari matritsa A^{-1} bilan belgilanadi.

19. A kvadrat matrisa teskari matritsa qanday topiladi?

20. Ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

matrisaga teskari matrisani toping.

19. A kvadrat matrisa uchun $\det A \neq 0$ bo'lsa, unga teskari bo'lgan yagona matrisa A^{-1} mavjud.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

matrisaga teskari A^{-1} matrisa

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

formula bilan topiladi. Bunda A_{ij} mos ravishda a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari va $\Delta = \det A$.

20. Oldin A matrisaning determinantini hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 18 + 4 + 3 - 2 - 12 - 9 = 2 \neq 0.$$

Yuqoridagi teorema asosan teskari matrisa mavjud, chunki $\Delta = 2 \neq 0$

ya'ni, berilgan matrisa maxsusmas matrisadir. A^{-1} ni topish uchun A matrisa hamma elementlarining algebraik to'ldiruvchilari

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 6, \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = -5, \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = -6, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 8,$$

topamiz:

$$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -2, \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 2,$$

$$A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -3, \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.$$

Teskari matrisani topish

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

formulasiga asosan

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 6 & -6 & 2 \\ -5 & 8 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

bo'ladi. A^{-1} teskari matrisaning to'g'ri topilganligini

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E$$

tenglikning bajarilishi bilan tekshirib ko'rish mumkin.

9.7-ilova

“Matritsalar va ular ustida amallar” mavzusi bo'yicha mustaqil ish uchun savollar

Mustaqi ish uchun savollar	O'rganish uchun tavsiya etilgan adabiyotlar
1. Matritsalar hisobi(algebrasi)ga keltiriladigan qanday iqtisodiy masalalarni bilasiz?. 2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ va $B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 2 \\ 5 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ matrisalar berilgan. A va B matrisalarni ko'paytiring. 3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$	1. T.J Jo'rayev, L.Sadullayev, G. Xudoyberganov, X. Mansurov, A. Vorisov. «Oliy matematika asoslari.» I.T. «O'zbekiston. 1985. 2 Yo.U. Soatov. «Oliy matematika». I.T.: O'zbekiston. 1983. 3. Begmatov A.B. Oliy matematika. O'quv qo'llanma. Sam.KI. 2003. 250b. 4. Begmatov A.B.,

Matritsalar berilgan. Matrisalarni ko'paytirish ushbu $A \cdot (BC) = (AB) \cdot C$ guruhlash hamda $(A + B) \cdot C = AC + BC$ taqsimot xossasiga ega ekanligini isbotlng. 4. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 4 & 34 \end{pmatrix}$, matrisalarning rangini hisoblang. 5. $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$ matrisalarga teskari matrisalarni toping. 6. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & 7 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 5 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ matrisalarni ko'paytiring. 7. $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & -5 & 1 \\ 1 & 1-3 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ matrisalarning rangini hisoblang.	Yakubov M.Ya. Iqtisodchilar uchun matematika. Ma'ruzalar matni. Samarqand, SamQHI, 2003 y. 300 b. 5. Begmatov A., Umarov T.I., Qo'ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Ma'ruzalar matni. SamISI. 2009. 347b. 6. Begmatov A.B., Qo'ldoshev A.Ch., Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Amaliy mashg'ulotlar uchun uslubiy qo'llanma. Samarqand. SamISI. 2009. 297b. 7. Begmatov A.B., Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Izohli lug'at. SamISI. Hajmi 5 b.t. 8. Begmatov A.B., Umarov T.I., Qo'ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Mustaqil ta'lim uchun uslubiy ko'rsatma. SamISI. 2009. 16b.
--	---