

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS
TA‘LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Begmatov A.

OLIJ MATEMATIKA KAFEDRASI

Determinantlar va ularning xossalari

**amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash
bo‘yicha uslubiy qo‘llanma**

SAMARQAND • 2011

A.Begmatov. Determinantlar va ularning xossalari. Amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash bo‘yicha uslubiy qo‘llanma. SamISI. 2011. – 26 b.

Taqrizchilar:

Mamirov U. E. f-m.f.n., dotsent, Samarqand Davlat universiteti;

Umarov T.I. SamISI, «Oliy matematika» kafedrası dotsenti.

Uslubiy qo‘llanma „Oliy matematika“ kafedrası majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(4-son bayonnoma, 24 mart, 2011 yil).

Ushbu uslubiy qo‘llanmada **“Determinantlar va ularning xossalari” mavzusi amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab o‘qitish bo‘yicha tavsiyalar ishlab chiqilgan. Qo‘llanmadan “Determinantlar va ularning xossalari” mavzusi amaliy mashg‘ulotini tashkil etish va o‘tkazishda foydalanish mumkin.**

Oliy matematika fanini ilg'or pedagogik texnologiyalarni qo'llab o'qitish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar

O'zbekiston Respublikasi taraqqiyotida halqning boy ma'naviy salohiyati va umuminsoniy qadriyatlarga hamda hozirgi zamon madaniyati, iqtisodiyoti, ilmi, texnikasi va texnologiyasining so'nggi yutuqlariga asoslangan mukammal ta'lim tizimini barpo etish dolzarb ahamiyatga ega.

Ma'lumki, kadrlar tayyorlash Milliy dasturida ilg'or pedagogik texnologiyalarni joriy qilish va o'zlashtirish zarurligi ko'p marta takrorlanib, "...yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan foydalanib, talabalarni o'qitishni jadallashtirish" ko'zda tutilgan.

Pedagogik texnologiyaga YUNESKOning bergan ta'rifini keltiramiz:

"Pedagogik texnologiya – bu butun o'qitish va bilimlarni o'zlashtirish jarayonida o'z oldiga ta'lim shakllarini samaradorlashtirish vazifasini qo'yuvchi texnik hamda shaxs resurslari va ularning o'zaro aloqasini hisobga olib, bilimlarni yaratish, qo'llash (va belgilash)ning tizimli usulidir". Bu ta'rifdagi asosiy tushuncha "tizimli usul" bo'lib, aynan tizimli yondashuv pedagogik texnologiyaning, o'qitishga boshqa yondashuvlardan farqlanuvchi asosiy belgisi hisoblanadi. Ta'lim maqsadlari, uning mazmuni, o'qitish va ta'lim berish usullari, nazorat va natijalarni baholashni o'zaro bog'liklikda loyihalash- ko'pincha an'anaviy o'quv jarayonida yetishmaydigan narsadir.

Jaxon pedagogika fani ilmiy – texnika taraqqiyoti ta'sirini boshdan kechirib, psixologiya, kibernetika, tizimlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va boshqa fanlar yutuqlarini birlashtirib, hozirgi davrda faol yangilanish (innovatsiya) jarayonlari bosqichida turar ekan, inson imkoniyatlarini samarali rivojlantirish amaliyotiga boy mahsul bermoqda.

Pedagogik texnologiya usullari (boshda) dastlab o'qitishning harakatini namunaviy vaziyatdagi (belgilangan qoida bo'yicha) o'zlashtirish talab etiladigan mahsuldor (reproduktiv) darajasi uchun ishlab chiqilgan. Mahsuldor ta'lim har qanday ta'limning zaruriy tarkibiy qismi hisoblanib, u insoniyat jamg'argan tajribani aniq o'quv fani doirasida o'zlashtirish bilan bog'liq. Ta'lim oluvchilarda bilim va ko'nikmalarning ma'lum "poydevori" hosil qilingandan keyingina ta'limning natijali (produktiv) va ijodiy yondashish usullariga ko'chish mumkin. Pedagogik texnologiya oqimi 70-80 yillarda AQShda yuzaga keldi va YUNESKO kabi nufuzli tashkilot tomonidan tan olindi va qo'llab – quvvatlandi va hozirgi kunda ko'pgina mamlakatlarda muvaffaqiyatli o'zlashtirilmoqda.

Ma'lumki, tubdan farq qiluvchi uchta ta'lim turlarini ajratish mumkin. Bular: og'zaki- ko'rgazmali, texnologik va izlanuvchan-ijodiy ta'lim turlari hisoblanadi.

1. Og'zaki – ko'rgazmali an'anaviy bo'lib, o'qituvchining axborot berishi, talabalarining bilimlarni qabul qilishi, to'plashi va xotirasida saqlashi bilan belgilanadi. Ta'limda og'zaki-ko'rgazmali yondashuv juda katta tajribaga ega bo'lib, qismlarga ajratib ishlab chiqilgan va ta'lim tizimida ulkan xizmat ko'rsatdi. Jadal suratlar bilan o'sib borayotgan fan va texnika talablari, ta'lim tizimidagi istlohatlar, raqobotbardosh kadrlar tayyorlash, shaxsni rivojlantirish, uning

ma'lumot olish istaklarini to'laroq qondirishga bo'lgan jamiyat ehtiyojlari o'qitish usullariga yangicha yondashishni talab qilmoqda.

2. Tal'imga texnologik yondashuvning umumiy tavsifnomasi (qismlarga ajratilmagan holda), ta'limning juda oddiy mahsuldor darajasi sifati misolida qaraladi. O'quv ishlari yuqori natijalarga erishishga qaratilgan bo'lib, yo'naltirilganlik, mashg'ul bo'lish, musobaqalashish va o'zaro yordamlashish tushunchalari mavjud bo'ladi.

3. Izlanuvchan yondashuvdagi maqsad, talabalarda muammoni hal etish, yangi, oxirigacha tugallanmagan tajribani o'zlashtirish, ta'sir etishning yangi yo'llarini yaratish qobiliyatlarini, shaxsiy idrokni rivojlantirishdan iboratdir.

Izlanuvchan ta'lim andozasining ta'lim mazmuni, tabiat va jamiyat bilan o'zaro ta'siri natijasida shaxsda tadqiqotchilik va jadal ijodiy harakterli faoliyat yo'li boshlanadi.

O'quv jarayonining texnologik shakl modeli va uning amaliy tadbiqu yangilik xususiyatiga ega bo'lib, an'anaviy ta'limni qayta shakllantiradi. "Pedagogik texnologiya" so'z birikmasi asosida "Texnologiya", "Texnologik jarayon" tushunchasi yotadi. Bu tushuncha orqali sanoatda tayyor mahsulotni olish uchun bajariladigan ishlarning ketma – ketligi haqidagi hujjat, ta'limda esa fan bo'yicha uslubiy tadbirlar majmuasi tushuniladi.

Pedagogik texnologiyada asosiy yo'l aniq belgilangan maqsadlarga qaratilganlik, ta'lim oluvchi bilan muntazam o'zaro aloqani o'rnatish, pedagogik texnologiyaning falsafiy asosi hisoblangan ta'lim oluvchining xatti – harakati orqali o'qitishdir. O'zaro aloqa pedagogik texnologiya asosini tashkil qilib, o'quv jarayonini to'liq qamrab olish kerak.

Pedagogik texnologiyada nazarda tutiladigan maqsadlarni qo'yish usuli, o'qitish maqsadlari o'quvchilar harakatida ifodalanadigan va aniq ko'rinadigan hamda o'lchanadigan natijalar orqali belgilanadi. Maqsadlar o'qituvchining faoliyatidan kelib chiqqan holda o'rgatish, tushuntirish, ko'rsatish, aytib berish va hokazo atamalar orqali qo'yiladi. O'quvchining harakatlarida ifodalanadigan vazifalar esa ta'limining natijalarda ifodalanadi. Natija, talabaning tugallangan xatti –harakatini ifodalovchi keltirib chiqaring, sanab o'ting, so'zlab bering, tanlang, ko'rsatib bering, hisoblang kabi atamalar bilan ifodalanishi kerak.

Shunday qilib, an'anaviy o'quv jarayonlarida asosiy omil – bu pedagog va uning faoliyati hisoblansa, pedagogik texnologiyada birinchi o'ringa o'qish jarayonidagi o'quvchilarning faoliyati qo'yiladi. Harbir vazifa raqamlanib, u bitta natijani ko'zlashi lozim. Har bir vazifani shunday qo'yish kerakki, u o'qituvchining o'tadigan darsining bosqichlarini emas, balki, talabaning o'zini keyin qanday tutishi kerakligiga ishora qilsin.

Ma'lumki, ilg'or texnologiyalarni qo'llashda asosiy e'tibor loyihalash bosqichiga qaratiladi, bunday tizimli yondoshuv asosida o'quv jarayonini loyihalash, kutilayotgan natija shaklidagi o'quv maqsadlarini mumkin qadar aniqlashtirish, rejalashtirilgan o'quv maqsadlariga kafolatli erishishga undaydi.

Mavzuni o'rganishning taxminiy bosqichlari quyidagilardan iborat deb bilamiz: 1) mavzu va uning rejasi beriladi; 2) o'quv faoliyati natijalari eslatiladi; 3) mavzuni uning ahamiyatga qisqa to'xtalinadi; 4) mavzuni tushuntirish ketma

– ketligi texnologik loyiha asosida o‘qituvchi maqsadiga mos kelishi lozim; 5) talabalar diqqatini jalb etib, mavzu savollari haqida muammoli vaziyatlar hosil qilish; 6) tushuntirish jarayonida o‘quv adabiyotlari yoki tarqatma material bilan ishlashga ahamiyat beriladi; 7) talabaning tarqatma material yoki o‘quv adabiyotlardan asosiy tushunchalarni o‘qish va yozishni tashkil etishga imkoniyat yaratish; 8) mavzuni o‘rganish darajasini tekshirish, talabalarga og‘zaki savollar berib borish orqali, (masalan, analitik geometriya tushunchasining mohiyati nima?); 9) talabalar javoblariga izoh berish yoki to‘ldirish, to‘g‘ri javoblarni rag‘batlantirish; 10) egallangan bilimlarni tekshirish va baholash; bunda tayyorlangan savollar hamma talabalarga tarqatiladi. Savollarga javob berish uchun muayan (masalan, 10 minut) vaqt beriladi. Berilgan savol varaqlari yig‘ishtirib olingach, savollar oldindan tayyorlab qo‘yilgan javoblar bilan solishtirib tekshiriladi. To‘g‘ri javoblar ekranda ko‘rsatiladi yoki doskaga ilinadi. Har bir talaba o‘zlarning bilimlarini o‘zlari tekshirib ko‘radilar va baholaydilar baholash reyting tizimida bo‘ladi, o‘qituvchi talabalar javoblariga munosabat bildiradi. Yuqori baholanganlar rag‘batlantiriladi va kam baho olganlarga tanbeh bermasdan, ularni o‘qish – o‘rganishga da‘vat etiladi; 11) egallangan bilimlarni yanada mustahkamlash va mustaqil ishlash ko‘nikmasini hosil qilish maqsadida uyga vazifa beriladi. Bunda beriladigan vazifa aniq bo‘lishi, berilgan vazifaning bajarilish shakli (referat, konspekt qilish, misol va masalalarni yechish) aniq bo‘lishi zarur.

“ Oliy matematika” fanini, o‘rganishda ushbularga erishishni maqsad qilib olinadi:

- 1) matematikaning hozirgi zamon taraqqiyotidagi o‘rni va ahamiyati anglash;
- 2) o‘quvchining matematik apparatning qo‘llanilishiga qiziqishi;
- 3) amaldagi dastur asosida matematik apparatni o‘rgatish;
- 4) ayrim masalalarning matematik modellarini tuza bilish va uni tahlil qilish;
- 5) matematik fikrlash va xulosa chiqarish;
- 6) matematik bilimlarni chuqurlashtirishga yo‘naltirib, bu bilimlarni o‘z faoliyatida qo‘llash.

Shuni ta’kidlaymizki, „Oliy matematika” fani oliy ta’limda asosiy tayanch fan ekanligi, uning usullari ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, informatika, chiziqli va nochiziqli dasturlash, makro va mikro iqtisod, ekonometriya, iqtisodiy tahlil, moliyaning miqdoriy metodlari, logistika va boshqa fanlarning asosiy bilimlarini egallashda muhim qurol sifatida ishlatilishi e’tiborga olinadi.

Biz ushbu uslubiy qo‘llanmada „Oliy matematika” fanining **“Determinantlar va ularning xossalari”** amaliy mashg‘ulot darsida ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab, o‘qitish- o‘rgatish haqida fikr yuritamiz.

1.1. “Determinantlar va ularning xossalari” amaliy mashg‘ulotining ta’lim texnologiyasi modeli

8-mavzu	Determinantlar va ularning xossalari
Vaqt-2soat	Talabalar soni: 25 nafardan oshmasligi kerak
O‘quv mashg‘uloti shakli	Kirish- amaliy mashg‘ulot
Mashg‘ulot rejasi	1. Algebra va uning rivojlanish tarixini axborotlar eslatish. 2. 2,3-tartibli determinantlar va ularning xossalariga oid misollar echish. 3. Minor va algebraik to‘ldiruvchilar oid misollar echish. 4. Yqori tartibli determinantlarni hisoblash.
Asosiy tushuncha va atamalar	Algebra, algoritm, 2,3 va n -tartibli determinantlar, bosh diagonal, yordamchi diagonal, minor, algebraik to‘ldiruvchi, determinantlarning xossalari, uchburchaklar qoidasi, diagonal qoidasi, determinantni biror satri (ustuni) elementlari bo‘yicha yoyish.
Amaliy mashg‘ulotining maqsadi	Determinantlar va ularning xossalari haqidagi tasavvurini mustahkamlash va u haqidagi tasavvurlarini chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O‘quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo‘yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O‘quv materiallari bilan ishlash ko‘nikmalarini hosil qilish. 3. Algebra va uning rivojlanish tarixini eslatish. 2,3-tartibli determinantlar va ularning xossalariga oid misollar echish. 4. Minor va algebraik to‘ldiruvchilar oid misollar echish. 5. Yqori tartibli determinantlarni hisoblash. 6. Determinantlar va ularning xossalariga muayan sonlar bilan berilganda misol va masalalarni echish malaka va ko‘nikmalarini hosil qilish.	1. Algebra va uning rivojlanish tarixini anglash. 2, 2 va 3 - tartibli determinantlarni hisoblash qoidalarini qo‘llab misollar echishni bilish. 3. Minor va algebraik to‘ldiruvchilarga oid misollar echishni bilish. 4. Determinantlarning asosiy xossalarini qo‘llab misollar echishni bilish. 5. 3 –tartibli determinantni diagonallar usulidan foydalanib hisoblashni bilish; 6. Yqori tartibli determinantlarni muayan sonlar bilan berilganda hisoblashni bajarish.
Ta’lim usuli va texnikasi	Kirish-amaliy mashg‘uloti, tezkor-so‘rov,

	insert, aqliy hujum, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Determinantlar va ularning xossalari" amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (15 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(8.1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(8.2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): 1.Algebra va uning rivojlanish tarixi qanday? 2. Algebra fani va uning rivojlanishida Yaqin Sharq olimlarining qo'shgan hissi nimalardan iborat? 3. 2 - tartibli determinant deb nimaga aytiladi ba u qanday belgilanadi? 4. 3 - tartibli determinant nima va u qanday belgilanadi? 5.Minor deb nimaga aytiladi? Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(50-daqiqa)	2.1.Talabalarni 4 ta o'quv guruhiga bo'linadi. va har biriga vazifalar beradi(8.3-ilova). Guruhlarda o'quv vazifasini bajarish bo'yicha ishni tashkil qiladi. Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi(8.4-ilova). O'quv faoliyati natijalarini eslatadi. Vazifani bajarishda o'quv materiallaridan foydalanish mumkinligini eslatadi. Guruhlarda ish boshlanganligini	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar. Tinglaydilar;

	malum qiladi. 2.2. Berilgan topshiriqlarni har bir guruh lideri bittadan doskada izohlashga, ya'ni prezentatsiyaga tayyorlashni so'raydi. Taqdimot boshlanishini e'lon qiladi. Taqdimot vaqtida javoblarga izoh beradi, to'g'ri e'chimga e'tibor beradi, xatolarni ko'rsatadi. Talabalar bilan birgalikda javoblar to'g'riligini baholaydi, savollarga javob beradi. 2.3. Guruhlar bajargan ishlari bo'yicha o'z-o'zini baholaydilar va tekshiradilar. 2.4. Javoblarni to'ldiradi va qisqacha xulosalar qiladi.	savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar; muhokamada qatnashadilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(8.3,8.5,8.6-ilovalar). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(8.7-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; muhokamada qatnashadilar. Tinglaydilar. Topshiriqlarni yozadilar.

8. 1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

8. 2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo

№	Mavzu savollari	Bilaman	Bilishni xoxlayman	Bilib oldim
1	Algebra va algoritm iborasi nima bilan bog'liq?			
2	2-tartibli determinant qanday belgilanadi va u nimaga teng?			
3	3-tartibli determinant qanday belgilanadi va u qanday hisoblanadi?			
4	Minor va algebraik to'ldiruvchilar nimalardan iborat?			
5	Determinantlarning xossalari nimalardan iborat.?			
6	4-tartibli determinantlarning kattaligi qanday hisoblanadi?			
7	5,6,...,n-tartibli determinantlar qanday belgilanadi va hisoblanadi?			

8. 3-ilova

Kichik guruhlarda ishlash qoidasi

1. Talabalar ishni bajarish uchun zarur bilim va malakalarga ega bo'lmog'i lozim.
2. Guruhlarga aniq topshiriqlar berilmog'i lozim.
3. Kichik guruh oldiga qo'yilgan topshiriqni bajarish uchun yetarli vaqt ajratiladi.
4. Guruhlardagi fikrlar chegaralanmaganligi va tazyiqqa uchramasligi haqida ogohlantirilishi zarur.

5. Guruh ish natijalarini qanday taqdim etishini aniq bilish-lari, o'qituvchi ularga yo'riqnoma berishi lozim.
6. Nima bo'lganda ham muloqotda bo'ling, o'z fikringizni erkin namoyon eting.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. $\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.
2. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ determinantni uchburchaklar qoidasidan foydalanib hisoblang.
3. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 5 \\ -1 & -3 & 2 & -4 \\ 4 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -4 & -2 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.
4. $\begin{vmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ determinantni diagonallar usulidan foydalanib hisoblang.

2-varaqa

1. $\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.
2. $\begin{vmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ determinantni uchburchaklar qoidasidan foydalanib hisoblang.
3. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 4 & -7 \\ 5 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 & 3 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.

4. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ determinantni diagonallar usulidan foydalanib hisoblang.

3-varaqa

1. $\begin{vmatrix} -7 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.

2. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{vmatrix}$ determinantni uchburchaklar qoidasidan foydalanib hisoblang.

3. $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 0 & 3 \\ -4 & 3 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.

4. $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 2 & -5 & 7 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ determinantni diagonallar usulidan foydalanib hisoblang.

4-varaqa

1. $\begin{vmatrix} -6 & 7 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.

2. $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 2 & -5 & 7 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ determinantni uchburchaklar qoidasidan foydalanib hisoblang.

3. $\begin{vmatrix} 6 & -3 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & 7 & 3 & 4 \\ 0 & -5 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.

4. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{vmatrix}$ determinantni diagonallar usulidan foydalanib hisoblang.

8.4-ilova

“Determinantlar va ularning xossalari” mavzusi bo‘yicha tarqatma material

1. 2- tartibli determinantlar.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (1)$$

ifodaga 2-tartibli determinant deyiladi. $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ larga determinantning elementlari deyiladi.

1-misol. $\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 7 & -6 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.

Iechish. (1) fo'rmulaga asosan

$$\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 7 & -6 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-6) - (-3) \cdot 7 = -30 + 21 = -9$$

bo'ladi.

2. 3- tartibli determinantlar.

$$\Delta = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{21} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} \\ a_{33} & a_{32} \end{vmatrix} + a_{31} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \quad (2)$$

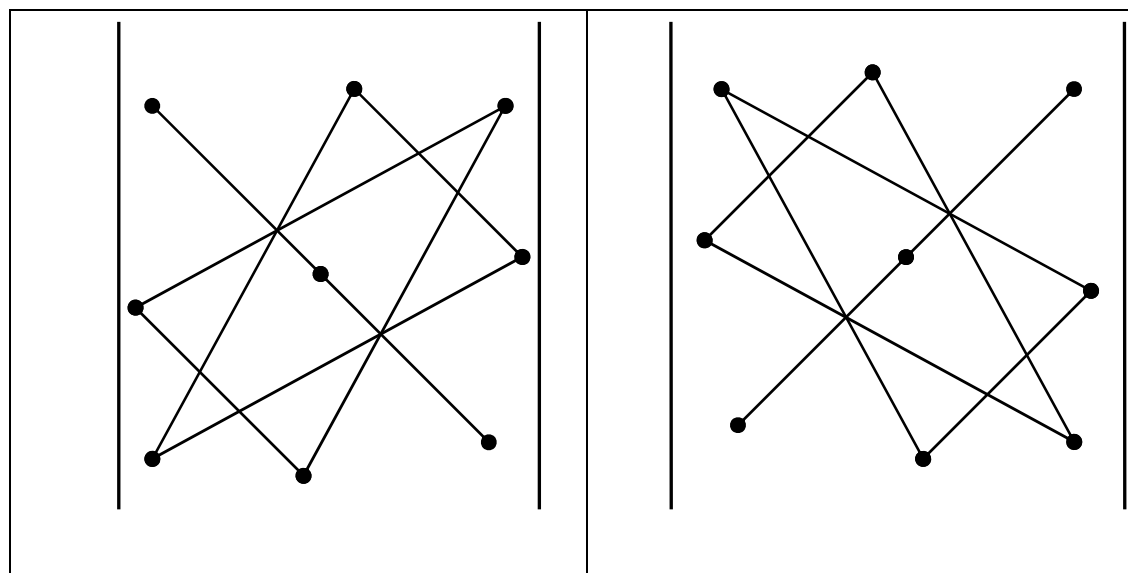
ifodaga **3- tartibli determinant deyiladi** va

(2) tenglikda 2- tartibli determinantlarni kattaliklari bilan almashtirsak

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} -$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} \quad (3)$$

bo'ladi. (3) formulani esda saqlash uchun **uchburchak qoidasidan** foydalanish mumkin. Elementlarni nuqtalar bilan belgilasak, ushbu sxema hosil bo'ladi :



+	-

(+) ishora bilan,

(-) ishora bilan olinadi.

2-misol. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.

Iechish. (3) fo'rmulaga asosan

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 24 - 6 - 0 - 0 + 4 - 0 = 22$$

bo'ladi.

3. Minor va algebraik to'ldiruvchilar.

1) $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ determinantda i - satrni va j - ustunni o'chirishdan

2- tartibli determinant hosil bo'ladi, bunga a_{ij} elementga mos **minor** deyiladi va M_{ij} bilan belgilanadi. Masalan,

$$M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

va boshqalar.

2) a_{ij} **elementning algebraik to'ldiruvchisi** deb unga mos minorning musbat yoki manfiy ishora bilan olingan kattaligiga aytiladi, bunda $i + j$ juft bo'lsa, musbat ishora bilan, $i + j$ toq bo'lsa manfiy ishora olinadi. a_{ij} elementning algebraik to'ldiruvchisini A_{ij} bilan belgilanadi. Demak,

$$A_{21} = -M_{21} = -\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, A_{22} = M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

bo'ladi va boshqalar.

4. Determinantlarning xossalari.

Determinantlar quyidagi xossalarga ega:

1. Determinantning barcha satridagi elementlarini mos ustun elementlari bilan almashtirilsa uning kattaligi o'zgarmaydi, ya'ni

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

1-misol. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 24 - 6 - 0 - 0 + 4 - 0 = 22$

bo'lib, bu determinantda barcha satrlarini mos ustunlar bilan almashtirsak,

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 24 - 6 + 0 - 0 + 4 - 0 = 22$$

bo'ladi. Bundan ko'rinadiki, ikkala holda ham bir xil kattalik hosil bo'ldi, bu birinchi xossaning to'g'riligini ko'rsatadi.

2. Ikkita satr (ustun)ni o'zaro almashtirilsa determinant kattaligining ishorasi teskarisiga o'zgaradi; haqiqatan ham 1- misoldagi determinantda 1-satrini 3-satri bilan o'zaro almashtirsak,

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 4 - 24 - 0 + 6 = -28 + 6 = -22$$

bo'lib, bu 2-xossaning o'rinli ekanligini ko'rsatadi.

3. Ikkita bir xil satr (ustun)li determinant kattaligi nolga teng; ikkita satri bir xil bo'lgan determinantni hisoblasak,

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = -36 + 0 + 0 + 36 - 0 - 0 = 0$$

bo'ladi, bu esa 3-xossaning to'g'riligini ko'rsatadi.

4. Determinantning biror satr (ustun) ning hamma elementlarini $m \neq 0$ songa ko'paytirilsa, uning kattaligi shu m songa ko'payadi.

Haqiqatan ham, 1-xossada keltirilgan determinantning 2-satri elementlarini 2 ga ko'paytirsak,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & -4 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 48 - 12 + 0 - 0 + 8 - 0 = 44$$

bo'lib, bu xossaning ham to'g'riligi ko'rinadi.

5. Determinantning ikkita satri (ustuni) elementlari o'zaro proporsional (mutanosib) bo'lsa, uning kattaligi no'lga teng, misol uchun,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 6 & -3 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

determinant berilgan bo'lsin. Bu determinantning 1 va 2-satri elementlari o'zaro proporsional, uni hisoblasak

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 6 & -3 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -6 + 0 - 12 - 0 + 6 + 12 = 0$$

bo'lib, bu esa 5-xossaning to'g'riligini ko'rsatadi.

6. Determinantning kattaligi, biror satri (ustuni) elementlarini unga mos algebraik to'ldiruvchilariga ko'paytirib qo'shilganiga teng. 1-xossada keltirilgan misolni qaraymiz:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

bu determinantni 3-satr elementlari bo'yicha yoyib yozsak,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -6 + 0 + 28 = 22$$

kelib chiqadi, bu esa 6-xossaning ham o'rinli ekanligini ko'rsatadi.

7. Determinant biror satri (ustuni)ning har bir elementi ikkita qo'shiluvchidan iborat bo'lsa, u holda bu determinant ikkita determinant yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni

$$\begin{pmatrix} (a_{11} + b_1)a_{12}a_{13} \\ (a_{21} + b_2)a_{22}a_{23} \\ (a_{31} + b_3)a_{32}a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1a_{12}a_{13} \\ b_2a_{22}a_{23} \\ b_3a_{32}a_{33} \end{pmatrix}.$$

Ushbu determinantni

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

quyidagicha almashtiramiz:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ -2+2 & -1-1 & 3+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

keyingi ikkita determinantni hisoblasak,

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 18 + 0 - 3 - 18 + 3 - 0 = 0;$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 6 + 0 - 3 + 18 + 1 - 0 = 22;$$

1-xossadagi misoldan ma'lumki, u 22 ga teng edi, keyingi ikki determinant yig'indisi ham 22ga teng bo'ladi, bu esa 7-xossaning o'rinli ekanligini ko'rsatadi.

8. Determinantning biror ustini (satri) elementlariga boshqa ustini(satri)ning mos elementlarini istalgan umumiy ko'paytuvchiga ko'paytirib qo'shilsa, uning kattaligi o'zgarmaydi, ya'ni:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_{11} + \lambda a_{12}) & a_{12} & a_{13} \\ (a_{21} + \lambda a_{22}) & a_{22} & a_{23} \\ (a_{31} + \lambda a_{32}) & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Misol uchun,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

determinantning 2-ustun elementlarini 2 ga ko'paytirib, 1-ustunning mos elementlariga qo'shib, hosil bo'lgan determinantni hisoblasak:

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 7 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 28 - 6$$

bo'ladi. Bu determinantning kattaligi 1- misolda hisoblaganimizdek 22 ga teng edi, bu esa 8-xossaning ham to'g'riligini ko'satadi;

Determinantlarning xossalaridan foydalanish ko'p hollarda qulay hisoblashlarga olib keladi. Ushbu misolni qaraymiz.

$$\text{2-misol. } \Delta = \begin{vmatrix} 12314 & 16536 & 20537 \\ 6157 & 8268 & 10268 \\ 513 & 689 & 126 \end{vmatrix} \text{ determinantning kattaligini hisoblang.}$$

Yechish. Bu determinantni uchburchak qoidasi bilan hisoblash ko'p xonali sonlar bo'lganligi uchun ancha noqulayliklarga olib keladi. Shuning uchun bu determinantni hisoblash uchun, uning xossalaridan foydalanishga urinamiz. Ikkinchi satr elementlarini -2 ga ko'paytirib 1-satr mos elementlariga qo'shamiz, bu holda ushbu determinant hosil bo'ladi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 6157 & 8268 & 10268 \\ 513 & 689 & 126 \end{vmatrix};$$

hosil bo'lgan determinantni 1- satr elementlari bo'yicha yoyib,ushbuni

$$\Delta = 0 \cdot \begin{vmatrix} 8268 & 10268 \\ 689 & 126 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 6157 & 10268 \\ 513 & 126 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 6157 & 8268 \\ 513 & 689 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6157 & 8268 \\ 513 & 689 \end{vmatrix} (-12)$$

olamiz.Oxirgi determinant 2-satr elementlarini (-12) ga ko'paytirib 1-satr mos elementlariga qo'shib ushbu natijaga ega bo'lamiz:

$$\begin{vmatrix} 6157 & 8268 \\ 513 & 689 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 513 & 689 \end{vmatrix} = 1 \cdot 689 - 0 \cdot 513 = 689.$$

Bu misoldan ko'rinadiki, determinantlarni hisoblashda uning xossaligidan foydalanish ancha qulayliklarga olib keladi.

5. 3 –tartibli determinantni hisoblashning diagonal usuli.

3 –tartibli determinantni **diagonal usuli** deb ataluvchi ushbu usul bilan ham hisoblash mumkin:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

1-misoldagi determinantni diagonal usulidan foydalanib hisoblasak,

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 24 - 6 + 0 + 0 + 0 + 4 = 22$$

bo'ladi.

6. n - tartibli determinantlar haqida.

Ko'pgina masalalarni yechishda 2 va 3-tartibli determinantlardan tashqari yanada yuqori tartibli determinantlar ham uchraydi. Masalan, 4-tartibli determinant ushbu ko'rinishda bo'ladi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Umumiy holda n -tartibli determinant

ko'rinishda bo'ladi. Bunda $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n}$ mos ravishda $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ elementlarning algebraik to'ldiruvchilaridir. Ma'lumki, algebraik to'ldiruvchilar $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n}$ ning tartiblari $(n-1)$ bo'ladi. Determinantlarning hamma xossalari n -tartibli determinant uchun ham o'rinlidir.

Yuqori tartibli determinantlarni hisoblashda determinantlarning 6-xossasidan foydalanib, uning tartibini pasaytirish bilan 3 yoki 2-tartibli determinantlarga keltirib hisoblanadi. Masalan, 4-tartibli determinantni 1-satr elementlari bo'yicha voysak ushbu ko'rinishda bo'ladi:

Bundan yuqori tartibli determinantlarning ham kattaligi yuqoridagiga o'xshash hisoblanadi. Masalan, 6-tartibli determinantning kattaligini hisoblash kerak bo'lsa, uni biror satri yoki ustuni elementlari bo'yicha yoyib 5-tartibli determinantlarga, keyin o'z navbatida 5-tartibli determinantlarni ham biror satri yoki ustuni elementlari bo'yicha yoyib, 4-tartibli determinantlarga keltiriladi va hokazo.

Determinantlarning yuqorida ko'rsatilgan xossalari hamma tartibli determinantlar uchun ham to'g'ri. Endi yuqori tartibli determinantlarni hisoblashga misol qaraymiz. Ushbu determinantning kattaligini hisoblang.

Yechish. Berilgan determinantni 1-satr elementlari bo'yicha yoyib hisoblaymiz:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \left[3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right] + 3 \cdot \left[(-1) \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \right]$$

$$= 2(-9 + 4 + 16) + 3(2 + 6 - 16) = 22 - 24 = -2.$$

Determinantlarni hisoblashda uning biror satri yoki ustunlarida no'llar ko'proq bo'lsa, o'sha satr yoki ustun elementlari bo'yicha yoyib hisoblash ancha qulaylik keltiradi, masalan, yuqoridagi misolda 1-satr elementlari bo'yicha yoyganimiz uchun, ya'ni unda 2 ta no'l element bo'lgani uchun 2 ta 3-tartibli determinantlarni hisoblab chiqishga hojat qolmadi. Bunday satr yoki ustunlar bo'lmasa determinantlarning 8-xossasidan foydalanib, uni bunday satrga yoki ustunga ega bo'ladigan qilib o'zgartirish mumkin, misol uchun ushbu

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -5 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

determinantni hisoblaylik. Buning uchun 1-ustun elementlarini oldin 2 ga keyin mos ravishda 5 ga, -4 ga ko'paytirib, 2,3 va 4-ustunlarning mos elementlariga qo'shamiz, bu holda:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 7 & 0 \\ 3 & 7 & 13 & -11 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 0 & 7 & 0 \\ 7 & 13 & -11 \end{vmatrix}$$

bo'lib, keyingi 3-tartibli determinantni 2-satr elementlari bo'yicha yoysak:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 0 & 7 & 0 \\ 7 & 13 & -11 \end{vmatrix} = 7 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 7 & -11 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-33 + 21) = 7 \cdot (-12) = -84$$

bo'ladi.

**“Oliy algebra elementlari. Determinantlar va ularning xossalari” mavzusi
bo'yicha test topshiriqlari**

I darajali testlar

- Algebra iborasi qanday kelib chiqqan?
 A) «Al-jabr» so'zidan kelib chiqqan B) sonlarni qo'shishdan
 D) ikki sonni ko'paytirishdan E) sonlarning nisbatidan
- «Hind hisobi» asarining muallifi kim bo'lgan?
 A) Al-Xorazmiy B) Umar Xayyom
 D) Ibn Sino E) Al-Ma'mun
- Algoritm iborasi kimning nomi bilan bog'liq?
 A) Al-Xorazmiyning B) Al-Ma'munning
 D) Umar Xayyomning E) Ibn Sinoning
- $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ determinant nimaga teng?
 A) $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ B) $a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}$ D) $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{22}$ E) $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{22}$
- $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ determinantda $\dot{I}_{23}$ minor nimaga teng.
 A) $M_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$ B) $\dot{I}_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ D) $M_{23} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ E) $\dot{I}_{23} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$
- $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ determinantda $\dot{A}_{23}$ algebraik to'ldiruvchi nimaga teng.
 A) $\dot{A}_{23} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$ B) $\dot{A}_{23} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ D) $\dot{A}_{23} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ E) $\dot{A}_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$
- Determinantning satrlaridagi hamma elementlarini mos ustunlaridagi elementlari bilan almashtirganda u qanday o'zgaradi?
 A) o'zgarmaydi
 B) ishorasi teskarisiga o'zgaradi
 D) o'zgaradi
 E) ikkiga ko'payadi

8. Determinant ikkita proporsional satrga ega bo'lsa, uning kattaligi nimaga teng?
 A) 0 B) 2 D) -2 E) 1

II darajali testlar

9. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ determinantning kattaligi nimaga teng?
 A) -4 B) 0 D) 4 E) 5

10. $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 6157 & 8268 & 10268 \\ 513 & 689 & 126 \end{vmatrix}$ determinantning kattaligini toping.
 A) 689 B) 513 D) 85 E) 108

III darajali testlar

11. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.
 A) -30 B) -15 D) 0 E) -6

12. $\Delta = \begin{vmatrix} 12314 & 16536 & 20537 \\ 6157 & 8268 & 10268 \\ 513 & 689 & 126 \end{vmatrix}$ determinantning kattaligini hisoblang.
 A) 8268 B) 6117 D) 689 E) 513

8.6-ilova

**Berilgan mazmunga qarab “Determinantlar va ularning xossalari.” mavzusi
 bo'yicha talabalar bilishi lozim bo'lgan savol(javob)lar**

savollar	javoblar

1. Algebra va uning rivojlanish tarixi qanday? 2. Algebra fani va uning rivojlanishida Yaqin Sharq olimlarining qo'shgan hissasimalardan iborat? 3. 2 - tartibli determinant deb nimaga aytiladi ba u qanday belgilanadi?	1. Algebra matematikaning bir qismi va u turli miqdorlar ustida amallarni hamda shu amallar bilan bog'liq tenglamalarni yechishni o'rganadi. Kengroq ma'noda algebrada ixtiyoriy tabiatli to'planning elementlari ustida sonlarni qo'shish va ko'paytirish kabi odatdagi amallarni umumlashtiruvchi amallarni o'rganuvchi fan tushuniladi. III asrda yashagan Iskandariyalik olim Diofant geometrik bayonni rad etib harfiy ifodalardan foydalanadi. Unda manfiy ko'rsatkichli darajalar, manfiy sonlar, musbat va manfiy sonlarni ko'paytirish qoidalarini yozish uchun qisqacha belgilar bor edi. Algebraning keyingi rivojiga Diofant o'rgangan algebraik tenglamalar kuchli ta'sir ko'rsatgan. 2. VI asrdan boshlab matematik tadqiqotlar markazi Hindiston, Xitoy, Yaqin Sharq va O'rta Osiyo mamlakatlariga ko'chdi. Xitoylik olimlar chiziqli tenglamalar sistemasining yechimini topishda noma'lumlarni ketma-ket yo'qotish usulini topishgandi. Ammo algebra, tenglamalarni yechish masalalariga bog'liq muammolarni bayon etuvchi matematikaning maxsus tarmog'i sifatida Yaqin Sharq va O'rta Osiyo olimlari ishlarida shakllandi. IX asrda o'zbek matematigi va astronomi Muhammad ibn Muso al Xorazmiy (783-850) «Al-jabr val muqobala» asarini yozdi. Bu asarda Xorazmiy chiziqli tenglamalarni yechishning umumiy qoidasini berdi va kvadrat tenglamalarni sinflarga ajratib, har bir sinf uchun yechish yo'llarini ko'rsatdi. Al-jabr (tiklash) so'zi tenglamadagi manfiy hadlarni uning ikkinchi qismiga ishorasini o'zgartirib o'tkazishni bildirgan. Yangi fan «Algebra» ning nomi o'sha «Al-jabr» so'zidan olingan. 3. $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ elementlardan tuzilgan $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ ifodaga 2- tartibli determinant (aniklovchi) deyiladi. 2-tartibli determinantni $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ bilan belgilanadi. $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ larga determinantning elementlari deyiladi.
--	---

4. 3 - tartibli determinant nima va u qanday belgilanadi?	$4. \Delta = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{21} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} \\ a_{33} & a_{32} \end{vmatrix} + a_{31} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$ ifodaga 3- tartibli determinant deyiladi va $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ bilan belgilanadi.
5.Minor deb nimaga aytiladi?	$5. \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ determinantda i - satrni va j - ustunni o'chirishdan 2- tartibli determinant hosil bo'ladi, bunga a_{ij} elementga mos minor deyiladi va M_{ij} bilan belgilanadi. Masalan, $M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$ va boshqalar.
6. a_{ij} elementning to'ldiruvchisi aniqlanadi? algebraik qanday	6. a_{ij} elementning algebraik to'ldiruvchisi deb unga mos minorning musbat yoki manfiy ishora bilan olingan kattaligiga aytiladi, bunda $i + j$ juft bo'lsa, musbat ishora bilan, $i + j$ toq bo'lsa manfiy ishora olinadi. a_{ij} elementning algebraik to'ldiruvchisini A_{ij} bilan belgilanadi. Demak, $A_{21} = -M_{21} = - \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, A_{22} = M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$ bo'ladi va boshqalar.
7..Determinantlar xossalarga ega? qanday	7. Determinantlar quyidagi xossalarga ega: 1) determinantning barcha satridagi elementlarini mos ustunelementlari bilan almashtirilsa uning kattaligi o'zgarmaydi; 2) ikkita satr (ustun)ni o'zaro almashtirilsa determinant kattaligining ishorasi teskarisiga o'zgaradi; 3) ikkita bir xil satr(ustun)li determinant kattaligi no'lga teng; 4) determinantning biror satr(ustun)ning hamma elementlarini $m \neq 0$ songa ko'paytirilsa, uning kattaligi shu m songa ko'payadi;

	5) determinantning ikkita satri(ustuni) elementlari o'zaro proporsional (mutanosib) bo'lsa, uning kattaligi no'lga teng; 6) determinantning kattaligi, biror satri(ustuni) elementlarini unga mos algebraik to'ldiruvchilariga ko'paytirib qo'shilganiga teng; 7) determinant biror satri (ustuni)ning har bir elementi ikkita qo'shiluvchidan iborat bo'lsa, u holda bu determinant ikkita determinant yig'indisiga teng bo'ladi; 8) determinantning biror ustini(satri) elementlariga boshqa ustini(satri)ning mos elementlarini istalgan umumiy ko'paytuvchiga ko'paytirib qo'shilsa, uning kattaligi o'zgarmaydi.
8. 4-tartibli determinant qanday bo'ladi?	8. 4-tartibli determinant ushbu ko'rinishda bo'ladi: $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13} + a_{14} \cdot A_{14}$
9. n- tartibli determinant nimadan iborat?	9. Umumiy holda n-tartibli determinant $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \dots + a_{1n}A_{1n}$
10. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang.	ko'rinishda bo'ladi. Bunda $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n}$ mos ravishda $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ elementlarning algebraik to'ldiruvchilaridir. 10. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 6 + 0 - 3 + 18 + 1 - 0 = 22$

“Determinantlar va ularning xossalari” mavzusi bo‘yicha mustaqil ish uchun savollar

Mustaqil ish uchun savollar	O‘rganish uchun tavsiya etilgan adabiyotlar
1. Geometrik bayonni rad etib harfiy ifodalardan kim foydalangan?. 2. VI asrdan boshlab matematik tadqiqotlar markazi qaysi mamlakatlarga ko‘chgan? 3. al-Xorazmiy to‘g‘risida qanday ma’lumotlarni bilasiz? 4. al-Xorazmiyning «Hind hisobi» nomli asari nimaga bag‘ishlangan? 5. Determinantlarni hisoblashga keltiriladigan qanday iqtisodiy masalalarni bilasiz? 6. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ determinantni hisoblang. 7. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & -4 & 8 \end{vmatrix}$ determinantni nollar eng ko‘p bo‘lgan satr yoki ustun elementlari bo‘yicha yoyib hisoblang. 8. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ determinantni diagonallar usulidan foydalanib hisoblang.	1. T.J Jo‘rayev, L.Sadullayev, G. Xudoyberganov, X. Mansurov, A. Vorisov. «Oliy matematika asoslari.» I.T. «O‘zbekiston. 1985. 2 Yo.U. Soatov. «Oliy matematika». I.T.: O‘zbekiston. 1983. 3. Begmatov A.B. Oliy matematika. O‘quv qo‘llanma. Sam.KI. 2003. 250b. 4. Begmatov A.B., Yakubov M.Ya. Iqtisodchilar uchun matematika. Ma’ruzalar matni. Samarqand, SamQHI, 2003 y. 300 b. 5. Begmatov A., Umarov T.I., Qo‘ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Ma’ruzalar matni. SamISI. 2009. 347b. 6. Begmatov A.B., Qo‘ldoshev A.Ch., Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Amaliy mashg‘ulotlar uchun uslubiy qo‘llanma. Samarqand. SamISI. 2009. 297b. 7. Begmatov A.B. Qarshiboyev X.Q. Oliy matematika. Izohli lug‘at. SamISI. Hajmi 5 b.t. 8. Begmatov A.B., Umarov T.I., Qo‘ldoshev A.Ch. Oliy matematika. Mustaqil ta’lim uchun uslubiy ko‘rsatma. SamISI. 2009. 16b.

9.	$\begin{vmatrix} 1 & -4 & 0 & 3 \\ -4 & 3 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$	
	determinantni hisoblang.	
10.	$\begin{vmatrix} 35436 & 46343 & 22429 \\ 17718 & 23171 & 11214 \\ 5906 & 7723 & 3727 \end{vmatrix}$	
	determinantni uning xossalariidan foydalanib hisoblang.	
11.	$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$	determinantni
	uning 1-satri elementlari bo'yicha yoyib hisoblang.	