

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
АЛИШЕР НАВОИЙ НОМИДАГИ
САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
МЕХАНИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ**

РЕФЕРАТ

**МАВЗУ : ФАЗОДА ТЎҒРИ ЧИЗИҚ ВА ТЕКИСЛИКЛАРНИНГ
ПАРАЛЛЕЛИГИ ВА ПЕРПЕНДИКУЛЯРЛИГИ**

Гуруҳ: 3-03

Бажарди: Хамдамов Хамро

Текширди: Остонов Қ.

Самарқанд - 2013

Режа

1. Фазода тўғри чизик ва текисликларнинг жойлашини ўрганиш.
2. Тўғри чизикларнинг параллеллиги.
3. Тўғри чизик ва текисликларнинг параллеллиги.
4. Текисликларнинг параллеллиги.
5. Перпендикуляр тўғри чизиклар.
6. Перпендикуляр текисликлар.

1. Фазода тўғри чизик ва текисликларнинг ўзаро жойлашини ҳақидаги тушунчалар ўрганилаётганида асосан уларнинг қуйидаги ҳолатлари қаралади: тўғри чизик ва текисликнинг параллеллиги ва перпендикулярлиги, текисликларнинг ўзаро параллеллиги ва перпендикулярлиги.

Бу тушунчаларни ўрганиш жараёнида ўқувчилар фазода тўғри чизик ва текисликнинг ўзаро жойлашини вазиятларини таҳлил қилиб, уларда фазовий тасаввурларнинг ривожланиш имкониятлари вужудга келади.

Мазкур мавзунинг ўрганишда қуйидаги жиҳатларга алоҳида эътибор бериш лозим: биринчидан, параллеллик ва перпендикулярлик аломатларининг қатъий исботланиши, иккинчидан, кўргазмалилик асосида асослашга эътибор бериш; учинчидан, қўллашга доир фазовий масалаларни ечиш.

Бундан ташқари, бу мавзунинг фазовий жисмларнинг кесим-ларини ҳосил қилишда, тасвирлашдаги аҳамиятини эътиборга олиб зарур машқлар системасидан фойдаланиш талаб этилади.

Тўғри чизикларнинг фазодаги вазияти билан текисликдаги вазияти орасидаги фарқ ва ўхшашликларни очиқ бериш ҳам ўқувчиларнинг мазкур тушунчаларини яхши эгаллашларига имкон беради.

Фазода тўғри чизик ва текисликларнинг перпендикулярлиги.

Бу мавзу IX синфда 18-22 соат ҳажмида ўрганилади. Уч қисмга бўлиб ўрганилади:

1. Фазода тўғри чизиклар перпендикулярлиги.
2. Тўғри чизик ва текисликлар перпендикулярлиги.
3. Текисликлар перпендикулярлиги.

I қисмни ўрганишда такрорлаш амалга оширилади, бунда аввало:

- 1) ўзаро перпендикуляр тўғри чизикларнинг таърифи ўрганилади;
- 2) кесишувчи ва айқаш ўзаро перпендикуляр тўғри чизиклар хоссалари ўрганилади;

3) кўпёқларнинг моделларида ва атрофдаги предметлардан уларни кўрсатиш амалга оширилади.

II қисмни ўрганишда қуйидаги савол муҳокама қилинади: қандай пайтда тўғри чизик текисликни кесиб ўтиб, унга перпендикуляр бўлади.

Тажрибадан кўринадики, агар тўғри чизик текисликка перпендикуляр бўлса, у бу текисликдаги ҳар қандай тўғри чизикка перпендикуляр. Бу моделда кўрсатилади. Сўнгра тўғри чизик ва текислик перпендикулярлиги таърифи баён қилинади. Мактабда тўғри чизик ва текисликларнинг

перпендикулярлиги таърифига уларнинг кесиши талабини қўшиш лозим, буни қўшмасак уни исботлашга тўғри келади.

Агар ўқувчилар тайёр бўлса янги таъриф ҳам бериш мумкин, : агарда текисликни кесиб ўтувчи тўғри чизик текисликда ётувчи ҳар бир тўғри чизикқа перпендикуляр бўлса, тўғри чизик бу текисликка перпендикуляр дейилади.

Тўғри чизик ва текисликларнинг перпендикулярлик аломатини ўргатишда икки параллел тўғри чизик текисликка параллел бўлса, улар текисликка перпендикуляр бўлмаслигини кўрсатиш зарур.

Бу аломатнинг исботи учбурчаклар тенглигидан келтириб чиқарилади, бу векторлар скаляр кўпайтмасини ўрганишда керак бўлади.

Бу мавзуни ўрганишда оғма тушунчаси ҳам киритилади.

Текисликлар перпендикулярлиги ўрганишда текисликларнинг ўзаро жойлашиши қараб чиқилади, чизмалар, моделлар ва ўқувчиларнинг тасаввурлари асосида иккита перпендикуляр текисликлар кесувчи эканлиги келтириб чиқарилади.

Текисликлар орасидаги бурчак нима деган савол туғилади. Бунда икки текислик учининг текислик кесиб ўтганда ҳосил бўлган кесишиш чизигига перпендикуляр бўлган тўғри чизиклар орасидаги бурчак қаралади.

Текисликлар перпендикулярлигини ўрганишда кўпёқларнинг моделлари, предметлар, стереометрик кутидандан фойдаланиш лозим.

Бу мавзуни ўрганишда:

1. Перпендикуляр текисликнинг таърифи;
2. Перпендикуляр текислик ясаш;
3. Масалалар ечишнинг босқичлари орқали ўрганилаётган тушунча мустаҳкамланади ва умумлаштирилади.

2. *Фазода тўғри чизик ва текисликларнинг параллеллиги.* Таърифга асосан агарда фазода икки тўғри чизик бир текисликда ётса ва умумий нуқтага эга бўлмаса, улар параллел бўлади.

Иккита асосий белгиси бор:

1. « a ва b тўғри чизиклар бир текисликда ётади » $\Leftrightarrow (\exists \alpha)(a, b \subset \alpha)$;
2. « a ва b тўғри чизиклар умумий нуқтага эга эмас (яъни « a ва b тўғри чизикларга тегишли умумий нуқта мавжуд эмас) » $(\exists A)(A \subset a, b)$

Умуман олганда,

$$(a \parallel b) \approx Df (\exists \alpha)(a, b \subseteq \alpha) \cup (\exists A)(A \subset a, b)$$

Шар бир белги параллеллиқнинг зарурий шарти

$$[(a \parallel b) \Rightarrow (\exists \alpha)(a, b \subseteq \alpha)] \cup [(a \parallel b) \Rightarrow (\exists A)(A \subset a, b)]$$

Уларнинг конъюнкцияси *етарли шарт* ҳисобланади

$$(\exists \alpha)(a, b \subseteq \alpha) \wedge (\exists A)(A \subset a, b) \Rightarrow (a \parallel b)$$

Тўғри чизиклар қачон параллел эмас? Бу шартларнинг ҳеч бўлмаганда биттаси бажарилмаганда ёки бу тўғри чизиклар тегишли бўлган текислик мавжуд эмас ёки улар умумий нуқтага эга бўлмаса:

$$(a \parallel b) \approx \overline{(\exists \alpha)(a, b \subseteq \alpha) \wedge (\exists A)(A \subset a, b)}$$

$$(a \parallel b) \approx (\exists A)(A \subset a, b) \vee (\exists \alpha)(a, b \subset \alpha)$$

Тўғри чизиклар параллелигига икки хил ёндошиш мавжуд, биринчиси, бир-бирига устма-уст тушувчи тўғри чизиклар параллел. Иккинчиси, бунга қўшимча белги, яъни улар умумий нуқтага эга бўлмаслик белгиси қаралади.

Тўғри чизиклар параллеллиги рефлексивлик хоссасига эга:

$$a \parallel a \Leftrightarrow a \equiv a, (a \parallel b) \Rightarrow (b \parallel a)$$

Транзитивлик хоссаси ҳам ўринли:

$$(a \parallel b) \vee (b \parallel c) \Rightarrow (a \parallel c)$$

Биринчи ёндошишда устма-уст тушиш инкор этилади, яъни тўғри чизиклар параллеллиги рефлексивлик хоссасига эга эмас. Бир текисликда ётмайдиган икки тўғри чизик мавжудлиги аксиомаларидан келтириб чиқарилади:

$$(\exists A)(A, B, C, D \subset \alpha) \vee \overline{C \subset AB}, \overline{D \subset ABC} \Rightarrow AB \subset ABC, \overline{CD \subset ABC} \vee (\exists \alpha) \cdot (AB, CD \subset \alpha)$$

Агар $(\exists A) \cdot (a, b \subset \alpha)$ бўлса, айқаш тўғри чизиклар, контрапозицияга кўра

$$(\exists A) \cdot (a, b \subset \alpha) \Rightarrow (\exists A) \cdot (A \subset a, b)$$

Бундан тўғри чизиклар айқаш бўлса, улар умумий нуқтага эга бўлмаслиги келиб чиқади.

Параллеллик аксиомасини қўллаб (мавжудлигини исботлаш мумкин):

$$\begin{aligned} (a \perp CD) \vee (b \perp CD) &\Rightarrow (a \parallel b) \\ (a) \cdot (c) [\overline{C \subset a} \Rightarrow (\exists b \exists c)(C \subset b, c)] \\ &\vee (b \parallel a) \vee (c \parallel a) \vee \overline{b \equiv C} \end{aligned}$$

Савол туғилади: a тўғри чизик ва C нуқта орқали нечта тўғри чизик ўтказиш мумкин: а) битта (Евклид фазосида); б) биттадан ортиқ (Лобачевский фазосида).

Фазода ҳам худди шундай: a тўғри чизик билан бир текисликда ётади.

Синфлаш:

- 1) $(\exists \alpha) \cdot (a \subset \alpha) \vee (b \subset \alpha) - (X)$
- 2) $(\exists A) \cdot (A \subset \alpha) \vee (A \subset \alpha) - (Y)$

Бир текисликда ётади

Бир текисликда ётмайди

Устма-уст тушади

Умумий нуқтага эга ва кесишади

Шундай қилиб, фазодаги тўғри чизиклар ўзаро жойлашишида $(a)(b)[(a \lambda b) \vee (a \times b) \vee (a \parallel b)]$: параллелликда $(a \parallel b) \Rightarrow (b \parallel a)$; кесишишда $(a \times b) \Rightarrow (b \times a)$; айқаш бўлганда $(a \lambda b) \Rightarrow (b \lambda a)$

Характерли хоссалари иккита теорема шаклида ифодаланади:

1-ТЕОРЕМА. Агар икки тўғри чизик параллел бўлса, у ҳолда уларнинг бирортасини кесиб ўтувчи тўғри чизик бошқасини ҳам кесиб ўтади:

$$(a \parallel b) \Rightarrow (\alpha)[(\alpha \times a) \Rightarrow (\alpha \times b)] \quad (\text{зарурий шарт})$$

$$(\overline{\alpha}) \cdot [(\alpha \times a) \Rightarrow (\alpha \times b)] \Rightarrow \overline{\alpha \parallel b}$$

$$(\exists \alpha) \cdot [(\overline{\alpha \times a}) \Rightarrow (\overline{\alpha \times b})] \Rightarrow \overline{a \parallel b} \approx (\exists \alpha) \cdot [(\alpha \times a) \vee (\overline{\alpha \times b}) \Rightarrow \overline{a \parallel b}]$$

Тескари теорема. Агар ҳар қандай текисликдаги тўғри чизиклардан бирортасини кесиб ўтувчи тўғри чизик иккинчисини ҳам кесиб ўтса, бу тўғри чизиклар параллел.

$$(\alpha) \cdot [(\alpha \times a)] \Rightarrow (\alpha \times b) \Rightarrow \alpha \parallel b$$

Асосий теорема. Фазода икки тўғри чизик параллел бўлиши учун текисликдаги тўғри чизиклардан бирортасини кесиб ўтувчи тўғри чизик иккинчисини ҳам кесиб ўтиши зарур ва етарли.

Шундай қилиб, таъриф бериш мумкин:
 $(a \parallel b) \approx Df \cdot [(\alpha \times a) \Rightarrow (\alpha \times b)]$, яъни:

$$1) (a \parallel b) \Rightarrow (\exists \alpha) \cdot (a, b \subset \alpha)$$

$$2) (a \parallel b) \Rightarrow (\exists \overline{A}) \cdot (A \subset a, b)$$

$$\mathbf{2\text{-ТЕОРЕМА.}} (a \parallel b) \vee (b \parallel c) \Rightarrow (a \parallel c)$$

$$\text{Исбот: } (a \parallel b) \vee (\alpha \times a) \Rightarrow (\alpha \times b) \Rightarrow (\alpha)[(\alpha \times a) \Rightarrow (\alpha \times c)] \Rightarrow (a \parallel c)$$

$$(b \parallel c) \vee (\alpha \times b) \Rightarrow (\alpha \times c)$$

$$\mathbf{3\text{-ТЕОРЕМА.}} (a \parallel b) \Rightarrow (\exists \overline{A}) \cdot (A \subset a, b)$$

Икки айқаш тўғри чизиклар орасидаги бурчак унинг танланишига боғлиқ эмас, яъни

$$(c \perp a) \vee (a \parallel b) \Rightarrow (c \perp b)$$

Тескари теорема $(c \perp a) \vee (c \perp b) \Rightarrow (a \parallel b)$ фазода ўринли эмас, тўғри чизиклар айқаш ҳам бўлиши мумкин.

2.Тўғри чизик ва текисликларнинг параллеллиги.

Фазода бунда қуйидаги ҳоллар мавжуд:

$$(a, \alpha)$$

Умумий нуқтага эга эмас
 $a \parallel \alpha$

Умумий нуқтага эга

Битта умумий нуқтага эга
 $a \times \alpha$

Биттадан кўп умумий нуқтага эга
 $a \subset \alpha$

$$(a) \cdot (\alpha) \cdot \|(a \parallel \alpha) \vee (a \times \alpha) \vee (a \subseteq \alpha)\|$$

Кесиб ўтмаслик шартидан

$$(a \parallel \alpha) \approx Df (\exists \overline{A}) \cdot (A \subset a, \alpha)$$

Мавжудлиги: тўғри чизик ва текислик параллел бўлиши учун у текисликдан ташқарида унга параллел бўлган ҳамда бу текисликка тегишли бирорта тўғри чизикқа параллел бўлиши зарур ва етарлидир.

$$(a)(b)(\alpha)[\overline{a \subset \alpha} \vee (a \parallel b) \vee (\overline{b \subset \alpha})] \Leftrightarrow (a \mid \alpha)$$

1. Агар тўғри чизик текисликка тегишли бўлса, у ҳолда берилган тўғри чизикка параллел ҳар қандай тўғри чизик бу текисликка тегишли бўлади.

$$2. (a \parallel \alpha) \Rightarrow (b)[(b \parallel) \cup (\overline{b \subset \alpha})] \Rightarrow (b \parallel \alpha)$$

$$3. (a \lambda b) \Rightarrow (\exists \alpha)[(a \subset \alpha) \vee (b \parallel \alpha)] \vee (\beta)[(\alpha \subset \beta) \vee (b \parallel \beta)] \Rightarrow (\beta \equiv \alpha)$$

3. *Текисликларнинг параллеллиги.* Бунда қуйидаги ҳоллар мавжуд:

$$(\exists A)(A \subset \alpha, \beta) - X(\alpha, \beta)$$

$$1. (\alpha \parallel \beta) \Rightarrow (\beta \parallel \alpha) \quad 2. (\alpha \parallel \beta) \Rightarrow (a)[(a \subset \alpha) \Rightarrow (\alpha \parallel \beta)]$$

Мавжудлиги: берилган текисликка тегишли бўлган нуқтадан ва текисликка параллел ягона текислик мавжуд.

Текисликларнинг параллеллик аломати (етарли шарт):

1. Иккита кесишувчи тўғри чизиклар бошқа текисликдаги иккита тўғри чизикка (кесишувчи) параллел бўлиши зарур ва етарлидир.

$$(\alpha \parallel \beta) \vee (\beta \parallel \gamma) \Rightarrow (\alpha \parallel \gamma)$$

2. Икки текислик параллел бўлса, бирортасини кесиб ўтувчи ҳар қандай текислик иккинчисини ҳам кесиб ўтади.

$$(\alpha \parallel \beta) \Rightarrow (\gamma)[(\gamma \times \alpha) \Rightarrow (\gamma \times \beta)] \text{ (зарурлиги)}$$

$$(\gamma)[(\gamma \times \alpha) \Rightarrow (\gamma \times \beta)] \Rightarrow (\alpha \parallel \beta) \text{ (етарлиги)}$$

$$(\alpha \parallel \beta) \Leftrightarrow (a)[(a \times \alpha) \Rightarrow (a \parallel \beta)]$$

Икки ҳол мавжуд : иккитаси параллел $(\alpha \parallel \beta)$, параллел эмас

$\alpha \times \beta, \gamma \times \beta, \gamma \times \alpha$, жуфт-жуфти билан кесишади:

$$a) (a \subset \alpha, \beta) \vee (a \subset \beta, \gamma) \Rightarrow (a \subset \alpha, \gamma) \quad б) a \subset \beta, \gamma, b \subset \gamma, \alpha \subset \alpha, \beta$$

4. Тўғри чизикларнинг перпендикулярлиги

Таърифга асосан

$$(a \perp \alpha) \approx Df(b)[(b \subset \alpha) \Rightarrow (a \perp b)]$$

Унинг муҳим белгилари

$$1. (a \perp \alpha) \Rightarrow (a \times \alpha)$$

Исбот. Контрапозиция усули билан келтириб чиқарилади.

$$2. (b \parallel a) \vee (a \perp \alpha) \Rightarrow (b \perp \alpha)$$

$$3. (a \perp \alpha) \Rightarrow (\beta \parallel \alpha) \Rightarrow (a \perp \beta)$$

Мавжудлиги: иккита берилган нуқтадан тенг узоқлашган нуқталарнинг геометрик ўрни бу нуқталардан ўтувчи тўғри чизикка перпендикуляр.

Бунда аналогия ўрнатиш мумкин: *текисликда тўғри чизикка нисбатан симметрия фазода текисликка нисбатан симметрия.*

Қуйидаги аломат мавжуд Тўғри бурчак ташкил этувчи текисликларга тегишли икки кесишувчи тўғри чизик перпендикуляр бўлса, у ҳолда бу текисликлар перпендикуляр:

$$(m \times n) \vee (m, n \subset \alpha) \vee (l \perp m) \vee (l \perp n) \Rightarrow (l \perp \alpha)$$

Оғма тушунчаси кейин киритилади: $(a \times \alpha) \vee (\bar{b})[(b \subset \alpha) \Rightarrow a \perp b] \approx (a \times \alpha) \vee (\overline{a \perp \alpha})$

Текисликка параллеллик ва перпендикулярликнинг қуйидаги хоссалари ўрнатилади:

- 1) Фақат битта перпендикуляр ўтказилади.
- 2) Текисликка параллел чексиз кўп тўғри чизиклар ўтказиш мумкин.
- 3) Текисликка чексиз кўп оғма ўтказиш мумкин.

Бу тўғри чизиклар ҳақидаги *уч перпендикуляр ҳақидаги теоремани* ҳам асослашга олиб келади:

Текисликка тегишли ва оғмага перпендикуляр тўғри чизик оғманинг бу текисликка оғманинг проекциясига ҳам перпендикуляр бўлади.

$$(a \subset \alpha) \vee (BC \equiv \Pi, (AC)) \vee (a, AC) \Rightarrow (a \perp BC).$$

Тескари теорема ҳам ўринли.

Перпендикуляр текисликлар. Таърифга асосан бу тушунча асосан қуйидаги белгиларни ўз ичига олиши керак: улар тўғри икки ёқли бурчаклар хосил қилади; бу икки ёқли бурчакларга мос чизиклар бурчаклар ҳам тўғри бўлади.

Қуйидаги аломат ўрнатилади: икки текислик перпендикуляр бўлиши учун уларнинг биттаси бошқасига перпендикуляр тўғри чизикдан ўтиши зарур:

$$(\alpha \perp \beta) \Rightarrow (\exists l)(l \subset \alpha) \vee (l \perp \beta)$$

1. Таълим тўғрисидаги Қонун.
2. Кадрлар тайёрлаш миллий дастури.
3. Алиханов С. Математика ўқитиш методикаси. – Т: Ўқитувчи, 1993 й.
4. Методика преподавания математики. Общая методика. М: Просвещение, 1985 г.
5. Методика преподавания математики. Общая методика. Ю.М.Колягин и др.
6. – М: 1975 г.
7. Методика преподавания геометрии. Планиметрия. – М., 1967 г.
8. Столяр А.А. Педагогика математики. – М., Просвещение, 1982 г.
9. Метельский А. Дидактика математики. – Минск, 1991 г.
10. Геометрия 7, Геометрия – 8, Геометрия – 7-11. Ўқув дарсликлари.
11. Таълим тараққиёти. 4 – махсус сон. Т., Ўқитувчи, 1999 йил.
12. Математика – 5, Математика – 6. – Т.: Ўқитувчи, 1999 й.
13. Алгебра – 7, Алгебра – 8, Алгебра – 9, Ўқув дарсликлари. – Т. Ўқитувчи-1998 йил.
14. Методика преподавания математики. Частная методика. Под ред. В.И.Мишина.-М: Просвещение, 1987 г.
15. Методика преподавания математики. Частная методика. Ю.М.Колягин и др. – М. 1977 г.
16. АЛ ва КХК ларнинг математика курси дарсликлари.

Интернет сайтлари:

<http://www.mathedu.ru/journals-collections/>
<http://www.mathedu.ru/mathteach/geometry/-/1/3>
<http://www.math.ru/lib/>
<http://www.biznes-book.ru/>

<http://le-savchen.ucoz.ru/>

<http://onejournal.ru/nauchnye-jurnal>