

TOSHKENT ISLOM UNIVERSITETI
INFORMATIKA VA AXBOROT
TEXNOLOGIYALARI YO'NALISHI

Prezentatsiya

Mavzu : Sonli ketma-ketliklar

Qodirov Zafarning
Oliy matematika fanidan
bajargan ishi.

Cheksiz kichik sonli ketma-ketliklar

Tarif: Agar ixtiyoriy musbat A^{**} son uchun shunday N^{**} nomer ko'rsatish mumkin bo'lsake, $n \geq N$ dan boshlab $\{x_n\}$ ketma-ketlikning hamma x_n elementlari $|x_n| < A$ tengsizlikni qanoatlantirsa, u holda $\{x_n\}^{***}$ ketma-ketlik chesiz kichik deb ataladi

Liminti nolga teng bo'lgan har qanday sonli ketma-ketlikka chesiz kichik sonli ketma-ketlik deyilad.

Masalan : $\{\frac{1}{k}\}, \{\frac{4k}{k^2+1}\}$ sonli ketma - ketliklar chesiz
kichik sonli ketma - ketlikdir.

chunke

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{k} \right\} = 0, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ \frac{4k}{k^2+1} \right\} = 0$$

Chesiz kichik sonli ketma-ketliklar xossalari sanab o'tamiz

1. $\{a_k\}$ va $\{b_k\}$ sonlar chesiz kichik sonli ketma-ketliklar bo'lsa ularning yig'indisi yoke ayirmasidan tuzilgan $\{a_k \pm b_k\}$ ketma-ketliklar ham chesiz kichikdir.
2. $\{a_k\}$ chesiz kichik $\{b_k\}$ chegaralangan sonli ketma-ketliklar bo'lsa, ularning ko'paytmasidan tuzilgan $\{a_k b_k\}$ ketma-ketliklar ham chesiz kichikdir.
3. Ixtiyoriy chekli sondagi chesiz kichik sonli ketma-ketliklar ko'paytmasi ham chesiz kichik sonli ketma-ketlik bo'ladi

Yaqinlashuvchi sonli ketma-ketliklar

Tarif: Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik uchun shunday a soni mavjud bo'lsaki, ushbu $\{x_n - a\}$ ketma-ketliklar chesiz kichik ketma-ketlik bo'lsa, u holda $\{x_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi deyiladi. a soni esa $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi

Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lib, a soni uning limiti bo'lsa, bu holda simvolik ravishda quyidagicha yoziladi'

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n\} = a, \quad \text{yoki} \quad x_n \rightarrow a, \quad n \rightarrow \infty \quad \text{da}$$

Yaqinlashuvchi soni ketma-ketliklarning asosiy xossalarini sanab o'tamiz

1. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik yagona limitga ega;
2. Har qanday yaqinlashuvchi ketma-ketlik chegaralangandir. Har bir chegaralangan ketma-ketlikdan yaqinlashuvchi qism ketma-ketlik ajratish munksun;
3. n o'lchovli nuqtalar ketma-ketligi M_0 nuqtaga yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda uning har bir qism ketma-ketligi ham M_0 nuqtaga yaqinlashadi;

4. M_0 nuqta biror bir V nuqtalar to'plamining quyuglanish nuqtasi bo'lsa, V to'plam nuqtalaridan M_0 nuqtaga yaqinlashuvchi ketma-ketlik ajratish munkun
5. Yopiq V to'plamga tegishle nuqtalar ketma-ketligi M_0 nuqtaga yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda $M_0 \in V$

Monoton ketma-ketliklar

O'suvchi yoki kamayuvchi ketma-ketliklar monoton ketma-ketliklar deyiladi

Agar $\{x_k\}$ sonli ketma-ketlikning ikkinchi hadidan boshlab, har bir hadi, ozidan oldinki haddan katta, ya'ne $(x_{k+1} > x_k)$ bo'lsa, yane $\{x_k\}$ o'suvchi ketma-ketlik deyiladi

Agar $\{x_k\}$ ketma-ketlikning ihtiyoriy oldinma-ketin keluvchi hadlari uchun $(x_{k+1} > x_k)$ munosabat o'rinle bo'lsa, $\{x_k\}$ kamayuvchi ketma-ketlik deyiladi

Masalan:

$\left\{ \frac{k+1}{k} \right\}$ sonli ketma - ketlik
uchun

$$2 < \frac{3}{2} < \frac{4}{3} < \dots < \frac{k+1}{k} < \frac{k+2}{k+1}$$

Munosabatlar o'rinli bo'lsa monoton o'suvchi deyiladi

Foydalanilgan adabiyot.

Y.U.Soatov. Oliy matematika.

V.A.ILIN va

E.G.POZNIYAK matematik analiz asoslari

Reja

Soni ketma-ketliklar haqida boshlang'ich tushuncha

Chegaralangan va chegaralanmagan ketma-ketliklar

Cheksiz katta va cheksiz kichik ketma-ketliklar

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar

Monoton ketma-ketliklar

Sonli ketma-ketliklar haqida boshlang'ich tushuncha

Elementar matematika kursidan biz sonli ketma-ketlik haqida tasovvurga egamiz.

Sonli ketma-ketlikka:

Agar natural qatori $1, 2, \dots, n, \dots$ dagi har bir n songa malum qonun bo'yicha biror x_n haqiqiy son mos keltirilsa, u holda nomerlangan haqiqiy sonlar to'plami

$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ ni biz sonli ketma-ketlik yoki ketma-ketlik deb ataladi.

Arifmetik va geometrik progressialarning barcha hadlari

$\sqrt{2}$ sonning $x_1 = 1, x_2 = 1.4, x_3 = 1.41, \dots$ taqribiy qiymatlari ketma-ketligi ham misol bo'laoladi

Sonli ketma-ketlikda ustida arifmetik amallar bajarish tushunchasini kiritamiz va quydagi ketma-ketliklarni keltiramiz

Bizga ixtiyoroy $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ va $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$ ketma-ketliklar berilgan bo'lsin.

Bu ketma-ketlikning yig'indisi deb $x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n, \dots$
(yoke $\{x_n + y_n\}$)

Ketma-ketlikni, ayirmasi deb $x_1 - y_1, x_2 - y_2, \dots, x_n - y_n, \dots$
(yoke $\{x_n - y_n\}$)

Ketma-ketlikni ko'paytmasi deb $x_1 \cdot y_1, x_2 \cdot y_2, \dots, x_n \cdot y_n \dots$
(yoke $\{x_n \cdot y_n\}$)

Ketma-ketlikni, nisbati deb $\frac{x_1}{x_1}, \frac{x_2}{x_2}, \dots, \frac{x_n}{x_n} \dots$ (yoke $\{\frac{x_n}{x_n}\}$)

Eslatma:

$\{\frac{x_n}{y_n}\}$ nisbatni aniqlayotkanimizda y_n ketma-ketlikning

hamma elementlari noldan farqli deb talab qilamiz

Chegaralangan sonli ketma-ketliklar

Tarif: Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik ham yuqoridan, ham quyidan chegaralangan bo'lsa, yane shunday M va m sonlar mavjud bo'lsake, $\{x_n\}$ ketma-ketlikning ixtiyoriy elementi $m \leq x_n \leq M$ tengsizliklarni qanoatlantirsa, u holda $\{x_n\}$ ketma-ketlik ikki tomondan chegaralangan deyiladi

Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik chegaralangan holda M va m uning yuqori va quyi chegaralari bo'lsa, u holda shu ketma-ketlikning hamma x_n elementlari

$$|x_n| \leq A$$

tengsizlikni qanoatlantiradi, bunda A soni $|M|$ va $|m|$ sonlardan eng kattasi.

Aksincha, agar $\{x_n\}$ ketma-ketlikning hamma elementlari $|x_n| \leq A$ tengsizlikni qanoatlantirsa, u holda $-A \leq x_n \leq A$ tengsizliklar ham bajariladi demak, $\{x_n\}$ ketma-ketlik chegaralangan.

Chegaralanmagan sonli ketma-ketliklar

Agar har qanday musbat A soni uchun $\{x_n\}$ ketma-ketlikning $|x_n| > A$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x_n elementi topilsa, u holda $\{x_n\}$ chegaralanmagan ketma-ketlik deyiladi. Bir nechta misol ko'ramiz:

$-1, -4, -9 \dots -n^2, \dots$ ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan . Bu ketma-ketlikning yuqori chegarasi -1 dan katta bo'lgan ixtiyoriy sonni olish mumkin.

$1, 2, 1, 3, \dots, 1, n, 1, (n+1)$ ketma-ketlik chegaralanmagan . Xaqiqatan ham, A musbat son qanday qilib olinmasin, bu ketma-ketlikning elementlari (juft nomerliklari) orasidan shunday elementi topiladiki, u A dan katta bo'ladi

Cheksiz katta sonli ketma-ketliklar

Tarif: Agar ixtiyoriy musbat son A^* soni uchun shunday N^* nomer ko'rsatish munkun bo'lsaki $n \geq N$ bo'lganda $\{x_n\}$ ketma-ketlikning hamma elementlari $|x_n| > A$ tengsizlikni qanoatlantirsa, u holda $\{x_n\}$ cheksiz katta ketma-ketlik deyiladi.

$q, q^2, q^3, \dots, q^n, \dots$ ketma-ketlik $|q| > 1$ da cheksiz katta bo'ladi.

Eslatma: Ravshanke, har qanday cheksiz ketma-ketlik chegaralanmagan bo'ladi, chunki ixtiyoriy $A > 0$ uchun shunday N nomer ko'satish mumkinki, $n \geq N$ dan boshlab x_n ning hamma elementlari $|x_n| > A$ tengsizlikni qanoatlantiradi demak, ixtiyoriy $A > 0$ uchun $|x_n| > A$ tengsizlikni qanoatlantiradigan hech bo'lmaganda bitta x_n element topish mumkin. Biroq chegaralanmagan ketma-ketlik cheksiz katta bo'lmasligi ham mumkin.

Masalan chegaralanmagan $1, 2, 1, 3, \dots, 1, n, 1, (n+1)$ ketma-ketlik cheksiz katta bo'la olmaydi, chunki $A > 1$ da $|x_n| > A$ tengsizlik toq nomerli barcha x_n elementlar uchun bajarilmaydi