

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

**М.УЛУҒБЕК НОМИДАГИ САМАРҚАНД ДАВЛАТ
АРХИТЕКТУРА-ҚУРИЛИШ ИНСТИТУТИ**

Н.М.МЕЛИҚУЛОВ

Материаллар қаршилиги

С а м а р қ а н д 2011 й и л

Н.М.Меликулов. Материаллар қаршилиги фанидан ўқув қўлланма.

Қурилиш олий ўқув юртларининг талабалари учун ўқув қўлланма. Самарқанд, 2011 йил 736 бет.

Ўқув қўлланмада материаллар қаршилиги фанининг “Кириш”, “Чўзилиш ва сиқилиш”, “Мураккаб кучланиш ҳолати”, “Силжиш”, “Текис кесим юзасининг геометрик характеристикаси”, “Буралиш”, “Текис эгилиш”, “Статик аниқ рамалар учун Q, M ва N эпюраларини қуриш” “Эгилишда кучланишни аниқлаш”, “Эгилишда балканинг деформацияларини аниқлаш”, “Эластик кўчишни энергетик усулда аниқлаш теоремалари”, “Статик аниқмас системалар ҳисоби”, “Статик аниқмас оддий текис рамалар”, “Мураккаб қаршилиқ”, “Очиқ профилли юпқа деворли стерженлар”, “Эгри стерженлар”, “Сиқилган стерженларнинг устиворлиги (бўйлама эгилиш)”, “Динамик кучлар ва зарб юклар таъсири”, “Ўзгарувчан кучланишлар” ва “Юпқа деворли идишлар ва қалин деворли қувурлар ҳисоби” мавзуларига оид назарий маълумотлар, назорат саволлари, мисол ва масалалар ҳамда мустақил ечиш учун масалалар берилган.

Ўқув қўлланма олий техника ўқув юртларининг талабалари учун мўлжалланган

Такризчилар: техника фанлари докторлари, профессорлар:

Марданов Ботир Мардонович,
Раззақов Саидмақсуд Раззақович.

Мирзо Улуғбек номидаги Самарқанд Давлат Архитектура-Қурилиш институти илмий-услубий кенгаши 2011 йил
(баённома №) қарори билан олий техника ўқув юртларининг талабалари учун ўқув қўлланма сифатида тавсия этилган.

© Меликулов Н.М. 2011 йил

С Ў З Б О Ш И

Ушбу ўқув қўлланма қурилиш мутахассислиги бўйича олий техника ўқув юртлари учун мўлжалланган бўлиб у қурилиш институтлари ва бошқа олий ўқув юртларининг қурилиш факультетларида мутахассислар тайёрлаш ўқув режасига мувофиқ ёзилган.

Мазкур ўқув қўлланмани тайёрлаш жараёнида муаллиф материални шундай тартибда жойлаштиришга ҳаракат қилганларки, қўлланмани турли факультетларнинг ўқув режалари бўйича ўтишда кераксиз боб ва параграфларини ташлаб кетиши мумкин. Бундан ташқари, ўқув режада мўлжалланган жуда кенг материалларни муаллиф маънога путур етказмаган ҳолда қисқача баён этганликлари учун унда қурувчи-муҳандис ўз амалий фаолиятида учратадиган мустаҳкамлик, бикрлик ва устиворликка ҳамда тебранишларни ҳисоблашнинг ўзига хос томонлари ҳисобга олинган.

Ўқув қўлланманинг асосий материаллари охирида бир қатор масалалар ечими билан ва мустақил ечиш учун масалалар берилган бўлиб, бу эса, ўз навбатида, талабаларнинг материаллар қаршилиги фанини пухта ўзлаштиришларига ва мураккаб масалаларни қийналмай еча олишига ёрдам беради.

Ушбу ўқув қўлланманинг ҳар бир бобининг охирида материални мукамал ўзлаштиришига имкон берувчи назорат саволлари берилган.

Ўқув қўлланма ҳақидаги фикр ва мулоҳазаларни қуйидаги манзилга жўнатишларингизни сўраймиз: Самарқанд шаҳри, Лолазор кўчаси 70, СамДАҚИ “Материаллар қаршилиги ва қурилиш механикаси” кафедрасига.

I-БОБ.

1.1-§ МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ ФАНИ ВА УНИНГ МОҲИЯТИ

Ҳар хил конструкцияларни (машиналарни, иншоотларни, асбобларни ва бошқаларни) лойиҳалашда унга қуйилган юклар таъсирида чидамли ва узоқ вақтлар давомида хавф-хатарсиз ишлаши талаб қилинади, яъни конструкция мустаҳкам қилиб қурилиши керак. Чунки у озгина хато ҳисобланганда ҳам тўлиқ конструкциянинг бузилишига олиб келиши мумкин.

Конструкцияни мустаҳкамликка ҳисоблашдан ташқари, лойиҳалашнинг кўп ҳолларида бикрликка ва устиворликка ҳам ҳисоблаш зарур.

Бикрликка ҳисоблашдан асосий мақсад, конструкция элементларининг ўлчамларини шундай аниқлаш керак бўладики, нормал эксплуатация қилиш шарти бўйича рухсат этилган кўчиш (деформация) берилган қийматдан ошиб кетмаслиги керак.

Кўпгина конструкцияларнинг деформацияси баъзи бир ташқи юклар таъсирида, агар бу юк критик қиймат деб аталувчи юкдан ошиб кетмаса, жуда кичик бўлади. Агар юк ундан ошиб кетса (хато озгина бўлсада), конструкция деформацияси тез ўсади. Бунга оддий мисол қилиб ингичка стерженнинг бўйлама эгилишини келтириш мумкин. Юкнинг ўсишида конструкция деформациясининг сифат ўзгариш характери устиворликни йўқотиш дейилади. Демак, конструкцияни ҳисоблашда, устиворликни йўқотишга йўл қўймаслик керак, чунки у конструкциянинг емирилишига олиб келади.

Шундай қилиб, конструкция ва унинг қисмларини ҳам мустаҳкам, ҳам бикр ва устивор қилиб яшаш керак. Бунинг ҳар хил йўллари бор. Улардан энг асосийси қисмлар кўндаланг кесимларининг ўлчамларини катталаштириш бўлиб, унга кўп меҳнат ва ортиқча материал сарфланади. Демак, қуриладиган машина ва иншоотлар арзон бўлиб, юқоридаги учта асосий талабларга жавоб бериши керак.

Шундай қилиб, **материаллар қаршилиги** конструкция қисмларининг мустаҳкам, бикр ва устивор бўлишини ҳисоблашда зарур бўлган зўриқиш ва деформацияларни аниқлаш усулларини ўргатувчи фандир.

Қисқача таърифлаганда, **материаллар қаршилиги** конструкция қисмларининг мустаҳкамлиги, бикрлиги ва устиворлиги ҳақидаги фандир.

Бундан ташқари, материаллар қаршилигида материалларнинг баъзи физик хоссаларини тажриба ёрдамида текшириш йўллари ҳам ўрганилади. Тажриба йўлларида энг ривож топгани ва катта самара бераётгани фотоэластик, ренгеноскопик ва электросилографик усуллардир. Бу усулларнинг ҳар қайсиси қисмларда ҳосил бўладиган кучланиш ва деформацияланиш процессларини кузатиш ва уларнинг максимал қийматларини ўлчашга асосланган.

Материаллар қаршилиги фани кўп жиҳатдан назарий механикага ўхшаб кетади. Назарий механикада жисмлар ташқи куч таъсирида ўз геометрик шаклини ва ўлчамларини ўзгартирмайди деб қаралади, бундай жисмлар **абсолют қаттиқ** жисмлар аталади.

Жисмни ташқи куч таъсирида ўз геометрик шаклини ва ўлчамларининг ўзгариши **деформация** деб аталади. Агар жисмда ташқи кучлардан ҳосил бўлган деформация, куч таъсири олингач бутунлай йўқолиб кетса, **эластик деформация**, йўқолмаса, **қолдиқ** ёки **пластик деформация** деб аталади. Маълумки, конструкция қисмларида қолдиқ деформация ҳосил бўлишига йўл қўймаслик керак.

Материаллар қаршилигида назарий механиканинг (биринчи навбатда статиканинг) усуллари ва физиканинг ҳар хил материаллар хоссаларини ўрганувчи қисмидан кенг фойдаланилади.

Умуман, материаллар қаршилигида абсолют қаттиқ жисм учун чиқарилган баъзи теоремалар татбиқ этилади. Масалан, жисмни абсолют қаттиқ жисм деб ва статиканинг боғланишлар ҳақидаги аксиомасини татбиқ этиб, боғланишларнинг реакцияларини аниқлаш учун мувозанат тенгламаларидан фойдаланиш мумкин. Аммо, статиканинг кучларни ўз таъсир чизиғи бўйлаб бир нуктадан бошқа бир нуктага ва жуфт кучни ўз текислигида бир жойдан бошқа бир жойга кўчириш ҳақидаги теоремалардан фойдаланиб бўлмайди. Булардан ташқари кучларнинг эквивалент системалари ҳақидаги теоремани материаллар қаршилигида ҳамма вақт ҳам татбиқ этиб бўлавермайди.

Материаллар қаршилиги фани ҳам ўз тарихига эга.

Қурилиш материалларининг чидамлилиқ хоссасига оид масалани даставвал 17 асда машҳур итальян олими Г. Галилей майдонга ташлаган бўлиб, у стерженнинг чўзилиш ва сиқилишга доир

масалаларни ечишга уринган эди. Дастлабки назарий ишларни у қилган бўлса ҳам , аммо катта нуқсонларга йўл қўйилган эди . Чунки бу ишларда материалларнинг физик хоссалари эътиборга олинмаган эди . Бу соҳадаги биринчи тажрибаларни 1676 йилда машҳур инглиз олими Р. Гук ўтказиб , жисмга қўйилган юк билан узайиш орасидаги пропорционал боғланишри топди ва бу Гук қонуни билан машҳурдир.

Кейинчалик, бу соҳадаги тажрибаларни Т. Юнг, Б. Мариот, Пуассон, Дюгомел, Кулон ва бошқалар давом этказдилар. Жумладан, Т. Юнг чўзилиш ва сиқилишда эластиклик модули тушунчасини фанга киритди, чўзилиш ва силжиш деформацияларининг фарқини аниқлади, Пуассон эса оддий чўзилиш ва сиқилишда кўндаланг нисбий деформациянинг бўйлама нисбий деформацияга нисбатининг абсолют қиймати ўзгармас миқдор эканлигини топди. Бу ўзгармас миқдор фанга Пуассон коэффиценти номи билан кирди. Кулон эса доиравий кесимли бруснинг буралиш назариясини ишлаб чиқди ва силжишини текширди .

Материаллар қаршилиги фанининг ривожланишига 18 асрда Л. Эйлер ва Д. Бернулли ўзларининг эластик стержень эгилишининг математик назариясини яратиб, фанга катта ҳисса қўшганлар.

Сен-Венаннинг ўтказган илмий-текширишлари, Л. Эйлер ва Д. Бернуллиларнинг эгилиш назариясининг катта аниқликда эканлигини исботлади ва амалиётда етарли даражада фойдаланишни кўрсатди. Стерженнинг эластик устиворлиги (бўйлама эгилиш) масаласини текшириш биринчи марта Л. Эйлерга мансуб бўлиб, у критик куч формуласини чиқарди. Кейинчалик стерженнинг эластик устиворлигини текшириш Ф.С. Ясинский томонидан давом эттирилди.

Россияда 19 асрнинг охири 20 асрнинг бошларида Д.И. Журавский, А.В. Гадолин, Ф.С. Ясинский, В.Л. Кирпичев, И.Г. Бубнов, С.П. Тимошенко ва бошқалар материаллар қаршилиги соҳасида жуда муҳим текширишлар олиб бордилар. Булар орасида, Санкт-Петербург Академиясининг академиги Д.И. Журавский материаллар қаршилиги фанини ривожлантиришда катта фаолият кўрсатди. У Санкт-Петербург-Москва темир йўлини лойиҳалашда ва уни қуришда раҳбарлик қилиб, кўприк қурилишида катта аҳамиятга эга бўлган эгилувчи балка кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган уринма кучланишни топиш формуласини чиқарди. А.В. Гадолин қалин деворли трубанинг деформацияси ҳақидаги Ламе масаласини

ривожлантирди. Х.С. Головин эса эгри бруснинг эгилиш назариясини мукамал ҳал қилди.

Айниқса, Совет Иттифоқи даврида совет олимлари А.Н. Крылов, В.З. Власов, Б.Г. Галёркин, Н.М. Беляев, А.А. Уманский, Н.М. Рабинович, С.Д. Паномарёв, Н.И. Безухов, А.Ф. Смирнов, В.В. Болотин, Х.А. Рахматулин, М.Т. Ўразбоев ва бошқалар жуда катта илмий-текшириш ишлари олиб бориб, материаллар қаршилигининг айрим бўлимларидан мустақил фанлар яратдилар. Қурилиш практикасида фазовий юпқа деворли стерженлар катта аҳамиятга эга бўлиб, бу масала В.З. Власов томонидан ҳал қилинди, Н.Г. Бубнов ва Б.Г. Галёркинлар ҳам деформацияланувчи қаттиқ жисмлар соҳасида катта ишлар қилди, уларнинг вариацион методи ҳозир ҳам балка ва пластинкаларнинг эгилишга доир масалаларни ечишда кенг қўлланилмоқда.

Ўзбекистон Республикаси олимлари, Ўз.Р. ФА академиклари Х.А. Рахматулин, М.Т. Ўразбоев, В.К. Қобулов, Т.Ш. Ширинкулов, Т.Р. Рашидов ва бошқаларнинг илмий ишлари ҳам материаллар қаршилиги фанининг ривожланишида катта аҳамиятга эгадир.

Материаллар қаршилиги фанининг ривожланиши тарихи ҳақидаги тўлиқ маълумот билан С.П. Тимошенконинг “Истории науки о сопротивлении материалов” китобида батафсил танишиш мумкин.



Галилео Галилей (1561-1642). 1581 йил Пиза университетида кириб, тиббиётни ургана бошлаган. Аристотел физикаси, Евклид ва Архимед математикасини ўрганиб, геометрия ва механикага кизиқади.”Беседа и математические доказательства в двух новых ветвях науки” (Сочинения, Т.1) номли асари материаллар қаршилиги фанига асос солди. 1638 йилда икки янги илмий иши тугрисидаги китобини чоп этади. Унинг бир қисми материаллар қаршилиги соҳасидаги мустахкамликка бағишланган биринчи иши эди.



Х.А. Рахматулин (1909-1988), Москва давлат университети, газ ва тўлқинлар динамикаси кафедрасининг муdiri бўлиб ишлаган, тўрт марта Давлат мукофотининг лауриати, меҳнат қаҳрамони, Ўз.Р. ФА академиги, деформацияланувчи қаттиқ жисм механикасининг эластик ва эластик-пластик стерженларда кучланиш тўлқинларининг тарқалиш назарияси, пўлат троссга кўндаланг зарб таъсири назарияси ва тупроқлар динамикаси соҳасида катта илмий текшириш ишлари олиб борганлар. Айниқса, унинг стерженларда «юксизланиш» тўлқинларининг тарқалиши ҳақидаги ишлари жаҳонда машҳур бўлди ва бу тўлқин фанга Х.А. Рахматулин номи билан кирди. Бу ишлари учун у 1946 йилда Ломоносов номидаги Давлат мукофотига сазовор бўлди.



М.Т. Ўразбоев (1906-1971), Ўз.Р. ФА академиги, фанга катта хисса қўшиб, эгилувчан ип ҳисоби ва гидроэластик иншоотларга сейсмик тўлқинлар таъсири масаласини мукамал ҳал қилди. Биринчи марта ўзбек тилида “Назарий механика” ва “Материаллар қаршилиги” фанларидан дарсликлар яратди ва бу китоблари учун Давлат мукофотига сазовар бўлди. Бу дарсликлардан Олий ўқув юртларида кенг фойдаланилмоқда.



В.Қ. Қобилов (1921-2009), Ўз.Р.Ф.А академиги. Ўзбекистонда хизмат кўрсатган фан ва техника арбоби. Беруний номидаги Ўзбекистон Давлат мукофотининг лауриати, “Эл юрт хурмати” билан мукофатланган. Илмий ишлари ҳисоблаш техникасини фан, техника ва халқ хўжалигининг турли соҳаларига жорий этиш билан боғлиқ. У деформацияланувчи қаттиқ жисм механикаси масалаларини ечишда Ўзбекистонда биринчи бўлиб ЭХМ ни қўллади.



Т.Р. Рашидов 1934 йилда туғилган. Ўз.Р.Ф.А академиги. Ўзбекистонда хизмат кўрсатган фан арбоби, Абу Райхон Беруний номидаги Ўзбекистон Давлат мукофоти лауриати- техника соҳасида кўзга кўринган олим. Механиканинг фундаментал ва амалий йўналишлари, пластиклик ва эластиклик қовушқоқлик назарияларининг тажриба ва назарий изланишлари, пластик деформацияни ҳисобга олиб ер ости ва устки фазовий конструкцияларини мустаҳкамликка ва устиворликка ҳисоблаш изланишлари, тўқимачилик машиналари элементларининг динамикаси ва мустаҳкамликка ҳисоблаш бўйича тажрибавий ишларни йўлга қўйди. Ҳозирда ер ости трубаларига сейсмик тўлқинлар таъсири масалалари устида фаолият кўрсатмоқда.



Т.Ш. Ширинкулов (1937-2009), Самарқанд давлат архитектура-қурилиш институтида 1976-1986 йилларда ректор лавозимида ишлаган. Ўз.Р. ФА академиги. Деформацияланувчи асос билан ўзаро таъсирда бўлган муҳандислик қурилмаларининг ҳисобий назарияси ва деформацияланувчи қаттиқ жисмлар механикаси соҳаларида етук олимлардан биридир. У бир жинсли бўлмаган мураккаб заминда ётувчи инженерлик конструкцияларини ҳисоблашда материалларнинг ёйилувчанлиги ва улар билан мунтаззам таъсирдаги деформацияланувчи асоснинг геологик хусусиятини ҳисобга олди. Филтрацияли консолидация назариясини ривожлантириб, иншоотлар заминининг кўчишини аниқлашга қўллади. Бир жинсли бўлмаган асосдаги плита ва рамаларни ортогонал полиномларга асосланган ҳисоблаш усулини яратди. Бундан ташқари кўп қатламли балка ва пластинкалар ҳисоби устида иш олиб борган.

1.2-§ КОНСТРУКЦИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИ ВА УЛАРНИНГ ТУЗИЛМАЛАРИ

Қурилиш амалиётида учрайдиган конструкцияларда объектлар геометрик нуқтаи назардан асосан брус, пластинка (плита), қобиклар ва массивларга бўлинади.

1. **Брус** деб призматик ёки цилиндрик шаклдаги жисмларнинг кўндаланг кесим ўлчамлари узунлик ўлчамига қараганда жуда кичик бўлган конструкция элементиға айтилади. Агар унинг геометрик ўқлари тўғри чизикли бўлса **тўғри бруслар**, эгри бўлса **эгри бруслар** деб аталади (1.1-шакл, а). Буларнинг кўндаланг кесим юзалари узунлиги бўйлаб ўзгармас ёки ўзгарувчан бўлиши мумкин. Кўндаланг кесим юзаларининг оғирлик марказларини туташтирувчи чизик **брус ўқи** деб аталади.

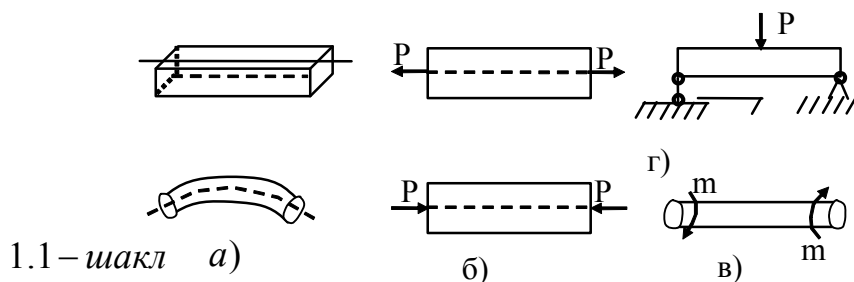
Агар бруслар чўзилиш ёки сиқилишға қаршилик кўрсатса **стерженлар** (1.1-шакл, б), эгилишға қаршилик кўрсатса **балкалар** (1.1-шакл, в) ва буралишға қаршилик кўрсатса эса **валлар** (1.1-шакл, г) дейилади.

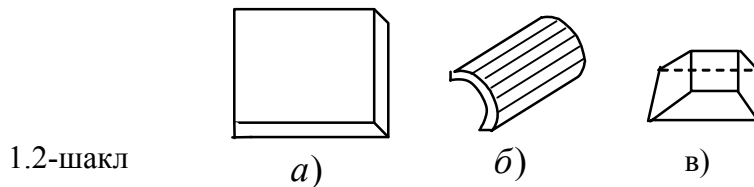
Материаллар қаршилигида энг кўп учрайдиган конструкция қисмлари бўлган бруслар ҳисобига асосий эътибор қаратилади.

2. **Пластинка** деб бир ўлчами (қалинлиги) бошқа ўлчамларига қараганда жуда кичик бўлган конструкция элементиға айтилади (1.2-шакл, а).

Бошқача айтганда, **пластинка** деб қалинлигига нисбатан ўлчамлари катта бўлган текис сирт билан ўралган конструкция қисмларига айтилади. Буларға иморатға қўйиладиган ҳар хил плиталар, йўлга тўшаладиган бетон плиталар ва бошқалар киради.

Пластинкалар билан бир қаторда **қобиклар** ҳам кўп учрайди, уларнинг ташқи контурлари эгри чизикли сиртлар билан чегараланган бўлади (1.2-шакл, б). Қобикнинг қалинлиги унинг қолган ўлчамларига нисбатан жуда кичик бўлади. Буларға турли юпқа деворли идишлар, меъморчилик гумбазлари ва бошқалар киради.



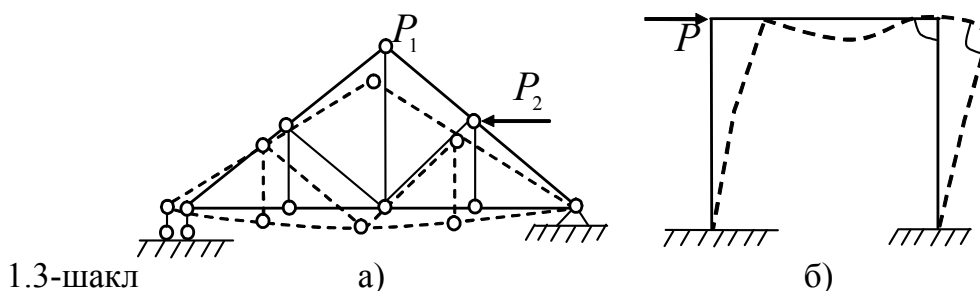


3. **Массив** деб учала ўлчами бир хил тартибда бўлган конструкция элементи айтилади (1.2-шакл, в). Буларга кўприк таянчлари, бино устунлари, вазмин пойдеворлар ва бошқалар киради.

Конструкциянинг баён қилинган элементларидан ташқари уларнинг тузилмалари ҳам бўлади. Бунга ферма ва рамалар киради.

1. **Ферма** деб бир неча стерженларни шарнирлар ёрдамида бириктиришдан ҳосил бўлган геометрик ўзгармас системага айтилади (1.3-шакл, а). Ташқи кучлар таъсирида ферманинг фақатгина тугунларигина кўчиб, стерженлар тўғрилигича қолади, чунки стерженларда шарнирлар бўлганлиги учун улар фақат чўзилишга ёки сиқилишга қаршилик кўрсатади.

2. **Рама** деб бир неча бруслар бикр қилиб туташтирилишидан ҳосил бўлган стерженлар системасига айтилади (1.3-шакл, б). У юкланганда унинг айрим элементлари эгилиб, туташтирилган нукталаридаги тўғри бурчаклар ўзгармайди. 1.3-шаклда конструкция тузилмаларининг деформациядан кейинги вазияти пунктир чизик билан кўрсатилган.



1.3-§ ТАШҚИ КУЧЛАР ВА УЛАРНИНГ КЛАССИФИКАЦИЯСИ

Конструкцияга таъсир қилувчи кучлар, асосан иккига бўлинади: Сиртки кучлар ва ҳажмий кучлар. Жисмга қўшни иккинчи жисмдан ўтадиган ва жисм сирти бўйлаб тарқалган кучларга **сиртки кучлар** дейилади. Сиртки кучлар тўпланган ва ёйилган бўлади .

Тўпланган кучлар. Бу кучлар иншоотнинг кичик юзасида, амалда шартли равишда нуқтада таъсир қилади деб ҳисобланади. Бу кучларга шарнинг балкага босими, ғилдирак тугунининг рельсга босими ва бошқалар киради. Тўпланган кучлар n (Ньютон) билан ўлчанади .

Ёйилган кучлар. Бу кучлар иншоот қисмининг маълум юзаси ёки узунлиги бўйича узлуксиз равишда таъсир қилади. Улар текис ёки ихтиёрий равишда тақсимланган бўлиши мумкин. Бу кучларга, тўғон деворига сувнинг босими, том устидаги қорнинг босими ва бошқалар киради. Ёйилган кучлар юза бўйича тақсимланган бўлса n/m^2 билан, узунлик бўйича тақсимланган бўлса n/m билан ўлчанади.

Конструкция элементларига таъсир қилувчи ташқи кучларга актив кучлар катори, реакция кучлари ҳам киради.

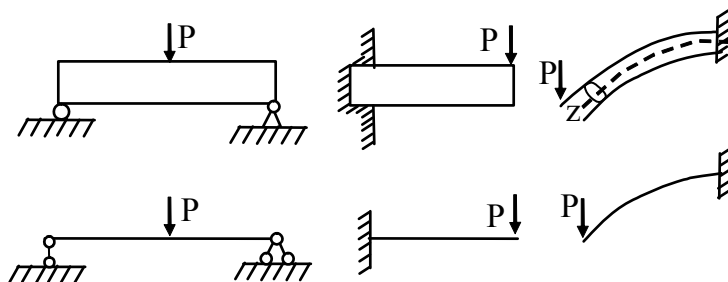
Юкларнинг вақт бўйича ўзгаришига қараб кучлар статик ва динамик бўлади.

Статик кучлар вақт бўйича шунчалик секин қўйиладики, конструкция нуқталарида тезланиш ҳосил бўлмайди деб ҳисобланади.

Динамик кучлар жуда қисқа вақт ичида ўз қиймати ёки ҳолатини ўзгартирадиган кучлардир. Масалан, зарб юклари. Динамик кучлар даврий ва нодаврий ҳам бўлиши мумкин.

Иншоотга таъсир қилувчи кучлар доимий ва муваққат бўлиши мумкин. **Доимий кучлар** деб иншоотнинг бутун хизмат давомида узлуксиз таъсир қиладиган кучларга айтилади. Масалан, иншоотнинг ўз оғирлиги. **Муваққат кучлар** эса чекланган вақт оралиғида таъсир қилади. Унга машинанинг кўприкдан ўтишдаги босими, қорнинг оғирлиги мисол бўлади.

Жисмнинг бутун ҳажми бўйича тақсимланган кучларга **ҳажмий кучлар** дейилади. Бу кучларга оғирлик кучлари, магнит тортиш кучлари, инерция кучлари ва бошқалар киради. Ҳажмий кучнинг ўлчам бирлиги n/m^3 .



1.4-шакл

Машина ва иншоотларни ҳисоблаш учун аввало ҳисоб схемаси тузилади, сўнгира барча зарур ҳисоблашлар бажарилади. Масалан, 1.4-шаклда реал балкалар ва уларга мос келувчи ҳисоб схемалари кўрсатилган. Балкалар схематик равишда идеаллаштирилган таянчлар билан бирга ўқ чизик кўринишда келтирилган.

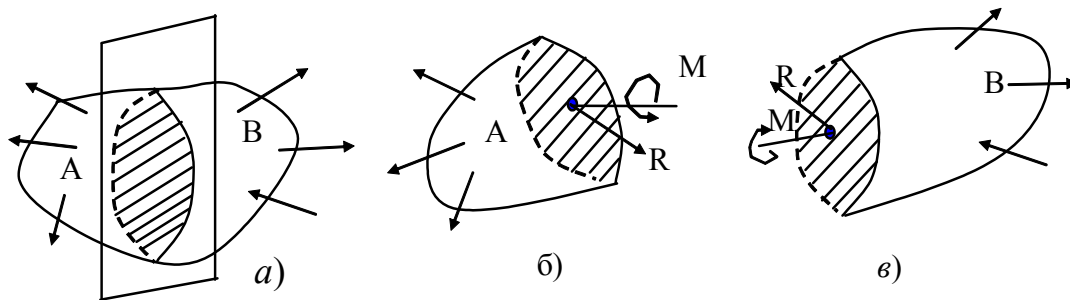
Агар брус сиртида узунлигига нисбатан ўлчамлари жуда кичик бўлган участкада юк таъсир қилса, ҳисоб схемасида тўпланган куч билан алмаштирилади, яъни юк сирт нуқтасига қўйилган деб ҳисобланади. Агар юк катта участкага қўйилган бўлса, у вақтда сирт бўйича тақсимланган бўлади ёки чизик бўйича тақсимланган ҳолга келтирилади.

Жисмга қўйилган кучлар группасини тенг таъсир этувчи билан ва аксинча, тенг таъсир этувчини ташкил этувчилар билан алмаштириш фақатгина жисмнинг мувозанатини ўрганишда фойдаланиш мумкин, агар гап кўчишларни аниқлаш ҳақида бўлса бундай қилиш мумкин.

1.4-§ ИЧКИ КУЧЛАР ВА УЛАРНИ АНИҚЛАШ. КЕСИШ УСУЛИ. КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ ҲАҚИДА ТУШУНЧАЛАР.

Жисмни ҳосил қилувчи атом заррачалари орасидаги ўзаро таъсир кучлари бошланғич **ички кучлар** дейилади. Агар жисмга ташқи куч қўйилса, унинг заррачаларини ўзаро мувозанатда тутиб турувчи ички кучлар ўзгаради ва жисм деформацияланиб, унинг кесимларида ички кучлар ҳосил бўлади, буларга, кўпинча **зўриқиш кучлари** дейилади.

Ташқи кучлар таъсирида мувозанатда турган конструкция элементини қараймиз (1.5-шакл, а).



1.5-шакл

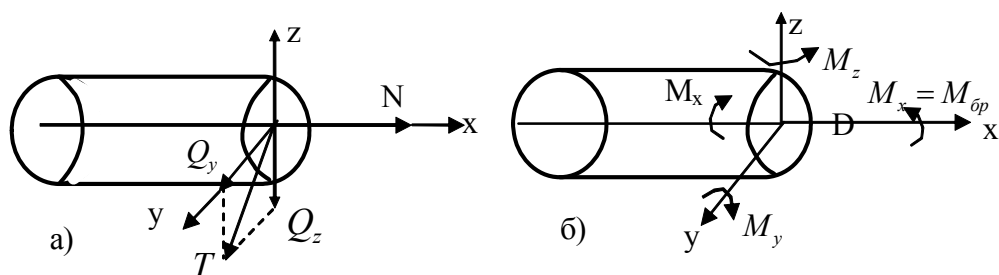
Бу элементни фикран текислик билан кесиб A ва B қисмга ажратамиз. Бу қисмларнинг ҳар қайсиси мувозанатда бўлиши учун уларнинг кесишдан ҳосил бўлган юзалари бўйича, қисмларнинг ўзаро таъсирини алмаштирувчи кучларни қўйиш керак. Масалан, A қисмини олайлик. Агар унинг кесим юзаси бўйича B қисмининг таъсирини алмаштирувчи кучларни қўймасак, у мувозанатда бўлмайди. A ва B қисмлар кесим юзалари бўйича қўйилган кучлар механиканинг учинчи қонунига асосан тенг ва қарама-қарши йўналгандир (1.5-шакл, б, в). Ҳар бир қисмнинг кесим юзаси бўйича таъсир этувчи кучлар ички кучлар дейилади. Элементларнинг B қисмининг A қисмига таъсир кучи бўлиб, тўлиқ элемент учун эса ички куч ҳисобланади.

Умумий ҳолда, элемент ўнг ва чап қисмларининг бир-бирига таъсирини кесимнинг бирорта O нуқтасига қўйилган тенг таъсир этувчи куч ва шу нуқта орқали ўтувчи ўққа нисбатан моменти M деб қараш мумкин. R куч ва M момент, кесим бўйича таъсир қилувчи ички кучлар системасининг бош вектори ва бош моменти дейилади.

Энди брус кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган ички кучларни топишга ўтамыз. Бу ҳолда кесим брус ўқига тик бўлиб O нуқта брус ўқида ётади ва кесим оғирлик маркази билан мос келади.

Бош вектор R ни иккита ташкил этувчи кучлар N ва T га ажратамиз (1.6-шакл, б), бунда: N - брус ўқи бўйлаб йўналган бўлиб, **бўйлама** (нормал) куч дейилади, T - кўндаланг кесим юзасига таъсир қилади ва **кўндаланг** куч дейилади.

Бош момент M ни ҳам иккита ташкил этувчи моментлар, $M_{\text{бр}}$ ва $M_{\text{эз}}$ га ажратиш мумкин (1.6-шакл, б), бунда $M_{\text{бр}}$ - кўндаланг текис кесимга таъсир қилади ва **бурувчи момент** деб аталади, $M_{\text{эз}}$ - кўндаланг кесимга тик бўлган текисликда таъсир қилади ва **эгувчи момент** деб аталади.



1.6-шакл

Ўз навбатида T ни ва ўқлари бўйича йўналган кўндаланг кучлар Q_y ва Q_z га (1.6-шакл, а), $M_{\delta z}$ ни эса y ва z ўқларига нисбатан олинган моментлар M_y ва M_z га ажратиш мумкин (1.6-шакл, б).

Шундай қилиб, конструкция икки қисмининг ўзаро таъсири кўндаланг кесимдаги ички кучлар системасининг бош векторнинг учта ташкил этувчилари N, Q_y ва Q_z бош моментнинг эса учта ташкил этувтилари $M_{\delta p}, M_y$ ва M_z билан характерланади.

Бу ташкил этувчиларга ички кучларнинг факторлари ёки ички зўриқиш кучлари дейилади.

Брус кўндаланг кесимидаги ҳосил бўладиган зўриқиш кучларини топиш учун кесиш усулидан фойдаланилади.

Брус кесимининг бирор нуқтасидаги зўриқиш кучини топиш учун қуйидаги тўртта кетма-кетлик бирин-кетин бажарилади:

а) брус шу нуқтадан ўтувчи текислик билан фикран икки қисмга ажратилади;

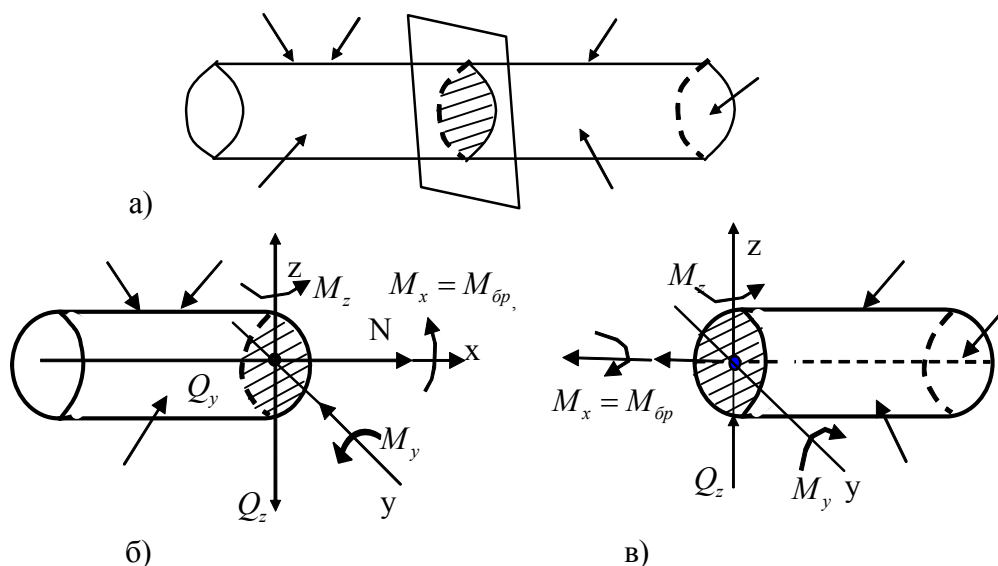
б) ажратилган қисмларнинг бир бўлаги ташлаб юборилиб, иккинчи бўлаги қолдирилади, бунда қолдирилган бўлагининг мувозанати бузилади;

в) ташланган бўлагининг қолдирилган бўлагига илгариги кўрсатган таъсири $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ кучлар билан алмаштирилади ва бу кучлар кесимнинг ҳар бир нуқтасига қўйилган бўлиши керак;

г) қолдирилган бўлагининг мувозанат шarti ёзилади.

Ички кучлар масаласини мукаммал ҳал қилиш учун унинг статик (текшириляётган қисмининг мувозанат тенгламасини тузиш), геометрик (деформациясини текшириш) ва физик (ички кучларнинг тақсимланиш қонунини билиш) томонларини текшириш керак.

Текшириляётган кесим юзасининг бирор M нуқтаси атрофида чексиз кичик F юзача ажратамиз (1.7-шакл, а). Бу юзачадаги ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси ΔR бўлсин.



1.7-шакл

У вақтда $\frac{\Delta R}{\Delta F} = p_{yp}$ - ўртача кучланиш дейилади, у вектор микдордир. $\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta F} = p$ - нуқтадаги ҳақиқий кучланиш дейилади.

Кучланиш юза бирлигидаги ички куч бўлгандагина i/i^2 билан ўлчанади. Демак, кучланиш кесим юзаси бирлигига тўғри келган ички кучдир.

Агар ΔR ни кесим юзасининг нормали бўйича ΔN ва юза бўйича йўналган ΔT тузувчига ажратсак (1.8-шакл)

$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} = \sigma \quad \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F} = \tau,$$

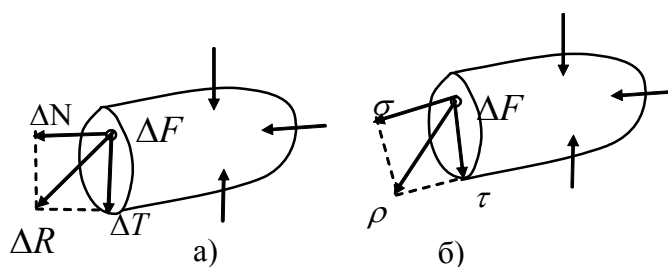
бунда, σ ва τ мос равишда нормал ва уринма кучланишлар дейилади.

Нормал ва уринма кучланишлар тўлиқ кучланишнинг ташкил этувчилари бўлганлиги учун

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad \text{бўлади.}$$

Материаллар қаршилигида нормал ва уринма кучланиш жуда катта аҳамиятга эгадир, чунки уларнинг қийматлари қурилишнинг мустаҳкамлигини характерлайди.

Брус кўндаланг кесимидаги нормал ва уринма кучланишлар шу кесимдаги ички зўриқиш кучлари билан боғлиқдир. Бу боғланишларни аниқлаш учун кесим юзасида ΔF кичик юзача ажратамиз ва юзачага нормал ва уринма кучланишлар таъсир қилади.



1.8-шакл

Аввало τ уринма кучланишни иккита τ_y ва τ_z ташкил этувчиларига ажратамиз (1.9-шакл). У вақтда ΔF юзачага координата ўқларига параллел элементар кучлар σdF , $\tau_y dF$ ва $\tau_z dF$ таъсир қилади. Бу элементар кучларнинг координата ўқларидаги проекцияларини ҳамда уларнинг моментларини жамлаб, қуйидагиларни топамиз:

$$N = \int_F \sigma dF, \quad Q_y = \int_F \tau_y dF, \quad Q_z = \int_F \tau_z dF, \quad M_x = M_{\text{бp}} = \int_F (\tau_z y - \tau_y z) dF, \\ M_y = \int_F \sigma_z dF, \quad M_z = \int_F \sigma_y dF.$$

Брусга мураккаб юклар таъсир этганда, унинг кўндаланг кесим юзаларида ички кучларнинг бир йўла барча олти компоненти пайдо бўлади.

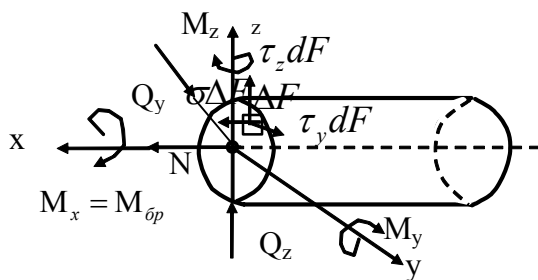
Агар бруснинг қирқиб олинган бўлагига таъсир этувчи ташқи кучлар брус ўқи бўйлаб йўналган тенг таъсир этувчига келтирилса, брус кўндаланг кесим юзасида фақат бўйлама куч N пайдо бўлади. Бундай ҳолда стержень чўзилади ёки сиқилади, унинг ўқи тўғри чизиқлигича қолади.

Агар брус кўндаланг кесимида фақат буровчи момент $M_{\text{бp}} = M_x$ таъсир қилса, у брусни бурайди, эгувчи моментлар M_y ва M_z бруснинг бош текисликларида ётганлиги учун, улар брусни шу текисликлар бўйича эгади. Шунинг учун, уларга эгувчи момент дейилади. Кўндаланг кучлар - Q_y ва Q_z бруснинг бир қисмини иккинчи қисмига нисбатан силжитади ёки кесади. Шунинг учун уларга кесувчи куч ҳам дейилади.

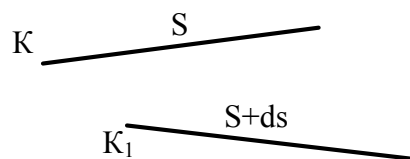
Ташқи кучлар таъсирида конструкция деформацияланиб, унинг шакли ва ўлчамлари ўзгаради. Бирорта K нуқтанинг деформациясини топиш учун, ихтиёрий йўналишдаги S кичик кесмани қараймиз (1.10-шакл). Деформация натижасида, K нуқта K_1 га кўчиб S кесма ΔS га узаяди ва ўз йўналишини ўзгартиради. У вақтда

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{S} = \varepsilon_s$$

нуқтанинг S – йўналишдаги нисбий чизиқли деформацияси бўлади.



1.9-шакл



1.10-шакл

Умуман айтганда шу нуқтада бошқа йўнилишда деформация бошқа бўлади. Агар нисбий чизиқли деформация координата ўқлари йўналишида бўлса, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ бўлади. Деформация натижасида кичик dx, dy, dz кесмалар орасидаги тўғри бурчаклар кичик $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ га ўзгаради. Булар нуқтанинг бурчак деформациялари бўлади. Чизиқли ва бурчак деформациялар ўлчамсиз миқдордир.

1.5-§ МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДА ҚАБУЛ ҚИЛИНГАН АСОСИЙ ГИПОТЕЗАЛАР (ЧЕКЛАНИШЛАР)

Конструкция элементларининг мустаҳкамлигини, бикрлигини ва устиворлигини текширишда, ҳисоблаш формулаларини келтириб чиқаришни осонлаштириш мақсадида материаллар қаршилигида бир қатор чекланишларга йўл қўйилади. Бу чекланишлар, гипотезалар (фаразлар) дейилади.

Бу гипотезалар қуйидагилардир:

1-гипотеза. Конструкция materiali яхлит (ғоваксиз) деб ҳисобланади, яъни материалнинг дискрет ва атом тузилишини эътиборга олинмайди. Жисм деформациягача ва деформациядан кейин ҳам узлуксиздир. Бунга асосан деформация ва кучланишларни координаталарнинг узлуксиз функцияси деб қаралади. Бу гипотеза реал материаллар учун математик анализнинг формулаларини ишлатишга асос бўлади.

2-гипотеза. Конструкция materiali бир жинсли ва изотроп деб қабул қилинади, яъни материалнинг ҳамма нуқталаридаги ва йўналишларидаги хусусиятлари бир хилдир. Бу гипотеза ёғоч, бетон каби материаллар учун кам ишлатилади, чунки уларнинг бир жинсли хусусияти камроқдир.

3-гипотеза. Конструкция юкланишдан олдин унда бошланғич зўриқиш кучлари бўлмайди деб қабул қилинади. Дарҳақиқат,

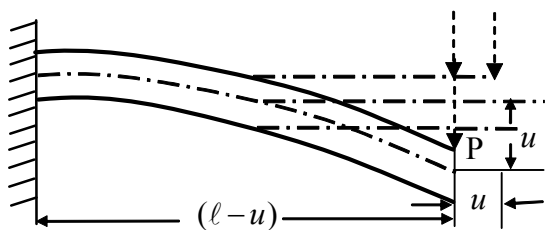
ёғочнинг нотекис қуриши, бетоннинг нотекис қотиши каби ҳолларида уларда бошланғич зўриқиш кучлари ҳосил бўлади, лекин бу зўриқиш кучларининг миқдори, ташқи юк таъсиридан жисмда ҳосил бўладиган қўзғалувчи зўриқиш кучлари миқдорига қараганда жуда кичик бўлади.

4-гипотеза. Конструкция materiali идеал эластик деб қабул қилинади, яъни деформацияни чақирувчи сабаб олингандан сўнг, материал ўзининг бошланғич ҳолатига тўлиқ қайтади. Идеал эластик жисмнинг деформацияси ҳар бир моментда фақат юкга боғлиқ бўлиб, у юкнинг қандай кетма-кетликда қўйилишига боғлиқ эмасдир. Бу гипотеза берилган материал учун эластиклик чегараси деб аталувчи “кучланиш”дан ошмаган ҳолда тўғридир. Ундан ошганда материалда пластик (қолдиқ) деформация ҳосил бўлиб, у юк олингандан сўнг ҳам йўқолмайди ёки қисман йўқолади.

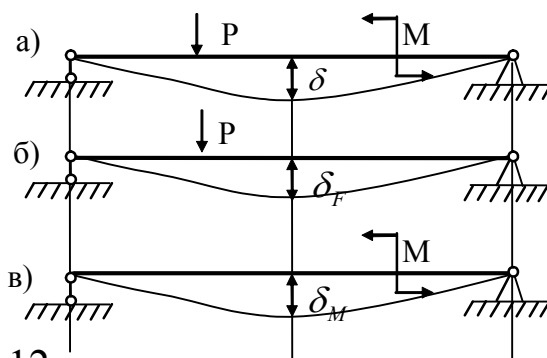
5-гипотеза. Конструкция материалнинг деформацияси, унинг ҳар бир нуқтасида кучланишга тўғри пропорционал деб қабул қилинади. Бу гипотеза Гук қонуни дейилади. Бу гипотеза берилган материал учун пропорционаллик чегараси деб аталувчи “кучланиш”дан ошмаган ҳолдагина тўғридир.

6-гипотеза. Брус кўндаланг кесими куч қўйилгангача текис ва брус ўқиға нормал бўлиб, куч қўйилгандан кейин ҳам текис ва брус ўқиға нормал бўлиб қолади. Бу гипотезага текис кесимлар гипотезаси ёки Бернулли гипотезаси дейилади.

7-гипотеза. Конструкция элементларининг деформациялари катта бўлмаганлиги сабабли, айрим нуқталарнинг кўчиш миқдори система асосий ўлчамларига нисбатан жуда кичик бўлади. Масалан, бир учи билан қистириб маҳкамланган, эркин учига P куч қўйилган балкани қараймиз (1.11-шакл). Куч таъсиридан балка эгилади, куч қўйилган нуқта вертикал z ва горизонтал x га кўчади. Қистириб маҳкамланган таянчда момент қуйидагича бўлади: $M = P(\ell - u)$.



1.11-шакл



1.12-шакл

Кўчиш u балка узунлиги ℓ га нисбатан жуда кичик бўлганлигидан уни эътиборга олмай моментни қуйидагича ҳисобласа ҳам бўлади: $M = P \cdot \ell$.

8-гипотеза. Кучлар таъсирининг мустақиллик принципи.

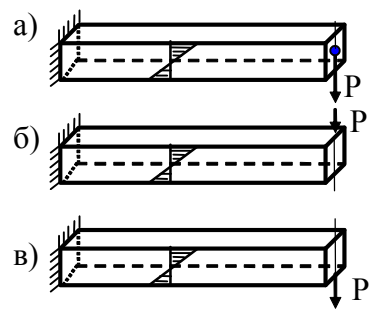
Бу принципга асосан, кучлар системаси таъсирининг натижасини, ҳар қайси куч таъсирининг натижалари йиғиндисига тенг деб қабул қилинади. Масалан, икки таянчда ётувчи ва тўпланган куч P , момент M билан юкланган оддий балкани қараймиз (1.12-шакл, а). Бу принципга кўра, P , M кучлар системаси таъсиридан балка ўртасидаги салқилик δ : тўпланган куч P таъсиридан балка ўртасидаги салқилик δ_F , (1.12-шакл, б) ва момент M таъсиридан балка ўртасидаги салқилик δ_M , (1.12-шакл, в) ларнинг йиғиндисидан иборат бўлади, яъни $\delta = \delta_F + \delta_M$.

Бу принципни Гук қонунидан фойдаланиш мумкин бўлган ва деформация кичик ҳолларда ишлатиш мумкин.

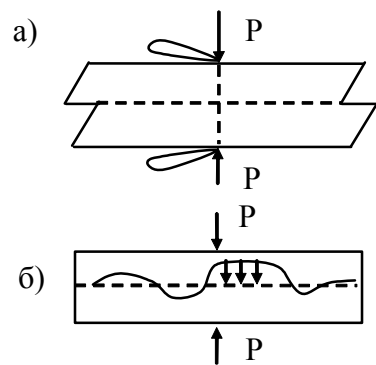
9-гипотеза. Сен-Венан принципи.

Бу принципга асосан, кучлар таъсир нуқтасидан етарлича узоқликда жойлашган нуқталарда ҳосил бўладиган ички кучлар характери ташқи кучнинг таъсир характерига боғлиқ эмас деб қабул қилинади. Масалан, учта абсолют бир хил балкани қараймиз (1.13-шакл). Бу балкалар фақат P кучнинг қўйилиши билан фарқ қилади, яъни (1.13-шакл, а) да куч уч кесимининг марказига, (1.13-шакл, б) да куч уч кесимининг устки нуқтасида ва (1.13-шакл, в) да куч уч кесимининг пастки нуқтасига қўйилган. Бу ҳолларда куч қўйилган нуқтадан етарлича узоқликда ички кучлар характери бир хил. Бу принципга асосан, жисмнинг катта бўлмаган участкасига таъсир қилувчи ёйилган кучни тўпланган кучга алмаштириш мумкин.

Бу принципни бошқача таҳрир қилиш ҳам мумкин: агар жисмнинг кичик қисмига бир-бири билан тенглашувчи кучлар системаси таъсир қилса, бу фақат маҳаллий кучланишлар чақиради. Масалан, симга омбурнинг таъсирини қараймиз (1.14-шакл, а). Кучланиш эпюрасидан (1.14-шакл, б) кўриниб турибдики, куч таъсир қилган нуқтада кучланиш катта бўлиб, унинг ўнг ва чап томонларида тез камайиб боради. Демак, бу кучлар фақат маҳаллий кучланишларни чақиради.



1.13-шакл



1.14-шакл

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Мустаҳкамлик, бикрлик ва устиворлик деганда нимани тушунасиз?
2. Брус ва стержень нима?
3. Қандай юкларга статик ва динамик юклар дейилади?
4. Ташқи кучлар деб нимага айтилади?
5. Ҳажмий кучлар қандай кучлар?
6. Қандай кесим кўндаланг кесим дейилади?
7. Брус ўқи деб нимага айтилади?
8. Қандай кучларга ички кучлар дейилади?
9. Брус кўндаланг кесимида қандай зўриқиш кучлари ҳосил бўлади?
10. Кесиш усули нимадан иборат ва у нимага керак?
11. Кучланиш нима ва у қандай ўлчанади?
12. Қандай кучланиш нормал кучланиш дейилади?
13. Қандай кучланиш уринма кучланиш дейилади?
14. Нуктадаги тўла, нормал ва уринма кучланишлар орасида қандай боғланиш бор?
15. Қандай деформацияларга чизиқли ва бурчак деформациялари дейилади?
16. Қандай гипотезаларни (чекланишларни) биласиз?
17. Кучлар таъсирининг мустақиллик принципи нимадан иборат?
18. Текис кесим гипотезаси нимадан иборат?
19. Сен- Венан принципини таърифланг?

II-Б О Б.

ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ.

2.1-§ БЎЙЛАМА КУЧЛАР ВА УЛАРНИНГ ЭПЮРАЛАРИНИ ҚУРИШ

Қурилиш конструкциялари ва машина қисмлари ичида чўзилиш ва сиқилиш деформацияларига ишлайдиган бруслар жуда кўп учрайди. Чўзилиш ва сиқилишга қаршилиқ кўрсатадиган тўғри ўқли бруслар **стерженлар** деб аталади. Масалан, ҳар қандай юк кўтаргичларнинг тросларида чўзилиш, фабрика ва завод трубаларида сиқилиш деформацияси ҳосил бўлади ва ҳоказо.

Стерженларнинг маҳкамланишига ва унга қўйилган юкларнинг таъсир этиш характерига боғлиқ ҳолда, турли хилдаги чўзилиш ёки сиқилиш деформациялари ҳосил бўлади. Масалан, стержень кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган ички кучларни битта куч фактори бўйлама кучга келтириш мумкин бўлса ва бошқа барча куч факторлари (кесувчи кучлар, буровчи ва эгувчи моментлар) нолга тенг бўлса, бундай ҳолда **марказий** чўзилиш ёки сиқилиш деформацияси ҳосил бўлади.

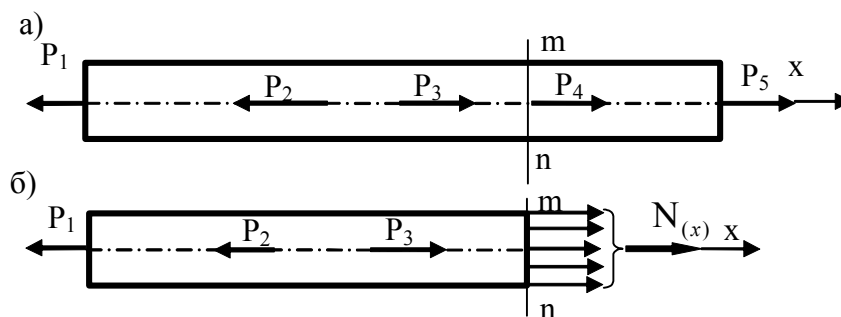
Чўзилиш ва сиқилиш деформациясини ҳосил қилувчи стерженнинг четки ёки оралиқ кесимида қўйилган ташқи кучлар, унинг ўқи бўйлаб йўналган тенг таъсир этувчисига келтирилиши керак, акс ҳолда кесимда кўндаланг кучлар ҳам ҳосил бўлиб, стерженда марказий чўзилиш ёки сиқилиш билан бирга эгилиш деформацияси ҳам ҳосил бўлиши мумкин.

Стерженнинг ихтиёрий кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган бўйлама кучни топиш учун кесиш усулидан фойдаланамиз, яъни стерженни унинг ўқида тик бўлган бирор mn текислик билан фикран кесиб икки қисмга ажратиб, қолдирилган қисмининг мувозанатини текширамиз (2.1-шакл, а).

Ташлаб юборилган қисмининг қолдирилган қисмига илгариги таъсирини алмаштирувчи ички кучлар кесим юзасига тик йўналган бўлиб, бўйлама куч " N " билан алмаштирилади ва стерженга таъсир этаётган ташқи кучлар билан мувозанатлашади (2.1-шакл, б).

Стержень қолдирилган қисмининг мувозанатини текширамиз:

$$\sum X = N(x) - P_i = 0, \text{ бундан } N(x) = P$$



2.1-шакл

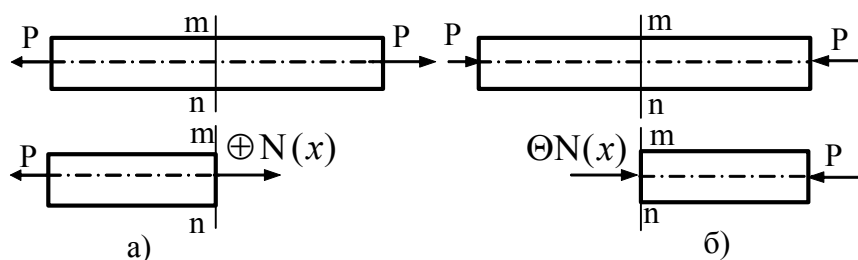
Шундай қилиб, стерженнинг ихтиёрий кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган **бўйлама куч** ($N(x)$) кесим текислигидан бир томонда қолган, яъни қолдирилган қисмига таъсир этаётган барча ташқи кучлардан, стержень ўқи йўналиши бўйича олинган проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлар экан.

Энди бўйлама кучнинг ишораси тўғрисида тўхталамиз. Агар ташқи куч таъсиридан стерженда чўзилиш деформацияси ҳосил бўлса, бўйлама куч ишораси мусбат, акс ҳолда манфий деб қабул қилинади. Бошқача қилиб айтганда, бўйлама куч кесимдан қочса, унинг ишораси мусбат (2.2-шакл, а), агар кесимга қараб интилса ишораси манфий бўлади (2.2-шакл, б).

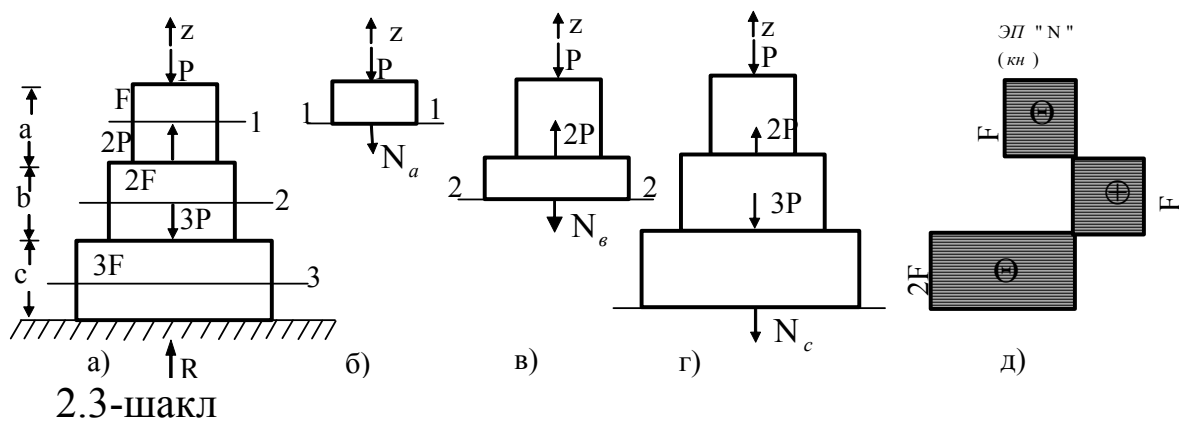
Бўйлама кучнинг йўналишини аниқлаш мураккаб бўлган ҳолларда, уни мусбат йўналишда олиш мақсадга мувофиқдир. Агар мувозанат тенгламаларини ечган вақтида бўйлама куч ишораси мусбат ишора билан чиқса стерженнинг бу кесими чўзилиш, агар манфий ишора билан чиқса бу кесим сиқилиш ҳолатида бўлади.

Стержень кўндаланг кесимида пайдо бўладиган ички зўриқиш кучларининг тенг таъсир этувчиси шу кесимдаги бўйлама кучни ифодалайди ва қуйидагича ёзилади.

$$N(x) = \int_F \sigma(x) dF \quad (2.1)$$



2.2-шакл



Бўйлама кучнинг қийматларини аниқлаш мураккаб бўлган ҳолларда унинг эпюрасини қуриш мақсадга мувофиқдир. Бўйлама кучни стержень ўқи бўйича ўзгариш қонунини кўрсатувчи график, **бўйлама куч** эпюраси деб аталади. Бу эпюрадан тез ва бехато бўйлама кучнинг энг катта қийматини топиш мумкин. Бўйлама куч $N(x)$ ни эпюрасини қуришни қуйидаги мисолда кўрамыз.

2.3-шакл, а да кўрсатилган поғонали стержень учун бўйлама куч эпюраси қурилсин.

Ечиш: Бир учи билан қистириб маҳкамланган стерженларнинг ҳисобини, унинг эркин учидан бошлаш мақсадга мувофиқдир, чунки бундай ҳолда таянч реакциясини ҳисоблаш шарт эмас. Кесиш усулидан фойдаланиб стерженни a участкасида 1-1 текислик билан фикран кесиб, юқори қисмини қолдириб пастки қисмини ташлаб юборамиз ва қолган қисмига унинг илгариги таъсирини алмаштирувчи N_a номаълум кучни 2.3-шакл, б да кўрсатилгандек ихтиёрий йўналишда кесимдан қочувчи қилиб, яъни мусбат йўналишда қўямиз. Агар шу кесим учун мувозанат тенгламасини тузиб уни ҳисоблаб чиқилганда N_a нинг қиймати мусбат ишорали чиқса, унинг йўналиши тўғри қўйилган бўлиб, бундай бўйлама куч стерженнинг шу участкасида чўзилиш деформациясини ҳосил қилади, акс ҳолда сиқилиш деформациясини ҳосил қилади. Стерженда чўзилиш деформациясини ҳосил қилувчи бўйлама куч “мусбат”, сиқилиш деформациясини ҳосил қилувчи бўйлама куч эса “манфий” деб ҳисобланади.

Шундай қилиб, стерженнинг 1-1 кесимидан юқорида қолган қисми учун мувозанат тенгламасини тузамиз (2.3-шакл, б):

$$\sum Z = -P - N_a = 0; \quad N_a = -P.$$

Бу ерда N_a нинг манфий ишорали чиқиши, шу учаткада сиқилиш деформацияси ҳосил бўлишини кўрсатади.

Энди худди юқоридагидек, стержендан 2-2 ва 3-3 кесимлар олиб, юқори қисмларини қолдириб, уларнинг мувозанатини текширамыз:

$$\sum Z = -P + 2P - N = 0 ; N_b = 2P - P = P ,$$

демак, бу участкада чўзилиш деформацияси ҳосил бўлар экан (2.3-шакл, в).

$$\sum Z = -P + 2P - 3P - N = 0 , N_c = 2P - P - 3P = -2P ,$$

бу участкада эса сиқилиш деформацияси ҳосил бўлади (2.3-шакл, г).

Энди бу учала участка учун ҳисобланган N_a , N_b , N_c ларнинг қийматларидан фойдаланиб, уларнинг стержень ўқи бўйлаб ўзгариш қонунини ифодаловчи эпюрани курамыз (2.3-шакл, д). Бу эпюрадан кўринадик бўйлама кучларнинг қиймати ҳар бир участка оралиғида ўзгармас қийматга тенг бўлар экан.

2.2-§ ЧЎЗИЛИШДА (СИҚИЛИШДА) КУЧЛАНИШ, ДЕФОРМАЦИЯ ВА КЎЧИШЛАР

Марказий чўзилиш ва сиқилиш ҳолатидаги стерженнинг кўндаланг кесимида фақат ўқ бўйлаб йўналган бўйлама куч ҳосил бўлганлиги учун, бундай стерженнинг кўндаланг кесимида фақат нормал кучланишлар ҳосил бўлади. Стержень кўндаланг кесимида, бу нормал кучланишларни тақсимланиш қонунини Я. Бернулли гипотезасидан фойдаланиб аниқлаймиз. Бу гипотеза материаллар қаршилиги фанининг масалаларида кенг қўлланилади ва қуйидагича таърифланади: ***“Стерженнинг деформациягача текис ва унинг ўқиға тик бўлган кўндаланг кесимлари деформациядан кейин ҳам текис ва тиклигича қолади”***.



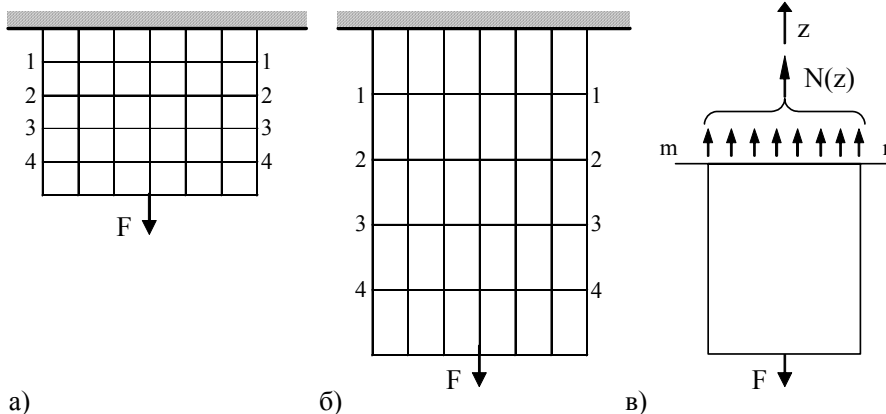
Яков Бернулли (1654-1705), Текис кесим гипотезасини асослаган:- балканинг деформациягача текис ва унинг ўқиға тик бўлган кесимлари деформациядан кейин ҳам текис ва тиклигича қолади. Бернулли гипотезаси эгилишда балка толаларининг узайиши ва қисқаришини аниқлик билан ҳисоблайди. Эгилаётган балка толасининг нисбий узайиши (қисқариши) унинг нейтрал қатламдан жойлашиш масофасига тўғри пропорционалдир.



Барре де Сен-Венан (1797-1886), Париж академиясининг аъзоси. Эластик ихтиёрий кўндаланг кесимли призматик стерженларнинг бурилиши ва эгилиши назариясини ишлаб чиқди. Яна пластик деформацияси ва тебраниш назарияси соҳасидаги ишлари билан ҳам машхурдир. Материаллар қаршилиги ва эластиклик назарияси масалаларининг қўйилиш принципларини сезиларли даражада соддалаштиришга аниқлик киритди.

Тажрибалар шуни кўрсатадики, агар 2.4-шакл, а да кўрсатилган стерженнинг сиртига, унинг ўқиға параллел ва тик йўналган чизиқлар ёрдамида тўрлар чизилса, стерженнинг эркин учига чўзувчи статик куч қўйилгандан кейин, куч қўйилган нуқтадан етарлича узоқликдаги 1-1, 2-2, 3-3 ва 4-4 кўндаланг чизиқлар ўз-ўзларига параллел ҳолда силжийди (2.4-шакл, в). Бруснинг куч қўйилган учига яқин турган кесимлари бундан мустасно, чунки бу кесимларда горизонтал жойлашган тўғри чизиқлар букилади, демак ички кучлар кесим юзасида текис тақсимланмайди, аммо бу ҳолнинг умумий мулоҳазага таъсири аҳамиятли эмас бруснинг куч таъсир эттирилган нуқтадан етарлича узоқдаги кўндаланг кесимларида бўйлама зўриқиш кучлари, демак, нормал кучланишлар текис тақсимланган бўлади. Агар стержень бир жинсли бўйлама юпқа параллел элементлар йиғиндисидан тузилган деб фараз қилинса, бу бўйлама элементлар бир хилда чўзилади, яъни кўндаланг кесимлар дастлабки ҳолатига нисбатан параллел равишда кўчади. Бу эса Я. Бернулли гипотезасига мос келади.

Стерженнинг бундай деформацияланишида унинг кўндаланг кесим юзасининг барча нуқталарида нормал кучланишлар бир хил бўлади, яъни $\sigma = const$ деб ҳисобланади.



2.4-шакл.

Энди кесиш усулидан фойдаланиб нормал кучланишларнинг қийматини аниқлаймиз. Бунинг учун стерженни нормал кучланиши аниқланадиган нуктасидан ўтувчи стержень ўқига тик йўналган текислик билан фикран кесамиз ва пастки қисмини қолдириб мувозанатини текширамыз (2.4-шакл, в):

$$\sum Z = N(z) - P = 0; N(z) = P$$

Нормал кучланиш σ ўзгармас миқдор бўлганлиги учун $N(z)$ ни (2.1) формуладан аниқлаймиз:

$$N(z) = \int_A \sigma dF = \sigma \int_A dF = \sigma F$$

$$\text{Демак } \sigma F = P, \text{ бундан } \sigma = \frac{P}{F} \quad (2.2)$$

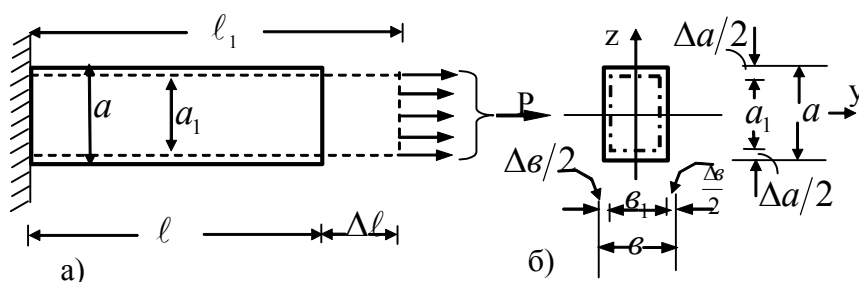
бўлади.

Агар стержень ўқи бўйлаб, бир неча ташқи кучлар таъсир этаётган бўлса, бу ҳолда (2.2) формуладаги P стерженнинг қолдирилган қисмига таъсир этаётган кучларнинг тенг таъсир этувчи $N(z)$ билан алмаштирилади, яъни

$$\sigma = \frac{N(z)}{F}. \quad (2.3)$$

Юқорида айтилганлар ва (2.3) формула сиқилган калта стерженлар учун ҳам қўлланилиши мумкин, улар чўзилган стерженлардан бўйлама кучнинг ишораси билан фарқ қилмайди.

Нормал кучланишнинг ишорасини олиш қоидаси ҳам бўйлама кучникидай бўлиб, чўзувчи кучланишлар мусбат деб олинади. Энди стерженларнинг чўзилиши ва сиқилишидан ҳосил бўладиган деформацияни текширамыз. Агар стержень бир жинсли параллел толалардан тузилган деб фараз қилсак, ташқи куч таъсиридан барча толалари бир хилда чўзилади (сиқилади) ва унинг кўндаланг кесимининг юзаси ўз-ўзига параллел равишда кўчади. Натижада стерженнинг деформациягача бўлган узунлиги ℓ узайиб ℓ_1 ҳолатни олади (2.5-шакл, а).



2.5-шакл.

Шаклдан кўринадик, стерженнинг абсолют бўйлама чўзилиши (кўндаланг сиқилиши)

$$\Delta \ell = \ell_1 - \ell, \quad (\Delta a = a_1 - a) \quad (2.4)$$

бўлади.

Абсолют чўзилиш (сиқилиш) узунлик ўлчови (одатда ℓ , a) билан ўлчанади ва чўзилиш учун мусбат, сиқилиш учун эса манфий бўлади.

Стерженнинг узунлик бирлигига тўғри келган абсолют бўйлама деформацияси нисбий бўйлама деформация деб аталади ва ε билан белгиланиб, қуйидагича аниқланади :

$$\varepsilon = \Delta \ell / \ell \quad (2.5)$$

Кўндаланг деформацияда бу миқдор абсолют кўндаланг деформация дейилади ва ε' билан белгиланади.

Кўндаланг кесимнинг a ўлчами йўналиши бўйича.

$$\varepsilon'_a = -\frac{\Delta a}{a}; \quad \Delta a = a_1 - a \quad (2.6)$$

b ўлчами йўналишида

$$\varepsilon'_b = -\frac{\Delta b}{b}; \quad \Delta b = b_1 - b \quad (2.7)$$

(2.6) ва (2.7) формулалар олдидаги “—” чўзилишда кўндаланг ўлчамлар қисқариши учун қўйилган. Агар стержень материали изотроп бўлса кўндаланг деформациялар бир хил бўлади :

$$\varepsilon'_a = \varepsilon'_b = \varepsilon'.$$

Стерженнинг узунлиги, эни, абсолют бўйлама ва кўндаланг деформациялари узунлик бирлигида ўлчанганлиги учун ε ва ε' деформациялар ўлчовсиз сон бўлади. Стержень чўзилса, $\varepsilon > 0$, $\varepsilon' > 0$; сиқилса $\varepsilon < 0$, $\varepsilon' < 0$ бўлади.

Ўтказилган тажрибалар шуни кўрсатадики, оддий чўзилиш (сиқилиш)да ε' кўндаланг нисбий деформациянинг ε бўйлама нисбий деформацияга нисбати ўзгармас миқдор бўлиб, у фақат стерженнинг материалга боғлиқ бўлади ва унинг абсолют қиймати μ билан белгиланиб Пуассон коэффиценти деб аталади.

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. \quad (2.8)$$

Бу коэффицентни биринчи бўлиб, XIX аср бошларида француз математиги Пуассон топанлиги учун унинг номи билан аталади. У материалнинг эластик характеристикаларидан биридир. Барча материаллар учун $0 \leq \mu \leq 0,5$ оралиғида ўзгаради. Баъзи материаллар

учун Пуассон коэффициентининг қийматлари 2.1-жадвалда келтирилган .

Тажрибалардан маълумки, чўзувчи (сиқувчи) кучланиш стерженнинг материали учун аниқланган маълум чегарадан ошмаса, яъни фақат эластиклик деформация чегарасида қаралса, (пропорционаллик чегарасида) чўзувчи кучланиш билан нисбий деформация орасида тўғри пропорционаллик боғланиши мавжуддир. Бу боғланишни дастлаб инглиз физиги Р. Гук топгани учун у Гук қонуни деб аталади ва қуйидагича таърифланади: **“пропорционаллик чегарасигача, чўзилган стерженларда нормал кучланиш нисбий чўзилишга тўғри пропорционалдир”**.

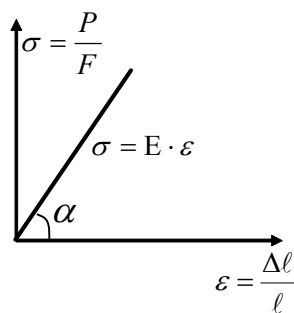
$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.9)$$

(2.9) боғланиш координаталар системасида қуйидаги оғма тўғри чизик билан ε ўқи орасидаги бурчакнинг тангенсидан пропорционаллик коэффициенти E нинг миқдорини ифодалайди :

$$E = \tan \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (2.10)$$

Пропорционаллик коэффициенти E чўзилишдаги (сиқилишдаги) эластиклик модули ёки биринчи тур Юнг модули деб аталади ва стержень материалининг чўзилишга (сиқилишга) қаршилик кўрсата олиш хусусиятини ифодалайди. E нинг ўлчами кучланишнинг ўлчамлигида (одатда $МПа, ГПа$) ифодаланади. Агар $\varepsilon = \Delta \ell / \ell = 1$ бўлса $\sigma = E$ бўлиб, E - эластиклик модули стерженнинг чўзилишидан (сиқилишидан) кейин абсолют деформацияси унинг узунлигига ($\Delta \ell = \ell$) тенг ҳолатида ҳосил бўладиган кучланиш бўлар экан.

Эластиклик модули E нинг турли материаллар учун тажриба йўли билан аниқланиб, маълум материаллар учун E нинг қийматлари 2.1-жадвалда берилган.



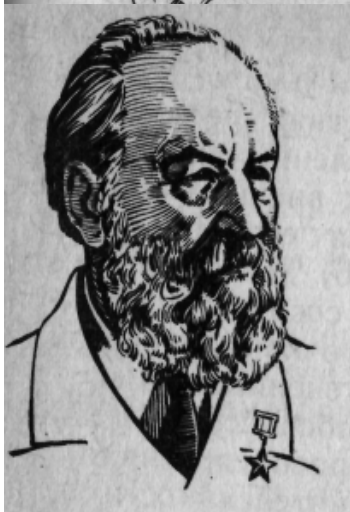
2.6-шакл



Роберт Гук (1635-1703), Англиялик энциклопедис олим, Лондон қироллиги жамияти аъзоси. Гукнинг илмий яратишлари табиий фанларнинг кўп соҳасини қамраб олган. Газлар босимини ўрганиб, капиллярлик ва суюқлик юза тортилишини яратди. Планитар ҳаракатлар назарияси билан шуғулланган, бутун дунё тортилиш қонуни ҳақидаги ғояси билан Нютоннинг олам механикаси яратилишига туртки бўлди. 1678 йилда машҳур Гук қонунини яратди, бу қонун материалар қаршилиги фанини ривожланишида катта роль ўйнади.



Юнг Томас (1773-1829), Лондон Қиролиги жамиятининг аъзоси. У биринчи бўлиб чўзилиш ва сиқилишдаги эластиклик модули тўғрисида маълумот берди. Зарб юкларидан ҳосил бўладиган кучланишларни ўрганишнинг асосчисидир. Тўғри бурчакли брусларнинг чўзилиши ва сиқилишидаги масалаларнинг ечимини берди.



Крылов Алексей Николаевич (1863-1945), Иттифоқ давлат мукофотининг лауриати. Социалистик меҳнат қаҳрамони, академик, буюк математик олим, механик кemasoz. Кemasozлик қурилиши, стерженлар статикаси ва динамикаси соҳасидаги чуқур изланишлар муаллифи. Эластик асосда ётувчи балкаларни ҳисоблаш усулини ишлаб чиққан.



Симон Дени Пуассон (1781-1840). Француз математиги, механиги, физиги. Аналитик механика, эластиклик назарияси, математик физика ва математиканинг турли бўлимлари унинг қаламига масулдир. Оддий чўзилиш (сиқилиш)да ε' кўндаланг нисбий деформациянинг ε бўйлама нисбий деформацияга нисбати ўзгармас миқдор бўлиб, у фақат стерженнинг материалига боғлиқ бўлишини аниқлади ва унинг абсолют қиймати μ билан белгиланиб Пуассон коэффиценти деб аталади

Турли материаллар учун Пуассон коэффиценти μ ва эластиклик модули E нинг қийматлари.

2.1-жадвал

Материалларнинг номи	Пуассон коэффиценти μ	Эластиклик модули E (МПа)
Пўлат	0,24 – 0,33	$(2,0-2,1) 10^5$
Мис	0,31 – 0,34	$(0,84-1,3) 10^5$
Бронза	0,32 – 0,35	$(1,05-1,15) 10^5$
Чўян	0,23 – 0,27	$(1,15-1,60) 10^5$
Қўрғошин	0,45	$0,17 10^5$
Латунь	0,32 – 0,42	$(0,90-1,00) 10^5$
Алюминий ва дюралюминий	0,32 – 0,36	$(0,59-0,71) 10^5$
Каучук	0,47	$0,00008 10^5$
Шиша	0,25	$0,56 10^5$
Ёғоч: тола бўйича		
йўналишда	-	$(0,10-0,12) 10^5$
толага тик		
йўналишда	-	$(0,005-0,01) 10^5$

Гук қонунидан фойдаланиб, чўзувчи куч, стерженнинг кўндаланг кесим ўлчамлари ва абсолют деформациялари орасидаги боғланишни топамиз. Бунинг учун (2.5) дан $\Delta \ell$ ни топиб, ундаги ε нинг қийматини (2.2) дан келтириб қўйиб, қуйидаги формулани ҳосил қиламиз :

$$\Delta \ell = \frac{P\ell}{EF} \quad (2.11)$$

Бу формуладан кўринадик, стерженнинг абсолют чўзилиши (сиқилиш) чўзувчи (сиқувчи) куч (P) га ва унинг узунлиги (ℓ) га тўғри пропорционал, эластиклик модули (E) ва кўндаланг кесим юзаси (F) га тесқари пропорционал бўлар экан. Боғланишнинг ўзи эса чўзилишда (сиқилишда) Гук қонуни деб аталади.

(2.11) формуладаги: EF – миқдор стерженнинг чўзилишдаги (сиқилишдаги) бикрлиги дейилади.

Амалда стерженнинг бикрлик коэффиценти (c), унинг бикрлиги орқали қуйидагича ифодаланади:

$$c = \frac{EF}{\ell}. \quad (2.12)$$

Бикрлик коэффициентининг тескари қиймати мойиллик коэффициенти (β) деб аталади ва қуйидагича ифодаланади :

$$\beta = \frac{1}{c} = \frac{\ell}{EF} \quad (2.13)$$

Стерженни 1 м³ ёки 1 м чўзувчи куч бикрлик коэффициенти ва уни 1 кг ёки 1 г куч таъсирдан чўзилиш (сиқилиш) миқдorigа мойиллик коэффициенти деб аталади.

Стерженнинг абсолют чўзилиши бикрлик ва мойиллик коэффициентлари орқали қуйидагича ифодаланади :

$$\Delta \ell = \frac{P}{c} \quad \text{ёки} \quad \Delta \ell = \beta P. \quad (2.14)$$

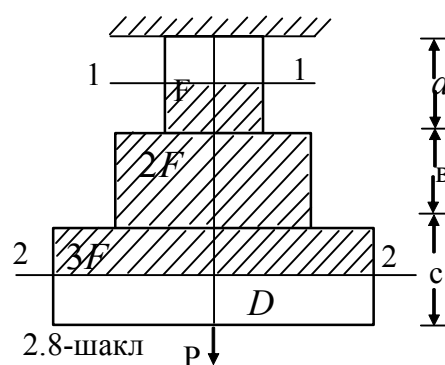
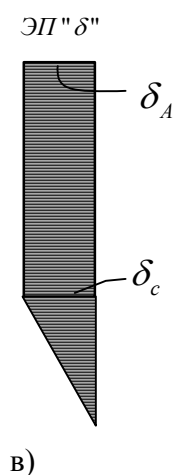
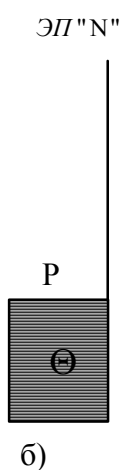
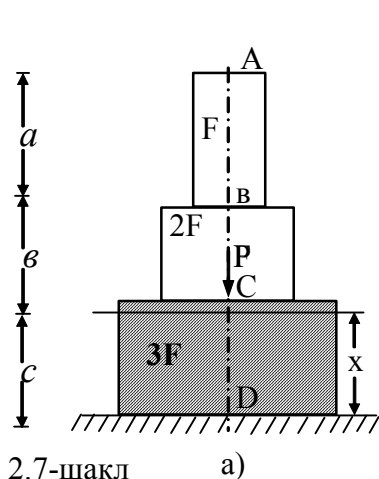
Булардан кўринадики, стержень қанчалик чўзилишга мойил бўлса, шунчалик унинг бикрлиги кам бўлади ва аксинча.

Агар стерженнинг кўндаланг кесимлари поғоналаб ўзгарса ва унга бир нечта кучлар таъсир этаётган бўлса, стерженнинг абсолют чўзилиши бўйлама куч ва кўндаланг кесим юзаси ўзгармас бўлган участкалар учун (2.11) формула алоҳида ҳисобланиб, кейин уларнинг йиғиндиси олинади:

$$\Delta \ell = \sum \Delta \ell_i = \sum \frac{N_i \ell_i}{EF_i}, \quad (2.15)$$

бу ерда : N_i - стерженнинг ҳар қайси участкасига қўйилган бўйлама куч,

F_i ва ℓ_i -стержень айрим участкасининг кесим юзаси ва узунлиги.



Стерженлар чўзилганда (сиқилганда) унинг кўндаланг кесимлари ўқ бўйлаб кўчади. Кўндаланг кесимнинг кўчиши билан деформацияси бир-биридан мутлоқа фарқ қилади, ваҳоланки кўчиш деформация натижасида ҳосил бўлса ҳам бироқ улар бир-биридан катта фарқ қилади. Масалан, (2.7-шакл, а) да кўрсатилган поғонали стерженнинг фақат CD участкаси деформацияланиб, AC участкаси, CD участка қанча деформацияланса шунча масофага қаттиқ жисм сифатида кўчади ҳалос, яъни AC участкадаги барча кесимларнинг кўчиши CD участкаси бўлади :

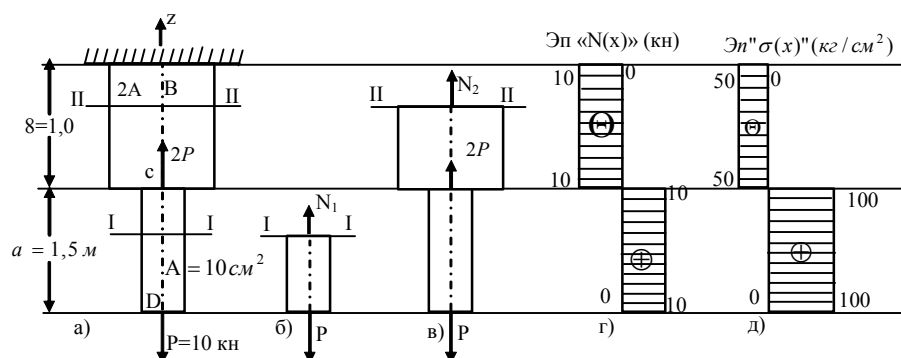
$$\delta_A = \Delta \ell_{CD} = \frac{Nc}{E3F}. \quad (2.16)$$

Стержень кўндаланг кесимининг кўчиши бутун бруснинг деформациясига боғлиқ бўлмасдан, балки шу кесим билан маҳкамланган кесим орасидаги қисми узунлигининг ўзгаришига тенг бўлади.

Масалан, стерженнинг маҳкамланган кесимидан x масофадаги кесимнинг кўчиши (2.7- шакл,а) қуйидагича топилади :

$$\delta(x) = \Delta \ell(x) = -\frac{P \cdot x}{E3F}; \quad (0 \leq x \leq c).$$

2.8.-шаклда кўрсатилган поғонали стерженнинг 1-1 ва 2-2 кесимларининг кўчиши штрихланган қисми узунлигининг ўзгаришига тенг бўлади.



2.9-шакл.

МИСОЛЛАР.

2.1-мисол

2.9-шакл,а да кўрсатилган поғонали стержень учун бўйлама куч ва нормал кучланиш эпюралари қурилсин .

Ечиш: Ҳар бир участкадан ихтиёрий кесим олиб бўйлама куч ва нормал кучланиш учун қуйидаги қийматларни топамиз.

ДС участкада

$$\Sigma z_1 = N_1 - P = 0; \quad N_1 = P = 10 \text{ кН} = \text{const.}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2F} = -\frac{10 \cdot 10^2}{10} = 100 \text{ кг/см}^2.$$

СВ участкада

$$\Sigma z_2 = N_2 + 2P - P = 0; \quad N_2 = P - 2P = -10 \text{ кН} = \text{const.}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2F} = -\frac{10 \cdot 10^2}{2 \cdot 10} = -50 \text{ кг/см}^2.$$

Юқоридаги қийматлардан фойдаланиб, бўйлама куч «N(x)» ва «σ(x)» эпюраларини курамиз.

2.2-мисол

2.10. шаклда кўрсатилган брус учун бўйлама куч ва нормал кучланиш эпюраси қурилсин.

Ечиш: Стерженнинг пастки эркин учидан бошлаб олтига участкага ажратиб (2.10-шакл, а,б,в,г,д,е) уларнинг пастки қисмини қолдириб, ҳар бир участка учун бўйлама куч ва нормал кучланиш қийматларини топиш учун участкаларнинг кўндаланг кесим юзасини ҳисоблаймиз:



2.10-шакл.

$$F_I = F_{II} = \frac{\pi(20)^2}{4} = 314 \text{ см}^2; F_{III} = F_{IV} = \frac{\pi(40)^2}{4} = 1256 \text{ см}^2;$$

$$F_V = F_{VI} = \frac{\pi(30)^2}{4} = 706 \text{ см}^2$$

Ҳар бир участка учун бўйлама кучларни ҳисоблаймиз:

$$N_I = P_1 = 40 \text{ кН}; N_{II} = N_{III} = P_1 - P_2 = -20 \text{ кН}; N_{IV} = P_1 - P_2 + P_3 = 60 \text{ кН};$$

$$N_V = P_1 - P_2 + P_3 - P_4 = 20 \text{ кН}; N_{VI} = P_1 - P_2 + P_3 - P_4 + P_5 = 100 \text{ кН}.$$

Ҳар бир участка учун нормал кучланишларни ҳисоблаймиз:

$$\sigma_I = \frac{N_I}{F_I} = \frac{40 \cdot 10^2}{314} = 12,7 \text{ кг/см}^2; \sigma_{II} = -\frac{20 \cdot 10^2}{314} = -6,35 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{III} = -\frac{20 \cdot 10^2}{1256} = -1,6 \text{ кг/см}^2; \sigma_{IV} = \frac{60 \cdot 10^2}{1256} = 4,8 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_V = \frac{20 \cdot 10^2}{706} = 2,8 \text{ кг/см}^2; \sigma_{VI} = \frac{100 \cdot 10^2}{706} = 14,2 \text{ кг/см}^2.$$

Топилган қийматлардан фойдаланиб N ва σ эпюраларини курамиз (2.10-шакл, ж.3).

2.3-мисол

Узунлиги $\ell = 40 \text{ см}$ ва диаметри $d = 4 \text{ см}$ бўлган, доиравий кўндаланг кесимли пўлат стержень $P = 40 \text{ кН}$ куч билан чўзилади. Пўлат учун эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ва Пуассон коэффиценти $\mu = 0,3$ га тенг бўлганда стержень кўндаланг кесимдаги чўзувчи кучланиш, абсолют ва нисбий деформациялар топилсин.

Ечиш. Стержень кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланишини (2.2) формуладан фойдаланиб топамиз:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P \cdot 4}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 4^2} = 318,5 \text{ кг/см}^2.$$

Стерженнинг абсолют деформациясини (2.11) формуладан фойдаланиб ҳисоблаймиз:

$$\Delta \ell = \frac{P \ell}{EF} = \frac{P \cdot \ell}{E \cdot \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^2 \cdot 40}{2 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 4^2} = 0,0064 \text{ см}.$$

Нисбий бўйлама деформацияни (2,5) формуладан фойдаланиб топамиз:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{0,0064}{40} = 0,00016.$$

Кўндаланг нисбий деформация (сиқилиш) ни (2.8) формуладан аниқлаймиз:

$$\varepsilon' = \mu \varepsilon = 0,3 \cdot 0,00016 = 0,000048.$$

2.4-мисол

2.11 шакл, а да кўрсатилган поғонали пўлат стержень учун бўйлама куч, нормал кучланиш ва кўчиш эпюралари қурилсин.

Қуйидаги қийматлар берилган:

$$P_1 = 10 \text{ ёи}, P_2 = 20 \text{ ёи}, F_1 = 10 \text{ см}^2, F_2 = 20 \text{ см}^2, a = 2,0 \text{ м}, \hat{a} = 1,0 \text{ м}, E = 2 \cdot 10^6 \text{ ёи/см}^2$$

Ечиш: Бўйлама N кучларни ва нормал кучланишларни топиш учун стерженьни ўқига тик бўлган $I-I$ ва $II-II$ текисликлар билан фикран кесиб, пастки қисмларини қолдириб мувозанатларини текшираимиз:

$$\sum x = N_1 - P_1 = 0; \quad N_1 = P_1 = 10 \text{ ёи}; \quad \sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{10 \cdot 10^2}{10} = 100 \text{ ёи/см}^2.$$

$$\sum x = N_2 - P_1 + P_2 = 0; \quad N_2 = P_1 - P_2 = 10 - 20 = -10 \text{ ёи};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = -\frac{10 \cdot 10^2}{20} = -50 \text{ кг/см}^2.$$

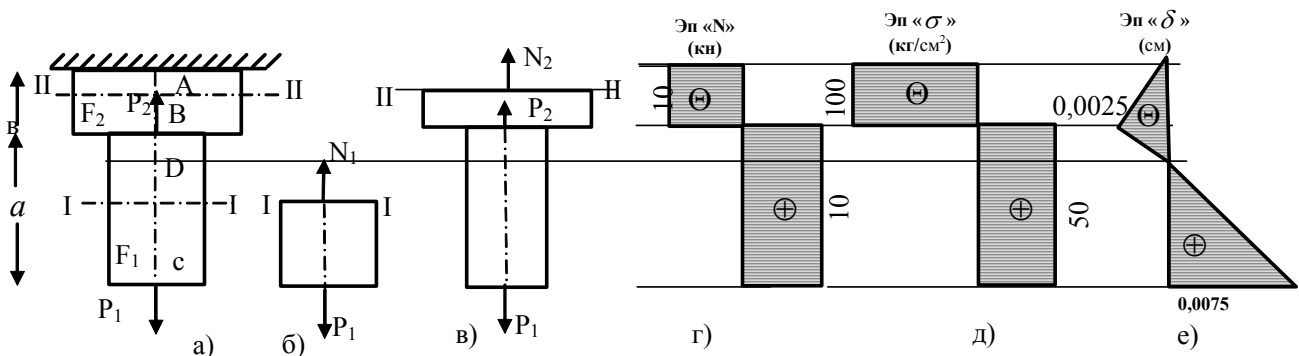
N ва σ ларнинг топилган қийматларидан фойдаланиб қурилган эпюралар 2.11-шакл, г, д ларда кўрсатилган. Бу эпюрадан кўринадики стерженьнинг BC қисмида бўйлама куч чўзувчи, AB қисмида эса сиқувчи бўлар экан.

В кесимнинг кўчиши юқорига йўналган бўлади, чунки бу кесимда бўйлама куч сиқувчи бўлиб, бу қисми сиқилади:

$$\delta_B = \frac{N_2 \cdot b}{EF_2} = -\frac{10 \cdot 10^2 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 20} = -0,0025 \text{ см}.$$

C кесимнинг кўчиши B кесимнинг кўчиши билан стерженьнинг BC қисмининг чўзилишининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади:

$$\delta_c = \delta_B + \Delta \ell_a = -0,0025 + \frac{N_2 \cdot a}{EF_1} = -0,0025 + \frac{10 \cdot 10^2 \cdot 200}{2 \cdot 10^6 \cdot 10} = 0,0075 \text{ см}.$$



2.11-шакл

Булардан кўринадики, В кесимнинг кўчиши юқорига ва С кесимнинг кўчиши эса пастга йўналган бўлар экан. В ва С кесимнинг кўчишларининг қийматидан фойдаланиб қурилган кўчиш эпюраси 2.11-шакл, е да кўрсатилган.

Кўчиш эпюрасидан кўринадики, стерженнинг D кесими кўчмас экан, бу кесимдан баланддаги кесими юқорига қараб, пастки қисми эса пастга қараб йўналар экан.

2.5-мисол

2.12-шаклда кўрсатилгандек, узунликлари, материаллари ва кўндаланг кесим юзалари бир хил бўлган АВ ва АС стерженларини туташтирувчи А нуктасига Р куч қўйилган. Пўлат стерженлар В ва С нукталарга шарнир воситасида боғланган бўлса, А нуктанинг кўчиши топилсин.

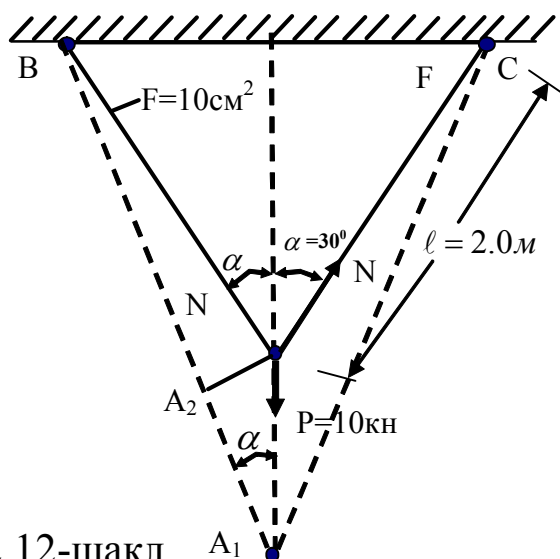
Ечиш: АВ ва АС стерженлар симметрик жойлашгани учун А нукта вертикал кўчади. А нуктанинг мувозанатда бўлишидан фойдаланиб, стерженлардаги N зўриқиш кучларини топамиз:

$$N = \frac{P}{2 \cdot \cos \alpha};$$

АВ стерженнинг абсолют чўзилиши қуйидагича бўлади:

$$\Delta \ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot F} = \frac{P \cdot \ell}{2EF \cos \alpha}.$$

Деформация жуда кичик бўлганлигидан $\angle AA_1 A_2 \cong \alpha$ деб олиб, А нуктанинг кўчишини ҳисоблаймиз:



2.12-шакл

$$\delta_A = \frac{\Delta \ell}{\cos \alpha} = \frac{P \cdot \ell}{2EF \cos^2 \alpha} = \frac{10 \cdot 10^2 \cdot 200}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 0,0033 \text{ см.}$$

Демак, А нукта 0,0033 см га вертикал кўчар экан.

2.6-мисол

2.13-шакл кўрсатилган поршень $P = 5 \text{ кг/см}^2$ босим остида бўлиб, агар $D = 25 \text{ см}$, $d = 5 \text{ см}$ ва $\ell = 100 \text{ см}$ бўлса пўлат штокдаги нормал кучланиш ва абсолют чўзилиш топилсин.

Ечиш: Поршеннинг ишчи юзасини топамиз:

$$F_n = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{3,14}{4}(25^2 - 5^2) = 471 \text{ см}^2$$

Бўйлама кучни топамиз:

$$N = P = F_n \cdot P = 471 \cdot 5 = 235,5 \text{ кН} = 23,55 \text{ кН}$$

Штокнинг кўндаланг кесим юзасини топамиз:

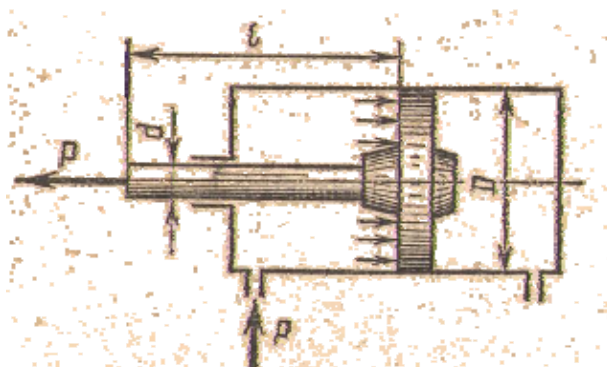
$$F_u = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14(5)^2}{4} = 78,5 \text{ см}^2$$

Штокдаги кучланишни топамиз:

$$\sigma = \frac{N}{F_u} = \frac{23,25 \cdot 10^2}{78,5} = 30 \text{ кг/см}^2$$

Штокнинг абсолют деформациясини ҳисоблаймиз:

$$\Delta \ell = \frac{N \cdot \ell}{EF_u} = \frac{23,55 \cdot 10^2 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 78,5} = 0,0015 \text{ см}$$



2.13-шакл

2.3-§ ЧЎЗИЛГАН (СИҚИЛГАН) СТЕРЖЕНЛАРНИНГ НОРМАЛ КУЧЛАНИШ БЎЙИЧА МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ

Чўзилишга (сиқилишга) ишлайдиган конструкция қисмлари ишлаш жараёнида хавф-хатарсиз ишлаш учун, яъни мустаҳкам бўлиши учун унинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланиш шу конструкция қисмининг материали учун рухсат этилган нормал кучланишдан ошиб кетмаслиги керак :

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{F} \leq [\sigma], \quad (2.17)$$

бу ерда $[\sigma]$ - стержень материали учун рухсат этилган нормал кучланиш.

Бу кучланишни топишни кейинроқ батафсил кўриб чиқамиз.

Рухсат этилган нормал кучланишларнинг қийматлари.

2.2-жадвал

Материалларнинг номи	$[\sigma_t]$ (МПа)	$[\sigma_c]$ (МПа)
Чўян	28 – 80	120 – 150
Пўлат ст.1	120	120
ст.2	140	140
ст.3	160	160
Мис	30 – 120	30 - 120
Латунь	70 – 140	70 – 140
Бронза	60 – 120	60 – 120
Алюминий	30 – 80	30 – 80
Дуралюминий	80 – 150	80 – 150
Қарағай (толалар бўйича)	7 – 10	10 – 12
Дуб (толалар бўйича)	9 – 13	13 – 15
Тош (кладка)	0 , 3	0,4 – 4,0
Ғишт (кладка)	0 , 2	0,6 – 2,5
Бетон	0,1 – 0,7	1,0 – 9,0

Агар стержень материали чўзилиш ёки сиқилишга ҳар хил қаршилиқ кўрсатса, унинг мустаҳкамлик шарти чўзилиш ва сиқилиш учун алоҳида ҳисобланади.

$$\sigma_{t\max}^t = \frac{N_{\max}}{F} \leq [\sigma_t], \quad (2.18)$$

$$\sigma_{\max}^c = \frac{N_{\max}}{F} \leq [\sigma_c], \quad (2.19)$$

бунда $[\sigma_u]$ ва $[\sigma_c]$ - стержень materiali учун чўзилиш ва сиқилишдаги рухсат этилган нормал кучланишлар.

Рухсат этилган нормал кучланиш турли материаллар учун ҳар хил қийматга эга бўлади. Баъзи материаллар учун рухсат этилган нормал кучланишларнинг қийматлари 2.2-жадвалда келтирилган.

Стерженьнинг мустаҳкамлик шартидан, яъни (2.17) дан фойдаланиб қуйидаги учта масалани ҳал қилиш мумкин :

1. Стерженьнинг мустаҳкамлигини текшириш.

Текширилаётган стержень кўндаланг кесим юзасининг ўлчамлари ва унга қўйилган чўзувчи (сиқувчи) кучлар маълум бўлса шу кўндаланг кесимдаги энг катта нормал кучланишни топиб уни рухсат этилган кучланиш билан солиштириб кўриш мумкин, яъни

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \quad (2.20)$$

Булар орасидаги фарқ $\pm 5\%$ дан ошмаса стерженьнинг мустаҳкамлиги ва материалнинг тежалиши таъминланади.

2. Стерженьнинг хавфли кўндаланг кесимини танлаш.

Агар стержень materiali ва унга қўйилган кучлар маълум бўлса, стерженьнинг ташқи кучларга бардош бераоладиган кўндаланг кесим юзасининг хавфсиз ўлчамларини топиш мумкин :

$$F \geq \frac{N_{\max}}{[\sigma]}. \quad (2.21)$$

3. Стерженьнинг юк кўтара олиш қобилиятини аниқлаш.

Чўзилаётган (сиқилаётган) стерженьнинг materiali ва кўндаланг кесимининг юзаси маълум бўлса, унга қўйилиши мумкин бўлган чўзувчи (сиқувчи) кучнинг миқдорини топиш мумкин :

$$N_{\max} \leq [\sigma] F. \quad (2.22)$$

Агар стерженьни чўзувчи (сиқувчи) кучларни статиканинг мувозанат тенгламаларидан аниқлаш мумкин бўлса, тегишли стерженьлар учун мустаҳкамлик шартининг бажарилишини (2.17) тенглама ёрдамида текшириш мумкин.

МИСОЛЛАР.

2.7-мисол

Квадрат кўндаланг кесимли ($F=25 \text{ см}^2$) пўлат стерженнинг юқори учи маҳкамланган бўлиб, пастки эркин учига $P=390 \text{ кн}$ куч қўйилган бўлса, стерженнинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Ечиш: Стерженнинг кўндаланг кесимидаги нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{390 \cdot 10^2}{25} = 1560 \text{ кг/см}^2$$

Мустаҳкамлик шarti (2.19) формулага асосан:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] ; 1560 \leq 1600.$$

Булар орасидаги фарқ $\pm 5\%$ дан кам бўлганлигидан кўринадикки унинг мустаҳкамлиги таъминланар экан.

2.8-мисол.

Цемент қоришмаси ёрдамида ғишдан терилган квадрат кўндаланг кесимли устун $P=72 \text{ кн}$ бўйлама куч билан марказий сиқилаяпти. Агар $[\sigma]=12 \text{ кг/см}^2$ бўлса, устуннинг кўндаланг кесим юзаси ўлчами а топилсин.

Ечиш: Устуннинг кўндаланг кесим юзасини (2.20) формуладан фойдаланиб ҳисоблаймиз:

$$F \geq \frac{P}{[\sigma]} = \frac{72 \cdot 10^2}{12} = 600 \text{ см}^2,$$

квадратнинг тамони $a = \sqrt{600} = 24,49 \text{ см}$.

Устун кўндаланг кесимнинг томонини бир ғишдан қилиб қуриш керак экан.

2.9-мисол.

Агар қалинлиги $\delta = 1,0 \text{ см}$, мустаҳкамлик коэффициенти $n=3$, мустаҳкамлик чегараси $\sigma = 4200 \text{ кг/см}^2$ бўлса, $P=112 \text{ кн}$ куч билан чўзилаётган пўлат полосанинг эни b топилсин.

Ечиш: Аввало рухсат этилган кучланиш $[\sigma]$ ни топамиз:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n} = \frac{4200}{3} = 1400 \text{ кг/см}^2$$

Полосанинг кўндаланг кесим юзасини (2.20) формуладан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$F \geq \frac{P}{[\sigma]} = \frac{112 \cdot 10^2}{1400} = 8,0 \text{ см}^2$$

$$\text{Иккинчи томондан } F = b \cdot \delta \quad \text{бўлгани учун} \quad b = \frac{F}{\delta} = \frac{8,0}{1,0} = 8 \text{ см}$$

бўлади.

2.10-мисол.

2.14-шаклда кўрсатилгандек шарнир воситасида туташтирилган стерженларнинг C шарнирига P юк қўйилган. Қўйилиши мумкин бўлган P куч аниқлансин.

Қуйидагилар берилган:

CB стержень пўлатдан бўлиб унинг учун:

$$F_1 = 6 \text{ см}^2, \quad [\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2,$$

CD стержень ёғочдан бўлиб унинг учун:

$$F_2 = 300 \text{ см}^2, \quad [\sigma]_u = 80 \text{ кг/см}^2, \quad [\sigma]_c = 35 \text{ кг/см}^2.$$

Ечиш: Кесиш усулидан фойдаланиб, N_1 ва N_2 зўриқиш кучларининг йўналишини кўрсатиб, мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\sum X = N_1 + N_2 \cos \alpha = 0 \quad (a)$$

$$\sum Z = P + N_2 \sin \alpha = 0 \quad (б)$$

BCD учбурчакдан CD гипотенуза $CD = \sqrt{1,4^2 + 2,2^2} = 2,6$ га тенг бўлади.

$$\text{Бу учбурчакдан } \cos \alpha = \frac{CB}{CD} = \frac{1,4}{2,6} = 0,538; \quad \sin \alpha = \frac{BD}{CD} = \frac{2,2}{2,6} = 0,846$$

$$(б) \text{ дан } N_2 = -\frac{P}{\sin \alpha} = -\frac{P}{0,846} \quad \text{бўлади:}$$

$$(a) \text{ дан } N_1 = -N_2 \cos \alpha = -P \frac{0,538}{0,846} = -0,636P; \quad N_2 = -1,182 P, \text{ бўлади.}$$

N_1 ва N_2 зўриқиш кучларининг ишорасидан кўринадик, CB стержень чўзилади, CD эса сиқилади

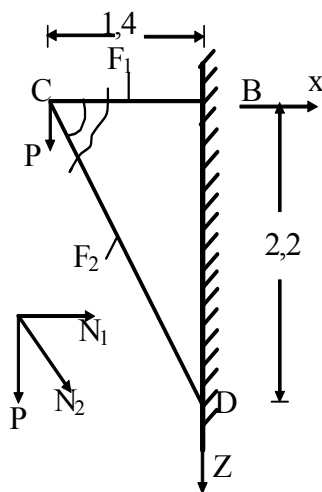
CB стерженнинг мустаҳкамлик шартидан:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{0,636}{6} P = 0,106P \leq 1600; \quad P = 15094 \text{ кг},$$

CD стерженнинг мустаҳкамлик шартидан:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = -\frac{1,182}{360} P = -0,0039P \leq -3 \cdot 5; \quad P = 8974 \text{ кг}.$$

Шундай қилиб, рухсат этилган юк CD стерженнинг мустаҳкамлик шартидан аниқланар экан.



2.14-шакл

2.11-мисол

2.15-шаклда кўрсатилган ферма стерженларнинг мустаҳкамлиги текширилсин. $P = 870 \text{ кН}$; $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$, парчин мих тагидаги тешикнинг диаметри $d = 2,6 \text{ см}$.

Ечиш: 24 номерли иккита швеллернинг кўндаланг кесим юзасини топамиз: $F_{\text{брутто}} = 2 \cdot 30,6 = 61,2 \text{ см}^2$

Хавфли кўндаланг кесимнинг юзасини ҳисоблаймиз:

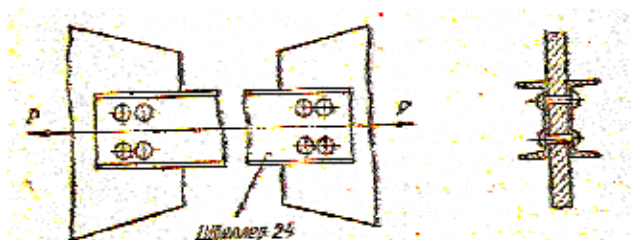
$$F_{\text{нетто}} = F_{\text{брутто}} - 4d\delta = 61,2 - 4 \cdot 2,6 \cdot 0,0056 = 55,4 \text{ см}^2$$

Стерженнинг бутун узунлиги бўйича бўйлама куч бир хил бўлиб, ташқи кучга тенг бўлади:

$$N = P = 870 \text{ кН}$$

Хавфли кесимдаги кучланиш куйидагича бўлади:

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{нетто}}} = \frac{870 \cdot 10^2}{55,4} = 15 > 0,4 \text{ кг/см}^2$$



2.15-шакл.

Шундай қилиб, бу кучланиш рухсат этилган кучланишдан 1,9 % кичик бўлиб, стерженларнинг мустаҳкамлиги таъминланар экан.

2.4.- § ЧЎЗИЛГАНДА (СИҚИЛГАНДА) ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ.

Деформацияланувчи эластик жисм энергия манбаи бўлган аккумулятордир. Унинг бундай хусусиятидан зарбни камайтирувчи асбобларда кенг фойдаланилади (рессор, пружина ва ҳакоза).

Эластик жисмларда ташқи кучлар таъсиридан кўчишлар ҳосил бўлади ва бунда иш бажарилади. Бу иш эластик жисмда деформациянинг потенциал энергияси сифатида тўпланади. Жисмдан куч таъсири олингач, тўпланган энергия уни аввалги ҳолатига қайтариш учун сарфланади.

Ташқи куч таъсиридан эластик жисмда бажарилган ишнинг бир қисми жисм заррачаларига тезлик берса, яъни кинетик энергияга (K) айланса, қолган қисми эса жисмда деформациянинг потенциал энергияси (U) сифатида тўпланади. Шундай қилиб, энергиянинг сақланиш қонуни қуйидаги кўринишда бўлади :

$$W = K + U \quad (2.23)$$

Агар эластик жисмга статик куч қўйилса, яъни унинг бошланғич қийматида то охириги қийматигача аста-секин қўйилса, жисм заррачаларининг тезлигини тахминан нолга тенг деб олиш мумкин, яъни $K = 0$ бўлади ва ташқи кучнинг бажарган иши тўлиқ потенциал энергияга айланади :

$$W = U \quad (2.24)$$

Бундан кўринадики, ташқи кучларнинг эластик жисмни кўзғатишда бажарган иши миқдор жиҳатидан деформациянинг потенциал энергиясига тенг бўлар экан.

Стерженга қўйилган статик чўзувчи куч ўзининг бошланғич (0) қийматида то охириги (P) қийматига етганда, стерженнинг абсолют чўзилиши $\Delta \ell$ бўлсин (2.16 – шакл). Агар P кучга dP орттirma берсак, унда абсолют чўзилиш $d\Delta \ell$ қийматга ортади. Бу кўчишда чўзувчи куч бажарган элементар иш қуйидагича бўлади :

$$dW = Pd\Delta \ell \quad (a)$$

Гук қонунидан фойдаланиб (а) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз :

$$dW = P \frac{dP \ell}{EF} \quad (б)$$

бундан
$$W = P \frac{P \ell}{2EF} = \frac{1}{2} P \Delta \ell$$

ёки

$$W = U = \frac{1}{2} P \Delta \ell \quad (2.25)$$

бўлади.

Демак, статик равишда қўйилган кучнинг бажарган иши куч билан унга тегишли кучишларнинг оғирги қийматлари кўпайтмасининг ярмига тенг бўлар экан.

Энди (2.25) формуладаги $\Delta \ell$ ўрнига (2.11) формуладан қиймати ва P куч ўрнига унга тенг ички куч N қиймати қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$U = \frac{1}{2} P \frac{P \ell}{2EF} = \frac{N^2 \ell}{2EF} \quad (2.26)$$

Шундай қилиб, потенциал энергия бўйлама кучнинг квадрати ва стержень узунлигига тўғри пропорционал бўлиб, ҳар доим мусбат ишорали бўлар экан. (2.26) формула ёрдамида бўйлама куч N ва стержень кўндаланг кесим юзаси F ўзгармас бўлган ҳолларда потенциал энергияни ҳисоблаш мумкин. Агар стержень кўндаланг кесим юзалари поғоналаб ўзгарса ва бир неча кучлар таъсир этаётган бўлса, N ва F ўзгармайдиган ҳар бир участкалар учун потенциал энергия қиймати ҳисобланиб, кейин уларнинг йиғиндиси олинади :

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 \ell_i}{EF_i}, \quad (2.27)$$

бу ерда N_i - i - участка кўндаланг кесимига таъсир қилаётган бўйлама куч.

F_i, ℓ_i - тегишли участкаларнинг кўндаланг кесим юзлари ва уларнинг узунликлари.

Баъзи масалаларни ечишда солиштирма потенциал энергия тушунчасидан фойдаланиш қулайдир. Стержень бошланғич ҳажмининг ўлчов бирлигига тўғри келадиган потенциал энергия солиштирма потенциал энергия деб аталади ва u ҳарфи билан белгиланади.

(2.25) формулани стерженнинг бошланғич ҳажмига (V_o) бўлиб, солиштирма потенциал энергия формуласини чиқарамиз :

$$u = \frac{U}{V_o} = \frac{P \Delta \ell}{2} \frac{1}{F_o \ell_o} = \frac{1}{2} \frac{P \Delta \ell}{F_o \ell_o},$$

бу ерда $V_o = F_o \ell_o$ - бўлиб стерженнинг бошланғич ҳажмини ифодалайди .

$$\frac{P}{F_o} = \sigma, \quad \frac{\Delta \ell}{\ell_o} = \varepsilon \quad \text{бўлганлигидан юқоридаги формула}$$

қуйидагича бўлади :

$$u = \frac{\sigma \varepsilon}{2}, \quad (2.28)$$

ёки уни кучланиш ва эластиклик модули орқали ифодаласак, у қуйидаги кўринишни олади :

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (2.29)$$

МИСОЛЛАР.

2.12-мисол.

2.17-шаклда кўрсатилгандек кўринишга эга бўлган пўлат стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаган ҳолда, унинг кўндаланг кесимидаги нормал кучланиш, юқориги кесимининг кўчиши ва деформациянинг потенциал энергияси топилсин.

Ечиш: Бўйлама куч стерженнинг барча кўндаланг кесимида бир хил бўлиб: $N = -P = -10000$ кг (сиқувчи).

Стерженнинг эркин учидан x масофадаги кесимда нормал кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_x = \frac{N}{F_x},$$

бунда

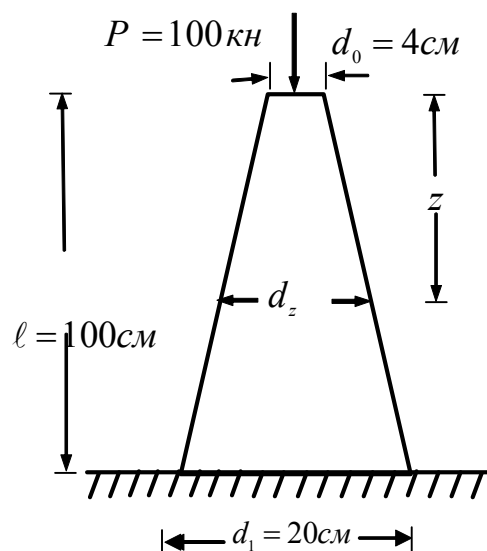
$$F_x = \frac{\pi d_x^2}{4} = \frac{\pi}{4} \left(4 + \frac{20-4}{100} x \right)^2 = 3,14 (2 + 0,08x)^2 \text{ см}^2.$$

Буни юқоридаги формулага қўямиз:

$$\sigma_x = \frac{N}{F_x} = \frac{-10000}{3,14(2 + 0,08x)^2} = -\frac{3184}{(2 + 0,08x)^2};$$

$$\sigma_0 = -1598 \text{ кг/см}^2; \quad \sigma_{100} = -\frac{3184}{(2 + 0,08x)^2} = -31,84 \text{ кг/см}^2$$

Юқоридаги кесимнинг кўчиши бутун стерженнинг қисқаришига тенг бўлиб қуйидагича топилади:



1.17-шакл

$$\delta = (-\Delta \ell) = -\int_{\ell} \frac{N \cdot d \ell}{EF_x} = \int_0^{100} \frac{10000 \cdot dx}{2 \cdot 10^6 3,14 (2 + 0,08x)^2} = 1592 \cdot 10^{-6} \left(\frac{1}{0,08(2 + 0,08x)} \right)_0^{100} =$$

$$= \frac{1592 \cdot 10^{-6}}{0,08} \left(\frac{-1}{2 + 0,08 \cdot 100} + \frac{1}{2 + 0,08 \cdot 0} \right) = 796 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Стержень деформациясининг потенциал энергияси куйидагича топилади:

$$U = \int_{\ell} \frac{N^2 \cdot d \ell}{2EF_x} = \int_0^{100} \frac{(-10000)^2 \cdot dx}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 3,14 (2 + 0,08x)^2} = 7,96 \left(\frac{1}{0,08(2 + 0,08x)} \right)_0^{100} =$$

$$= \frac{7,96}{0,08} \left(\frac{-1}{2 + 0,08 \cdot 100} + \frac{1}{2 + 0,08 \cdot 0} \right) = 39,8 \text{ эВ} \cdot \text{м}$$

Деформациянинг потенциал энергиянинг ташқи куч бажарган ишига тенглигини текшириб кўрамиз:

$$A = \frac{P \cdot \delta}{2} = \frac{10000 \cdot 796 \cdot 10^{-5}}{2} = 39,8 \text{ кГ} \cdot \text{см}.$$

Демак, деформациянинг потенциал энергияси тўғри топилибди.

2.5.- § ЧЎЗИЛГАН (СИҚИЛГАН) СТЕРЖЕНЛАРНИНГ ХУСУСИЙ ОҒИРЛИГИНИ ЭЪТИБОРГА ОЛИБ КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯНИ ҲИСОБЛАШ.

Машина ва иншоот қисмлари (стерженлар) материалининг хусусий оғирлиги ҳам ташқи кучлар қаторига киради. Айрим ҳолларда, бундай стерженларнинг хусусий оғирлиги унга қўйилган ташқи кучлар билан бир тартибда бўлади, бундай ҳолларда хусусий

оғирликни эътиборга олмасдан, стержень кўндаланг кесимларида ҳосил бўладиган кучланишлар ва деформацияларни ҳисоблаш катта хатоларга олиб келиши мумкин. Масалан. минора типидagi иншоотларни, қалин деворларни, кўприк таянчининг устунларини ва ҳакозаларни хусусий оғирликларини албатта эътиборга олиш зарурдир.

Агар стерженьнинг ўқи вертикал бўлса, у ҳолда стерженьнинг хусусий оғирлигидан чўзилиш ва сиқилиш деформацияси ҳосил бўлади. Агар вертикал стержень юқори учидан маҳкамланган бўлса стерженьнинг хусусий оғирлигидан чўзилиш, пастки учидан маҳкамланган бўлса сиқилиш деформацияси ҳосил бўлади.

2.18-шакл, а да кўрсатилган стерженьнинг эркин учидан z масофадаги кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланишни топиш учун уни шу кесимдан ўтувчи текислик билан фикран кесиб, пастки қисмини мувозанатини текширамиз (2.17 –шакл, б)

$$\sum Z = N(z) - \gamma F z = 0,$$

бундан $N(z) = \gamma F z,$ (2.30)

бўлади.

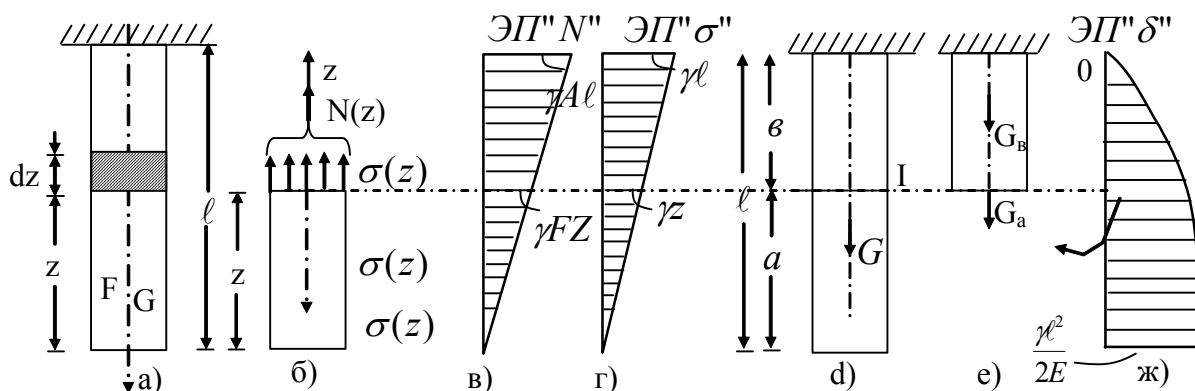
бу ерда γ - стержень материалининг солиштира оғирлиги.

Бу кўналанг кесимдаги нормал кучланиш қуйидаги формула билан аниқланади.

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{F} = \gamma z$$
 (2.31)

Демак, фақат хусусий оғирлиги таъсиридан чўзиладиган (сиқиладиган) ўзгармас кўндаланг кесимли стерженьнинг кўндаланг кесимларидаги нормал кучланишлар, унинг эркин учидан кесимгача бўлган масофага тўғри бўлиб, кесим юзасига боғлиқ бўлмас экан.

(2.30) ва (2.31) формулалардан кўринадики, стерженьнинг хавфли кесими унинг маҳкамланган учида бўлиб



2.18-шакл

$$N_{\max} = \gamma F \ell \quad (2.32)$$

$$\sigma_{\max} = \gamma \ell \quad (2.33)$$

бўлар экан.

Стержень ўқи бўйлаб, бўйлама куч ва нормал кучланишнинг ўзгаришини кўрсатувчи эпюралар 2.18 – шакл, в, г ларда кўрсатилган.

Стерженнинг хусусий оғирлиги таъсиридан унинг абсолют деформациясини аниқлаш учун, стерженнинг эркин учидан z ва $z + dz$ масофаларда узунлиги dz га тенг бўлган чексиз кичик элемент ажратамиз. Элемент узунлиги жуда кичик бўлганлиги учун унинг чегарасида бўйлама куч ўзгармайди деб фараз қилиб, Гук қонунини тадбиқ қиламиз, унда

$$d(\Delta \ell) = \frac{Q(z) dz}{EF} = \frac{\gamma F z dz}{EF} = \frac{\gamma}{E} z dz,$$

бунда $Q(z)$ - стержень қолдирилган қисмининг хусусий оғирлиги.

Стерженнинг абсолют чўзилишини аниқлаш учун бу ифодани 0 ва ℓ гача бўлган чегарада интеграллаймиз :

$$\Delta \ell = \int_0^{\ell} \frac{\gamma}{E} z dz = \frac{\gamma}{E} \int_0^{\ell} z dz = \frac{\gamma}{E} \frac{\ell^2}{2} = \frac{\gamma F \ell}{EF} \frac{\ell}{2},$$

бунда $Q = \gamma F \ell$, бўлгани учун

$$\Delta \ell = \frac{Q \ell}{2EF}, \quad (2.34)$$

келиб чиқади.

бу ерда Q - стерженнинг тўлиқ хусусий оғирлиги.

(2.34) формуладан кўринадики, ўзгармас кесимли стерженнинг хусусий оғирлигидан ҳосил бўладиган абсолют чўзилиш стерженнинг хусусий оғирлигига тенг ва унинг эркин учига қўйилган куч билан чўзилгандаги абсолют чўзилишдан икки марта кам бўлар экан.

Энди 1-1 кўндаланг кесимнинг кўчишини аниқлаймиз (2.18 – шакл, д). Бу кесим пастга 1-1 микдорга силжийди ва узунлиги b бўлган стерженнинг узайиши Δb га тенг бўлади. Бу узайишни, узунлиги b га тенг бўлган стерженнинг хусусий оғирлиги ($Q = \gamma F b$) дан ва пастки қисмининг оғирлиги ($Q_a = \gamma F a$) дан ҳосил бўлган деб қараймиз (2.18 – шакл, е). Q_a - кучни бу кесим учун ташқи куч деб қараймиз, шунинг учун деформацияни (2.11) формуладан ва Q_b - кучдан ҳосил бўлган деформацияни (2.33) формуладан фойдаланиб аниқлаймиз :

$$\delta_{1-1} = \Delta b = \frac{Q_a b}{EF} + \frac{Q_b b}{2 EF} = \frac{\gamma F a b}{EF} + \frac{\gamma F b b}{2 EF} = \frac{\gamma b}{2 E} (2a + b);$$

Агар бу формулага $a = \ell - b$ белгилашни киритсак у қуйидаги кўринишда бўлади :

$$\delta_{1-1} = \Delta b = \frac{\gamma b}{2 E} (2\ell - b) \quad (2.35)$$

Бу формулага b нинг ҳар хил қийматларини қўйиб, кўчиш эпюрасини қуриш мумкин (2.18 –шакл,ж).

Стерженнинг фақат хусусий оғирлигидан ҳосил бўладиган нормал кучланиш рухсат этилган қийматга етганда ва унга бошқа юк қўйиб бўлмайдиган вақтга тўғри келган узунлиги чегаравий узунлик дейилади :

$$\ell_{\text{чег}} = \frac{[\sigma]}{\gamma} \quad (2.36)$$

Стержень хусусий оғирлиги таъсиридан емирилса, у ҳолда энг катта нормал кучланиш мустаҳкамлик чегарасига тенг бўлади ва бу ҳолга тўғри келган узунлик критик узунлик деб аталади :

$$\ell_{kp} = \frac{\sigma}{\gamma} \quad (2.37)$$

Юқоридаги формулалардан кўринадик, чегаравий ва критик узунликлар стерженнинг кўндаланг кесим юзасига боғлиқ бўлмас экан.

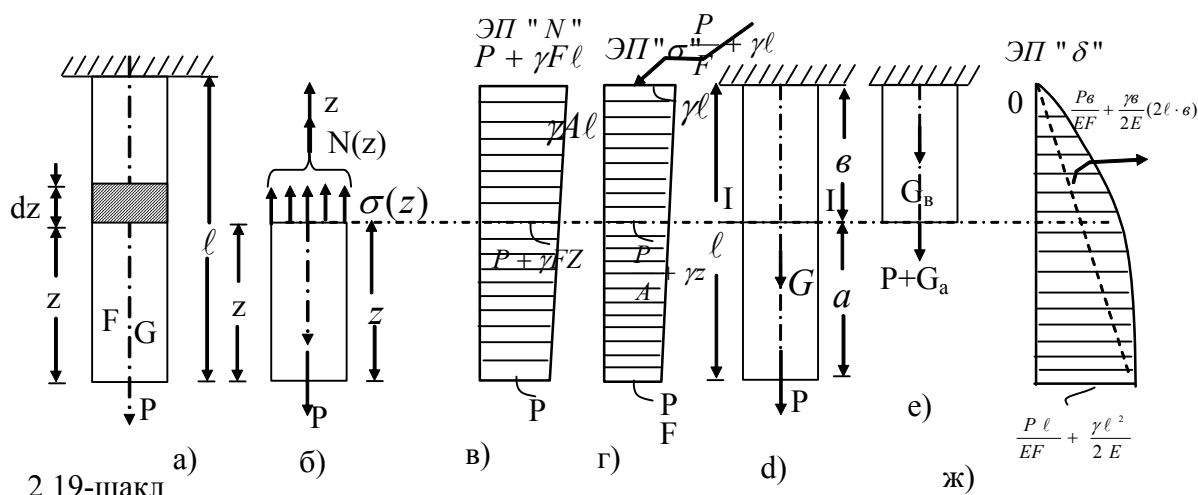
Энди юқори учи билан маҳкамланган, эркин учига P куч қўйилган ўзгармас кесимли стерженнинг (2.19–шакл,а) эркин учидан z масофадаги кесимда ҳосил бўлган бўйлама куч ва нормал кучланишни кесиш усулидан фойдаланиб аниқлаймиз (2.19–шакл,б). Стерженнинг хусусий оғирлигини ҳам эътиборга олган ҳолда.

$$\sum Z = N(z) - \gamma F z - P = 0, \quad N(z) = P + \gamma F z, \quad (2.38)$$

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{F} = \frac{P}{F} + \gamma z \quad (2.39)$$

Агар $z = 0$ бўлса, $\sigma(z) = \frac{P}{F}$ бўлиб, стерженнинг хусусий

оғирлигини эътиборга олмаган ҳолдаги нормал кучланишни ифодалайди. (2.37) ва (2.39) формулалардан кўринадик, стерженнинг хусусий оғирлигини эътиборга олганда, барча, кўндаланг кесимлардаги бўйлама куч ва нормал кучланишлар бир хил бўлмасдан, унинг ўқи бўйлаб чизикли қонун билан ўзгарар экан (2.19 –шакл,в,г).



2.19-шакл

Энг катта нормал кучланиш стерженнинг маҳкамланган кесимида бўлиб, уни топиш учун $z = \ell$ ни (2.38) формулага қўямиз :

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \gamma \ell \quad (2.40)$$

Стерженнинг мустаҳкамлик шарти, шу қистириб маҳкамланган кесим учун бажарилиши керак :

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \gamma \ell \leq [\sigma] \quad (2.41)$$

Бу мустаҳкамлик шартидан фойдланиб, стерженнинг хавфли кўндаланг кесим юзасини танлаймиз :

$$F \geq \frac{P}{[\sigma] - \gamma \ell} \quad (2.42)$$

Стерженнинг ҳам ташқи куч, ҳам хусусий оғирлигидан абсолют чўзилиши, кучларнинг мустақиллик принципига асосан қуйидагича аниқланади :

$$\Delta \ell = \frac{P \ell}{EF} + \frac{Q \ell}{2EF} \quad (2.43)$$

Бу формуланинг биринчи ҳади ташқи куч таъсиридан ҳосил бўлган деформацияни ифодалайди. Бу формуладан стерженнинг сиқилган ҳолати учун ҳам фойдаланиш мумкин.

Энди (2.19 –шакл, д) да кўрсатилган 1-1 кесимнинг кўчиши (2.43) формуладан фойдаланиб қуйидагича аниқланади :

$$\delta_{1-1} = \Delta b = \frac{(P+Q_a) b}{EF} + \frac{Q_b b}{2EF} = \frac{Pb}{EF} + \frac{\gamma F a b}{EF} + \frac{\gamma F b b}{2EF} = \frac{Pb}{EF} + \frac{\gamma b}{2E} (2a+b).$$

Бунга b нинг ҳар хил қийматлари қўйилиб, “ δ ” эпюраси қурилган (2. 19–шакл, ж).

Минораларга ўхшаш иншоотларни, юк кўтарадиган канатларни, кўприк фермалари таянчларини ва ҳакозаларни хусусий

оғирликларини эътиборга олиб кучланишларини ҳисоблашда уларнинг узунлиги бўйича кўндаланг кесим юзасини ўзгариш шаклини, танлаш катта аҳамиятга эгадир.

Стерженнинг мустаҳкамлик шартини, унинг энг кўп кучланиш ҳосил бўладиган кесими учун қаноатлантирилса, қолган кесимларидаги материаллардан тўлиқ фойдаланмай натижада ортикча материал сарфланади. Стерженнинг барча кўндаланг кесим юзаларини шундай танлашимиз керакки, уларда ҳосил бўладиган нормал кучланишлар бир хил бўлиб, рухсат этилган кучланишга тенг бўлса, натижада тенг қаршиликли стержень деб аталувчи стержень ҳосил бўлади.

2.20–шакл,а да кўрсатилган, эркин учига қўйилган P сиқувчи куч билан ва хусусий оғирлиги таъсиридан сиқилаётган стерженни оламиз. Стерженнинг кесими асосига яқинлашган сари, у шунча катта куч билан сиқилади. Кесимларида кучланиш катталаша бормасин учун, асосга яқинлашган сари кўндаланг кесим юзасини ҳам катталаштириб борамиз. Стержень кўндаланг кесим юзаси (F) асосга томон кенгаювчи шаклда бўлганлиги учун F баландлик бўйича ўзгаради ва z нинг функцияси, яъни $F(z) = f(z)$ бўлади.

Энди, $F(z)$ функциянинг ўзгариш қонунини аниқлаймиз. Стержень эркин учининг юзаси F_0 ни мустаҳкамлик шартидан топамиз:

$$\sigma = \frac{P}{F_0} \leq [\sigma] \quad \text{бундан} \quad F_0 \geq \frac{P}{[\sigma]} \quad (2.44)$$

Тенг қаршиликли стерженнинг барча кесимларидаги нормал кучланишлар рухсат этилган нормал кучланишга тенг бўлиши керак:

$$\sigma = \frac{P}{F_0} = [\sigma]$$

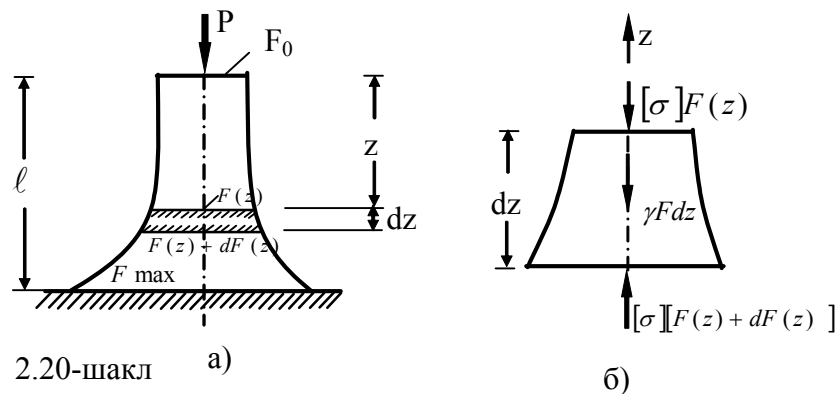
Стерженнинг эркин учидан z ва $z + dz$ масофаларда икки текислик ёрдамида чексиз кичик элемент ажратамиз (2.20–шакл, б) ва унинг мувозанатини текшираамиз :

$$\sum Z = -[\sigma] F(z) - \gamma F(z) dz + [F(z) + dF(z)] [\sigma] = 0$$

$$\text{бундан} \quad [\sigma] dF(z) - \gamma F(z) dz = 0 \quad \text{ёки} \quad \frac{dF(z)}{F(z)} = \frac{\gamma}{[\sigma]} dz \quad \text{бўлади.}$$

Бу тенгламани интеграллаб, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз :

$$\ln F(z) + C = \frac{\gamma}{[\sigma]} z \quad (2.45)$$



2.20-шакл

Интеграллашдан ҳосил бўладиган ўзгармас сон C ни чегара шартдан топамиз. Агар $z = 0$ бўлса, $F(z) = F_0$ бўлади. (2.45) формуладан қуйидаги ҳосил бўлади

$$\ln F_0 + C = 0; C = -\ln F_0$$

буни (2.45) га қўйиб, $F(z)$ функцияси учун қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$F(z) = F_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} z} \quad (2.46)$$

Энг катта кўндаланг кесим юзаси, таянчдаги кесимга тўғри келади ва уни топиш учун (2.45) га $z = \ell$ ни қўйиш керак :

$$F_{\max} = F_0 e^{(\gamma/[\sigma]) \ell}, \quad (2.47)$$

ёки (2.44) формулани эътиборга олиб, уни қуйидаги кўринишда ёзамиз :

$$F_{\max} = \frac{P}{[\sigma]} e^{(\gamma/[\sigma]) \ell} \quad (2.48)$$

Энди тенг қаршиликли стерженнинг мувозанатидан фойдаланиб, унинг тўла хусусий оғирлигини топамиз :

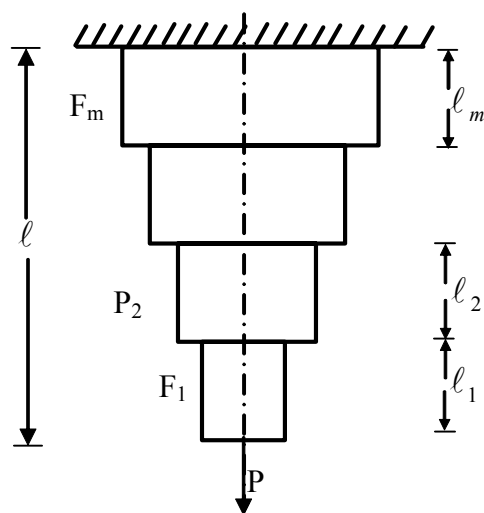
$$\sum Z = [\sigma] F_{\max} - Q - P = 0; [\sigma] F_{\max} = P + Q,$$

бундан $Q = [\sigma] F_{\max} - P$

(2.48) ни эътиборга олиб, бу ифодани қуйидаги кўринишда ёзамиз :

$$Q = P(e^{x\ell/[\sigma]} - 1) \quad (2.49)$$

Стерженнинг кўндаланг кесими (2.46) тенглама орқали ифодаланган қонун билан ўзгарадиган қилиб тайёрланса, унинг ён томонлари эгри чизиқли бўлади. Бундай кўндаланг кесимли стерженларни яшаш ҳам қийин, ҳам қимматга тушади. Шунинг учун,



2.21-шакл

амалда бундай кўндаланг кесимли стерженлар ён томонлари, текис томонли параллелепипедлардан тузилади. Бу параллелепипедлар устма-уст қўйилиб поғонали шакллар ҳосил қилинади (2.21 –шакл). Ҳосил бўлган поғонали стерженлар аслида тенг қаршилкли бўлмаса, ҳам унга яқин бўлиб материални тежашга имкон беради.

Ҳар қайси поғонанинг кўндаланг кесим юзаси қуйидгича аниқланади.

Стерженнинг эркин учидан биринчи поғонанинг кесим юзаси (2.41) формуладан фойдаланиб топилади :

$$F_1 = \frac{P}{[\sigma] - \gamma \ell_1}, \quad (2.50)$$

Пастки поғонанинг юқори учигаги кесимидаги нормал кучланиш рухсат этилган кучланишга тенг бўлганлиги учун иккинчи поғонанинг пастки кесимида $F_1[\sigma]$ га тенг куч таъсир этади. Шунинг учун иккинчи поғонанинг кўндаланг кесим юзаси (2.50) ни эътиборга олган ҳолда қуйидагича аниқланади :

$$F_1 = \frac{F_1[\sigma]}{[\sigma] - \gamma \ell_2} = \frac{P[\sigma]}{([\sigma] - \gamma \ell_1)([\sigma] - \gamma \ell_2)} \quad (2.51)$$

Худди юқоридагидек n - чи поғонанинг кўндаланг кесим юзаси учун қуйидаги формулани ёзиш мумкин :

$$F_n = \frac{P[\sigma]^{n-1}}{([\sigma] - \gamma \ell_1)([\sigma] - \gamma \ell_2) \dots ([\sigma] - \gamma \ell_n)} \quad (2.52)$$

Агар ҳамма поғонанинг узунликлари бир хил бўлса

$$\ell_1 = \ell_2 = \dots = \ell_n = \dots = \ell_m = \frac{\ell}{m}, \quad (2.53)$$

бунда m – поғоналар сонини, ℓ - эса стерженнинг узунлигини ифодалайди.

Шунинг учун

$$F_n = \frac{P}{[\sigma] \left(1 - \frac{\gamma \ell}{[\sigma] m}\right)^n} \quad (2.54)$$

бўлади.

Поғонали брусларнинг кўндаланг кесим юзаларини (2.54) формула ёрдамида аниқлаш осондир.

МИСОЛЛАР.

2.13-мисол.

2.22-шаклда кўрсатилган пўлат стержень учун нормал кучланиш эпюраси қурилсин, агар $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ бўлса стерженнинг абсолют чўзилиши ва потенциал энергияси топилсин. Стерженнинг юқори қисмига узунлиги бўйича текис тақсимланган ва интенсивлиги $q = 10 \text{ кН/м}$ бўлган ўқ бўйича куч таъсир этади.

Ечиш: Кесиш усулидан фойдаланиб ҳар бир участкадаги бўйлама куч ва нормал кучланишни топиб, нормал кучланиш эпюрасини қурамиз.

BC участкада

$$N_1(x) = -P - q \cdot x; \quad (0 \leq x \leq 2), \quad N_1(0) = -20 \text{ кН}; \quad N_1(2) = -40 \text{ кН}$$

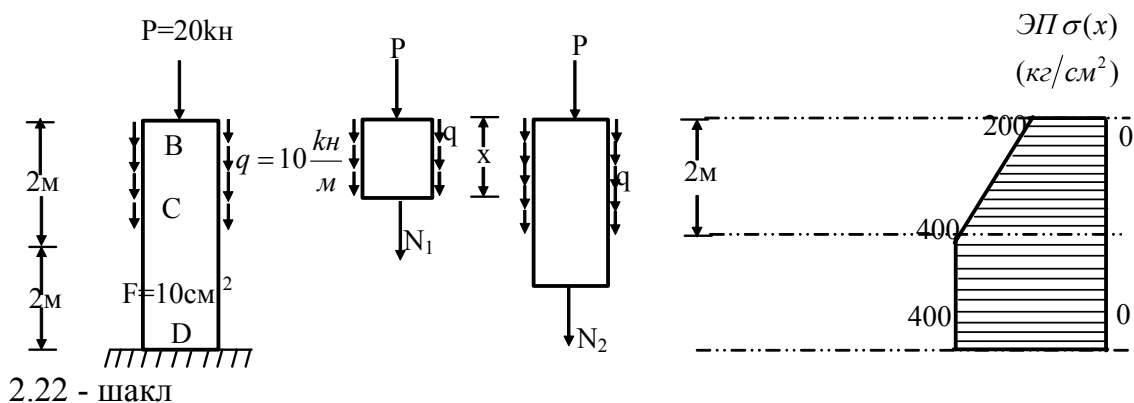
$$\text{CD участкада } N_2(x) = -P - q \cdot 2 = -40 \text{ кН}$$

BC участкада $(0 \leq x \leq 2)$;

$$\sigma_1(0) = \frac{N_1(0)}{F} = -\frac{20 \cdot 10^2}{10} = -200 \text{ кг/см}^2$$

$$\text{CD участкада } \sigma_2(x) = \frac{N_2(x)}{F} = -\frac{40 \cdot 10^2}{10} = -400 \text{ кг/см}^2$$

Стерженнинг абсолют чўзилиши



$$\Delta \ell = - \int_0^{\ell/2} \frac{N_1(x) dx}{EF} - \frac{N_2(x) \cdot \ell/2}{EF} = - \int_0^{\ell/2} \frac{(F + qx) dx}{EF} - \frac{(F + 2q)\ell}{2EF} = - \frac{F\ell}{2EF} - \frac{q\ell^2}{8EF} - \frac{F\ell}{2EF} - \frac{q\ell}{EF} = - \frac{F\ell}{EF} - \frac{q\ell}{EF} - \frac{q\ell^2}{8EF} = - \frac{20 \cdot 10^2 \cdot 200}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10} - \frac{10 \cdot 200}{2 \cdot 10^6 \cdot 10} - \frac{10 \cdot (200)^2}{8 \cdot 2 \cdot 10^{6 \cdot 10}} = -0,0126 \text{ см}$$

Стержендаги тўпланган потенциал энергия қуйидаги формуладан топилади $U = \frac{1}{2} P \Delta \ell = \frac{1}{2} 20 \cdot 10^2 \cdot 0,0126 = 12,6 \text{ кГсм}$.

2.14-мисол.

Шахтанинг юк кўтаргич троси 120 м узунликда бўлиб, ҳар бири 60 м бўлган иккита участкадан иборат. Юқори участкасининг кўндаланг кесим юзаси 4 см², пастгиси эса 3 см² бўлиб, трос материалининг ҳажмий оғирлиги 7,85 г/см³, эластиклик модули $E = 1,5 \cdot 10^6 \text{ кГ/см}^2$. Трос билан кўтарадиган вагончанинг оғирлиги 1500 кг. Троснинг узайиши аниқлансин.

Ечиш: Трос пастки қисмининг оғирлиги:

$$Q_1 = 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 60 \cdot 10^2 = 141,3 \text{ кГ}$$

Трос юқориги қисмининг оғирлиги:

$$Q_2 = 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 60 \cdot 10^2 = 188,4 \text{ кГ}$$

Трос пастки қисмининг узайиши:

$$\Delta \ell_1 = \frac{\left(P + \frac{Q_1}{2} \right) \ell}{EF_1} = \frac{\left(1500 + \frac{141,3}{2} \right) \cdot 6000}{1,5 \cdot 10^6 \cdot 3} = 2,1 \text{ см}$$

Юқори қисмининг узайиши:

$$\Delta \ell_2 = \frac{\left((P + Q_1) + \frac{Q_2}{2} \right) \ell}{EF_2} = \frac{\left(1500 + 141,3 + \frac{188,4}{2} \right) \cdot 6000}{1,5 \cdot 10^6 \cdot 4} = 1,74 \text{ см}$$

Троснинг тўла узайиши:

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 = 2,1 + 1,74 = 3,84 \text{ см.}$$

2.15-мисол.

2.23-шаклда кўрсатилган ўзгармас кўндаланг кесимли чўзилувчи стержень учун бўйлама куч, нормал кучланиш ва кўчиш эпюраси қурилсин, агар кўндаланг кесим юзаси F , эластиклик модули E ва материалнинг хусусий оғирлиги γ маълум бўлса.

Ечиш: Кесиш усулидан фойдаланиб, $m-n$ кесим олиб ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси $N(x)$ қуйидагига тенг бўлади.

$$N(x) = \gamma F(\ell - x)$$

Шу кесимдаги нормал кучланиш қуйидагига тенг

$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{F} = \gamma(\ell - x)$$

$$(0 \leq x \leq \ell); \quad N(0) = \gamma A\ell; \quad N(\ell) = 0$$

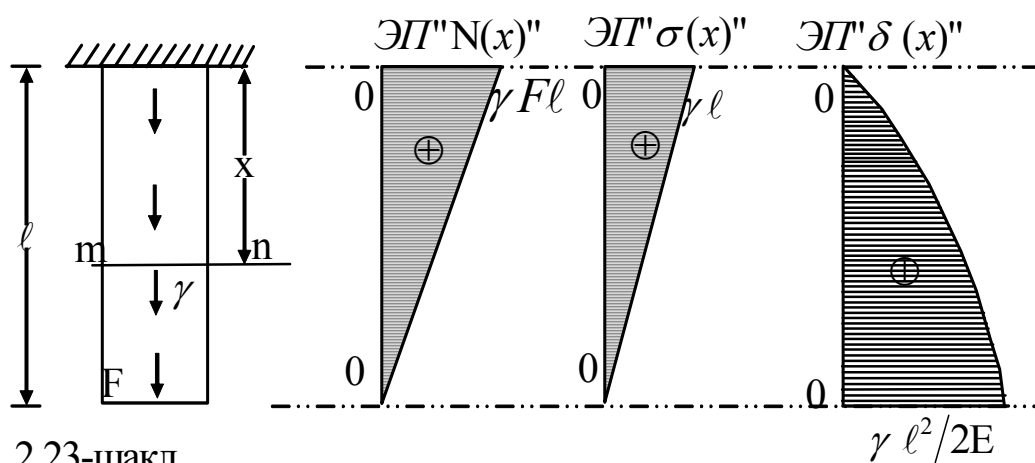
$$\sigma(0) = \gamma \ell; \quad \sigma(\ell) = 0$$

$m-n$ кесимнинг кўчиши қуйидагича бўлади

$$\delta(x) = \frac{\gamma F \cdot x \cdot x}{2EF} + \frac{\gamma F(\ell - x) \cdot x}{EF} = \frac{\gamma x(2\ell - x)}{2E}$$

$$\delta(0) = 0; \quad \delta(\ell) = \frac{\gamma \ell^2}{2E}$$

Топилган қийматлардан фойдаланиб $N(x)$, $\sigma(x)$ ва $\delta(x)$ эпюраларини қурамыз.



2.16-мисол.

$h = 36 \text{ м}$ баландликга эга бўлган устун ўқи бўйлаб $P = 5000 \text{ кН}$ куч таъсиридан сиқилади. Устуннинг солиштирма оғирлик коэффиценти $\gamma = 0,0022 \text{ кГ/см}^3$, сиқилиш учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 12 \text{ кГ/см}^2$. Устун қуйидаги уч ҳол учун солиштирилсин:

Ечиш: 1. Ўзгармас кўндаланг кесим юзали устун.

Кўндаланг кесим юзаси ва ҳажми:

$$F = \frac{P}{[\sigma] - h \cdot \gamma} = \frac{500}{120 - 36 \cdot 2,2} = 12,25 \text{ м}^2$$

$$V = F \cdot h = 12,25 \cdot 36 = 441,3 \text{ м}^3$$

2. Ҳар бирининг баландлиги 12 м бўлган уч поғонали устун. Юқори поғонанинг кўндаланг кесим юзаси:

$$F_1 = \frac{P}{[\sigma] - h \frac{h}{3} \cdot \gamma} = \frac{500}{120 - 12 \cdot 2,2} = 5,34 \text{ м}^2$$

Иккинчи поғонанинг кўндаланг кесим юзаси:

$$F_2 = \frac{F_1 [\sigma]}{[\sigma] - \frac{h}{3} \gamma} = \frac{5,34 \cdot 120}{120 - 12 \cdot 2,2} = 7,93 \text{ м}^2$$

Устуннинг тўла ҳажми:

$$V = (F_1 + F_2 + F_3) \frac{h}{3} = (5,34 + 7,93 + 10,16) \cdot 12 = 281,16 \text{ м}^3$$

3. Сиқилишга тенг қаршилик кўрсатувчи устун.

Юқори кўндаланг кесим юзаси:

$$F_0 = \frac{P}{[\sigma]} = \frac{500}{120} = 4,17 \text{ м}^2$$

Пастки кесим юзаси:

$$F_h = F_0 e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} \cdot h} = 4,17 \cdot e^{\frac{2,2}{120} \cdot 36} = 4,17 \cdot e^{0,70} = 8,9 \text{ м}^2$$

Тенг қаршилик кўрсатувчи устуннинг оғирлиги:

$$Q = [\sigma] \cdot F_h - P = 120 \cdot 8,9 - 500 = 5680 \text{ кН.}$$

Устуннинг ҳажми: $V = \frac{Q}{\gamma} = \frac{568}{2,2} = 258 \text{ м}^3$

Тенг қаршилик кўрсатувчи устуннинг ҳажми, поғонали устуннинг ҳажмидан 8 % кичик, ўзгармас кўндаланг кесимли устуннинг ҳажмидан қариб 40 % га кичикдир.

2.17-мисол.

2.24-шаклда кўрсатилган узунлиги, материали бир хил бўлган ўзгармас кўндаланг кесимли, поғоналаб ўзгарувчи ва тенг қаршиликли стерженлар учун энг катта кўндаланг кесим юзаси F , хусусий оғирлиги Q ва абсолют деформацияси аниқлансин.

Қуйидагилар берилган:

$$P = 20 \text{ кН}; \quad \gamma = 8 \text{ г/см}^3; \quad [\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2; \quad E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; \quad \ell = 20 \text{ м}.$$

Ечиш: Ўзгармас кўндаланг кесимли стерженнинг юзасини топамиз (2.24 шакл, а)

$$F = \frac{P}{[\sigma] - \gamma \ell} = \frac{20 \cdot 10^2}{1600 - 8 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3} = 1,26 \text{ см}^2.$$

Хусусий оғирлиги

$$Q = \gamma F \ell = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1,26 \cdot 2 \cdot 10^3 = 20,16 \text{ кг}.$$

Абсолют чўзилишни топамиз

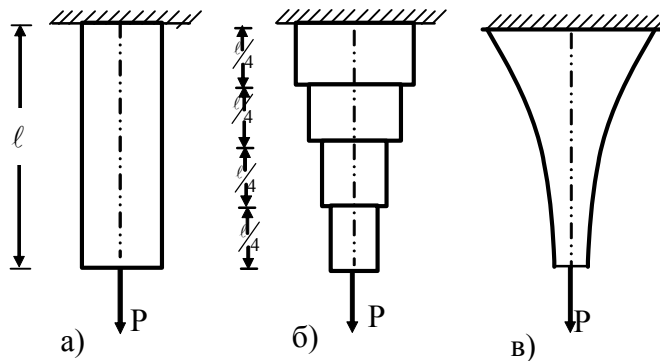
$$\Delta \ell = \frac{(P + \frac{Q}{2}) \ell}{E F} = \frac{(20 + \frac{20,16}{2}) \cdot 20}{2 \cdot 10^6 \cdot 1,26} = 1,59 \text{ см}.$$

Поғонали стерженнинг энг катта кўндаланг кесим юзасини топамиз (2.24-шакл, б)

$$F = \frac{P [\sigma]^3}{\left([\sigma] - \frac{\gamma \ell}{4}\right)^4} = \frac{P}{[\sigma] \left(1 - \frac{\gamma \ell}{4 [\sigma]}\right)^4} = \frac{20 \cdot 10^2}{1600 \left(1 - \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{4 \cdot 1600}\right)^4} = 1,26 \text{ см}^2,$$

$$Q = [\sigma] \cdot F - P = 1600 \cdot 1,26 - 20 \cdot 10^2 = 16 \text{ кг},$$

$$\Delta \ell = \frac{[\sigma] \cdot \ell}{E} \left(1 - \frac{\gamma \ell}{2 \cdot 4 [\sigma]}\right) = \frac{1600 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^6} \left(1 - \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 1600}\right) = 1,6 \text{ см}.$$



2.24-шакл

Тенг қаршилик кўрсатувчи стерженнинг энг катта кўндаланг кесим юзасини топамиз (2.24-шакл, в)

$$F = \frac{P}{[\sigma]} e^{\frac{\gamma \ell}{[\sigma]}} = \frac{20 \cdot 10^2}{1600} e^{\frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{1600}} = 1,25 e^{0,01} = 1,26 \text{ см}^2,$$

$$Q = [\sigma]F - P = 1600 \cdot 1,26 - 20 \cdot 10^2 = 16 \text{ кг}.$$

Абсолют чўзилишини топамиз

$$\Delta \ell = \frac{[\sigma] \cdot \ell}{E} = \frac{1600 \cdot 2000}{2 \cdot 10^6} = 1,6 \text{ см}.$$

2.18-мисол.

Доиравий кўндаланг кесимли, узунлиги $\ell = 30 \text{ м}$ бўлган шахта насоси штангаси эркин учига қўйилган $P = 800 \text{ кг}$ куч билан чўзилади. Агар рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 700 \text{ кг/см}^2$, штанга материалынинг хусусий оғирлиги $\gamma = 0,0077 \text{ кг/см}^3$ бўлса, штанганинг диаметри d топилсин.

Ечиш: Мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$P + F\ell\gamma = F[\sigma],$$

бунда
$$F = \frac{P}{[\sigma] - \gamma \ell} = \frac{800}{700 - 3000 \cdot 0,0077} = 1,18 \text{ см}^2$$

Доиранинг кўндаланг кесим юзаси:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 1,18 \text{ см}^2 \quad \text{бундан} \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,18}{3,14}} = 1,23 \text{ см}$$

2.19-мисол.

Узунлиги $\ell = 200 \text{ м}$ бўлган ва эркин учига $P = 60 \text{ кН}$ чўзувчи куч қўйилган квадрат кўндаланг кесимли шахта штангаси осиб қўйилган. Агар штанга кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланиш $\sigma_{\max} = 600 \text{ кг/см}^2$ бўлса, хусусий оғирлигини ҳисобга олган ҳолда штанганинг абсолют чўзилиши аниқлансин. Штанга материалынинг эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, солиштира оғирлиги $\gamma = 0,00785 \text{ кг/см}^3$.

Ечиш: Штанга кўндаланг кесими томонини x билан белгилаймиз, унда

$$P + x^2 \ell \gamma = x^2 \sigma_{\max},$$

бундан
$$x^2 = \frac{P}{\sigma_{\max} - \gamma \ell} = \frac{6000}{600 - 0,00785 \cdot 20000} = 13,5 \text{ см}^2.$$

Штанганинг хусусий оғирлиги:

$$Q = x^2 \ell \gamma = 13,5 \cdot 20000 \cdot 0,00785 = 2119,5 \text{ кг}.$$

Штанганинг абсолют чўзилиши:

$$\Delta \ell = \frac{P \cdot \ell}{E \cdot x^2} + \frac{Q \cdot \ell}{2E x^2} = \frac{6000 \cdot 20000}{2 \cdot 10^6 \cdot 13,5} + \frac{2119,5 \cdot 20000}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 13,5} = 5,225 \text{ см}.$$

2.20-мисол.

2.19-мисолдаги штангани узунликлари тенг бўлган тўрт поғонали квадрат кесимли қилиб яасак. Ҳар қисмининг юқориги кесимида ҳосил бўлган кучланиш рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 600 \text{ кг/см}^2$ га тенг бўлиши учун қисмларнинг томонлари ўлчамини қандай қилиб олиш керак. Бундай ўлчамда олинган поғонали штанганинг, ўзгармас кесимли штангадан оғирлиги неча фойз кам бўлади. Тўла абсолют чўзилиши нимага тенг?

Ечиш: Авволо 2.19-мисолдаги усулдан фойдаланиб, пастки қисмининг томони ўлчамини топамиз:

$$x_1^2 = \frac{P}{[\sigma] - \gamma \frac{\ell}{4}} = \frac{6000}{600 - 0,00785 \cdot 5000} = 10,7 \text{ см}^2; \quad x_1 = 3,27 \text{ см}.$$

Бу қисмининг оғирлиги:

$$Q_1 = x_1^2 \gamma \frac{\ell}{4} = 10,7 \cdot 0,00785 \cdot 5000 = 417 \text{ кг}$$

Иккинчи қисми юқори кесимининг томонлари ўлчамини топамиз:

$$x_2^2 = \frac{P + Q_1}{[\sigma] - \gamma \frac{\ell}{4}} = \frac{6000 + 417}{600 - 0,00785 \cdot 5000} = 11,44 \text{ см}^2; \quad x_2 = 3,39 \text{ см}.$$

Иккинчи қисмининг оғирлиги:

$$Q_2 = x_2^2 \gamma \frac{\ell}{4} = 11,44 \cdot 0,00785 \cdot 5000 = 448 \text{ кг}$$

Худди юқоригидек топамиз:

$$x_3^2 = \frac{P + Q_1 + Q_2}{[\sigma] - \gamma \frac{\ell}{4}} = \frac{6000 + 417 + 448}{600 - 0,00785 \cdot 5000} = 12,24 \text{ см}^2; \quad x_3 = 3,5 \text{ см}.$$

$$Q_3 = x_3^2 \gamma \frac{\ell}{4} = 12,24 \cdot 0,00785 \cdot 5000 = 478 \text{ кг}$$

$$x_4^2 = \frac{P + Q_1 + Q_2 + Q_3}{[\sigma] - \gamma \frac{\ell}{4}} = \frac{6000 + 417 + 448 + 478}{600 - 0,00785 \cdot 5000} = 13,09 \text{ см}^2; \quad x_4 = 3,62 \text{ см}.$$

$$Q_4 = x_4^2 \gamma \frac{\ell}{4} = 13,09 \cdot 0,00785 \cdot 5000 = 511 \text{ кг}$$

Материалини тежаш қуйидагича бўлади:

$$2119,5 - (Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4) = 265,5 \text{ кг}$$

Материалнинг тежалиши тахминан 12 % бўлар экан.

Штанга пастки қисмининг абсолют чўзилишини топамиз:

$$\Delta \ell_1 = \frac{P \cdot \frac{\ell}{4}}{E x_1^2} + \frac{Q_1 \cdot \frac{\ell}{4}}{2E x_1^2} = \frac{6000 \cdot 5000}{2 \cdot 10^6 \cdot 10,7} + \frac{417 \cdot 5000}{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10,7} = 1,45 \text{ см.}$$

Штанганинг барча қисмлари бир хил узунликда ва ҳамма қисмларида кучланиш бир хил бўлганлигидан абсолют чўзилишлари ҳам бир хил бўлади. Шунинг учун умумий абсолют чўзилиш қуйидагича бўлади:

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 \cdot 4 = 1,45 \cdot 4 = 5,80 \text{ см.}$$

2.5-§ ЧЎЗИЛИШ (СИҚИЛИШ) ДА СТАТИК АНИҚМАС МАСАЛАЛАР.

Стерженларнинг чўзилиш (сиқилиш) га қаршилик кўрсатиши билан боғлиқ бўлган масалаларни ечишда стерженларда ҳосил бўладиган номаълум таянч реакциялари сони, шу масала учун лозим бўлган статиканинг мувозанат тенгламалари сонидан кўп бўлса, масала статик аниқмас масалалар дейилади.

Статик аниқмас масалаларни ечиш учун статиканинг мувозанат тенгламалари тузилади, “ортиқча” номаълум реакция кучлари сони аниқланади, яъни бу тенгламалардаги номаълум реакция кучлари тегишли тенгламалар сонидан қанча ортиқлиги аниқланади. Кейин масаланинг айрим қисмларининг деформация шартидан фойдаланиб, қўшимча тенгламалар тузилади. Тузилган қўшимча кенгламалар билан “ортиқча” номаълумлар сони бир-бирига тенг бўлиши керак.

Масаладаги “ортиқча” номаълумлар сони билан масаланинг статик аниқмаслик даражаси белгиланади, масалан : “ортиқча” номаълумлар сони битта бўлса, масала бир марта статик аниқмас, агар иккита бўлса, масала икки марта статик аниқмас ва ҳоказо.

Чўзилиш (сиқилиш) га қаршилик кўрсатувчи статик аниқмас конструкция элементларини ҳисоблашда, масаланинг статик, геометрик ва физик томонларини текшириш лозим бўлади ;

1. масаланинг статик томони, яъни номаълум кучларни ўз ичига оловчи, шу масала учун лозим бўлган ҳамма мувозанат тенгламалари ёзилади (статик аниқмаслик даражаси аниқланади) ;

2.масаланинг геометрик томони, яъни айрим қисмларининг деформациялари орасидаги боғланишлардан фойдаланиб зарур бўлган ҳамма қўшимча тенгламалар тузилади ;

3.масаланинг физик томони, яъни Гук қонунидан фойдаланиб, қўшимча тенгламалардаги абсолют деформациялар тегишли зўриқиш кучлари билан алмаштирилади ;

4.синтез, яъни ҳосил бўлган қўшимча ва мувозанат тенгламаларини биргаликда ечиб, барча номаълум кучлар аниқланади.

Энди статик аниқмас масалаларни ечишни юқоридаги тартиб асосида қуйидаги мисолларни ечишда кўриб чиқамиз.

2.25– шакл,а да кўрсатилгандек юкланган, икки учидан ҳам маҳкамланган стерженнинг юқори ва пастки кесимларидаги зўриқиш кучлари аниқлансин.

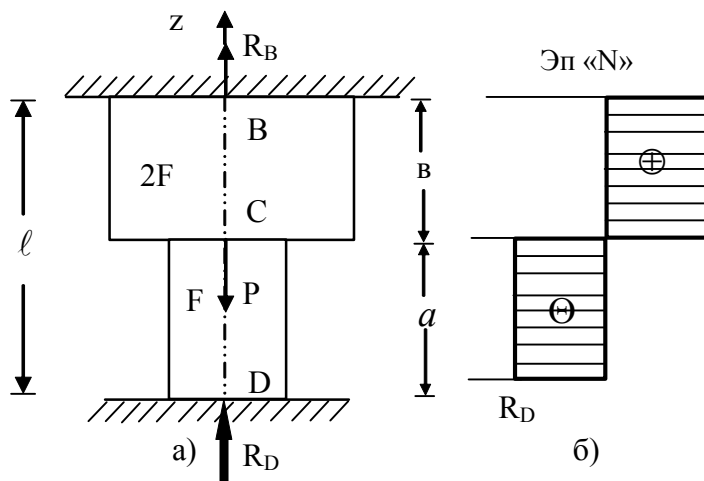
1. Масаланинг статик томони, куч стержень ўқи бўйлаб таъсир этаётганлиги учун, таянчларда ҳосил бўлувчи реакциялар (R_B , R_D) фақат вертикал йўналган бўлади.

Тўғри чизик бўйлаб таъсир этувчи кучлар системаси учун фақатгина битта мувозанат тенгламасини тузиш мумкин :

$$\sum Z = R_B - P + R_D = 0 ; R_B + R_D = P \quad (2.55)$$

Демак, масала бир марта статик аниқмас экан.

2.Масаланинг геометрик томони, стерженнинг юқориги ва пастки кесимлари маҳкамланганлиги учун унинг умумий узунлиги ўзгармайди. Агар стерженнинг P куч таъсиридан чўзилувчи юқоридаги қисмининг чўзилишини Δb ва пастки қисмининг сиқилишини Δa деб белгиласак. Қўшимча тенглама қуйидагича бўлади :



2.25-шакл

$$\Delta \ell = \Delta a + \Delta b = 0 \quad (2.56)$$

3. Масаланинг физик томони, стержень юқори қисмининг кўндаланг кесимида $N(b) = R_B$ ва пастки қисмининг кўндаланг кесимида эса $N(d) = -R_D$ бўйлама кучлар ҳосил бўлади. Гук қонунидан фойдаланиб, деформацияларни шу кучлар орқали ифодалаймиз :

$$\Delta \ell = \Delta b + \Delta a = \frac{N(b) b}{E 2 F} + \frac{N(a) a}{E F} = \frac{R_B b}{E 2 F} - \frac{R_D a}{E F} \quad (2.57)$$

4.Синтез, (2.57) ни (2.56) га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\Delta \ell = \frac{R_B b}{E 2 F} - \frac{R_D a}{E F} = 0$$

Бу тенгламани $E F$ га қисқартириб қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$R_B b = 2 R_D a \quad (2.58)$$

(2.55) ва (2.58) ларни биргаликда ечиб, R_B , R_D ларни аниқлаймиз :

$$R_B = P \frac{2a}{2a+b}; \quad R_D = P \frac{b}{2a+b}$$

R_B ва R_D реакция кучларининг қийматларидан фойдаланиб қурилган бўйлама куч (N) эпюраси 2.25–шакл,б да кўрсатилган.

Энди шу тартиб асосида мураккаброқ масалани ечамиз.

2.26–шакл,а да кўрсатилгандек юкланган, бир хил кўндаланг кесимли ва бир хил материалдан ясалган учта стерженнинг зўриқиш кучлари аниқлансин. Ўртадаги стержень узунлиги ℓ га тенг бўлиб, вертикал жойлашган, ён томондаги стерженлар у билан α бурчак остида жойлашган.

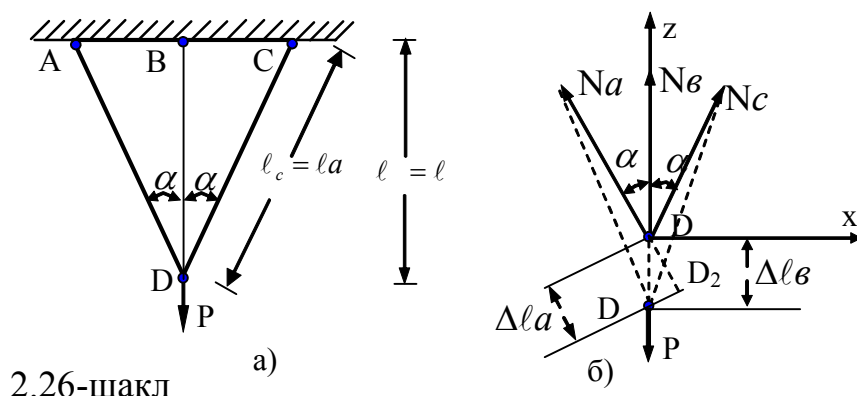
1. Масаланинг статик томони, кесиш усулидан фойдаланиб, стерженларни фикран кесиб пастки қисмини қолдирамиз. Ташлаб юборилган, қисмининг қолган қисмига илгариги кўрсатадиган таъсирларини мос равишда N_A, N_B ва N_C бўйлама кучлар билан алмаштирамиз. (2.26–шакл,б). Бир нуктага қўйилган тўртта куч учун статиканинг иккита тенгламасини тузишимиз мумкин :

$$\sum X = -N_A \sin \alpha + N_C \sin \alpha = 0; \quad N_A = N_C \quad (2.59)$$

$$\sum Z = N_A \cos \alpha + N_B + N_C \cos \alpha - P = 0; \quad 2N_A \cos \alpha + N_B = P \quad (2.60)$$

Демак, масала яна бир марта статик аниқмас экан.

2.Масаланинг геометрик тамони, N куч таъсиридан стерженлар чўзилиб, D нукта D_1 ҳолатни олади ва бу абсолют чўзилишни $\Delta \ell_b$ деб белгилаймиз (2.26–шакл,б).



2.26-шакл

Системанинг деформациядан кейинги ҳолати пунктирли чизиклар билан тасвирланган.

Шаклдан $\Delta \ell_a = \Delta \ell_c$ ва $\Delta \ell_b$ лар орасидаги муносабатни топамиз :

$$\Delta \ell_b = \frac{\Delta \ell_a}{\cos \alpha} \quad (2.61)$$

3. Масаланинг физик томони, Гук қонунидан фойдаланиб, $\Delta \ell_a$ ва $\Delta \ell_b$ ларни тегишли зўриқиш кучлари N_A ва N_B орқали ифодаласак, (2.60) формула қуйидаги кўринишни олади :

$$\frac{N_B \ell_b}{EF} = \frac{N_A \ell_a}{EF \cos \alpha}$$

Агар $\ell_a = \ell / \cos \alpha$ ва $\ell_b = \ell$ эканлигини эътиборга олсак ва юқоридаги тенгламани EF га қисқартириб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$N_B \ell = \frac{N_A \ell}{\cos^2 \alpha} \quad \text{бундан} \quad N_A = N_B \cos^2 \alpha \quad (2.62)$$

4. Синтез, (2.59), (2.60) ва (2. 62) ларни биргаликда ечиб N_A , N_B ва N_C ларни аниқлаймиз.

$$N_A = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \alpha} ; \quad N_B = N_C = \frac{P \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha} \quad (2.63)$$

Статик аниқмас системаларни яшашда, унинг таркибига кирадиган элементларни мутлоқ аниқ ўлчамли қилиб тайёрлаш керак. Агар улардан бирортаси озгина узун ёки қисқа тайёрланган бўлса, бунинг натижасида мазкур элементдагина эмас, балки у билан боғланган бошқа элементларда ҳам зўриқишлар ҳосил бўлади. Масалан, юқорида кўрилган мисолдаги статик аниқмас системанинг ўртадаги стержени δ миқдорга калтароқ қилиб тайёрланган бўлсин (2.27–шакл,а). Бу стерженларнинг учларини D_2 нуктада туташтиришда ҳар бир стерженда ҳосил бўладиган зўриқиш кучларини аниқлаймиз.

1. Масаланинг статик томони, ўртадаги стерженни чўзиб, ён томондаги стерженларни сиқиб учаласини бирор D_2 нуктада туташтирсак. Натижада ўртадаги стержень $\Delta \ell = D_1 D_2$ га чўзилади, ён томондаги стерженлар $\Delta \ell_a = \Delta \ell_c = D_2 D_3$ га қисқаради (2.27–шакл,б). Мувозанат тенгламаси қуйидагича бўлади :

$$\begin{aligned} \sum Z &= N_A \sin \alpha - N_C \sin \alpha = 0 ; N_A = N_C \\ \sum Z &= -N_A \cos \alpha + N_B - N_C \cos \alpha = 0 ; N_B - 2N_A \cos \alpha = 0 \end{aligned} \quad (2.64)$$

2. Масаланинг геометрик томони, системанинг деформацияланган ҳолатидан қуйидагини ёзиш мумкин (2.27–шакл,б) :

$$\Delta \ell_a = h \cos \alpha \quad (a)$$

Шаклдан $h = \delta - \Delta \ell_b$ эканлигидан (a) ни бу кўринишда ёзамиз.

$$\Delta \ell_a = (\delta - \Delta \ell_b) \cos \alpha \quad (б)$$

3. Масаланинг физик томони, берилган шаклдан $\ell_a = \ell / \cos \alpha$ ни ва Гук қонунидан фойдаланиб абсолют деформацияларни тегишли зўриқиш кучлари орқали ифодалаб, (б) тенглама асосида қуйидаги иккинчи тенгламани ҳосил қиламиз :

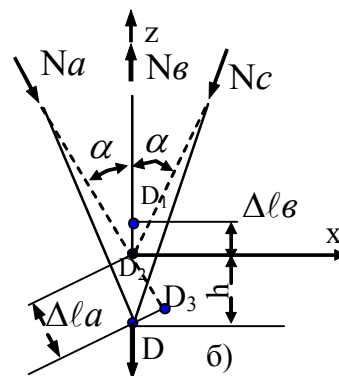
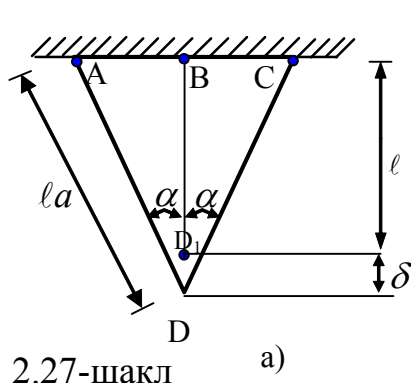
$$\frac{N_A \ell}{E F \cos \alpha} = \delta \cos \alpha - \frac{N_B \ell}{E F} \cos \alpha \quad (2.65)$$

4. Синтез (2.64) ва (2.65) тенгламаларни биргаликда ечиб барча номаълумларни аниқлаймиз.

$$N_B = 2 N_A \cos \alpha ; \quad \frac{N_A \ell}{E F \cos \alpha} = \delta \cos \alpha - \frac{2 N_A \ell \cos^3 \alpha}{E F}$$

бундан

$$N_A = N_C = \frac{\delta E F \cos^2 \alpha}{\ell (1 + 2 \cos^3 \alpha)}, \quad N_B = \frac{2 \delta E F \cos^3 \alpha}{\ell (1 + 2 \cos^3 \alpha)}$$



2.7.-§ ТЕМПЕРАТУРАНИНГ ЎЗГАРИШИДАН ҲОСИЛ БЎЛАДИГАН КУЧЛАНИШ.

Фараз қилайлик стержень қандайдир t_0^o температурада икки учидан таянчга қистириб маҳкамлаб қўйилган бўлсин (2.28-шакл,а). Агар температура t_1^o гача ўзгартирилса (қизитилса), температуранинг ўзгариши $\Delta t^o = t_1^o - t_0^o$ га тенг бўлади. Агар стерженьнинг бир учи маҳкамланганда эди, у Δt^o га қизиганда узунлиги узайиб, кучланиш ҳосил бўлмаган бўлар эди

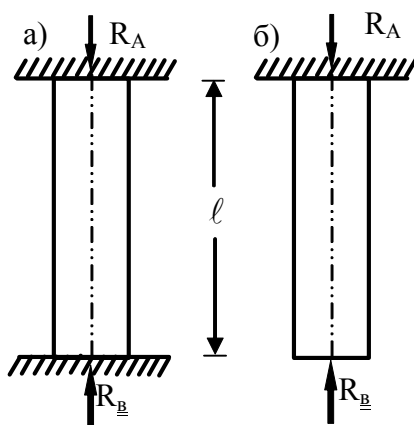
Стерженьнинг температураси Δt га ўзгарганда у чўзилмоқчи бўлиб таянчларни силжитишга ҳаракат қилади.

Таянчлар силжимаганлиги сабабли стерженда сиқувчи зўриқиш кучлари ҳосил бўлади.

Натижада таянчларда бир – бирига қарама – қарши йўналган таянч реакциялари ҳосил бўлади. Бу кучларни топиш учун шу кучлардан фақатгина вертикал ўққа туширилган проекцияларнинг йиғиндисини топиш мумкин. Бу эса таянч реакцияларининг бир – бирига тенг бўлиб қарама – қарши йўналишини ифодалайди. Сиқувчи зўриқиш куч номаълум бўлиб қолганлиги учун бу масала статик аниқмасдир.

Бу масалани ечиш учун қўшимча тенглама тузиш керак. Бунинг учун стерженьни пастки таянчдан озод қилиб, унинг таъсирини R_B куч билан алмаштирамиз (2.28-шакл,б). Агар стерженьнинг эркин учига R_B куч қўйилмаса, у температуранинг ўзгариши натижасида қуйидаги қийматга чўзилган бўлар эди.

$$\Delta \ell_t = \alpha \ell \Delta t^o, \quad (2.66)$$



2.28-шакл

бу ерда α - стержень материалынинг чизиқли кенгайиш коэффициенти.

Ҳақиқатда эса стержень чўзилмайди. Аммо R_B сиқувчи куч стерженни сиқиб уни $\Delta \ell_{R_B}$ га қисқартиради.

Шундай қилиб

$$\Delta \ell_t = \Delta \ell_{R_B} \quad (2.67)$$

бўлади

$$\text{Гук қонунига асосан} \quad \Delta \ell_{R_B} = \frac{R_B \ell}{E F} \quad \text{бўлади.}$$

(2.66) ва (2.67) ларга асосан қуйидагини ёзиш мумкин :

$$\alpha \ell \Delta t^\circ = \frac{R_B \ell}{E F} ,$$

бундан

$$R_B = E F \alpha \Delta t^\circ$$

Стержень кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган сиқувчи нормал кучланиш қуйидагича бўлади.

$$\sigma = \frac{R_B}{F} = E \alpha \Delta t^\circ \quad (2.68)$$

Бундан кўринадики, температуранинг ўзгаришидан ҳосил бўладиган нормал кучланиш стерженнинг механик характеристикаси α , эластиклик модули E ва температуранинг ўзгариши Δt° га боғлиқ бўлиб, у жуда катта қийматга эришмаслиги учун конструкцияларда махсус бўшлиқлар қолдирилади.

МИСОЛЛАР.

2.21-мисол.

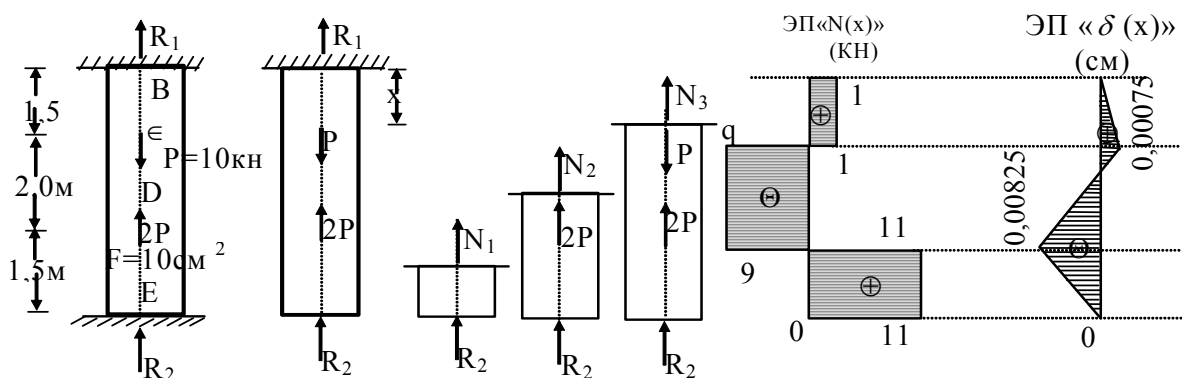
Пўлат стерженнинг кўндаланг кесим юзаси ўзгармас бўлиб, 2.29-шаклда кўрсатилгандек юкланган. Бўйлама куч ва кўчиш эпюралари қурилсин.

Ечиш: Стерженнинг мувозанат тенгламасини тузамиз.

$$\sum Z = R_1 - P + 2P + R_2 = 0; \quad R_1 + R_2 = P; \quad (1);$$

(1) тенгламада иккита номаълум бўлиб, масала бир марта статик аниқмасдир. Бу масалани ечиш учун мувозанат тенгламасига қўшимча битта тенглама тузамиз. Бунинг учун стерженни пастки таянчдан озод қилиб, асосий система танлаймиз ва уни берилган ҳамда Ҳозирча номаълум бўлган кучлар билан юклаймиз. Е кесимнинг кўчишини топиб нолга тенглаштирамиз.

$$\delta_E = -\frac{R_2 \cdot 5}{E F} - \frac{2P \cdot 3,5}{E F} + \frac{P \cdot 1,5}{E F} = 0; \quad \frac{E F}{1} \quad (2)$$



2.29-шакл

бундан $R_2 = \frac{1,5P - 7P}{5} = -1,1P = -11 \text{ кН}$

(1)дан $R_1 = -P - R_2 = -10 - (-11) = 1 \text{ кН}$

Текшириш: $\sum Z = R_1 + 2P - P + R_2 = 1 + 20 - 10 - 11 = 0$

Демак таянч реакцияларининг кийматлари тўғри топилган экан.

Кесиш усулидан фойдаланиб, Ҳар бир участкадаги бўйлама

кучларни топамиз: ED участкада $\sum Z_1 = 0$; $N_1 = -R_2 = -(-11) \text{ кН} = 11 \text{ кН}$

DC участкада $\sum Z_2 = 0$; $N_2 = -R_2 - 2P = -(11) - 20 = -9 \text{ кН}$

CB участкада $\sum Z_3 = 0$; $N_3 = -R_2 - 2P + P = -(-11) - 20 + 10 = 1 \text{ кН}$

Энди ҳар бир участканинг кўчишини топамиз.

Бунинг учун юқори таянчдан x масофада кесим олиб, кўчиш формуласидан фойдаланиб шу участканинг кўчишини топамиз.

BC участкада ($0 \leq x \leq 1,5$) $\delta_{BC}(x) = \frac{N_3 \cdot x}{EF}$;

$\delta_B(0) = 0$; $\delta_C(1,5) = \frac{N_3 \cdot 1,5}{EF} = \frac{1 \cdot 10^2 \cdot 150}{2 \cdot 10^6 \cdot 10} = 0,00075 \text{ см}$

CD участкада ($1,5 \leq x \leq 3,5$)

$\delta_{CD}(x) = \delta_C(1,5) + \frac{N_2 \cdot (x - 1,5)}{EF}$; $\delta_C(1,5) = 0,00075 \text{ см}$;

$\delta_D(3,5) = 0,00075 - \frac{9 \cdot 10^2 \cdot 200}{2 \cdot 10^6 \cdot 10} = -0,00025 \text{ см}$.

DE участкада ($3,5 \leq x \leq 5,0$)

$\delta_{DE}(x) = \delta_D(3,5) + \frac{N_1(x - 3,5)}{EF}$; $\delta_D(3,5) = -0,00025 \text{ см}$

$\delta_E(5,0) = \delta_D(3,5) + \frac{N_1 \cdot 1,5}{EF} = -0,00025 + \frac{11 \cdot 10^2 \cdot 150}{2 \cdot 10^6 \cdot 10} = 0$

Топилган қийматлардан фойдаланиб, бўйлама куч ва кўчиш эпюрасини курамиз.

2.22-мисол.

2.30-шаклда кўрсатилган катта чўян брус, пўлат трубка ичига эркин қўйилган, пўлат трубка эса ўз навбатида алюминий трубка ичига киритиб қўйилган. Агар $E_n = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$; $E_{\text{чўян}} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$; $E_{\text{ал}} = 0,7 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$; бўлса, брус ва трубкалар кўндаланг кесимидаги кучланишлар топилсин.

Ечиш: Р куч таъсирида брус ва трубкаларда $N_{\text{чўян}}$, $N_{\text{п}} \text{, } N_{\text{ал}}$ зўриқишлар ҳосил бўлади. Статикадан уч номаълумли битта тенглама тузамиз: $N_{\text{чўян}} + N_{\text{п}} + N_{\text{ал}} = P$. Демак, масала икки марта статик аниқмасдир. Масаланинг шартига асосан зўриқишларни кўндаланг кесим юзаси ва кучланиш орқали ифодалаймиз:

$$N_{\text{чўян}} = F_{\text{чўян}} \cdot \sigma_{\text{чўян}}; \quad N_{\text{п}} = F_{\text{п}} \cdot \sigma_{\text{п}}; \quad N_{\text{ал}} = F_{\text{ал}} \cdot \sigma_{\text{ал}}.$$

Брус ва трубкаларнинг кесим юзаларини ҳисоблаймиз:

$$F_{\text{чўян}} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ см}^2; \quad F_{\text{п}} = \frac{\pi}{4} (15^2 - 10^2) = 98,2 \text{ см}^2; \quad F_{\text{ал}} = \frac{\pi}{4} (20^2 - 15^2) = 137,2 \text{ см}^2.$$

У вақт $78,5 \sigma_{\text{чўян}} + 98,2 \sigma_{\text{п}} + 137,2 \sigma_{\text{ал}} = 60 \cdot 10^3.$

Маълумки, системанинг ҳамма элементлари бир хилда қисқаради, яъни $\Delta \ell_{\text{чўян}} = \Delta \ell_{\text{п}} = \Delta \ell_{\text{ал}}$ ёки $\ell_{\text{чўян}} = \ell_{\text{п}} = \ell_{\text{ал}}$ эканлигини ҳисобга олиб, $\varepsilon_{\text{чўян}} = \varepsilon_{\text{п}} = \varepsilon_{\text{ал}}$.

Бўйлама деформацияни Гук қонунига кўра σ, E орқали ифодалаб, қуйидагини топамиз:

$$\varepsilon_{\text{чўян}} \frac{1}{E_{\text{чўян}}} = \varepsilon_{\text{п}} \frac{1}{E_{\text{п}}} = \varepsilon_{\text{ал}} \frac{1}{E_{\text{ал}}}.$$

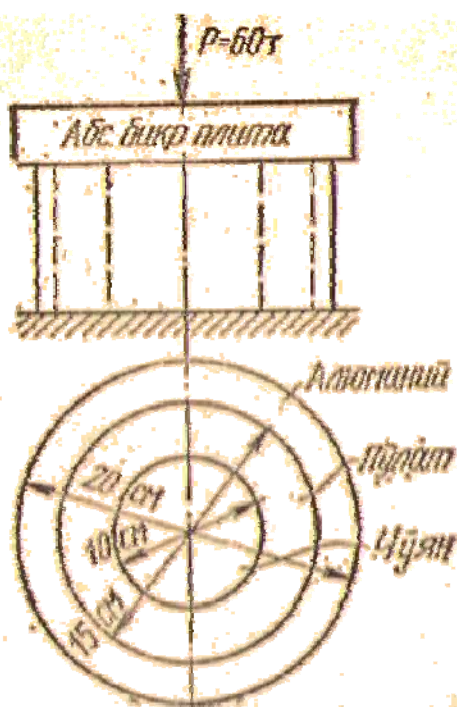
$\sigma_{\text{п}}, \sigma_{\text{ал}}$ ларни $\sigma_{\text{чўян}}$ орқали ифодалаймиз:

$$\sigma_{\text{п}} = \sigma_{\text{чўян}} \frac{E_{\text{п}}}{E_{\text{чўян}}}, \quad \sigma_{\text{ал}} = \sigma_{\text{чўян}} \frac{E_{\text{ал}}}{E_{\text{чўян}}},$$

У вақтда $78,5 \sigma_{\text{чўян}} + 98,2 \sigma_{\text{чўян}} \frac{E_{\text{п}}}{E_{\text{чўян}}} + 137,2 \sigma_{\text{чўян}} \frac{E_{\text{ал}}}{E_{\text{чўян}}} = 60 \cdot 10^3.$

Сон қийматларни қўйсак,

$$\sigma_{\text{чўян}} = 186 \text{ кг/см}^2, \quad \sigma_{\text{п}} = 186 \cdot \frac{2 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^6} = 310 \text{ кг/см}^2, \quad \sigma_{\text{ал}} = 186 \cdot \frac{0,7 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^6} = 109 \text{ кг/см}^2$$



2.30-шакл.

2.23-мисол.

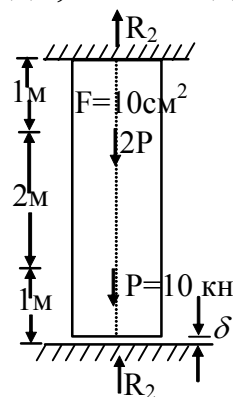
2.31-шаклда кўрсатилгандек юкланган стерженнинг пастки учи таянчга $\delta = 0,01 \text{ см}$ етмайди. Таянчларда ҳосил бўладиган реакция кучлари топилсин.

Ечиш: P ва $2P$ кучлар стерженга қўйилгандан сўнг, унинг пастки учи таянчга тегиб, унда R_2 реакция кучи ҳосил бўлади.

Мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum Z = R_1 - 2P - P + R_2 = 0; \quad R_1 + R_2 = 3P. \quad (a)$$

Бу тенгламада R_1 ва R_2 реакция кучлари номаълум бўлиб, масала бир марта статик аниқмасдир. Бу масalani ечиш учун статиканинг мувозанат тенгламасига қўшимча деформация тенгламаси деб аталувчи битта тенглама тузамиз. Пастки таянчни ташлаб, унинг таъсирини таянч реакцияси (R_2) билан алмаштирсак, бўйлама $N=3P$ куч ҳосил бўлади ва стерженни чўзади, натижада пастки учи кўчади ва у қуйидагича топилади.



2.31-шакл

$$\Delta \ell_F = \frac{2P \cdot 100}{EF} + \frac{P \cdot 200}{EF}$$

$$\frac{2P \cdot 100}{EF} + \frac{P \cdot 200}{EF} - \delta = \frac{R_2 \cdot 400}{EF} \quad (6)$$

бундан $400P - EF\delta = 400R_2$

$$R_2 = \frac{1}{400} (400 \cdot 10 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 0,01) = 500 \text{ кг} = 5 \text{ кН}$$

$$(a) \text{дан } R_1 = 3P = R_2 = 3 \cdot 10 \cdot 10^2 - 500 = 2500 \text{ кг} = 25 \text{ кН}$$

2.24-мисол.

2.32-шакл,а да кўрсатилгандек, А шарнирли таянчнинг R_A реакцияси ва абсолют ҳисобланган балкани ушлаб турадиган стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин. Стерженлар бир хил материалдан тайёрланган.

Ечиш: Балкага таъсир этувчи кучлар системаси 2.29-шакл,б да кўрсатилган. Бундай кучлар системаси учун статика иккита мувозанат тенгламасини беради, номаълумлар сони эса учта: N_1 , N_2 , R_A . Демак, система бир марта статик аниқмасдир.

Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum Y = 0; -4 - N_1 + R_A + N_2 = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0; 4 \cdot 0,8 - N_2 \cdot 0,5 - N_1 \cdot 1 - 0,8 = 0. \quad (2)$$

2.32-шакл,б да системанинг деформацияланган схематик ҳолати кўрсатилган. Шаклдан қуйидагиларни топамиз:

$$\frac{\Delta \ell_1}{\Delta \ell_2} = \frac{CA}{AD} \quad \text{ёки} \quad \frac{\Delta \ell_1}{\Delta \ell_2} = \frac{1}{0,5} = 2.$$

Стерженнинг абсолют чўзилишини Гук формуласига мувофиқ ифодалаймиз:

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot h}{EF_1}; \quad \Delta \ell_2 = \frac{N_2 \cdot h}{EF_2};$$

$$\text{У вақтда } \frac{N_1 \cdot h}{EF_1} : \frac{N_2 \cdot h}{EF_2} = 2.$$

F_1 ва F_2 ларнинг сон қийматларини қўйсак :

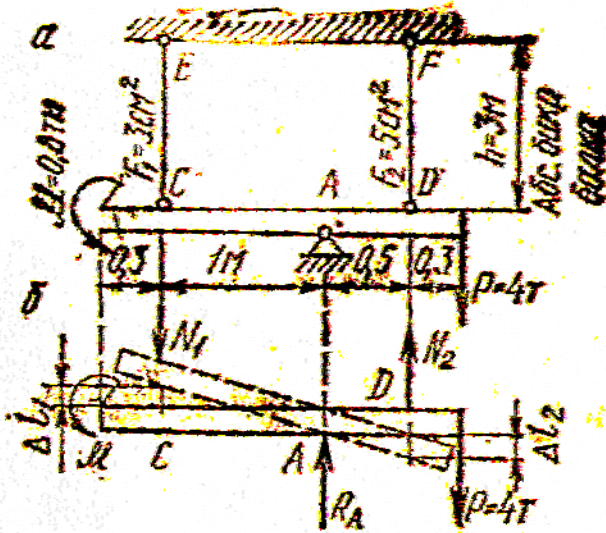
$$N_1 = 1,25 N_2. \quad (3)$$

(3) ифодани (2) тенгламага қўйиб, қуйидаги натижани топамиз:

$$N_1 1,41 \text{ кН}, \quad N_2 = 1,7 \text{ кН}.$$

(1) тенгламадан қуйидагини топамиз:

$$R_A = 4 + N_1 - N_2 = 4 + 1,41 - 1,7 = 3,71 \text{ кН}.$$



2.32-шакл.

2.25-мисол.

2.33.-шакл,а да кўрсатилган, абсолют бикр балкани ушлаб турадиган ўртадаги стержень (мисдан тайёрланган) $\Delta t = 50^\circ$ га қиздирилганда, унинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўладиган зўриқиш аниқлансин. $\alpha_m = 16,5 \cdot 10^{-6}$, $E_n = 2E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ қабул қилинган.

Ечиш: Ўртадаги стержень қизиганида узаяди, иккала чекка стержень эса бунга қаршилиқ кўрсатади. Шунинг учун ўртадаги стерженда N_2 сиқувчи зўриқиш, чеккадаги стерженларда эса, N_1 ва N_3 чўзувчи зўриқиш ҳосил бўлади (2.33-шакл,б).

Балка симметрик бўлгани учун $N_1 = N_3$.

Мувозанат тенгламаси $\sum Y = 0$ ни тузиб қуйидагиларни топамиз.

$$2 N_1 - N_2 = 0 ; N_2 = 2 N_1.$$

Система бир марта статик аниқмас – учта номаълум қийматли иккита статик тенгламалар (улардан биттаси оғзаки ечилган) дан иборат.

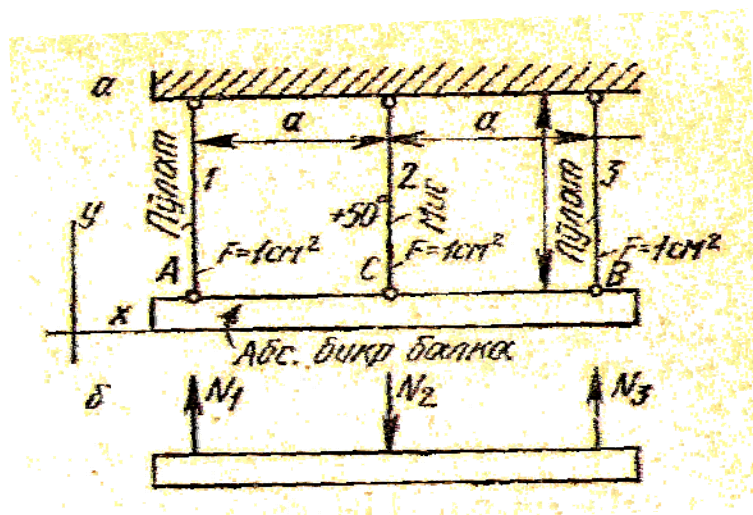
Равшанки, балка горизонтал ҳолатда пастга тушади, яъни кўчиш тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 = \Delta \ell_3,$$

бу ерда

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot \ell}{E_n \cdot F_n}, \quad \Delta \ell_2 = \alpha_m \ell \cdot \Delta t - \frac{N_2 \cdot \ell}{E_m F_m} = \alpha_m \ell \Delta t - \frac{2 N_1 \ell}{E_m F_m}.$$

$$\frac{N_1 \cdot \ell}{E_n \cdot F_n} = \alpha_m \ell \Delta t - \frac{2 N_1 \ell}{E_m F_m}.$$



2.33-шакл.

Иккинчи стержендаги зўриқиш сиқувчи деб олингани учун иккинчи қўшилувчи олдиға минус ишораси қўйилади

$$N_1 = \frac{\alpha_m \cdot \Delta t}{\frac{1}{E_n F_n} + \frac{2}{E_m F_m}} = \frac{16,5 \cdot 10^{-6} \cdot 50}{\frac{1}{2,0 \cdot 10^6 \cdot 1} + \frac{2}{1,0 \cdot 10^6 \cdot 1}} 330 \text{ кг};$$

$$\sigma_n = \frac{N_1}{F_n} = \frac{330}{1} = 330 \text{ кг/см}^2;$$

$$N_2 = 2N_1 = 660 \text{ кг}; \quad \sigma_m = \frac{N_2}{F_m} = \frac{660}{1} = 660 \text{ кг/см}^2.$$

Зўриқиш (кучланиш)ларнинг мусбат қийматлари илгари қабул қилинган йўналишларнинг ҳақиқий йўналишларга мос эканлигини кўрсатади.

2.26-мисол.

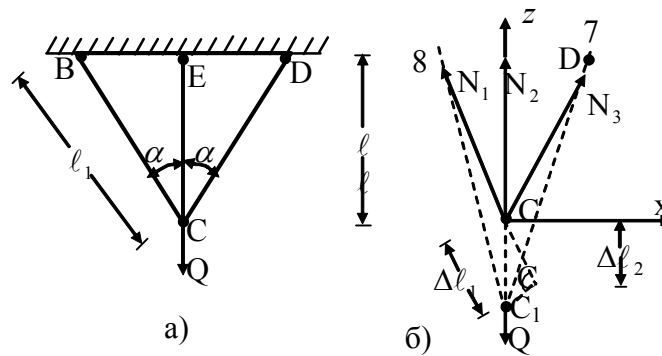
2.34-шаклда кўндаланг кесим юзаси бир хил бўлган пўлатдан ясалган учта стерженлар системаси С шарнирга осилган $Q=50$ кН юк таъсирида бўлади. $\alpha = 30^\circ$ бўлганда стерженлардаги зўриқиш кучлари аниқлансин.

Ечиш: Стерженлардаги зўриқиш кучларини топиш учун кесиш усулидан фойдаланиб С шарнирнинг мувозанатини текширамиз:

$$\Sigma x = -N_1 \sin \alpha + N_3 \sin \alpha = 0; \quad N_1 = N_3 \quad (a)$$

$$\Sigma Z = N_2 + 2N_1 \cos \alpha = Q \quad (b)$$

Бу (б) тенгламада N_1 ва N_2 номаълум бўлиб, масала бир марта статик аниқмасдир. Битта кўшимча тенглама тузамиз. С нуқта Q юк таъсиридан пасаяди натижада учта стержень ҳам чўзилади. Ўртадаги стерженнинг узайиши Δl_2 га тенг бўлади. Четки стерженларнинг узайиши бир-бирига тенг бўлиб $\Delta l_1 = \Delta l_3$ бўлади.



2.34-шакл

Бу учала стерженлар узайишининг орасидаги муносабатлар қуйидагича бўлади

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 / \cos \alpha \quad (\epsilon)$$

Гук қонунига асосан $\Delta l_1, \Delta l_2$ ларни N_1, N_2 зўриқиш кучлари орқали ифодаланган қийматини (ε)га қўйсақ қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\frac{N_2 \Delta l_2}{EA} = \frac{N_1 \cdot \Delta l_1}{EA \cos \alpha} ; \quad (\gamma)$$

бу ерда $\Delta l_1 = \frac{l_1}{\cos \alpha} ; \quad \Delta l_2 = l$ бўлишини ҳисобга олсак ва $\frac{l}{EF}$ га қисқартиргандан кейин қуйидагига эга бўламиз:

$$N_1 = N_2 \cos^2 \alpha \quad (\delta)$$

(б) ва (δ) ларни биргаликда ечиб, стерженлардаги зуриқиш кучларини топамиз

$$N_2 + 2N_2 \cos^3 \alpha = Q; \quad N_2 = \frac{Q}{1 + 2 \cos^3 \alpha} = \frac{50}{1 + 2 \cdot (0,866)^3} = 21,75 \text{ кН} ;$$

$$N_1 = N_3 = N_2 \cos^2 \alpha = 21,75 \cdot (0,866)^2 = 16,31 \text{ кН}$$

2.27-мисол.

2.35-шаклда кўрсатилгандек С шарнирда бирлаштирилган учта бир хил материалдан ясалган ва бир хил кўндаланг кесим юзали стерженларнинг ўртасидаги $\Delta t = 40^\circ$ га қиздирилса, $\alpha = 45^\circ$ бўлганда стерженлардаги кучланишлар аниқлансин.

Ечиш: то қизитганча стерженлардаги зўриқиш кучлари нолга тенг бўлади.

Стерженлар бир-бири билан С шарнирда бириктирилган, шу туфайли қиздирилганда улар мустақил чўзила олмайди ва N_1, N_2, N_3 зўриқиш кучлари ҳосил бўлади.

$$\Sigma X = 0; \quad -N_1 \sin \alpha + N_3 \sin \alpha = 0; \quad N_1 = N_3 \quad (a)$$

$$\Sigma Z = 0; \quad N_2 + 2N_1 \cos \alpha = 0; \quad (б)$$

Масала бир марта статик аниқмас экан.

Ўртадаги стерженни қиздирганимизда С тугун вертикал C_1 ҳолатни олиб $\Delta \ell_2$ га чўзилади ва деформация тенгламаси қуйидагича бўлади

$$\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 \cos \alpha \quad (в)$$

Ўртадаги стерженнинг чўзилиши унинг қиздирилишидан ва зўриқиш кучидан ҳосил бўлган икки узайишдан иборат бўлади, яъни

$$\Delta \ell_2 = \alpha \ell \Delta t + N_2 \ell / EF; \quad (з)$$

бу ерда α – чизикли кенгайиш коэффициенти, ст.з пўлат учун $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$ бўлади.

(г) формулани (в)га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\Delta \ell_1 = (\alpha \ell \Delta t + N_2 \ell / EF) \cos \alpha \quad (д)$$

Шаклдан $\ell_1 = \ell / \cos \alpha$ бўлганлигидан ва Гук қонунига асосан четки стерженнинг абсолют чўзилиши $\Delta \ell = N_1 \ell_1 / EA$

$$\text{бўлганлиги учун } \Delta \ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{EF} = \frac{N_1 \ell}{EF \cos \alpha} \quad (е)$$

(д) ва (е) формулаларнинг ўнг томонларини тенглаштириб

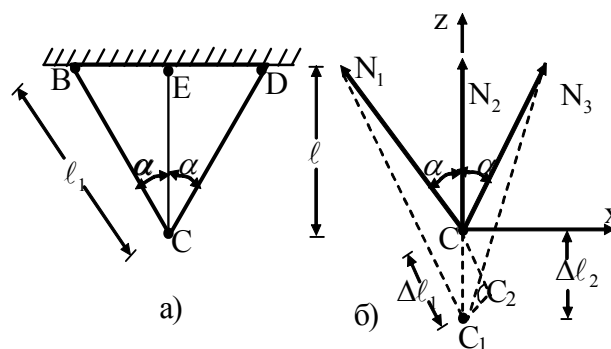
$$N_1 \ell / EF \cos \alpha = (\alpha \ell \Delta t + N_2 \ell / EF) \cos \alpha;$$

ҳосил бўлган тенгламани ℓ га қисқартирсак ва айрим ўзгартиришлардан кейин $N_1 = (N_2 + EF \alpha \Delta t) \cos^2 \alpha$ (u)

(a) билан (u) ни биргаликда ечиб зўриқиш кучларини аниқлаймиз

$$N_2 + 2(N_2 + EF \alpha \Delta t) \cos^3 \alpha = 0$$

$$\text{бундан } N_2 = -\frac{2EF \alpha \Delta t \cos^3 \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha}$$



2.35-шакл

N_2 зўриқиш кучини ишорасининг минус чиқиши, ўртадаги стерженнинг сиқилишини кўрсатади.

Ўртадаги стержендаги кучланишни топамиз.

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F} = -\frac{2E\alpha \Delta t \cos^3 \alpha}{1 + 2\cos^3 \alpha} = -\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 125 \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot (0,707)^3}{1 + 2 \cdot (0,707)^3} = -414,05 \text{ кг/см}^2$$

Четки стерженлардаги кучланишларни топамиз

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{N_1}{F} = -\frac{N_2}{2A \cos \alpha} = -\frac{\sigma_2}{2 \cos \alpha} = \frac{4 \cdot 4,05}{2 \cdot (0,707)} = 292,82 \text{ кг/см}^2$$

Четки стерженлар чўзилар экан.

2.28-мисол.

2.36-шакл, а да кўрсатилгандек учта бир хил материалдан ясалган ва бир хил кўндаланг кесим юзали стерженларнинг ўртадагиси $\delta = 1 \text{ мм}$ калтароқ қилиб тайёрланган бўлсин. Бу стерженларнинг учларини С нуктада бирлаштиришда уларда ҳосил буладиган нормал кучланишлари топилсин. $\ell = 3 \text{ м}$, $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ $\alpha = 30^\circ$; деб олинсин.

Ечиш: Ўртадаги стержень учи C_1 билан четки стерженлар учларини C_2 нуктада бирлаштириш учун, ўрта стерженни $\Delta \ell_2$ га чўзиш, четдаги стерженларни $\Delta \ell_1 = \Delta \ell_3$ га сиқишга тўғри келади.

Мувозанат тенгламалари қуйидагича бўлади:

$$\Sigma X = 0; \quad -N_1 \sin \alpha + N_3 \sin \alpha = 0; \quad N_1 = N_3 \quad (a)$$

$$\Sigma Z = 0; \quad N_2 - 2N_1 \cos \alpha = 0; \quad (b)$$

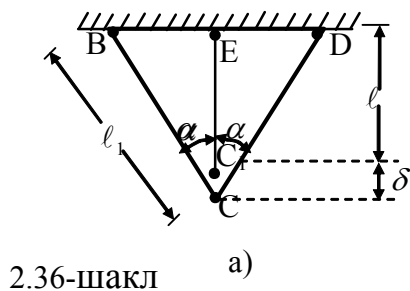
2.33 - шакл, б) дан $\Delta \ell_1 = h \cdot \cos \alpha$ бўлади

$$h = \delta - \Delta \ell_2 \text{ демак } \Delta \ell_1 = (\delta - \Delta \ell_2) \cos \alpha \quad (в)$$

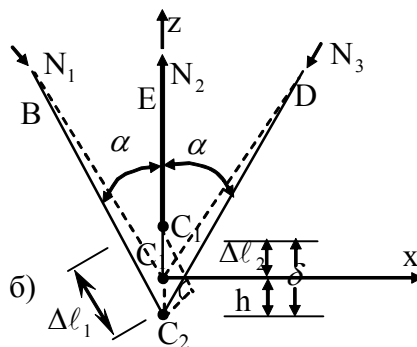
бўлади

Юқоридаги формулани ва $\ell_1 = \ell / \cos \alpha$ бўлишини ҳисобга олиб (в)ни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{N_1 \ell}{EF \cos \alpha} = \delta \cos \alpha - \frac{N_2 \ell}{EF} \cos \alpha \quad (г)$$



2.36-шакл



(б) ва (г) тенгламаларни биргаликда ечиб зўриқиш кучларини топамиз.

$$N_2 = 2N_1 \cos \alpha; \quad \frac{N_1 \ell}{EF \cos \alpha} = \delta \cos \alpha - \frac{2N_1 \ell}{EF} \cos^2 \alpha$$

бундан

$$N_1 = N_3 = \frac{\delta EF \cos^2 \alpha}{\ell(1 + 2 \cos^3 \alpha)}; \quad N_2 = 2N_1 \cos \alpha = \frac{2\delta EF \cos^3 \alpha}{\ell(1 + 2 \cos^3 \alpha)};$$

Статик аниқмас системаларнинг айрим қисмларининг аниқ тайёрланмаслиги натижасида конструкция элементларида бошланғич ва монтаж кучланишлари ҳосил бўлади. Бу системанинг четки стерженлари сиқилувчи, ўртадаги стержени чўзилувчи бўлади.

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{N_1}{F} = -\frac{\delta E \cos^2 \alpha}{\ell(1 + 2 \cos^3 \alpha)} = -\frac{0,1 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot (0,866)^2}{300[1 + 2(0,866)^3]} = -217,5 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F} = \frac{2N_1 \cos \alpha}{F} = 2|\sigma_1| \cos \alpha = 2 \cdot 217,5 \cdot 0,866 = 376,7 \text{ кг/см}^2$$

Шундай қилиб, конструкция қисмларини аниқ қилиб тайёрламаслик сезиларли даражада бошланғич ёки монтаж кучланишларни ҳосил бўлишига сабаб бўлар экан.

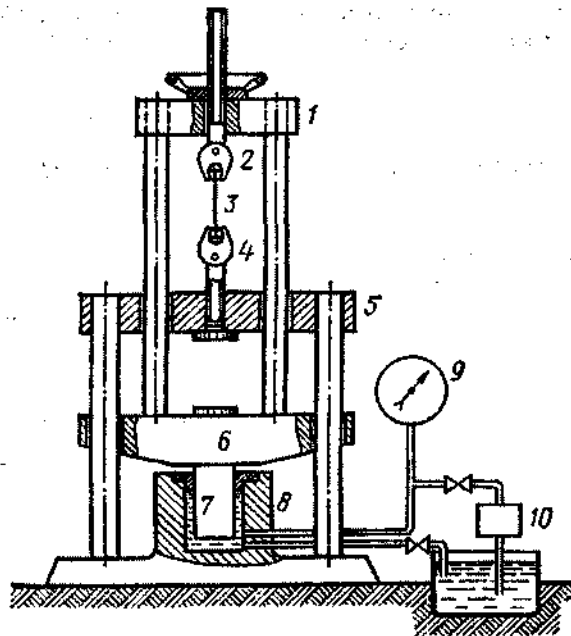
2.8. §-МАТЕРИАЛЛАРНИНГ МЕХАНИК ХОССАЛАРИНИ СИНОВ ЙЎЛИ БИЛАН ЎРГАНИШ.

Турли хил материалларни чўзилиш ва сиқилишга синаш учун синалаётган намунада ҳосил бўладиган зўриқишларни етарли даражада аниқ ўлчашга имкон берувчи машиналардан фойдаланилади.

Конструкциялар ёки улар таркибий қисмларининг мустаҳкамлиги, бикрлиги ва устуворлигига оид турли хил масалаларни ечаётганда уларни яшада ишлатиладиган материалларнинг асосий механик хоссаларини билиш жуда муҳимдир.

Материалларнинг **асосий механик хоссалари** дейилганда уларнинг эластиклик (E, μ), мустаҳкамлик ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xe}, \sigma_i$), пластиклик (δ_k, ψ) энергетик (u, a) характеристикалари тушунилади.

Материалларнинг асосий механик хоссалари тажрибалар ўтказиш усули билан аниқланади. Бунинг учун материаллардан махсус намуналар тайёрланиб, уларнинг турли деформацияларга қаршилиқ кўрсатиши махсус синов машиналарида текшириб кўрилади.



2.37-шакл.

Гидравлик усулда ишлайдиган синов машинаси қуйидагича тузилган (2.37-шакл): қўзғалувчан траверсалар 1 ва 6, қисқичлар 2 ва 4, қўзғалувчан траверса 5, поршен 7, цилиндр 8, манометр 9, насос 10.

Суюқлик цилиндрга маълум босим остида ҳайдалгач, поршенни юқорига кўтариб, намуна 3 ни чўзади. Чўзувчи кучнинг қиймати манометр ёрдамида ўлчанадиган босим орқали аниқланади.

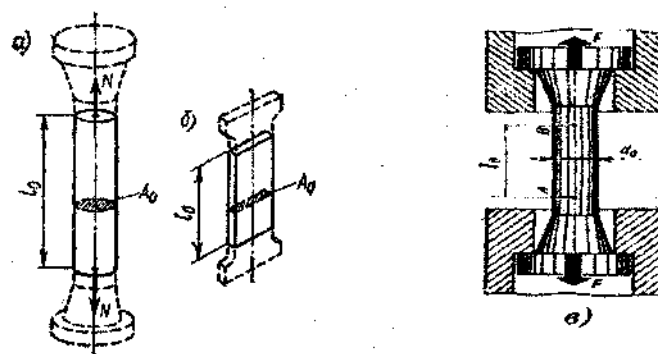
Кўпгина замонавий синов машиналарида намунага таъсир этувчи куч P ва шу куч туфайли вужудга келган абсолют деформация $\Delta \ell$ орасидаги боғланиш графигини тажриба давомида чизиб борувчи автоматик ёзув қурилмаси ўрнатилган.

Одатда, $P = f(\Delta \ell)$ боғланишдаги графикка намуналарнинг **чўзилиш ёки сиқилиш диаграммалари** дейилиб, у материалларнинг асосий механик хоссаларини батафсил аниқлашга имкон беради.

Материалларни чўзилишга синаш. Материалларни чўзилишга синаш учун улардан цилиндрик ва текис шаклдаги махсус намуналар тайёрланади (2.38-шакл, а, б).

Одатда синалаётган намуна цилиндрик шаклида тайёрланади, агар иложи бўлмаса текис шаклида тайёрланади.

Барча ўлчамлар намунанинг ўрта қисмидан олинади, яъни цилиндрик намуна учун 220 мм қўйилган, текис намуна учун эса 200 мм қўйилган ораликдан олинади, чунки намунанинг бу қисмидагина кучланиш кўндаланг кесимлар бўйича текис тақсимланади. Кучланиш ва деформациянинг етарли даражада бир хилда бўлишини таъминлаш учун цилиндрик намуналарнинг боши ўрта қисми билан



2.38-шакл.

конус шаклида туташтирилади. Турли материаллардан тайёрланган намуналарни узилишга кўрсатадиган қаршилигининг синалаётган намуна узунлигига боғлиқ эмаслигини тасдиқлайди.

Агар намунанинг кўндаланг кесим юзаси бир хил бўлиб, шакли қандай бўлишидан қатъий назар вақтли қаршилиқ ҳам бир хил бўлиб, мустаҳкамлиги кўндаланг кесим юзасига поропорционалдир.

Одатда, ўрта қисмининг узунлиги ва диаметри орасидаги муносабатларга қараб цилиндрик намуналар **узун** ($\ell_0 = 10d$) ёки **қисқа** ($\ell_0 = 5d$) қилиб ясалади.

Текис намуналарнинг узунлигини танлаш учун, аввал шу намунанинг кўндаланг кесим юзасига тенг юзали доиравий намунанинг диаметрини аниқлаш зарур:

$$d = \sqrt{4F_0 / \pi} \approx 1.13\sqrt{F_0} \quad (a)$$

Кейин эса қуйидаги муносабатлардан фойдаланиб, текис намуналарнинг узунлигини ҳам аниқлаш мумкин:

а) узун текис намуналар учун

$$\ell_0 = 10d \approx 11.3\sqrt{F_0}$$

б) қисқа текис намуналар учун

$$\ell_0 = 5d \approx 5.54\sqrt{F_0}$$

Синов машинасининг пастки ва юқори қисқичларига намуна маҳкам ўрнатилиб, кейин чўзилади (2.38-шакл, в).

2.39-шаклда кам углеродли Ст 3 навли пўлат материалидан тайёрланган намунанинг чўзувчи куч остида "ўзини қандай тутиши"ни кўрсатувчи дастлабки чўзилиш диаграммаси келтирилган.

Маълумки, материаллар қаршилигида кўпчилик конструкция элементи нормал кучланишлар бўйича ҳисобланади. Шунинг учун дастлабки чўзилиш диаграммасини $\varepsilon\sigma$ координата текислигида ифодалаш зарур: чўзилиш диаграммасидаги абсцисса ўқидаги ҳамма қийматларни мос равишда ℓ_0 марта, ордината қийматларини эса F_0

марта камайтириш йўли билан осонгина **шартли кучланиш диаграммасига** ўтиш мумкин (2.39-шакл).

Шуни айтиш керакки, шартли кучланиш диаграммаси гарчи кўриниши жиҳатидан дастлабки диаграммага ўхшасада, лекин у фақат намунанинг эмас, балки материалнинг механик хоссасини характерлайди.

Энди диаграммалардаги ўзига хос нуқта ва қисмларни қайд этиб, намунанинг деформацияланиш жараёнини таҳлил қиламиз.

Чўзилиш диаграммасини тахминан тўртта қисмга ажратиш мумкин.

Диаграмманинг **ОВ** қисми *эластиклик* қисми дейилади; бу қисмда куч (кучланиш) билан абсолют (нисбий) деформация орасида тўғри пропорционал боғланиш бўлиб, материал Гук қонунига тўла бўйсунди. Кучланиш диаграммасидаги нуқтанинг ҳолати пропорционаллик чегараси дейилади ва қуйидагича аниқланади:

$$\sigma_i = \frac{P_i}{F_0}, \quad (6)$$

бу ерда, P_i пропорционаллик чегарасига мос келган куч.

Пропорционалликлик чегараси деб, шундай энг катта кучланишга айтиладики, унгача материал Гук қонунига тўла бўйсунди.

ОА тўғри чизик участканинг абцисса ўқиға оғиш бурчагининг тангенс эластиклик модулиға тенг бўлади:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma_i}{\varepsilon} = E \quad (B)$$

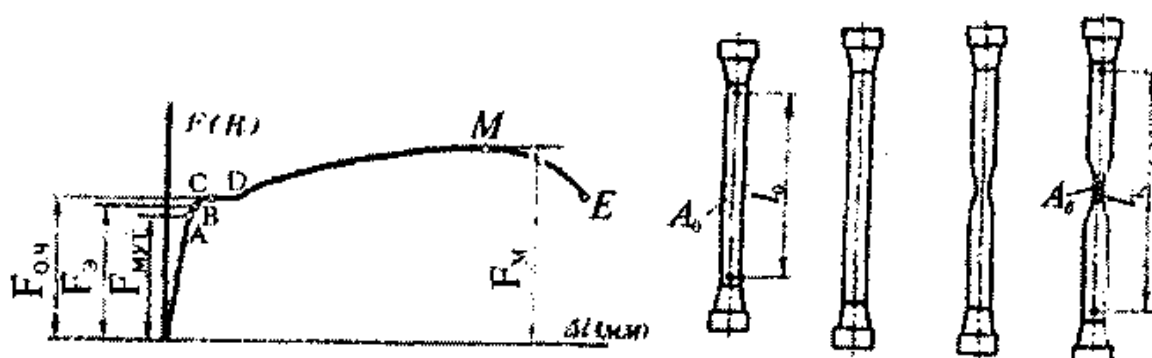
A нуқтадан бошлаб диаграмма эгрилана бошлаганлиги сабабли, Гук қонуни бузилади, яъни кучланиш деформацияға пропорционал бўлмайди. Диаграммадаги эгри чизикли ораликда ётувчи B нуқтанинг ҳолати эластиклик чегараси σ_y га мос келади.

Эластиклик чегараси деб, намуна юксизлантирилганда қолдиқ деформация ҳосил қилмасдан унинг материали чидаш берадиган энг катта кучланишға айтилади ва қуйидагича аниқланади:

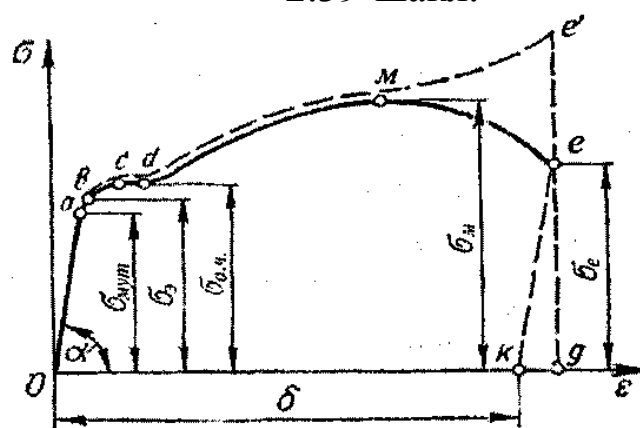
$$\sigma_y = \frac{P_y}{F_0}, \quad (Г)$$

бу ерда, P_y - эластиклик чегарасига мос келувчи энг катта куч.

Агар кучланишларнинг қиймати σ_y дан ошиб кетмаса, у ҳолда намунада фақат эластик деформация содир бўлади; аксинча, ошиб кетса намунада ҳам эластик, ҳам қолдиқ (пластик) деформациялар пайдо бўлади.



2.39-шакл.



2.40-шакл.

Диаграмманинг кейинги характерли $\tilde{N}D$ қисми бўлиб, бу қисмга тегишли кучланиш *оқувчанлик* қисми деб аталади. C нуктадан бошлаб, диаграммалар йўналишини ўзгартиради, яъни деярли ўзгармас кучда ҳам сезиларли даражада диаграммаларнинг ошиши содир бўлади материал гўёки «оқади». Бу ҳолатга тўғри келган кучланиш **оқувчанлик чегараси** деб аталади ва унинг қиймати қуйидагича топилади:

$$\sigma_{i.ч.} = \frac{P_{i.ч.}}{F_0}, \quad (д)$$

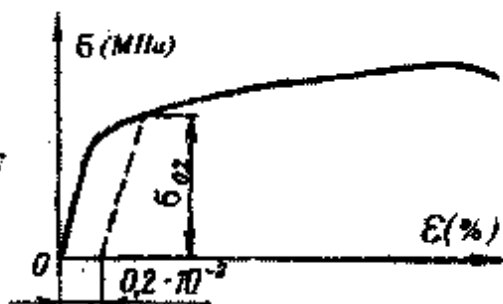
бу ерда, $P_{оч}$ - оқувчанлик чегарасидаги куч.

Диаграмманинг горизонтал қисми *оқувчанлик майдончаси* деб аталади.

Оқувчанлик майдончасида намунанинг ялтироқ сирти хиралашиб, унинг ўқи билан 45° бурчак ташкил этувчи дарз чизиклари ҳосил бўлади (2.41-шакл); бу чизикларни энг аввал Людерс ва Чернов деган олимлар топганлиги учун, улар **Людерс-Чернов чизиклари** дейилади.



2.41-шакл.



2.42-шакл.

Шуни айтиш керакки, баъзи махсус пўлатлар, мис ва бронза каби материалларнинг чўзилиш диаграммасида оқиш чегараси аниқ кўринмайди. Шу боис, бундай материаллар учун оқиш чегараси шартли равишда кучланишнинг 0,2 фоиз қолдиқ деформация берадиган миқдори $\sigma_{0,2}$ га тенг қилиб олинади (2.42-шакл).

Диаграммаларнинг навбатдаги ҳолати намунага таъсир этувчи куч (кучланиш) ва абсолют (нисбий) деформацияларнинг ўсиши билан характерланади. Чўзилиш диаграммасининг DM қисми мустаҳкамланиш қисми деб аталади; M нуқтанинг ҳолати материалнинг мустаҳкамлик чегараси ёки вақтли қаршилигига мос келади.

Намуна чидаш бера олмайдиган энг катта кучнинг унинг дастлабки кесим юзасига бўлган нисбати **мустаҳкамлик чегараси** деб аталади ва қуйидагича аниқланади:

$$\sigma_i = \frac{D_i}{F_0},$$

бу ерда, P_m мустаҳкамлик чегарасига мос келувчи максимал куч.

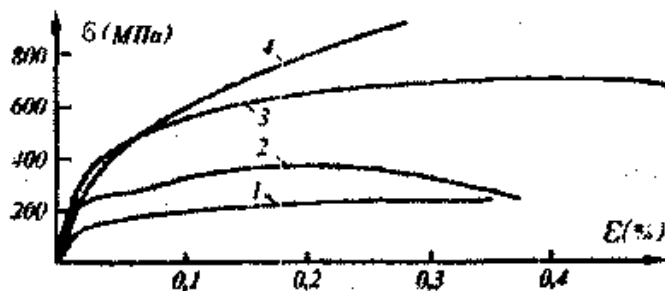
Кучланиш σ_i га етганда наmunанинг кўндаланг кесим юзаси қисқариб, «бўйин» ҳосил бўлади. «Бўйин» бошланиши (биланок диаграммада кўрсатилгандек, куч ва кучланиш тобора камая бошлайди. Намуна E нуқтага тегишли кучланишда узилади.

$$\sigma_a = \frac{D_a}{F_0},$$

бу ерда, P_e наmunанинг емирилиш пайтидаги куч.

Диаграмманинг ME қисмига "маҳаллий" оқувчанлик қисми дейилади.

Юқорида баён қилинган чўзилиш диаграммасининг ўзига хос нуқталарига тегишли σ_i , σ_{i+1} , σ_i кучланишлар материалнинг мустаҳкамлик характеристикалари дейилади.



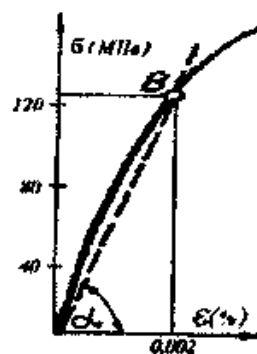
2.43- шакл.

1-бронза,

2-углеродли пўлат,

3-таркибида никел миқдори оширилган пўлат,

4-таркибида марганец миқдори оширилган пўлат.



2.44-шакл.

Материалнинг пластиклик характеристикалари эса

қуйидагилардан иборат:

а) нисбий қолдиқ узайиш

$$\delta_k = \frac{\ell_0 - \ell_a}{\ell_0}$$

Бу ерда, ℓ_0 - намунанинг тажрибадан олдинги узунлиги; ℓ_k - намунанинг узилгандан кейинги узунлиги;

б) кесим юзасининг нисбий қолдиқ ингичкаланиши:

$$\psi = \frac{F_0 - F_a}{F_0}$$

Бу ерда, F_0 - намунанинг тажрибадан олдинги кўндаланг кесим юзаси; F_a намуна узилганда ҳосил бўлган "бўйин"нинг кўндаланг кесим юзаси.

2.43-шаклда баъзи материалларнинг кучланиш диаграммаси келтирилган; чўян материалынинг чўзилиш диаграммаси эса 2.44-шаклда кўрсатилган.

Материалларни сиқилишга синаш. Турли хил материаллар сиқилиш деформациясига турлича қаршилиқ кўрсатади.

Металл материалларни сиқилишга синашдан аввал улардан узунлиги диаметри билан $\ell = (1 \div 3)d_0$ муносабатда бўлган цилиндрик намуналар тайёрланади; мўрт ва анизотроп материалларни синаш учун эса куб ёки цилиндрик шаклида тайёрланган махсус намуналар ишлатилади.

Ташқи таъсир кучи натижасида материалларнинг бузилмасдан қолдиқ деформация олиш лаёқатига **пластиклик** дейилади. Материалларни штамплаш, чўзиш, эгиш ва шу каби бир қанча

технологик жараёнларни бажаришда уларнинг пластиклик хоссаларидан фойдаланилади. Одатда, материалларнинг пластиклиги фоизларда ифодаланувчи нисбий узайиш δ_k ва кесим юзаларининг нисбий ингичкаланиши ψ билан ўлчанади. Алюминий, латун, кам углеродли пўлат каби материаллар юқори пластиклик хоссаларини ўзида намоён қилади.

Юкланишнинг дастлабки даврида пластик материалларнинг сиқилиш диаграммаси (2.45-шакл) чўзилиш диаграммаси каби Гук қонунига бўйсунувчи тўғри чизикдан иборат бўлади; намуна эса яссилана бориб «бочка» симон шаклни эгаллай бошлайди.

Сиқувчи куч оқиш чегараси $P_{o.ч.}$ га етганда диаграмма эгриланиб кескин юқорига кўтарилади. Оқувчанлик чегарасига мос келувчи кучланиш қуйидаги кўринишда ёзилади

$$\sigma_{o.ч.} = \frac{D_{o.ч.}}{F_0}$$

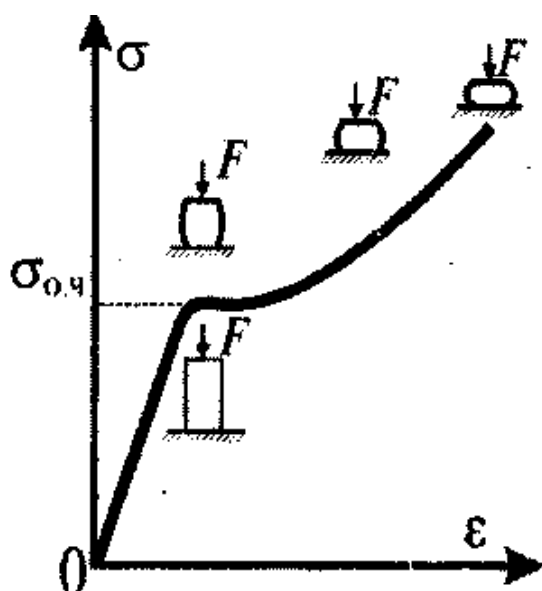
Сиқилишда *"оқиш майдончаси"* чўзилишдаги каби аниқ билинмайди; сиқилишдаги оқувчанлик чегараси чўзилишдаги оқувчанлик чегарасига мос келиши тажрибадан тасдиқланган.

Намуна сиқилганда бузилиш белгилари содир бўлмасдан, у гўёки «кулча»лана бошлайди, яъни унинг кўндаланг кесим ўлчамлари катталашиб, мустаҳкамлиги орта боради. Шунинг учун ҳам пластик материалларнинг мустаҳкамлик чегарасини аниқлаб бўлмайди.

Сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси шартли равишда чўзилишдаги мустаҳкамлик чегарасига тенг деб олинади.

Ташқи таъсир кучи натижасида материалларнинг сезиларли даражада қолдиқ деформация ҳосил қилмасдан бузилиши **мўртлик** дейилади. Чўян, юқори углеродли асбобсозлик пўлатлари, ғишт, бетон ва шу кабилар мўрт материаллар ҳисобланиб, уларда δ_k ва ψ ларнинг микдорлари етарли даражада кичик бўлади.

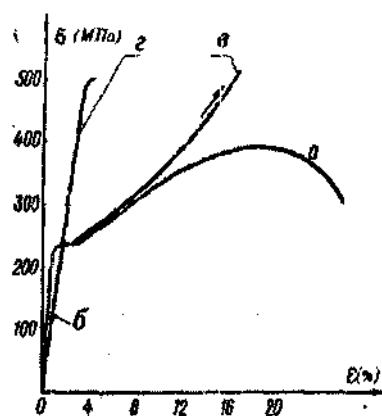
Мўрт материаллар чўзилишдан кўра сиқилишга яхшироқ ишлайди. Улар сиқилиш жараёнида *асос* текислигига тахминан 45° қияликда емирила бошлайди (2.46-шакл).



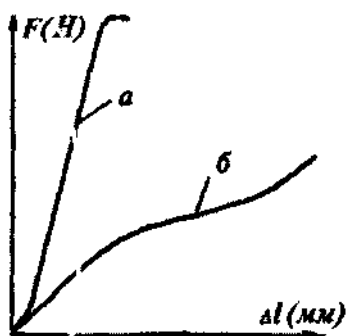
2.45-шакл.



2.46-шакл.



2.47- шакл.



2.48- шакл.

а-кам углеродли пўлатнинг чўзилиши;
 б-кулранг чўяннинг чўзилиши
 в-кам углеродли пўлатнинг сиқилиши;
 г-кул ранг чуяннинг сиқилиши.

а-толалари бўйлаб;
 б-толаларига тик йўналишида.

247- шаклдан фойдаланиб чўян ва кам углеродли пўлат материалларидан тайёрланган намуналарнинг чўзилиш ва сиқилиш диаграммаларини осонгина таққослаш мумкин.

Мўрт материиллар учун мустаҳкамлик чегараси қуйидаги кўринишда бўлади

$$\sigma_i = \frac{D_i}{F_0}$$

Бу ерда, P_m мустаҳкамлик чегарасига тўғри келган емирувчи (чегаравий) куч;

F_0 намуна кўндаланг кесимининг деформациягача бўлган юзаси.

Кўпгина материаллар, хусусан ёғочлар сиқилганда анизотроп хоссаларни ўзларида намоён қилади. Бошқача айтганда, улар

толалари бўйлаб ва толаларига тик йўналган сиқувчи кучларга турлича бардош беради. 2.48-шаклда ёғоч (қайин) намунанинг сиқилиш диаграммаси келтирилган.

Ёғочларнинг мустаҳкамлик чегараси қуйидаги муносабатлардан топилади:

а) сиқувчи куч толалар бўйлаб йўналганда:

$$\sigma'_i = \frac{D'_i}{F_0}$$

б) сиқувчи куч толаларга тик йўналганда:

$$\sigma''_i = \frac{D''_i}{F_0}$$

Бу ерда, P'_i ва P''_i намунани сиқувчи (емирувчи) кучлар;

F_0 -намунанинг деформациягача бўлган юзаси.

2.3-жадвалда баъзи машинасозлик материалларининг асосий механик характеристикалари келтирилган.

2.3-жадвал.

Материаллар	$\sigma_{np.}, \text{кг/см}^2$ (чўзилишда)	$\sigma_{np.}, \text{кг/см}^2$ (сиқилишда)	$\sigma_{o.ч.}$ кг/см^2	δ_k %	ψ %
Пўлатлар:					
Ст.3	3880...4700	-	2200..2400	27..15	-
Ст.5	5000...6200	-	2590...2800	21...19	-
30	5000	-	300	21	50
45	6000	-	3590	16	40
40X	10000	-	8000	10	45
Чўянлар:					
СЧ 12-28	1200	5000	-	-	-
СЧ 21-40	2100	4500	-	-	-
ВЧ 50-1,5	5000	15900	3800	1,5	-
КЧ 37-12	3700	-	-	12	-
Дюралюмин	4500...5400	-	2900...4400	14...8	-
Текстолит	590...1100	1300...1500	-	-	-

2.9. §- РУХСАТ ЭТИЛГАН КУЧЛАНИШЛАРНИ ТАНЛАШ.

Тажрибалар ёрдамида материалларнинг асосий механик характеристикалари аниқлангандан кейин, шундай кучланишларни топиш мумкинки, бу кучланишлар таъсирида мазкур материаллардан тайёрланган конструкцияларнинг таркибий қисмлари белгиланган муддат давомида ўзининг мустаҳкамлигини йўқотмасдан хавф-хатарсиз ишлайди. Одатда, бундай кучланишларга мос равишда материалларнинг **рухсат этилган** нормал $[\sigma]$ ва урунма $[\tau]$ кучланишлари деб аталади. Баъзи адабиётларда $[\sigma]$ ни оддий чўзилиш (сиқилиш), $[\tau]$ ни эса силжиш (кесилиш)да рухсат этилган кучланишлар деб ҳам юритилади.

Маълумки, конструкция қисмлари ишлаш жараёнида қолдиқ деформациялар ҳосил қилмаслиги мақсадга мувофиқдир. Шу боис, рухсат кучланишнинг қиймати пропорционаллик ёки эластиклик чегараларидан ошиб кетмаслиги шарт. Бошқача айтганда, рухсат нормал кучланиш хавфли кучланиш σ_x нинг маълум қисмини ташкил қилиши лозим:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_x}{[n]}$$

Бу ерда, $[n]$ - қиймати бирдан кичик бўлган миқдор бўлиб, **мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффиценти** деб юритилади.

Мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффиценти конструкция ёки унинг қисмларини тайёрлашда фойдаланиладиган материалларнинг пластиклиги, мўртлиги ва кучлар қўйилишининг ўзига хослиги каби бир қанча омилларга боғлиқдир.

Бундан ташқари, мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффиценти фан-техника ривожланиш даражасига ҳам боғлиқ эканлигини апоҳида таъкидлаб ўтиш муҳимдир. Чунки, фан-техника ривожланган сари янги, сифатли материалларни тайёрлаш, деталларга ишлов бериш технологиясини такомиллаштириш, ҳисоблаш жараёнларида эса барча ҳақиқий шароитларни эътиборга олишга эришилади; бу эса ўз навбатида мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффицентини камайтиришга ёки рухсат этилган кучланишни оширишга имкон беради. Шунинг учун ҳам рухсат этилган кучланишлар олдиндан юқори ташкилотлар томонидан қатъий белгиланади, унга амал қилиш эса барча муҳандис-техник ходимлар учун мажбурий ҳисобланади.

Амалий ҳисоблашларда статик кучлар таъсиридаги пластик материаллар учун хавфли кучланишнинг қиймати оқувчанлик чегараси $\sigma_x = \sigma_{o.\div}$ га тенг қилиб олинади:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{o.\div}}{n_{o.\div}}$$

бу ерда, $n_{oч}$ оқувчанлик чегарасидаги мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти бўлиб, қиймати 1.4 ÷ 1.6 га тенг.

Статик кучлар таъсиридаги мўрт материаллар учун хавфли кучланиш ўрнига мустаҳкамлик чегараси σ_u олинади:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n_i},$$

бу ерда, n_m мустаҳкамлик чегарасидаги мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти бўлиб, қиймати 2,5 ÷ 3,0 га тенг.

Ёғоч материаллари учун эса мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти 3 дан 8 гача оралиқда танланади.

2.4-жадвал

Материалларнинг номи	Ст.4 (МПа ҳисобида)	
	чўзилишда	сиқилишда
Кул ранг чўянлар:		
СЧ 1228	20+30	70+110
СЧ 1532	25+40	90+150
Пўлатлар:		
Ст 3	159	159
Углеродли конструкцион	59+250	59+250
пўлат Легирланган	140+400 ва юқори	100+400 ва
конструкцион пўлат		юқори
Латун	70+140	70+140
Қарағай (тола бўйлаб)	7+10	10+12
Қарағай (толага тик)		1,5+2
Ғишт	0,2 гача	0,6+2,5
Бетон	0,1+0,7	1+9

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

2.1. Шаклларда кўрсатилган стерженлар учун бўйлама куч ва нормал кучланиш эпюралари қурилсин.

2.2. Узунлиги $\ell = 1,5\text{ м}$ бўлган ст.3 маркали пўлат стержень 56 кН куч билан чўзилаяпти. Стержень кўндаланг кесим юзаси ва унинг абсолют чўзилиши аниқлансин.

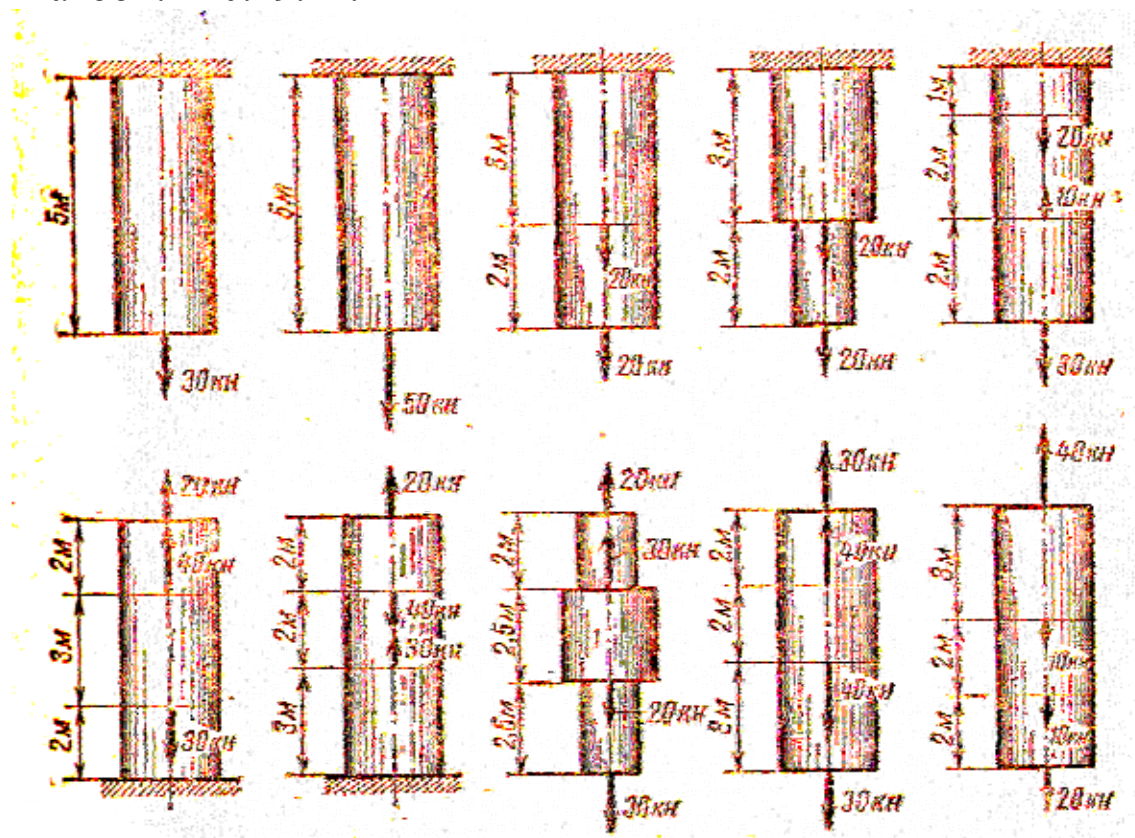
Жавоби: $F = 3,5\text{ см}^2$; $\Delta\ell = 0,12\text{ см}$.

2.4. Кўндаланг кесим юзаси $F = 4\text{ см}^2$ ва узунлиги 10 см бўлган намуна $P = 20\text{ кН}$ куч билан чўзилганда абсолют узайиши, нормал кучланиш қиймати ва материалнинг эластиклик модули аниқлансин.

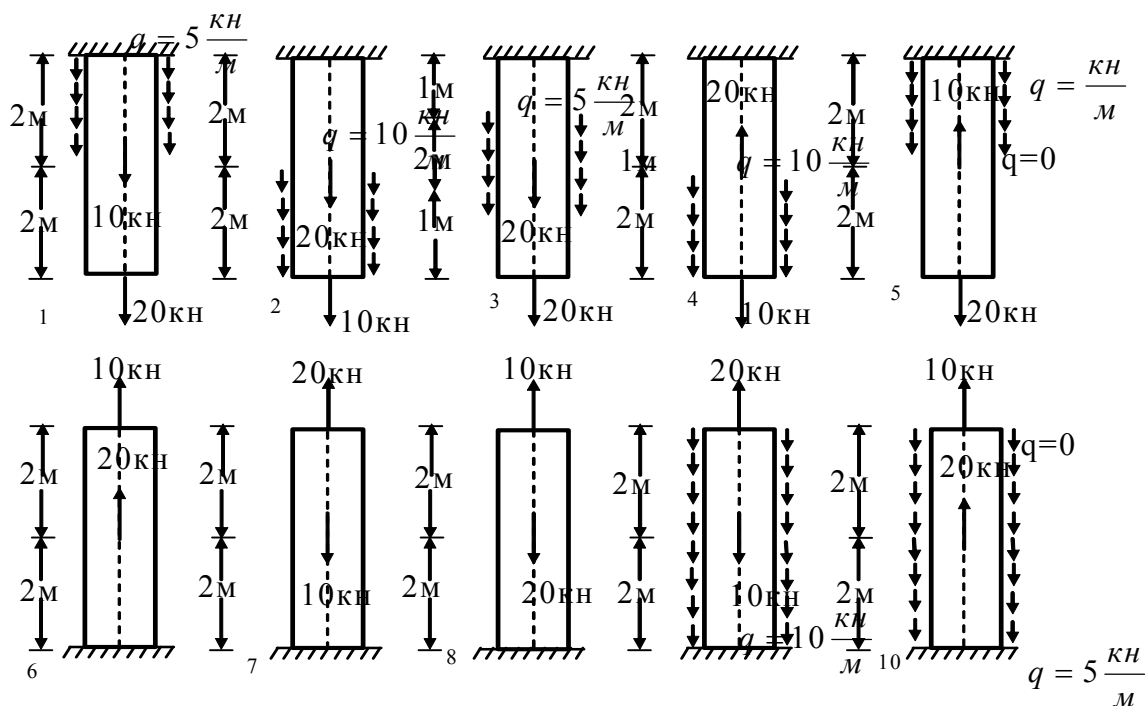
Жавоби. $\varepsilon = 0,025\text{ см}$; $\sigma = 500\text{ кг/см}^2$; $E = 2 \cdot 10^6\text{ кг/см}^2$

2.5. Диаметри $d = 25\text{ см}$ бўлган доиравий кўндаланг кесимли ёғоч устунининг кўндаланг кесимидаги сиқувчи кучланиш 50 кН/см^2 дан ошмаса, унинг қанча юк кўтара олиши аниқлансин.

Жавоби: 10.19.кН.



2.1-мисол учун.



2.2 – -мисоллар учун

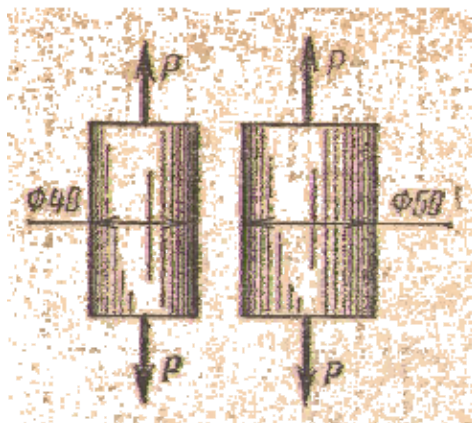
2.6. Шаклда кўрсатилган икки хил кўндаланг кесими стерженларга бир хил чўзувчи куч қўйилган бўлиб, уларнинг қайсида бўйлама куч катта бўлади.

Жавоби: Иккаласида ҳам бир хил бўлади.

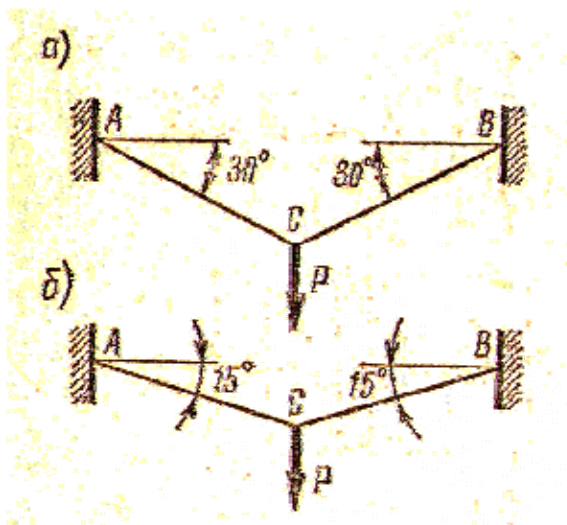
2.7. Шакл, *a* да кўрсатилган тросни қия бурчагини камайтирсак, бўйлама куч қиймати ўзгарадими.

Жавоби: Ҳа ўзгартирилган ҳолда бўйлама куч каттта бўлади.

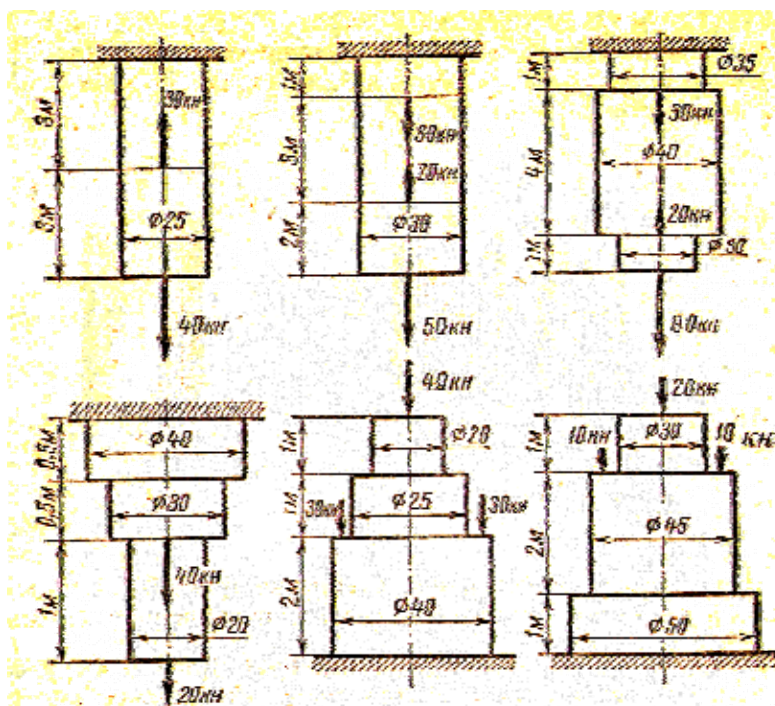
2.8. Шаклда кўрсатилган стерженлар учун N ва σ эпюралари қурилсин.



2.6-мисол учун.



2.7-мисол учун



2.8-мисол учун

2.9. Шаклда кўрсатилган, 2000 кг юк кўтарувчи занжирнинг диаметри топилсин. $\sigma_n = 4000 \text{ кг/см}^2$, мустаҳкамлик чегараси бўйича норматив эҳтиёт коэффиценти $n = 8$.

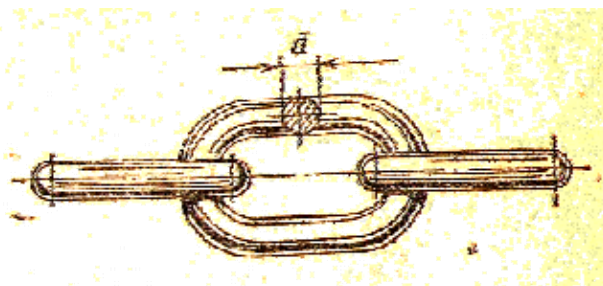
Жавоби: $d = 1,6 \text{ см}$.

2.10. Жуда оғир юкларни кўтарувчи скобанинг АВ ва ВС стерженларнинг диаметри аниқлансин, агар унда 1000 кН юк кўтарилса, $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$.

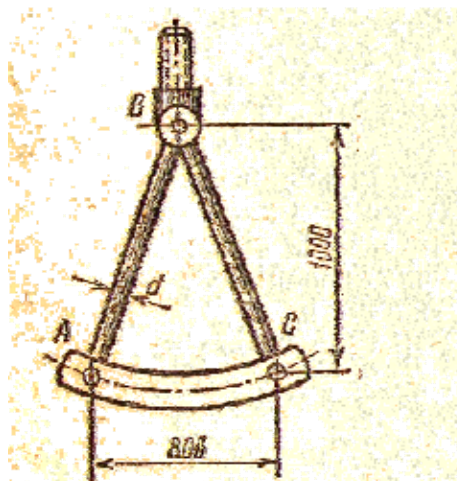
Жавоби: $d = 8,2 \text{ см}$.

2.11. Шаклда кўрсатилгандек юкланган мосламанинг стерженларидаги кучланиш $\sigma = 1600 \text{ кг/см}^2$ дан ошмаслиги учун В шарнирга қўйиладиган хавфли бўлмаган энг катта юк қанча бўлади.

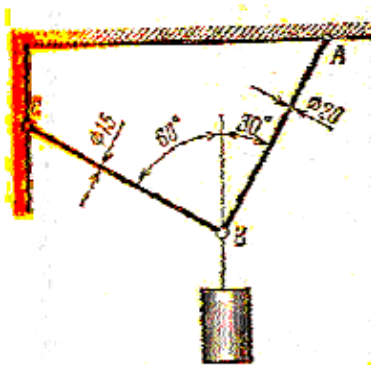
Жавоби: $Q = 57,5 \text{ кН}$



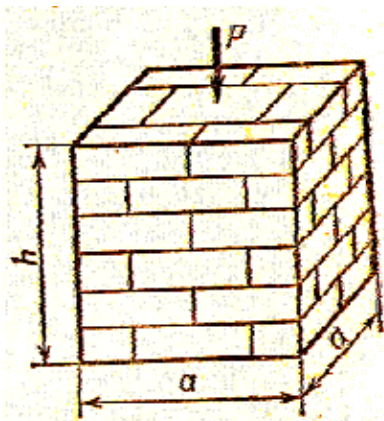
2.9-мисол учун



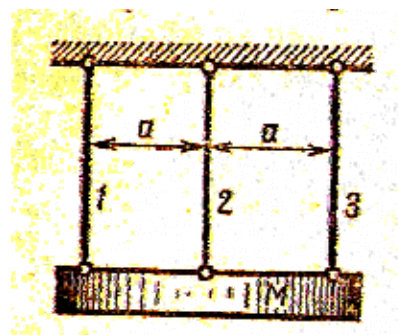
2.10-мисол учун



2.11-мисол учун



2.12-мисол учун.



2.13-мисол учун

2.12. Шаклда кўрсатилган, баландлиги $h = 5\text{ м}$ бўлган ғиштдан ясалган устун $P = 200\text{ кН}$ куч билан сиқилса, устуннинг зарурий бўлган томонининг ўлчами топилсин. $[\sigma_c] = 12\text{ кг/см}^2$, $\gamma = 1500\text{ кг/м}^3$.

Жавоби: $a = 42,3\text{ см}$

2.13. Шаклда кўрсатилгандек оғирлиги 30 кН бўлган балка учта пўлат стержень билан осиб қўйилган. Агар стерженьларнинг кўндаланг кесим юзалари $F_1 = F_3 = 2\text{ см}^2$, $F_2 = 1\text{ см}^2$ бўлса, уларда ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари ва кучланишлар аниқлансин.

Жавоби: $N_1 = N_3 = 1170\text{ кг}$; $N_2 = 589\text{ кг}$; $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 589\text{ кг/см}^2$

2.14 Кўндаланг кесими доира бўлган пўлат стержень $P = 100\text{ кН}$ куч таъсирида чўзилади. Унинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланиш 1290 кг/см^2 дан, нисбий узайиш эса $0,0005$ дан ошмаслигини таъминловчи энг кичик диаметри аниқлансин.

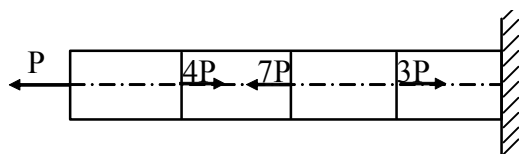
Жавоби. 3.56 см .

2.15. Кўндаланг кесим юзаси $F = 12\text{ см}^2$ бўлган пўлат стержень шаклда кўрсатилгандек юкланган. Хавфли кўндаланг кесимидаги нормал кучланиш $\sigma = 2400\text{ кг/см}^2$ бўлиши учун P кучнинг қиймати аниқлансин.

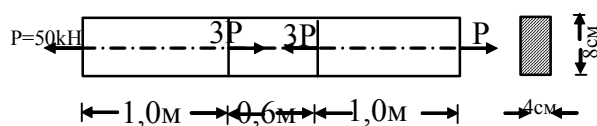
Жавоби: $P = 72\text{ кН}$.

2.16. Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчакдан иборат бўлган мис стержень шаклда кўрсатилгандек юклатилган. Унинг учун энг катта нормал кучланиш ва тўла узайиш қийматлари аниқлансин.

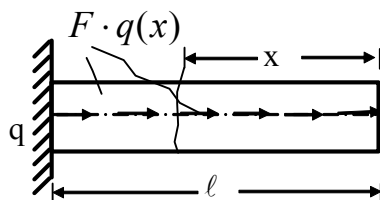
Жавоби: $\sigma_{\text{max}} = 312,5\text{ кг/см}^2$; $\Delta\ell = 0,0125\text{ см}$



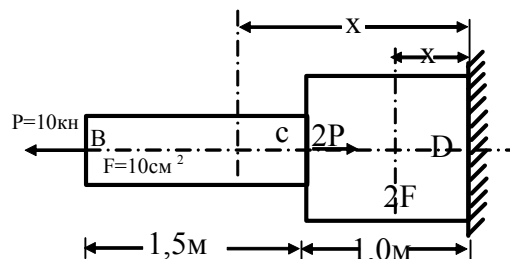
2.15-мисол учун.



2.16-мисол учун



2.18-мисол учун.



2.19-мисол учун.

2.17 Ўзгармас кўндаланг кесимли ($6 \times 6 \text{ см}^2$), узунлиги $\ell = 30 \text{ см}$ бўлган пўлат стержень $P = 300 \text{ кН}$ куч билан чўзилаяпти $\mu = 0,3$ бўлганда стерженнинг ҳажмий ўзгариши аниқлансин.

Жавоби: 0.017 %

2.18. $q \frac{x}{\ell}$ бўйлама куч билан чўзилаётган стерженнинг тўла узайиши ва деформация-нинг потенциал энергияси топилсин.

Жавоби: $\Delta \ell = \frac{q \ell^2}{6EF}$; $U = \frac{q^2 \ell^3}{40EF} = \frac{(q \ell)^2 \cdot \ell}{40EF}$

2.19 Шаклда кўрсатилган пўлат стерженнинг В ва С кесимларининг бўйлама кўчиши топилсин.

Жавоби. $\delta_B = 0,005 \text{ см}$; $\delta_C = -0,0025 \text{ см}$.

2.20. Диаметри $d = 4 \text{ см}$ бўлган цилиндр пўлат стержень зарурат юзасидан ўртасидан узунлиги $\ell_1 = 40 \text{ см}$ бўлган тешик олиб заифлаштирилган. Заифлаштирилган ва заифлашмаган қисмларининг тўла узайиши ва кучланишлари топилсин.

Жавоби. $\sigma_{BB} = 159,2 \text{ кг/см}^2$; $\delta_{DB} = 0,0032 \text{ см}$; $\sigma_{A-A} = 438,6 \text{ кг/см}^2$;
 $\delta_{A-A} = 0,0088 \text{ см}$; $\delta = \delta_{A-A} + \delta_{B-B} = 0,012 \text{ см}$

2.21. Шаклда кўрсатилган, рухсат этилган кучланиши $[\sigma_c] = 1000 \text{ кг/см}^2$ бўлган чўян трубанинг девор қалинлиги топилсин.

Жавоби: $\delta = 2,88 \text{ см}$.

2.22. Диаметри $d = 2,5 \text{ см}$, узунлиги $\ell = 25 \text{ см}$ бўлган пўлат стержень $P = 25 \text{ кН}$ куч билан чўзилади. Стержендаги чўзувчи кучланиш, абсолют ва нисбий чўзилишлари топилсин.

Жавоби. $\sigma = 510 \text{ кг/см}^2$; $\Delta \ell = 0,00638 \text{ см}$; $\varepsilon = 0,000255$

2.23. Мустаҳкамлик чегараси $\sigma_s = 4200 \text{ кг/см}^2$, мустаҳкамлик коэффициенти $n=3$ ва қалинлиги $\delta = 0,8 \text{ см}$ бўлган пўлат поласа $P=98 \text{ кН}$ куч билан чўзилади. Поласанинг эни в-топилсин.

Жавоби. $v=8,75 \text{ см}$.

2.24. Ички диаметри $d=50 \text{ см}$ бўлган цилиндрга, буғ цилиндрининг қапқоғи 8 та болт билан бириктирилган ва ундаги буғнинг босими $p=6 \text{ ат}$. Болтлар учун $[\sigma] = 500 \text{ кг/см}^2$ бўлса унинг диаметри қандай бўлиши керак?

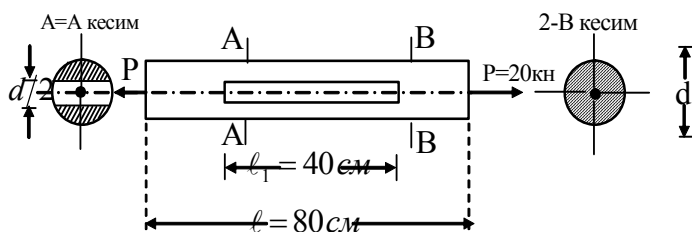
Жавоби: $d=1,94 \text{ см}$.

2.25 Эластиклик чегараси $\sigma_s = 2500 \text{ кг/см}^2$ бўлган пўлат стерженнинг чўзилишида ҳосил бўладиган солиштирма потенциал энергия аниқлансин.

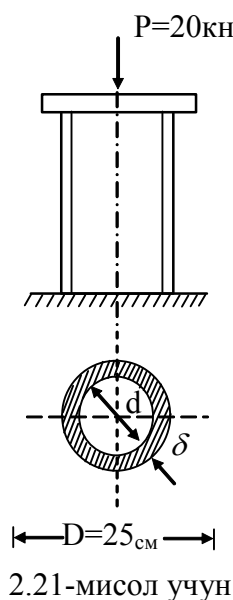
Жавоби. $a = 1,56 \text{ кг см/см}^3$.

2.26 Кўндаланг кесими доиравий бўлган пўлат стерженларнинг иккала ҳолида ҳам энг катта чўзувчи кучланиш бир хил бўлиб, $\sigma = 1500 \text{ кг/см}^2$ ва $E = 2,2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ бўлганда, уларда ҳосил бўлган солиштирма потенциал энергиялари солиштириб кўрилсин

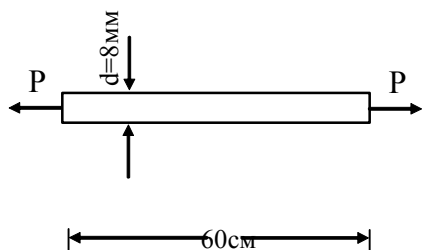
Жавоби: $\frac{a_1}{a_2} \approx 1,4$



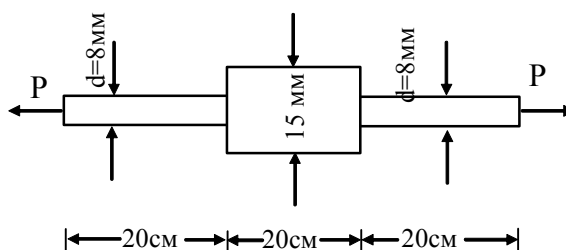
2.20-мисол учун



2.21-мисол учун



а)



б)

2.26-мисол учун

2.27 Сиқилишга рухсат этилган $[\sigma_c] = 1200 \text{ кг/см}^2$, $E = 0,8 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ва $\frac{d}{D} = \frac{4}{5}$ бўлган ҳолда, узунлиги $\ell = 30 \text{ см}$ ли халқасимон кўндаланг кесимли чўян цилиндрик таглик $P = 80 \text{ кН}$ куч билан сиқилаяпти. Шу тагликнинг ички d ва ташқи D диаметрлари ҳамда тўла қисқариши топилсин.

Жавоби: $D = 5 \text{ см}$, $d = 4 \text{ см}$, $\Delta \ell = 0,042 \text{ см}$.

2.28. Чўзилиш учун $[\sigma_c] = 300 \text{ кг/см}^2$ ва сиқилиш учун $[\sigma_c] = 900 \text{ кг/см}^2$ бўлган чўян кранштейннинг тортқи ва тиргагининг кўндаланг кесими юзалари қандай бўлиши керак

Жавоби: $A_{\text{торт}} = 15,4 \text{ см}^2$; $A_{\text{тирг}} = 10,26 \text{ см}^2$

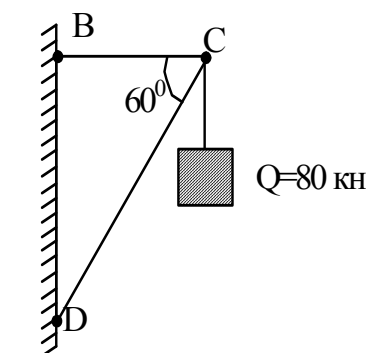
2.29. Шаклда кўрсатилган кесими квадрат бўлган поғонали фундамент материалининг ҳажмий оғирлиги $\gamma = 0,024 \text{ кг/см}^3$ бўлса, I-I, II-II, III-III кесимларида ҳосил бўладиган кучланишлар топилсин.

Жавоби: $\sigma_{I-I} = 7,29 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{II-II} = 2,75 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{III-III} = 2,51 \text{ кг/см}^2$

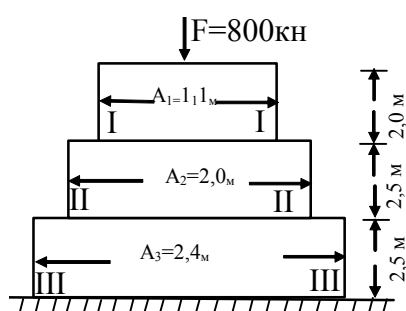
2.30. Кўндаланг кесим юзи $6 \times 6 \text{ см}^2$; узунлиги $\ell = 10 \text{ м}$ бўлган пўлат стержень $P = 200 \text{ кН}$ куч билан чўзилади. Стерженнинг ўз оғирлигини ҳисобга олган ҳолда ундаги энг катта кучланиш ва узайиши аниқлансин.

2.31. Рухсат этилган кучланиши $[\sigma] = 500 \text{ кг/см}^2$ бўлган поғонали призматик пўлат штанганинг ўз оғирлигини ҳисобга олган ҳолда, ҳар бир поғонасининг кўндаланг кесим юзи ва тўла узайиши аниқлансин.

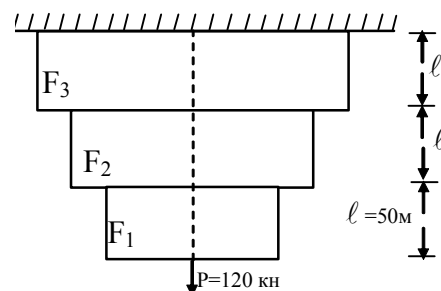
Жавоби: $F_1 = 26 \text{ см}^2$; $F_2 = 28,2 \text{ см}^2$; $F_3 = 30,6 \text{ см}^2$; $\Delta \ell = 3,32 \text{ см}$.



2.28-мисол учун



2.29-мисол учун



2.31-мисол учун

2.32. Шаклда кўрсатилгандек шарнирлар ёрдамида бирлаштирилган иккита стерженнинг зарурий юзаси ва С кесимининг кўчиши аниқлансин.

Жавоби. $F_1 = F_{\text{пўлат}} = 1,82 \text{ см}^2$; $F_2 = F_{\text{мис}} = 2,07 \text{ см}^2$; $\delta_c = 0,3 \text{ см}$

2.33. Шаклда кўрсатилган пўлат стерженнинг ўртасига қўйилган F кучнинг қандай қийматида унинг пастки таянчга эркин тегади. Стерженнинг ВС ва CD участкаларида ҳосил бўладиган кучланишлар ҳам топилсин.

Жавоби: $P = 20000 \text{ кг}$; $\sigma_{BC} = 2000 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{CD} = 0$.

2.34. Шаклда кўрсатилган устуннинг кўндаланг кесим юзаси $F_x = F_0 \frac{x}{h}$ қонунга мувофиқ ўзгаради. Агар E ва γ маълум бўлса, устуннинг ўз оғирлигидан тўлиқ катталашишини топинг.

Жавоби: $\Delta h = \frac{\gamma h^2}{4E}$

2.35. Тенг қаршиликли стерженнинг ўз оғирлигини ҳисобга олган ҳолда кўндаланг кесимининг ўзгариш қонунини аниқланг ва тўла чўзилишини топинг.

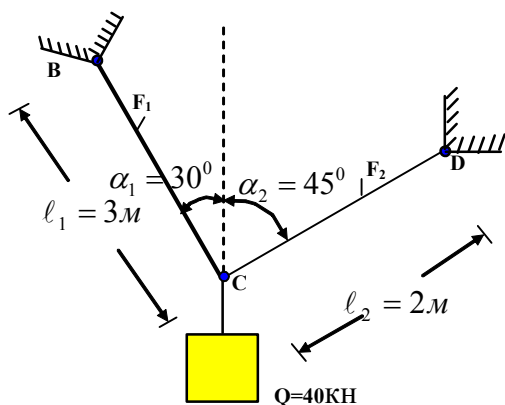
Жавоби: $F_x = \frac{F_0}{[\sigma]} e^{\frac{\gamma}{[\sigma]} x}$; $\Delta \ell = \frac{[\sigma]}{E} \ell$;

2.36. Шаклда кўрсатилган поғонали стерженнинг таянч реакцияларининг қиймати аниқлансин.

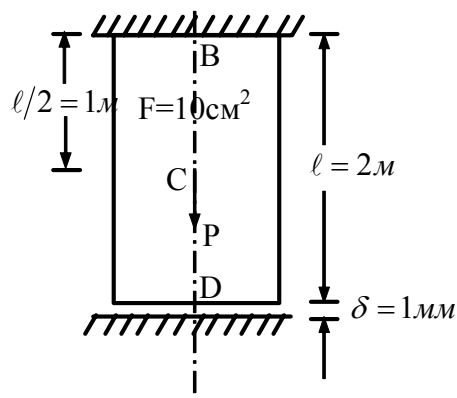
Жавоби: $R_B = 80 \text{ кН}$; $R_D = 40 \text{ кН}$.

2.37. Шаклда кўрсатилган поғонали пўлат стерженнинг ўз оғирлигидан таянчларида ҳосил бўладиган реакция кучларининг қийматлари топилсин.

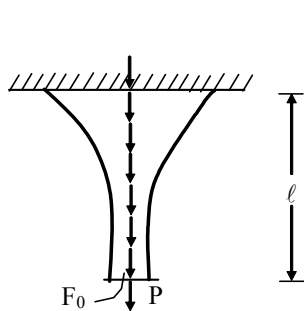
Жавоби: $R_B = 7,85 \text{ кг}$; $R_D = 15,7 \text{ кг}$.



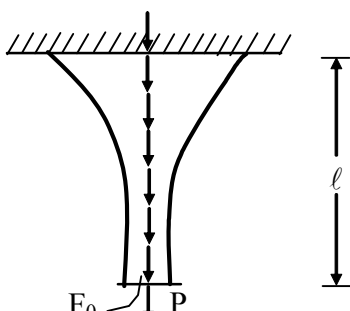
2.32-мисол учун



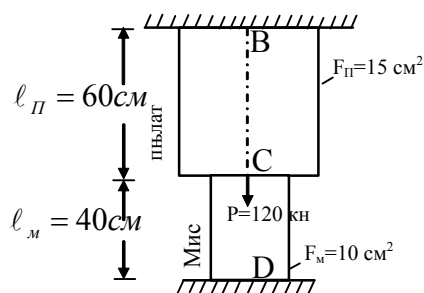
2.33-мисол учун



1.34-мисол учун



1.35-мисол учун



1.36- мисол учун

2.38. Шаклда кўрсатилгандек абсолют қаттиқ брус учта стержень билан осиб қўйилган. Шу уччала стерженларда ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари аниқлансин.

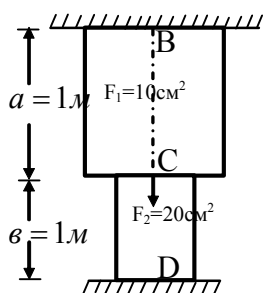
Жавоби: $N_1 = 23,6 \text{ кН}$; $N_2 = 16,8 \text{ кН}$; $N_3 = 7,6 \text{ кН}$.

2.39. Материали ва кўндаланг кесими бир хил бўлган учта пўлат стержень туташган О шарнирга Р куч қўйилган. Шу стерженларда ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари ва О шарнирнинг кучиши аниқлансин.

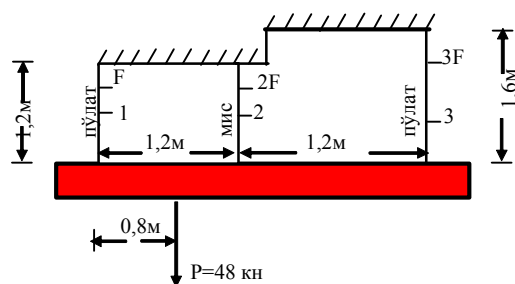
Жавоби : $N_1 = N_3 = 326,09 \text{ кГ}$; $N_2 = 434,78 \text{ кГ}$; $\delta_0 = 0,0043 \text{ см}$.

2.40. Учта бир хил материалдан ва кўндаланг кесими бир хил бўлган стерженлардан тузилган кран штейннинг О шарнирининг кўчиши ва стерженлардаги зўриқиш кучлари топилсин

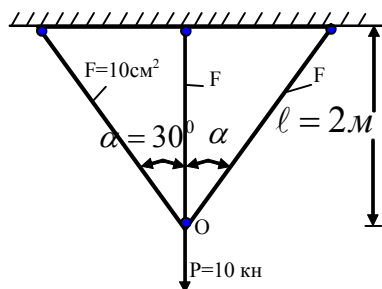
Жавоби: : $N_1 = 10_{\text{кН}}$; $N_3 = -10 \text{ кН}$; $N_2 = 0$; $\delta_0 = 0,023 \text{ см}$



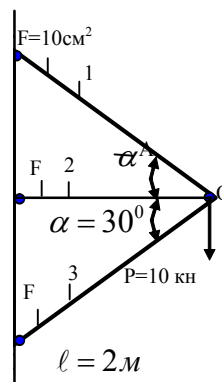
2.37- мисол учун



2.38-мисол учун



2.39-мисол учун



2.40-мисол учун

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Чўзилиш ва сиқилиш деформацияси нима?
2. Марказий (соф) чўзилиш ва сиқилиш деформацияси нима?
3. Бўйлама куч нима?
4. Бўйлама куч эпюраси нима ва у нима учун қурилади?
5. Бўйлама куч билан нормал кучланиш орасида қандай боғланиш бор?
6. Абсолют деформация деганда нимани тушунасиш?
7. Қандай деформацияга нисбий деформация дейилади?
8. Гук қонунини таърифланг?
9. Гук қонунининг математик ифодасини ёзинг?
10. Эластиклик модули нима ва у нимани характерлайди?
11. Стерженнинг бикрлиги деганда нимани тушунасиш?
12. Бикрлик коэффицентини таърифланг?
13. Пуассон коэффицентини ифодасини ёзинг?
14. Пуассон коэффицентини ўзгариш чегарасини ёзинг?
15. Кўндаланг деформация нима?
16. Деформациянинг потенциал энергияси нима?
17. Кучнинг бажарган иши қандай топилади?
18. Потенциал энергиясининг солиштирма потенциал энергияси қандай топилади?
19. Қандай брусларга поғонали брус дейилади?
20. Поғонали бруснинг кўндаланг кесими қандай топилади?
21. Тенг қаршиликли брус қандай бўлади?
22. Тенг қаршиликли брус кўндаланг кесими топиладиган формулани ёзинг?
23. Стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олиб кучланиш қандай топилади?
24. Стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олганда деформация қандай топилади?
25. Стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олганда унинг мустаҳкамлик шартини ёзинг?
26. Стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олганда хавфли кўндаланг кесими қандай топилади?
27. Стерженнинг мустаҳкамлик шarti нима?
28. Қандай масалаларга статик аниқмас масалалар дейилади?
29. Статик аниқмас масалалар қандай ечилади?
30. Масаланинг статик аниқмаслик даражаси нима?
31. Температура кучланишлари деганда нимани тушунасиш?

III – Б О Б

МУРАККАБ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ

3.1 -§ УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Бирор нуктадан ўтказиладиган барча юзачаларда ҳосил бўладиган кучланишлар тўпламига мазкур нуктадаги кучланиш ҳолати дейилади.

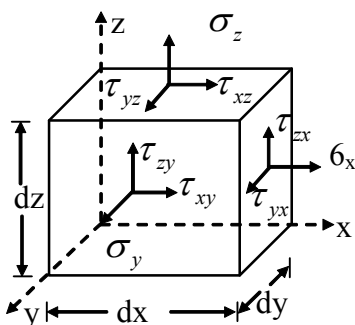
Нуктанинг кучланиш ҳолатини текшириш мақсадида шу нукта атрофида жуда кичик бир параллелепипед ажратамиз ва унинг ташлаб юборилган қисмларининг илгариги таъсирини алмаштирувчи ички кучларни нормал ва уринма кучланиш орқали ифодалаймиз (3.1 –шакл).

Бу уринма кучланишларнинг индексларини қуйидаги қоида асосида қўямиз : биринчи индекс кучланиш таъсир қилган юза нормалининг қайси ўққа параллел эканлигини; иккинчи индекс эса текшириляётган кучланишнинг қайси ўққа параллел эканлигини кўрсатади. Бу қоидага асосан нормал кучланишда бир хил иккита индекс бўлиши керак ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$) аммо бу бир хил иккита индексдан фақат биттасини қолдириш қабул қилинган.

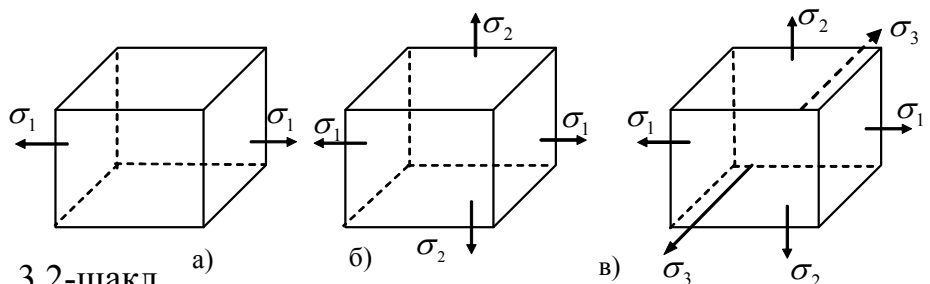
Параллелепипед томонлари йўналишининг ўзгаришида кучланишлар ҳам ўзгаради ва шундай бир вазият бўладики, унда уринма кучланиш нолга тенг бўлиб, нормал кучланиш эса экстремал қийматга эришади. Бу хилдаги юзага бош юза ва бу юзага таъсир қилувчи нормал кучланиш эса бош кучланиш деб аталади.

Умумий ҳолда, ҳар қандай кучланган стерженнинг исталган нуктасидан бир-бирига тик йўналган учта бош юза ўтказиш мумкин. Бу бош юзаларга учта бош кучланишлар таъсир қилади, уларни мос равишда σ_1, σ_2 ва σ_3 билан белгилаймиз. Булардан σ_1 ни энг катта, σ_3 ни энг кичик кучланиш деб қабул қиламиз, яъни $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ бўлади.

Агар бу бош кучланишларнинг учаласи ҳам нолдан фарқли бўлса, кучланганлик ҳолати ҳажмий ёки уч ўқли кучланиш ҳолати дейилади (3.2-шакл, в). Агар



3.1-шакл



3.2-шакл

иккита бош кучланиш нолдан фарқли бўлса, кучланиш ҳолати текис ёки икки ўқли кучланиш ҳолати дейилади (3.2–шакл, б). Агар фақат биттагина бош кучланиш нолдан фарқли бўлса, кучланиш ҳолати чизиқли ёки бир ўқли кучланиш ҳолати дейилади (3.2–шакл, а).

Кейинги ҳол асосан марказий чўзилиш ёки сиқилишга қаршилиқ кўрсатувчи конструкция элементларида кўп учрайди.

3.2-§ ЧИЗИҚЛИ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ.

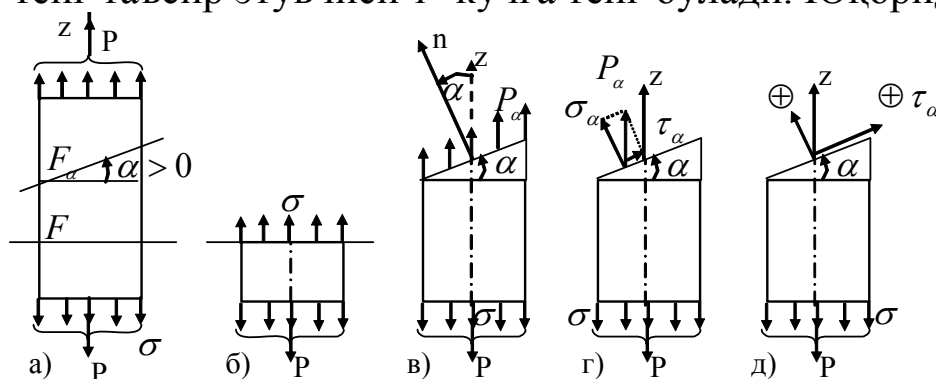
Ўқ бўйлаб чўзилаётган стерженларнинг деформацияси энг оддийдир, чунки бундаги ҳар бир нуқтадаги кучланиш ҳолати бир хил бўлади. Бундай ҳолда ажратилган элементнинг ўлчамлари ҳар қандай юзадаги кучланишнинг текис тақсимланишида роль ўйнамайди.

3.3–шакл, а да кўрсатилгандек юкланган стерженни кўндаланг кесими билан α бурчак ҳосил қилувчи текислик билан уни фикран кесиб, икки қисмга ажратамиз ва пастки қисмини қолдириб, унинг мувозанатини текшираамиз. Стерженнинг ўқи билан бу қия кесимнинг нормали (n) ҳам α бурчак ташкил этади (3.3-шакл, а). Бу бурчак стерженнинг ўқидан кесим нормалига қараб, соат стрелкаси юришига тескари йўналишда ҳаракат қилса, мусбат деб, акс ҳолда манфий деб ҳисоблаймиз.

Стерженнинг кўндаланг кесим юзасини F билан, қия кесим юзини F_α билан белгиласак, F_α нинг қиймати қуйидагича бўлади:

$$F_\alpha = F / \cos \alpha. \quad (3.1)$$

Стерженнинг текширилаётган қисмига ташлаб юборилган қисмининг илгариги таъсирини алмаштирувчи кучларни (P_α) қўямиз, улар қия кесим юзаси бўйича P кучга параллел йўналган бўлиб, кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган кучланишлардан фарқ қилади ва уларнинг тенг таъсир этувчиси P кучга тенг бўлади. Юқорида оддий



3.3–шакл

чўзилиш (сиқилиш) да стерженнинг бўйлама толалари бир хилда чўзилади деган эдик, шунга асосан, қия кесим юзаси бўйича кучланиш текис тақсимланади деб, уни қуйидаги формуладан топиш мумкин,

$$\sum Z=0; -P_{\alpha} F_{\alpha}+P=0; \quad P_{\alpha}=\frac{P}{F_{\alpha}}=\frac{P \cos \alpha}{F}=\sigma \cos \alpha, \quad (3.2)$$

бунда $\sigma=\frac{P}{F}$ - Z ўқига номал бўлган стерженнинг кўндаланг кесимидаги нормал кучланишдир (3.3-шакл, б). (3.2) формуладан кўринадик, қия кесимдаги P_{α} кучланишнинг миқдори α бурчакнинг қийматига, яъни кесимнинг йўналишига боғлиқ бўлади. P_{α} кучланишни қия кесимнинг нормали бўйлаб ва кесим юзига параллел йўналган иккита тузувчига ажратамиз. Буларнинг биринчисини σ_{α} билан белгилаб, уни нормал кучланиш, иккинчисини эса τ_{α} билан белгилаб, уринма кучланиш деб атаймиз (3.3 –шакл, г).

(3.2) формулани эътиборга олиб 3.3- шакл,г дан σ_{α} ва τ_{α} лар учун қуйидаги ифодаларни ёзиш мумкин:

$$\sigma_{\alpha}=P_{\alpha} \cos \alpha=\sigma \cos \alpha \cos \alpha=\sigma \cos ^2 \alpha; \quad (3.3)$$

$$\tau_{\alpha}=P_{\alpha} \sin \alpha=\sigma \cos \alpha \sin \alpha=(\sigma / 2) \sin 2 \alpha. \quad (3.4)$$

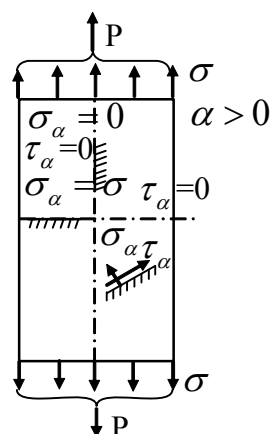
(3.3) ва (3.4) формулалардан кўринадик, σ_{α} ва τ_{α} ларнинг миқдорлари α бурчакнинг ўзгаришига, яъни қия кесим йўналишининг ўзгаришига боғлиқ бўлар экан. Шунинг учун, α бурчакнинг қандай қийматларида нормал ва уринма кучланишлар экстремал қийматга эришишини аниқлаймиз.

(3.3) формуладан кўринадик, $\cos \alpha=1$, яъни $\alpha=0$ бўлганда $\sigma_{\alpha}=\sigma \cos ^2 0^{\circ}=\sigma \cdot 1=\sigma$ энг катта қийматга эришади:

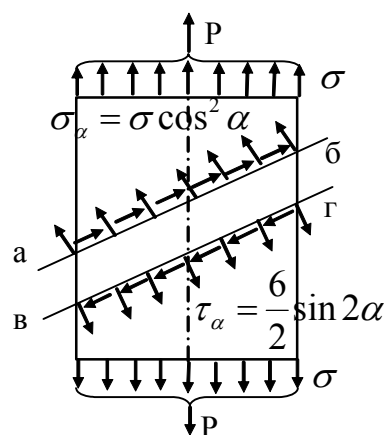
$$\sigma_{\alpha=0}=\sigma_{\max }=\sigma=\frac{P}{F}.$$

Агар шу формулада $\cos \alpha=0$, яъни $\alpha=\frac{\pi}{2}=90^{\circ}$ бўлса, $\sigma_{\alpha=\frac{\pi}{2}}=\sigma_{\min }=0$ энг кичик қийматга эришади. Булардан кўринадик,

оддий чўзилишда энг катта нормал кучланиш стерженнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлиб, бўйлама кесимда эса ҳеч қандай нормал кучланиш бўлмайди ва стерженнинг бўйлама толалари бир-бирига босим кўрсатмас экан (3.4.-шакл).



3.4-шакл



3.5-шакл

(3.4) формуладан, агар $\sin 2\alpha = 1$, яъни $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ бўлганда

$$\tau_{\alpha=45^\circ} = \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\frac{\pi}{4} = \frac{\sigma}{2} \quad \text{ЭНГ катта қийматга эришишини кўриш}$$

қийин эмас. Агар шу формулага $\sin 2\alpha = 0$, яъни $\alpha = 0$ ёки $\alpha = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ ни қўйсак $\tau_{\alpha=0} = \tau_{\alpha=90^\circ} = \tau_{\min} = 0$ бўлиб, ЭНГ кичик қийматга эришади.

Демак, ЭНГ катта уринма кучланиш нормали стержень ўқи билан 45° бурчак ҳосил қилувчи қия кесимларда ҳосил бўлиб, қиймати ЭНГ катта нормал кучланишнинг ярмисига тенг бўлар экан (3.4-шакл).

Энди нормал ва уринма кучланишларнинг ишораларига тўхталамиз; агар нормал кучланишнинг йўналиши кесим нормалининг йўналишига мос келса, нормал кучланиш ишораси мусбат, акс ҳолда манфий деб олинади; агар кесим нормалини соат стрелкасининг юриши бўйича 90° га бурганимизда, унинг йўналиши уринма кучланишнинг йўналишига мос келса, уринма кучланиш ишораси мусбат, акс ҳолда манфий деб олинади (3.3-шакл, д).

Нормал ва уринма кучланишларнинг чўзилувчи стержень материалга кўрсатадиган таъсирини билиш мақсадида, ундан бири-бирига жуда яқин икки параллел текислик ёрдамида (a, b, b, z) элемент ажратамиз. Бу элементнинг (a, b) ва (b, z) кесимларига стерженнинг ташлаб юборилган қисмининг қолдирилган қисмига илгариги кўрсатган таъсирини алмаштирувчи кучланиш $(\sigma_\alpha$ ва $\tau_\alpha)$ ларни қўямиз ва унинг мувозанатини текшираамиз (3.5-шакл). Шаклдан кўринадики, агар (a, b) ва (b, z) кесимларни бир-бирига яқинлаштирсак, нормал кучланиш бу икки кесимни бир-биридан

узоқлаштиришга, уринма кучланиш эса бу икки кесимни бир-бирига нисбатан силжитишга интилади.

Шундай қилиб, σ_α ва τ_α кучланишлар таъсиридан стержень materiali икки хил деформацияланади ва уларга икки хил деформация: бўйлама ва силжиш деформациялари тўғри келади.

МИСОЛЛАР.

3.1-мисол.

Доиравий кўндаланг кесимли ($d=8$ см) стержень ўз ўқи бўйлаб 250 кН куч билан чўзилади. Нормали стержень ўқи билан 30° бурчак ҳосил қилувчи кесимдаги нормал ва уринма кучланишлар аниқлансин. Уринма кучланиш қандай кесимда энг катта қийматга эришиши аниқлансин.

Ечиш: Стержень кўндаланг кесимидаги нормал кучланишни ҳисоблаймиз:

$$\sigma_0 = \frac{P}{F} = \frac{P \cdot 4}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 250 \cdot 10^2}{3,14(8)^2} = 497,6 \text{ кг/см}^2.$$

Стерженьнинг қия кесимидаги нормал ва уринма кучланишларни (3.3) ва (3.4) формулалардан фойдаланиб ҳисоблаймиз:

$$\sigma_{\alpha=30} = \sigma_0 \cdot \cos^2 \alpha = 497,6 \cdot (0,866)^2 = 373,2 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{\alpha=30} = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha = \frac{497,6}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 215,5 \text{ кг/см}^2.$$

Стержень ўқи билан 45° бурчак ҳосил қилувчи кесимларда уринма кучланиш энг катта қийматга эришади:

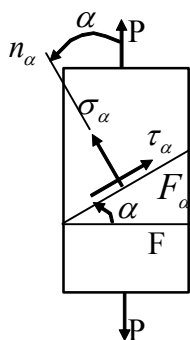
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha = \frac{497,6}{2} \cdot 1 = 248,8 \text{ кг/см}^2.$$

3.2-мисол.

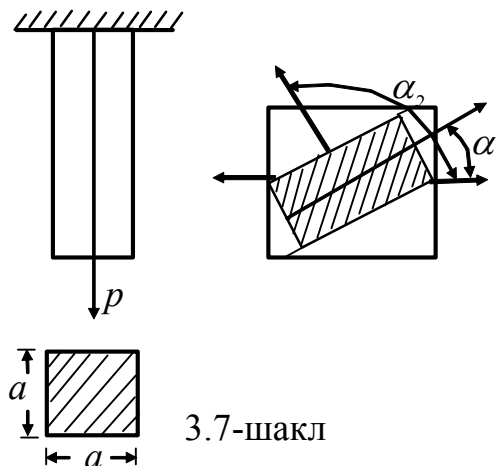
Кўндаланг кесим юзи $F = 25 \text{ см}^2$ бўлган ва $P = 250 \text{ кН}$ чўзувчи куч билан чўзилаётган стерженьнинг кўндаланг кесими билан $\alpha = 30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи қия кесимидаги нормал, уринма ва энг катта уринма кучланишлар топилсин (3.6 –шакл)

Ечиш: Стержень кўндаланг кесимидаги нормал кучланиш қуйидагича бўлади

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{250 \cdot 10^2}{25} = 1000 \text{ кг/см}^2.$$



3.6- шакл



3.7-шакл

Қия кесимдаги нормал ва уринма кучланишларни топамиз.

$$\sigma_{\alpha=30^0} = \sigma \cdot \cos^2 30^0 = 1000 \cdot 0,856 = 866 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{\alpha=30^0} = \frac{\sigma}{2} \sin 2(30^0) = 500 \cdot 0,866 = 433 \text{ кг/см}^2.$$

Энг катта уринма кучланиш кўндаланг кесим билан 45^0 бурчак ҳосил қилган қия кесимда вужудга келади ва унинг қиймати қуйидагича бўлади

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ кг/см}^2$$

3.3-мисол.

Квадрат кўндаланг кесимли ($a = 4 \text{ см}$) призматик стержень ўз ўқи бўйлаб йўналган $P = 120 \text{ кН}$ куч билан чўзилади (3.7-шакл). Нормли стержень ўқи билан $\alpha_1 = 30^0$, $\alpha_2 = 30^0 + 90^0 = 120^0$ бурчаклар ҳосил қилган юзалардаги кучланишлар аниқлансин.

Ечиш: Стерженьнинг кўндаланг кесимидаги кучланишни ҳисоблаймиз:

$$\sigma_0 = \frac{P}{F} = \frac{120 \cdot 10^2}{4 \cdot 4} = \frac{12000}{16} = 750 \text{ кг/см}^2.$$

α_1 бурчак ҳосил қилувчи кесимдаги кучланишлар:

$$\sigma_{\alpha_1} = \sigma_0 \cdot \cos^2 \alpha_1 = 750 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 562,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{\alpha_1} = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha_1 = \frac{750}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 324,75 \text{ кг/см}^2.$$

α_2 бурчак ҳосил қилувчи кесимдаги кучланишлар:

$$\sigma_{\alpha_2} = \sigma_0 \cdot \cos^2 \alpha_2 = 750 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 187,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\tau_{\alpha_2} = \frac{\sigma_0}{2} \cdot \sin 2\alpha_2 = \frac{750}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -324,75 \text{ кг/см}^2.$$

Текшириш: $\sigma_0 = \sigma_{\alpha_1} + \sigma_{\alpha_2} = 562,5 + 187,5 = 750 \text{ кг/см}^2;$
 $\tau_{\alpha_1} + \tau_{\alpha_2} = 324,75 - 324,75 = 0; \tau_{\alpha_1} = -\tau_{\alpha_2}.$

Демак, қия кесимлардаги кучланишлар тўғри топилибди.

3.3-§ ТЕКИС КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ.

Қурилиш конструкциялари ичида текис кучланиш ҳолатида бўлган пластина ва қобик кўринишидаги элементлар кўп учрайди. Масалан, йиғма уй қурилишида девор панел ва парда деворлардан кенг фойдаланади ва ҳоказо.

Текис кучланиш ҳолатида бўлган параллелипипеднинг кучланиш ҳолатини текширамыз. Бу ҳолатда бўлган параллелипипед материалынинг мустаҳкамлигини текшириш учун унинг ихтиерий кесимларида ҳосил бўладиган энг катта нормал ва уринма кучланишларнинг қийматларини аниқлаймыз (3.8-шакл). Ташқи нормали n бўлган бирор қия кесимни кўриб чиқамиз. Бу ташқи нормали σ_1 бош кучланиш билан α ва σ_2 бош кучланиш билан $\beta = 270^\circ + \alpha$ бурчаклар ҳосил қилади.

Қия кесимга нормал σ_α ва уринма τ_α кучланишлар таъсир қилади. Бу кучланишларнинг қийматлари бош кучланишларга боғлиқдир.

(3.3) ва (3.4) формулалардан фойдаланиб, σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар таъсиридан ҳосил бўладиган натижаларни қўшиш йўли билан σ_α ва τ_α ларнинг миқдорини аниқлаймыз.

о_x ўқи йўналиши бўйича σ_1 нормал кучланиш таъсиридан ҳосил бўлган чўзилиш :

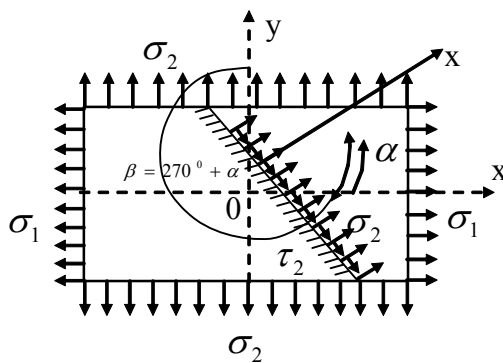
$$\sigma_\alpha^x = \sigma_1 \cos^2 \alpha ,$$

о_y ўқи йўналиши бўйича σ_2 нормал кучланиш таъсиридан ҳосил бўлган чўзилиш:

$$\sigma_\alpha^y = \sigma_2 \cos 2(270^\circ + \alpha) = \sigma_2 \sin^2 \alpha .$$

Бу нормал кучланишларнинг йиғиндиси қуйидагича бўлади :

$$\sigma_\alpha = \sigma_\alpha^x + \sigma_\alpha^y = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha ; \sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \quad (3.5)$$



3.8-шакл

Худди шу йўл билан (3.4) формуладан фойдаланиб τ_α уринма кучланишнинг қийматини аниқлаймиз :

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2} \sin 2(270^\circ + \alpha) = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_2}{2} (-\sin 2\alpha) = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha ;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha . \quad (3.6)$$

Текис кучланиш ҳолатида ҳам, чизикли кучланиш ҳолатидаги хоссаларини келтириб чиқариш мумкин, яъни; σ_α ва τ_α кучланишларнинг экстремал қийматларини аниқлаш мумкин.

Агар (3.5) формулага $\cos \alpha = 1$, яъни $\alpha = 0$ ни қўйсак энг катта нормал кучланишнинг қийматини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{\alpha=0} = \sigma_1 \cos^2 0^\circ + \sigma_2 \sin^2 0^\circ = \sigma_1 = \sigma_{\max} .$$

Энг кичик нормал кучланишни аниқлаш учун (3.5) формулага $\sin \alpha = 1$ яъни $\alpha = 90^\circ$ ни қўйиш керак :

$$\sigma_{\alpha=90^\circ} = \sigma_1 \cos^2 90^\circ + \sigma_2 \sin^2 90^\circ = \sigma_2 = \sigma_{\min} .$$

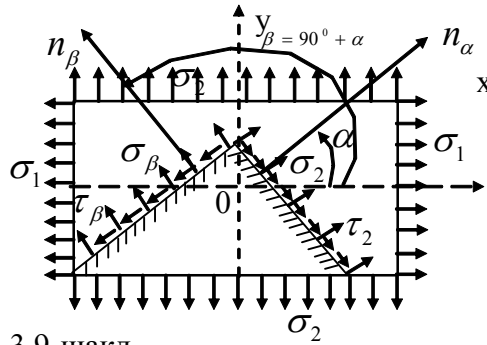
Булардан кўринадики, нормал кучланишларнинг экстремал қийматлари параллелипипед ўқларига параллел юзаларда ҳосил бўлиб, миқдорлари шу юзаларга таъсир қилган бош σ_1 ва σ_2 кучланишларга тенг бўлар экан.

Энди, (3.6) формулага $\sin 2\alpha = 1$. яъни $\alpha = 45^\circ$ ни қўйиб, энг катта уринма кучланишни аниқлаймиз :

$$\tau_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(45^\circ) = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \tau_{\max}$$

Агар (3.6) формулага $\sin 2\alpha = -1$, яъни $\alpha = 135^\circ$ ни қўйсак, энг кичик уринма кучланиш келиб чиқади :

$$\tau_{\alpha=135^\circ} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(135^\circ) = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \tau_{\min}$$



3.9-шакл

Шундай қилиб, экстремал уринма кучланишлар ташқи нормали энг катта бош σ_1 бош кучланиш билан 45° ва 135° бурчаклар ҳосил қилган қия юзаларда вужудга келиб, бош кучланишлар айирмасининг ярмига тенг бўлар экан.

Энди, қуйидаги хусусий ҳолларни кўриб чиқамиз. Агар параллелипипед томонларига таъсир қилаётган чўзувчи кучланишлар қиймати бир-бирига тенг, яъни $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ бўлса:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha + \sigma \sin^2 \alpha = \sigma(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \sigma;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma - \sigma}{2} \sin 2\alpha = 0,$$

демак, нормал кучланиш ўзгармас бўлиб, уринма кучланиш бўлмас экан, бинобарин ҳамма юза бош юза бўлар экан.

Агар бир-бирига қиймати тенг бўлган ва бири чўзувчи, иккинчиси эса сиқувчи, яъни $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$ бўлса:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha - \sigma \sin^2 \alpha = \sigma \cos 2\alpha;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma - (-\sigma)}{2} \sin 2\alpha = \sigma \sin 2\alpha.$$

$\alpha = 45^\circ$ ёки ($\alpha = 135^\circ$) да қуйидагини топиш мумкин:

$$\sigma_{\alpha=45^\circ} = \sigma_{\alpha=135^\circ} = 0; \quad \tau_{\max/\min} = \pm\sigma,$$

демак, уринма кучланишлар экстремал қийматга эришган юзаларда нормал кучланишлар бўлмас экан.

Энди, ташқи нормали n_α бўлган юқорида кўриб чиққан қия юзадаги кучланишлар учун чиқарилган (3.5) ва (3.6) формулалардан, унга тик ва нормали n_β бўлган қия юзадаги кучланишларни ҳам топиш мумкин (3.9- шакл). Бу юзалар бир-биридан 90° фарқ қилади ва $\beta = 90^\circ + \alpha$ бўлади. (3.5) ва (3.6) формулага α нинг ўрнига $\beta = 90^\circ + \alpha$ ни қўйиб, нормали n_β бўлган юзадаги σ_β ва τ_β кучланишларни топамиз:

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \cos^2(90^\circ + \alpha) + \sigma_2 \sin^2(90^\circ + \alpha) = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha ; \quad \sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha , \quad (3.7)$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2(90^\circ + \alpha) = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha ; \quad \tau_{\beta} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha ; \quad (3.8)$$

Агар бош нормал кучланишлар маълум бўлса, (3.5)-(3.8) формулалар тўпламидан фойдаланиб, ўзаро тик бўлган ҳар қандай юзалардаги кучланишларни топиш мумкин.

Энди, формулаларни таҳлил қиламиз, (3.5) ва (3.7) формулаларнинг ўнг ва чап томонларини қўшиб ва айириб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const} , \quad (3.9)$$

яъни, ўзаро тик икки юзадаги нормал кучланишлар йиғиндиси юзаларнинг қиялик бурчагига боғлиқ бўлмас экан ва бош кучланишлар йиғиндисига тенг бўлиб, ўзгармас қиймат бўлар экан. Ёки бошқача таърифласак : ўзаро тик икки юзадаги нормал кучланишларнинг йиғиндиси, бу юзаларнинг қиялик йўналишига нисбатан инвариантдир.

Энди, (3.5) формуладан (3.7) формулани ҳадлаб айириб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta} = \sigma_1 (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + \sigma_2 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) ; \quad \sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta} = (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha . \quad (3.10)$$

Ниҳоят, (3.6) ва (3.8) формулаларни ҳадлаб қўшиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\tau_{\alpha} + \tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (\sin 2\alpha - \sin 2\alpha) = 0 ; \quad \tau_{\alpha} = -\tau_{\beta} . \quad (3.11)$$

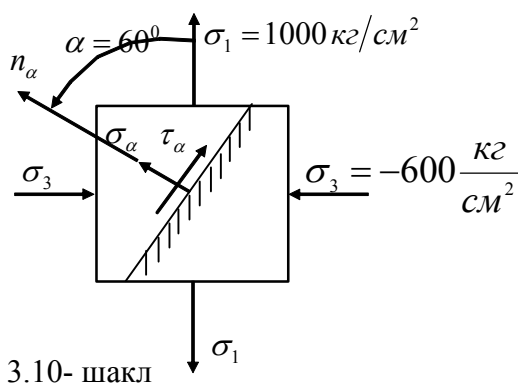
Демак, исталган икки ўзаро тик юзалардаги уринма кучланишлар миқдор жиҳатидан ўзаро тенг бўлиб, қарама-қарши йўналган бўлар экан.

(3.11) ифодага уринма кучланишларнинг жуфтлик қонуни деб аталади.

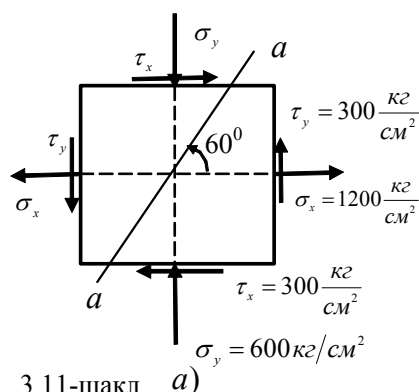
МИСОЛЛАР.

3.4-мисол.

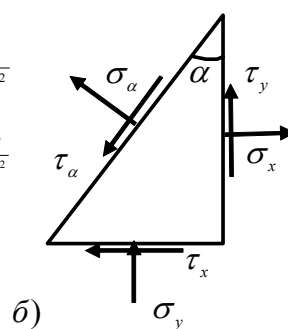
3.10-шаклда кўрсатилган текис кучланиш ҳолатидаги элементнинг томонларига бош кучланишлар таъсир қилади. Ташқи нормали σ_1 бош кучланиш йўналиши билан $\alpha = 60^\circ$ бурчак ҳосил қилган қия юзадаги кучланишлар топилсин



3.10- шакл



3.11-шакл а)



б)

Ечиш: σ_α ва τ_α ларни топамиз

$$\sigma_{\alpha=60^\circ} = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha = 1000 \cdot \frac{1}{4} - 600 \cdot \frac{3}{4} = -200 \text{ KZ/CM}^2,$$

$$\tau_{\alpha=60^\circ} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha = \frac{1000 + 600}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = 692,8 \text{ KZ/CM}^2.$$

3.5-мисол.

3.11-шаклда кўрсатилган кучланганлик ҳолатидаги элементнинг а-а кесимидаги σ_α , τ_α лар топилсин.

$$\sigma_x = 1200 \text{ KZ/CM}^2, \sigma_y = -600 \text{ KZ/CM}^2, \tau_x = \tau_y = 300 \text{ KZ/CM}^2, \alpha = -30^\circ, (\alpha = +150^\circ)$$

Ечиш: Нормал ва уринма кучланишларни топамиз:

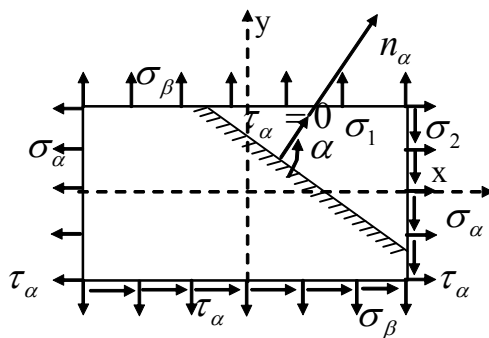
$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cdot \cos^2 \alpha - \sigma_y \cdot \sin^2 \alpha + \tau_x \cdot \sin 2\alpha =$$

$$= 1200 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 600 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 300 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 490 \text{ KZ/CM}^2;$$

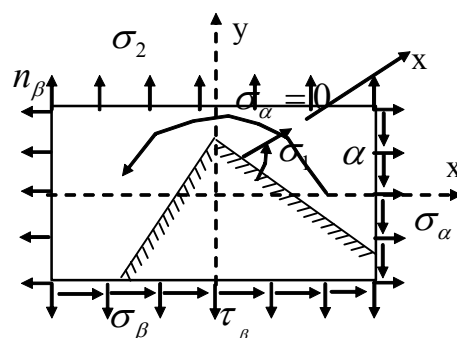
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_x \cos 2\alpha = \frac{1200 + 600}{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 300 \cdot \frac{1}{2} = 629,4 \text{ KZ/CM}^2.$$

3.4 - § БОШ КУЧЛАНИШЛАР ВА БОШ ЮЗАЛАРНИНГ ЙЎНАЛИШЛАРИНИ АНИҚЛАШ.

3.12 –шаклда кўрсатилган параллелипипеднинг томонларига таъсир этаётган нормал $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$ ва уринма τ_α, τ_β кучланишлар маълум бўлган ҳолда σ_1, σ_2 бош кучланишларни ва бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаймиз.



3.12-шакл



3.13-шакл

Бунинг учун (3.6) ва (3.10) формулаларни иккала томонини квадратга кўтариб ҳосил бўлган тенгламаларни ҳадлаб қўшамиз :

$$(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 (\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha).$$

бундан

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \quad (3.12)$$

келиб чиқади.

Юқорида қабул қилганимиздай σ_1 энг катта, σ_2 эса энг кичик, яъни $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ ва $\sigma_2 = \sigma_{\min}$ деб ҳисобласак $\sigma_1 - \sigma_2 > 0$ бўлади. Шунинг учун (3.12) формуладаги квадрат илдиз олдида мусбат ишорани оламиз. Шундай қилиб, (3.9) ва (3.12) формулалардан

$$\sigma_1 - (\sigma_\alpha + \sigma_\beta - \sigma_1) = \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2}.$$

ёки

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2}.$$

Шунга ўхшаш

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2}.$$

Бу иккала ифодаларни бирлаштириб, бош нормал кучланишларни аниқлаш формуласини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{\max/\min} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \right] \quad (3.13)$$

Бош юзаларнинг йўналишларини аниқлаш формуласини чиқариш учун (3.6) формулани (3.10) формулага бўламиз :

$$\frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha}{2(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha},$$

бундан

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}, \quad (3.14)$$

ёки (3.11) формулага асосан

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_\beta}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}. \quad (3.15)$$

келиб чиқади.

Бу ерда α_0 - бош юза нормалининг σ_α кучланиш йўналиши билан ҳосил қилган бурчаги. Бу (3.14) ва (3.15) формулалар α_0 бурчак учун ўзаро тик бўлган икки юзанинг йўналишини аниқловчи қийматларни беради, улар бир-биридан 90° га фарқ қилади. Бу юзаларнинг бирига $\sigma_1 = \sigma_{\max}$ бош нормал кучланиш ва иккинчисига $\sigma_2 = \sigma_{\min}$ бош нормал кучланиш таъсир қилади (3.13-шакл).

МИСОЛЛАР.

3.6-мисол.

3.14-шаклда кўрсатилгандек тўғри бурчакли пластинканинг томонларига кучланишлар таъсир этади. Бош юзанинг ҳолати ва бош, энг катта уринма, ҳамда уларга мос келувчи нормал кучланишлар қийматлари аниқлансин.

Ечиш: Бош юзининг ҳолатини аниқлаймиз

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta} = -\frac{2 \cdot 75}{200 - 150} = -3.$$

Тригонометрик функциянинг натурал қийматини таблицадан топамиз.

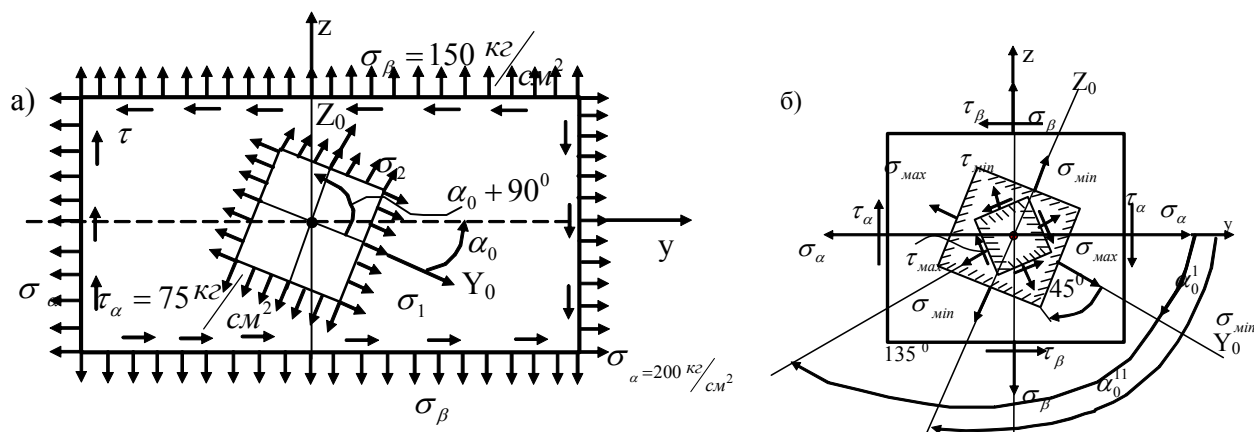
$$2\alpha_0 = -71^\circ 34'; \quad \alpha_0^I = -35^\circ 47', \quad \alpha_{0I}^{II} = -(35,47^\circ + 90^\circ) = -125^\circ 47'$$

Бу бурчакнинг қиймати манфий чиқиши бош юзанинг йўналиши у ўқдан бошлаб соат стрелкасининг йўналиши бўйича $\alpha_0^I = -35^\circ 47'$ га бурилишини кўрсатади (3.14- шакл, б).

Бош кучланишларнинг қийматини аниқлаймиз.

$$\begin{aligned} \sigma_{\frac{\max}{\min}} = \sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} = \frac{200 + 150}{2} \pm \\ &\pm \frac{1}{2} \sqrt{(200 - 150)^2 + 4(75)^2} = 175 \pm 79,05 = 175 \pm 79,05 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sigma_1 = 175 + 79,05 = 254,05 \text{ кг/см}^2 \\ \sigma_{\min} &= \sigma_2 = 175 - 79,05 = 95,95 \text{ кг/см}^2 \end{aligned}$$



3.14-шакл

Уринма кучланишнинг экстремал қийматини аниқлаймиз

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4\tau_{\alpha}^2} = \frac{254,05 - 95,95}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(200 - 150)^2 + 4(75)^2} = 79,05 \pm 79,05$$

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm 79,05 \text{ кг/см}^2$$

Уларга мос келувчи нормал кучланишлар бош кучланишлар йиғиндисининг ярмига тенг бўлади.

$$\sigma_{45^0} = \sigma_{135^0} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{254,05 + 95,95}{2} = 175 \text{ кг/см}^2$$

3.5-§ ҲАЖМИЙ ВА ТЕКИС КУЧЛАНИШ ҲОЛАТЛАРИДА УМУМЛАШГАН ГУК ҚОНУНИ.

Ҳажмий кучланиш ҳолатидаги жисмнинг бирор нуқтасидаги бош юзаларга параллел бўлган учта текислик билан чегараланган чексиз кичик параллелипипед ажратамиз (3.15-шакл).

Бу параллелипипед томонларига фақат бош кучланишлар таъсир қилади. Юқорида марказий чўзилувчи стерженнинг бўйлама ва кўндаланг деформацияларга учрашини ҳамда деформациялар нормал кучланиш билан қуйидагича боғланишда эканлигини кўрган эдик

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (3.16)$$

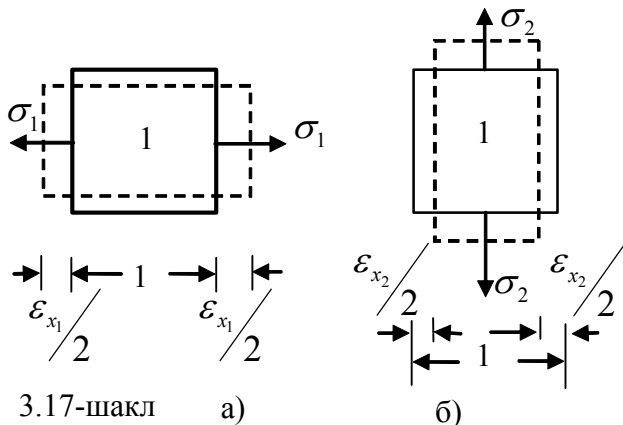
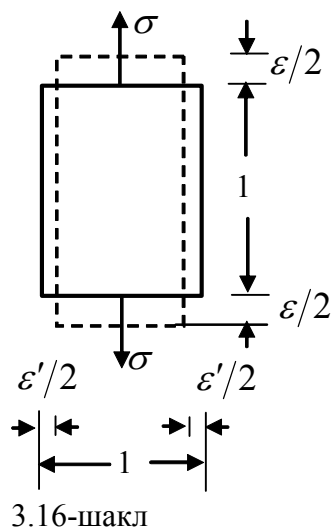
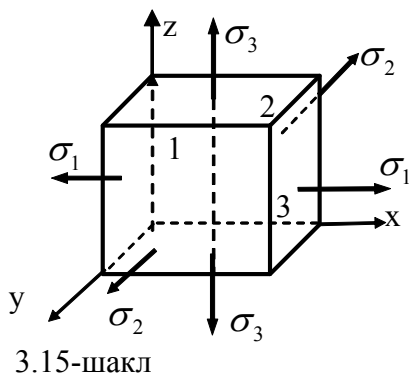
$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon = -\mu \frac{\sigma}{E} \quad (3.17)$$

Энди, кучлар таъсирининг мустақиллик принциpidан ҳамда (3.16) ва (3.17) нисбатлардан фойдаланиб, σ_1, σ_2 ва σ_3 лар орқали $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ва ε_3 деформацияларни топамиз. σ_1 кучланиш йўналишидаги нисбий деформациялар йиғиндиси ε_1 ни учта қўшилувчи орқали ифодалаш мумкин ;

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{x_1} + \varepsilon_{x_2} + \varepsilon_{x_3}, \quad (a)$$

бунда ε_{x_1} -фақат σ_1 таъсиридан x ўқи йўналиши бўйича пайдо бўладиган ва (3.16) формула билан топиладиган деформация, чунки у σ_1 га нисбатан бўйлама деформация ҳисобланади (3.17-шакл,а) ; ε_{x_2} – x ўқи йўналиши бўйича σ_2 кучланиш таъсиридан ҳосил бўлган деформация. Бу σ_2 га нисбатан кўндаланг деформация бўлиб (3.17-шакл,б), (3.17) формула билан топилади ; ε_{x_3} – x ўқи йўналиши бўйича σ_3 кучланишдан ҳосил бўлган деформация бўлиб, (3.17) формуладан аниқланади.

σ_1 бош кучланиш таъсиридан 1– томон x ўқи йўналиши бўйича $\varepsilon_{x_1}^1 = \frac{\sigma_1}{E}$ миқдорга узаяди (3.17-шакл,а), шу томон σ_2 , σ_3



бош кучланишлар таъсиридан x ўқига параллел йўналишда $\varepsilon_{x_2}^1 = -\mu \frac{\sigma_2}{E}$, $\varepsilon_{x_3}^1 = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$ микдорларга қисқаради (3.17.-шакл,а).

Шундай қилиб, 1-томоннинг тўла нисбий чўзилиш (а) формулага асосан қуйидагича топилади :

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E}$$

Худду шундай ифодани ε_2 ва ε_3 лар учун ҳам юқоридаги мулоҳазаларни юритиб ёзиш мумкин.

Бинобарин, бош кучланишлар йўналишидаги деформациялар учун қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз :

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)], \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)], \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].\end{aligned}\quad (3.18)$$

Бу учала бош кучланиш ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) ларнинг бири сиқувчи бўлса, (3.18) формулаларда унинг ишорасини манфийга алмаштириш керак. (3.18) муносабатларга ҳажмий кучланиш ҳолатидаги умумлашган Гук қонуни дейилади ва пропорционаллик чегарасида ҳажмий кучланиш ҳолати учун кучланиш билан деформация орасидаги боғланишларни ифодалайди.

Текис кучланиш ҳолати учун бош кучланишлар йўналишидаги деформациялар ифодасини (3.18) формулалардан келтириб чиқарса бўлади. Масалан, текис кучланиш σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар билан берилган бўлсин (σ_3), у ҳолда :

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu \sigma_2), \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu \sigma_1), \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2).\end{aligned}\quad (3.19)$$

Шундай қилиб, σ_3 нинг нолга тенглиги ε_3 нинг ҳам нолга тенглигини билдирмасдан, балки бу учинчи бош кучланиш йўналиши бўйича ҳам деформация содир бўлишини кўрсатар экан. Масалан, пластинкани унинг текислигида чўзганимизда қалинлигининг

камайтишини (3.19) формуланинг учинчисидан фойдаланиб аниқлаш мумкин.

Бу ҳол учун бош кучлаш σ_1 ва σ_2 лар маълум бўлганда (3.19) формулаларнинг юқориги иккитасидан фойдаланиб ε_1 ва ε_2 деформациялар ҳисобланади. Баъзи ҳолларда юқоридаги масалага тескари масалани ҳам ечишга тўғри келади, у ҳолда σ_1 ва σ_2 бош кучланишлар ε_1 ва ε_2 нисбий деформациялар орқали қуйидагича ифодаланади :

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \quad , \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1) . \quad (3.20)$$

3.6-§ ДЕФОРМАЦИЯ НАТИЖАСИДА ҲАЖМНИНГ ЎЗГАРИШИ.

Жисмдан ажратилган элементар параллелипипед ташқи куч таъсиридан деформацияланади ва ҳажми ўзгради.

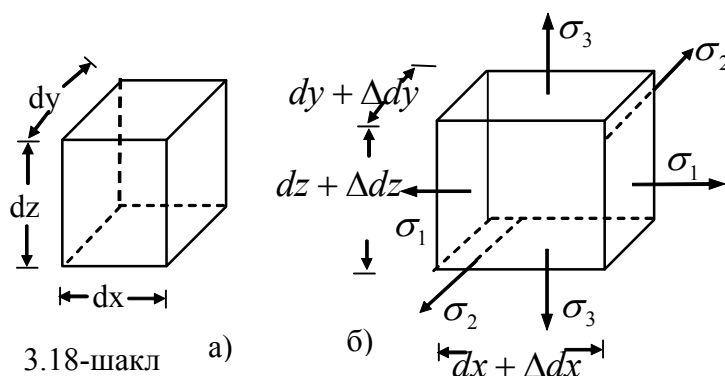
Элементар параллелипипеднинг деформациягача бўлган ҳажми $V_0 = dx \cdot dy \cdot dz$ бўлсин (3.18-шакл,а), деформациядан кейинги ҳажми $V_1 = (dx + \Delta dx) \cdot (dy + \Delta dy) \cdot (dz + \Delta dz) = dx \cdot dy \cdot dz (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z)$ бўлсин (3.18-шакл,б). Бу ерда $\varepsilon_1 = \frac{\Delta dx}{dx}$; $\varepsilon_2 = \frac{\Delta dy}{dy}$; $\varepsilon_3 = \frac{\Delta dz}{dz}$ ларга тенг бўлиб, мос равишда x, y, z ўқлар йўналиши бўйича ҳосил бўлган нисбий деформацияларни ифодалайди.

Деформация натижасида ҳажмнинг нисбий ўзгаришини θ билан белгилаймиз ва уни аниқлаймиз :

$$\theta = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{dx \cdot dy \cdot dz (1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) - dx \cdot dy \cdot dz}{dx \cdot dy \cdot dz}$$

Бу ифоданинг суратидаги қавсларни очиб ва нисбий деформациянинг иккинчи ва учинчи даражаларга эга бўлган чексиз кичик миқдорларни қолдириб, ҳажмнинг нисбий ўзгариши учун қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (3.21).$$



Нисбий чўзилишларнинг йиғиндисини ўртача $\theta = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3}$ билан алмаштириб, ҳажмнинг нисбий ўзгаришини қуйидагича ёзамиз:

$$\theta = 3\theta_{\dot{y}p}. \quad (3.22).$$

Жисм ҳар бир нуктасидаги ҳажмнинг нисбий ўзгаришини билсак, унинг ҳажмий деформацияси қуйидагича ҳисобланади :

$$\Delta V = \int_V \theta dV \quad (3.23).$$

(3.18) муносабатлардан $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ва ε_3 ларнинг қийматларини (3.21) га қўйиб, алгебраик ихчамлаш ўтказгандан кейин қуйидаги ифодага эга бўламиз :

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.24).$$

(3.24) формуладан, агар Пуассон коэффиценти $\mu = 0,5$ бўлса, элементнинг ҳажмининг нисбий ўзгариши нолга тенглиги келиб чиқади. Бундай ҳолда учала бош кучланишлар нолга тенг бўлса, эластик деформацияда ҳажмнинг ўзгариши рўй бермас экан.

(3.24) формуладан яна кўринадики, ҳажмнинг ўзгариши ҳар бир бош кучланишга боғлиқ бўлмай, балки уларнинг йиғиндисига боғлиқ бўлар экан. Демак, агар параллелипипеднинг томонларига бир хил ўртача кучланишлар қўйилса ҳам, унда шундай ҳажм ўзгариши бўлади :

$$\sigma_{\dot{y}p} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3.25)$$

Бундай ҳолда ҳажмнинг нисбий ўзгариши қуйидагича бўлади :

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} \cdot 3\sigma_{\dot{y}p}. \quad (3.26).$$

Агар бунга қуйидаги

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (3.27).$$

белгилашни киритсак , у қуйидаги кўринишда бўлади :

$$\theta = \frac{\sigma_{\dot{y}p}}{K} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3K}, \quad (3.28).$$

ёки

$$\sigma_{\dot{y}p} = K \cdot \theta = 3K\theta_{\dot{y}p} \quad (3.29).$$

Бу формулага ҳажм учун Гук қонуни дейилади. K - ҳажм учун эластиклик модули дейилади. (3.27) формуладан кўринадики, K юнг модули E дан катта бўлар экан.

3.7-§ ҲАЖМИЙ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ.

Ҳажмий кучланиш ҳолатидаги эластик деформациянинг солиштирма потенциал энергияси ҳар бир бош кучланишдан ҳосил бўлган деформациянинг солиштирма потенциал энергиялари йиғиндисига тенг бўлади. Шунинг учун оддий чўзилиш ёки сикилишдаги деформациянинг солиштирма потенциал энергияси формуласи (2.26) дан фойдаланиб, ҳар бир бош кучланишдан ҳосил бўлган деформациянинг солиштирма потенциал энергиясини ҳисоблаб, кейин уларни йиғиндисини оламиз :

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2}. \quad (3.30).$$

Бу формулага умумлашган Гук қонуни (3.18) формуладан $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ва ε_3 ларнинг қийматларини қўйиб, қавсларни очиб, ихчамлашлардан кейин қуйидаги кўринишни олади:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)]. : \quad (3.31).$$

МИСОЛЛАР.

3.7-мисол.

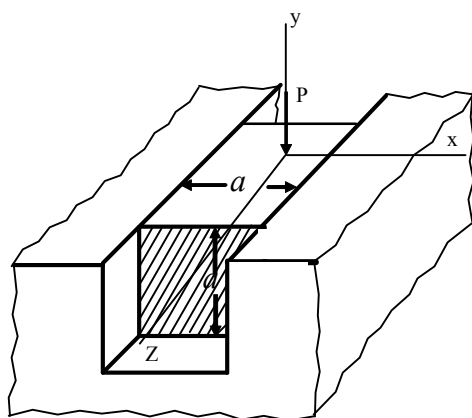
3.19 – шаклда кўрсатилгандек пўлат куб абсолют қаттиқ деталь ўйиғига тирқишсиз (зич) эркин қўйилган ва P куч билан сикилган ; 1) куб томонларининг кучланишлари ва деформациялари аниқлансин; 2) кубнинг нисбий ва абсолют ҳажмий ўзгаришлари аниқлансин ; 3) деформациянинг солиштирма потенциал энергияси

(тўла, ҳажмий ва шаклий) аниқлансин;

Берилган: $P = 200 \text{ кН}$; $\mu = 0,3$, $a = 10 \text{ см}$. $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$.

Ечиш: 1) Куб бир жинсли кучланиш ҳолатида бўлганлиги учун умумлашган Гук қонунидан фойдаланамиз. Кубнинг штрихланган томонига кучланиш таъсир этмаганлиги учун $\sigma_z = 0$ бўлади. Кубнинг остки ва устки томонларидаги кучланиш қуйидагича бўлади.

$$\sigma_y = -\frac{P}{F} = -\frac{P}{a^2} = -\frac{200 \cdot 10^2}{10 \times 10} = -200 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$



3.19-шакл

Қўйилган деталь абсолют қаттиқ бўлганлиги сабабли, x ўқи бўйича деформация нолга тенг, яъни $\varepsilon_x = 0$ бўлади. Умумлашган Гук қонунидан қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0,$$

$$\text{бундан } \sigma_x = \mu \sigma_y = 0,3(-200) = -60 \text{ кг/см}^2$$

Юқоридагилардан фойдаланиб қуйидагини ёзамиз:

$$\sigma_1 = \sigma_z = 0; \quad \sigma_2 = \sigma_x = -60 \text{ кг/см}^2; \quad \sigma_3 = \sigma_y = -200 \text{ кг/см}^2$$

Энди деформацияларнинг қийматини ҳисоблаймиз.

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_x = 0:$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] = \frac{1}{2 \cdot 10^6} [-200 - 0,3(-60)] = -0,000091$$

2) Ҳажмнинг нисбий ўзгаришини топамиз

$$\Theta = \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 + (-0,000091) + 0,000039 = -0,000052$$

Ҳажмнинг абсолют ўзгариши қуйидагича бўлади:

$$\Delta V = \Theta \cdot V = \Theta \cdot a^3 = -0,000052 \cdot 10^3 = -0,0052 \text{ см}^3$$

3) Деформациянинг тўла солиштирма потенциал энергияси қуйидагича бўлади:

$$u = \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2 \varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3 \varepsilon_3}{2} = \frac{-200(-0,000091)}{2} = 0,0091 \text{ кг} \cdot \text{см/см}^3.$$

Ҳажмнинг ўзгариши натижасида деформациянинг солиштирма потенциал энергиясини топамиз.

Шаклнинг ўзгариши натижасида деформациянинг солиштирма потенциал энергиясини топамиз.

40,1,38,3,36,5,34,7,32,9,30,11,28,13,26,15,24,17,22,19

2,39,4,37,6,35,8,33,10,31,12,29,14,27,16,25,18,23,20,21

80,41,78,43,76,45,74,47,72,49,70,51,68,53,66,55,64,57,62,59

42,79,44,77,46,75,48,73,50,71,52,69,54,67,56,65,58,63,60,61

120,81,118,83,116,85,114,87,112,89,110,91,108,93,106,95,104,97,102,99

82,119,84,117,86,115,88,113,90,111,92,109,94,107,96,105,98,103,100,101

$$u_{ш} = \frac{1 + \mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] =$$

$$= \frac{1 + 0,3}{6 \cdot 2 \cdot 10^6} [60^2 + (-60 + 200)^2 + (-200)^2] = 0,006847 \frac{\text{кг см}}{\text{см}^3}$$

3.8-§ КУЧЛАНИШЛАР КОНЦЕНТРАЦИЯСИ ТЎҒРИСИДА УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Биз юқорида чиқарилган, яъни чўзилиш ва сиқилишда кучланишларни топиш формулалари жисм шаклининг кескин ўзгариш жойидан (ариқча, тешик ва ҳ.к. дан) етарли даражада узоқда ётадиган кесимлар учун кучга эга деган эдик.

Тўпланган куч қўйилган ерга яқин жойлашган нуқталар ўйиқлар, тешиклар атрофида, жисм шакли кескин ўзгарадиган жойларда, кертик ва дарзлар яқинида кучланишларни элементар назария ёрдамида топиб бўлмайди яъни бундай жойларда кучланишнинг кескин ортиши, яъни кучланишлар концентрацияси ҳосил бўлади.

Масалан, кўндаланг кесим юзаси ўлчамлари кескин ўзгарадиган стержень (3.22-шакл) сиқилганида 1-1 ва 2-2 кесимлардаги кучланишларни одатдаги формулалардан топса бўлади:

$$\sigma_1 = P / F_1 ; \sigma_2 = P / F_2 ,$$

бу ерда, F_1 ва F_2 -стержень юқори ва пастки участкаларининг кўндаланг кесим юзалари.

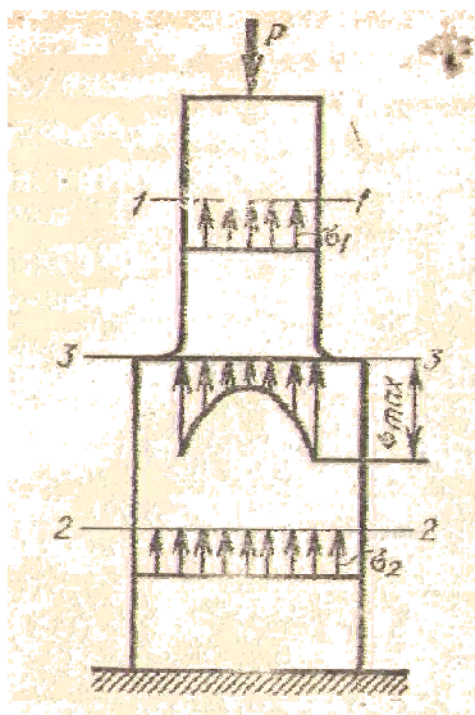
3-3 кесим жойлашган кесимларда кучланишлар нотекис тақсимланади, стержень кирраларида орта боради, ўртасида эса камади.

Бу кесимдаги энг катта кучланишни қуйидаги формула билан ифодалаш мумкин:

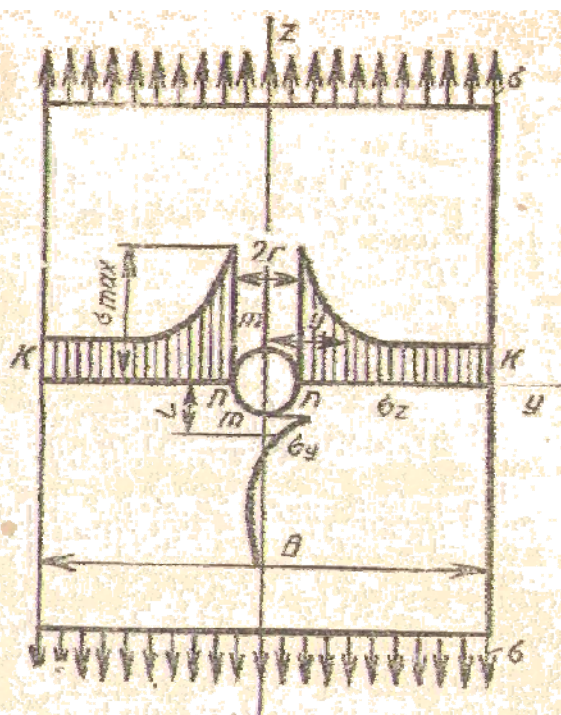
$$\sigma_{\max} = \alpha_{\sigma} \cdot \sigma_1 .$$

α_{σ} кучланишлар концентрацияланишининг назарий коэффиценти деб аталади. У стержень 3-3 кесимининг юқори ва пастки участкалари ўлчамларининг нисбатига боғлиқ. Умумий ҳолда кучланишлар концентрацияланишининг назарий коэффиценти (мукамал эластиклик мавжуд деган тахминда концентрацияланишни ҳисобга олган ҳолда) ҳисобланган энг катта кучланишнинг мазкур нуқтадаги энг кичик кучланишга нисбатига тенг бўлади:

$$\alpha_{\sigma} = \sigma_{\max} / \sigma_{\min}$$



3.22-шакл.



3.23-шакл.

Энг кичик кучланиш $\sigma_{\min}$ сифатида концентрацияланиш эффектини ҳисобга олмасдан материаллар қаршилигининг одатдаги формулалари бўйича топиладиган кучланиш қабул қилинади.

Одатда, энг кичик кучланиш энг кучсиз кесим учун топилади. Масалан, тешик билан кучсизлантирилган полоса (3.23-шакл) учун қуйидагича топилади:

$$\sigma_{\min} = P / F_{\text{нет}}.$$

Кучсизлантирилган кесимдаги кучланишни топиш қийин бўлган ҳолларда ҳисоблашни соддалаштириш учун энг кичик кучланиш $\sigma_{\min}$ сифатида кучсизлантирилмаган кесимдаги кучланиш олинади.

Маълумки, концентрацияланишнинг назарий коэффиценти бирдан кичик бўла олмайди.

Кучланишларнинг концентрацияланиш коэффиценти ё эластиклик назарияси усуллари билан, ё тажриба йўли билан аниқланади.

Масалан, эластиклик назариясида симметрия ўқида жойлашган доиравий тешик билан кучсизлантирилган чўзилишга ишлайдиган пластинканинг ечими келтирилган. Агар пластинка эни В тешик радиусига қараганда анча катта бўлса, энг кучсизлантирилган кесим К-К даги (3.23-шаклга қаранг) кучланиш σ_z қуйидаги формула бўйича топилади:

$$\sigma_z = \frac{\sigma}{2} \left(2 + \frac{r^2}{y^2} + 3 \frac{r^4}{y^4} \right),$$

бу ерда, σ - кучсизлантирилган ердан етарлича узоқда ётган кесимдаги ўртача кучланиш;
 y - тешик марказидан кучланиш топиладиган кесимгача бўлган масофа.

$y = r$ бўлганда $\sigma_{\max} = 3\sigma$. Шундай қилиб, $r/B \rightarrow 0$ бўлганда $\sigma_{\min} = \sigma$, $\alpha_\sigma = 3$.

y масофа ортиши билан кучланиш тез камайиб, асимптотик равишда σ кучланишга яқинлашади.

Вертикал майдончалардаги m нуқталарда сиқувчи кучланишлар пайдо бўлади.

Вертикал кесимдаги кучланишлар қиймати қуйидаги формуладан топилади:

$$\sigma_y = -\frac{\sigma}{2} \left(\frac{3r^4}{z^4} - \frac{r^2}{z^2} \right).$$

$z = r$ бўлганда $\sigma_y = -\sigma$, $z = 2r$ бўлганида эса $\sigma_y = \sigma/32$.

3.1-жадвал.

$2r/B$	$2r/B=0$	$2r/B=0,1$	$2r/B=0,2$	$2r/B=0,3$	$2r/B=0,4$	$2r/B=0,5$
α_σ	3,00	3,03	3,14	3,36	3,74	4,32

Бу кучланишларнинг тез сўниши эпюрадан кўриниб турибди (3.23-шакл)

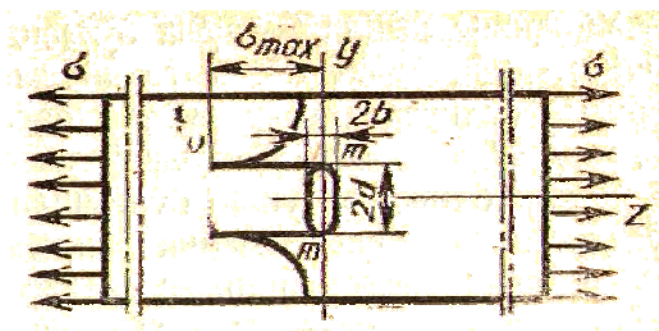
Келтирилган аниқ ечимдан эни тешик диаметридан катта ($B \geq 10r$) бўлган пластинкалар учун фойдаланса бўлади. Пластинкани камайиши билан кучланишлар концентрациясининг назарий коэффиценти катталашади, пластинканинг чекка қирраларидаги (К,К нуқталардаги) кучланишлар эса σ кучланишдан кичик бўлиб қолади.

3.1-жадвалда тешик диаметрининг пластинка энига нисбати турлича бўлган ҳоллар учун кучланишлар концентрацияланишининг назарий коэффиценти қийматлари келтирилган.

Жадвалдан кўриниб турибдики, $B = 4r$ бўлганида $\alpha_\sigma = 4,32$. Бунда пластинка чекка қирраларидаги кучланишлар қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma_z = 0,75\sigma$$

Маълумки, кучланишлар концентрацияланиши ҳақидаги баъзи масалаларнинг (икки томонлама ўйиқ ёки айлана бўйича ариқча йўнилган, тешик пармаланган ва баъзи бошқа ҳоллар учун) аниқ литик ечими олинган. Кейинги вақтларда ҳисоблаш техникаси ривож-



3.24-шакл.

-ланиши билан эластиклик назарияси масалаларини рақамли ечиш усуллари кенг қўллана бошлади. Бу усуллар ихтиёрий кўринишдаги тешик ёки ўйиқлар бўлганида концентрацияланиш коэффициентини амалий мақсадлар учун етарли даражада аниқлик билан топиш имконини беради.

Бошқа ҳолларда концентрацияланиш коэффициенти қиймати ва кесим бўйича кучланишлар тақсимланиши қонуни тажриба йўли билан, хусусан, фотоэластик, тензометрия, лок қопламалари, аналогия каби усуллар билан аниқланади.

Чўзилишда ҳам, деформацияланиш бошқа турларида ҳам кучланишларнинг концентрацияланиши тешик ёки ўйиқ шаклига боғлиқ бўлади.

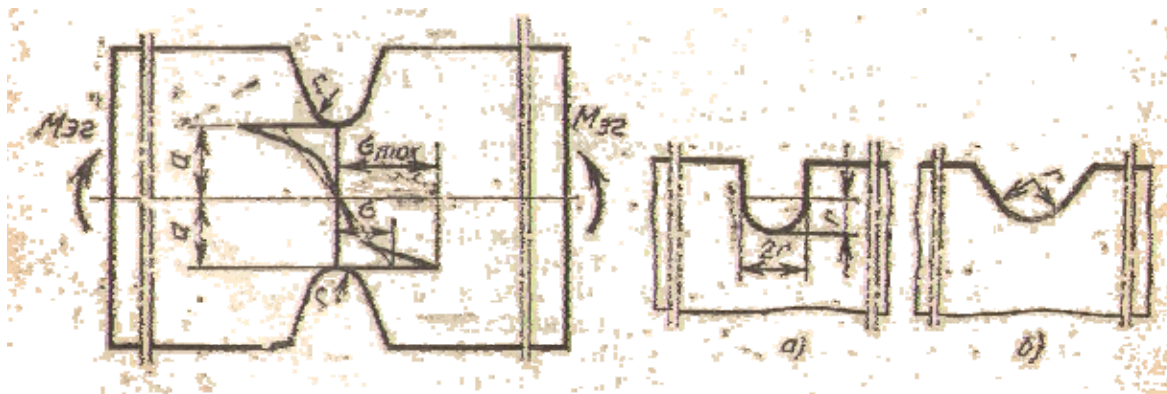
3.24-шаклдаги кенг пластинка эллипс шаклидаги тешик билан кучсизлантирилган ҳолни кўриб чиқамиз. Аниқ ечим қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$\sigma_{\max} = \left(1 + 2\frac{a}{b}\right),$$

бу ерда, a, b -эллипс ярим ўқлари.

Эллипс ярим ўқларининг (a/b) нисбати ортиши билан максимал кучланиш ҳам ортади ва чўзилишга нисбатан перпендикуляр жойлашган энсиз тешик яқинида кучланиш жуда катта қийматга эришади. Шунинг учун ҳам, энсиз ўйиқлар катта хавф юзага келтиради. Айниқса, кўндаланг дарзларнинг чеккаларида жуда катта кучланишлар пайдо бўлади. Дарз қанча энсиз бўлса, унинг чеккаларида жойлашган нуқталарда кучланишлар шунча катта бўлади.

Кучланишларнинг концентрацияланиши бошқа деформация турларида ҳам рўй беради. Масалан, 3.25-шаклда кўрсатилган гипербола шаклидаги иккита симметрик ўйиқ билан кучсизлантирилган полосанинг соф эгилишида кучланишлар концен-



3.25-шакл.

3.26-шакл.

-трацияланишининг назарий коэффиценти қуйидаги формуладан топилиши мумкин:

$$\alpha_{\sigma} = \frac{4 \frac{a}{r} \sqrt{\frac{a}{r}}}{3 \left[\sqrt{\frac{a}{r}} + \left(\frac{a}{r} - 1 \right) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a}{r}} \right]},$$

бу ерда, a -полосанинг кучсизланган еридаги ярим эни;
 r -ўйиқнинг эгрилик радиуси.

Ўйиқ бошқача бўлганда ҳам бу формуладан фойдаланиш мумкин, чунки концентрацияланиш коэффицентиға ўйиқ тубининг эгрилик радиуси таъсир этади. Масалан, бу формуладан 3.26-шакл, а), б) ларда кўрсатилган ўйиқлар учун фойдаланиш мумкин.

Ўткир бурчакли ўйиқ бўлганида бурчак ичидаги нуктада пайдо бўладиган кучланиш назарий жиҳатдан чексиз катта бўлади. Амалда эса пластик деформациялар мавжудлиги туфайли кучланиш чексиз катта бўлмаса ҳам жуда катта қийматға эришади.

Оқувчанлик майдончаси чексиз катта бўлган пластик материаллардан ясалган (3.24-шаклга қаранг) деталларға нагрузка статик равишда қўйилган бўлса, кучланишнинг концентрацияланиши хавфли эмас, уни эътиборға олмаса ҳам бўлади. Бу шу билан тушунтириладики, кучланиш концентрацияланадиган ерда унинг қиймати оқувчанлик чегарасига етгач, янада ортишдан тўхтайдиган материалнинг оқувчанлиги кесимнинг бошқа қисмларига тарқалади. Нагрузка янада ортганида оқувчанлик кесимнинг ичкарасига кириб боради, яъни кучсизлантирилган кесимда кучланиш текисланади.

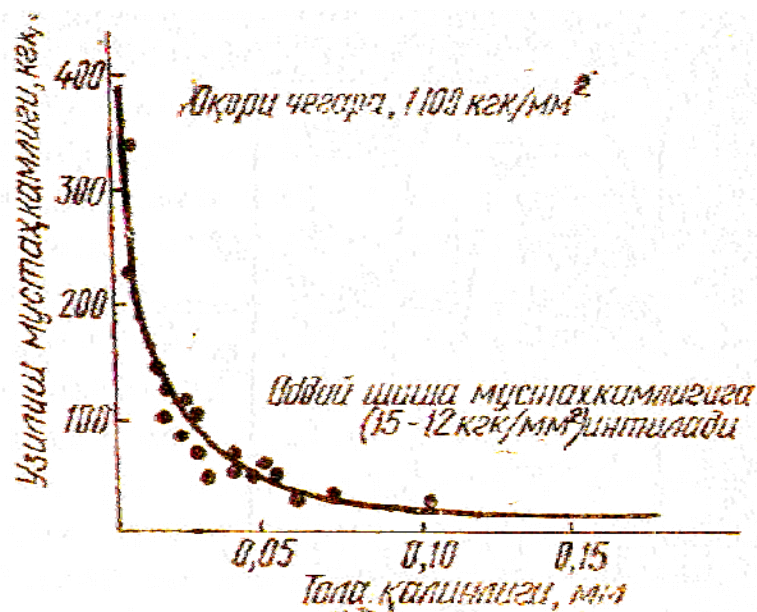
Мўрт материалларға нагрузка статик қўйилган бўлса ҳам кучланишлар концентрацияси тегишли коэффицент билан ҳисобға олиниши керак. Бунда кучсизлантирилган кесимдаги кучланиш мустаҳкамлик чегараси σ_M га тенг қийматға эришиши билан дарз

пайдо бўлади, у тез ривожланиб, деталнинг емирилишига олиб келади.

Маълумки, температура пасайиши билан кучланишларнинг концентрацияланиши хавфи ортади, чунки материал мўрт бўлиб қолади.

Ўзгарувчан ёки ишораси ўзгарувчан кучланишлар пайдо қилувчи куч таъсир қилганида кучланишлар концентрацияланиши, айниқса, хавфлидир. Бундай ҳолларда кучланишлар концентрацияланиши пластик материаллар учун ҳам, мўрт материаллар учун ҳам ҳисобга олиниши керак.

Кучланишлар концентрациясини камайтириш учун юқорида келтирилган формулалардан кўриниб турибдики, турли хил дарзлар, ўйиқлар, йўнилган арикчалар, кўндаланг кесим юзалар поғонали ўзгарадиган ерлардаги ўткир бурчакларни равон эгри чизиклар билан алмаштириш, яъни дарзлар ва тешиклар тугайдиган ерлардаги эгрилик радиусларини катталаштириш зарур. Бу кучланишлар концентрациясининг камайишига олиб келади. Масалан, пластинадаги дарзнинг янада ривожланишининг олдини олиш учун дарзлар охирида тешикларни пармалаш керак. Бу кучланишлар концентрациясини анча камайтириш имконини беради. 1920 йилда Гриффитснинг классик иши эълон қилинган эди. Унда толаларнинг қалинлиги турлича бўлган шиша намуналар билан ўтказилган тажриба натижалари келтирилган. Мазкур ишда тола диаметри камайиши билан унинг мустаҳкамлиги ортиши қайд қилинган. 3.27-шаклда Гриффитс томонидан олинган шиша толаларининг мустаҳкамлиги уларнинг қалинлигига боғлиқлиги графиги тасвирланган. Графикдан кўриниб турибдики, турмушда ишлатиладиган оддий шиша мустаҳкамлиги қалинлиги кичик бўлган айрим толалардан тайёрланган шундай шишаникидан кам. Ип қанча ингичка бўлса, у шунча мустаҳкам бўлади, ипнинг қалинлиги янада кичрайиши билан унинг мустаҳкамлиги тез ортади. Бу ҳодисани Гриффитс оддий шишада жуда кўп майда дарзлар борлиги ва улар тугаган жойда кучланишлар концентрацияси катта бўлиши, натижада кучланишлар унча катта бўлмаганда ҳам намуна емирилиши билан тушунтиради. Кучланишларнинг концентрацияланиш коэффиценти шишадаги тирналиш чуқурлигига эмас, балки ип қалинлиги камайиши билан дарз пайдо бўлиш имконияти камаяди, жуда ингичка толаларда



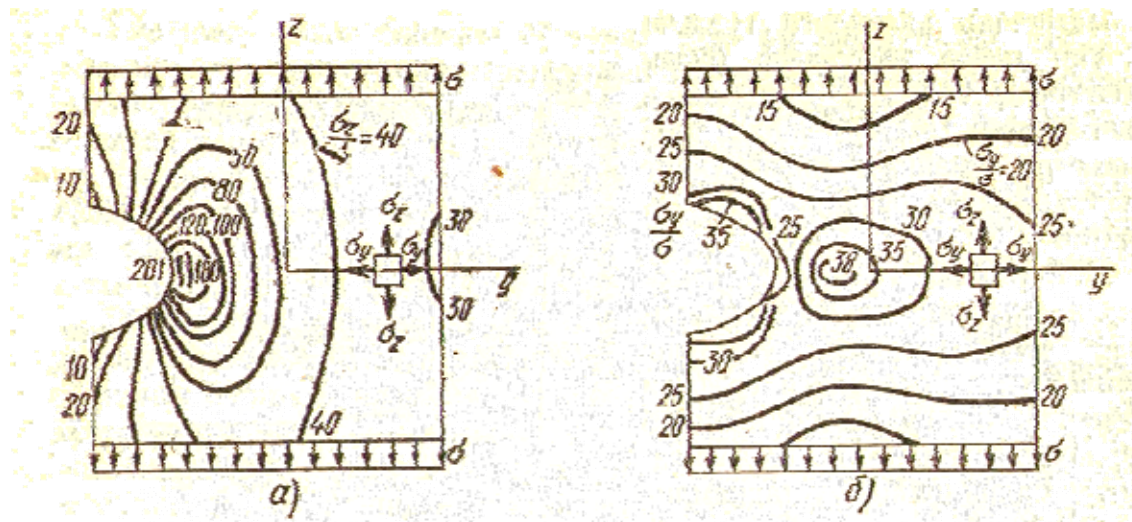
327-шакл.

дарзлар бутунлай бўлмайди, шунинг учун бундай толаларнинг мустаҳкамлиги ҳам юқори бўлади.

Гриффитс ҳар бир материал учун дарзнинг «критик узунлиги» бўлиб, у дарзнинг энг чекка нуқтасидаги кучланиш қийматига боғлиқ бўлишини исботлаб берган. Агар дарзнинг узунлиги «критик» қийматдан катта бўлса, у тез катталашади ва материал емирилади. Инженерлик практикасида кучланишлар учун дарзнинг узунлиги жуда кичик бўлиб, бир неча микронгагина тенг бўлади, у кучланиш ортиши билан кичирайди. Кучланишдан ҳоли бўлган материал учун дарзнинг критик узунлиги чексиз катта, кучланиш катта бўлганида эса чексиз кичик бўлади. Бу янада мустаҳкамроқ материаллар яратишдаги қийинчиликлардан биридир.

3.28-шакл, а) да эллиптик дарз билан кучсизлантирилган чўзилишга ишлаётган пластина тасвирланган. Эгри чизиклар билан пластина турли нуқталари учун дарз ўқиға тик бўлган нормал кучланишлар концентрацияланиши коэффицентларининг қийматлари кўрсатилган. Эгри чизиклар бўйлаб σ_z учун концентрацияланиш коэффицентлари ўзгармас. Эгри чизиклар устига ёзилган рақамлар бу нуқталардаги σ_z лар намунадаги ўртача кучланишдан неча марта катталигини билдиради.

Дарз ўқларига перпендикуляр бўлган юзачаларда ҳам нормал (чўзувчи) кучланиш σ_y лар пайдо бўлар экан. Дарз сиртидаги кучланишлар нолга тенг бўлиб, улар дарздан маълум масофада максимум қийматга эришади. Дарздан узоқлашган сари кучланиш σ_x ларнинг қиймати максимум қийматга яқин сақланади (3.28-шакл, б).



3.28-шакл.

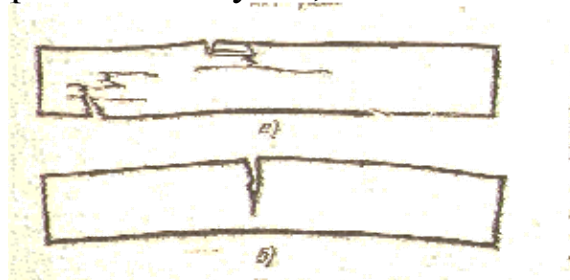
Дарзда параллел бўлган максимал чўзувчи кучланиш σ_x ларнинг дарзга перпендикуляр бўлган максимал кучланишлар σ_y га нисбатан материал, дарз шакли ва юкланиш шаклига боғлиқ бўлмасдан тахминан $1/5$ га тенг ўзгармас сондир.

Агар дарз билан кучсизлантирилган чўзилувчи материалнинг мустаҳкамлиги z ва ϕ ўқлар бўйича бир хил бўлмаса, кучсиз сиртлар материални қовушоқ қилиб қўйди, яъни уни пухталайди. Масалан, агар ϕ бўйича мустаҳкамлик z ўқиға нисбатан бўлган мустаҳкамликка қараганда $1/5$ дан ҳам камроқ кичик бўлса, z ўқиға параллел бўлган дарз бошланғич дарз унга етгунга қадар олдинроқ пайдо бўлади. Бунда бошланғич дарз учининг жуда кичик радиуси жуда катта бўлиб қолади ва бошланғич дарзнинг ўсиши тўхтайди. Бошланғич дарзга перпендикуляр бўлган дарз эса янада ўсишга мойил эмас. Кучланишларнинг концентрацияланиши ҳисобига дарзнинг янада ёйилишини шу йўл билан тўхтатиш мумкин. Бу ҳодиса 3.29-шакл, а), б), в) ларда ҳам 3.30-шакл, а) да схематик тарзда келтирилган.

Агар материалнинг дарз йўналишидаги (y ўқи йўналишидаги) мустаҳкамлиги z ўқи йўналишидаги (дарз кетган сиртидаги) мустаҳкамликдан $1/5$ қисмдан кўпроқ катта бўлса, бошланғич дарз



3.29-шакл.



3.30-шакл.

уни кесиб ўтади ва янада ривожланади, яъни материалнинг ҳолати ўзгармайди (3.30-шакл,б).

Табиий материаллар, масалан, ёғоч, қамиш, бамбук ва барча ўсимлик толаларининг толали тузилиши шу билан тушунтирилади. Материалнинг толалар бўйлаб мустаҳкалиги толаларига кўндаланг йўналишидаги мустаҳкамлигидан анча юқори бўлади. Табиат материални шундай яратганки, кучсиз сиртлар кучсизланмайди, балки уларни қовушқоқроқ қилади, яъни материални пухталайди.

Бу ҳодисадан ҳозирги вақтда янги материаллар яратишда кенг фойдаланилади. Масалан, шишапластик ўзаро смола билан елимланган шиша толалар тўпламидан иборатдир. Ингичка шиша толаларнинг мустаҳкамлиги катта, толаларни елимловчи смоланинг узилишига мустаҳкамлиги кичик, лекин материалга қовушоқлик беради, демак, кўндаланг дарзнинг кесим ичкарисига ёйилишига имкон бермайди. Шу йўл билан тайёрланган материал кучланишлар концентрациясига кам сезгир бўлиб, мустаҳкамлиги катта бўлади.

3.9-§ КУЧЛАНИШЛАР КОНЦЕНТРАЦИЯЛАНИШИНИ ОПТИК УСУЛ ВА ЛОК ҚОПЛАМАЛАРИ ЁРДАМИДА ЎРГАНИШ.

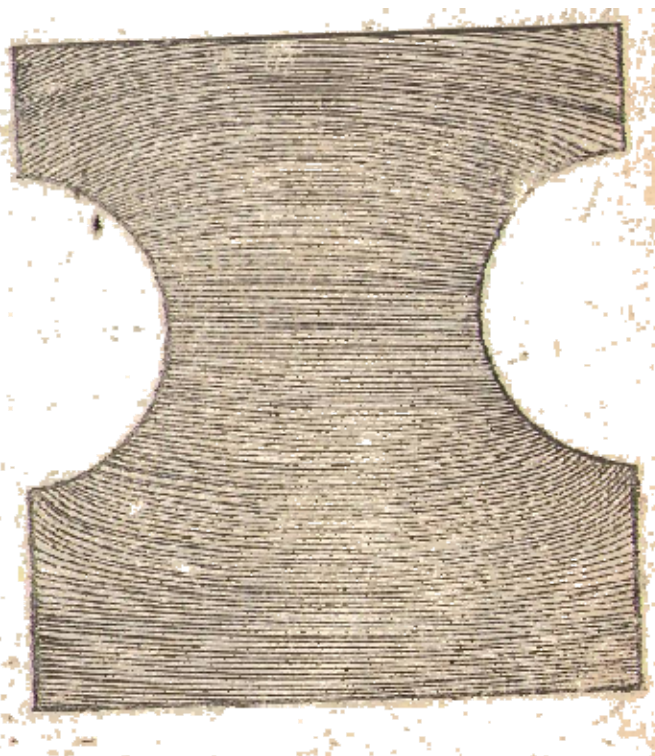
Кучланишлар концентрацияланишини оптик усул билан самарали ўрганиш мумкин. Машинанинг бирор детали мураккаб шаклга эга бўлса, масалани аналитик усулда ечиш мураккаблашади ва енгиб бўлмайдиган қийинчиликлар юзага келади.

Бундай ҳолда оптик усулдан фойдаланиш мумкин. Бунинг учун махсус материалдан намуна ясаиб, қутблаштирилган нур билан ёритилади. Масалан, 3.31-шакл эни кескин ўзгарадиган, чўзилишга ишлайдиган пластинадаги полосалар тасвирланган. Полосалар жойланишини анализ қилиш энг кўп кучланган нуқталарни топиш ва керакли даражада аниқлик билан концентрацияланиш коэффицентини аниқлаш имконини беради.

Машинасозликда баъзи жойлари мураккаб кучланиш ҳолатида бўладиган деталлар учрайди. Бундай ҳолларда кучланишлар тақсимланиши характерини ва кучланишлар концентрацияланадиган жойларни тажриба йўли билан аниқлаш усулларида бири мўрт лок қопламасидан фойдаланиш усулидир.



3.31-шакл.



3.32-шакл.

Ўрганилаётган деталь лок билан қопланади. Деталь деформациялангандан сўнг унинг сиртида дарзларнинг қалин тўри ҳосил бўлади. Бу тўр кучланишлар траекториясини аниқлаш, демак, кучланиш ҳолатининг характерини белгилаш имконини беради.

Икки ёнида ярим доирадан иборат ўйиқлари бўлган, чўзилишга ишлайдиган полоса лок қопламасидаги дарзлар тасвири 3.32-шаклда кўрсатилган. Баъзи ҳолларда мазкур усул билан кучланишлар сон қийматини ҳам тақрибан топиш мумкин.

Кучланишлар концентрациясини текширишда лок қопламалари усули кам аниқлик беради, шунинг учун бирор сабабга кўра, масалан, деталнинг шакли мураккаблиги туфайли оптик ёки бошқа усуллардан фойдаланиб бўлмасагина, бу усулни қўллаш мумкин.

3.10-§ КОНТАКТ КУЧЛАНИШЛАР ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Иккита ўзаро тегиб турадиган жисмни бир-бирига сиққанда пайдо бўладиган кучланишни топиш масаласига **контакт** масала, контакт юзачалардаги кучланишлар эса **контакт кучланишлар** дейилади. Подшипниклар, тишли узатмалар, кўприкларнинг таянч қисмларидаги шар ва цилиндрик ғилдиракларни лойиҳалашда бу кучланишларни билиш зарурдир.

Контакт масалаларда маҳаллий кучланиш ва деформациялар тақсимланишининг баъзи ҳолларини кўриб чиқамиз. Бу масалалар

эластиклик назарияси усуллари билан ечилади, шунинг учун мазкур курсда исботсиз келтирамиз.

Диаметрлари d_1 ва d_2 бўлган иккита эластик шар марказий куч билан сиқилганида (3.33-шакл) уларнинг ўзаро тегиб турган жойларида радиуси куйидаги формуладан топиладиган доира ҳосил бўлади:

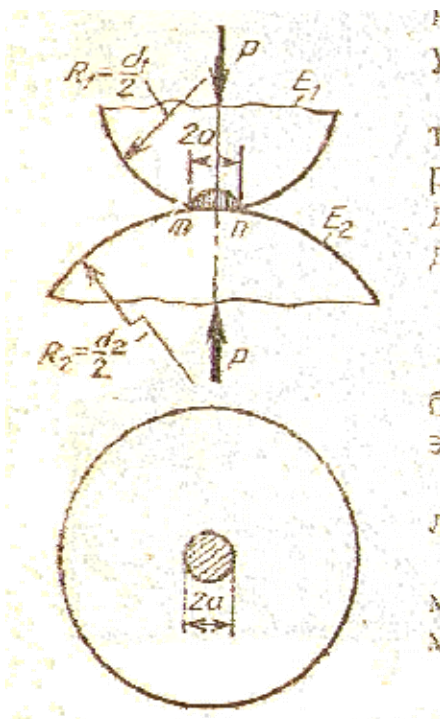
$$a = 0,88 \sqrt[3]{\frac{P}{2} \cdot \frac{1/E_1 + 1/E_2}{1/d_1 + 1/d_2}}, \quad (3.32)$$

бу ерда E_1, E_2 шарлар материалларининг эластик модуллари.

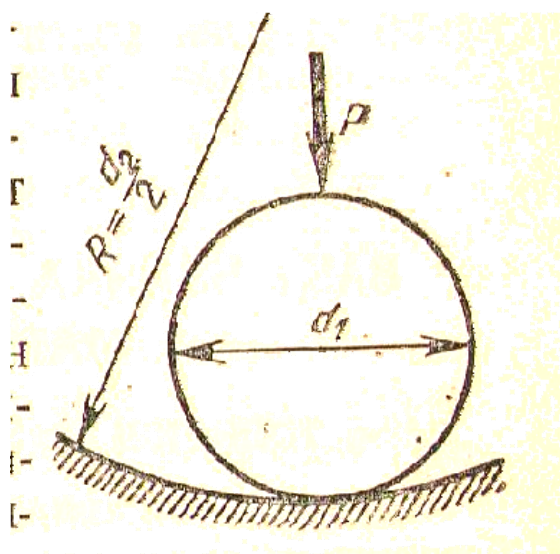
Контакт майдончасидаги нормал кучланишлар нотекис тақсимланган.

Энг катта кучланиш контакт доирасининг марказида бўлиб, кучланишнинг ўртача қийматидан 1,5 марта каттадир:

$$\sigma_{\max} = 1,5 \frac{P}{\pi a^2} \quad (3.33)$$



3.33-шакл.



3.34шакл.

$E_1 = E_2$ бўлганида a нинг қийматини (3.32) дан (3.33) га қўйганимизда куйидаги ҳосил бўлади:

$$\sigma_{maz} = 0,62 \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 \cdot d_2} \right)^2} \quad (3.34)$$

d_1 диаметрли шар эластик текисликда ётган ҳолда (3.32) ва (3.34) формулаларда $d_2 = \infty$ деб қабул қилиш лозим.



Беляев Николай Михайлович (1890-1944), ССРИ ФА мухбир-аъзоси, машхур совет механик олими Контакт кучланиш назариясини ўрганди. Ўзгарувчи бўйлама куч таъсирига призматик стерженнинг устиворлиги ҳақидаги масалани ечди. Катта температура натижасида материалларда пользучест ва релюация пайдо бўлиши, пластик деформациялар соҳасидаги ишлари билан таниқлидир. Материаллар қаршилиги бўйича фундаментал дарслигининг муаллифи.

Унда $E_1 = E_2 = E$ бўлганда қуйидаги формулаларни оламиз:

$$a = 0,88 \sqrt[3]{P d_1 / E}, \quad (3.35)$$

$$\sigma_{\max} = 0,62 \sqrt[3]{P E^2 / d_1^2}, \quad (3.36)$$

(3.36) формуласидан кўриниб турибдики, тегиб турган юзанинг марказидаги энг катта кучланиш P/d_1^2 гагина боғлиқдир. Бу қиймат ўзгарганда энг катта кучланиш $\sigma_{\max}$ ҳам ўзгаради. (3.36) формуласи бўйича ҳисобланган кучланишлар, одатда, мустаҳкамлик чегарасидан катта бўлади. Лекин бу кантактда бўлган материал емирилишини билдирмайди. Гап шундаки, бу ерда ҳажмий кучланиш ҳолати содир бўлади. Материал ҳар томонлама сиқилишга яқин ишлайди. Шунинг учун маҳаллий эгилиш учун рухсат этилган кучланиш оддий сиқилишдагига қараганда анча катта олинади. Масалан, шарикли подшипниклар тайёрлашда ишлатиладиган тобланган тигель пўлат учун (3.36) формуласи бўйича ҳисобланган ва 40000-50000 кг/см² га тенг кучланишларда кантактда бўлган бирикмалар емирилмайди.

Ботик сиферик сиртда ётган шар учун (3.34-шакл) (3.32) ва (3.34) формулаларидан d_2 қийматини манфий ишора билан олиш керак, унда қуйидагига эга бўламиз:

$$\sigma_{\max} = 0,62 \sqrt[3]{P E^2 \left(\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \right)^2}, \quad (3.37)$$

Турли диаметрли иккита цилиндрик ғалтаклар ўзаро сиқилганида уларнинг ўзаро тегиб турган туган юзалари энсиз тўғри тўртбурчак полоса кўринишида бўлиб, эни қуйидаги формула бўйича топилади:

$$b = 2,15 \sqrt{\frac{q}{2} \cdot \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)}, \quad (3.38)$$

бу ерда q -ғалтакнинг узунлик бирлигига тўғри келадиган сиқувчи куч.

Ўзаро тегиб турган тўғри тўртбурчакнинг ўртасидаги энг катта кучланиш қуйидаги формуладан топилади:

$$\sigma_{\max} = 0,59 \sqrt{2q \frac{d_2 + d_1}{d_1 d_2} \cdot \frac{1}{1/E_1 + 1/E_2}}, \quad (3.39)$$

Цилиндр текисликда ётган ҳол учун ($d_2 = \infty$) (3.38) ва (3.39) формулалар қуйидаги кўринишни олади:

$$b = 2,15 \sqrt{\frac{qd_1}{E}}, \quad (3.40)$$

$$\sigma_{\max} = 0,59 \sqrt{\frac{qE}{d_1}},$$

(3.40) формуладан кўриниб турибдики, энг катта кучланиш $\frac{q}{d_1}$

қийматга пропорционал боғлиқдир, q ва d_1 ларнинг қийматлари турлича бўлсаю, ўзаро нисбатлари бир хил бўлса, $\sigma_{\max}$ ҳам бир хил бўлади.

Юқоридаги формулалар бўйича маҳаллий эзилиш кучланишлари топилганлигидан бу кучланишларнинг рухсат этилган қийматлари етарлича катта белгиланади.

Масалан, Ст.3 Ст.4 пўлатлар учун тегиб туриш майдончаси ўқидаги эзилишга рухсат этилган кучланиш 7000 кгк/см^2 белгиланади, бу оқувчанлик чегарасидан тахминан уч марта каттадир.

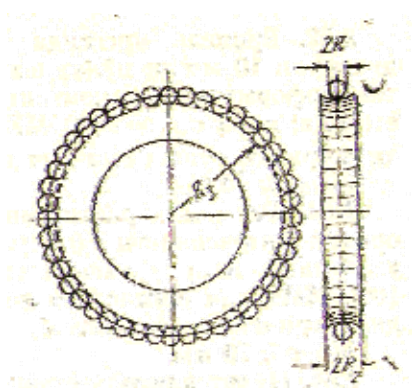
Пўлат шарча ва доиравий гардиш нови ўзаро тегиб турадиган шакли подшипникда пайдо бўладиган энг катта босим ҳам юқорида кўриб ўтилган ҳолга ўхшаш ҳисобланиши мумкин.

МИСОЛЛАР.

3.8-мисол.

IV-мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб 3.35-шаклда кўрсатилган пўлат шарикли подшипникдаги ҳисобий кучланишлар аниқлансин. Шарик, нов ва халқаларнинг радиуслари мос равишда $R_1 = 0,25 \text{ см}$, $R_2 = 0,3 \text{ см}$, $R_3 = 3,0 \text{ см}$. Подшипникнинг энг кўп куч тушадиган шаригидаги босим $P = 40 \text{ кн}$.

Ечиш: Уриниш эллипси тенгламасининг коэффицентларини топамиз:



3.35-шакл.

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{3} \right) = 0,035;$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0,25} - \frac{1}{3} \right) = 0,2165.$$

А нинг В га нисбатини аниқлаймиз: $\frac{A}{B} = \frac{0,035}{0,2165} = 0,1615$.

Бу қиймат бўйича жадвалдан $\alpha = 0,772$ ни топамиз.

Энг катта нормал кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_{\max} = \alpha^3 \sqrt{\frac{P E^2 (R_2 - R_1)^2}{(R_1 R_2)^2}} = 0,772^3 \sqrt{\frac{40 \cdot 10^2 (2 \cdot 10^6)^2 \cdot (0,3 - 0,25)^2}{(0,25 \cdot 0,3)^2}} = 321 \text{ кг/см}^2$$

Материал ичидаги хавфли нуқтада ҳисобий кучланиш қуйидагига тенг бўлади: $\sigma_{IV} = 0,6 \sigma_{\max} = 0,6 \cdot 321 = 193 \text{ кг/см}^2$.

$\frac{A}{B} = 0,1615$ нисбат бўйича коэффициентлар ($n_1 = 0,23$, $n_2 = 0,24$)

ларни топамиз.

Бу коэффициентларни ҳисобга олиб уриниш эллипси марказидаги ҳисобий кучланишни топамиз:

$$\sigma_{IV} = n_1 \cdot \sigma_{\max} = 0,23 \cdot 321 = 74 \text{ кг/см}^2.$$

Шу эллипснинг катта ярим ўқи учидаги ҳисобий кучланиш эса қуйидагича топилади:

$$\sigma_{IV} = n_2 \cdot \sigma_{\max} = 0,24 \cdot 321 = 77 \text{ кг/см}^2.$$

3.9-мисол.

Ўзаро тик жойлашган ва оғма юзачалардаги нормал кучланишларни $\sigma_a = \frac{1}{30} \sigma_\beta = 30 \text{ кг/см}^2$ га тенг деб, кўндаланг кесими

квадрат ($a=16 \text{ мм}$) намунани чўзувчи кучнинг қиймати топилсин (3.36- шакл).

Намунанинг бўйлама ўқи билан оғма юза нормали орасидаги бурчаклар аниқлансин.

Ечиш: Кўндаланг кесимдаги нормал кучланиш σ_0 ни оғма юзачалардаги кучланишлар орқали ифодалаймиз:

$$\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha$$

$$\sigma_\beta = \sigma_0 \cos^2 \beta = \sigma_0 \sin^2 \alpha$$

бу ерда, $\beta = -(90^\circ - \alpha)$.

Ҳадлаб қўшамиз.

$$\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_0,$$

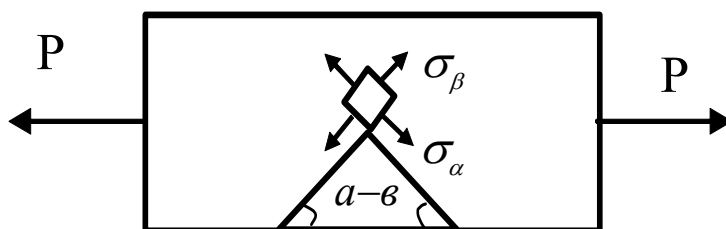
бундан $\sigma_0 = 120 \text{ кг/см}^2$ эканлиги келиб чиқади.

Намунани чўзувчи куч:

$$P = \sigma_0 \cdot 2a^2 = 2 \cdot 120 \cdot 10^3 (16 \cdot 10^{-2})^2 = 384 \text{ кН}.$$

Юқоридаги ифодалардан:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha} = 3, \quad \alpha = 60^\circ \quad \beta = -(90^\circ - \alpha) = -30^\circ.$$



3.36- шакл

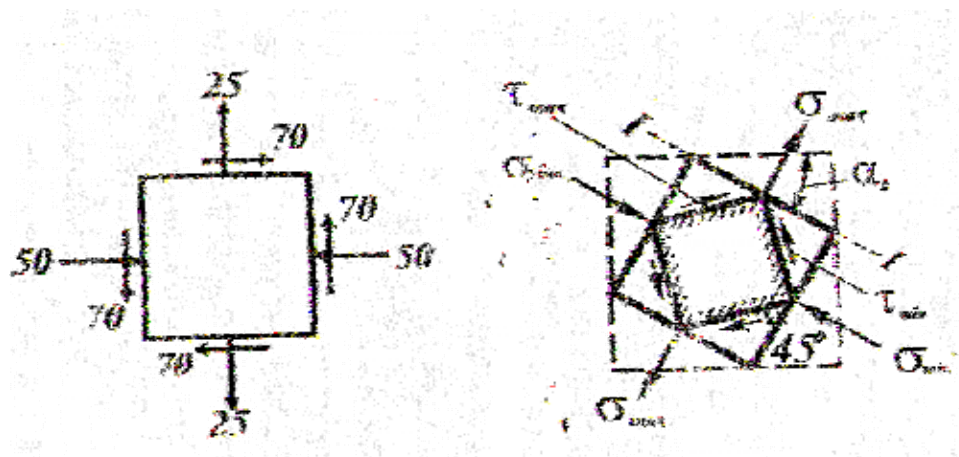
3.10-мисол.

3.37- шакл, а да кўрсатилган текис кучланиш ҳолати учун нормал ва уринма кучланишларнинг экстремал қийматларини ҳамда улар таъсир этувчи юзачаларнинг ҳолатларини аниқлаш талаб этилади. Кучланишлар кг/см^2 ларда берилган.

Ечиш: Юқоридаги формуладан фойдаланиб экстремал нормал кучланишларни аниқлаймиз:

$$\sigma_{\max} = 0,5 \left[(-50 + 25) \pm \sqrt{-(50 + 25)^2 + 4(70)^2} \right] = -12,5 \pm 79,4$$

Шундай қилиб, $\sigma_{\max} = 66,9 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{\min} = 91,9 \text{ кг/см}^2$.



3.37- шакл.

Юқоридаги формула ёрдамида экстремал уринма кучланишлар топилади:

Демак, $\tau_{\max} = 79,4 \text{ кг/см}^2$, $\tau_{\min} = 79,4 \text{ кг/см}^2$.

Бош юзачаларнинг ҳолатини аниқлашда юқоридаги формуладан фойдаланамиз:

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 70}{-50 - 25} = -1,866; \quad 2\alpha_0 = \arctan(-1,866) = 62^\circ; \quad \alpha_0 = -31^\circ.$$

$\sigma_{\max}$ бош кучланиш таъсир этадиган бош юзанинг ҳолатини чизма тасвирлаш учун горизантал юзани α_0 бурчагини бураймиз: α_0 нинг йўналишини танлашида ишга эътибор бериш керакки, буралаётган юзачадаги уринма кучланиш элемент юзачанинг марказига нисбатан айлантиришга интилсин.

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

3.1. Кўндаланг кесим юзаси $F=20\text{ см}^2$ бўлган стержень $P=20\text{ кн}$ куч билан чўзилаяпти. Нормали стержень ўқи билан $\alpha=30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи қия кесимдаги нормал, уринма ва тўла кучланишлар аниқлансин.

$$\text{Жавоби: } \sigma_\alpha = 75\text{ кг/см}^2; \quad \tau_\alpha = 43,3\text{ кг/см}^2; \quad P_\alpha = 86,6\text{ кг/см}^2$$

3.2. Доиравий кесимли ($d=10\text{ см}$) стержень ўқ бўйлаб $P=50\text{ кн}$ куч билан чўзилаяпти. Нормали стержень ўқи билан $\alpha=30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи қия кесим бўйича нормал ва уринма кучланишлар қийматини ҳамда уринма кучланиш қандай кесимда ўзининг энг катта қийматига эришишини топинг.

$$\text{Жавоби: } \sigma_\alpha = 47,77\text{ кг/см}^2; \quad \tau_\alpha = 27,58\text{ кг/см}^2; \quad \tau_{\max} = 31,85\text{ кг/см}^2$$

3.3. Кўндаланг кесими $15 \times 15\text{ см}^2$ дан иборат бўлган квадрат стержень $P=60\text{ кн}$ куч билан сиқилаяпти. Стерженнинг кўндаланг кесимидаги ва нормали стержень ўқи билан $\alpha=30^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи кесимдаги тўла кучланишлар аниқлансин.

$$\text{Жавоби: } P_0 = \sigma_0 = 26,67\text{ кг/см}^2; \quad P_\alpha = 5,62\text{ кг/см}^2$$

3.4. Қия кесимдаги нормал кучланиш 600 кг/см^2 , уринма кучланиш 300 кг/см^2 бўлса, бу кесим нормали стержень ўқи билан қандай бурчак ҳосил қилади ва кўндаланг кесимдаги нормал кучланиш (σ_0) қиймати қанча бўлади.

$$\text{Жавоби: } \alpha = 45^\circ, \quad \sigma_0 = 1200\text{ кг/см}^2.$$

3.5. Квадрат кўндаланг кесимли $a=16\text{ см}$ бўлган калта стержень P куч билан сиқилади. Нормали стержень ўқи билан $\alpha=45^\circ$ бурчак ҳосил қилувчи кесимдаги сиқувчи кучланиш $\sigma_\alpha = 20\text{ кг/см}^2$ га тенг бўлса, сиқувчи куч P нинг қиймати топилсин.

$$\text{Жавоби: } P = 102,40\text{ кн.}$$

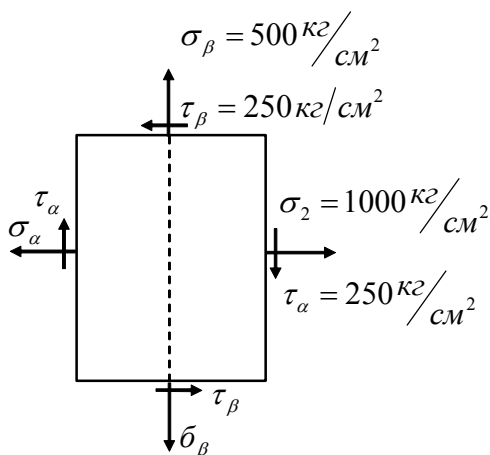
3.6. Шаклда кўрсатилгандек кучланишлар таъсиридаги элементдаги бош кучланишлар қиймати ва бош юзалар йўналиши аниқлансин.

Жавоби:

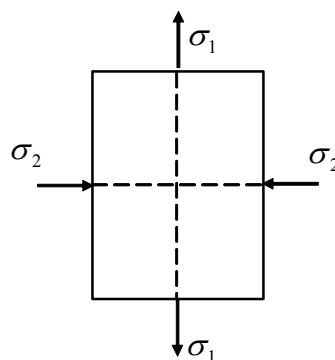
$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = 1103,5\text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{\min} = 396,5\text{ кг/см}^2$$

$$\alpha_1 = -22,5^\circ; \quad \alpha_2 = 67,5^\circ$$



3.6-мисол учун



3.7-мисол учун

3.7. σ_1 ва σ_2 кучланишлар йўналиши бўйича нисбий деформациялар $\varepsilon_1 = 0,00565$ бўлса, шу кучланишлар қиймати аниқлансин, $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$ ва $\mu = 0,3$ деб олинсин.

Жавоби: $\sigma_1 = 1373,6 \text{ кгс/см}^2$; $\sigma_2 = -1087,9 \text{ кгс/см}^2$

3.8. Пулатдан ясалган кубнинг томонларига σ_1, σ_2 кучланишлар таъсир этади. Нисбий деформация $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ларни топинг.

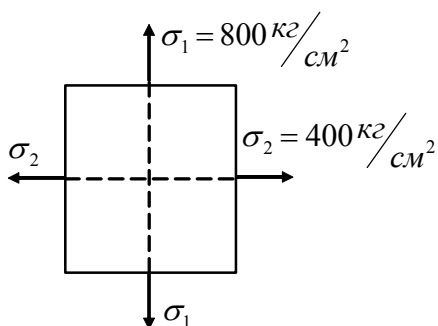
Жавоби: $\varepsilon_1 = 0,00034$; $\varepsilon_2 = 0,00008$

3.9. σ_1, σ_2 чўзувчи кучланишларнинг қандай нисбатида, нисбий деформация $\varepsilon_1 = 0$ бўлади.

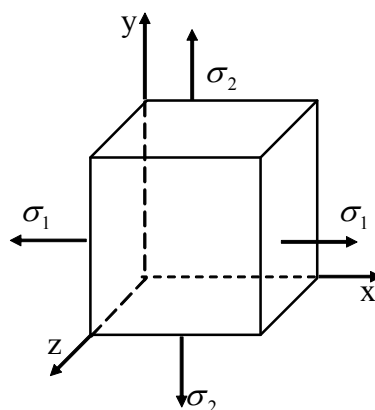
Жавоби: $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \mu$.

3.10. Бош σ_1 ва σ_3 кучланишлар таъсирида бўлган элементнинг нормали σ_1 бош кучланиш йўналиши билан $\alpha = 60^\circ$ бурчак ҳосил қилган қия юзидаги нормал, уринма ва тўла кучланишлар топилсин.

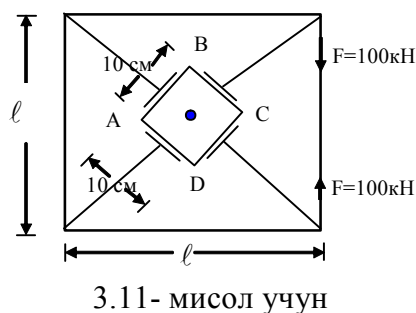
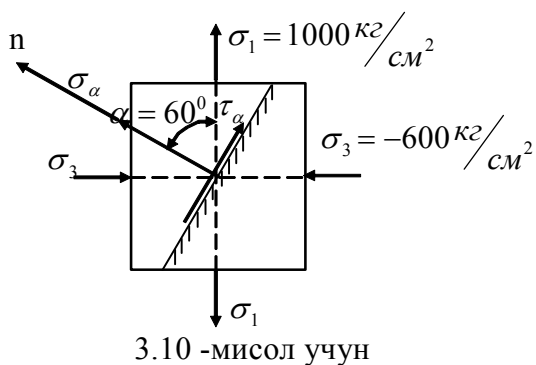
Жавоби: $\sigma_\alpha = -200 \text{ кгс/см}^2$; $\tau_\alpha = 692,8 \text{ кгс/см}^2$; $P_\alpha = 721,1 \text{ кгс/см}^2$



3.8-мисол учун



3.9- мисол учун



3.11. Шаклда кўрсатилгандек ABCD куб ($10 \times 10 \times 10 \text{ см}^3$) текис ёйилган куч билан сиқилаяпти. Агар $E = 0,4 \cdot 10^6 \frac{\text{Kz}}{\text{см}^2}$; $\mu = 0,3$ бўлса, куб ҳажмининг ўзгариши аниқлансин.

Жавоби: $Q = -0,00028$

3.12. Ҳажмий кучланиш ҳолатидаги пўлат кубнинг ҳажмнинг нисбий ўзгаришини, тўла солиштирма потенциал энергияси (тўла, ҳажмий ва шакл) топилсин. $E = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{Kz}}{\text{см}^2}$; $\mu = 0,3$ деб олинсин.

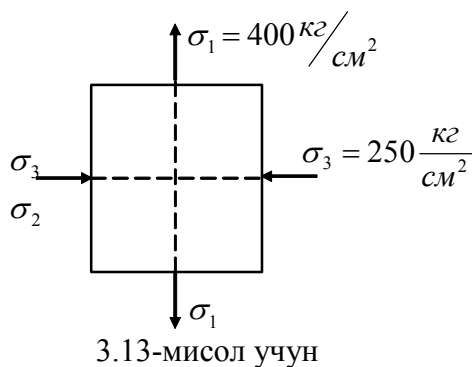
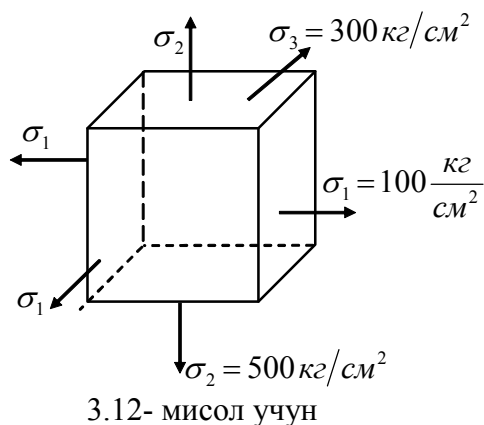
Жавоби:

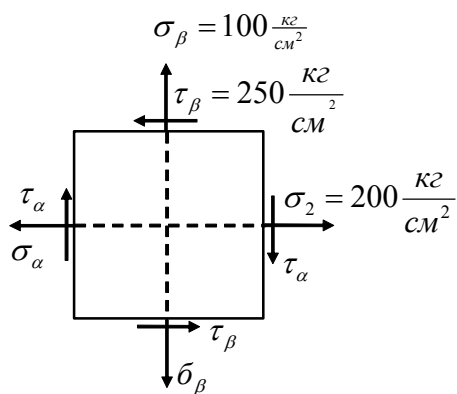
$$\Theta = 0,00024; u = 0,3275 \frac{\text{Kzcm}}{\text{см}^3}; u_x = 0,048 \frac{\text{Kzcm}}{\text{см}^3}; u_u = 0,2795 \frac{\text{Kzcm}}{\text{см}^3}$$

3.13. Текис кучланиш ҳолатидаги куб учун ҳажмнинг нисбий ўзгариши ва деформациянинг солиштирма потенциал энергияси (тўла ҳажмнинг ва шаклнинг ўзгариши) топилсин.

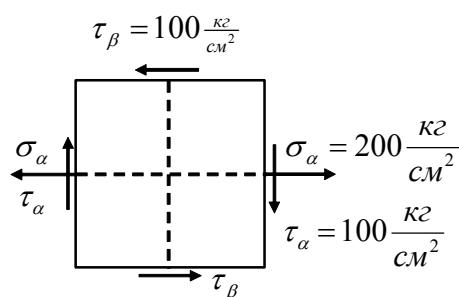
Жавоби: $\Theta = 0,00003$; $u = 0,07062 \frac{\text{Kzcm}}{\text{см}^3}$

$$u_x = 0,00075 \frac{\text{Kzcm}}{\text{см}^3}; u_u = 0,06987 \frac{\text{Kzcm}}{\text{см}^3}$$





3.14 -мисол учун



3.15-мисол учун

3.14. Шаклда кўрсатилган кучланиш ҳолатидаги куб учун ҳажмнинг нисбий ўзгариши ва деформациянинг солиштирма потенциал энергияси (тўла, ҳажм ва шакл ўзгариши) ҳисоблансин.

Жавоби: $\Theta = 0,00006$; $u = 0,0111 \text{ кгссм}/\text{см}^3$;
 $u_x = 0,003 \text{ кгссм}/\text{см}^3$; $u_u = 0,0081 \text{ кгссм}/\text{см}^3$

3.15. Шаклдаги кучланиш ҳолати учун Θ, u, u_x, u_u лар ҳисоблансин.

Жавоби: $\Theta = -0,00004$; $u = 0,0165 \text{ кгссм}/\text{см}^3$
 $u_x = 0,0013 \text{ кгссм}/\text{см}^3$; $u_u = 0,0152 \text{ кгссм}/\text{см}^3$

3.20. Қия юзадаги нормал кучланиш $\sigma = 840 \text{ кгс}/\text{см}^2$, уринма кучланиш $\tau = 280 \text{ кгс}/\text{см}^2$ бўлса, бу юза нормали чўзувчи куч йўналиши билан қандай α бурчак ҳосил қилади ва кўндаланг кесимдаги σ_0 кучланиш нимага тенг бўлади.

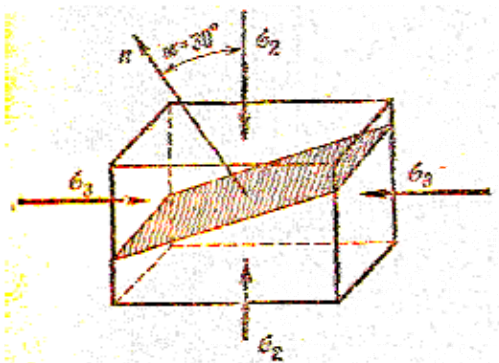
Жавоби: $\alpha = \arctg \frac{1}{3}$; $\sigma_0 = \frac{\sigma}{\cos^2 \alpha} = 911 \text{ кгс}/\text{см}^2$.

3.21. Шаклда кўрсатилган элементар параллелопипеднинг томонларига $\sigma_2 = -500 \text{ кгс}/\text{см}^2$, $\sigma_3 = -800 \text{ кгс}/\text{см}^2$; $\tau_\alpha = -130 \text{ кгс}/\text{см}^2$ бош кучланишлар таъсир этади. Берилган қия юзада ҳосил бўладиган нормал ва уринма кучланишлар аниқлансин..

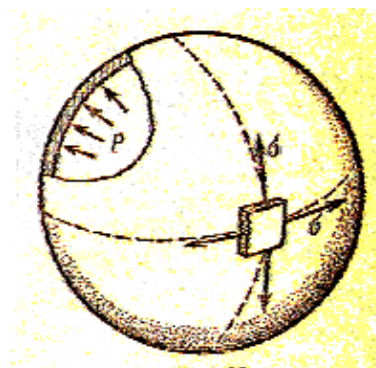
Жавоби: $\sigma_\alpha = -575 \text{ кгс}/\text{см}^2$; $\tau_\alpha = -130 \text{ кгс}/\text{см}^2$.

3.22. Шаклда кўрсатилгандек, босим остидаги сферик идиш деворидан ажратилган тўғри бурчакли элемент ўзаро тик йўналган ва тенг σ кучланишлар билан чўзилаяпти. Бу кучланишларнинг бири билан нормали α бурчак ҳосил қилувчи юзадаги нормал ва уринма кучланишлар топилсин.

Жавоби: $\sigma_\alpha = \sigma$; $\tau_\alpha = 0$



3.21-мисол учун.



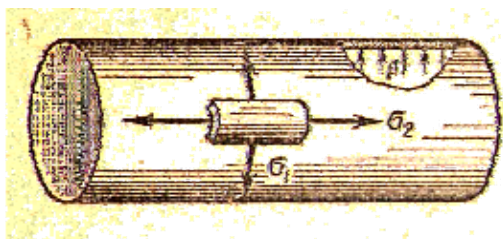
3.22-мисол учун.

3.23. Шаклда кўрсатилгандек, цилинрик қозоннинг деворидан ажратилган тўғри бурчакли элементнинг томонларига $\sigma_1 = 1000 \text{ кг/см}^2$, $\sigma_2 = 500 \text{ кг/см}^2$ бош кучланишлар таъсир этади. Нормали σ_1 кучланиш йўналиши билан $\alpha = 20^\circ$ бурчак ташкил қилувчи юзада ҳосил бўладиган нормал ва уринма кучланишлар топилсин.

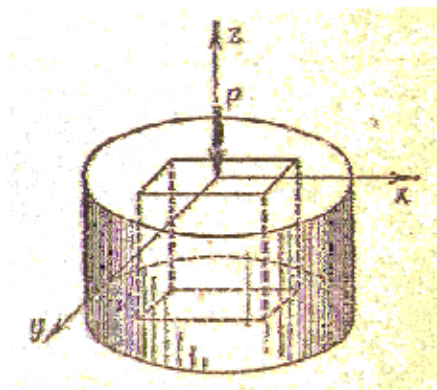
Жавоби: $\sigma_\alpha = 942 \text{ кг/см}^2$; $\tau_\alpha = -161 \text{ кг/см}^2$.

3.24. Ўлчамлари $5 \times 5 \times 5 \text{ см}$ бўлган винипласт кубик шаклда кўрсатилгандек пўлат массивга жипс қилиб қўйилган ва $P = 12 \text{ кН}$ куч билан сиқилади. Массивни абсолют қаттиқ ва $\mu = 0,35$ деб ҳисоблаб кубдаги бош кучланиш топилсин.

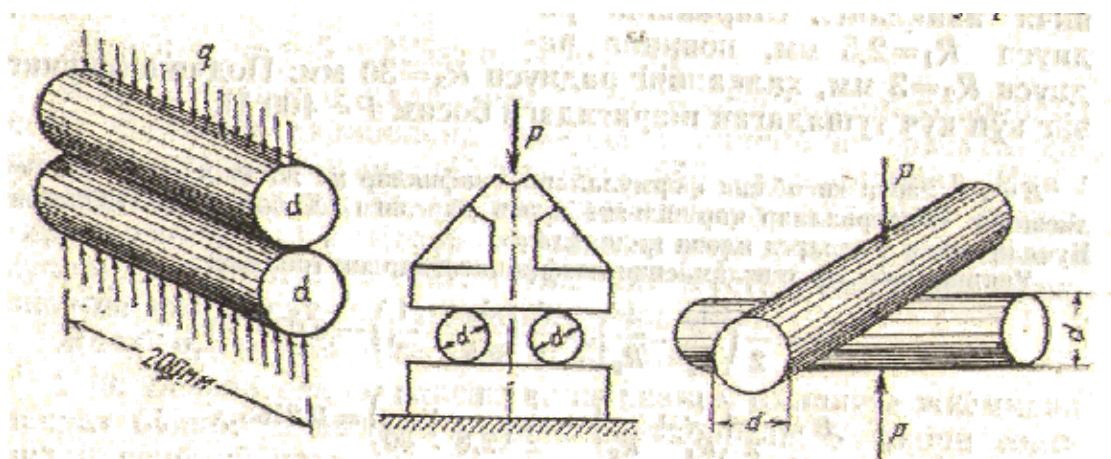
Жавоби: $\sigma_x = \sigma_y = -26 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_z = -48 \text{ кг/см}^2$.



3.23-мисол учун.



3.24-мисол учун.



3.26-мисол учун.

3.27-мисол учун.

3.28.-мисол учун.

3.25. Бринель прессида текширилаётган текис пўлат деталга диаметри 1 см ли пўлат шарикни ботирганда деталдаги пластик деформациялар кантакт кучланиш энг катта қийматга етганда, яъни $\sigma_{\max a} = 10000 \text{ кг/см}^2$ бўлганда бошланади. Шу пайтда шарикка тушадиган куч қиймати аниқлансин.

Жавоби: 100 кг.

3.26. Шаклда кўрсатилган иккита бир хил пўлат цилиндр орқали интенсивлиги 5 кН/м бўлган текис тақсимланган куч узатилади. Агар тегиб туриш юзаси бўйича энг катта кучланиш 10000 кг/см² дан ошмаслиги лозим бўлса, цилиндрларнинг зарурий диаметри аниқлансин.

Жавоби: 7 см.

3.27. Шаклда кўсатилгандек пўлат плитада ётган диаметри $d = 10 \text{ см}$ ва узинлиги $\ell = 90 \text{ см}$ бўлган иккита пўлат цилиндрлик катокли кўприксимон ферманинг шарнирли-қўзғалувчан таянчига тушаётган энг катта рухсат этиладиган босим P топилсин. Катокларнинг таянч сиртларидаги энг катта рухсат этилган кучланиш 11000 кг/см² га тенг.

Жавоби: 3110 кН.

3.28. Шаклда кўрсатилганидек $P = 10 \text{ кН}$ куч билан юкланган бир хил диаметрли пўлат цилиндрлар бир-бирига тўғри бурчак остида тегиб турибди. Цилиндрларнинг зарурий минимал диаметри аниқлансин. Тегиб турган сиртидаги энг катта рухсат этилган кучланиш қиймати 12000 кг/см² га тенг.

Жавоби: 23,2 см.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ..

1. Мураккаб кучланиш ҳолатининг қандай турлари бор?
2. Стержень қия кесимидаги нормал кучланишни ёзинг?
3. Қия кесимдаги уринма кучланиш қандай формула билан топилади?
4. Бош юза деб қандай юзаларга айтилади?
5. Бош кучланишлар деб қандай кучланишларга айтилади?
6. Бош кучланишларда уринма кучланишлар бўладими?
7. Қандай ҳолатга текис кучланиш ҳолати дейилади?
8. Текис кучланиш ҳолатидаги энг катта кучланишларни ёзинг?
9. Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунини таърифланг?
10. Бош юзаларнинг йўналиши қайси формуладан топилади?
11. Ҳажмий кучланиш ҳолатида нечта кучланиш таъсир этади?
12. Умумлашган Гук қонунини ёзинг?
13. Ҳажмнинг нисбий ўзгариши қандай топилади?
14. Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси қандай бўлади?
15. Ўзаро икки тик юзадаги нормал кучланишларнинг йиғиндиси нимага тенг?

IV – БОБ СИЛЖИШ.

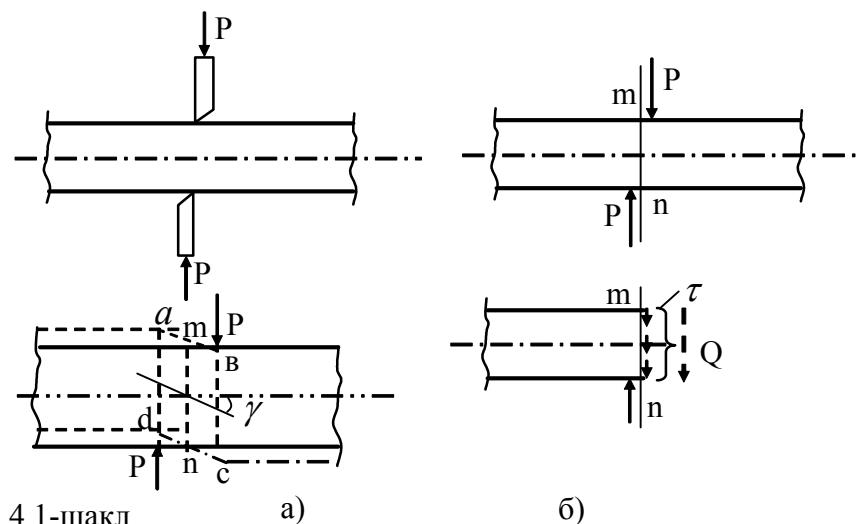
4.1.-§ УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР. СОФ СИЛЖИШ. ГУК ҚОНУНИ.

Юқорида, III-бобда стерженларнинг қия кесимларидаги кучланишларни, текширганимизда, уларда нормал кучланиш билан бирга, уринма кучланишлар ҳам ҳосил бўлишини кўрган эдик.

Кўпгина ҳолларда, конструкция элементларига қўйилган кучлар, уларнинг алоҳида қисмларини бир - бирига нисбатан силжитиб, натижада уларни ишдан чиқаради. Силжишга қаршилик кўрсатувчи конструкция элементларини мустаҳкамликка ёки бикрликка ҳисоблашдан олдин, унда силжиш деформацияси натижасида ҳосил бўладиган уринма кучланишни аниқлаш лозимдир.

Конструкция элементининг исталган кўндаланг кесимида фақат уринма кучланиш таъсиридан ҳосил бўладиган деформациянинг турига силжиш деформацияси дейилади. Силжиш деформациясини, масалан, қайчи ёрдамида юпқа туникаларни ёки чивикларни қирқишда кўриш мумкин (4.1-шакл,а).

Фараз қилайлик, кўндаланг кесим юзаси F га тенг бўлган ингичка стержень, ўқиға тик равишда бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган иккита P куч таъсирида бўлсин. Бу кучларнинг таъсир чизиқлари бир-бирига жуда яқин бўлиб параллел йўналган. Кўндаланг Q кучни топиш учун кесиш усулидан фойдаланамиз (4.1-шакл,б).



Кўндаланг кесимда уринма кучланишлар текис тақсимланган деб ҳисоблаб, унинг тенг таъсир этувчисини, стерженнинг қолдирилган қисмининг мувозанат шартидан аниқлаймиз :

$$\sum z = P - Q = 0; \quad Q = P. \quad (4.1).$$

Q силжишда кўндаланг кесимга таъсир этадиган уринма кучланишларнинг тенг таъсир этувчисидир.

Бу уринма кучланишларни кўндаланг кесим юзаси бўйича текис тақсимланган деб ҳисоблаб ва τ билан белгилаб уни қуйидаги формула билан аниқлаймиз :

$$\tau = \frac{Q}{F} = \frac{P}{F}. \quad (4.2)$$

Силжиш деформацияси, жисм материалынинг эластиклик чегарасигача, 4.1-шакл, в да пунктрили чизиқ билан кўрсатилганидек, $abcd$ элементнинг қийшайиши билан тасвирланади, бу кенгайиш бурчагини γ билан белгилаймиз ва у силжиш бурчаги дейилади.

Агар элементни ажратиб олиб, 4.2-шаклда кўрсатилгандек пастки қисмини қўзғалмас қилиб маҳкамлаб, юқори қисмига силжитувчи куч қўйсак, da томони cb га нисбатан бирор $dd_1 = \delta$ миқдорга силжийди ва у абсалют силжиш деб аталади.

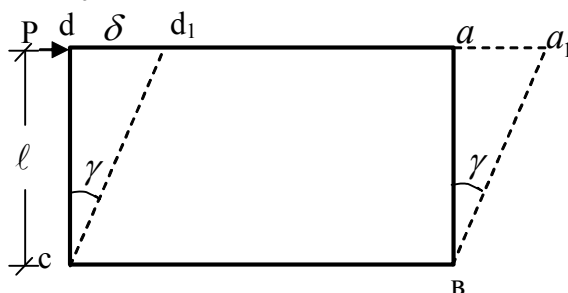
4.2-шаклдан dd_1 нинг dc га нисбати нисбий силжиш дейилади. Агар $dc = ab = h$ бўлса, ва жуда кичик деформацияни текшираётганимизни эътиборга олсак, нисбий силжиш қуйидагича ёзилади :

$$\frac{dd_1}{dc} = \frac{\delta}{h} = \tan \gamma \approx \gamma \quad (4.3).$$

Ўтказилган тажрибаларга ва назарий мулоҳазаларга асосланиб, эластиклик деформациясида уринма кучланиш τ билан ва унга мос келадиган нисбий силжиш орасида тўғри пропорционаллик мавжудлигини қабул қиламиз :

$$\tau = G \gamma \quad (4.4).$$

Бу ифодага соф силжишдаги Гук қонуни дейилади. Бу формуладаги G - силжишдаги эластиклик модули ёки иккинчи тартибли эластиклик модули деб аталади.



4.2-шакл

(4.2) формуладан τ қийматни (4.4) формулага қўйиб, нисбий бурчагини қуйидаги кўринишда ёзамиз :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{P}{GF} , \quad (4.5).$$

бу ердаги GF - кўпайтма силжишдаги бикрлик деб аталади.

Энди соф силжишда деформацияни аниқлаймиз. 4.3-шаклда кўрсатилган $ABCD$ элементнинг томонларига $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$ бош нормал кучланишлар ва бу элементнинг томонлари билан 45° бурчак ҳосил қилувчи $abcd$ элементнинг томонларига фақат уринма кучланиш таъсир қилаётган бўлсин. Бизга маълумки, бош юзалар билан 45° бурчак ҳосил қилувчи юзаларда энг катта уринма кучланишлар таъсир қилади. (3.5) ва (3.6) формулалардан фойдаланиб, $abcd$ элементнинг томонларига фақат уринма кучланишлар таъсир этишига ишонч ҳосил қиламиз :

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha = \sigma \cos^2 45^\circ - \sigma \sin^2 45^\circ = 0 ;$$

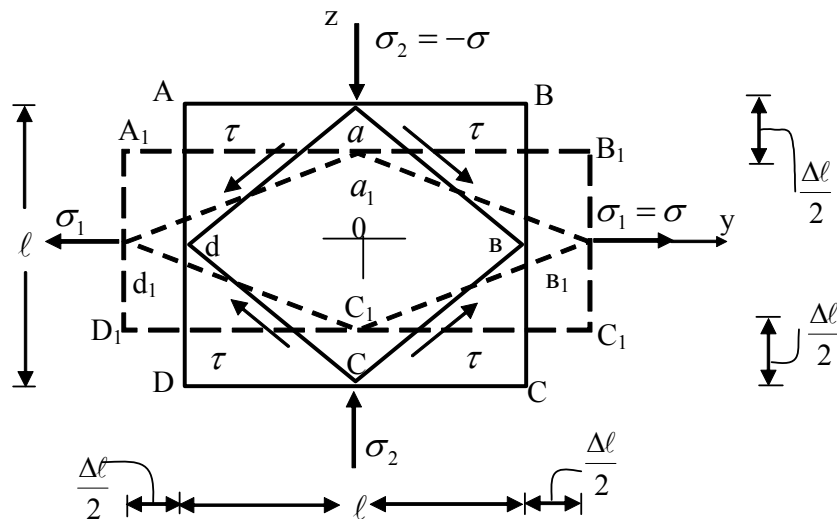
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha = \frac{\sigma - (-\sigma)}{2} \sin 90^\circ = 0 .$$

$$\text{Демак,} \quad \sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma = \tau_\alpha = \tau \quad (4.6)$$

бўлар экан.

Бош нормал σ_1 ва σ_2 кучланишлар таъсири натижасида $ABCD$ элемент $A_1B_1C_1D_1$ кўринишни олади ва (3.19) формулага асосан унинг Oy ва Oz ўқи йўналиши бўйича нисбий деформацияси қуйидагича бўлади :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu \sigma_2) = \frac{\sigma}{E}(1 + \mu) = \frac{\tau}{E}(1 + \mu) ; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}(\sigma_2 - \mu \sigma_1) = -\frac{\sigma}{E}(1 + \mu) = -\frac{\tau}{E}(1 + \mu) . \end{aligned} \quad (4.7).$$



4.3-шакл

Бу элементнинг AB, DC томонлари бош кучланишлар таъсиридан чўзилади ва AD, BC томонлари эса сиқилади. Бу томонларнинг абсолют чўзилиши ёки сиқилиши бир-бирига абсолют миқдори жиҳатидан тенг бўлади :

$$\Delta \ell = \varepsilon_1 \ell = |\varepsilon_2 \ell| .$$

$abcd$ элемент силжиши натижасида $a_1 b_1 c_1 d_1$ ромб шаклига айланади. Бошланғич dab тўғри бурчак $d_1 a_1 b_1$ ўтмас бурчакка айланади ва бу бурчакларнинг айирмаси силжиш бурчагини ифодалайди :

$$\angle d_1 a_1 b_1 - \frac{\pi}{2} = \gamma ,$$

ёки

$$\angle d_1 a_1 o = \frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}$$

Бу бурчакнинг тангенсини 4.3-шаклдан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$tq\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{d_1 o}{o a_1} = \frac{\frac{\ell}{2} + \frac{\Delta \ell}{2}}{\frac{\ell}{2} - \frac{\Delta \ell}{2}} = \frac{1 + \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_1}$$

Икки аргумент йиғиндиси тангенс формуласидан, бурчакнинг жуда кичиклигини, яъни $tq \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$ ни эътиборга олсак, у қуйидагича бўлади :

$$tq\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{tq \frac{\pi}{4} + tq \frac{\gamma}{2}}{1 - tq \frac{\pi}{4} - tq \frac{\gamma}{2}} \approx \frac{1 + \frac{\gamma}{2}}{1 - \frac{\gamma}{2}} = 1 - \gamma ,$$

демак,

$$1 + 2 \varepsilon_1 = 1 - \gamma \quad \text{бундан} \quad \gamma = 2 \varepsilon_1 . \quad (4.8)$$

келиб чиқади.

(4.8) формуладан кўринадики, нисбий силжиш сон жиҳатидан олганда, нисбий чўзилишдан икки марта катта бўлар экан.

(4.7) формуладан ε_1 нинг қийматини (4.8) формулага қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\gamma = \tau \frac{2(1 + \mu)}{E}$$

Бу формулага қуйидаги боғланишни

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} , \quad (4.9).$$

киритсак у қуйидаги кўринишни олади :

$$\gamma = \frac{\tau}{G} . \quad (4.10).$$

(4.9) формула материалнинг учта эластик хоссаларини характерловчи E, G ва μ ўзгармас қийматлар орасидаги математик боғланишни ифодалайди. Улардан чўзилиш ёки сиқилишдаги эластиклик модули E ни ва Пуассон коэффиценти μ ни тажриба йўли билан аниқлаб, силжишдаги эластиклик модули G ни (4.9) формуладан топиш мумкин. Масалан, ст.3 маркали пўлат учун $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\mu = 0,25$ га тенг бўлганлиги учун (4.9) формуладан G ни топамиз :

$$G = \frac{2 \cdot 10^5}{2(1 + 0,25)} = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа} .$$

Силжиш модулининг бу қиймати, тажриба йўли билан топилган қийматга мос келади.

Баъзи материаллар учун G нинг ўртача қиймати 4.1-жадвалда берилган.

		4.1-жадвал.
Т ар. рақами	Материаллар	G (МПа)
1	Алюминий	$2,6 \cdot 10^4$
2	Мис	$(4,0 \div 4,9) \cdot 10^4$
3	Пўлат	$8,1 \cdot 10^4$
4	Ёғоч (толалари бўйича)	$0,55 \cdot 10^4$
5	Чўян	$4,5 \cdot 10^4$
6	Бронза	$4,2 \cdot 10^4$
7	Латун	$3,6 \cdot 10^4$
8	Шиша	$2,2 \cdot 10^4$

$\sigma_1 = \sigma$; $\sigma_2 = -\sigma$ ва $\sigma_3 = 0$ бўлганда (3.24) формулага асосан,

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma - \sigma + 0) = 0 .$$

Шундай қилиб, соф силжишда ҳажм ўзгармас бўлар экан.

МИСОЛЛАР.

4.1-мисол.

4.4-шаклда кўрсатилганидек пўлатдан ясалган кубнинг томонларига $\tau = 1000 \text{ кг/см}^2$ га тенг бўлган уринма кучланиш таъсир этади. Пуассон коэффициентини $\mu = 0,3$ га тенг деб олиб, кубнинг нисбий силжиш бурчаги аниқлансин.

Ечиш: (4.9) формуладан фойдаланиб, силжишдаги эластиклик модулини топамиз:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = \frac{2 \cdot 10^6}{2(1 + 0,3)} = 0,769 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2.$$

(4.10) формуладан, яъни силжишдаги Гук қонунидан фойдаланиб, нисбий силжишни аниқлаймиз:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{1000}{0,769 \cdot 10^6} = 0,0013.$$

Куб диагоналининг нисбий чўзилиши билан нисбий силжиш бурчаги орасидаги боғланишни қуйидаги формуладан аниқлаймиз:

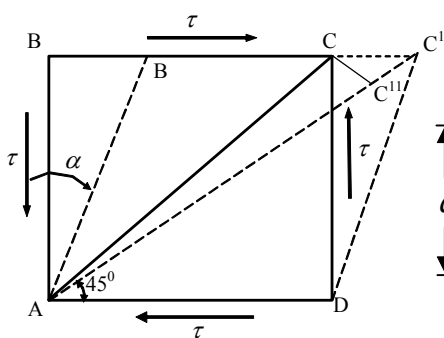
$$\varepsilon = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,0013}{2} = 0,00065.$$

4.2-§ СИЛЖИШДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ.

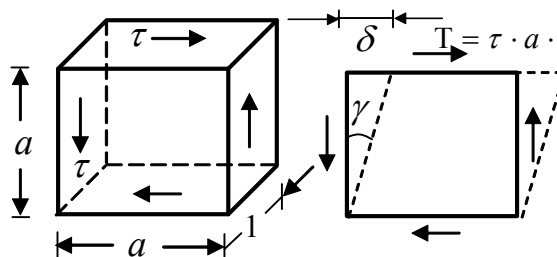
Соф силжиш ҳолатидаги элемент, юқорисига қўйилган T уринма куч таъсиридан деформацияланганда, бу куч δ кўчишда иш бажаради (4.5-шакл).

Агар бу силжиш Гук қонуни чегарасида бўлса, у уринма T кучга пропорционал бўлади ва унинг иши W ва микдор жиҳатиданг унга тенг бўлган силжиш потенциал энергияси U қуйидагича аниқланади (штрихланган қисмининг юзаси сифатида ҳисобланади 4.4-шакл,в) :

$$W = U = T \delta / 2 ,$$

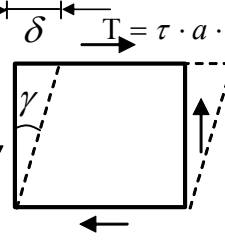


4.4-шакл

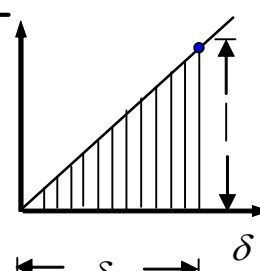


4.5-шакл

а)



б)



в)

ёки буни

$T = \tau \cdot a \cdot 1$ ва $\gamma \cdot a = \delta$ эканлигини эътиборга олиб, қуйидагича ёзамиз :

$$U = \tau \gamma a^2 / 2$$

Силжиш деформациясининг солиштирма потенциал энергияси қуйидагича бўлади :

$$u = \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \tau \gamma, \quad (4.11).$$

бу ерда $V = a^2 \cdot 1$ бўлиб элемент ҳажмини ифодалайди. (4.10) формулани эътиборга олиб (4.11) формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз :

$$u = \frac{\tau^2}{2G}, \quad (4.12).$$

агар (4.4) формуладан, яъни соф силжишдаги Гук қонунидан τ нинг қийматини бунга қўйсак u нинг қиймати қуйидагича бўлади :

$$u = \frac{1}{2} G \gamma^2 \quad (4.13).$$

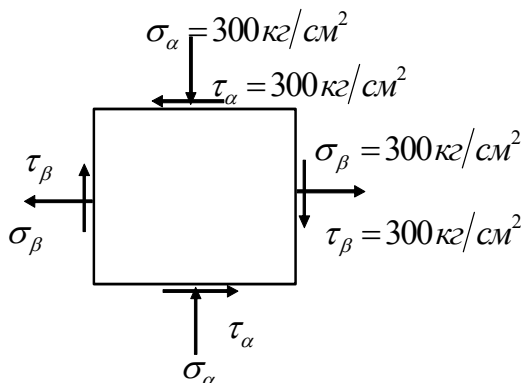
(4.12) ва (4.13) формулалардан кўринадикки, силжишдаги деформациянинг солиштирма потенциал энергияси уринма кучланишнинг ёки нисбий деформациянинг квадрат функцияси бўлар экан.

МИСОЛЛАР.

4.2-мисол.

Соф силжиш ҳолатидаги материали пўлатдан бўлган параллелепипед томонларининг нисбий силжиш бурчаги ва солиштирма потенциал энергияси топилсин (4.6-шакл)

Ечиш: Параллелепипеднинг материали пўлатдан бўлганлиги учун чўзилишдаги эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, Пуассон коэффиценти $\mu = 0,25$ га тенг бўлганда силжишдаги эластиклик G модулини ҳисоблаймиз.



4.6-шакл

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{2 \cdot 10^6}{2(1+0,25)} = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$$

Силжишдаги Гук қонунидан фойдаланиб нисбий силжиш бурчагини топамиз:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{300}{8 \cdot 10^5} = 3,75 \cdot 10^{-4}$$

Солиштира потенциал энергияни ҳисоблаймиз.

$$u = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{(300)^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^5} = 0,05625 \text{ кг/см}^2$$

4.3-§ СИЛЖИШГА ИШЛАЙДИГАН БИРИКМАЛАРНИНГ АМАЛИЙ ҲИСОБИ.

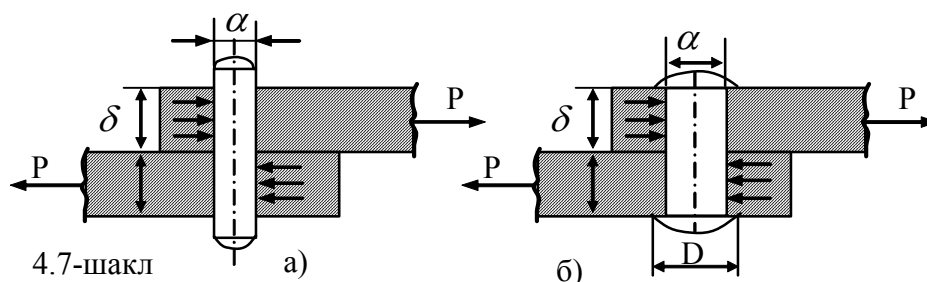
Амалда силжиш деформациясига ишлайдиган бирикмалар жуда кўп учрайди, бўларга энг оддий мисол қилиб, парчин михли (ёки болтли) ва пайванд бирикмаларни олиш мумкин.

Парчин михли бирикмалар кўпинча кесилиш ёки ёрилиш каби деформациялар тарзида намоён бўлади ва икки элементни бир-бирига бириктирувчи болт материалларида ҳосил бўлади.

Парчин мих, болт ва ҳақозалар, кўпинча ўз ўкига тик йўналган куч таъсирида бўлиб, бундай кучлар кесувчи кучлар деб аталади.

Иншоот ва машина элементларини бир-бирига бириктирувчи деталлар, масалан, парчин мих, болт ва ҳақозаларда ташқи кучлар кўпинча, деталь кўндаланг кесим юзаларига нисбатан параллел йўналган бўлади (4.7-шакл).

Бу деталларнинг амалий ҳисоби жуда ҳам шартли бўлиб, қуйидаги чекланишларга асосланади:



4.7-шакл

а) Бундай деталларнинг кўндаланг кесимларида кесувчи куч таъсиридан ҳосил бўладиган уринма кучланишлар кесим юзи бўйича текис тақсимланган деб қаралади.

б) Икки элементни бириктиришда бир хил деталдан, масалан, болтдан бир нечта қўйилган бўлса, уларнинг ҳаммаси баравар юкланган деб қаралади..

4.8-шаклда кўрсатилган парчин михли бирикманинг пастки қисми учун мувозанат тенгламасини ёзамиз:

$$\sum X = 0; P = \tau_{\text{кес}} n F = 0; \tau_{\text{кес}} = \frac{P}{n F}$$

Парчин михнинг кесилишга хавф-хатарсиз қаршилик кўрсатиш тенгламаси, яъни мустаҳкамлик шарти қуйидагича бўлади:

$$\tau = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau], \quad (4.14)$$

бунда

n - парчин михлар сони,

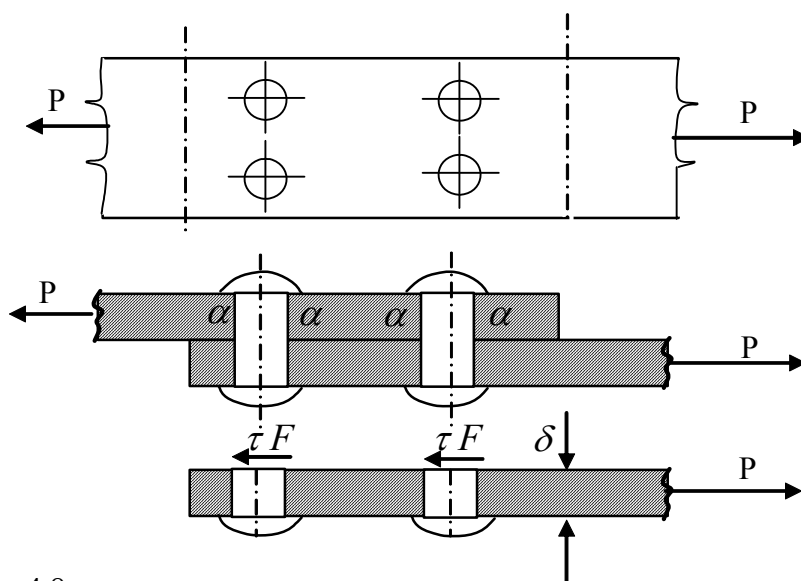
$F = \frac{\pi d^2}{4}$ - парчин михнинг кўндаланг кесим юзи,

d - парчин михнинг диаметри,

$[\tau]$ - парчин мих материали учун рухсат этилган уринма

кучланиш.

Лист тешигининг девори билан парчин мих ёпишган сиртда сиқувчи куч таъсиридан ҳосил бўлган кучланиш эзувчи кучланиш дейилади ва у $\sigma_{\text{эз}}$ билан белгиланади.



4.8-шакл.

Парчин мих стерженни эзишга ҳисоблашда шартли эзувчи куч деталларнинг ёпишган сирти бўйлаб текис тақсимланган деб фараз қилинади ва эзилишнинг мустаҳкамлик шарти бундай ёзилади:

$$\sigma_{\text{эз}} = \frac{P}{n F_{\text{эз}}} \leq [\sigma_{\text{эз}}], \quad (4.15)$$

бунда $F_{\text{эз}}$ эзилишга ҳисобланадиган сиртнинг юзи,
 $[\sigma_{\text{эз}}]$ -эзилиш учун рухсат этилган кучланиш.

Одатда, $[\sigma_{\text{эз}}]$ оддий чўзилиш учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma]$ га нисбатан қуйидагича олинади:

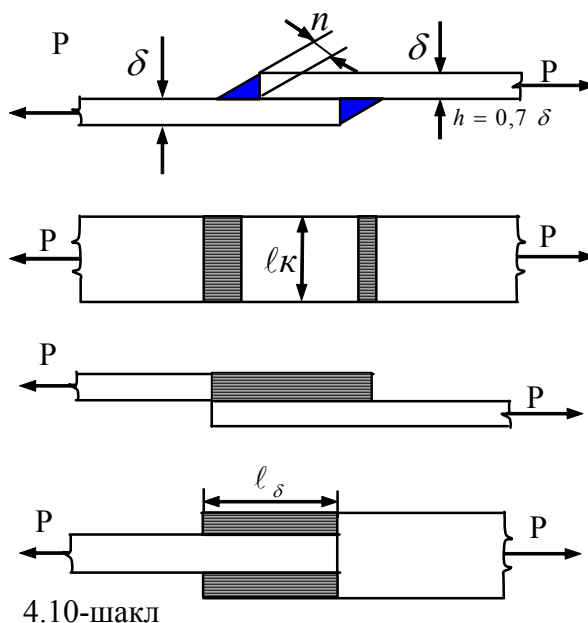
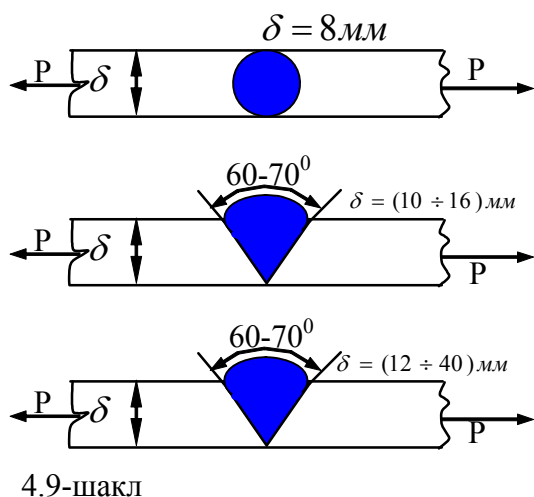
$$[\sigma_{\text{эз}}] = (2,0 \div 2,5)[\sigma]$$

Кейинги вақтларда пайвандлаш технологияси шу қадар такомиллашдики, у кўпдан-кўп конструкцияларда парчин мих ўрнига ишлатиладиган бўлди. Пайванд чокнинг парчин михли бирикмадан афзаллиги шундаки, пайвандланган элементнинг кўндаланг кесим юзасидан тўла фойдаланилади, элементнинг оғирлиги камаяди, чоклари зич бўлиб, суюқлик ва газларни ўтказмайдиган бўлиб қолади ва конструкция соддалашади, ҳамда технология процесси арзонлашади.

Пайвандлашнинг асосан икки усули бор: учма-уч ва устма-уст пайвандлаш. Учма-уч пайвандлаш энг осон ва ишончли бўлганлиги учун бу усул кўп қўлланилади (4.9-шакл).

Чоклар асосан, кўндаланг ва бўйлама бўлиши мумкин. Учма-уч пайвандланган кўндаланг чокнинг чўзилиш ёки сиқилишга қаршилик кўрсатишдаги мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = \frac{P}{\ell \delta} \leq [\sigma], \quad (4.16)$$



бунда ℓ - чокнинг ҳисоблашдаги узунлиги;

δ - пайвандланадиган элементнинг қалинлиги.

$[\sigma_s]$ - электр пайвандлаш учун рухсат этилган кучланиш.

Листларни пайвандлашнинг иккинчи усули устма-уст қўйиб пайвандлаш бўлиб, унда листлар валиксимон чок билан пайвандланади (4.10-шакл). Валиксимон чокнинг мустаҳкамлик шартини ёзишда унинг кесим юзаси $F = \ell \cdot h$ қилиб олинади, узунлиги билан баландлиги эса қуйидагича олинади:

$$\ell = b - 10 \text{ мм}; h = \delta \cdot \cos 45^\circ \cong 0,7\delta.$$

Листларни устма-уст қўйиб пайвандлашдаги чокнинг мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\tau = \frac{P}{0,7d\delta} \leq [\tau_s], \quad (4.17)$$

Бунда $[\tau_s]$ - электр пайванд чокнинг кесилишига рухсат этилган кучланиш.

Пайвандлаш 4.10-шаклда кўрсатилгандек бажарилса, зўриқиш кучига иккита чок қаршилик кўрсатгани учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича бўлади:

$$\tau = \frac{P}{1,4d\delta} \leq [\tau_s] \quad (4.18)$$

МИСОЛЛАР.

4.3-мисол.

4.11-шаклда кўрсатилгандек иккита пўлат лист учма-уч қўйилиб, иккита уст қуйма орасига олиб парчин михлар ёрдамида бириктирилган. Парчин михнинг деаметри $d=20\text{мм}$, листнинг қалинлиги $\delta=12\text{мм}$ ва эни $b=160\text{мм}$. Уст қуймаларининг қалинлиги $\delta_1=8\text{мм}$ ва эни $b=160\text{мм}$. Чўзувчи куч $P=100\text{кН}$ топилсин

Ечиш. Бирикманинг ҳар томонида тўртта парчин мих бўлиб, ҳар бир парчин мих P/n куч билан икки текислик бўйича кесилади. Парчин михдаги кесилиш кучланишини топамиз:

$$\tau_{\text{кес}} = \frac{P}{knF} = \frac{100 \cdot 10^2}{2 \cdot 4 \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{100 \cdot 10^2}{2 \cdot 3.14 \cdot 2^2} = 398,1 \text{ кЭ/см}^2 \approx 400 \text{ кЭ/см}^2$$

Бириктирилган листлардаги кучланишни аниқлаймиз.

Бирикманинг 1-1 кесимидаги юзи битта парчин михнинг юзига заифлаштирилган, шунинг учун у қуйидагича бўлади:

$$F_{1-1} = \delta(b - d) = 1,2(16 - 2) = 16,8 \text{ см}^2$$

Бу кесимда чўзувчи кучланиш қуйидагича бўлади:

$$\sigma_{1-1} = \frac{P}{F_{1-1}} = \frac{100 \cdot 10^2}{16,8} = 595,2 \text{ кг/см}^2$$

Бирикманинг 2-2 кесимида $\frac{3}{4}P$ куч таъсир этади ва юзаси иккита парчин михи юзасига заифлашади:

$$F_{2-2} = \delta(b - 2d) = 1,2(16 - 2 \cdot 2) = 14,4 \text{ см}^2$$

$$\sigma_{2-2} = \frac{\frac{3}{4}P}{F_{2-2}} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 10^2}{4 \cdot 14,4} = 520,8 \text{ кг/см}^2$$

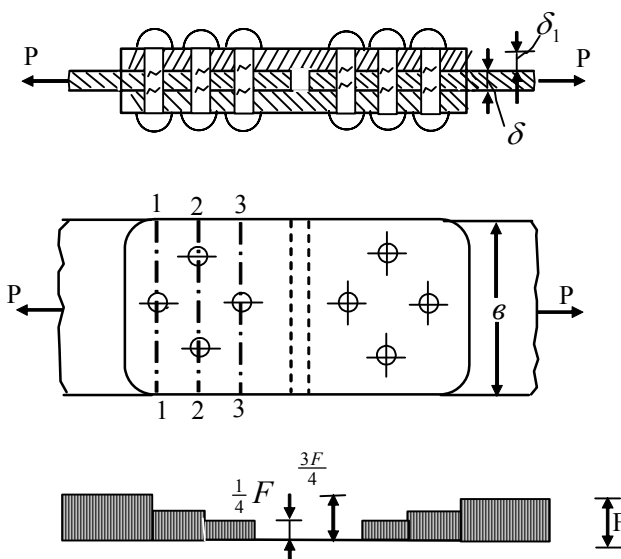
Бирикманинг 3-3 кесими эса битта парчин мих юзига заифлашади ва бу кесимда $\frac{1}{4}P$ куч таъсир этади.

$$F_{3-3} = \delta(b - d) = 1,2(16 - 2) = 16,8 \text{ см}^2,$$

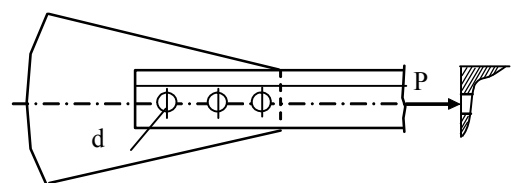
$$\sigma_{3-3} = \frac{\frac{1}{4}P}{F_{3-3}} = \frac{100 \cdot 10^2}{4 \cdot 16,8} = 148,8 \text{ кг/см}^2.$$

Битта парчин михнинг кесишидан $\frac{1}{4}P$ куч ҳосил бўлади, демак эзувчи кучланиш қуйидагича бўлади

$$\sigma_{\text{эз}} = \frac{\frac{1}{4}P}{F_{\text{эз}}} = \frac{100 \cdot 10^2}{4 \cdot 2,4} = 1041,67 \text{ кг/см}^2.$$



4.11-шакл



4.12-шакл

4.4-мисол.

4.12 -шаклда кўрсатилган ферма стерженининг кўндаланг кесим юзи танлансин ва парчин мих сони аниқлансин. Стержень materiali ст.3 пўлатдан бўлиб, чўзувчи доимий конструкциянинг ўз оғирлигидан $P_1 = 30 \text{ кН}$ ва вақтинчалик $P_2 = 75 \text{ кН}$ юкларни қабул қилади. Стержень қалинлиги $\delta = 6 \text{ мм}$ бўлган листга шаклидагидек бириктирилган.

Ечиш: Ҳисобий юк қуйидагича бўлади: $N = n_1 P_1 + n_2 P_2$

Ортикча юкланиш коэффиценти уз оғирлигидан $n_2 = 1,1$, вақтинчалик юкдан $n_2 = 1,4$ бўлади :

$$N = 1,1 \cdot 30 + 1,4 \cdot 75 = 138 \text{ кН}$$

Дастлабки кўндаланг кесим танлашда, парчин мих ҳисобидан заифлашганлиги учун унга 15% кўшамиз.

$$F_{\text{бр}} \geq \frac{1,15 N}{R} = 1,15 \frac{138 \cdot 10^2}{2100} = 7,56 \text{ см}^2$$

Сортамент жадвалидан $F = 8,15 \text{ см}^2$ кўндаланг кесим юзали $70 \times 70 \times 6$ бурчакликни танлаймиз. Парчин михнинг диаметрини $d = 22 \text{ мм}$ деб оламиз.

$$F_{\text{нет}} = F - \delta d = 8,15 - 0,6 \cdot 2,2 = 6,83 \text{ см}^2; F_{\text{нет}} \geq \frac{N}{R} = \frac{138 \cdot 10^2}{2100} = 6,57 \text{ см}^2$$

Булар орасида кўп фарқ йўқ.

Парчин михнинг кесилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб парчин мих сонини топамиз ($[\tau]_{\text{кес}} = 1600 \text{ кг/см}^2$)

$$n \geq \frac{N}{\kappa \frac{\pi d^2}{4} [\tau]_{\text{кес}}} = \frac{138 \cdot 10^2}{1 \cdot \frac{3,14 \cdot (2,2)^2}{4} \cdot 1600} = 2,27 \cong 3$$

Парчин михнинг эзилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, парчин мих сонини топамиз ($[\sigma]_{\text{эз}} = 3800 \text{ кг/см}^2$).

$$n \geq \frac{N}{F_{\text{эз}} [\sigma]_{\text{эз}}} = \frac{N}{\delta d [\sigma]_{\text{эз}}} = \frac{138 \cdot 10^2}{0,6 \cdot 2,2 \cdot 3800} = 2,75 \cong 3$$

Демак, парчин михларнинг сони $n = 3$ бўлар экан.

4.5-мисол.

4.13 -шаклда кўрсатилгандек иккита пўлат лист учма-уч, пайвандланган. Лист materiali учун ($[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$), чок учун ($[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$), бўлганда листнинг эни топилсин.

Ечиш: Чокнинг чўзилишга қаршилик кўрсата олиш шартидан унинг зурурий юзасини топамиз:

$$F_s \geq \frac{P}{[\sigma]} = \frac{14010^2}{1000} = 14 \text{ см}^2.$$

Чокнинг қалинлигини $\delta = 1,4 \text{ см}$ қилиб оламиз, чунки листнинг қалинлиги ҳам $\delta = 1,4 \text{ см}$ га тенг, листнинг эни (3.7) дан топамиз:

$$e_1 = \frac{F_s}{\delta} = \frac{14}{1,4} = 10 \text{ см}$$

Чокнинг охирига қўйилган металл тўла бўлмаганлиги учун чокнинг узунлигига эҳтиётдан 1 см қўшилади ва $e = 11 \text{ см}$ қилиб олинади.

4.6-мисол.

4.14-шаклда кўрсатилгандек, иккита уст қўйма орасига олинган икки лист учма-уч бириктирилган, бирикма Р куч билан чўзилади. Бу пайванд бирикма ҳисоблансин.

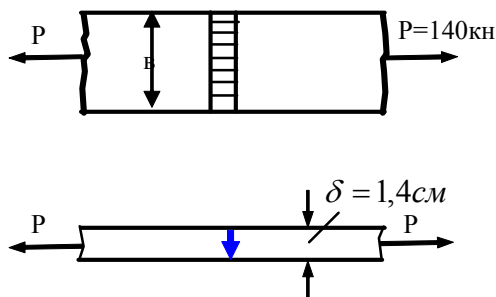
Лист учун $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$, чок учун $[\tau] = 1000 \text{ кг/см}^2$ деб олинсин.

Ечиш: Листни чўзувчи F кучни мустаҳкамлик шартидан топамиз:

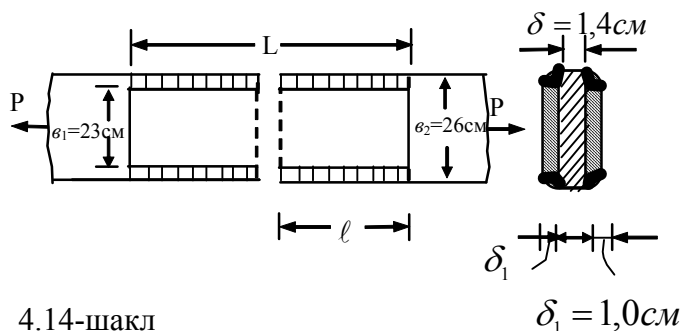
$$P = [\sigma] \cdot e \cdot \delta = 1000 \cdot 26 \cdot 1,4 = 58240 \text{ кг} = 582,4 \text{ кН}$$

Ёнбош чокларни ўрнатиш учун уст қўйманинг энини $e_1 = 23 \text{ см}$ қилиб оламиз. Уст қўйма билан лист бир хилда қаршилик кўрсатади десак, иккита уст қўйманинг кўндаланг кесим юзи листнинг кўндаланг кесим юзидан кам бўлмаслиги, яъни $2e_1\delta_1 > F$ бўлиши керак, бундан:

$$\delta_1 \geq \frac{F}{2e_1} = \frac{1,4 \cdot 26}{2 \cdot 23} = 0,79 \approx 0,8 \text{ см} \quad \delta_1 \text{ ни } 9 \text{ мм деб қабул қиламиз.}$$



4.13-шакл



4.14-шакл

Учма-уч уланувчи листлар уст қўйма билан икки томонлама қопланган бўлса, чокларнинг сони икки ҳисса камаяди. Буни ҳисобга олиб, ёнбош чокнинг тўла узунлигини топамиз.

$$\ell \geq \frac{P}{4 \cdot 0,7 \cdot \delta_1 \cdot [\tau]} = \frac{58240}{4 \cdot 0,7 \cdot 0,9 \cdot 1000} = 23,11 \text{ см}$$

Техник шартларга мувофиқ, ёнбош чокнинг тўла узунлиги $\ell = \ell_0 + 1,0 = 23,11 + 1,0 = 24,11 \text{ см}$ бўлиши керак, бу эса $\ell_0 = 240 \text{ мм} = 24 \text{ см}$ деб оламиз ва чокнинг зарурий узунлиги қуйидагича бўлади:

$$L = 2(\ell_0 + 1) = 2(24 + 1) = 50 \text{ см}$$

4.7-мисол.

4.15-шаклда кўрсатилгандек, пўлат намуна чўзилишга синаб кўрилганда, намуна синганда унинг бош қисмида қандай энг катта силжиш ва эзилиш кучланиши ҳосил бўлади. Чўзилишда пропорционаллик чегараси $\sigma_s = 50 \text{ кг/см}^2$.

Ечиш: Чўзилишда пропорционаллик чегарасига мос келувчи кучни топамиз:

$$P_s = \frac{\pi d^2}{4} \sigma_s = \frac{3,14 \cdot 6^2}{4} = 1413 \text{ кг.}$$

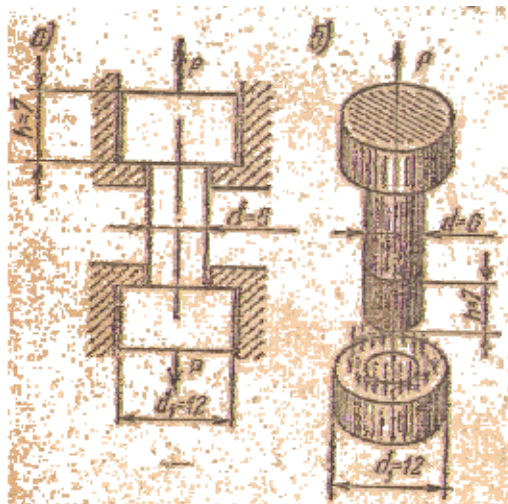
P_s куч таъсирида намунада кесувчи ва эзувчи кучланишлар ҳосил бўлади.

$$\text{Кесилиш юзаси } F_{\text{кес}} = \pi d h = 3,14 \cdot 6 \cdot 7 = 131,9 \text{ см}^2$$

$$\text{Эзилиш юзаси } F_{\text{эз}} = \frac{\pi(d_1^2 - d^2)}{4} = \frac{3,14(12^2 - 6^2)}{4} = 84,8 \text{ см}^2$$

Намуна бошидаги кесилиш кучланиши

$$\tau_{\text{кес}} = \frac{P_s}{F_{\text{сп}}} = \frac{1413}{131,9} = 107,13 \text{ кг/см}^2$$



4.15-шакл.

4.8-мисол.

4.16-шаклда кўрсатилган бирикма бўйлама чокининг зарурий узунлиги ва кўндаланг узунлиги тенг мустаҳкамлик шартидан топилсин. $[\sigma_u] = 1400 \text{ кг/см}^2$; Пайванд бирикманинг рухсат этилган уринма кучланиши $[\tau_{\text{кес}}] = 1000 \text{ кг/см}^2$.

Ечиш: Полоса кесимининг кучсизлантирилмаган қисмининг қанча юкга чидашини а аниқлаймиз.

$$P = \ell \delta [\sigma_u] = 400 \cdot 14 \cdot 1400 = 785 \text{ кН}.$$

Поласанинг кучсизлантирилган кесими қанча юкга чидашини аниқлаймиз:

$$P = (\ell - 2\delta) \delta [\sigma_u] = (400 - 28) \cdot 14 \cdot 1400 = 730 \text{ кН}$$

Полоса кесимни ортиқча юкламаслик учун чокларни шундай жойлаштириш керакки, бўйлама чок узунлиги a кучнинг бир қисмини қабул қилсин:

$$P^1 = P - P_{\text{ож}} = 785 - 730 = 55 \text{ кН}$$

P^1 кучни қабул қиладиган бўйлама куч узунлиги мустаҳкамлик шартидан топилади:

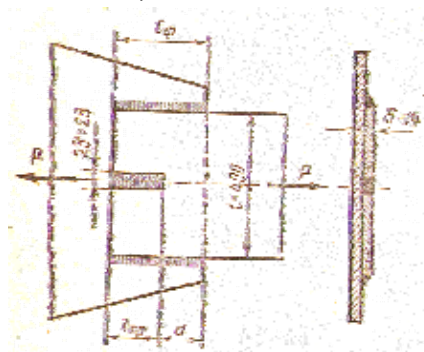
$$\tau_{\text{кес}} = \frac{P^0}{2 \cdot 0,7 a \delta} \leq [\tau_{\text{кес}}]$$

$$\text{бундан } F^1 \geq \frac{P_{\text{аж}}}{[\tau_{\text{кес}}]} = \frac{730 \cdot 10^2}{1000} = 73 \text{ см}^2$$

Лекин $F^1 = 2 \cdot 0,7 \delta (\ell - a) + 2 \delta \ell$ ва $\ell_{\delta} - a = \ell_{\text{кун}}$ бўлганлигини ҳисобга

$$\text{олиб, } F^1 = 3,4 \delta \ell_{\delta} \quad \text{ёки} \quad \ell_{\delta} = \frac{F}{3,4 \cdot \delta} = \frac{73}{3,4 \cdot 1,4} = 15,3 \text{ см}$$

Бўйлама чок узунлиги $\ell_{\delta} = \ell_{\text{кун}} + a = 15,3 + 2,8 = 18,1 \text{ см}$



4.16-шакл.

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР

4.1 Шаклда кўрсатилган параллелипипеднинг ёнбошдаги қирраларининг нисбий силжиш бурчаги ва деформациянинг солиштирма потенциал энергияси аниқлансин.

Жавоби $\gamma = 0,000625 \text{ см}$; $u = 0,31 \text{ кг/см}^3$

4.2 Шаклларда кўрсатилган соф силжиш ҳолатидаги параллелипипед учун $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}, \tau_{\max}, \tau_{\min}$ кучланишларнинг қийматлари ҳисоблансин.

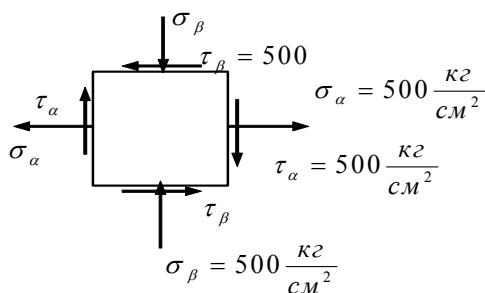
Жавоби: а) $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \tau_{\max} = -\tau_{\min} = 150 \text{ кг/см}^2$

б) $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \tau_{\max} = -\tau_{\min} = 418 \text{ кг/см}^2$

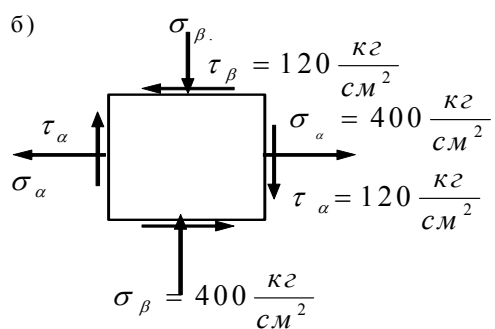
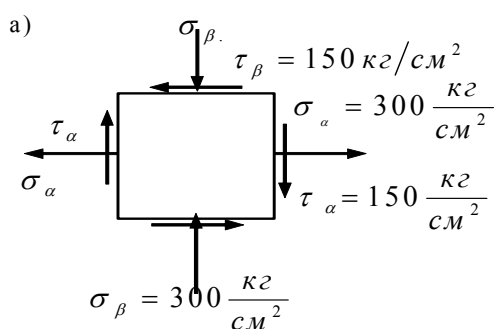
4.3. Шаклда кўрсатилгандек икки лист устма-уст қўйиб бта $d=2$ см ли парчин мих билан бириктирилган. Рухсат этилган чўзувчи P кучлар ва листнинг зарурий кенглиги b -аниқлансин.

Рухсат этилган кучланишлар: чўзилишга $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$, қирқишга $[\tau] = 1200 \text{ кг/см}^2$ ва эзилишга $[\sigma_s] = 3200 \text{ кг/см}^2$, деб олинсин.

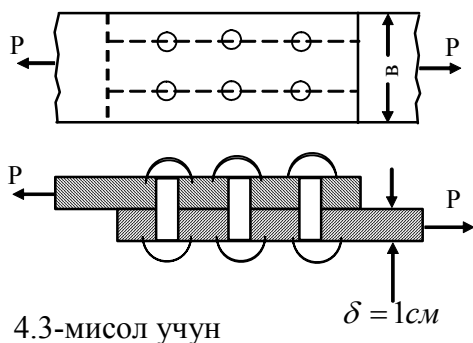
Жавоби: $P=226 \text{ кН}$; $b=18 \text{ см}$.



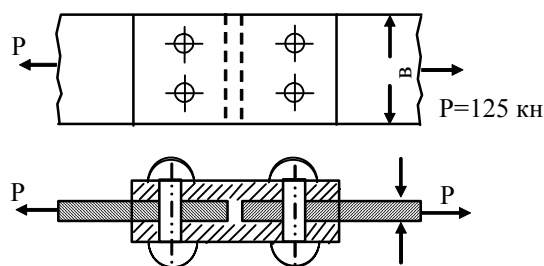
4.1-мисол учун



4.2-мисол учун



4.3-мисол учун



4.4-мисол учун

4.4. Кесими ўлчамлари $1,0 \times 15$ см ва қалинлиги $\delta = 0,6$ см бўлган икки лист шаклда кўрсатилган икки уст қўйма билан бириктирилган. Парчин михларнинг диаметри $d = 2$ см. Рухсат этилган кучланишлар $[\sigma] = 1600 \text{ кг}/\text{см}^2$, $[\tau] = 1000 \text{ кг}/\text{см}^2$ ва $[\sigma_s] = 3200 \text{ кг}/\text{см}^2$, бўлса бирикманинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби: лист учун $\delta_{\max} = 1140 < 1600 \text{ кг}/\text{см}^2$

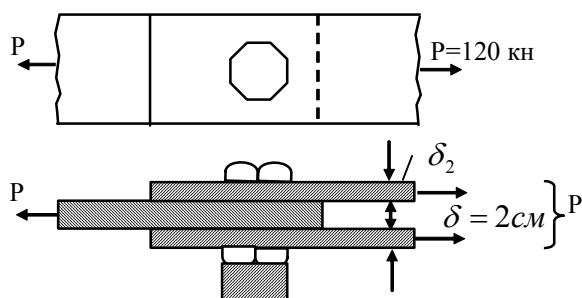
парчин мих учун $\sigma_s = 3120 < 3200 \text{ кг}/\text{см}^2$; $\tau = 996 < 1000 \text{ кг}/\text{см}^2$

4.5. Шаклда кўрсатилган боғланиш учун рухсат этилган кучланишларни $[\sigma] = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$; $[\tau] = 800 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$ деб қабул қилиб, болтнинг диаметрини аниқланг.

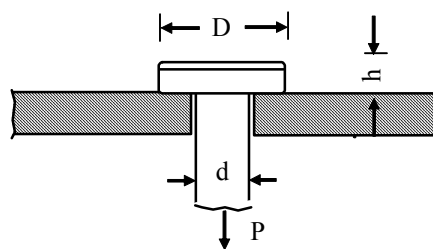
Жавоби: $d = 31 \text{ мм}$

4.6 Чўзилишга ишлайдиган $d = 10$ см ли болт қалпоқчаси билан листга таяниб турибди. Агар болт кесимидаги чўзувчи кучланиш $\sigma = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$, қалпоқча таянган юзадаги эзиш кучланиши $\sigma_{\text{эз}} = 400 \text{ кг}/\text{см}^2$ ва қалпоқчани қирқиш кучланиши $\tau = 500 \text{ кг}/\text{см}^2$ бўлса, қалпоқча диаметри D ва баландлиги h аниқлансин.

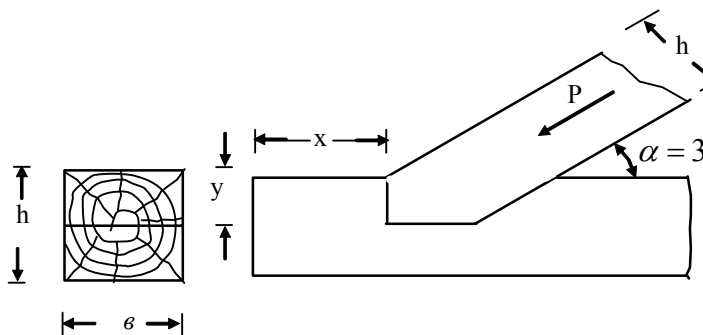
Жавоби: $D = 18,7 \text{ см}$, $h = 5 \text{ см}$.



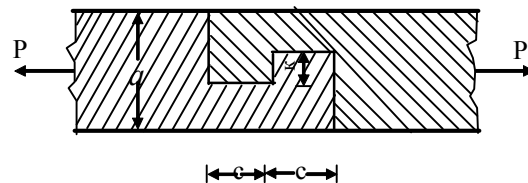
4.5-мисол учун



4.6-мисол учун



4.7-мисол учун



4.8-мисол учун

4.7 Страпило оёғи билан унинг тортқисининг пайванди ҳисоблансин. Конструкция элементларининг йўналишлари орасидаги бурчак $\alpha = 30^\circ$. Страпило оёғи бўйлаб таъсир қиладиган куч $F=4000$ кг, қарағай учун ёрилишга рухсат этилган кучланиш $[\tau]=12 \text{ кг}/\text{см}^2$, эзилишга рухсат этилган кучланиш $[\sigma_{\text{эз}}]=60 \text{ кг}/\text{см}^2$, стропило оёғи ўлчамлари $h=b=15 \text{ см}$

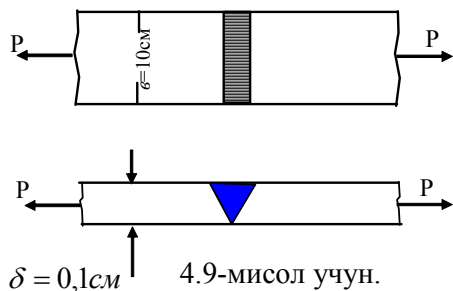
Жавоби: $y=4 \text{ см}$; $x=20 \text{ см}$

4.8. Иккита қарағай бруснинг учлари тирноқ ёрдамида бирига уланган. Чўзувчи куч $P=40$ кН, брусларнинг кўндаланг кесим юзлари квадрат шаклида бўлиб томонлари a га тенг. Тирноқли бирикманинг ўлчамлари аниқлансин. Чўзилиш учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=100 \text{ кг}/\text{см}^2$, ёрилиш учун рухсат этилган кучланиш, эса $[\tau]=10 \text{ кг}/\text{см}^2$

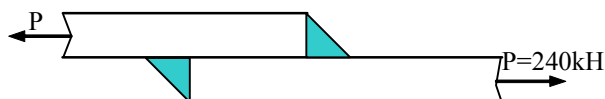
Жавоби: $a=11,4 \text{ см}$, $k=4,4 \text{ см}$, $c=35,1 \text{ см}$

4.9. Эни $b=10 \text{ см}$, қалинлиги $\delta=1,0 \text{ см}$ бўлган иккита лист учма-уч пайвандланган. Лист материали учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=1400 \text{ кг}/\text{см}^2$, чок учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma_s]=1000 \text{ кг}/\text{см}^2$. Лист материали ва чок учун рухсат этилган куч топилсин.

Жавоби: Лист учун $P=14000 \text{ кг}$ Чок учун $P=9000 \text{ кг}$



4.9-мисол учун.



4.10-мисол учун

4.10. Қалинлиги $\delta = 1,6\text{см}$ ва эни $b = 14\text{см}$ бўлган икки лист устма-уст пайвандланган. Чоклар кўндаланг бўлиб, рухсат этилган кучланишлар $[\sigma] = 1600\text{кг}/\text{см}^2$, $[\tau_s] = 900\text{кг}/\text{см}^2$. Пайванднинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби: Чокнинг мустаҳкамлиги: $\tau_s = 824,2\text{кг}/\text{см}^2 < [\tau_s]$,

Листнинг мустаҳкамлиги: $\sigma = 1071,4\text{кг}/\text{см}^2 < [\sigma]$.

4.11. Ҳар хил кенгликдаги икки лист устма-уст қўйилиб, бўйлама чоклар билан пайвандланган. Рухсат этилган кучланиш $[\tau_s] = 800\text{кг}/\text{см}^2$. Бўйлама чокнинг узунлиги ℓ_σ аниқлансин.

Жавоби: $\ell_\sigma = 13,5\text{см}$.

4.12. Иккита лист иккита уст қўйма билан туташтирилган. Агар листларнинг қалинлиги $\delta = 1,0\text{см}$, уст қўймаларнинг қалинлиги $\delta = 0,8\text{см}$, чокларни қирқишга рухсат этилган кучланиши $[\tau_s] = 1000\text{кг}/\text{см}^2$ бўлса, уст қўймаларнинг бириктириш учун зарурий бўйлама чокларнинг узунлиги топилсин.

Жавоби: $\ell_\sigma = 11,2\text{см}$.

4.13. Шаклда кўрсатилган бирикма $P = 48\text{кН}$ куч билан чўзилади. Тяга ва болтнинг зарурий диаметри ҳамда энг кичик рухсат этилган пластина кесимнинг ўлчами топилсин. Пластинканинг қалинлиги $\delta = 8\text{мм}$, $[\sigma] = 1200\text{кг}/\text{см}^2$, $[\tau_{\text{кес}}] = 800\text{кг}/\text{см}^2$

Жавоби: $d = 2,26\text{см}$, $d_0 = 1,95\text{см}$; $a = 2,5\text{см}$

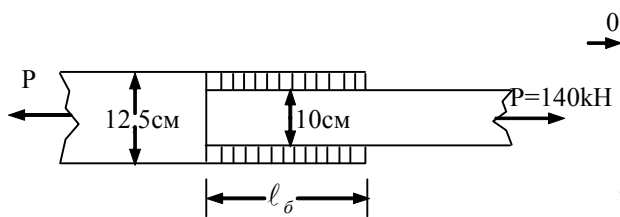
4.14. Агар $[\sigma] = 1400\text{кг}/\text{см}^2$, $[\tau_{\text{кес}}] = 1000\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 2400\text{кг}/\text{см}^2$ бўлса шаклда кўрастилган парчин михли бирикманинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби:

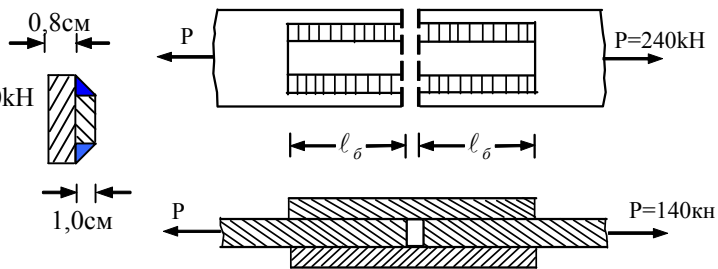
$$\sigma_{\text{лист max}} = 1040\text{ кг}/\text{см}^2, \sigma_{\text{max}}^H = 1430\text{ кг}/\text{см}^2, \sigma_{\text{эз}} = 1660\text{ кг}/\text{см}^2, \tau_{\text{кес}} = 638\text{ кг}/\text{см}^2.$$

4.15. Агар $[\sigma] = 1600\text{кг}/\text{см}^2$, $[\tau_{\text{кес}}] = 1400\text{кг}/\text{см}^2$ ва $[\sigma_{\text{эз}}] = 2800\text{кг}/\text{см}^2$ бўлса, шаклда кўрсатилган парчин михли бирикманинг мустаҳкамлиги текширилсин.

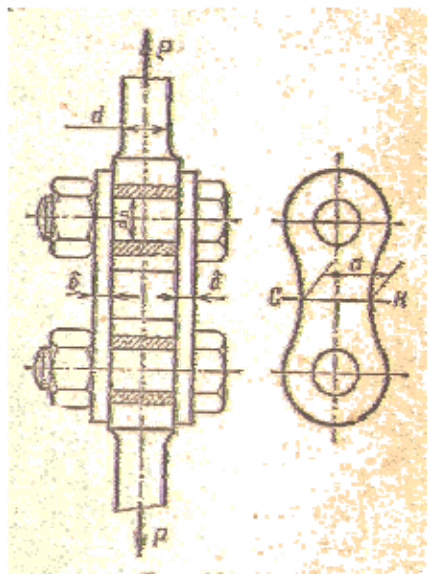
Жавоби: $[\sigma] = 1530\text{кг}/\text{см}^2$, $[\tau_{\text{кес}}] = 1460\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 2300\text{кг}/\text{см}^2$.



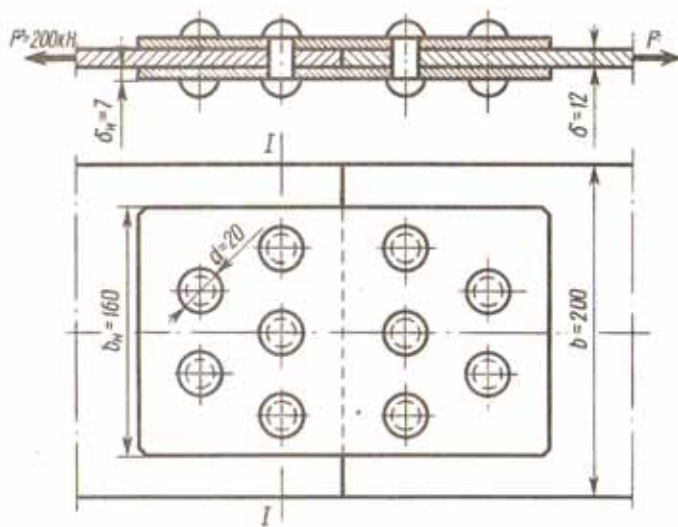
4.11-мисол учун



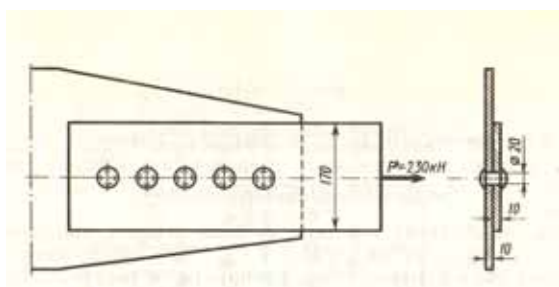
4.12-мисол учун



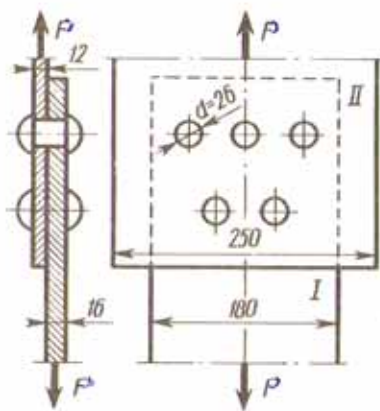
4.13-мисол учун.



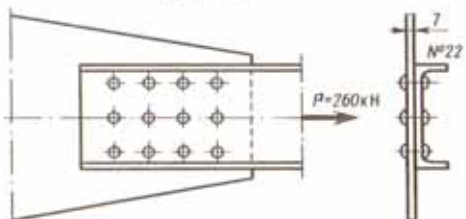
4.14-мисол учун.



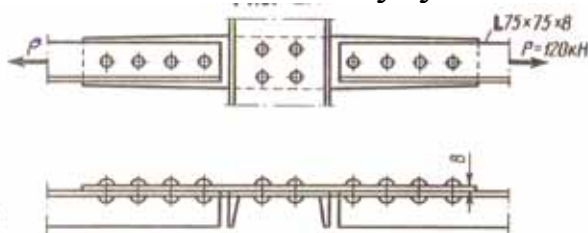
4.15-мисол учун.



4.18-мисол учун.



4.16—ммисол учун.



4.17-мисол учун.

4.16. Агар парчин михнинг диаметри $d = 1,4\text{см}$, $[\tau_{\text{кес}}] = 1400\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 3200\text{кг}/\text{см}^2$ бўлса парчин мих сони аниқланг. $\tau_{\text{кес}}$, $\sigma_{\text{эз}}$ лар ҳисоблансин. Швеллер учун бўйлама куч эюпраси қурилсин ва унинг мустаҳкамлиги текширилсин $[\sigma] = 1600\text{кг}/\text{см}^2$ деб олинсин.

Жавоби: 12 та парчин мих, $[\tau_{\text{кес}}] = 1410\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 2870\text{кг}/\text{см}^2$ ва швеллер учун $\sigma_{\text{max}} = 1060\text{кг}/\text{см}^2$.

4.17. Агар парчин михнинг диаметри $d = 1,7\text{см}$, материали Ст.2 маркали пўлат, $[\tau_{\text{кес}}] = 1400\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 2800\text{кг}/\text{см}^2$ бўлса шаклда кўрсатилган парчин михли бирикмадаги парчин михлар сони аниқлансин. Топилган парчин михлар сони билан $\tau_{\text{кес}}$, $\sigma_{\text{эз}}$ лар ҳисоблансин.

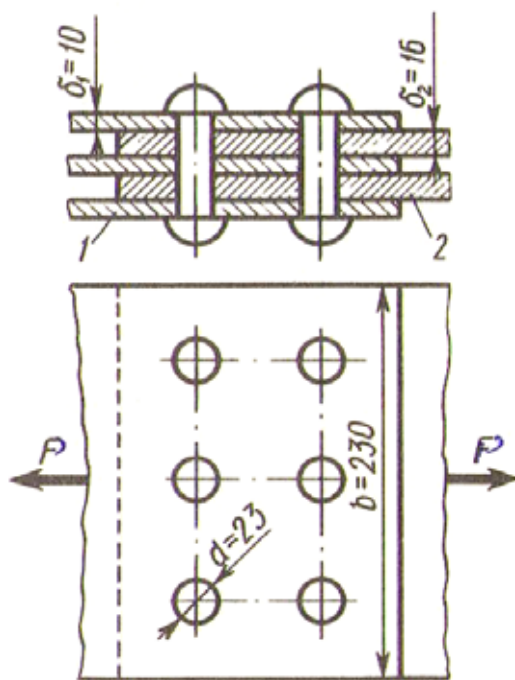
Жавоби: 4 та парчин мих, $[\tau_{\text{кес}}] = 1300\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 21600\text{кг}/\text{см}^2$.

4.18. Агар полоса 1 учун $[\sigma_{\text{ч}}] = 1600\text{кг}/\text{см}^2$, 2 полоса учун $[\sigma_{\text{ч}}] = 1400\text{кг}/\text{см}^2$, $[\tau_{\text{кес}}] = 1400\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 2800\text{кг}/\text{см}^2$ бўлса, шаклдаги парчин михли бирикманинг $[P]$ рухсат этилган кучи аниқлансин.

Жавоби: $[P] = 289\text{ кН}$.

4.19. Агар $[\sigma] = 1600\text{кг}/\text{см}^2$, $[\tau_{\text{кес}}] = 1100\text{кг}/\text{см}^2$, $[\sigma_{\text{эз}}] = 2800\text{кг}/\text{см}^2$ бўлса, шаклда кўрсатилган бирикмага таъсир этаётган рухсат этилган кучни қиймати топилсин.

Жавоби: $[P] = 730\text{ кН}$.



4.19-мисол учун. .

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Соф силжиш деб қандай ҳолатга айтилади?
2. Соф силжишда Гук қонуни қандай ифодаланади?
3. Текис кучланиш ҳолати билан соф силжиш орасидаги боғланиш?
4. E, G ва μ орасида қандай боғланиш бор?
5. Қандай деформацияга эзилиш деб аталади?
6. Қандай ҳолларда эзилиш деформацияси вужудга келади?
7. Эзилиш юзаси учун парчин мих тешикларида олинадиган юза?
8. Қандай ҳолда кесилиш деформацияси вужудга келади?
9. Парчин михли кесилиш юзаси учун қандай юза олинади?
10. Силжишдаги деформациянинг солиштирма потенциал энергиясини ёзинг?
11. Қандай бирикмаларни биласиз?

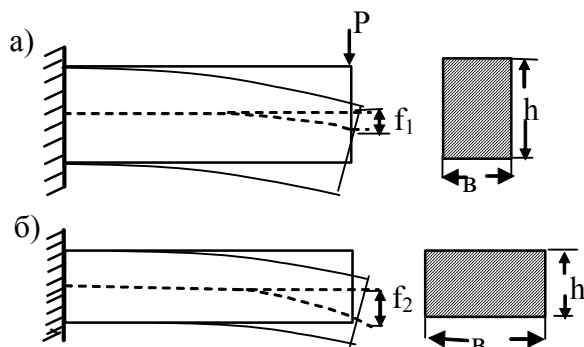
V-БОБ.
ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК
ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ.
5.1-§ АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Биз стерженларнинг чўзилиш (сиқилиш) ва силжишдаги кучланиш ва деформацияларини текширишда кўрдикки, стерженнинг кўндаланг кесим юзаси шу стержень мустаҳкамлиги ва бикрлигини характерловчи миқдор бўлиб, стерженнинг қаршилиги кўндаланг кесим юзасига пропорционал экан. Лекин брусларнинг эгилишдаги мустаҳкамлиги ва бикрлиги кесим юзасига эмас, балки ундан мураккаброқ бўлган геометрик характеристикасига боғлиқдир, чунки бу ерда кўндаланг кесимнинг жойлашуви катта роль ўйнайди. Масалан, тўғри тўртбурчак кесимли балканинг бир учи қистириб маҳкамланган бўлиб, эркин учига тўпланган куч қўйилган бўлсин (5.1-шакл). Балканинг икки ҳалатини қараймиз :1) балка кўндаланг кесим эни b баландлиги h дан кичик (5.1-шакл,а). 2) балка кўндаланг кесим эни b баландлиги h дан катта (5.1-шакл,б).

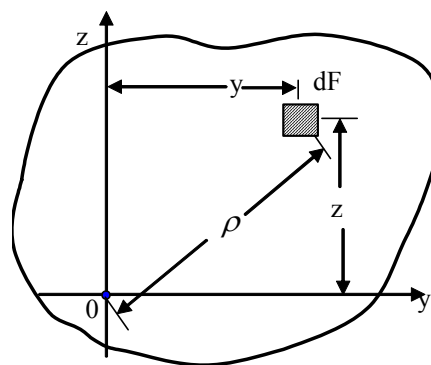
Бундан кўринадики, кўндаланг кесим юзаси бир хил бўлишига қарамасдан, балки учигаги салқилик ҳар хилдир, яъни $f_1 < f_2$. Шундай қилиб, кўндаланг кесим юзаси бир хил бўлиб, турлича жойлаштирилганда балка бир хил куч таъсирига турлича қаршилиқ кўрсатади.

Демак, эгилиш, буралиш ва бошқа деформацияланиш ҳолатларида кесим юзасининг мураккаб геометрик характеристикаларидан фойдаланишга тўғри келади. Бу геометрик характеристикаларга кесим юзасининг статик моментлари, инерция моментлари, инерция радиуслари, қаршилиқ моментлари ва бошқалар киради.

Шуни айтиш керакки, назарий механиканинг статика қисмида текис юзанинг оғирлик марказини топишда статик моментлар тушунчасини учратган эдик.



5.1-шакл.



5.2-шакл

5.2-§ ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ СТАТИК ВА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ.

Фараз қилайлик, текис кесим юзаси ва шу текис кесим юзасида ётувчи координата системаси берилган бўлсин (5.2-шакл) . Бу текис кесим юзасидан элементар dF юзача ажратамиз. У вақтда юзачанинг oy ўқиғача бўлган масофалар йиғиндисига текис кесим юзасининг oy ўқиға нисбатан статик моменти деб аталади.

$$S_y = \int_A z dF \quad (5.1).$$

Худди шунингдек, oz ўқиға нисбатан олинган статик моменти қуйидагича бўлади :

$$S_z = \int_A y dF \quad (5.2).$$

Бу геометрик характеристикалар узунликнинг учинчи даражаси (одатда $см^3$) да ўлчанади.

Назарий механикадан маълумки, текис кесим юзасининг оғирлик маркази координаталари қуйидагича топилади :

$$y_c = \frac{\int_A z dF}{F} = \frac{S_y}{F} \quad ; \quad z_c = \frac{\int_A y dF}{F} = \frac{S_z}{F} \quad (5.3).$$

Шунинг учун

$$S_y = y_c F \quad ; \quad S_z = z_c F \quad (5.4).$$

Бу ифодадан кўриниб турибдики, текис кесим юзасининг оғирлик марказидан ўтган ўқларга нисбатан статик моментлар нолга тенг бўлар экан. Бундай ўқларга марказий ўқлар дейилади.

Агар текис кесим юзаси мураккаб бўлиб, n та оддий юзалардан иборат бўлса, статик моментларини қуйидагича ёзиш мумкин :

$$S_y = \int_A z dF = \sum_{i=1}^n S_y^i, \quad S_z = \int_A y dF = \sum_{i=1}^n S_z^i, \quad (5.5).$$

бунда : S_y^i ва S_z^i -кесимнинг i бўлагининг мос равишда y ва z ўқларига нисбатан статик моментлари.

Статик момент ўқларнинг вазиятига қараб мусбат, манфий ва ноль бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, текис кесим юзасининг оғирлик марказининг координаталари маълум бўлса, статик моментларни (5.4) формуладан, ва аксинча, текис кесим юзаларининг статик моментлари маълум бўлса, кесим оғирлик марказининг координаталарини (5.3) формуладан ҳисоблаш мумкин.

Текис кесим юзасидан ажратилган ҳамма элементар, юзалар уларнинг ўқлар оралиқлари квадратларига кўпайтмаларининг йиғиндиси, шу кесим юзасининг ўқларга нисбатан (экваториал) инерция моментлари дейилади (5.2-шакл). Инерция моменти J ҳарфи билан белгиланиб, индексларига ўқ ишораси қўйилади.

Таърифга мувофиқ :

$$J_y = \int_A z^2 dF, \quad J_z = \int_A y^2 dF \quad (5.6).$$

Кесим юзасидан ажратилган ҳамма элементар юзаларнинг координата ўқларигача бўлган оралиқларига кўпайтмаларининг йиғиндиси шу кесим юзасининг марказдан қочирма инерция моменти дейилади.

$$J_{yz} = \int_A yz dF \quad (5.7)$$

Кесим юзасидан ажратилган ҳамма элементар юзаларнинг координата бошигача бўлган оралиқлар квадратларига кўпайтмасининг йиғиндиси қутб (поляр) инерция моменти дейилади.

$$J_\rho = \int_A \rho^2 dF \quad (5.8).$$

Пифагор теоремасига асосан $\rho^2 = y^2 + z^2$ бўлгани учун

$$J_\rho = \int_A (y^2 + z^2) dF = \int_A y^2 dF + \int_A z^2 dF = J_z + J_y \quad (5.9).$$

Демак, қутб инерция моменти бир –бирига тик ўқларга нисбатан олинган инерция моментларининг йиғиндисига тенгдир.

Кесим юзасининг инерция моментлари узунлик ўлчовининг тўртинчи даражаси (одатда см^4) билан ўлчанади. Ўқларга нисбатан (экваториал) инерция моментлари ва қутб инерция моменти доимо мусбат миқдордир, марказдан қочирма инерция моменти эса ўқларнинг вазиятига қараб мусбат, манфий ва ноль бўлиши мумкин.

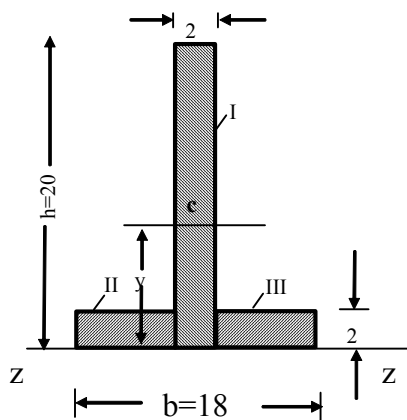
МИСОЛЛАР.

5.1-мисол.

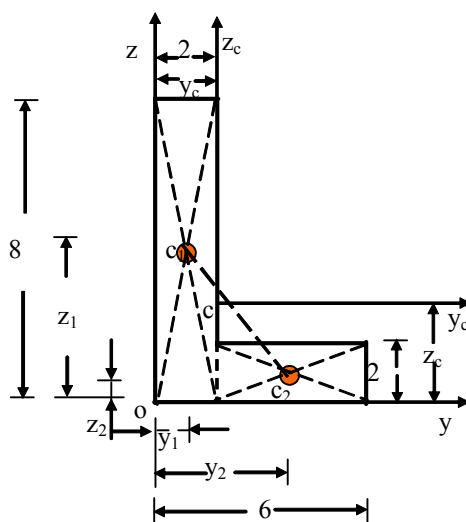
5.3-шаклда кўрсатилган тавр кесим учун $z-z$ ўқиға нисбатан статик моменти ва оғирлик марказининг ҳолати аниқлансин. Ўлчамлар см да берилган.

Ечиш: Шаклни учта тўғри тўртбурчакка ажратамиз:

$$S_z = 2(2 \cdot 8 \cdot 1) + 20 \cdot 2 \cdot 10 = 432 \text{ см}^3.$$



5.3-шакл



5.4 - шакл

Таврнинг юзаси $A = 18 \cdot 2 + 18 \cdot 2 = 72 \text{ см}^2$, $z-z$ ўқидан таврнинг оғирлик марказигача бўлган масофа y ни топамиз:

$$y_c = \frac{S_z}{F} = \frac{432}{72} = 6 \text{ см.}$$

5.2-мисол.

5.4 -шаклда кўрсатилган кесимнинг оғирлик марказининг координаталари топилсин.

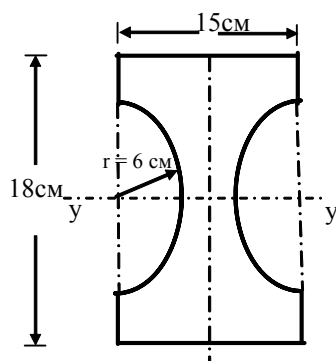
Ечиш: кесимни иккита оддий тўғри тўртбурчакга ажратамиз. Ёрдамчи zo ўқини ўтказамиз. Бу тўғри тўртбурчакарнинг оғирлик маркази уларнинг диагоналлари кесишган нуқтаси c_1 ва c_2 бўлади.

Кесимнинг оғирлик марказининг координаталари y_c ва z_c ларни топамиз:

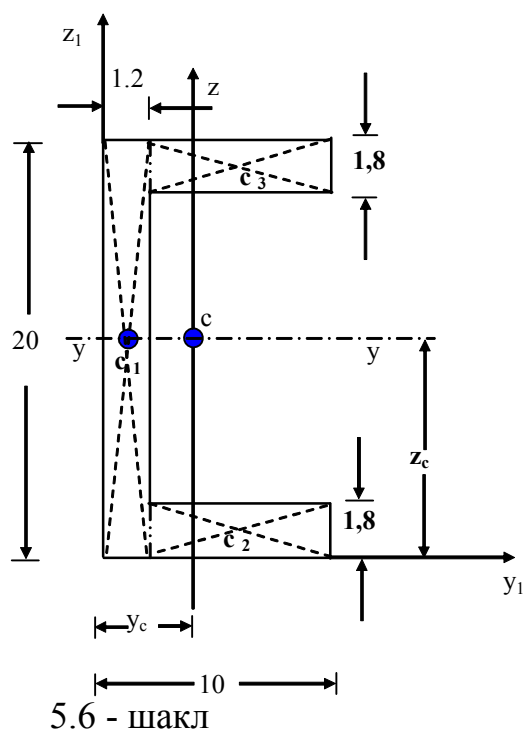
$$y_c = \frac{S_z}{F} = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2}{F_1 + F_2} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot 4}{8 \cdot 2 + 4 \cdot 2} = 2 \text{ см};$$

$$z_c = \frac{S_y}{F} = \frac{F_1 \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2}{F_1 + F_2} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 4 + 4 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 2 + 4 \cdot 2} = 3 \text{ см.}$$

Топилган y_c ва z_c ларнинг қийматини масштаб бўйича қуйиб S нуқтасини топамиз, у C_1 ва C_2 нуқталарни туташтирувчи тўғри чизик устида ётади.



5.5 - шакл



5.6 - шакл

5.3- мисол.

5.5- шаклда кўрсатилган кесимнинг y -у ўққа нисбатан инерция моменти топилсин. Ўлчамлар см да берилган.

Ечиш: кесимнинг инерция моменти тўғри тўрт бурчакнинг инерция моментида доиранинг инерция моментини айтириш йўли билан топилади.

$$J_y = \frac{\pi h^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{15 \cdot 18^3}{12} - \frac{3,14 \cdot 12^4}{64} = 6273 \text{ см}^4.$$

5.4- мисол.

5.6 - шаклда кўрсатилган швеллернинг марказий экваториал инерция моменти топилсин. Ўлчамлар см да берилган.

Ечиш: Кесимни учта тўртбурчакга ажратамиз. Швеллернинг y -у ўқи оғирлиги марказидан ўтиб, у симметрия ўқи бўлади. z_1 ўқидан оғирлик марказигача бўлган оралигини топамиз. Бунинг учун z_1 ўқига нисбатан тўртбурчакларнинг статик моментларини аниқлаймиз:

$$S_{z_1}^I = 20 \cdot 1,2 \cdot 0,6 = 14,4 \text{ см}^3;$$

$$S_{z_1}^{II} = (10 - 1,2) \cdot 1,8 \left(\frac{10 - 1,2}{2} + 1,2 \right) = 88,7 \text{ см}^3.$$

Швеллернинг кўндаланг кесим юзаси

$$F = 20 \cdot 1,2 + 2(10 - 1,2) \cdot 1,8 = 55,68 \text{ см}^2.$$

z_1 ўқдан швеллернинг оғирлик марказигача бўлган масофа қуйидагича топилади.

$$y_c = \frac{S_{z_1}^I + 2S_{z_1}^{II}}{F} = \frac{14 + 2 \cdot 88,7}{55,68} = 3,44 \text{ см}.$$

Марказий y ва z ўқларига нисбат тўртбурчакларнинг инерция моментларини топамиз:

$$J_y^I = \frac{1,2 \cdot 20^3}{12} = 800 \text{ см}^4; \quad J_z^I = \frac{20 \cdot 1,2^3}{12} + 20 \cdot 1,2 \left(3,44 - \frac{1,2}{2} \right)^2 = 196,45 \text{ см}^4;$$

$$J_z^{II} = \frac{1,8^3 (10 - 1,2)}{12} + (10 - 1,2) \cdot 1,8 \left[\pm \left(\frac{20}{2} - \frac{1,8}{2} \right)^2 \right] = 1316 \text{ см}^4;$$

$$J_z^{II} = \frac{1,8(10 - 1,2)^3}{12} + (10 - 1,2) \cdot 1,8 \left(\frac{10 - 1,2}{2} + 1,2 - 3,44 \right)^2 = 176,12 \text{ см}^4.$$

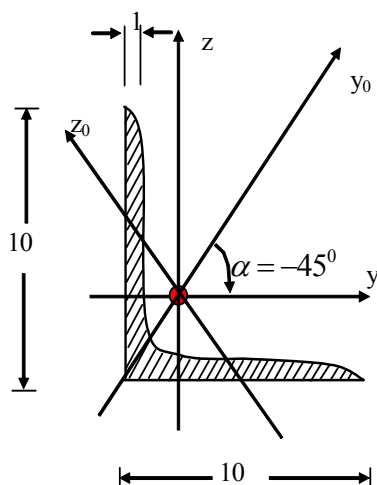
Швеллернинг марказий y ва z ўқларига нисбатан тўла юзасининг инерция моменти қуйидагича бўлади.

$$J_y = J_y^I + 2J_y^{II} = 800 + 2 \cdot 1316 = 3432 \text{ см}^4;$$

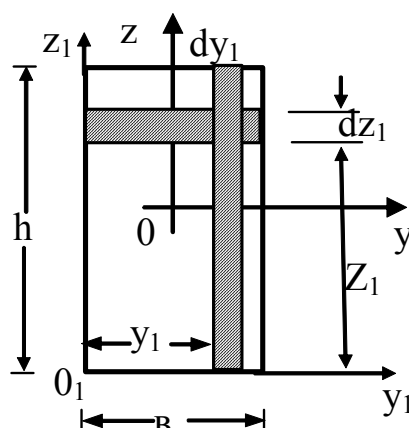
$$J_z = J_z^I + 2J_z^{II} = 196,45 + 2 \cdot 176,12 = 548,7 \text{ см}^4.$$

Швеллер кесим юзининг $y-y$ ўқига нисбатан инерция моментини иккита тўртбурчакнинг инерция моментларининг айирмаси сифатида олинса қўлайроқ бўлар эди. Бунда уларнинг бирининг асоси $(10 - 1,2) \text{ см}$ ва баландлиги $(20 - 2 \cdot 1,8) \text{ см}$ бўлади:

$$J_y = \frac{10 \cdot 20^3}{12} - \frac{(10 - 1,2)(20 - 2 \cdot 1,8)^3}{12} = 6666,67 - 3234,7 \approx 3432 \text{ см}^4$$



5.7-шакл.



5.8-шакл

5.5-мисол.

5.7-шаклда кўрсатилган $100 \times 100 \times 10$ номерли бурчакликнинг марказий y_1, z_1 ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моменти аниқлансин.

Ечиш: Сортамент жадвалидан $J_{y_0} = 284 \text{ см}^4$, $J_{z_0} = 74,1 \text{ см}^4$ ларни топиб, ҳамда y_0, z_0 ўқлар бурчакликнинг марказий ўқи эканлигини ($J_{y_0 z_0} = 0$) ҳисобга олиб, y_1, z_1 ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментини ҳисоблаймиз:

$$J_{y_1 z_1} = \frac{J_{y_0} - J_{z_0}}{2} \sin 2\alpha + J_{y_0 z_0} \cos 2\alpha = \frac{204 - 74,1}{2}(-1) + 0 = -104,95 \text{ см}^4$$

5.3 - § ОДДИЙ КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ.

Бир неча энг кўп учрайдиган кесим юзаларининг инерция моментларини ҳисоблашни кўриб чиқамиз.

1. Тўғри тўртбучак юзасининг инерция моменти.

Тўғри тўртбучак юзасининг оғирлик марказидан ўтиб, асосига параллел бўлган y ўқиға нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз (5.8-шакл).

Таърифга асосан $J_y = \int_A z^2 dF$ бунда $dA = b dz$ га тенг.

$$J_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} b z^2 dz = \frac{b h^3}{12}, \quad J_y = \frac{b h^3}{12}$$

Худди шунингдек, z ўқиға нисбатан инерция моменти $J_z = \frac{h b^3}{12}$.

$$\text{Демак,} \quad J_y = \frac{b h^3}{12}, \quad J_z = \frac{h b^3}{12}$$

Агар тўғри тўртбурчак юзаси квадрат юзасидан иборат бўлса ($b = h = a$)

$$J_y = J_z = \frac{a^4}{12}$$

Тўғри тўртбурчак юзасининг асосидан ўтган y_1 ўқиға нисбатан инерция моменти қуйидагича ҳисобланади :

$$J_{y_1} = \int_A z^2 dF = b \int_0^h z^2 dz = \frac{bh^3}{3}, \quad J_{z_1} = \frac{bh^3}{3}.$$

Худди шунингдек, z ўқиға нисбатан олинган инерция моменти $J_{z_1} = \frac{bh^3}{3}$.

Демак, $J_{y_1} = \frac{bh^3}{3}, \quad J_{z_1} = \frac{bh^3}{3}.$

Квадрат юзаси учун $J_{y_1} = J_{z_1} = \frac{a^4}{3}$ бўлади.

Тўғри тўртбурчак юзасининг томонларидан ўтган y_1 ва z_1 ўқларига нисбатан марказдан қочирма инерция моментини ҳисоблаймиз.

Бунинг учун тўртбурчак юзасидан $dA = dy_1 dz_1$ элементар юза ажратамиз (5.3-шакл). У вақтда, таърифга асосан

$$J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dF = \int_0^b \int_0^h y_1 z_1 dy_1 dz_1 = \int_0^h z_1 dz_1 \int_0^b y_1 dy_1 = \int_0^h z_1 dz_1 \cdot \frac{b^2}{2} = \frac{b^2}{2} \int_0^h z_1 dz_1 = \frac{b^2 h^2}{4},$$

демак, $J_{y_1 z_1} = \frac{b^2 h^2}{4}.$

Тўғри тўртбурчак юзасининг марказий ўқлари y ва z ларга нисбатан марказдан қочирма инерия моменти нолга тенг, чунки бу ўқлар унинг симметрия ўқиға мос тушади.

2. Учбурчак юзасининг инерция моменти.

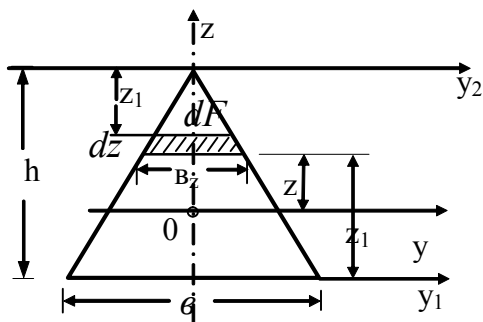
Учбурчак юзасининг параллел ўқлари y (оғирлик марказидан), y_1 (асосидан) ва y_2 (учидан) ўтган ўқларға нисбатан инерция моментларини ҳисоблаймиз (5.9-шакл). Учбурчак юзасидан элементар юза ажратамиз : $dF = b_z dz$ бунда b_z - юзачанинг эни, dz эса баландлиги.

а) юзанинг марказий y ўқиға нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз . бунда :

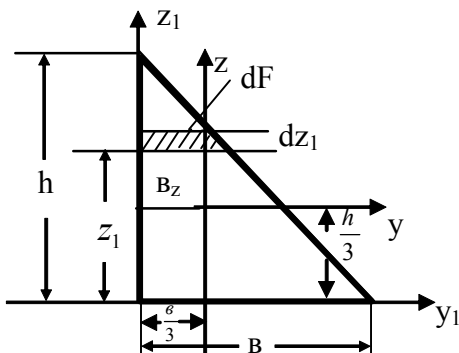
$$b_z = \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3}h - z \right), \quad J_y = \int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2h}{3}} z^2 \cdot \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3}h - z \right) dz = \frac{b}{h} \int_{-\frac{h}{3}}^{\frac{2h}{3}} \left(\frac{2}{3}h z^2 - z^3 \right) dz = \frac{bh^3}{36}, \quad J_y = \frac{bh^3}{36}.$$

б) юзанинг асосидан ўтган y_1 ўқиға нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз, бунда :

$$b_z = \frac{b}{h} (h - z_1), \quad J_{y_1} = \int_0^h z_1^2 \cdot \frac{b}{h} (h - z_1) dz_1 = \frac{b}{h} \int_0^h (h z_1^2 - z_1^3) dz_1 = \frac{bh^3}{12}.$$



5.9-шакл



5.10-шакл

в) юзанинг учидан ўтиб асосига параллел бўлган y_2 ўқига нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз, бунда :

$$b_z = -\frac{b}{h} z_2, \quad J_{y_2} = -\int_{-h}^0 z_2^2 \cdot \frac{b}{h} z_2 dz_2 = -\frac{b}{h} \int_{-h}^0 z_2^3 dz_2 = \frac{bh^3}{4}, \quad J_{y_2} = \frac{bh^3}{4}.$$

Демак,

$$J_y = \frac{bh^3}{36}, \quad J_{y_1} = \frac{bh^3}{12}, \quad J_{y_2} = \frac{bh^3}{4}.$$

Бўлардан кўринадики, марказий ўққа нисбатан олинган инерция моменти энг кичигидир.

Шуни айтиш керакки, тенг ёнли учбурчак учун чиқарилган бу формулалар тенг ёнли бўлмаган учбурчак учун ҳам тўғридир, чунки юзача эни b_z ва z нинг ўзгариш чегараси иккаласи учун ҳам бир хилдир.

Энди тўғри учбурчакнинг катетларидан ўтувчи y_1 ва z_1 ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментини ҳисоблаймиз

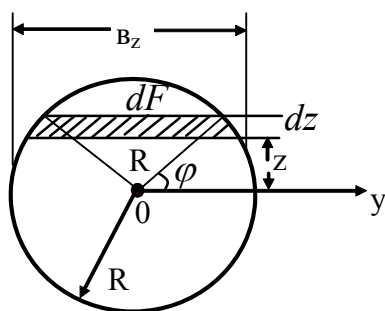
Кесим юзасидан элементар юза $dF = b_z dz$ ажратамиз (5.10-шакл). Унда $b_z = \frac{b}{h}(h - z_1)$, $y_1 = \frac{b_z}{2} = \frac{b(h - z_1)}{2h}$

Таърифга асосан :

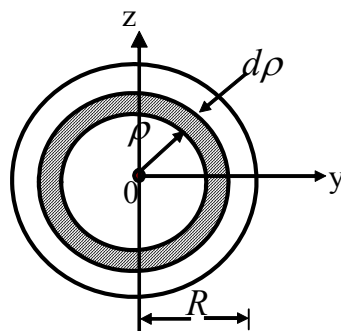
$$J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dF = \int_0^h z_1 \frac{b(h - z_1)}{2h} \cdot \frac{b(h - z_1)}{h} dz_1 = \frac{b^2}{2h^2} \int_0^h (h - z_1)^2 z_1 dz_1 = \frac{b^2 h^2}{24}.$$

Демак,

$$J_{y_1 z_1} = \frac{b^2 h^2}{24}.$$



5.11-шакл



5.12-шакл

3. Доира юзасининг инерция моменти.

Радиуси R га тенг бўлган доира юзасининг марказидан ўтган ихтиерий y ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаймиз (5.11 – шакл).

Доира юзасидан элементар юзача ажратамиз (5.12-шакл):

$$dF = b_z dz \text{ бунда : } b_z = 2R \cos \varphi ,$$

$$z = R \sin \varphi , dz = R \cos \varphi d\varphi , dF = 2R^2 \cos^2 \varphi d\varphi .$$

$$J_y = \int_A z^2 dF = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (R \sin \varphi)^2 2R^2 \cos^2 \varphi d\varphi = 2R^4 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi =$$

$$= 2R^4 \left(\frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 4\varphi}{32} \right) \bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi R^4}{4}$$

Демак, $J_y = \frac{\pi R^4}{4}$ ёки $J_y = \frac{\pi D^4}{64}$ бўлар экан.

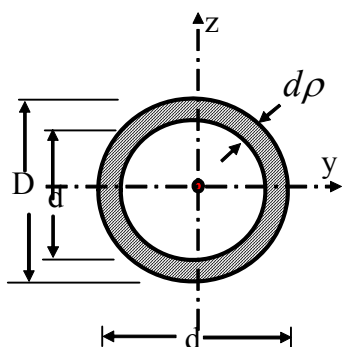
Доира юзасининг марказидан ўтувчи ҳар қандай ўққа нисбатан инерция моментлари тенгдир. Шунинг учун, $J_y = J_z = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}$.

Қутб инерция моменти $J_\rho = 2J_y = 2J_z = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$ бўлади.

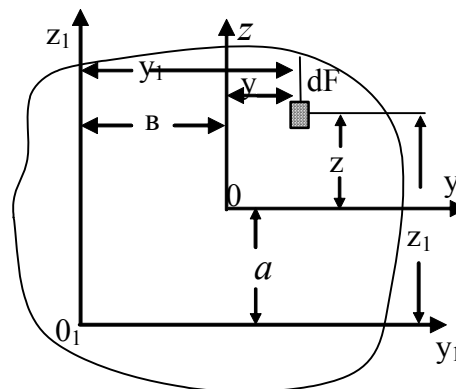
Умуман айтганда, доира юзаси учун аввало қутб инерция моментини ҳисоблаб, ундан марказий ўқларга нисбатан инерция моментларини ёзиш қулайдир.

Доира юзасидан элементар халқани концентрик айланалар билан ажратсак (5.12-шакл) $dA = 2\pi \rho d\rho$ бўлади.

У вақтда $J_\rho = \int_0^R \rho^2 2\pi \rho d\rho = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = 2\pi \frac{R^4}{4} = \frac{\pi R^4}{2}$.



5.13-шакл



5.14-шакл

Демак, $J_\rho = \frac{\pi R^4}{2}$ ёки $J_\rho = \frac{\pi D^4}{32}$

Доира юзасининг марказий ўқларга нисбатан инерция моментлари қуйидагича бўлади :

$$J_y = J_z = \frac{J_\rho}{2} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64} .$$

4.Халқа юзасининг инерция моменти.

Халқа юзасининг инерция моментини ташқи ва ички доиралар юзасининг инерция моментларининг айирмасидан топамиз (5.13-шакл).

Қутб инерция моменти

$$J_\rho = \frac{\pi R^4}{2} - \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi R^4}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right] = \frac{\pi D^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] .$$

Марказий ўқларга нисбатан инерция моменти

$$J_y = J_z = \frac{\pi R^4}{4} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right] = \frac{\pi D^4}{64} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] .$$

5.4-§ МАРКАЗИЙ ЎҚЛАР ПАРАЛЛЕЛ КЎЧИРИЛГАНДА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИНГ ЎЗГАРИШИ.

Фараз қилайлик, кесим юзасининг марказий y ва z ўқларига нисбатан инерция моментлари ҳисобланган бўлсин. Бу ўқларга параллел бўлган y_1 ва z_1 ўқларга нисбатан кесим юзасининг инерция моментларини ҳисоблаймиз (5.14-шакл).

Координаталар орасидаги боғланишлар: $y_1 = y + b$, $z_1 = z + a$ бўлади.

У вақтда :

$$\begin{aligned}
 J_{y_1} &= \int_A z_1^2 dF = \int_A (z + a)^2 dF = \int_A z^2 dF + 2a \int_A z dF + a^2 \int_A dF = J_y + 2a S_y + a^2 F ; \\
 J_{z_1} &= \int_A y_1^2 dF = \int_A (y + b)^2 dF = \int_A y^2 dF + 2b \int_A y dF + b^2 \int_A dF = J_z + 2b S_z + b^2 F ; \\
 J_{y_1 z_1} &= \int_A y_1 z_1 dF = \int_A (y + b)(z + a) dF = \int_A yz dF + b \int_A z dF + a \int_A y dF + ab \int_A dF = \\
 &= J_{yz} + bJ_y + aJ_z + abF.
 \end{aligned}$$

Бу формулалардаги S_y ва S_z лар y ва z ўқларига нисбатан олинган статик моментлар бўлиб, нолга тенгдир, чунки y ва z ўқлари марказий ўқлардир. У вақтда марказий ўқларга параллел бўлган ўқларга нисбатан инерция моментлари қуйидагича бўлади :

$$\begin{aligned}
 J_{y_1} &= J_y + a^2 F ; \\
 J_{z_1} &= J_z + b^2 F ; \\
 J_{y_1 z_1} &= J_{yz} + abF.
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Бу формулалардан кўпинча мураккаб юзанинг инерция моментини ҳисоблашда фойдаланилади.

(5.10) формулаларнинг биринчи ва иккинчисини бир – бирига қўшсак, қутб инерция momenti учун қуйидагини оламиз :

$$J_{\rho_1} = J_{\rho} + (a^2 + b^2) F.$$

Шундай қилиб, (5.10) формулаларга асосан қуйидаги теоремани таърифлаш мумкин: текис кесим юзасининг марказий ўқларга параллел йўналган ўқларга нисбатан инерция моментлари шу юзадан марказий ўқларга нисбатан олинган инерция моментлари билан ўқлар оралиғи квадратининг кесим юзасига кўпайтмаси йиғиндисига тенг.

(5.10) формулалар ёрдамида, марказий ўқга нисбатан инерция momenti ҳисобланган бўлса, ҳар қандай унга параллел бўлган ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаш мумкин, ва аксинча, ҳар қандай ўққа нисбатан инерция momenti маълум бўлса, унга параллел бўлган ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаш мумкин. Масалан, тўғри тўртбурчак юзасининг марказий ўқларга нисбатан инерция momenti $J_y = \frac{bh^3}{12}$, унинг асосидан ўтган y_1 ўқига нисбатан инерция momenti қуйидагича бўлади (5.3-шакл).

$$J_{y_1} = J_y + a^2 F = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot bh = \frac{bh^3}{3}.$$

Худди шу натижани интеграллаш йўли билан ҳам олган эдик

Агар тўғри учбурчак юзасининг катетларидан ўтган ўқларга нисбатан инерция моменти $J_{y_1 z_1} = \frac{b^2 h^2}{24}$, бўлса, марказий ўқларга нисбатан қуйидагича бўлади (5.5-шакл).

$$J_{yz} = J_{y_1 z_1} - abF = \frac{b^2 h^2}{24} - \left(-\frac{h}{3}\right)\left(-\frac{b}{3}\right) \cdot \frac{bh}{2} = -\frac{b^2 h^2}{72}, \text{ демак, } J_{yz} = -\frac{b^2 h^2}{72}.$$

Агар марказий ўқларнинг бирортаси (ёки иккаласи ҳам) кесим юзига симметрик бўлса, (5.10) формулаларнинг учинчиси қуйидагича бўлади: $J_{y_1 z_1} = abF$, чунки $J_{yz} = 0$. дир.

5.5-§ КООРДИНАТА ЎҚЛАРИ БУРИЛГАНДА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТИНИНГ ЎЗГАРИШИ.

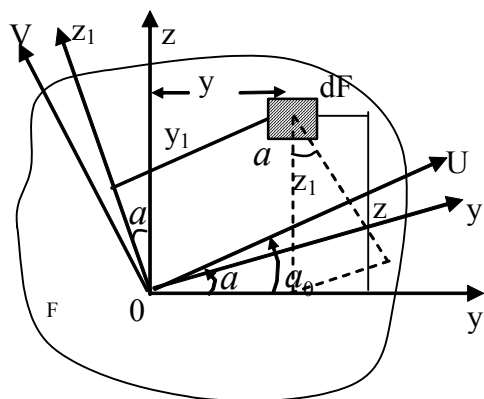
Фараз қилайлик, текис кесим юзаси берилган бўлиб, унинг текислигида ўтган y ва z ўқларига нисбатан инерция моментлари ҳисобланган бўлсин (5.15-шакл).

Координата системасининг oy ва oz ўқларини соат стрелкасининг юришига тескари томонга қараб α бурчакка буриб, бу йўналишни мусбат деб ҳисоблаймиз. Текис кесим юзасининг ҳосил бўлган янги y_1 ва z_1 ўқларига нисбатан инерция моментларини ҳисоблаймиз.

Координата ўқлари орасидаги боғланишлар қуйидагича бўлади ((5.15-шакл) га қаранг).

$$\begin{aligned} y_1 &= y \cos \alpha + z \sin \alpha, \\ z_1 &= z \cos \alpha - y \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.11)$$

У вақтда, таърифга асосан :



5.15-шакл

$$\begin{aligned}
J_{y_1} &= \int_A z_1^2 dF = \int_A (z \cos \alpha - y \sin \alpha)^2 dF = \cos^2 \alpha \int_A z^2 dF - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A y z dF + \\
&+ \sin^2 \alpha \int_A y^2 dF = \cos^2 \alpha J_y - \sin 2\alpha J_{yz} + \sin^2 \alpha J_z ; \\
J_{z_1} &= \int_A y_1^2 dF = \int_A (y \cos \alpha + z \sin \alpha)^2 dF = \cos^2 \alpha \int_A y^2 dF + 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A y z dF + \\
&+ \sin^2 \alpha \int_A z^2 dF = \cos^2 \alpha J_z + \sin 2\alpha J_{yz} + \sin^2 \alpha J_y ; \\
J_{y_1 z_1} &= \int_A y_1 z_1 dF = \int_A (y \cos \alpha + z \sin \alpha)(z \cos \alpha - y \sin \alpha) dF = \\
&= \cos^2 \alpha \int_A y z dF + \sin \alpha \cos \alpha \int_A z^2 dF - \sin \alpha \cos \alpha \int_A y^2 dF - \sin^2 \alpha \int_A y z dF = \\
&= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) J_{yz} + \frac{(J_y - J_z)}{2} \sin 2\alpha = \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha .
\end{aligned}$$

Шундай қилиб :

$$J_{y_1} = J_y \cos^2 \alpha + J_z \sin^2 \alpha - J_{yz} \sin 2\alpha \quad (5.12)$$

$$J_{z_1} = J_y \sin^2 \alpha + J_z \cos^2 \alpha + J_{yz} \sin 2\alpha \quad (5.13)$$

$$J_{y_1 z_1} = \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha \quad (5.14)$$

Агар (5.12) ва (5.13) формулаларни :

$$J_{y_1} + J_{z_1} = J_y + J_z = J_p \quad (5.15)$$

Демак, ўзаро тик ўқлар бурилганда бу ўқларга нисбатан олинган инерция моментларининг йиғиндиси ўзгармас миқдор бўлиб, қутб инерция моментига тенгдир.

Агар (5.12) формуладан (5.13) формулани айирсак

$$J_{y_1} - J_{z_1} = (J_y - J_z) \cos 2\alpha - 2J_{yz} \sin 2\alpha \quad (5.16)$$

Демак, ўқларга нисбатан экваториал инерция моментлари маълум бўлса, y_1 ва z_1 ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моментини ҳисоблаш мумкин.

5.6-§ БОШ ИНЕРЦИЯ ЎҚЛАРИ ВА БОШ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ.

Юқоридагилардан, яъни, (5.12)–(5.14) формулалардан кўринадики, α бурчакнинг ўзгариши билан J_{y_1} , J_{z_1} ва J_{yz} ларнинг миқдорлари ҳам ўзгаради. Демак, α нинг бирор қийматида J_{y_1} ва J_{z_1} миқдорлари экстремал қийматларга эришади.

Кесимнинг ўқларга нисбатан инерция моментларининг экстремал (максимум ва минимум) қийматларига бош инерция моментлари дейилади. Инерция моментлари экстремал қийматларга эга бўлган ўқларга бош инерция ўқлари дейилади.

Бош инерция ўқларининг ҳолатини ва бош инерция моментларини топиш учун (5.12) формуладан α бурчак бўйича биринчи ҳосила оламиз :

$$\frac{dJ_{y_1}}{d\alpha} = (J_y - J_z)\sin 2\alpha + J_{yz}\cos 2\alpha.$$

У вақтда

$$\left(\frac{dJ_{y_1}}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = (J_y - J_z)\sin 2\alpha_0 + J_{yz}\cos 2\alpha_0 = 0 \quad (5.17)$$

бунда α_0 -координата ўқларини бурганда бош ўқлар билан мос тушадиган бурчак.

Агар (5.14) ва (5.17) формулаларни солиштирсак кўрамизки,

$$\left(\frac{dJ_{y_1}}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = (-2J_{y_1z_1})_{\alpha=\alpha_0} = 0,$$

яъни

$$(J_{y_1z_1})_{\alpha=\alpha_0} = 0.$$

Демак, бош инерция ўқларига нисбатан марказдан қочирма инерция моменти нолга тенгдир. (5.17) формуладан

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2J_{yz}}{J_z - J_y}. \quad (5.18)$$

Бу формула бош ўқларнинг ҳолатини аниқлайди, улардан бирига нисбатан инерция моменти максимал қийматга эга бўлса, иккинчисига нисбатан минимал бўлади. Агар бош ўқларни u ва v билан белгиласак, у ҳолда (5.15) ва (5.16) формулалардаги α ўрнига α_0 ни қўйиб, бош инерция моментларини топиш учун қуйидагиларни ҳосил қиламиз :

$$J_u + J_v = J_y + J_z. \quad (5.19)$$

$$J_u - J_v = (J_y - J_z)\cos 2\alpha_0 - J_{yz}\sin 2\alpha_0. \quad (5.20)$$

Марказдан қочирма инерция моменти J_{yz} нинг қийматини (5.18) формуладан (5.20) формулага қўйиб ва уни (5.19) формулага ҳадлаб қўшсак, бош u ўқига нисбатан олинган бош инерция моменти чиқади :

$$J_u = \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cdot \frac{1}{\cos 2\alpha_0}. \quad (5.21)$$

Бу формуладаги $\frac{1}{\cos 2\alpha_0}$ ни қуйидаги ифода билан алмаштирамиз :

$$\frac{1}{\cos 2\alpha_0} = \pm \sqrt{1 + \tan^2 2\alpha_0} = \pm \sqrt{1 + \frac{4J_{yz}^2}{(J_y - J_z)^2}}.$$

У вақтда

$$J_{\frac{u}{v}} = J_{\frac{\max}{\min}} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2}. \quad (5.22)$$

бўлади.

Шуни айтиш керакки, агар (5.19) формуладан (5.20) формулани ҳадлаб айирсак ҳам худди шу натижани оламиз.

Шундай қилиб, бош ўқлар қуйидаги хусусиятларга эга :

1) Бош ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моменти доимо нолга тенг ($J_{uv} = 0$).

2) Бош ўқларга нисбатан инерция моментлари экстремал қийматга эга, яъни $J_{\frac{\max}{\min}}$ га тенг.

Агар бош ўқлар кесимнинг оғирлик марказидан ўтса, улар марказий бош ўқлар дейилади. Агар кесим бирор симметрия ўқиға эга бўлса, у вақтда бу симметрия ўқи марказий бош ўқлардан бири бўлади, иккинчиси эса юза марказидан ўтиб, унга тик бўлади, марказдан қочирма инерция моменти эса нолга тенг бўлади.

Агар текис кесим юзасининг бош ўқларга нисбатан инерция моментлари J_u ва J_v маълум бўлса, у ҳолда исталган марказий ўққа нисбатан инерция моментини қуйидагича топиш мумкин :

$$\begin{aligned} J_y &= J_u \cos^2 \beta + J_v \sin^2 \beta; \\ J_z &= J_v \sin^2 \beta + J_u \cos^2 \beta; \\ J_{yz} &= \frac{J_u - J_v}{2} \sin 2\beta. \end{aligned} \quad (5.23)$$

бунда $\beta - u$ ва v ўқлар орасидаги бурчак.

Энди баъзи бир хусусий ҳолларни қараймиз :

1) Агар $J_y = J_z$ ва $J_{yz} = 0$ бўлса, у вақтда (5.14) формулага асосан, ҳар қандай ўзаро тик жуфт ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моменти нолни беради. Шунинг учун координата системасини буриш йўли билан олинган ҳар қандай ўқлар бош инерция ўқлари бўлади. Бу ҳолда

$$J_y = J_z = J_{\max} = J_{\min} = \text{const}.$$

2) Иккитадан кўп симметрия ўқиға эға бўлған текис юзалар учун, ҳамма марказий ўқларға нисбатан олинған инерция моментлари бир-бириға тенг бўлади, яъни $J_y = J_z$.

3) Ағар $J_y = J_z$ ва $J_{yz} \neq 0$ бўлса, у вақтда (5.18) формула бўйича :

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \infty, \quad 2\alpha_0 = 90^\circ, \quad \alpha_0 = 45^\circ.$$

Бу ҳолда, бош инерция ўқлари y ва z билан 45° ни ташкил қилади.

Охирида шуни айтиш керакки, инерция моментлари ва кучланиш ҳолатлари бир-бири билан тўлиқ аналогияға эғадир.

5.7-§ ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ИНЕРЦИЯ РАДИУСЛАРИ ТЎҒРИСИДА ТУШУНЧА.

Ағар ўқларға нисбатан экваториал инерция моментларининг ифодаси (6.6) формуладаги y^2 ва z^2 лар ўрниға унинг ўртача қийматлари r_y^2 ва r_z^2 лар қўйилса, инерция моментларининг қийматлари ўзғармас бўлади.

$$J_y = r_y^2 \cdot F, \quad J_z = r_z^2 \cdot F,$$

бунда : r_y ва r_z текис кесим юзасининг y ва z ўқларига нисбатан инерция радиуслари.

Инерция радиуслари узунлик ўлчовида (одатда см) ўлчанади.

Шудай қилиб, инерция радиуси қуйидагича бўлади :

$$r_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}, \quad r_z = \sqrt{\frac{J_z}{F}}$$

Бош ўқларға нисбатан инерция радиуслари :

$$r_u = \sqrt{\frac{J_u}{F}}, \quad r_v = \sqrt{\frac{J_v}{F}} \quad (5.24)$$

бўлади.

Бу бош инерция радиуслари ёрдамида берилған кесим учун инерция эллипсини чизиш мумкин.

5.7-§ МУРАКАБ ЮЗАЛАРНИНГ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ.

Мураккаб юзаларнинг инерция моментларини ҳисоблаш учун, аввало уни оддий юзаларга ажратилади. У ҳолда мураккаб юзанинг бирор ўққа нисбатан инерция моментини топиш учун, ҳар қайси оддий юзанинг шу ўққа нисбатан инерция моменти ҳисобланиб уларнинг йиғиндиси олинади :

$$J_y = J_y^1 + J_y^2 + \dots + J_y^n = \sum_{i=1}^n J_y^i$$

бунда

$$J_y^1 = J_{y_0}^1 + a_1^2 F_1, \quad J_y^2 = J_{y_0}^2 + a_2^2 F_2, \quad \dots, \quad J_y^n = J_{y_0}^n + a_n^2 F_n,$$

$J_{y_0}^1, J_{y_0}^2, \dots, J_{y_0}^n$ - ҳар қайси оддий юзанинг ўз марказий ўқларига нисбатан инерция моментлари.

$a_1, a_2, \dots, a_n$ - оддий юза марказий ўқи ва мураккаб юзанинг марказий ўқигача бўлган масофалар.

Юқорида айтилганлар марказдан қочирма инерция моментлари учун ҳам ўз кучини сақлайди.

Фасон кесим юзаларининг (қўштавр, швеллер, бурчаклик кабилар) инерция моментлари Сортамент жадвалидан олинади.

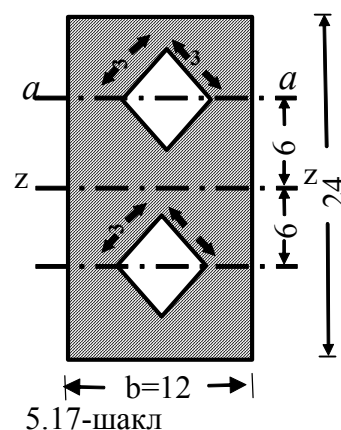
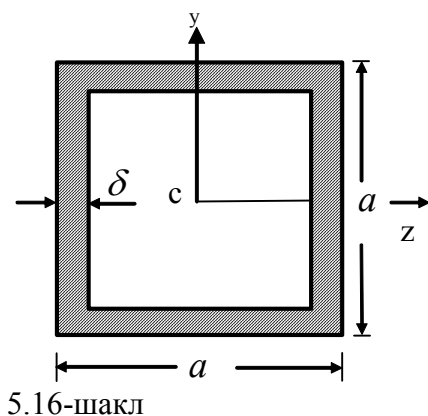
МИСОЛЛАР.

5.6 мисол .

5.16-шаклда кўрсатилган каробкасимон кесим учун бош марказий инерция моменти ҳисоблансин. $a = 40 \text{ см}$, $\delta = 4 \text{ см}$.

Ечиш: Шакл симметрик жойлашганлиги учун $J_y = J_z$ бўлади. Бош ўқ квадрат диагоналининг кесишган нуқтасидан ўтади.

$$\begin{aligned} J_y = J_z = J_{y_1} - J_{y_2} &= \frac{a^4}{12} - \frac{(a-2\delta)^4}{12} = \frac{a^4 - (a-2\delta)^4}{12} = \\ &= \frac{(40)^4 - (40-2 \cdot 4)^4}{12} = 125952 \text{ см}^4. \end{aligned}$$



5.7-мисол.

5.17-шаклда кўрсатилган кесимнинг z - z ўқиға нисбатан инерция моменти аниқлансин. Ўлчамлар см да берилган.

Ечиш: Кесимнинг инерция моменти тўғри тўртбурчакнинг инерция (J'_z) моментида квадратларнинг инерция (J''_z) моментларини айириш билан топилади.

Тўғри тўртбурчакнинг инерция моменти:

$$J'_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{12 \cdot 20^3}{12} = 8000 \text{ см}^4.$$

Квадрат учун ҳар қандай ўқ бош ўқ бўлганлигидан:

$$J_a = \frac{a^4}{12} = \frac{3^4}{12} = 6,75 \text{ см}^4.$$

z - z ва a - a ўқлар параллел бўлганлиги учун (4.4) формуладан квадратнинг инерция моментини z - z ўқиға нисбатан топамиз:

$$J''_z = J_a + a^2 F = 6,75 + 6^2 \cdot 9 = 330,75 \text{ см}^4.$$

Бинобарин,

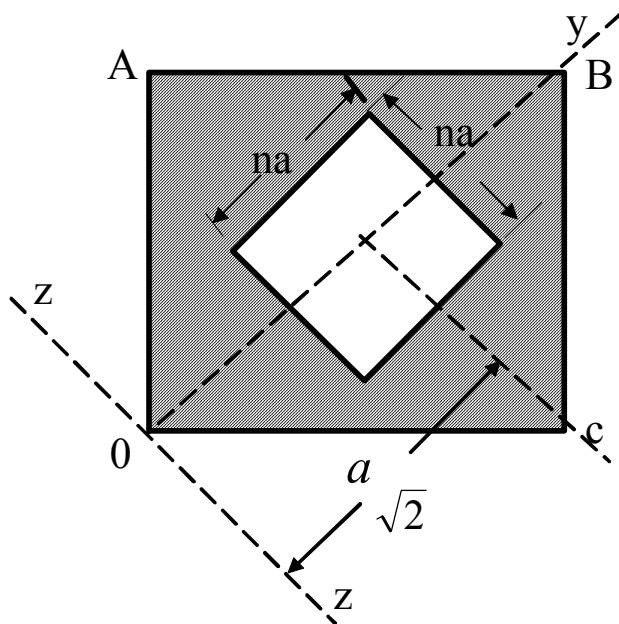
$$J_z = J'_z - 2J''_z = 8000 - 2 \cdot 330,75 = 7338,5 \text{ см}^4.$$

5.8-мисол.

5.18-шаклда кўрсатилган квадрат ичидан заруриятга биноан квадрат кесиб олинган. Агар штрихланган юзанинг O нуқтасидан ўтган бош ўқларнинг нисбати ($J_z : J_y = 5$) га тенг бўлса, n нимага тенг бўлади.

Ечиш: O нуқтадан ўтган битта бош ўқ OB симметрия ўқидан ўтган бош ўққа мос келиб унга тик йўналган бўлади.

Квадратнинг барча ўқлари бош ўқлар бўлганлигидан, O нуқтадан ўтувчи ўқга параллел йўналган бўлади.



5.18-шакл.

$$\text{Демак, } J_z = \frac{a^4}{12} + a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{n^2 a^2}{12} - n^2 a^2 \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^4}{12} (7 - n^4 - 6n^2);$$

$$J_y = \frac{a^4}{12} - \frac{n^2 a^2}{12} = \frac{a^4}{12} (1 - n^4).$$

Масаланинг шартига ($J_z : J_y = 5$) асосан бу биквадрат тенгламасига келади:

$$2n^4 - 3n^2 + 1 = 0.$$

Бу тенгламани ечишда $n=1$ илдизни ташлаб юбориб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71.$$

5.9-мисол.

Кўндаланг кесими тўртта тенг ёнли 100x100x10 бурчакликдан ташкил топган устуннинг бош инерция моменти топилсин (5.19-шакл). $a = 27 \text{ см}$.

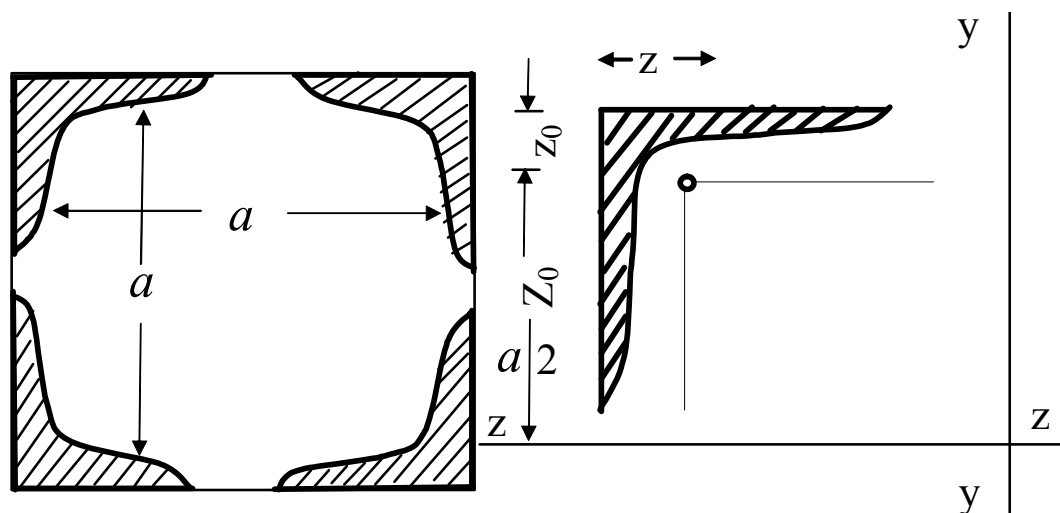
Ечиш: сортамент жадвалидан:

$$z_0 = 2683 \text{ см}; J_z = J_y = 139,0 \text{ см}^4; F = 19,2 \text{ см}^2;$$

$$J_z = J_y = 4[179 + 19,2(14,5 + 2,85)^2] = 5945,3 \text{ см}^4.$$

$$\text{Демак, } J_z = \frac{a^4}{12} + a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{n^2 a^2}{12} - n^2 a^2 \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^4}{12} (7 - n^4 - 6n^2);$$

$$J_y = \frac{a^4}{12} - \frac{n^2 a^2}{12} = \frac{a^4}{12} (1 - n^4).$$



5.19-шакл

Масаланинг шартига ($J_z : J_y = 5$) асосан бу биквадрат тенгламасига келади:

$$2n^4 - 3n^2 + 1 = 0.$$

Бу тенгламани ечишда $n=1$ илдизни ташлаб юбориб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71.$$

5.10-мисол.

5.20-шаклда кўрсатилган кесим учун бош марказий инерция моментлари топилсин. Швеллер № 18 ва бурчаклик $\angle 90 \times 90 \times 6$

Ечиш: сортамент жадвалидан швеллер ва бурчаклик учун керакли қийматларни оламиз:

1) Швеллер № 18

$$h_1 = 18 \text{ см}, b_1 = 7 \text{ см}, F_1 = 20,7 \text{ см}^2, J_{y_1} = 1090 \text{ см}^4, J_{z_1} = 86 \text{ см}^4, z_0 = 1,94 \text{ см}.$$

2). Бурчаклик $90 \times 90 \times 6$.

$$b_2 = 9 \text{ см}, F_2 = 10,6 \text{ см}^2, j_{y_2} = J_{z_2} = 82,2 \text{ см}^4, J_{y_0} = 130 \text{ см}^4, J_{z_0} = 34,0 \text{ см}^4, z_{02} = 2,43 \text{ см}.$$

1). Оғирлик марказининг координаталарини аниқлаш учун y ва z ёрдамчи ўқларини ўтказиб, ҳар кесим оғирлик марказидан бу ўққача бўлган масофани аниқлаймиз.

$$y_1 = b_2 + z_{0_1} = 9 + 1,94 = 10,94 \text{ см}; \quad y_2 = b_2 - z_{0_2} = 9 - 2,43 = 6,57 \text{ см};$$

$$z_1 = h_1/2 = \frac{18}{2} = 9 \text{ см}; \quad z_2 = z_{0_2} = 2,43 \text{ см}.$$

(5.2) формуладан фойдаланиб оғирлик марказининг координаталарини ҳисоблаймиз.

$$y_c = \frac{S_z}{F} = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2}{F_1 + F_2} = \frac{20,7 \cdot 10,94 + 10,6 \cdot 6,57}{20,7 + 10,6} = 9,46 \text{ см};$$

$$z_c = \frac{S_y}{F} = \frac{F_1 \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2}{F_1 + F_2} = \frac{20,7 \cdot 9 + 10,6 \cdot 2,43}{20,7 + 10,6} = 6,77 \text{ см}.$$

Бу қийматларни масштаб бўйича қўйиб с нуқтани топамиз, бу икки кесим марказидан ўтувчи тўғри чизик устида ётиши керак.

2) y_c , z_c ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моментини аниқлаймиз. Ўқлар орасидаги масофалар:

$$a_1 = z_1 - z_c = 9 - 6,77 = 2,23 \text{ см}; \quad a_2 = z_2 - z_c = 2,43 - 6,77 = -4,34 \text{ см};$$

$$b_1 = y_1 - y_c = 10,94 - 9,46 = 1,48 \text{ см}; \quad b_2 = y_2 - y_c = 6,57 - 9,46 = -2,89 \text{ см}.$$

$$J_{yc_{11c}} = J_{y_c} + a_1^2 F_1 + J_{y_2} + a_2^2 F_2 =$$

$$= 1090 + (2,23)^2 \cdot 20,7 + 82,1 + (-4,34)^2 \cdot 10,6 = 1474,7 \text{ см}^4;$$

$$J_{zc} = J_{z_1} + b_1^2 F_1 + J_{z_1} + b_2^2 F_2 = 86 + (1,48)^2 \cdot 20,7 + 82,1 + (-2,89)^2 \cdot 10,6 = 298,25 \text{ см}^4;$$

$$J_{yczc} = J_{y_1 z_1} + a_1 b_1 F_1 + \frac{J_{y_0} - J_{z_0}}{2} (-1) + a_2 b_2 F_2 = 0 + 2,23 \cdot 1,48 \cdot 20,7 - \frac{130 - 34}{2} +$$

$$+ (-4,34)(-2,89) \cdot 10,6 = 153,27 \text{ см}^4.$$

3). Бош ўқнинг ҳолатини аниқлаймиз.

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{yczc}}{J_{z_c} - J_{y_c}} = \frac{2 \cdot 153,27}{298,25 - 1474,7} = -0,2605;$$

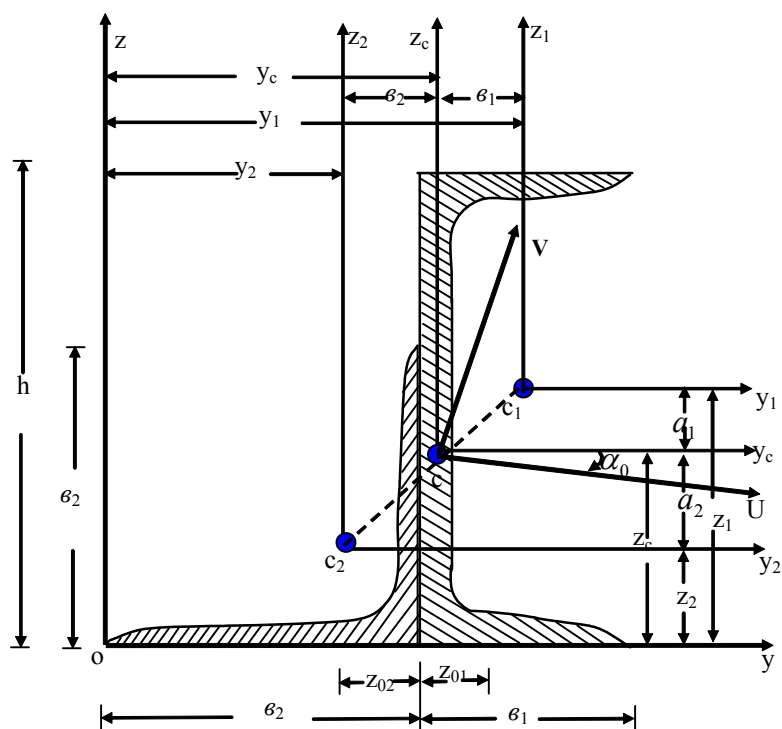
$$2\alpha_0 = -14^0 38^1; \quad \alpha_0 = -7^0 19^1.$$

Бу бурчакни соат стрелкаси бўйича қўйиб, U ва V ўқларининг йўналишини аниқлаймиз.

4) Бош марказий инерция моментлари ҳисоблаймиз.

$$J_{\frac{u}{v}} = J_{\frac{\max}{\min}} = \frac{1}{2} [(J_{y_c} + J_{z_c}) \pm \sqrt{(J_{y_c} - J_{z_c})^2 + 4J_{yczc}^2}] =$$

$$= \frac{1}{2} [(1474,7 + 298,25) \pm \sqrt{(1474,7 - 298,25)^2 + 4(153,27)^2}]$$



5.20-шакл

бундан

$$J_u = J_{max} = 1494,33 \text{ см}^4$$

$$J_v = J_{min} = 278,61 \text{ см}^4$$

$$1) \quad J_u + J_v = J_{yc} + J_{zc}$$

$$\text{Текшириш: } 1494,33 + 278,61 = 1474,7 + 298,25$$

$$1772,94 = 1772,95$$

$$2) \quad J_{U,V} = \frac{J_{yc} - J_{zc}}{2} \sin 2\alpha + J_{yc zc} \cos 2\alpha = 0$$

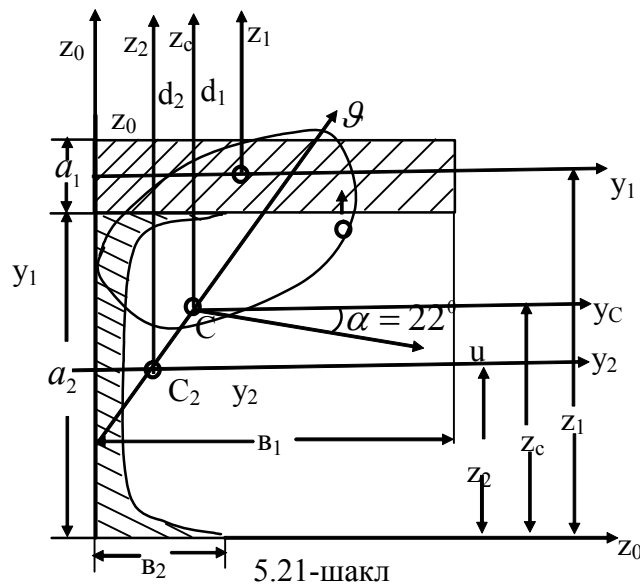
$$J_{U,V} = \frac{1474,7 - 298,25}{2} (-0,2526) + 153,27 \cdot 0,9675 = 0;$$

$$\text{бу ерда: } \sin 2\alpha_0 = -0,2526; \quad \cos 2\alpha_0 = +0,9675$$

Демак, юқоридаги ҳисоблашлар тўғри экан.

5.11- мисол.

Томонлари 12 см ва 2 см бўлган тўғри тўртбурчак ва № 14^a швеллердан иборат мураккаб кесим юзасининг бош инерция моментлари ва инерция радиуслари ҳисоблансин (5.21-шакл).



Берилган:

1) Тўғритўртбурчак:

$$a_1 = 2\text{см}, b_1 = 12\text{см}, F_1 = 24\text{см}^2, J_{y_1} = \frac{b_1 a^3}{12} = \frac{12 \cdot 8}{12} = 8\text{см}^4, J_{z_1} = \frac{a_1 b_1^3}{12} = \frac{2 \cdot (12)^3}{12} = 288\text{см}^4.$$

2) Швеллер:

$$a_2 = h = 14\text{см}, b_2 = 6,2\text{см}, z_0 = 1,87\text{см}, F_2 = 17\text{см}^2, J_{y_2} = 545\text{см}^4, J_{z_2} = 57,5\text{см}^4.$$

Ечиш :

1) Кесим юзасининг оғирлик марказининг координаталарини y_0 ва z_0 ёрдамчи ўқларга нисбатан топамиз.

$$y_c = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_1 + F_2} = \frac{24 \cdot 6 + 17 \cdot 1,87}{24 + 17} = \frac{175,8}{41} = 4,28\text{см};$$

$$z_c = \frac{F_1 z_1 + F_2 z_2}{F_1 + F_2} = \frac{24 \cdot 15 + 17 \cdot 7}{24 + 17} = \frac{479}{41} = 11,68\text{см}.$$

Демак, C (4,28 см ; 11,68 см).

2) Ўқларга нисбатан экваториал ва марказдан қочирма инерция моментларини ҳисоблаймиз.

$$J_{y_c} = (J_{y_1} + c_1^2 F_1) + (J_{y_2} + c_2^2 F_2);$$

$$J_{z_c} = (J_{z_1} + d_1^2 F_1) + (J_{z_2} + d_2^2 F_2);$$

$$J_{y_c z_c} = (J_{y_1 z_1} + c_1 d_1 F_1) + (J_{y_2 z_2} + c_2 d_2 F_2).$$

бунда :

$$c_1 = z_1 - z_c = 15 - 11,68 = 3,32 \text{ см};$$

$$c_2 = z_c - z_2 = 11,68 - 7 = 4,68 \text{ см};$$

$$d_1 = y_1 - y_c = 6 - 4,28 = 1,72 \text{ см};$$

$$d_2 = y_c - y_2 = 4,28 - 1,87 = 2,41 \text{ см}.$$

$$J_{y_c} = [8 + (3,32)^2 \cdot 24] + [545 + (-4,68)^2 \cdot 17] = 272 + 919 = 1191 \text{ см}^4;$$

$$J_{z_c} = [288 + (1,72)^2 \cdot 24] + [57,5 + (-2,41)^2 \cdot 17] = 360 + 156 = 516 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_c z_c} = c_1 d_1 F_1 + c_2 d_2 F_2 = (3,32)(1,72) \cdot 24 + (-4,68)(-2,41) \cdot 17 = \\ = 136,8 + 192,1 = 328,9 \approx 329 \text{ см}^4.$$

3) Бош инерция ўқларининг ҳолатини аниқлаймиз.

$$tq2_{\alpha_0} = \frac{2J_{y_c z_c}}{J_{y_c} - J_{z_c}} = \frac{2 \cdot 329}{1191 - 516} = \frac{658}{675} = 0,97.$$

4) Бош инерция моментларини топамиз.

$$J_{\frac{u}{v}} = J_{\frac{\max}{\min}} = \frac{J_{y_c} - J_{z_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{y_c} - J_{z_c})^2 + 4J_{y_c z_c}^2} = \frac{1191 + 516}{2} \pm \\ \pm \frac{1}{2} \sqrt{(1191 - 516)^2 + 4 \cdot (329)^2} = 853,5 \pm 0,5 \sqrt{888589} = 853,5 \pm 471,5;$$

$$J_{\frac{u}{v}} = J_{\frac{\max}{\min}} = 853,5 \pm 471,5;$$

Демак,

$$J_u = J_{\max} = 853,5 + 471,5 = 1325 \text{ см}^4;$$

$$J_v = J_{\min} = 853,5 - 471,5 = 382 \text{ см}^4.$$

5) Инерция радиусини топамиз.

$$r_u = \sqrt{\frac{J_u}{F}} = \sqrt{\frac{1325}{41}} = \sqrt{32} \approx 5,6 \text{ см}; \quad r_v = \sqrt{\frac{J_v}{F}} = \sqrt{\frac{382}{41}} = \sqrt{9,4} \approx 3,0 \text{ см}.$$

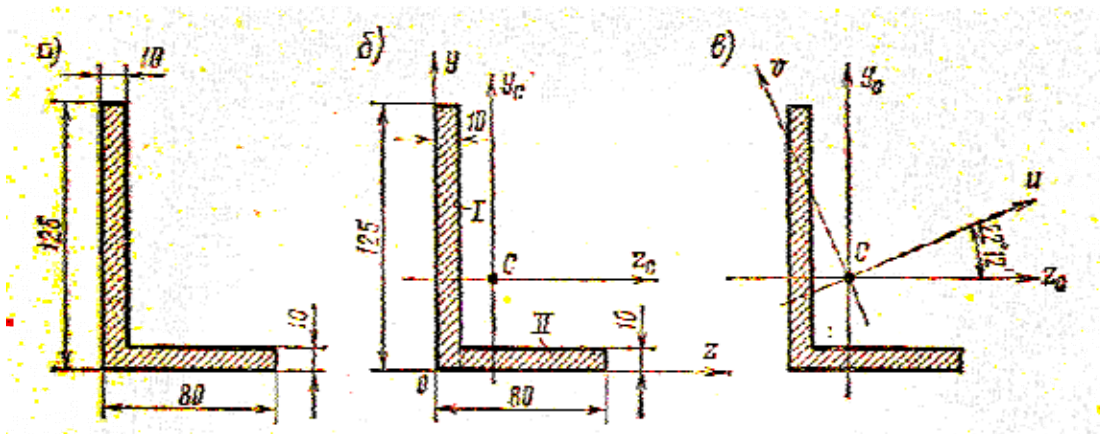
Булар асосида инерция эллипси қурилган.

5.12-мисол.

5.22-шаклда кўрсатилган бурчакликнинг бош марказий ўқларининг ҳолати аниқлансин ва бош инерция моментлари ҳисоблансин.

Ечиш: Бурчакликни иккита тўғри тўртбурчакка бўлиб, юзаларини ва оғирлик марказининг координаталарини аниқлаймиз (190-шакл, б)

$$F_1 = 1 \cdot 12,5 = 12,5 \text{ см}^2; \quad z_1 = 0,5 \text{ см}; \quad Y_1 = 6,25 \text{ см}; \quad F_2 = 7 \cdot 1 = 7 \text{ см}^2; \quad z_2 = 4,5 \text{ см}; \quad Y_2 = 0,5 \text{ см}.$$



5.22-шакл.

Бурчаклик оғирлик марказининг координаталарини ҳисоблаймиз:

$$z_c = \frac{F_1 \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2}{F_1 + F_2} = \frac{12,5 \cdot 0,5 + 7 \cdot 4,5}{12,5 + 7} = 1,94 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2}{F_1 + F_2} = \frac{12,5 \cdot 6,25 + 7 \cdot 0,5}{12,5 + 7} = 4,18 \text{ см};$$

z_c ва y_c ўқларига нисбатан тўғри тўртбурчакларнинг инерция моментлари ва марказдан қочирма инерция моментларини топамиз:

$$J_{zc}^I = \frac{1 \cdot (12,5)^3}{12} + 12,5 \cdot 1 (6,25 - 4,18)^2 = 216,3 \text{ см}^4;$$

$$J_{zc}^{II} = \frac{7 \cdot (1)^3}{12} + 7 (4,18 - 0,5)^2 = 95,4 \text{ см}^4;$$

$$J_{yc}^{II} = \frac{1 \cdot (7)^3}{12} + 7 \cdot 1 (4,5 - 1,94)^2 = 74,4 \text{ см}^4;$$

$$J_{zcyc}^I = 12,5 \cdot 1 [-(1,94 - 0,5)] (6,25 - 4,18) = -37,2 \text{ см}^4;$$

$$J_{zcyc}^{II} = 7 \cdot 1 (4,5 - 1,94) [-(4,18 - 0,5)] = -65,9 \text{ см}^4$$

z_c ва y_c ўқларига нисбатан бурчакликнинг инерция моментлари ва марказдан қочирма инерция моментларини оддий шаклларнинг инерция моментларининг йиғиндиси сифатида топамиз:

$$J_{zc} = J_{zc}^I + J_{zc}^{II} = 213,3 + 95,4 = 311,7 \text{ см}^4;$$

$$J_{yc} = J_{yc}^I + J_{yc}^{II} = 26,9 + 74,4 = 101,3 \text{ см}^4;$$

$$J_{yc,zc} = J_{zcyc}^I + J_{zcyc}^{II} = -37,2 + (-65,9) = -103,1 \text{ см}^4;$$

u ва v бош ўқларининг ҳолатини аниқлаш учун қуйидагини топамиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{zcyc}}{J_{yc} - J_{zc}} = \frac{2(-103,1)}{101,3 - 311,7} = 0,98$$

Бу қийматдан тўртхонали математик жадвалдан $2\alpha = 44^{\circ}24'$; $\alpha = 22^{\circ}12'$ ни оламиз ва Z_c, Y_c ўқларни соат стрелкасининг юришига тескари йўналишда α бурчакка бурамиз. (5.22-шакл, в).

Бурчакликнинг бош марказий инерция моментининг қийматини аниқлаймиз:

$$J_{\frac{\max}{\min}} = \frac{J_{zc} + J_{yc}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{zc} - J_{yc})^2 + 4J_{zcyc}^2} = \frac{311,7 + 101,3}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(311,7 - 101,3)^2 + 4(-103,1)^2} =$$

$$= 206,5 \pm 147,5;$$

$$J_{\max} = J_u = 206,5 + 147,5 = 354 \text{ см}^4;$$

$$J_{\min} = J_v = 206,5 - 147,5 = 59 \text{ см}^4.$$

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

5.1. Шаклдаги текис кесим юзаларининг оғирлик марказининг координаталарини аниқланг?

Жавоби: а) $y_C = 0$, $z_C = 4 \text{ см}$;

б) $y_C = 0$, $z_C = \frac{4r}{3\pi}$.

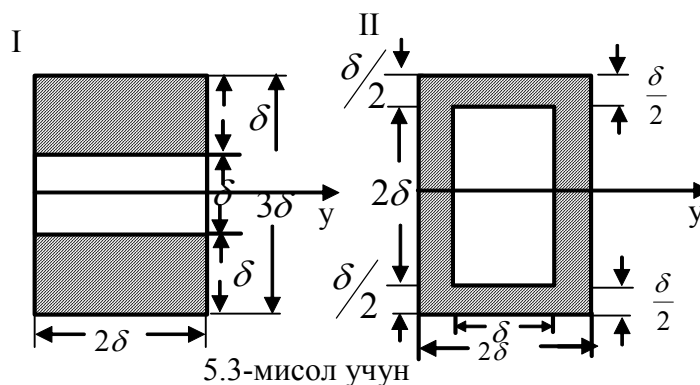
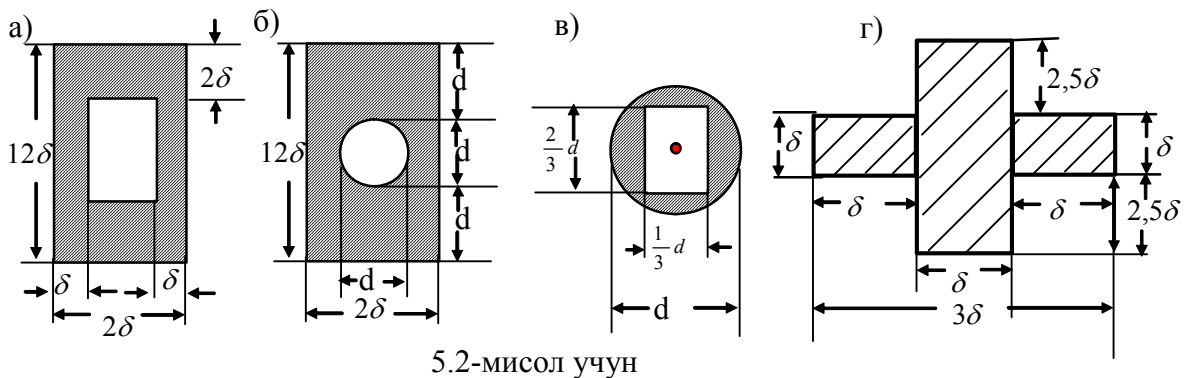
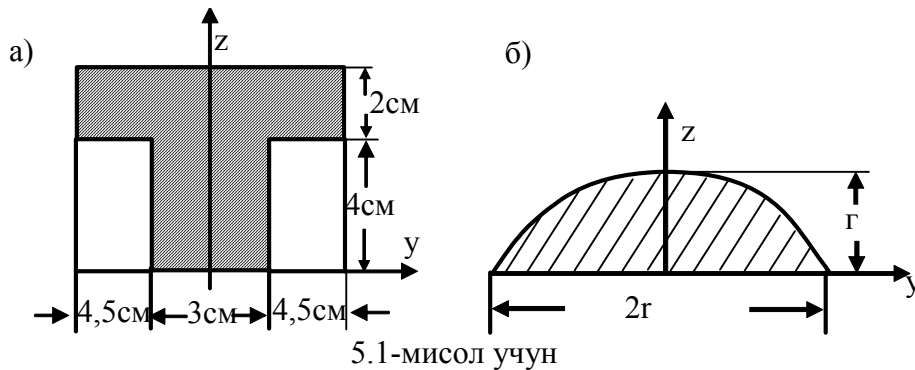
5.2. Шаклдаги текис кесим юзаларининг бош марказий инерция моментларини ҳисобланг?

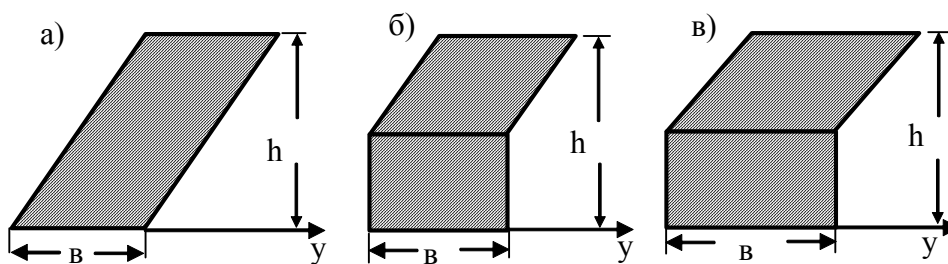
Жавоби: а) $J_{\max} = 693 \cdot \delta^4$, $J_{\min} = 173 \cdot \delta^4$.

б) $J_{\max} = 3,33 \cdot d^4$, $J_{\min} = 0,79 \cdot d^4$.

в) $J_{\max} = 4,7 \cdot 10^{-2} d^4$, $J_{\min} = 4,1 \cdot d^4$.

г) $J_{\max} = 18,2 \cdot \delta^4$, $J_{\min} = 2,67 \cdot \delta^4$.





5.5-мисол учун

5.3. Шаклдаги текис кесим юзаларининг y ўққа нисбатан инерция моментларини солиштиринг?

Жавоби: $J_y^I : J_y^{II} = 26 : 23$

5.4 Тўғри тўртбурчакнинг тамонлари билан мос келувчи ўқларга нисбатан инерция моментлари 865 см^4 ва 3450 см^4 . Тўғри тўртбурчак томонларининг нисбатини топинг?

Жавоби: $b:h=1:4$.

5.5. Шаклдаги кесим юзаларининг y ўққа нисбатан инерция моментларини топинг ва солиштиринг?

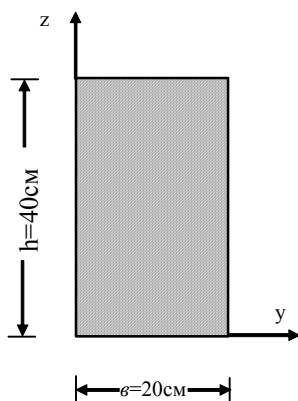
Жавоби: Ҳаммаси учун $J_y = \frac{bh^3}{3}$.

5.6. Шаклда кўрсатилган тўғри тўртбурчак юзасининг y ва z ўқларига нисбатан экваториал ва марказдан қочирма инерция моментлари ҳисоблансин.

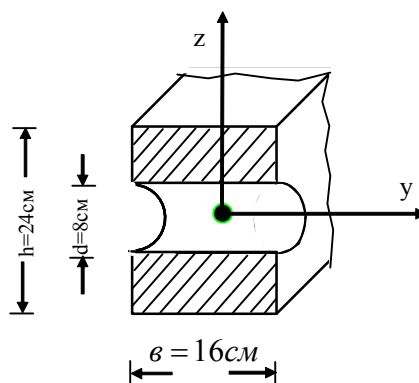
Жавоби: $J_y = 126666,67 \text{ см}^4$, $J_z = 106666,67 \text{ см}^4$; $J_{yz} = 160000 \text{ см}^4$.

5.7. Шаклда кўрсатилган кучсизлантирилган тўғри тўртбурчакли брус кесимининг бош марказий инерция моментларининг қиймати аниқлансин.

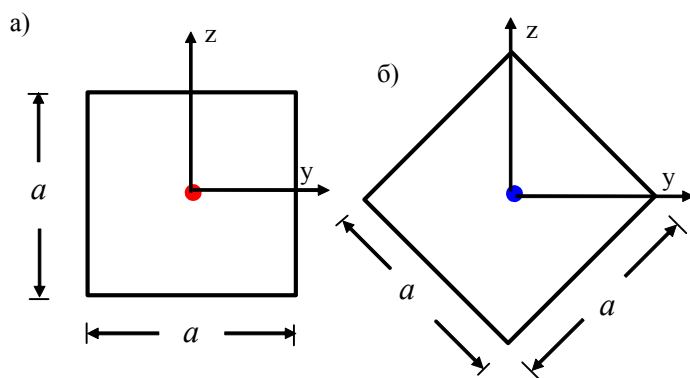
Жавоби: $J_y \cong 20310 \text{ см}^4$; $J_z \cong 5461 \text{ см}^4$



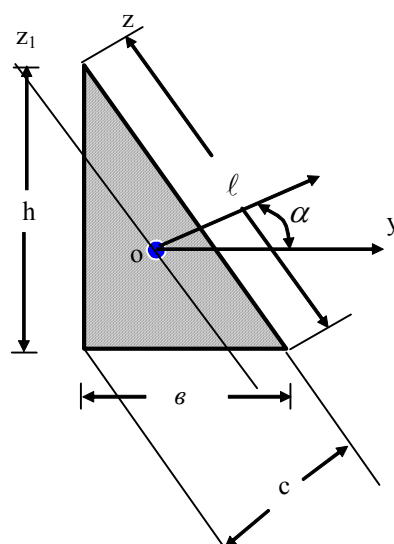
5.6-мисол учун



5.7 - мисол учун



5.8-мисол учун



5.9- мисол учун

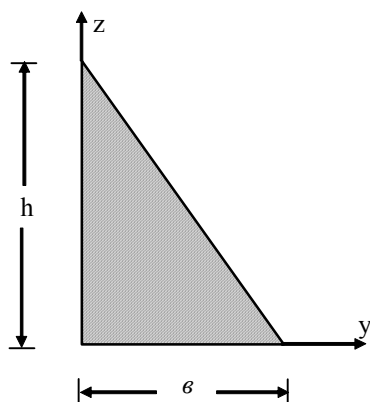
5.8. Шаклда кўрсатилган квадрат шаклнинг ўқларини ўзгартирмасдан қолдириб, шаклни 45^0 бурганимизда шаклнинг y ва z ўқларига нисбатан инерция моменти қандай ўзгаради.

Жавоби: ўзгармайди.

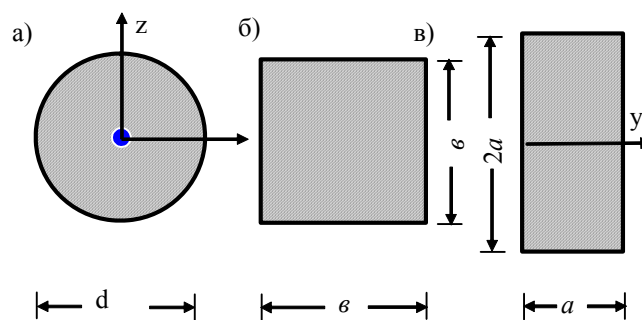
5.9. Шаклда кўрсатилган учбурчак юзасининг y ва z ўқларига нисбатан экваториал, марказдан қочирма инерция моментлари ва z_1 ўқига нисбатан экваториал инерция моменти ҳисоблансин ҳамда бош ўқлари вазияти аниқлансин.

Жавоби. $J_y = \frac{\rho h^3}{36}$; $J_z = \frac{\rho b^3}{36}$; $J_{yz} = -\frac{\rho^2 h^2}{72}$;

$$J_{z_1} = \frac{\rho c^3}{36} = \frac{\rho^3 h^3}{36 \ell^2} ; \quad \operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{\rho h}{\rho^2 - h^2}.$$



5.10- мисол учун



5.11 – мисол учун

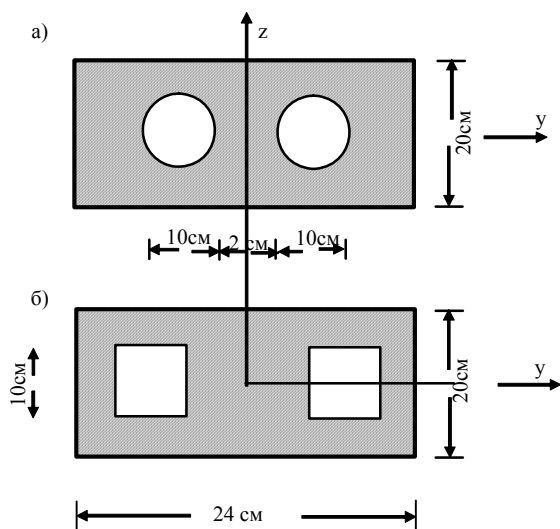
5.10 Учбурчакнинг катетларидан ўтувчи y ва z ўқларига нисбатан экваториал ва марказдан қочирма инерция моментлари аниқлансин.

Жавоби: $J_y = \frac{\epsilon h^3}{12}$; $J_z = \frac{h \epsilon^3}{12}$; $J_{yz} = \frac{\epsilon^2 h^2}{24}$

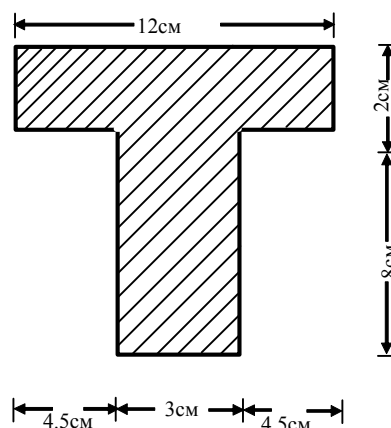
5.11 Агар шаклда кўрсатилган доира, квадрат ва тўғри тўртбурчакнинг кесим юзаси А бир хил бўлса марказий y ўқига нисбатан олинган инерция моментларининг қийматлари таққослансин.

Кўрсатма: кесимларнинг инерция моментларини кесим юзаси орқали ифодаланг.

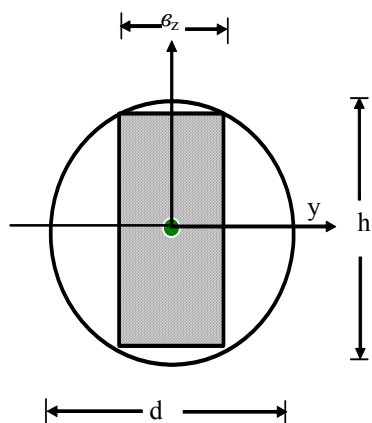
Жавоби: а) $J_y = 0,0747F^2$; б) $J_y = 0,0833F^2$; в) $J_y = 0,167F^2$.



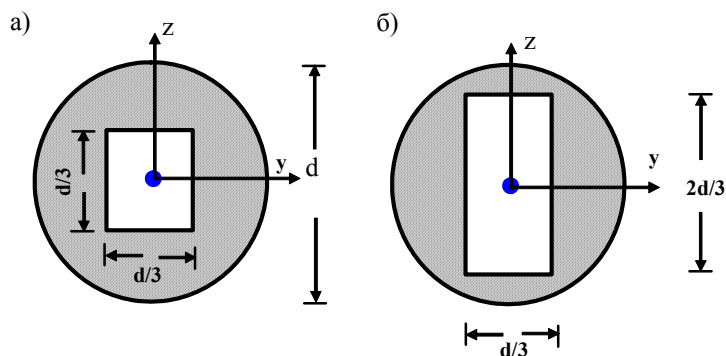
5.12 - мисол учун



5.13-мисол учун.



5.14 - мисол учун



5.15 - мисол учун

5.12 Икки тешикли трубанинг бош марказий инерция моментларини қуйидаги икки вариантда ҳисоблансин: а) диаметри $d=10\text{см}$ бўлган икки доира. б) $10\times 10\text{ см}$ бўлган икки квадрат тешикли.

Жавоби: а) $J_y = 15018,75\text{см}^4$, $J_z = 16406,75\text{см}^4$

б) $J_y = 14333,33\text{см}^4$, $J_z = 14173,33\text{см}^4$.

5.13 Шаклда кўрсатилган тавр шаклидаги кесимнинг марказий ўқларига нисбатан бош инерция моментлари топилсин.

Жавоби: $J_y = 436\text{см}^4$, $J_z = 306\text{см}^4$

5.14. $\frac{e}{d}$ ва $\frac{h}{e}$ ларни шундай танлаш керакки, диаметри d бўлган айлана ичига чизилган тўғри тўртбурчакнинг у ўқига нисбатан олинган инерция J_y momenti энг катта бўлсин.

Жавоби: $\frac{e}{d} = 0.5$, $\frac{h}{e} = \sqrt{3}$

5.15 Шаклда кўрсатилган кесимлар учун бош марказий инерция моментлари ҳисоблансин.

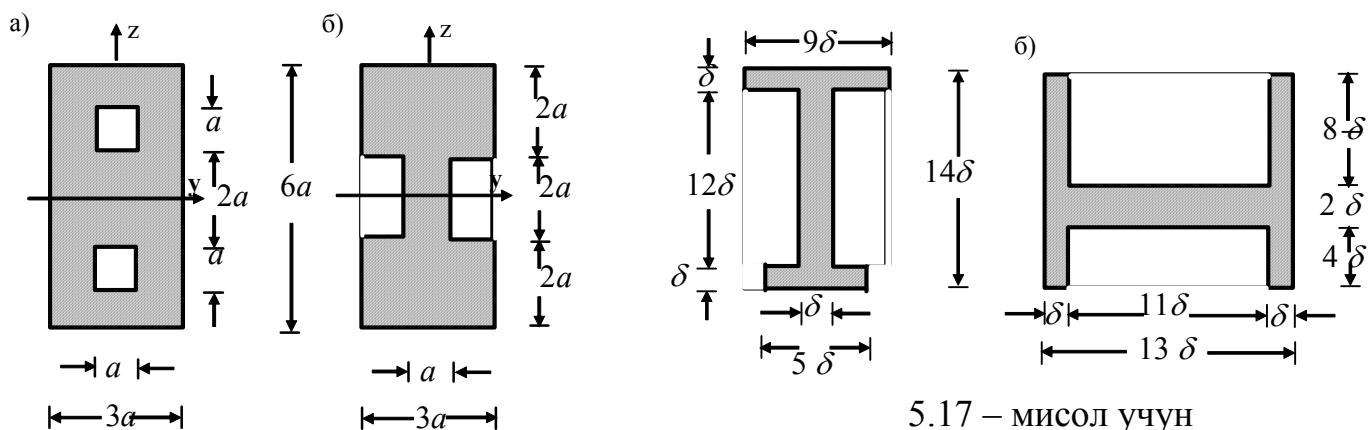
Жавоби.

а) $J_{\max} = 0,048d^4$; $J_{\min} = 0,048d^4$

б) $J_{\max} = 0,047d^4$; $J_{\min} = 0,41d^4$

5.16 Шаклда кўрсатилган кесимлар учун бош марказий инерция моментлари ҳисоблансин

Жавоби: а) $J_{\max} = 49,3a^4$; $J_{\min} = 13,a^4$; б) $J_{\max} = 51,3d^4$; $J_{\min} = 9,2d^4$.



5.17 – мисол учун

5.16 - мисол учун

5.17. Шаклда кўрсатилган кесим учун бош марказий инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби: а) $J_{max} = 857\delta^4$; $J_{min} = 82,5\delta^4$;

б) $J_{max} = 1232\delta^4$, $J_{min} = 514\delta^4$;

5.18 Иккита тенг ёнлимас бурчакликдан ясалган кесим учун с масофани шундай шарт билан танлаш керакки унда $J_y = J_z$ бўлсин.

Жавоби: $c=1,14$ см.

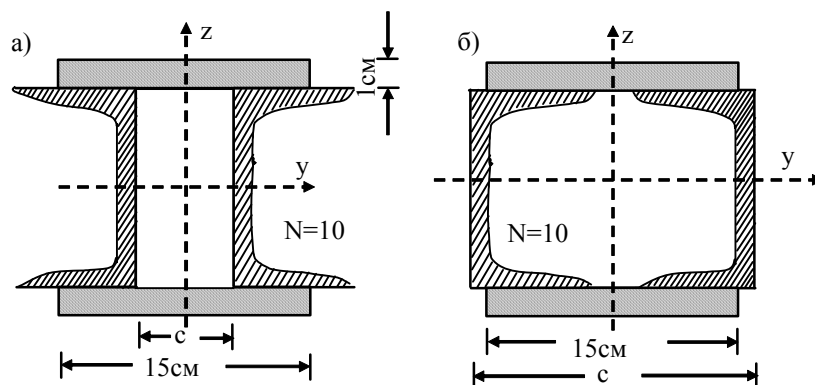
5.19 Шаклда кўрсатилган кесим учун с масофани шундай шарт бўйича топингки, кесимнинг ҳамма марказий ўқлари бош ўқлар бўлсин ва унга мос келган инерция моментини ҳисобланг.

Жавоби: а) $c=5,76$ см; $J_y=J_z=1010\text{см}^4$;

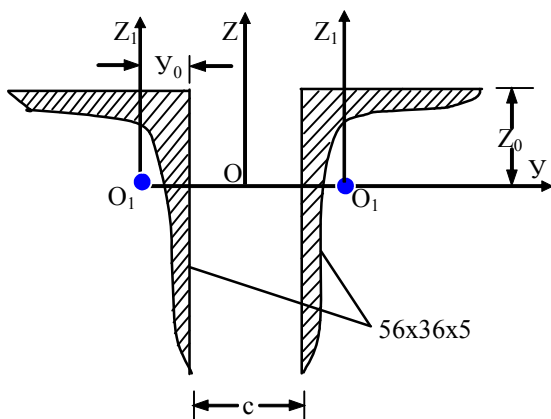
б) $c=11,5$ см; $J_y=J_z=1010\text{см}^4$;

5.20 Шаклдаги штрихланган кесимнинг y - y ўқиға нисбатан инерция моментини ҳисобланг.

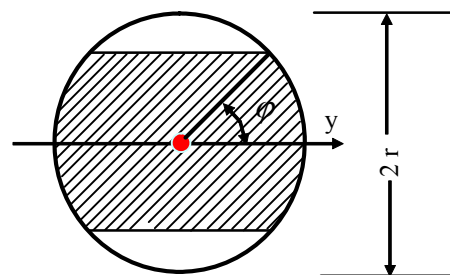
Жавоби: $J_y = \frac{r^4}{2}(\varphi - \sin 4\varphi/4)$.



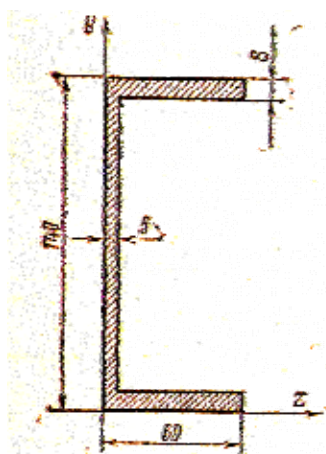
5.19 – мисол учун



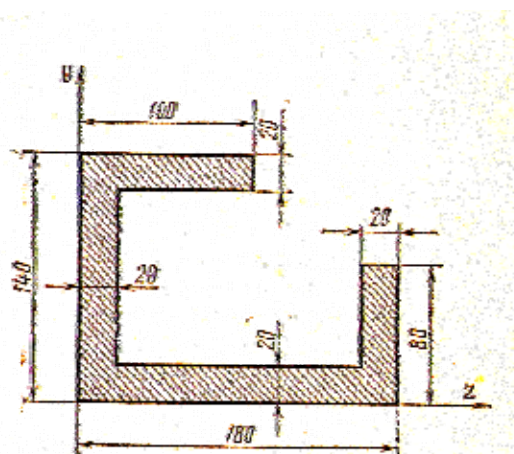
5.18-мисол учун



5.20-мисол учун



5.21-мисол учун.



5.22-мисол учун.

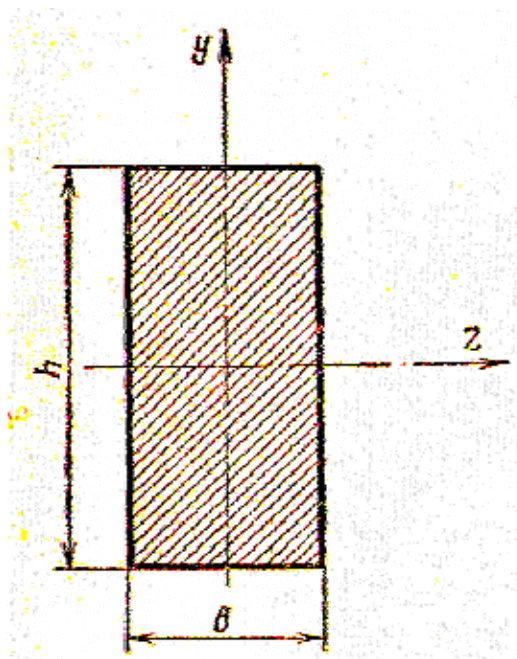
5.21. Шаклларда кўрсатилган кесимларнинг оғирлик марказининг координаталари топилсин.

Жавоби: 1) $z_c = 1,92 \text{ см}$; $y_c = 7,0 \text{ см}$.

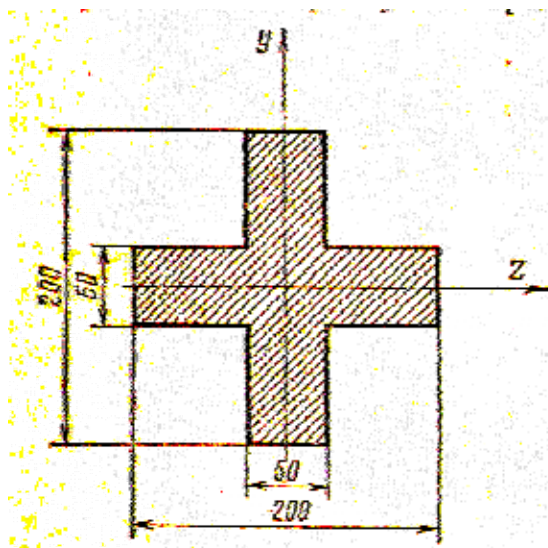
5.22. Шаклларда кўрсатилган кесимларнинг оғирлик марказининг координаталари топилсин.

5.23. Шаклда кўрсатилган тўғри тўртбурчакларнинг марказий ўқиға нисбатан инерция моменти, қаршилик моменти ва инерция радиуслари ҳисоблансин, ўлчамлари жадвалда келтирилган.

Берилган	$b \times h \text{ см}$	5×15	8×15	10×16	10×20	12×20	15×22
жавоблари	$J_z (\text{см}^4)$	416	2250	3400	6670	8000	13300
	$J_y (\text{см}^4)$	104	640	1330	1670	2880	6200
	$W_z (\text{см}^3)$	83,2	300	425	667	800	1210
	$W_y (\text{см}^3)$	41,6	160	267	334	480	825
	$r_z (\text{см})$	2,9	4,3	4,6	5,8	5,8	6,4
	$r_y (\text{см})$	1,4	2,3	2,9	2,9	3,5	4,3



5.23-мисол учун.



5.24-мисол учун.

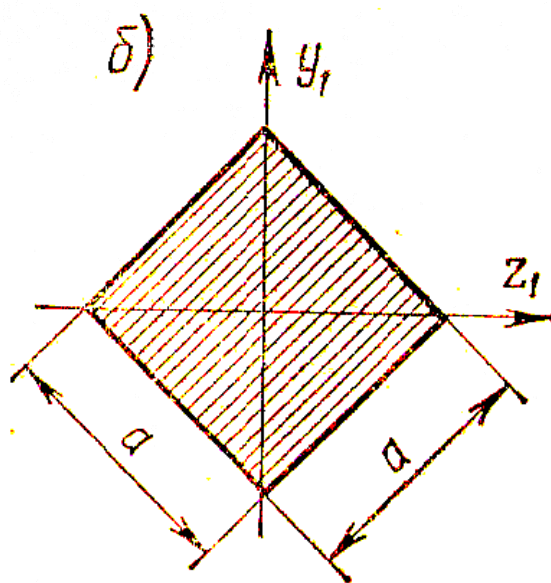
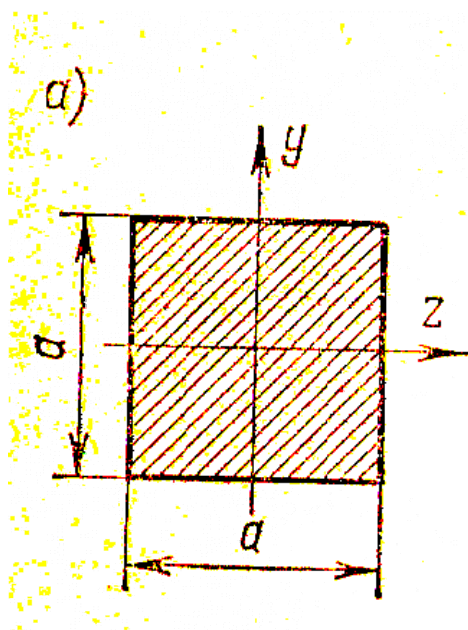
5.24 Шаклда кўрсатилган кесим учун бош инерция моменти, қаршилик моменти ва инерция радиуси ҳисоблансин.

Жавоби: $J_z = J_y = 3490 \text{ см}^4$; $W_z = W_y = 349 \text{ см}^3$; $r_z = r_y = 4,5 \text{ см}$.

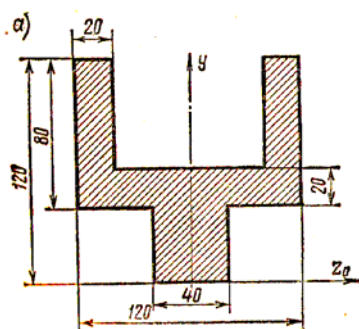
5.25 Шаклда келтирилган квадратларнинг

а) сизами ёки б) сиза инерция моменти, қаршилик момент ва инерция радиуси катта бўлади.

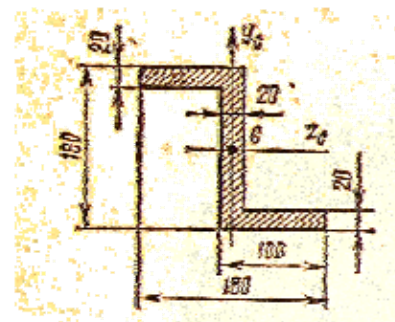
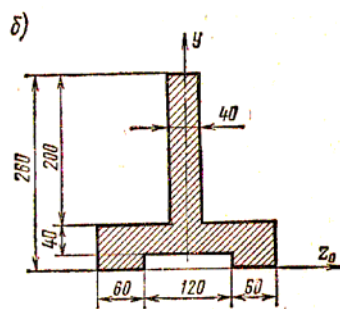
Жавоби: Инерция моменти ва инерция радиуси иккаласида ҳам бир-бирига тенг, қаршилик моменти а) катта бўлади.



5.25-мисол учун.



5.26-мисол учун.



5.27-мисол учун.

5.26 Шаклда кўрсатилган кесимларнинг бош марказий ўқларнинг ҳолати аниқлансин ва бош инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби: а) $Y_c = 5,75 \text{ см}$; $J_{\max} = 917 \text{ см}^4$; $J_{\min} = 590 \text{ см}^4$;

б) $Y_c = 8,44 \text{ см}$; $J_{\max} = 10580 \text{ см}^4$; $J_{\min} = 6730 \text{ см}^4$;

5.27. Шаклда кўрсатилган зет кесим учун бош марказий ўқларнинг ҳолати аниқлансин ва бош инерция моментлари ҳисоблансин.

Жавоби: $\alpha = 31^{\circ}08'$; $J_{\max} = 2840 \text{ см}^4$; $J_{\min} = 310 \text{ см}^4$

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ .

1. Текис кесим юзасининг ўққа нисбатан статик моменти деб нимага айтилади ва у қандай ўқларга нисбатан нолга тенг?
2. .Текис кесим юзасининг ўққа нисбатан экваториал, қутб ва марказдан қочирма инерция моментлари деб нимага айтилади ва уларнинг ишоралари қандай бўлади?
3. Қандай ўқларга бош ўқлар дейилади?
4. Ўзаро тик икки ўққа нисбатан инерция моментларининг йиғиндиси нимага тенг?
5. Текис кесим юзаларининг инерция моментлари қандай ўқларга нисбатан энг кичик ва энг катта қийматга эга бўлади?
6. Тўғри тўртбурчак, учбурчак, доира ва халқа юзаларининг марказий ўқларга нисбатан инерция моментлари қандай формула билан топилади?
7. Доира ва халқа юзаларининг қутб инерция моментлари қандай формула билан топилади?
8. Текис кесим юзаларининг марказий ўқларга параллел бўлган ўқларга нисбатан инерция моментлари қандай формула билан топилади?
9. Бош инерция ўқларининг йўналиши қандай формула билан аниқланади?
10. Қандай ҳолларда бош ўқларнинг вазиятини аниқламай туриб уларни топиб бўлади?
11. Агар кесим юзаси симметрия ўқиға эга бўлса, марказдан қочирма инерция моменти нимага тенг бўлади?
12. Бош инерция моментлари қандай формула билан топилади?
13. Бош ўқларга нисбатан марказдан қочирма инерция моменти нимага тенг бўлади?
14. Агар текис кесим юзаси иккитадан кўп симметрия ўқиға эга бўлса, қандай марказий ўқлар бош инерция ўқлари бўлади?
15. Агар $J_y = J_z$ ва $J_{yz} = 0$ бўлса, қайси ўқлар бош инерция ўқлари бўлади?
16. Агар $J_y = J_z$ ва $J_{yz} \neq 0$ бўлса, қайси ўқлар бош инерция ўқлари бўлади?
17. Инерция радиуси нима ва қандай формула билан топилади?

VI-Б О Б
БУРАЛИШ.
6.1-§ АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Стерженнинг кўндаланг кесими юзаларида фақат буровчи моментларгина ҳосил бўладиган деформацияланиш ҳолатига **буралиш** деформацияси дейилади. Буралиш деформацияси амалда жуда кўп учрайди. Масалан: машина деталлари, иншоот элементлари, вагонларнинг ўқлари, тирсакли валлар, фазовий конструкция элементлари, пружиналарнинг ўрамлари, болтлар ва шунга ўхшашлар буралиш деформациясига қаршилик кўрсатади. Машина ва иншоот элементлари буралишга ишлаши билан бирга айрим ҳолларда эгилиш ёки сиқилишга ҳам ишлайди. Кўндаланг кесим юзаси турлича бўлган буралишга ишлайдиган стерженлар ичида техникада кўп учрайдиган доиравий ва халқасимон кўндаланг кесим юзасига эга бўлган стерженлар муҳим ўринни эгаллайди.

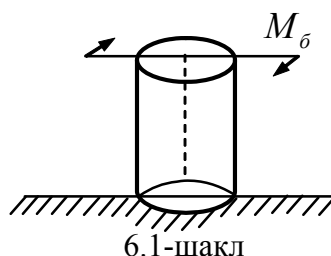
Бир учи билан маҳкамланган цилиндрик стерженнинг, иккинчи учининг кўндаланг кесимига жуфт куч таъсир эттирилса, стерженнинг эркин кўндаланг кесими маҳкамланган кесимга нисбатан айланиб натижада стержень буралади. Стерженнинг кўндаланг кесимига қўйилган жуфт куч моменти **буровчи момент** дейилади ва M_6 билан белгиланади (6.1-шакл).

Стержень буралганда унинг ихтиёрий кўндаланг кесимидаги буровчи момент кесиш усулидан фойдаланиб аниқланади.

Стерженнинг қолдирилган қисмидаги ташқи моментларнинг кесимга нисбатан алгебраик йиғиндисига шу кесимдаги буровчи момент деб аталади.

Буралишга ишловчи цилиндрик стерженларга **вал** дейилади.

Валнинг мустаҳкамлигини текшириш, яъни унинг хавфли кесимини топиш учун стержень ўқи бўйлаб буровчи моментнинг ўзгариш қонунини ифодаловчи график чизиш керак. Ўзгармас кўндаланг кесимли стерженларнинг максимал буровчи момент ҳосил бўлган кесими хавфли ҳисобланади. Буровчи моментни стержень ўқи



бўйлаб ўзгариш қонунини кўрсатувчи графикка буровчи момент эпюраси дейилади. Буралиш эпюрасини куриш бўйлама куч эпюрасини куришдан фарқ қилмайди. Буровчи моментни ҳисоблаш қонидасидан фойдаланиб буровчи момент эпюраси курилади.

6.2-§ ДОИРАВИЙ КЕСИМЛИ СТЕРЖЕНЛАРНИНГ БУРАЛИШИДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ.

Стержень буралганда ҳосил бўладиган деформацияларни аниқлашдан олдин, бу соҳада ўтказилган тажрибаларнинг натижалари билан танишамиз: доиравий кесимли цилиндрик стерженлар буралишга синалганда қуйидаги хулосалар чиқарилган:

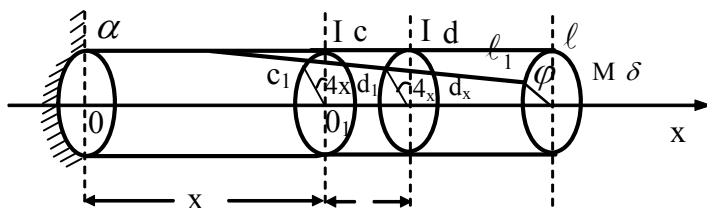
а) Деформациягача бўлган текис кўндаланг кесим юзаси, стержень буралгандан кейин ҳам текислигича, кесим гардиши айланалигича, радиуси эса тўғри чизиқлигича қолади.

б) Ҳар бир кўндаланг кесим кўшни кесимга нисбатан стержень ўқи атрофида маълум бурчакка айланади. Бу бурчак буралиш бурчаги дейилади. Буралиш бурчаги буровчи моментга ва кўндаланг кесимлар оралиғига пропорционалдир.

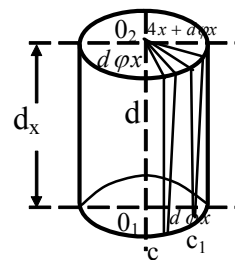
в) Стерженнинг барча ясовчилари бир хил бурчакка оғади ва цилиндр сиртига чизилган квадратлар бир хилда қийшайиб ромб шаклини олади.

Келтирилган бу тажрибаларнинг натижаларидан фойдаланиб доиравий цилиндр учун буралишда ҳосил бўладиган деформация ва кучланишларнинг кўндаланг кесим юзаси бўйича қандай қонун билан ўзгаришини аниқлашимиз мумкин .

6.2-шаклдан кўринадик, деформациядан кейин стерженнинг ёнма-ён бўлган кўндаланг кесимлари бир-бирига нисбатан силжийди; қаралаётган кесим қистириб маҳкамланган кесимдан қанча узоқ бўлса, шу кесимнинг силжиши шунча кўп бўлади. Масалан, таянчдан x оралиқдаги кўндаланг кесим маҳкамланган кесимга нисбатан φ_x га бурилган бўлса, таянчдан $x + dx$ оралиқдаги кесим



6.2-шакл



6.3-шакл

эса $\varphi_x + d\varphi_x$ бурчакка бурилади (6.2-шакл).

$d\varphi_x$ бурчак II кесимининг I кесимга нисбатан оғиш бурчаги, яъни dx ораликдаги элементнинг буралиш бурчагидир.

Умуман, исталган кесимнинг оғиш бурчаги шу кесим билан маҳкамланган кесим орасидаги элементнинг буралиш бурчагига тенгдир.

Шундай қилиб, стержень учидаги кесимнинг оғиш бурчаги текширилаётган стерженьнинг буралиш бурчагига тенгдир.

Демак, буралиш деформацияси, стерженьнинг ёнма-ён турган кесимларининг бир-бирига нисбатан силжишидан иборат экан, шу стержень кесим юзаларида уринма кучланишлар ҳосил бўлади.

Энди буралган стерженьдан I ва II кесимлар билан ажратилган элементни текшираамиз (6.3-шакл).

$$d\ddot{d}_2 = r d\varphi_x$$

$\angle dcd_2 = \gamma$ бурчак элемент II кесимнинг I кесимга нисбатан нисбий силжиши бўлади

$$d\ddot{d}_2 = \gamma dx ; \gamma dx = r d\varphi_x ; \gamma = r \frac{d\varphi}{dx}$$

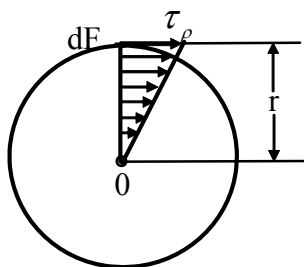
$\frac{d\varphi_x}{dx} = \theta$ стерженьнинг узунлик бирлигига тўғри келадиган буралиш бурчагидир.

$$\gamma = r \theta \quad (6.1)$$

Бу формуладан кўринадики, цилинрик стерженьнинг буралишидан ҳосил бўладиган нисбий силжиш шу стержень кесими юзасининг радиусига пропорционалдир.

Юқоридаги хулосаларнинг а) сига биноан, бу элементнинг ичидан ажратилган ρ радиусли элементнинг нисбий силжиши қуйидагича бўлади:

$$\gamma_\rho = \rho \cdot \theta$$



6.4-шакл

Буралган стерженнинг кўндаланг кесимларидаги уринма кучланишларни силжишдаги Гук қонунидан фойдаланиб аниқлаймиз. Кесим марказидан ρ масофадаги нуқтанинг уринма кучланиши (6.4-шакл), қуйидагича топилади:

$$\tau_{\rho} = G\gamma_{\rho} = G\rho\theta, \quad (a)$$

бунга биноан уринма кучланиш ρ га тўғри пропорционал бўлар экан. Демак, валнинг кўндаланг кесими бўйича уринма кучланиш тўғри чизик қонуни билан ўзгарар экан (6.4-шакл).

Кесимдан ажратилган элементар юзача (dF) га тўғри келадиган зўриқиш кучи қуйидагича бўлади:

$$\tau_{\rho} dF = G\theta\rho \cdot dF$$

Бу элементар зўриқиш кучларининг йўналишлари кесим радиусига тик бўлади, чунки силжиш ҳам шу йўналишда вужудга келади.

Элементар зўриқиш кучнинг стержень ўқиға нисбатан олинган моменти қуйидагича бўлади:

$$dM = G\theta\rho^2 \cdot dF$$

Стержень буралганда деформациядан кейинги мувозанат ҳолати учун кўндаланг кесим юзида тўпланган бу элементар зўриқиш кучлари моментларининг йиғиндиси ташқи буровчи моментга тенг бўлади:

$$M_{\phi} = \int_{\rho} dM = \int_{\rho} G\theta\rho^2 dF.$$

Бу формуладаги $G\theta$ ўзгармас миқдорни интеграл ташқарисига чиқариб ва $\int_{\rho} \rho^2 dF$ интеграл кесим юзининг поляр инерция моменти эканлигини эътиборга олсак у қуйидаги кўринишни олади:

$$M_{\phi} = G\theta J_{\rho}.$$

Бундан стерженнинг узунлик бирлигига тўғри келган буралиш бурчаги (θ) ни топамиз:

$$\theta = \frac{M_{\phi}}{GJ_{\rho}}, \quad (6.2)$$

бунда GJ_{ρ} – буралган стерженнинг бикрлигини ифодалайди, унинг вал материалынинг физик хоссаси ва кўндаланг кесим ўлчамларининг буралиш деформациясига қандай таъсири борлиги қуйидагича топилади:

$$\phi = \theta \ell = \frac{M_{\phi} \ell}{GJ_{\rho}}. \quad (6.3)$$

Бундан кўринадикки, буралган стерженнинг тўла буралиш бурчаги буровчи момент билан стержень узунлигига тўғри пропорционал ва бикрилигига тескари пропорционалдир.

(6.3) формуладан тўла буралиш бурчагининг қиймати радиан ҳисобида чиқади, уни градусга айлантириш учун $\frac{180^0}{\pi}$ га кўпайтириш керак:

$$\varphi^0 = \frac{180^0}{\pi} \frac{M_{\delta} \ell}{GJ_{\rho}}. \quad (6.4)$$

Уринма кучланишни топиш учун (а) формулага θ нинг қийматини (6.2) формуладан қўямиз:

$$\begin{aligned} \tau_{\rho} &= G\rho \cdot \frac{M_{\delta}}{GJ_{\rho}}. \\ \tau_{\rho} &= \frac{M_{\delta}}{J_{\rho}} \cdot \rho. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Бу формуладан кўндаланг кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги уринма кучланиш топилади.

Максимал уринма кучланиш стержень кўндаланг кесимининг четки нуқталарида ҳосил бўлади;

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta} \cdot r}{J_{\rho}} = \frac{M_{\delta}}{\frac{J_{\rho}}{r}}. \quad (6.6)$$

Кучланиш диаграммаси (6.4-шаклда кўрсатилган).

(6.6) формуланинг махражидаги касрни W_{ρ} билан белгилаймиз ва у стержень кўндаланг кесим юзининг поляр қаршилик моменти дейилади

$$W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{r}. \quad (6.7)$$

(6.7) формуладан кўринадикки, текис шаклларнинг поляр қаршилик моментлари узунлик ўлчовининг учинчи даражаси билан ўлчанар экан ва кесим юзининг поляр **қаршилик моменти** деб аталади. (6.7) формулани ҳисобга олиб (6.6) формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{W_{\rho}}. \quad (6.8)$$

Цилиндрик серженларнинг буралиш назариясида (6.3) ва (6.8) формулалар муҳим аҳамиятга эгадир.

6.3-§ ВАЛНИНГ БУРАЛИШДАГИ МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ.

Буралишга ишловчи стержень materiali мустаҳкам бўлиши учун унинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган максимал уринма кучланиш рухсат этилган кучланишдан ошиб кетмаслиги керак.

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{W_{\rho}} \leq [\tau] \quad (6.9)$$

Бу тенгламадан чўзилиш ва сиқилишдаги мустаҳкамлик шартидаги каби уч хил масалани ҳал қилиш мумкин.

Валлар мустаҳкам бўлиши билан бирга бикр бўлиши, яъни валнинг узунлик бирлигига тўғри келган буралиш бурчаги маълум миқдордан ортиб кетмаслиги керак.

$$\varphi_{\max} = \frac{M_{\delta}}{GJ_{\rho}} \leq [\varphi^0], \quad (6.10)$$

бунда $[\varphi^0]$ -стерженнинг бирлик узунлигига тўғри келган рухсат этилган буралиш бурчаги, бу радианда ўлчанади.

Турли ҳолларда рухсат этилган буралиш бурчагининг миқдори ҳар хил бўлади. Буралиш бурачаги қанча кичик бўлса, пружиналаниш шунча кичик бўлади.

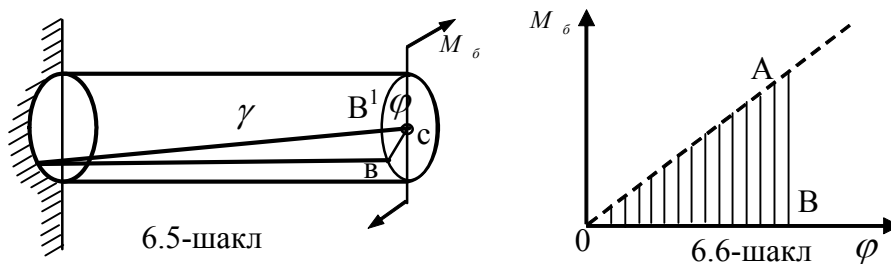
Амалда стерженнинг бирлик узунлигига тўғри келган нисбий буралиш бурчаги градус қийматини беради. У ҳолда (6.10) формула қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\varphi_{\max}^0 = \frac{180^0}{\pi} \frac{M_{\delta} \cdot 100}{GJ_{\rho}} \leq [\varphi^0]. \quad (6.11)$$

Валнинг бир метр узунлиги учун рухсат этилган буралиш бурчаги $0,3^0$ дан 1^0 гача қабул қилинади.

6.4-§ БУРАЛИШДАГИ ДЕФОРМАЦИЯНИНГ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯСИ.

Стерженнинг буралишида ҳам бурувчи момент таъсиридан бошқа хилдаги (чўзилиш ёки сиқилиш, силжиш ва ҳакоза) деформациялардагидек маълум даражада деформациянинг потенциал энергияси тўпланади. Агар эластик стерженни эластиклик чегарасида бирор бурчакка бураб, уни бурувчи момент таъсиридан озод қилса, тўпланган потенциал энергия ҳисобига олдинги ҳолатига қайтади.



Бир учи маҳкамланган цилиндрик стерженнинг бошқа учига буровчи момент таъсир қилса (6.5-шакл), стерженнинг бу учи маҳкамланган учига нисбатан, бирор φ бурчакка бурилади. Эластиклик чегарасигача буровчи момент (M_δ) билан бу буралиш бурчаги (φ) орасидаги муносабат ОА тўғри чизик орқали тасвирланади (6.6-шакл). Буровчи момент M_δ нинг бажарган иши ОАВ учбурчакнинг юзаси орқали ифодаланади.

$$A = \frac{1}{2} M_\delta \cdot \varphi \quad (6.12)$$

Буровчи моментнинг стержень буралишига сарфланадиган иши А стерженда тўпланадиган потенциал энергия U қийматига тенглигини кўзда тутиб, буралиш деформациясининг потенциал энергиясини қуйидаги формуладан топамиз:

$$U = \frac{1}{2} \frac{M_\delta^2 \cdot \ell}{GJ_\rho}. \quad (6.13)$$

(3) формуладан $M_\delta = \frac{GJ_\rho \cdot \varphi}{\ell}$ ни топиб, потенциал энергияни буралиш деформацияси орқали ифодалаш мумкин, яъни:

$$U = \frac{GJ_\rho}{2\ell} \varphi^2 \quad (6.14)$$

(6.13) ва (6.14) формулалардан кўринадики, потенциал энергия буровчи момент ёки буралиш бурчагининг квадратик функцияси бўлар экан.

Агар стержень поғоналаб ўзгарса, (6.13) формула қуйидагича ёзилади:

$$U = \frac{1}{2G} \sum_{i=1}^n \frac{M_{\delta_i} \ell_i}{J_{\rho_i}}. \quad (6.15)$$

бунда n -поғоналар сони.

6.5-§ КЕСИМИ ДОИРАВИЙ БЎЛМАГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ БУРАЛИШ.

Амалда буралишга ишлайдиган стерженларнинг кўндаланг кесими кўпинча доиравий бўлади, акс ҳолда стерженларнинг буралиши масаласи анча мураккаблашади. Доиравий бўлмаган кўндаланг кесимлар деформациядан кейин текис қолмай, балки қийшаяди, натижада кесим элементлари эгилиб, кучланиш кесим юзаси бўйича мураккаб қонун билан тарқалади, яъни доиравий кесим юзаси учун қабул қилинган чекланишлар тўғри келмайди.

Кесими доиравий бўлмаган стерженларда уринма кучланишни топиш масаласи анча қийин бўлиб, уни фақат эластиклик назариясининг усуллари билангина аниқлаш мумкин. Бу ерда худди шу усулда стержень кесимининг томонлари a ва b бўлган тўғри тўртбурчак учун аниқланган натижаларни исботсиз келтирамиз (6.7-шакл, а).

Энг катта кучланишлар 1 ва 2 нуқталарда бўлади ва қуйидагича топилади (6.7-шакл, б).

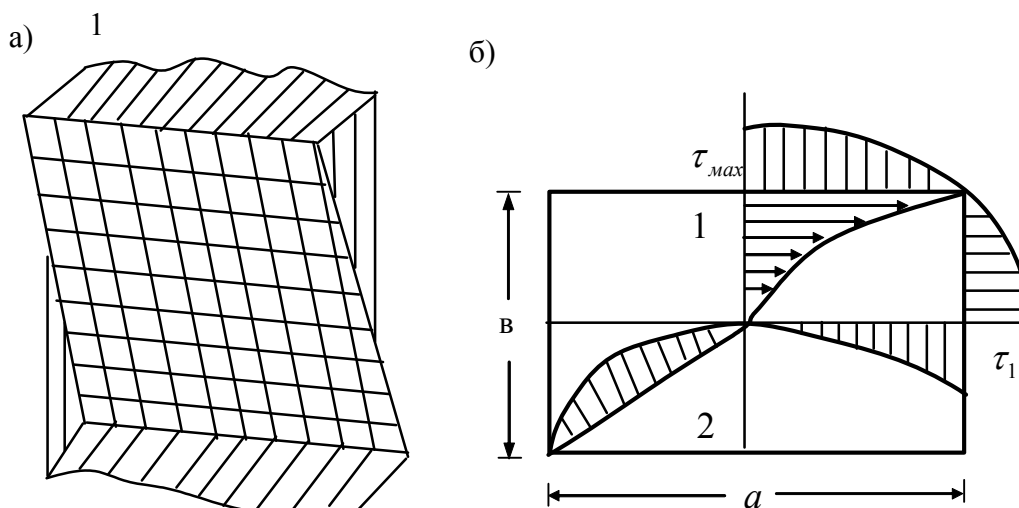
$$\tau_{\max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\phi}} \leq [\tau] \quad (6.16)$$

Буралиш бурчаги қуйидагича аниқланади:

$$\varphi = \frac{M_{\phi} \cdot \ell}{GJ_{\phi}}, \quad (6.17)$$

бунда $W_{\phi} = \alpha ab^2$ ва $J_{\phi} = \beta ab^3$

α ва β коэффиценларнинг қийматлари $\frac{a}{b}$ нисбатга қараб 6.1-жадвалдан олинади.



6.7-шакл
211

6.1-жадвал.

a/b	1	2	4	10	∞
α	0,208	0,246	0,282	0,313	0,333
β	0,141	0,229	0,281	0,313	0,333

Жадвалдан кўринадикки $\frac{a}{b} \geq 10$ бўлганда $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$ деб олса бўлар экан.

Юпқа тўғри тўртбурчаклардан иборат кесимлар (бурчаклик, қўштавр, швеллер кабилар) учун геометрик характеристика J_{ϕ} қуйидаги формуладан фойдаланиб ҳисобланади:

$$J_{\phi} = \eta \frac{1}{3} \sum a b^3, \quad (6.18)$$

бунда η - кесим шаклига боғлиқ коэффициент.

6.2-жадвал.

Кесим турлари	η
бурчаклик	1,00
қўштавр	1,20
тавр	1,15
швеллер	1,12

6.6-§ БУРАЛИШДА СТАТИК АНИҚМАС МАСАЛАЛАР.

Чўзилиш ва сиқилишдаги каби буралишда ҳам учрайдиган масалаларда номаълумларнинг сони статиканинг мувозанат тенгламалари сонидан кўп бўлади. бундай масалаларга статик аниқмас масалалар дейилади.

Буралишдаги статик аниқмас масалаларни ечиш тартиби ҳам худди чўзилиш ва сиқилишдагига ўхшаш бўлади.

Мисол тариқасида 6.8-шакл, а) да кўрсатилган стерженни маҳкамланган кесимида ҳосил бўладиган реакция момент (M_A ва M_B) ларни аниқлаймиз. Бу масала учун фақатгина битта статиканинг мувозанат тенгламаси мавжуддир. Бунда эса иккита номаълум M_A ва

M_B қатнашаяпди, шунинг учун у бир марта статик аниқмас масаладир:

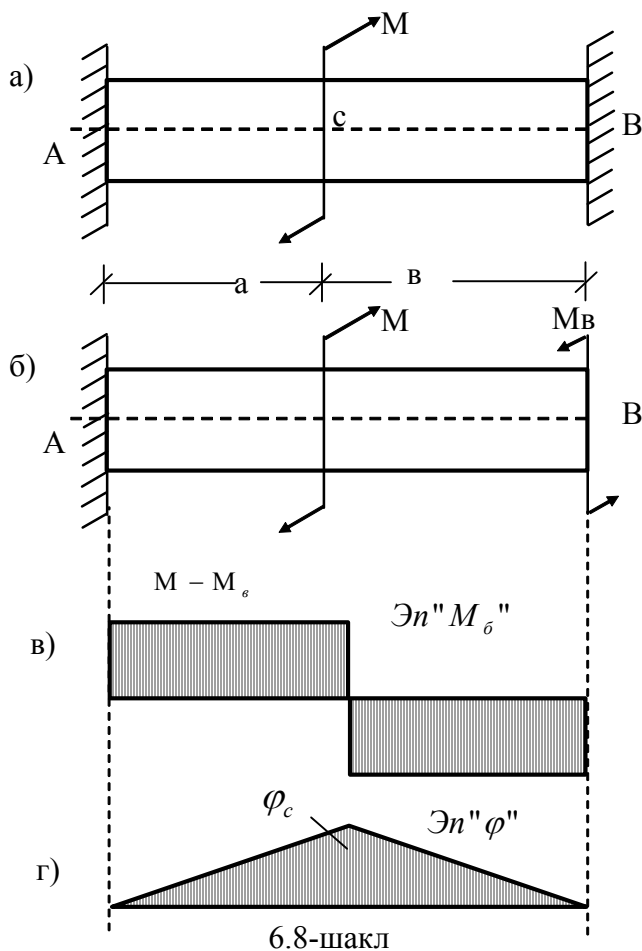
$$\sum M = M_A - M + M_B = 0 \quad (\text{а})$$

Стерженни ўнг таянчдан озод қилиб, унга эквивалент бўлган жуфт куч M_B ни қўйиб, асосий система танлаймиз (6.8-шакл, б). В кесимнинг деформация шартидан фойдаланиб қўшимча тенгламани тузамиз, яъни бу кесимнинг M_A ва M_B моментлар таъсиридан ҳосил бўлган буралиш бурчакларининг алгебраик йиғиндисини нолга тенглаштирамиз, чунки берилган системада бу кесим маҳкамланган бўлиб, у буралиши мумкин эмас:

$$\varphi_B = \varphi'_B + \varphi''_B = 0, \quad (\text{б})$$

бу ерда φ'_B - асосий системада В кесимнинг M_B таянч моментидан ҳосил бўлган буралиш бурчагининг қийматини (6.17) формуладан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$\varphi'_B = \frac{M_B \cdot \ell}{GJ_\rho} \quad (\text{в})$$



Шу кесимнинг M жуфт куч таъсиридан ҳосил бўлган буралиш бурчагини қуйидагича аниқлаймиз:

$$\varphi_B'' = \frac{M \cdot a}{GJ_\rho} \quad (г)$$

(в) ва (г) тенгламалардаги буралиш бурчкларининг қийматларини (б) формулага қўямиз:

$$\varphi_B = \frac{M_B \ell}{GJ_\rho} + \frac{M a}{GJ_\rho} = 0.$$

бундан $M_B = M \frac{a}{\ell} .$ (д)

бўлганидан $M_A = M \frac{b}{\ell}.$ бўлади.

Таянч моментларининг қийматлари топилгандан кейин ҳар қандай буровчи момент тенгламасини кесиш усулидан фойдаланиб топиб буровчи моментнинг эпюрасини курамиз (6.8-шакл, в).

А ва В кесимларнинг буралиш бурчаклари нолга тенг бўлганлиги сабабли фақат С кесимнинг буралиш бурчагининг қийматини топиб буралиш бурчаги (φ) нинг эпюрасини курамиз:

$$\varphi_C = \frac{M_B \cdot b}{GJ_\rho} - \frac{(M - M_B) \cdot a}{GJ_\rho}.$$

Буралиш бурчагининг формуласидан кўринадикки, кесимларнинг буралиш бурчаклари масофага чизикли боғлиқ бўлганлиги сабабли унинг эпюраси тўғри чизик қонуни билан чегараланади.

6.7-§ КИЧИК ҚАДАМЛИ ЦИЛИНДРИК ПРУЖИНАЛАР ҲИСОБИ.

Винтсимон цилиндрик пружиналар вагон, автомобиль ва бошқа механизмларда чўзувчи ва сиқувчи кучлар таъсирига қаршилиқ кўрсатади. Бундай пружиналар машинасозлик, асбобсозлик саноатида зарб кучини юмшатиш мақсадида, яъни амортизация элементи сифатида, шунингдек, жойидан кўчган деталларни эски ҳолига қайтарувчи элемент тариқасида ишлатилади, шунинг учун улар айрим ҳолларда энергия берувчи асбоб сифатида қўлланилади.

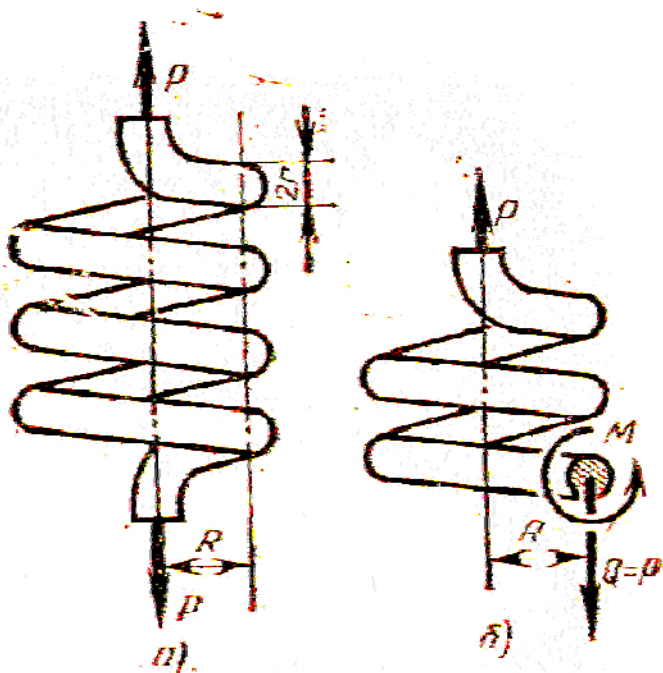
Винтсимон цилиндрик пружиналарни лойиҳалаш учун уларнинг мустаҳкамлигини ҳисоблаш билан бирга, қўйилган куч таъсиридан сиқилишини ёки чўзилишини ҳам олдиндан аниқлаш лозим. Шундай қилиб, бундай пружиналарни ҳисоблашда, материали ва геометрик

ўлчамлари маълум бўлганда унга қўйиладиган куч билан тегишли деформация орасидаги боғланишларни аниқлашга тўғри келар экан.

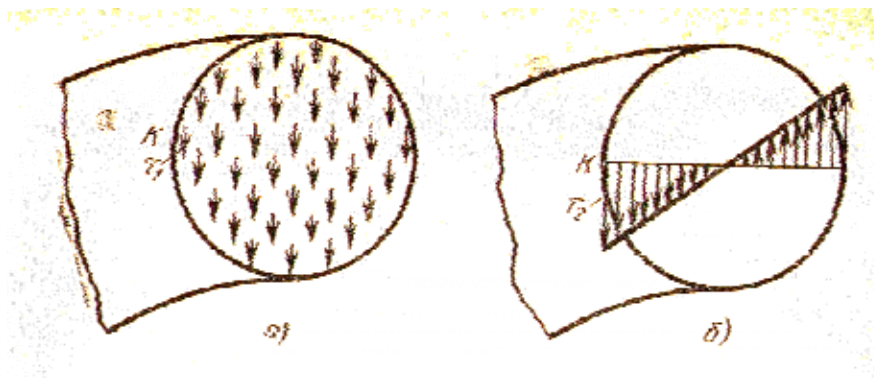
6.9 -шакл, а да кўрсатилган кичик қадамли бўлган винтсимон цилиндрик пружинани чўзилиши ва сиқилишини текшираимиз. Пружинада ўрамларнинг унинг ўқиға тик бўлган текисликка оғиш бурчаги кичик бўлганлигидан ўрамлар шу текисликда ётади деб фараз қиламиз. Пружина ўрамларининг радиусини R , пружина тайёрланган сим диаметри d ва ўрамлар сонини n билан белгилаймиз. Пружинани ўқидан ўтадиган текислик билан кесиб, уни икки қисмга ажратамиз (6.9-шакл, б). Унинг пастки қисмини ташлаб юбориб, юқори қисмига таъсирини кесувчи куч $Q = P$ ва буровчи момент $M_\delta = P \cdot R$ билан алмаштираимиз.

Демак, кичик қадамли пружина қирқилиш билан буралишга қаршилиқ кўрсатар экан. Пружинанинг қолдирган юқори қисмида қирқилишдан ҳосил бўлган уринма кучланишлар 6.10-шакл, а да кўрсатилгандек текис тақсимланган десак:

$$\tau_1 = \frac{P}{F} = \frac{4P}{\pi d^2}$$



6.9-шакл.



6.10-шакл.

Жуфт кучнинг моменти кесим юзасида таъсир қилганлигидан у пружина симини бурайди, бу буралишдан ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланишлар 6.10-шакл, б да кўрсатилгандек, кесим марказидан энг узоқда ётган контурига тўғри келиб, уларнинг қиймати қуйдагича топилади:

$$\tau_2 = \frac{M}{w_\rho} = \frac{16M}{\pi d^3} = \frac{16PR}{\pi d^3}$$

Пружина симининг кесими контурида қирқилишдан ва буралишдан ҳосил бўлган τ_1 ва τ_2 уринма кучланишлар бир томонга йўналганлигидан тўла уринма кучланишни топиш учун уларнинг алгебраик йиғиндисини оламиз.

$$\tau_{\max} = \tau_1 + \tau_2 = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{16PR}{\pi d^3} = \frac{16PR}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4R} \right) \quad (6.19)$$

Бу формула пружинанинг чўзилган ҳолати учун чиқарилган бўлиб, сиқилган ҳолатида ҳам шундай натижани беради.

Бу формуланинг қавс ичидаги иккинчи қўшилувчида R пружинанинг радиуси пружина симининг диаметри d дан бир неча марта катта бўлганлигидан бирга нисбатан каср жуда кичикдир шунинг учун ҳисобга олинмайди. Демак, фақат буралишдан ҳосил бўладиган уринма кучланишгина қолади:

$$\tau_{\max} = \frac{16PR}{\pi d^3} \quad (6.20)$$

Пружинанинг мустаҳкамлик шarti қуйдагича бўлади:

$$\tau_{\max} = \frac{16PR}{\pi d^3} \geq [\tau] \quad (6.21)$$

Пружинанинг деформацияланиш вақтида, унинг ўрамлари фақат буралишгагина учрайди деб ҳисоблаб, яъни қирқилишдан ҳосил бўлган деформациясини эътиборсиз қолдириб, пружина деформациясини топамиз.

P куч таъсиридан пружина чўзилади ва куч қўйилган учи пастга λ ораликка кўчиб, унда бажарган иши A ни топамиз. Пружинанинг чўзилиши λ билан чўзувчи куч P орасидаги чизиқли боғланишни ҳисобга олсак, унинг бажарган ишини қуйидагича топмаиз:

$$A = \frac{P\lambda}{2} \quad (a)$$

Аммо бу иш пружина симининг буралишида тўпланган потенциал энергияси $U = M_s^2 \ell / 2GJ_p$ га тенг бўлади. n ўрамли пружинани тайёрлашга сарфланган сим узунлиги қуйидагича бўлади:

$$\ell = 2\pi Rn \quad (б)$$

Буни эътиборга олиб, потенциал энергия U ни қуйидагича ёзамиз:

$$U = \frac{M^2 \pi Rn}{GJ_p} = \frac{(PR)^2 \pi Rn}{GJ_p} = \frac{\pi R^3 n P^2}{G \frac{\pi d^4}{32}}, \quad (в)$$

Бунда $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ – бўлиб, пружина симининг қутб инерция моменти ифодаляди.

(а) ва (с) ларни тенглаштириб, пружинанинг чўзилиши учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\lambda = \frac{64PR^3 n}{Gd^4} \quad (6.22)$$

Юқорида келтирилган барча формулалар пружинанинг сиқилишида ҳам яроқлидир. (6.21) ва (6.22) формулалардан фойдаланиб винт пружинанинг мустаҳкамлигини ва деформациясини аниқлаш мумкин.

Цилиндрик винт пружиналар ўзига қўйилган талабларга асосан анчагина эластик чўзилиш қобилятига эга бўлиши лозим. Шунинг учун бундай пружиналар эластиклик чегара ва юқори бўлган тўпланган пўлатлардан тайёрланади. Бу ҳолдаги пўлатлар учун $[\tau] = 3500 \div 5000 \text{ кг/см}^2$ гача ва ундан ҳам юқори бўлади.

Ўзгарувчи юк остида бўлган пружиналар учун рухсат этилган кучланиш $30 \div 65\%$ га камайтирилади. Ўрами доиравий бўлмаган, масалан квадрат ва тўғри тўртбурчакли пружиналарнинг ҳисоблашда қаршилик момент (w_p) ўрнига avc^2 ва бирлик (GJ_p) ўрнига $\beta G\omega c^2$ олиниб, қолган ҳисоблар худди юқоридагидек бўлади.

Геометрик ўлчамлари маълум бўлган пружинани эластиклик чегарасида чўзилишга ёки сиқилишга синаш натижасида, унинг

материали учун силжиш модули G ни (6.21) формуладан фойдаланиб аниқлаш мумкин.

Кучнинг бажарган ишини ёки деформациянинг потенциал энергиясини пружина учун P билан λ орасидаги муносабат тўғри чизиqli қонун билан ифодаланганлигидан уни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$U = \frac{1}{2} \rho \lambda = \frac{16 \rho^2 R^3}{G d^4} n \quad (6.23)$$

(6.21) билан (6.23) ларни биргаликда қараб ва айрим ўзгартиришлардан сўнг қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$U = \frac{[\tau]^2}{4G} V, \quad (6.24)$$

Бунда $V = 2\pi R n \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ – бўлиб пружина материалнинг ҳажмини ифодалайди.

Айрим ҳолларда пружина қабул қилиб оладиган энергия бўйича ҳисобланади ва уни қолдиқ деформациясиз қабул қилиш учун, пружина материалнинг ҳажми қанча бўлишини (6.24) дан фойдаланиб топиш мумкин:

$$V = \frac{4G}{[\tau]} U \quad (6.25)$$

Барча ўлчамлари маълум бўлган пружина синов машинада сиқилса, сиқувчи P куч билан пружинанинг деформацияси λ ни машинага ўрнатилган шкаладан аниқлаб, G ни (6.23) дан фойдаланиб ҳисоблаш мумкин.

МИСОЛЛАР.

6.1-мисол.

Вал $M_6=250$ кгм момент билан буралади. Агар рухсат этилган кучланиш $[\tau] = 600 \text{ кгс} / \text{см}^2$ бўлса валнинг диаметри топилсин.

Ечиш: Вал кўндаланг кесимининг қаршилик моментини топамиз:

$$W_{\rho} \geq \frac{M_6}{[\tau]} = \frac{25000}{600} = 41,67 \text{ см}^3$$

Иккинчи томондан доиравий кесимли вал учун

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} \quad \text{бўлади.}$$

Буларнинг ўнг томонини тенглаштириб қуйидагини топамиз

$$\frac{\pi d^3}{16} = 41,67; \quad d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 41,67}{3,14}} = 5,966 \text{ м} \approx 6,0 \text{ м}.$$

6.2-мисол.

Диаметри $d=7,5$ см бўлган пўлат валнинг қуввати $N=300$ от кучи бўлиб, унинг минутига айланиши $n=320$ айл/мин га тенг. Валнинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Ечиш:

Буровчи моментнинг қийматини топамиз

$$M_{\phi} = 71620 \frac{N}{n} = 71620 \frac{300}{320} = 67143,75 \text{ кгсм}$$

Доиравий кесимнинг қаршилик моменти

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} = 0,2 d^3 = 0,2 \cdot 7,5^3 = 84,375 \text{ см}^3 \text{ бўлади.}$$

Энг катта уринма кучланишни топамиз

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} = \frac{67143,75}{84,375} = 795,78 \text{ кг/см}^2$$

Рухсат этилган кучланишни қуйидагича оламиз

$$[\tau] = (0,5 - 0,6)[\sigma] = (0,5 - 0,6) \cdot 1600 = (800 - 960) \text{ кг/см}^2$$

Демак валнинг мустаҳкамлиги таъминланар экан.

6.3-мисол.

Ковак вал $M_{\phi}=600$ кгм момент билан буралади. Агар рухсат этилган кучланиш $[\tau] = 600 \text{ кг/см}^2$ ва ички диаметрнинг ташқисига нисбати $\alpha = d_k / D_k = 0,8$ бўлса, кесимнинг ўлчамлари аниқлансин. Агар валнинг кесими яхлит бўлса, шу мустаҳкамликда валнинг оғирлигини қанчага камайтириш мумкин.

Ечиш: Ковак кесим учун қаршилик моментини ҳисобга олиб, валнинг ташқи диаметрини топамиз:

$$D_k = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{\phi}}{\pi(1 - \alpha^4)[\tau]}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{M_{\phi}}{(1 - \alpha^4)[\tau]}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{60000}{(1 - 0,8^4)600}} = 9,5 \text{ см}$$

Валнинг ички диаметри $d_k = \alpha D_k = 0,8 \cdot 9,5 = 7,6 \text{ см}$

Агар валнинг кесими яхлит бўлса, яхлит доиравий кесим учун қаршилик моментини ҳисобга олиб, валнинг диаметрини топамиз:

$$d_{\text{я}} \geq 1,72 \sqrt[3]{\frac{M_{\phi}}{[\tau]}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{60000}{600}} = 7,998 \text{ см} \approx 8,0 \text{ см}$$

Ковак ва яхлит валларнинг оғирликларининг нисбати, улар кўндаланг кесим юзаларининг нисбатига тенг.

Ковак валнинг кўндаланг кесим юзаси

$$F_k = \frac{\pi}{4}(D_k^2 - d_k^2) = \frac{3,14}{4}(9,5^2 - 7,6^2) = 25,5 \text{ см}^2$$

Яхлит валнинг кўндаланг кесим юзаси

$$F_y = \frac{\pi}{4}d_y^2 = \frac{3,14}{4} \cdot 8^2 = 50,24 \text{ см}^2$$

$$\frac{F_k}{F_y} = \frac{22,5}{50,24} = 0,5075$$

Демак бир хил мустаҳкамликдаги ковак вал яхлит валга нисбатан 49,25% кам оғирликда бўлар экан.

6.4-мисол.

1,5 м узунликка тўғри келадиган буралиш бурчаги $\varphi^\circ = 0,5^\circ$ бўлган валнинг двигателга берадиган қуввати топилсин. Валнинг диаметри $d=10$ см, минутига айланиш сони $n=500$ айл/мин, материалнинг эластиклик модули $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$

Ечиш: Буралиш бурчаги формуласидан қуйидагига эга бўламиз:

$M_\phi = \frac{GJ_\rho}{\ell} \varphi$ буни буровчи момент формуласига қўйиб, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\frac{GJ_\rho}{\ell} \varphi = 71620 \frac{N}{n} \quad \text{бундан} \quad N = \frac{GJ_\rho n}{71620 \ell} \cdot \varphi$$

Валнинг буралиш бурчагининг радиандаги қиймати

$$\varphi = \frac{\varphi^\circ \cdot \pi}{180} = \frac{0,5 \cdot 3,14}{180} \quad \text{бўлади}$$

$$N = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 10^4 \cdot 500 \cdot 0,5 \cdot 3,14}{32 \cdot 71620 \cdot 180 \cdot 150} \cong 320 \text{ от куч.}$$

$$N = 320 \text{ от куч.}$$

6.5-мисол.

Диаметри $d=1,4$ см ва узунлиги $\ell = 50$ см бўлган пўлат стержень $M_\phi=250$ кг см момент билан буралганда тўпланган потенциал энергия топилсин. Стержень materiali учун $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$ бўлади.

Ечиш: берилган қийматлардан фойдаланиб потенциал энергияни топамиз:

$$U = \frac{M_{\delta}^2 \cdot \ell}{2GJ_{\rho}} = \frac{(250)^2 \cdot 50}{2 \cdot 8 \cdot 10^5 \frac{3,14 \cdot (1,4)^4}{32}} = 5,18 \text{ кж.см}$$

6.6-мисол.

Узунлиги $\ell = 5 \text{ м}$ кўндаланг кесими тўғри бурчакли томонлари $a = 20 \text{ см}$ ва $b = 10 \text{ см}$ бўлган пўлат стержень $M_{\delta} = 300000 \text{ кгсм}$ момент билан буралаяпти. Стержень материали учун $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кж/см}^2$. Энг катта кучланиш, буралиш бурчаги ва кичик томон ўртасидаги кучланиш τ_1 топилисин.

Ечиш: Энг катта кучланиш кесимнинг катта томонининг ўртасида ҳосил бўлади ва у қуйидагича топилади.

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{W_{\delta}} = \frac{M_{\delta}}{\beta a b^2} = \frac{300000}{0,246 \cdot 20 \cdot 10^2} = 609,75 \text{ кж/см}^2$$

бунда $\beta = 0.246$ ни 6.1-жадвалдан олдик.

Кучланишни топамиз

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{a \cdot b^2} \left(3 + 1,8 \frac{b}{a} \right) = \frac{300000}{20 \cdot 10^2} \left(3 + 1,8 \frac{10}{20} \right) = 55 \text{ кж/см}^2 \text{ булар орасидаги}$$

фарқ жуда кам экан.

Буралиш бурчагини топамиз:

$$\varphi = \frac{M_{\delta} \cdot \ell}{G \cdot J_{\rho}} = \frac{M_{\delta} \cdot \ell}{G \alpha a b^3} = \frac{300000 \cdot 500}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,229 \cdot 20 \cdot 10^3} = 0,0409 \text{ рад.}$$

$$\text{ёки } \varphi = \frac{10}{\pi} \cdot 0,0409 = 2,34^{\circ}$$

Кичик томон ўртасидаги энг катта кучланишни топамиз:

$$\tau_1 = \gamma \tau_{\max} = 0,795 \cdot 609,75 = 484,75 \text{ кж/см}^2 \text{ бунда } \gamma = 0,795 \text{ ни жадвалдан}$$

$$\frac{b}{a} = 2,0 \text{ қийматдан олдик.}$$

6.7-мисол.

Мустаҳкамлиги бўйича эквивалент бўлган, диаметри $d = 300 \text{ мм}$ ли яхлит вални ташқи диаметри $D = 350 \text{ мм}$ ли кавак вал билан алмаштириб, кавак валнинг ички диаметри d_1 ни топиб, уларнинг оғирлигини таққослаб кўринг.

Ечиш: Икки валнинг ҳам кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланишлар ўзаро тенг бўлади:

$$\tau_{max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} = \frac{2M_{\phi}}{\pi r^2} = \frac{2M_{\phi}}{\pi R^3 (1 - \alpha^4)},$$

бундан α ни топиш формуласини оламиз:

$$\alpha = \sqrt[4]{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^3} = \sqrt[4]{1 - \left(\frac{150}{175}\right)^3} = 0,78.$$

Ички диаметр қуйидагича: $d_1 = \alpha D = 0,78 \cdot 350 = 273 \text{ мм.}$

Валларнинг оғирлигининг нисбати кўндаланг кесим юзаларининг нисбатига тенг бўлади; шунинг учун кавак валнинг оғирлиги яхлит валнинг оғирлигини $\frac{D^2 - d_1^2}{d^2} = \frac{(35)^2 - (27,3)^2}{(30)^2} = 0,534$ қисмини ташкил қилади.

6.8-мисол.

Минутига $n = 300$ марта айланиб $N = 450$ от кучига тенг қувват берадиган пўлат валнинг диаметри аниқлансин. Қуйидагилар берилган: $[\tau] = 800 \text{ кг/см}^2$; $[\varphi] = 0,3^0$; $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$.

Ечиш: Буровчи моментни топамиз:

$$M_{\phi} = 716,20 \frac{N}{n} = 716,20 \frac{450}{300} = 1075 \text{ кгм.}$$

Керакли диаметрни қуйидаги формуладан аниқлаймиз:

$$\tau_{max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} = \frac{2M_{\phi}}{\pi r^2} \leq [\tau]; \quad \varphi = \frac{M_{\phi} \cdot \ell}{G \cdot J_{\rho}} = \frac{2M_{\phi} \cdot \ell}{G \pi r^4} \leq [\varphi],$$

$$\text{бундан } d \geq 2 \sqrt[3]{\frac{2M_{\phi}}{\pi[\tau]}} = 2 \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 1075 \cdot 10}{3,14 \cdot 800}} = 8,82 \text{ см.}$$

$$d \geq 2 \sqrt[4]{\frac{2M_{\phi} \cdot \ell}{\pi G[\varphi]}} = 2 \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 1075 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 180}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 0,3}} = 12,8 \text{ см.}$$

Шундай қилиб, валнинг диаметри бикрлик шартидан топилиб, $d = 12,8 \text{ см}$ деб қабул қилинади.

6.9-мисол.

Диаметри $d=4 \text{ мм}$ бўлган симдан винт пружина ясалган. Цилиндр шаклини олган пружина диаметри $D_1=46 \text{ мм}$. Пружина кучланмаган ҳолатда ўрамлари орасидаги зазор $t=1,0 \text{ мм}$. Пружинани қанча куч билан сикқанда ўрамлар орасидаги зазор йўқолади?. $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2 = 8 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2$.

Ечиш: Пружина ўрамининг диаметри $D = 2R$ ни ташкил қилган цилиндрнинг диаметри билан симнинг диаметри йиғиндисига тенг $2R = D_1 + d = 50 \text{ мм}$.

Зазор ёпилиши учун, битта ўрамнинг чўкиши зазорга тенглашиши керак. Бундай ҳолда

$$\lambda = t = \frac{4PR^3}{G \cdot r^4} \quad \text{бундан} \quad P = \frac{Gr^4 t}{4R^3} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 2^4 \cdot 1,0}{4 \cdot (25)^3} = 2,05 \text{ кг}.$$

Бундай кучга тўғри келган кучланишни топамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} = \frac{2PR}{\pi r^3} = \frac{2 \cdot 2,05 \cdot 25}{3,14 \cdot 2^3} = 4,1 \text{ кг/мм}^2.$$

6.10-мисол.

Ташқи диаметри $D=12 \text{ см}$ ва ички диаметри $d=6 \text{ см}$ бўлган кавак вал берилган. У, $n=100 \text{ айл/мин}$ тезлик билан айланиб, $\ell=3,0 \text{ м}$ узунлик давомида $\varphi=1,8^\circ$ га буралса, вал неча от кучига тенг қувватни узатиши мумкин? Агар

$G=8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2 = 8 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2$ бўлса, энг катта уринма кучланишнинг қиймати ҳам аниқлансин.

Ечиш: Буровчи момент ва буралиш бурчаклари формулаларини таққослаб қувват учун қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$M_{\phi} 71620 \frac{N}{n}; \quad \varphi = \frac{M_{\phi} \ell}{GJ_{\rho}}; \quad M_{\phi} = \frac{GJ_{\rho}}{\ell} \varphi; \quad 71620 \frac{N}{n} = \frac{GJ_{\rho}}{\ell} \varphi;$$

$$N = \frac{GJ_{\rho} n \cdot \varphi}{71620 \cdot \ell} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 607,5 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 3,14/100}{71620 \cdot 300} = 223 \text{ от.кучи},$$

бунда

$$\varphi = 1,8^\circ \quad \frac{1,8 \cdot \pi}{180} = \frac{\pi}{100}; \quad J_{\rho} = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{32} = \frac{\pi(12^2 - 6^2)}{32} = 607,5 \cdot \pi \text{ см}^4$$

Энг катта уринма кучланиш кесимнинг четида ҳосил бўлади.

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} = \frac{M_{\phi}}{0,1D^3(1-\alpha^4)} = \frac{159712,6}{0,1(12)^3(1-0,5^4)} = 985,9 \text{ кг/см}^2,$$

бунда

$$M_{\phi} = 71620 \frac{N}{n} = 71620 \frac{223}{100} = 159712,6 \text{ кг} \cdot \text{см}; \quad \alpha = \frac{d}{D} = 0,5.$$

6.11-мисол.

6.11-шаклда кўрсатилган стерженга $M_1=50 \text{ кг м}$ ва $M_2=75 \text{ кг м}$ моментлар таъсир этаяпти. Унинг мустаҳкамлик ва бикрлик шартидан фойдаланиб керакли диаметри танлансин.

$$[\tau] = 400 \text{ кгс/см}^2; [\varphi] = 0,3 \text{ град/м};$$

$$G = 8 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; a = 1,0 \text{ м}; b = 1,5 \text{ м}; c = 2,5 \text{ м}.$$

Ечиш: Масала учун лозим бўлган статиканинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum X = M_A + M_1 - M_2 + M_D = 0 \quad (1)$$

Бундан кўринадикки, масала бир марта статик аниқмас экан, чунки тенгламалар сонидан номаълумлар сони битта кўп экан. Бу масалани ечиш учун битта қўшимча тенглама тузамиз. Қўшимча тенглама тузиш учун D таянчни ташлаб юбориб, унинг таъсирини M_D момент билан алмаштирамиз. Бу кесим қўзғалмаслиги, яъни унинг буралиш бурчаги $\varphi_D = 0$ бўлади.

$$\varphi_D = \frac{M_1 \cdot a}{GJ_\rho} - \frac{M_2 \cdot (a+b)}{GJ_\rho} + \frac{M_D \cdot (a+b+c)}{GJ_\rho} = 0 \quad (2)$$

$$\text{бундан } M_D = \frac{-M_1 \cdot a + M_2 \cdot (a+b)}{a+b+c} = \frac{-50 \cdot 1,0 + 75(1,0+1,5)}{1,0+1,5+2,5} = 27,5 \text{ кгс м}.$$

$$(1) \text{ тенгламадан } M_A = -M_1 + M_2 - M_D = -50 + 75 - 27,5 = -2,5 \text{ кгс м}.$$

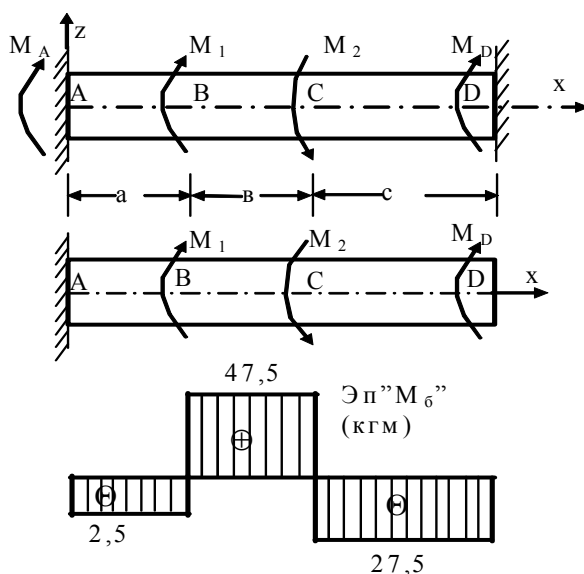
Буровчи момент эпюрасини курамиз:

$$\text{ДС участкада } M_{DC}(x) = -M_D = -27,5 \text{ кгс м}.$$

$$\text{ВС участкада } M_{BC}(x) = -M_D + M_2 = -27,5 + 75 = 47,5 \text{ кгс м}.$$

$$\text{АВ участкада } M_{AB}(x) = -M_D + M_2 - M_1 = -27,5 + 75 - 50 = -2,5 \text{ кгс м}.$$

Эпюрадан энг катта буровчи моментни ($M_{\max} = 47,5$ кгс м) топиб мустаҳкамлик ва бикрлик шартларидан стерженнинг диаметрини топамиз:



6.11-ш акл

$$\text{Мустаҳкамлик шартидан: } d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{47,5 \cdot 10^2}{0,2 \cdot 400}} = 3,9 \text{ см.}$$

Бикрлик шартидан:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{180^\circ \cdot M_{\max} \cdot 100}{G[\tau] \cdot \pi \cdot 0,1}} = \sqrt[4]{\frac{180^\circ \cdot 47,5 \cdot 10^2 \cdot 100}{8 \cdot 10^5 0,3 \cdot 3,14 \cdot 0,1}} = 6,32 \text{ см.}$$

Топилган қийматларни энг каттасини қабул қиламиз ва яхлитлаймиз:

$$d = 63 \text{ мм.}$$

6.12-мисол.

Доиравий ва квадрат кесимли симдан тайёрланган бир хил D ўртача диаметрли икки цилиндрик винтсимон пружинанинг K-коэффициенти иккаласи учун бир хил деб оғирлиги ва узайиши таққослаб кўрилсин.

Ечиш: Иккала пружинада ҳам бир хил қийматли $\tau_{\max}$ ҳосил бўлади. Пружиналар оғирликлари симларнинг кўндаланг кесим ўлчамига пропорционал бўлишидан симларнинг кўндаланг кесим юзаларини аниқлаймиз.

Доиравий кесимли симдан ясалган пружина учун

$$\tau_{\max} = K \frac{8FD}{\pi d^3}.$$

Квадрат кесимли симдан ясалган пружина учун

$$\tau_{\max} = K \frac{F \cdot D}{2\rho \varphi^3} = K \frac{F \cdot D}{2 \cdot 0,208 \cdot \varphi^3} \text{ ларни, бунда } \beta = 0,208 \text{ ни квадрат}$$

учун жадвалдан олдик. Бу иккала тенгламаларнинг чап томонларининг тенглигидан фойдаланиб, қуйидагини ёзамиз:

$$\frac{\pi d^3}{8} = 2 \cdot 0,208 \varphi^3 \quad \text{бундан} \quad \varphi = d \sqrt[3]{\frac{\pi}{16 \cdot 0,208}} = 0,98d.$$

$$\text{Кесим юзаларининг нисбати} \quad \frac{A_{\text{до}}}{A_{\text{к}}} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\varphi^2} = \frac{\pi d^2}{4 \cdot (0,98)^2 d^2} = 0,817.$$

Демак квадрат кесимли симдан ясалган пружина доиравий кесимли симдан тайёрланган пружинадан 18,3% га оғир бўлар экан.

Энди пружиналарнинг узайишини топамиз.

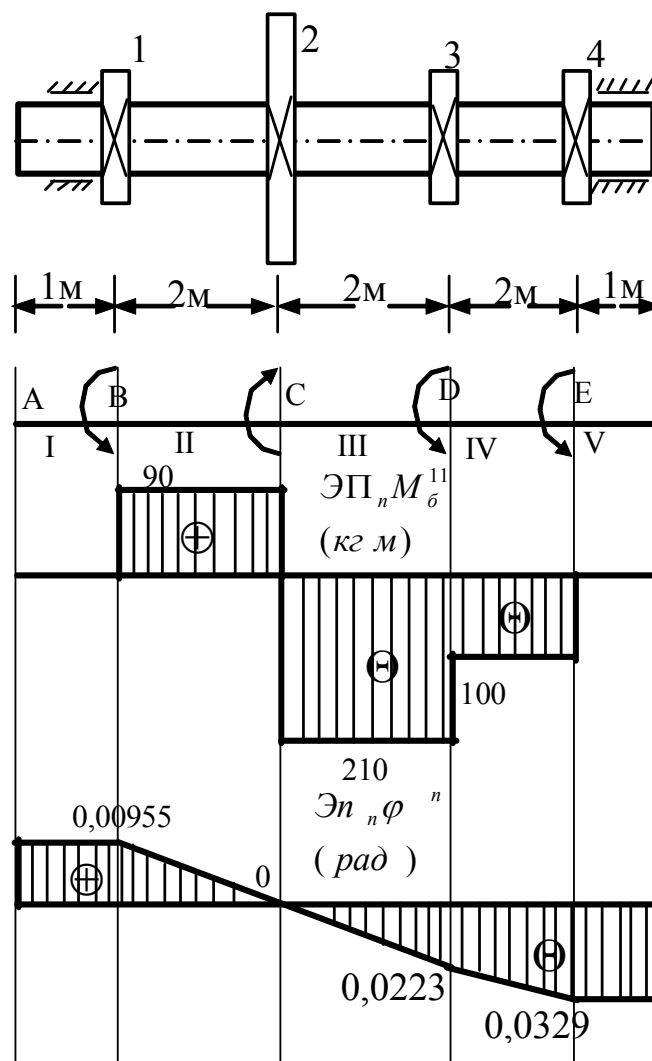
$$\text{Доиравий кесимли} \quad \lambda_{\text{до}} = \frac{8 \cdot FD^3 n}{Gd^4}.$$

Квадрат кесимли $\lambda_k = \frac{FD^3 \pi n}{4G \alpha b^4}.$

Пружиналар узайишининг нисбати

$$\frac{\lambda_a}{\lambda_k} = \frac{\frac{8FD^3 n}{Gd^4}}{\frac{FD^3 \pi n}{4G \alpha \hat{a}^4}} = \frac{32 \alpha \hat{a}^4}{\pi d^4} = \frac{32 \cdot 0,141 \hat{a}^4}{3,14 d^4} = \frac{32 \cdot 0,141 (0,98)^4 d^4}{3,14 \cdot d^4} = 1,325.$$

Бу ерда $\alpha = 0,141$ қийматни $(\frac{a}{b} = 1)$ яъни квадрат кесим учун жадвалдан олдик.



6.12-шакл

6.13-мисол.

Ўзгармас кўндаланг кесимли пўлат валга (6.12-шакл,а) да кўрсатилгандек тўртта шкивлар ўрнатилган. Улардан иккинчиси етакловчи бўлиб қолганлари етакланувчидир. Рухсат этилган кучланиш $[\tau] = 400 \text{ кг/см}^2$, $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$; $[\varphi^\circ] = 0,5 \text{ град/м}$.

Қуйидагилар талаб килинади:

- 1) буровчи момент эпюраси қурилсин;
- 2) мустаҳкамлик ва бикрлик шартларидан валнинг диаметри аниқлансин;
- 3) буралиш бурчагининг эпюраси қурилсин.

Ечиш: 1) Вални бешта участкага ажратиб, ҳар бир участка учун буровчи момент қийматларини топамиз:

$$\sum M(x) = M_\delta^I = 0; \quad M_\delta^I = 0;$$

$$\sum M(x) = M_\delta^{II} - M_1 = 0;$$

$$M_\delta^{II} = M_1 = 90 \text{ кгсм};$$

$$\sum M(x) = M_\delta^{III} - M_1 + M_2 = 0;$$

$$M_\delta^{III} = M_1 - M_2 = 90 - 300 =$$

$$= -210 \text{ кгсм};$$

$$\sum M(x) = M_\delta^{VI} - M_1 + M_2 - M_3 = 0;$$

$$M_\delta^{IV} = 90 - 300 + 110 = -100 \text{ кгсм};$$

$$\sum M(x) = M_\delta^V - M_1 + M_2 - M_3 - M_4 = 0;$$

$$M_\delta^V = 90 - 300 + 110 + 100 = 0$$

2. Валнинг диаметрини аниқлаймиз.

Мустаҳкамлик шартидан:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{210 \cdot 10^2}{0,2 \cdot 400}} = 6,4 \text{ см}.$$

Бикрлик шартидан :

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{180^\circ \cdot M_{\max} \cdot 100}{G[\varphi^\circ] \cdot \pi \cdot 0,1}} = \sqrt[4]{\frac{180^\circ \cdot 210 \cdot 10^2 \cdot 100}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 3,14 \cdot 0,1}} = 7,4 \text{ см}$$

Топилган қийматлардан каттасини, яъни бикрлик шартидан топилган қийматни қабул қиламиз ва уни яхлитлаб $d=70$ мм деб қабул қиламиз.

3) Етакчи шкивни кўзғалмас кесим деб, яъни буралиш бурчагини шу кесимдан бошлаб ҳисоблаймиз

$$\varphi_{BC} = \frac{M_{\delta}'' \cdot \ell_{BC}}{GJ_{\rho}} = \frac{90 \cdot 10^2 \cdot 200 \cdot 32}{8 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 7^4} = 0,00955 \text{ рад}.$$

DC участкада D кесимнинг C кесимга нисбатан бурилиш бурчаги

$$\varphi_{DC} = \frac{M_{\delta}''' \cdot \ell_{DC}}{GJ_{\rho}} = -\frac{210 \cdot 10^2 \cdot 200 \cdot 32}{8 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 7^4} = -0,0223 \text{ рад}.$$

ED участкада E кесимнинг D кесимга нисбатан бурилиш бурчаги

$$\varphi_{ED} = \frac{M_{\delta}^{IV} \cdot \ell_{ED}}{GJ_{\rho}} = -\frac{100 \cdot 10^2 \cdot 200 \cdot 32}{8 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 7^4} = -0,0106 \text{ рад}.$$

Етакчи шкив жойлашган кесим C ни қўзғалмас деб олганимиз учун валнинг ҳар бир шкив ўрнатилган кесимининг бурилиш бурчаги қуйидагича топилади:

$$\varphi_C = 0; \varphi_B = \varphi_{BC} = 0,00955 \text{ рад};$$

$$\varphi_D = \varphi_{DC} = -0,0223 \text{ рад};$$

$$\varphi_E = \varphi_{DC} + \varphi_D = -0,0223 - 0,0106 = -0,0329 \text{ рад};$$

$$\varphi_F = \varphi_E = -0,0329 \text{ рад};$$

$$\varphi_A = \varphi_{BC} = 0,00955 \text{ рад}.$$

6.14-мисол.

Кўндаланг кесим диаметри $d = 30 \text{ мм}$ бўлган яхлит пўлат ва $M = 6 \text{ кгм}$ момент билан буралади. Агар вал узунлиги $\ell = 1,5 \text{ м}$ бўлса вал кўндаланг кесимидаги энг катта кучланиш ва бурилиш бурчаги аниқлансин.

Ечиш: Вал кўндаланг кесимининг қутб инерция моменти ваа қутб қаршилиқ моментини аниқлаймиз:

$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 3^3}{16} = 5,3 \text{ см}^3;$$

$$J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 3^4}{32} = 7,96 \text{ см}^4$$

Бурилишдаги энг катта кучланиш

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{W_{\rho}} = \frac{600}{5,3} = 113 \text{ кг / см}^2$$

Валнинг бурилиш бурчаги

$$\varphi^0 = \frac{M_{\delta} \cdot \ell}{GJ_{\rho}} \cdot \frac{180^0}{\pi} = \frac{600 \cdot 150}{8 \cdot 7,96} \cdot \frac{180}{3,14} = 0,8^0, \quad \text{ёки } \varphi = 48^1$$

6.15-мисол.

Диаметри $D = 30\text{см}$ ли краннинг икки колодкали тормози диаметри $d = 3\text{см}$ ли пўлат валга маҳкам бириктирилган (6.13-шакл). Агар тормоз колодкасини босганда шкивни сиқувчи куч $Q = 82\text{кг}$, шкив билан колодка орасидаги ишқаланиш коэффиценти $f = 0,4$ бўлса, вал кесимини буровчи энг катта кучланиш топилсин. Агар $\ell = 40\text{см}$ бўлса, буралиш бурчаги нимага тенг.

Ечиш: Шкив ва колодка орасида ҳосил бўладиган айланма кучни топамиз:

$$P = 2Qf = 2 \cdot 82 \cdot 0,4 = 65,6\text{кг}$$

$$\text{Тормоз шкивидаги буровчи момент: } M_{\delta} = P \frac{D}{2} = 65,6 \cdot \frac{30}{2} = 984\text{кг см.}$$

Вал кесимининг қутб инерция ва қутб қаршилиқ моменти тенг:

$$J_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 3^4}{32} = 7,95\text{см}^4$$

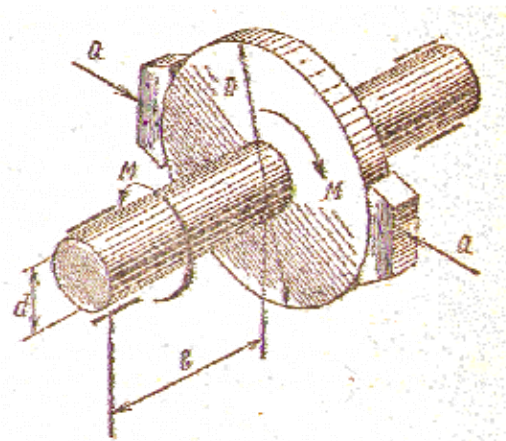
$$W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 3^3}{16} = 5,3\text{см}^3$$

Вал кесимидаги энг катта буровчи кучланишни топамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{W_{\rho}} = \frac{984}{5,3} = 185\text{кг/см}^2$$

Вал тормоз шкивининг буралиш бурчагини топамиз:

$$\varphi^0 = \frac{M_{\delta}}{GJ_{\rho}} \cdot \frac{180^0}{\pi} = \frac{984 \cdot 40}{8 \cdot 10^5 \cdot 7,95} \cdot \frac{180^0}{3,14} = 0,36^0; \quad \varphi \approx 22^1$$



6.13-шакл.

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

6.1. Вал сиртидаги кучланиш $\tau_{\max} = 800 \text{ кг} / \text{см}^2$, вал сиртидан радиусининг чорак масофасидаги кўндаланг кесимида уринма кучланиш нимага тенг?

Жавоби $\tau = 600 \text{ кг} / \text{см}^2$.

6.2. Агар рухсат этилган кучланиш $[\tau] = 1000 \text{ кг} / \text{см}^2$ бўлса, диаметри 2 см бўлган доиравий кесимли пўлат стерженнинг юк кўтарувчанлиги $[M_6]$ ни аниқланг. Стерженнинг 100 см узунликдаги участкасининг буралиш бурчаги қиймати нимага тенг?

Жавоби $[\varphi] = 15,7^\circ$; $\varphi = 0,125 \text{ рад}$.

6.3. Диаметри 10 см ва узунлиги 6 м бўлган яхлит пўлат вал 4⁰ бурчакка бурилган. Энг катта кучланиш нимага тенг?

Жавоби $\tau_{\max} = 465 \text{ кг} / \text{см}^2$

6.4. Кўндаланг кесим юзалари тенг бўлган учта I, II, III, валлар M_1 , M_2 ва M_3 моментлар билан буралади. Агар ҳар бир валнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланишлар бир хилда бўлса у вақтда M_1 , M_2 ва M_3 миқдорлар аниқлансин. Барча кесимлар учун уринма кучланишлар эпюралари қурилсин. Халқа кесимнинг ички контури нукталаридаги уринма кучланишлар аниқлансин.

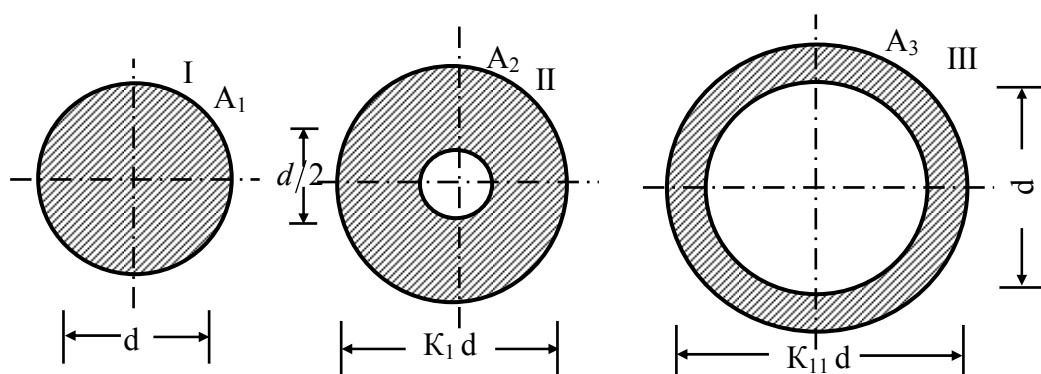
$$K_I = 1,12; \quad K_{II} = 1,41;$$

Жавоби: $W_{\rho I} = 0,2d^3$, $W_{\rho II} = 0,17d^3$; $W_{\rho III} = 0,43d^3$.

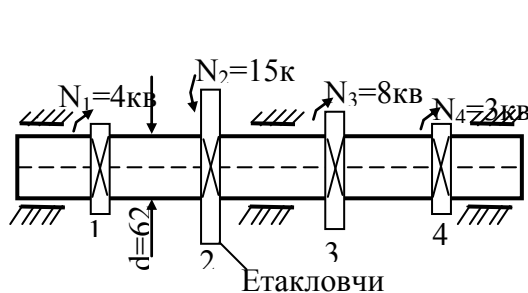
$$M_I = \tau \cdot 0,2d^3; \quad M_{II} = \tau \cdot 0,27d^3; \quad M_{III} = \tau \cdot 0,43d^3;$$

6.5. Ўзгармас кесимли валнинг мустаҳкамлиги ва бикрлиги текширилсин. $[\tau] = 200 \text{ кг} / \text{см}^2$; $[\varphi_0] = 0,4^\circ / \text{м}$; $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг} / \text{см}^2$ деб олинсин. $n = 150$ айл/мин.

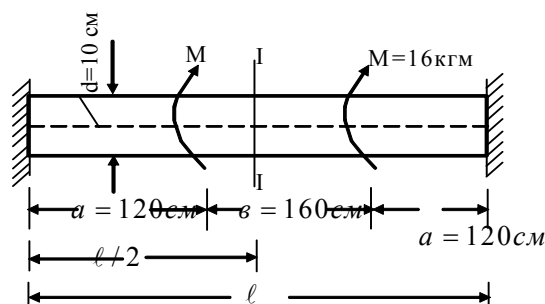
Жавоби: $\tau_{\max} = 153 \text{ кг} / \text{см}^2$;
 $\varphi_0 = 0,35^\circ / \text{м}$.



6.4- мисол учун



6.5-мисол учун



6.9-мисол учун

6.6. Вал $M_6=200$ кгм момент билан буралади. Агар рухсат этилган кучланиш $[\tau]=500 \text{ кг} / \text{см}^2$ бўлса валнинг диаметри аниқлансин.

Жавоби: $d=6.0 \text{ см}$.

6.7. Кавак вал $M_6=500$ кгм момент билан буралади. Ички диаметрининг ташқисига нисбати $\alpha = \frac{d}{D} = 0,7$, рухсат этилган кучланиш $[\tau]=600 \text{ кг} / \text{см}^2$ бўлса, кесимнинг ўлчамлари ва яхлит вал билан таққослаб оғирлигини тежашни аниқланг.

Жавоби: $A_{\text{ковак}} = 26,9 \text{ см}^2$; $A_{\text{яхлит}} = 44,2 \text{ см}^2$; $\frac{F_k}{F_y} = 0,61$; 39% тежаш

мумкин

6.8. Агар 1,5 м узунликда ўлчанган буралиш бурчаги $0,5^\circ$ бўлса, валнинг двигателга узатадиган қуввати аниқлансин. Валнинг диаметри $d=12 \text{ см}$, $n=600$ айл/мин. $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг} / \text{см}^2$

Жавоби: $N=951,5$ от кучи

6.9. Пулат брус I-I кесимининг буралиш бурчаги аниқлансин $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг} / \text{см}^2$

Жавоби: $\varphi_{I-I} \approx 36 \cdot 10^{-7} \text{ рад}$

6.10. Бруснинг С кесимиغا қўйилган М моментнинг максимал рухсат этилган микдори топилсин. $[\tau] = 900 \text{ кг/см}^2$, $\ell_1 = 40 \text{ см}$, $\ell_2 = 40 \text{ см}$, $\ell_3 = 80 \text{ см}$.

Жавоби: $M \approx 52 \cdot 10^3 \text{ кг.см}$

6.11. Иккала учи билан қаттиқ маҳкамланган ва М буровчи момент билан юкланган брус деформациясининг потенциал энергияси аниқлансин.

Жавоби: $U = 0,32 \frac{M^2}{Gd^4}$

6.12. Шаклда кўрсатилган, стерженнинг диаметри мустаҳкамлик ва бикрлик шартидан топилсин. Рухсат этилган кучланиш $[\tau] = 400 \text{ кг/см}^2$, ҳар бир метр учун рухсат этилган буралиш бурчаги $[\tau] = \frac{1^\circ}{4}$; $G = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$.

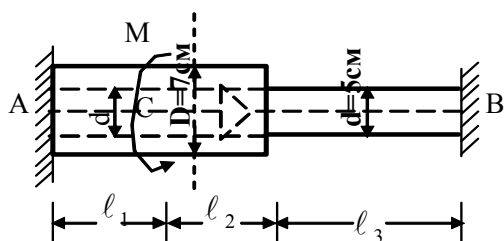
Жавоби: $d = 5,75 \text{ см}$.

6.13. Ковак валнинг диаметрлари мустаҳкамлик ва бикрлик шартларидан топилсин. Вал кўндаланг кесим d-ички диаметрининг D-ташқи диаметрига нисбати $\alpha = 0,7$, рухсат этилган уринма кучланиш $[\tau] = 250 \text{ кг/см}^2$ ва $[\varphi] = 0,3 \text{ град/м}$; $n = 220 \text{ айл/мин}$.

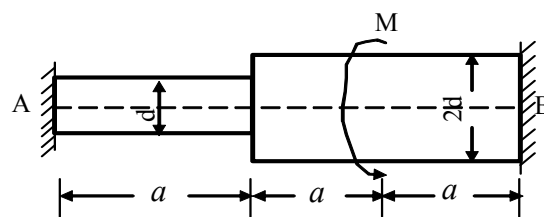
Жавоби: $D = 78 \text{ мм}$, $d = 55 \text{ мм}$.

6.14. Узунлиги 1,8 м бўлган ковак вал учларига $M = 6 \text{ кНм}$ моментли икки жуфт кучлар қўйилган. Агар буралиш бурчаги 2° дан ошиши мумкин бўлмаса, уринма кучланиш $\tau = 700 \text{ кг/см}^2$ бўлса, валнинг ташқи ва ички диаметрини аниқланг.

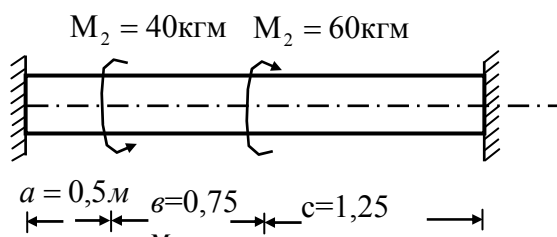
Жавоби: $D = 20,4 \text{ мм}$, $d = 72,4 \text{ мм}$.



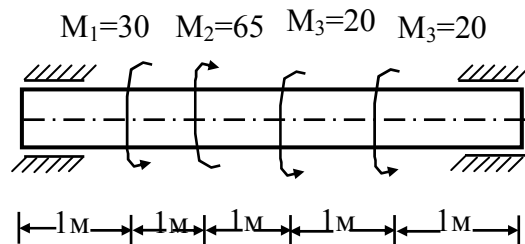
6.10-мисол учун



6.11-мисол учун



6.12-мисол учун



6.13- мисол учун

6.15. Ковак валнинг диаметрлари $D=2d$ бўлса, буровчи моментлар бир хил бўлганда ковак валдаги энг катта уринма кучланиш топилсин. Бу вал силжишга рухсат этиладиган кучланиш 600 кг/см^2 бўлганда лойиҳадаги яхлит валдан 20% енгил.

Жавоби: $\tau_{\max} = 58 \text{ кг/см}^2$

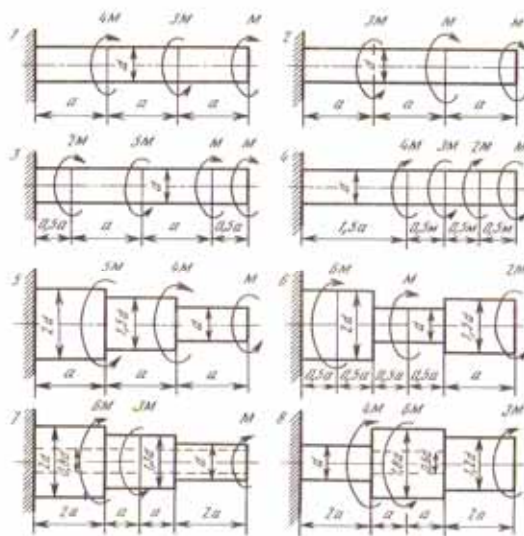
6.16. Буровчи момент ва рухсат этиладиган кучланишлар бир хил бўлганда ўлчамлари шунга мослаб танланган икки валнинг оғирликларини таққосланг. Биринчи вал-яхлит, иккинчиси турбасимон, ички диаметрининг ташқи диаметрига нисбати 0,6 га тенг.

Жавоби: $Q_T:Q_y=0,702$

6.17. Кесими $10 \times 10 \text{ мм}$ бўлган ва пўлатдан ясалган цилинрик винтли пружинада 12 ўрам бор. Ўрамларнинг ўрта радиуси 5 см. Агар синишга рухсат этиладиган кучланиш 2800 кг/см^2 бўлса, пружинага қўйилиши мумкин бўлган энг катта кучни аниқланг. Шу куч таъсир этганда пружина қанчага чўкади.

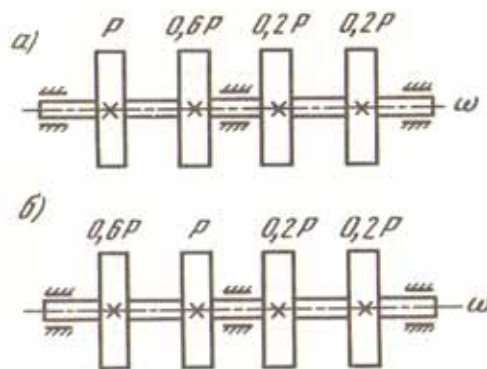
Жавоби: 112 кг, 9,42 см.

6.18. Шаклда кўсатилган бруслар учун буровчи момент эпюраси қурилсин.



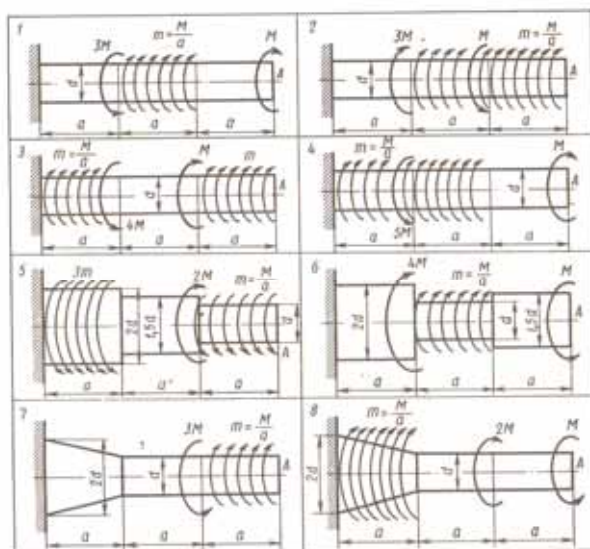
6.18-мисол учун.

6.19. Шаклда кўрсатилган трансмиссион валлар учун буровчи момент эпюраси қурилсин. Р-етақловчи шкив қабул қиладиган қувват, ω - валнинг бурчак тезлиги.



6.19-мисол учун.

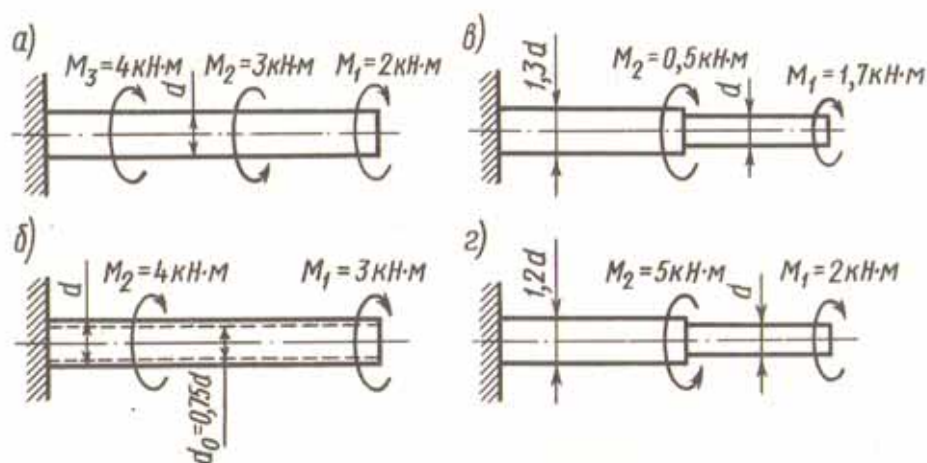
6.20. Шаклда кўрсатилган бруслар учун буровчи момент эпюраси қурилсин. m -тақсимланган момент интенсивлиги.



6.20-мисол учун.

6.21. Шаклда кўрсатилган валларнинг талаб килинган кўндаланг кесим ўлчамлари аниқлансин $\tau_T = 1400 \text{ кг/см}^2$, $[n] = 2,5$.

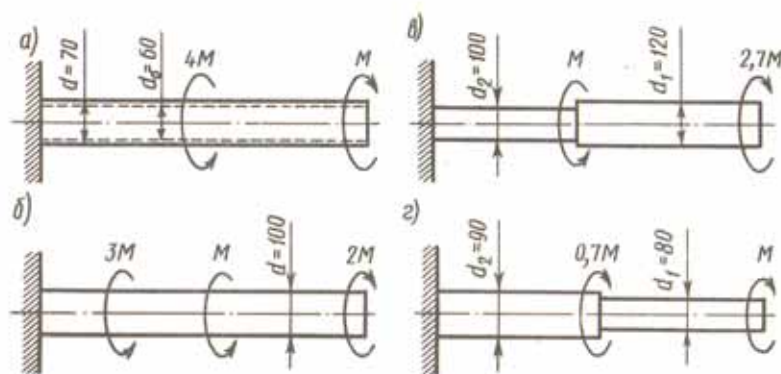
Жавоби: а) 6,5 см, б) 9,8 см, в) 5,4 см, г) 5,7 см.



6.21-мисол учун.

6.22. Агар $[\tau] = 400 \text{ кг/см}^2$ бўлса, шаклда кўрсатилган бруслар учун M моментнинг рухсат этилган қийматлар аниқлансин.

Жавоби: а) 0,43 кНм, б) 3,39 кНм, в) 4,62 кНм, г) 3,36 кНм.

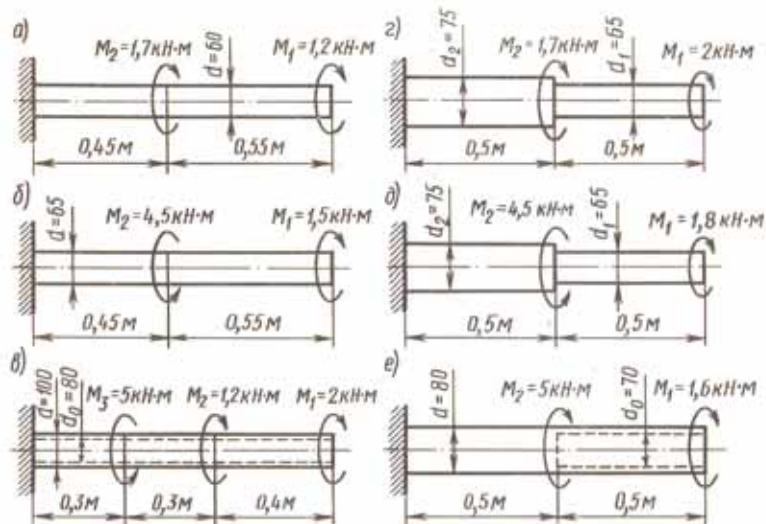


6.22-мисол учун.

6.23. Агар $[\tau] = 400 \text{ кг/см}^2$; $[\varphi_0] = 0,6 \text{ град/м}$ бўлса шаклда кўрсатилган брусларнинг мустаҳкамлиги ва бикрлиги текширилсин.

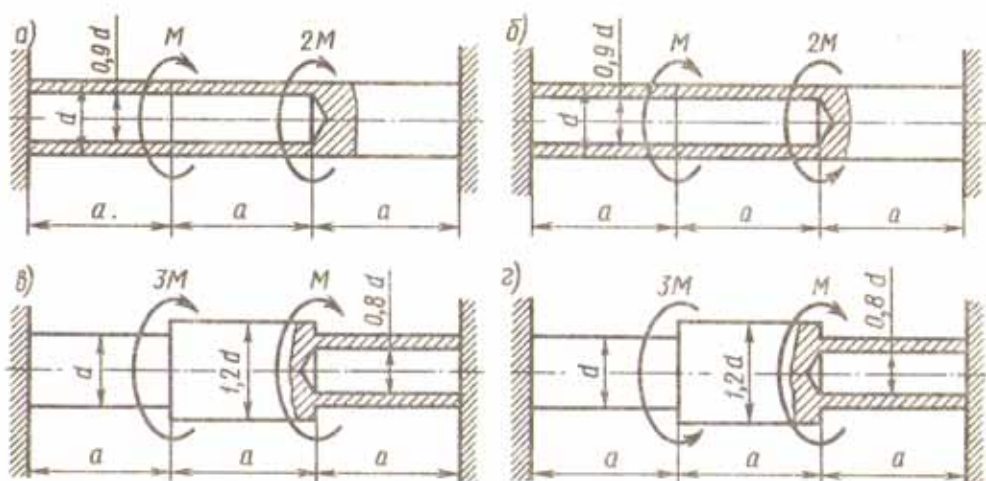
Жавоби:

Схема	а					
$\tau_{\max} (\text{кг/см}^2)$	68	55	27	44	334	65
	4	7	6	6		6
$\varphi_{0,\max} (\text{град})$	1,6	1,	0,	0,8	0,7	1
	3	23	4	6	4	,18



6.23-мисол учун.

6.24. Шаклда кўрсатилган бруслар учун буровчи момент, энг катта урунма кучланиш ва кўндаланг кесимнинг айланиш бурчаги эпюралари қурилсин.



6.24-мисол учун.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Буровчи момент нима?
2. Бурилишда қандай чекланишга йўл қўйилади?
3. Тўла бурилиш бурчаги деб нимага айтилади?
4. Поляр инерция моменти нима?
5. Бурилишдаги бикрлик нима ва қандай топилади?
6. Энг катта кучланиш кесимнинг қайси нуктасида бўлади?
7. Уринма кучланиш кесим юзаси бўйича қандай тақсимланади?
8. Бурилишда мустаҳкамлик шарти қандай бўлади?
9. Бурилишдаги статик аниқмас масала қандай ечилади?
10. Бурилишдаги потенциал энергия қандай формуладан топилади?
11. Тўғри тўрт бурчак кесимли стерженларнинг қандай нукталарида максимал уринма кучланиш ҳосил бўлади?

VII Б О Б
ТЕКИС ЭГИЛИШ.
7.1-§ УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Эгилиш деформацияси, қурилиш конструкция элементларида жуда кўп учрайди. Эгилишга қаршилик кўрсатувчи бруслар **балка** деб аталади. Балкалар, ўқига тик йўналган кучлар ёки ундан ўтувчи текисликда ўтувчи жуфт кучлар таъсирида бўлади ва улар таъсиридан эгилади. Балканинг ўзаро параллел кўндаланг кесимларининг бири-бирига нисбатан оғиши ва нуқталарнинг вертикал кўчиши натижасида тўғри чизикли геометрик ўқнинг эгри чизикқа айланиши эгилиш деформациясини характерлайди. Эгилган балканинг исталган кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари кесиш усулидан фойдаланиб аниқланади.

Балкага таъсир қилаётган кучлар, шу жумладан реакция кучлари ҳам унинг симметрия текислигида ётса, эгилиш ҳам мазкур текисликда содир бўлиб, бу ҳолдаги эгилишга текис эгилиш дейилади.

Амалда ишлатиладиган кўпгина балкаларнинг кўндаланг кесимининг камида битта симметрия ўқи бўлганлиги сабабли текис эгилиш ҳоли ҳаётда жуда кўп учрайди.

Текис эгилишда балканинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланиш ва деформацияларни ҳисоблашдан олдин уларга қўйилган кучларни аниқлаш лозим. Балканинг ҳисобини таянч реакцияларини ҳисоблашдан бошлаймиз, чунки унга бевосита қўйилган кучлар қаторига, таянчларида ҳосил бўладиган кучлари ҳам киради.

7.2-§ БАЛКА ТАЯНЧЛАРИНИНГ ХИЛЛАРИ ВА РЕАКЦИЯЛАРИНИ АНИҚЛАШ.

Балка ўзига қўйилган кучларни қабул қилиб, кейинги конструкцияга узатиш учун у билан таянч боғланишлари ёрдамида бирлаштирилган бўлиши керак. Қурилишда асосан уч хил таянчлар учрайди.

1. Шарнирли қўзғалувчан таянч.

Шарнирли қўзғалувчан таянчларда балканинг учи шарнир атрофида айланиши билан бирга таянч текислигига параллел кўчиш

имкониятига эга бўлади. Шунинг учун таянч текислигига тик йўналган битта вертикал реакция кучи ҳосил бўлади (7.1-шакл).

2. Шарнирли қўзғалмас таянч.

Бу хилдаги таянчда балканинг учи шарнир атрофида айланиш имкониятига эга бўлиб, лекин горизонтал ва вертикал йўналишда кўчиш имкониятига эга эмас. Бундай таянчда таянч текислигига тик ва параллел йўналишда иккита реакция кучлари ҳосил бўлади (7.2-шакл).

3. Қистириб маҳкамланган таянч.

Бундай таянчда балканинг қистириб маҳкамланган кесими горизонтал ва вертикал йўналишда кўчиш имкониятига эга эмаслиги билан бирга айланиш имконига ҳам эга эмас. Бу хилдаги таянчда горизонтал ва вертикал йўналишдаги реакция кучларига қўшимча яна таянч моменти ҳам ҳосил бўлади (7.3-шакл)

Битта шарнирли қўзғалмас ва битта қўзғалувчан таянчда ётган балкага **оддий балка** дейилади. Таянчлар оралиғидаги масофага пролет дейилади (7.4-шакл,а)

Бир учи билан қистириб маҳкамланган ва иккинчи учи эркин бўлган балкаларга **консоль** дейилади (7.4-шакл,б)

7.5-шаклда кўрсатилган балкаларга **консолли балкалар** дейилади.

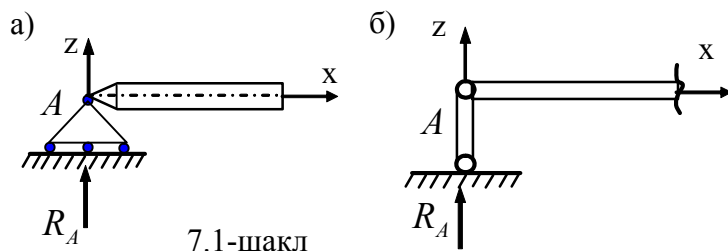
Балка таянчларида ҳосил бўладиган реакция кучларини ёлғизгина статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида топиб бўлса, бундай балкаларга **статик аниқ балкалар** дейилади (7.4-шакл,а).

Балка учун лозим бўлган статиканинг мувозанат тенгламалари сони, таянчларда ҳосил бўладиган реакция кучлари сонидан кам бўлса, бундай балкаларга **статик аниқмас балкалар** дейилади (7.6-шакл).

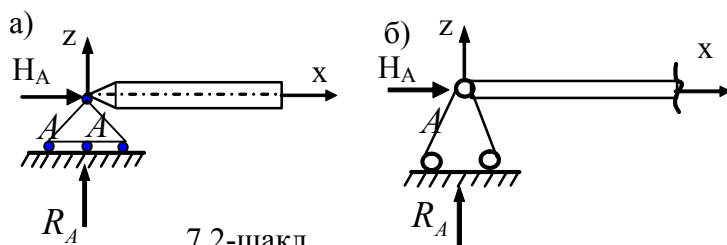
Юқорида кўрсатилган статик аниқ балкаларнинг таянчларида ҳосил бўладиган реакция кучларини статиканинг қуйидаги мувозанат тенгламаларидан фойдаланиб топамиз, улар уч хил кўринишда бўлади :

$$1) \quad \sum X = 0 ; \quad \sum Z = 0 ; \quad \sum M_A = 0 ; \quad (7.1)$$

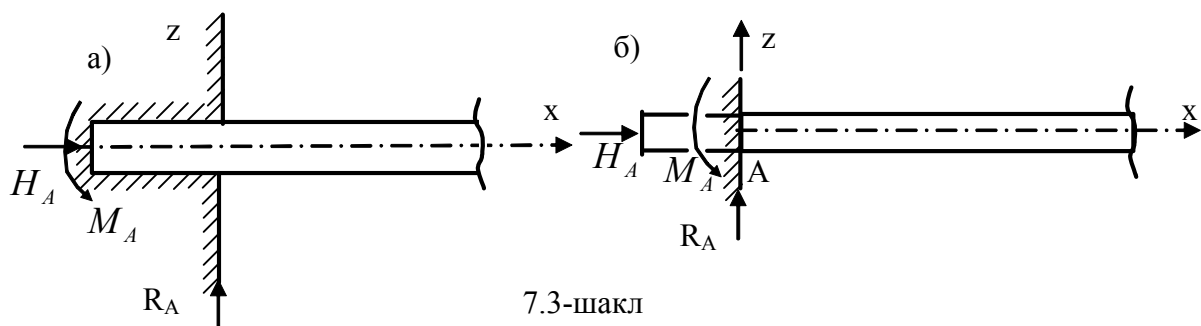
Бу ерда ўзаро параллел бўлмаган икки ўққа нисбатан олинган проекциялар йиғиндиси ва кучлар текислигида ётган бирор нуқтага нисбатан кучлардан олинган моментлар йиғиндиси олинган.



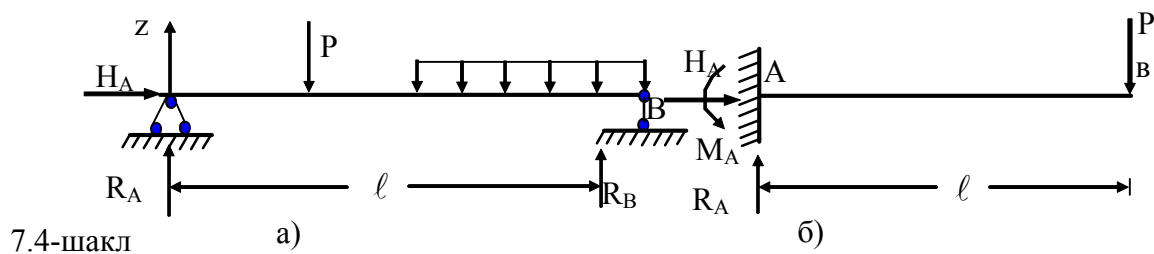
7.1-шакл



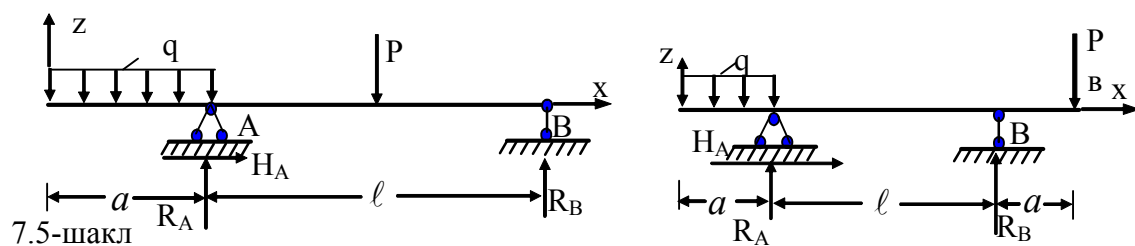
7.2-шакл



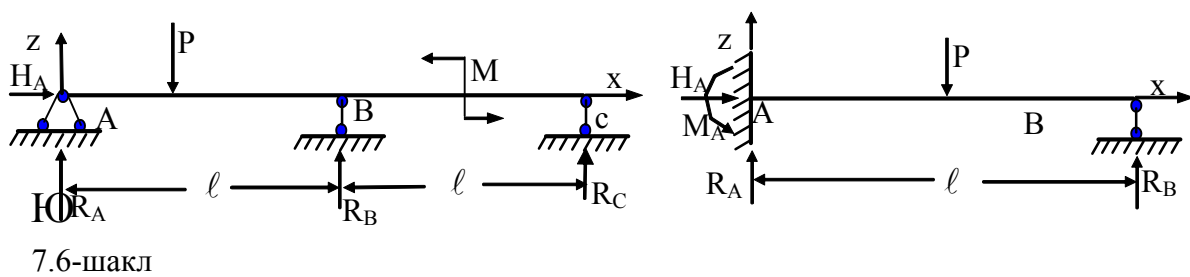
7.3-шакл



7.4-шакл



7.5-шакл



7.6-шакл

2) Текисликнинг бир тўғри чизигида ётмаган учта нуқтасига нисбатан олинган моментлар йиғиндиси

$$\sum M_A = 0 ; \sum M_B = 0 ; \sum M_C = 0 ; \quad (7.2)$$

2) Текисликда ётган икки нуқтага нисбатан олинган моментлар йиғиндиси ва нуқталар ётган чизикқа перпендикуляр бўлмаган ўққа нисбатан олинган проекциялар йиғиндиси

$$\sum Z = 0 ; \sum M_A = 0 ; \sum M_B = 0 ; \quad (7.3).$$

Балка таянч реакцияларини топишда, мувозанат тенгламаларининг ҳар бирига биттадан номаълум реакция кучи кириши керак бўлади, яъни 3-вариантдагидек, таянч нуқталарига нисбатан иккита момент тенгламаларини тузиб, икки таянч реакциясини топиб, уларнинг тўғри, нотўғрилигини $\sum Z = 0$ тенглама ёрдамида текшириб кўрамиз. Бундай ҳолда топилган таянч реакцияларининг алгебраик йиғиндиси, балкага таъсир қилаётган барча вертикал кучларнинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлиши, яъни $\sum Z = 0$ тенглик бажарилиши шарт. Шундай ҳолдагина балканинг мувозанати таъминланади.

Балкаларнинг таянч реакцияларини аниқлашни қуйидаги мисолларда кўриб чиқамиз.

МИСОЛЛАР.

7.1-мисол.

7.7-шаклда кўрсатилган балканинг таянч реакциялари аниқлансин.

Ечиш : Одатда бундай балка оддий балка дейилади. P кучни балканинг ўқлари бўйича йўналган икки тузувчиларига ажратамиз :

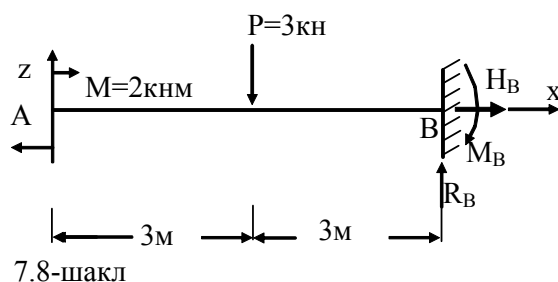
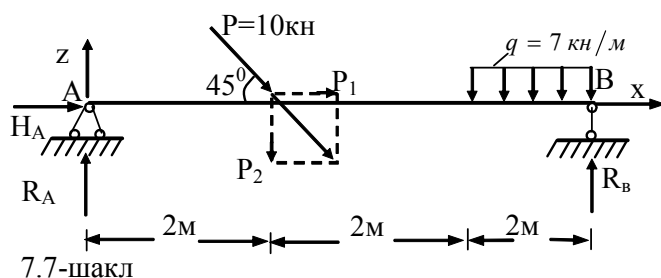
$$P_1 = P \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 7 \text{ кН}; \quad P_2 = P \cdot \sin 45^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 7 \text{ кН}.$$

Юқорида айтганимиздек, шарнирли қўзғалмас A таянчда иккита горизонтал H_A ва R_A реакция кучлари ва шарнирли қўзғалувчан B таянчда фақат битта вертикал R_B реакция кучи ҳосил бўлади. Буларни (7.3) мувозанат тенгламаларидан фойдаланиб аниқлаймиз.

$$\sum X = 0 ; H_A + P_1 = 0 ; H_A = -P_1 = -7 \text{ кН}.$$

160,121,158,123,156,125,154,127,152,129,150,131,148,133,146,135,144,137,142,139
122,159,124,157,126,155,128,153,130,151,132,149,134,147,136,145,138,143,140,141

200,161,198,163,196,165,194,167,192,169,190,171,188,173,186,175,184,177,182,179
162,199,164,197,166,195,168,193,170,191,172,189,174,187,176,185,178,183,180,181
240,201,238,203,236,205,234,207,232,209,230,211,228,213,226,215,224,217,222,219
202,239,204,237,206,235,208,233,210,231,212,229,214,227,216,225,218,223,220,221



Реакция кучининг минус ишорали чиқиши, H_A нинг йўналиши ўнг томонга эмас, балки унинг йўналиши чап томонга йўналган бўлиши керак.

$$\sum M_A = 0; P_2 \cdot 2 + q \cdot 2 \cdot 5 - R_B \cdot 6 = 0; 6 \cdot R_B = 7 \cdot 2 + 7 \cdot 2 \cdot 5; R_B = \frac{84}{6} = 14 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; -P_2 \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 + R_A \cdot 6 = 0; 6 \cdot R_A = 7 \cdot 4 + 7 \cdot 2; R_A = \frac{42}{6} = 7 \text{ кН}.$$

Текшириш :

$$\sum Z = 0; R_A - P_2 - q \cdot 2 + R_B = 0; 7 - 7 - 7 \cdot 2 + 14 = 21 - 21 = 0.$$

Демак, таянч реакцияларининг қийматлари ва йўналишлари тўғри экан.

А таянчга қўйилган H_A реакция кучи бу таянчнинг мувозанатини сақлаш билан бирга у, P куч қўйилган нуқта билан A таянчгача бўлган ораликни чўзади ва уни эгмайди. Балканинг горизонтал ўқига бурчак остида кучлар таъсир қилган ҳолларда, унда тузувчи кучларнинг йўналишига мос равишда чўзилиш ва эгилиш содир бўлади. Бу бобда фақат эгилишни кўриб чиқамиз, шунинг учун келгусида балкага таъсир этаётган кучлар, унинг ўқига тик йўналган бўлади.

7.2-мисол.

Энди 7.8-шаклда кўрсатилган консолнинг таянч реакцияларини аниқлаймиз.

Ечиш : Қистириб маҳкамланган таянчда учта реакция кучи ҳосил бўлади. (7.1) мувозанат тенгламаларидан фойдаланиб таянч реакцияларини топамиз.

$$\sum X = 0; H_B = 0; \quad \sum Z = 0; -P + R_B = 0; R_B = P = 3 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; M - P \cdot 3 + M_B = 0; M_B = 3P - M = 3 \cdot 3 - 2 = 7 \text{ кНм}.$$

7.3-§ БАЛКА КЎНДАЛАНГ КЕСИМИДА ҲОСИЛ БЎЛАДИГАН ЗЎРИҚИШ КУЧЛАРИНИ АНИҚЛАШ. ЭГУВЧИ МОМЕНТ ВА КЕСУВЧИ КУЧ ЭПЮРАЛАРИ.

Балканинг таянчларида ҳосил бўладиган реакция кучларини аниқлагандан кейин, унинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган зўриқиш кучларини топиш мумкин. Бунинг учун балканинг чап таянчидан x масофада уни фикран кесиб икки бўлакка ажратамиз (7.9-шакл, а). Чап қисмини қолдириб унинг мувозанатини текширамыз (7.9-шакл, б). Қолган қисми мувозанатда бўлиши учун кесим юзаси бўйича ташлаб юборилган қисмининг илгариги таъсирини алмаштирувчи кучларни қўямиз. Умумий ҳолда бу зўриқиш кучларини бир бош вектор (R) ва бир бош момент ($M(x)$) дан иборат деб қараш мумкин. Бу ерда $M(x)$ - эгувчи момент деб аталади. Эгувчи момент балканинг қолдирилган қисмининг кесимига қўйилган жуфт кучни ифодалайди.

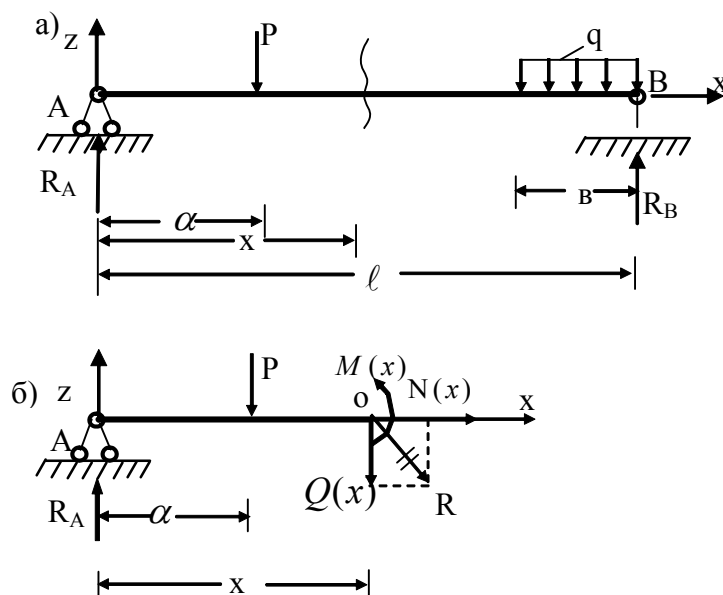
Бош вектор (R) ни горизонтал ва вертикал тузувчиларига ажратамиз. Горизонтал тузувчисини $N(x)$ билан белгилаймиз, уни бўйлама куч деб ва вертикал тузувчисини $Q(x)$ билан белгилаймиз, уни эса кесувчи (кўндаланг) куч деб атаймиз.

Балканинг қолдирилган қисмининг мувозанатини текшириб бу кучларни топамиз :

$$\sum X = 0 ; N(x) = 0 ;$$

$$\sum Z = 0 ; R_A - P - Q(x) = 0 ; Q(x) = R_A - P ;$$

$$\sum M_0 = 0 ; R_A \cdot x - P(x - a) - M(x) = 0 ; M(x) = R_A \cdot x - P(x - a) .$$



7.9-шакл

Бу ифода­лар­дан кўри­на­ди­ки, бал­ка кўн­да­ланг кесими­да ҳосил бў­ла­ди­ган бўй­ла­ма куч, унинг қол­ди­рил­ган қисми­га таъсир этаётган ҳам­ма куч­лар­дан го­ри­зон­тал ўққа туши­рил­ган про­ек­ция­лар­нинг алгебраик йиғин­дисига тенг бў­лар экан. Кесув­чи куч эса шу куч­лар­дан бал­ка­нинг вер­ти­кал ўқи­га туши­рил­ган про­ек­ция­лар­нинг алгебраик йиғин­дисига тенг бў­лар экан. Бал­ка­нинг қол­ди­рил­ган қисми­га таъсир этаётган куч­лар­дан кесим мар­ка­зига нисба­тан олин­ган статик мо­мент­лар­нинг алгебраик йиғин­диси эгув­чи мо­мент­га тенг бў­лар экан.

Энди $N(x)$, $Q(x)$ ва $M(x)$ лар­нинг ишоралари қои­даси қандай бў­ли­шини кўра­миз:

агар бўй­ла­ма куч бал­ка­нинг қол­ди­рил­ган қис­мини чўзса, унинг ишораси му­сбат, акс ҳол­да ман­фий бў­лади (2.2-шакл);

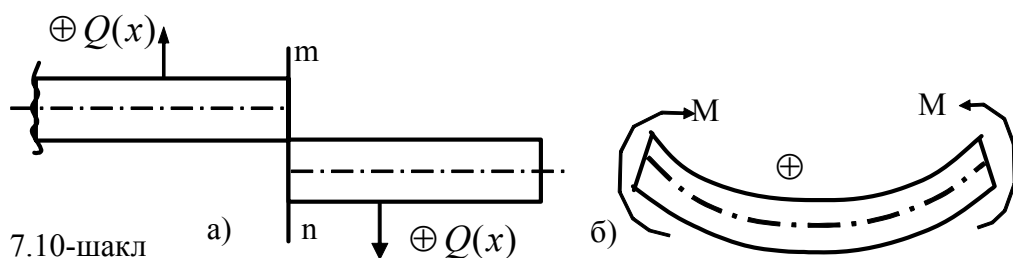
бал­ка­нинг қол­ди­рил­ган қисми­га таъсир этаётган куч­лар­нинг тенг таъсир этув­чиси mn кесими­дан чап томон­да бў­либ, паст­дан юқо­ри­га ва ўнг томон­да бў­либ юқо­ри­дан паст­га йўнал­ган бўлса кесув­чи куч ишораси му­сбат, акс ҳол­да ман­фий бў­лади (7.10-шакл, а);

бал­ка­нинг қол­ди­рил­ган қис­мининг паст­ки то­ла­ларини чўзув­чи эгув­чи мо­мент му­сбат, юқо­ри то­ла­ларини чўзув­чи эгув­чи мо­мент эса ман­фий деб оли­на­ди (7.10-шакл, б).

7.10-шакл­да кесув­чи куч ва эгув­чи мо­мент­лар­нинг му­сбат ишорали ҳо­ли­га тўғ­ри келадиган шакли кўрсатил­ган. Улар­нинг тескари кў­ри­ни­ши эса ман­фий ҳо­ли­га тўғ­ри кела­ди.

Ай­рим ҳол­лар­да, бал­ка­нинг ўнг қис­мини қол­ди­риб му­во­за­на­тини текшириш қулай бў­лади, бу ҳол­да то­пил­ган бўй­ла­ма куч, кесув­чи куч ва эгув­чи мо­мент­лар­нинг қий­мат­лари, чап қис­ми учун то­пил­ган қий­мат­лар­га тенг бў­либ, ишоралари тескари бў­лади.

Бал­ка кўн­да­ланг кесим­лари­да ҳосил бў­ла­ди­ган эгув­чи мо­мент ва кесув­чи куч­лар­нинг қий­мат­лари қай­си кесим­да энг катта қий­мат­га эри­ши­шини, яъ­ни хавф­ли кесим­ни бе­хато то­пиш учун улар­нинг эпю­ралари қу­ри­лади.



Кесувчи куч ва эгувчи момент қийматларини, балка ўқи бўйлаб ўзгариш қонунини кўрсатувчи графикга кесувчи куч ва эгувчи момент эпюралари дейилади.

Буларнинг эпюраларини қуришни қуйидаги мисолларда кўриб чиқамиз.

МИСОЛЛАР.

7.3-мисол.

Икки таянчда ётувчи оддий балка учун эгувчи момент ва кесувчи куч эпюралари қурилсин (7.11.а-шакл).

Ечиш : Таянч реакцияларини (7.3) мувозанат тенгламаларидан фойдаланиб топамиз.

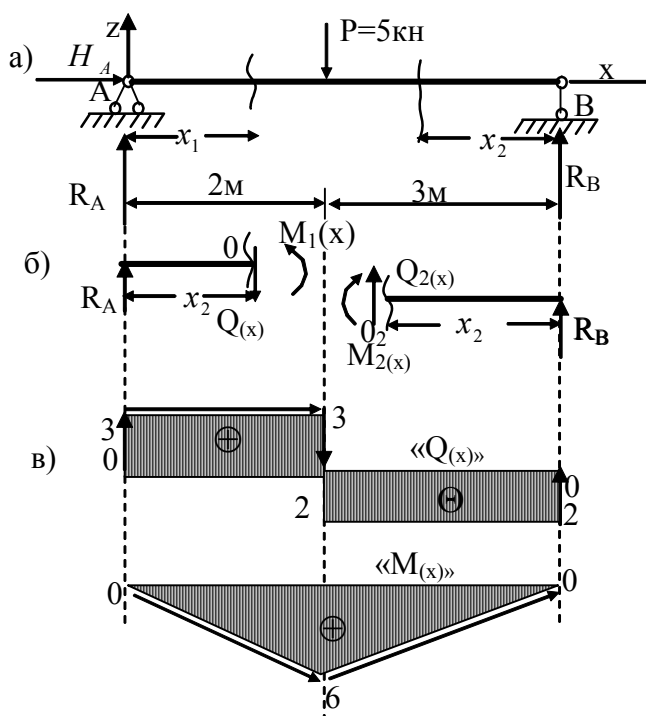
$$\sum X = 0; H_A = 0;$$

$$\sum M_A = 0; -R_B \cdot 5 + P \cdot 2 = 0; 5R_B = 2P; R_B = \frac{2 \cdot 5}{5} = 2 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; R_A \cdot 5 - P \cdot 3 = 0; 5R_A = 3P; R_A = \frac{3 \cdot P}{5} = \frac{3 \cdot 5}{3} = 3 \text{ кН}.$$

$$\text{Текшириш: } \sum Z = 0; R_A - P + R_B = 0; 3 - 5 + 2 = 5 - 5 = 0.$$

Демак, таянч реакцияларининг қийматлари тўғри топилибди ва йўналишлари тўғри қўйилган экан.



7.11-шакл

Кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини курамиз.

Таянч реакцияларининг қийматини билганимиздан кейин $Q(x)$ ва $M(x)$ ларнинг аналитик тенгламасини тузиш қийин эмас. Балка AC ва BC участкаларга ажратилади. Чап таянчдан x масофада $I-I$ кесим олиб, унинг чап томонини қолдирамиз (7.11-шакл, б) ва ташлаб юборилган қисмининг илгариги таъсирини алмаштирувчи $Q_1(x)$ ва $M_1(x)$ ларни қўямиз. Ҳар бир участка учун уларнинг тенгламалари ҳар хил бўлади

Балканинг қолдирилган қисмига таъсир этаётган кучлардан вертикал ўққа туширилган проекцияларнинг алгебраик йиғиндиси шу кесимдаги кесувчи куч тенгламасини ва шу кучлардан кесим маркази O_1 га нисбатан олинган статик моментларнинг алгебраик йиғиндиси эгувчи момент тенгламасини ифодалайди.

AC участкада $0 \leq x_1 \leq 2$ ораликда ўзгаради.

$$\sum Z = 0 ; Q(x) = R_A = 3 \text{ кН} = \text{const}$$

$$\sum M_{O_1} = 0 ; M_1(x) = R_A \cdot x_1 ;$$

Кесувчи куч тенгламасига x ўзгарувчи қатнашмаганлиги учун бу участкада $Q(x)$ нинг эпюраси ўзгармас бўлиб, уни чегараловчи чизик абсцисса ўқиға параллел бўлган тўғри чизик билан чегараланади. Эгувчи момент тенгламасига x_1 ўзгарувчи қатнашиб биринчи даражали бўлганлиги учун унинг эпюраси оғма тўғри чизик билан чегараланади. $x_1 = 0$ бўлганда $M_1(0) = 0$; $x_1 = 2 \text{ м}$ бўлганда $M_1(2) = 6 \text{ кНм}$ бўлади.

Балканинг иккинчи яъни, BC участкасини текшириш учун, унинг ўнг таянчидан x_2 масофада $2-2$ кесим олиб ўнг қисмини қолдириб унинг мувозанатини текширамиз (7.11-шакл, в).

$$\sum Z = 0 ; Q_2(x) = -R_B = -2 \text{ кН} = \text{const}$$

$$\sum M_{O_2} = 0 ; M_2(x) = R_B \cdot x_2 ;$$

Бу участкада ҳам $Q(x)$ нинг эпюраси ўзгармас бўлиб, эгувчи момент эпюраси эса оғма тўғри чизик билан чегараланади. Бу участкада $0 \leq x_2 \leq 3$ ораликда ўзгаради. $x_2 = 0$ бўлганда $M_2(0) = 0$; $x_2 = 3 \text{ м}$ бўлганда $M_2(3) = 6 \text{ кНм}$ бўлади.

Энди биринчи ва иккинчи участкалар учун $Q(x)$ ва $M(x)$ ларнинг топилган қийматларини ордината ўқи бўйлаб, кесувчи кучнинг мусбат қийматини абсцисса ўқидан юқорига ва манфий қийматини пастга маълум масштабда ўлчаб қўйиб, эгувчи моментнинг қийматларини эса мусбатини абсцисса ўқининг пастки

томонидан ва манфий қийматини эса юқори томонидан маълум масштабда ўлчаб қўйиб, уларнинг эпюраларини ҳосил қиламиз (7.11-шакл,г,д).

Бу эпюралардан кўринадик, балканинг C кесимида кесувчи куч ҳам, эгувчи момент ҳам ўзларининг энг катта қийматларига эришиб ($Q_{\max} = 3 \text{ кН}$, $M_{\max} = 6 \text{ кНм}$) у кесим хавфли кесим ҳисобланади.

7.4-мисол.

7.12-шаклда кўрсатилган консоль учун кесувчи куч ва эгувчи момент эпюралари қурилсин.

Ечиш: Қистириб маҳкамланган таянчда учта реакция кучи H_c, R_c, M_c ҳосил бўлади. Буларни (7.1) мувозанат тенгламасидан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$\sum X = 0; H_c = 0; \quad \sum Z = 0; R_c - q \cdot 3 = 0; \quad R_c = 3q = 3 \cdot 4 = 12 \text{ кН};$$

$$\sum M_c = 0; M - q \cdot 3 \cdot 1,5 + M_c = 0; M_c = q \cdot 3 \cdot 1,5 - M = 4 \cdot 3 \cdot 1,5 - 2 = 14 \text{ кНм}.$$

Консолнинг эркин учидан x_1 масофада кесиб уни икки бўлакка ажратамиз. Чап қисмини қолдириб, ташлаб юборилган қисмининг илгариги таъсирини алмаштирувчи $Q(x), M(x)$ ларни унинг кесимига қўямиз (7.12-шакл, б) ва унинг мувозанатини текшираамиз.

$$\sum Z = 0; \quad Q_1(x) = 0;$$

$$\sum M_{0_1} = 0; \quad M_1(x) = M = 2 \text{ кНм} = \text{const}.$$

Худди шундай 2–2 кесим учун ҳам кесувчи куч ва эгувчи момент тенгламаларини тузамиз. Бу участкада ($2 \leq x_2 \leq 5$) ораликда ўзгаради.

$$\sum Z = 0; \quad Q_2(x) = -q(x_2 - 2);$$

$$\sum M_{0_2} = 0; \quad M_2(x) = M - q \frac{(x_2 - 2)^2}{2}.$$

Бу ерда кесувчи куч ифодасида x_2 ўзгарувчининг даражаси бир бўлганлиги сабабли $Q(x)$ тўғри чизикдан, эгувчи момент тенгламасида эса x_2 ўзгарувчи иккинчи даражали бўлганлиги сабабли $M(x)$ иккинчи тартибли эгри чизик билан чегараланади.

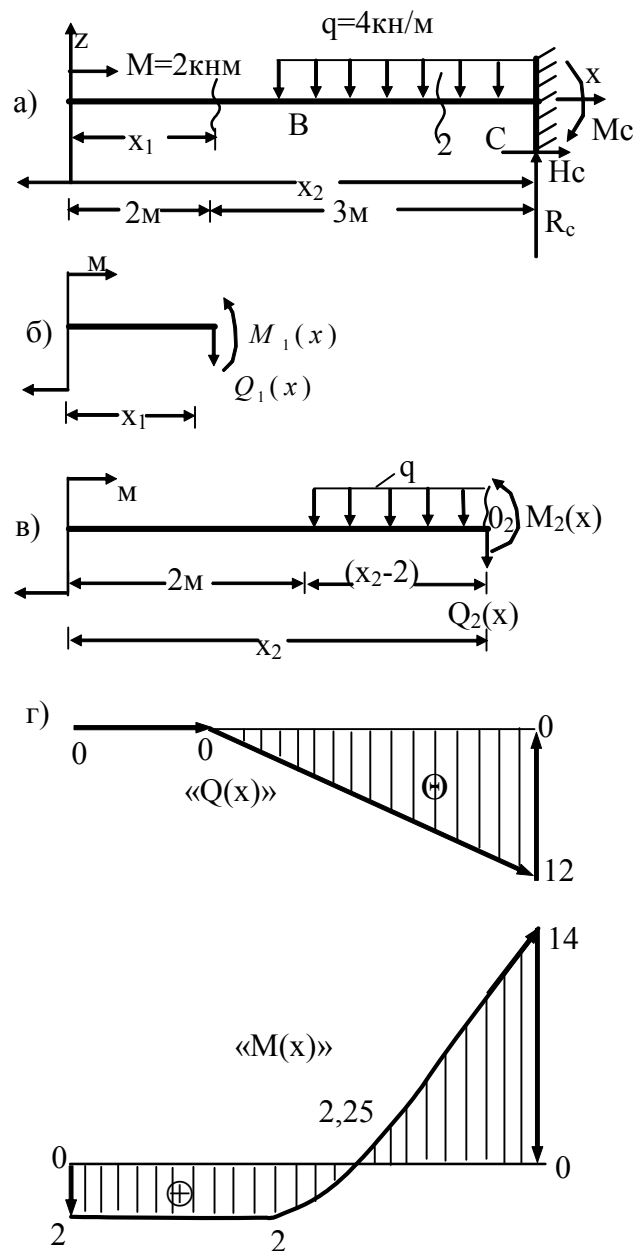
$$x_2 = 2 \text{ м} \quad \text{бўлганда} \quad Q_2(2) = 0; \quad M_2(x) = 2 \text{ кНм};$$

$$x_2 = 3,5 \text{ м} \quad \text{бўлганда} \quad Q_2(3,5) = 6 \text{ кН}; \quad M_2(3,5) = 2,25 \text{ кНм};$$

$$x_2 = 5 \text{ м} \quad \text{бўлганда} \quad Q_2(5) = 12 \text{ кН}; \quad M_2(5) = -14 \text{ кНм};$$

бўлади.

Худди, юқоридаги мисолдагидек кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини курамиз (7.12-шакл,г,д).



7.12-шакл

7.5-мисол.

7.13-шаклда кўрсатилган консолли балка учун кесувчи куч ва эгувчи момент эпюралари қурилсин.

Ечиш : Таянч реакцияларини аниқлаймиз.

$$\sum X = 0; H_A = 0;$$

$$\sum M_D = 0; R_A \cdot 7 + M - q \cdot 4 \cdot 2 + P \cdot 2 = 0; 7R_A = 8q - M - 2P;$$

$$7R_A = 32 - 5 - 6; R_A = 21/7 = 3 \text{ кН};$$

$$\sum M_A = 0; P \cdot 9 - R_D \cdot 7 + q \cdot 4 \cdot 5 + M = 0; 7R_D = 9P + 20q + M;$$

$$7R_D = 9 \cdot 3 + 20 \cdot 4 + 5; R_D = 112/7 = 16 \text{ кН};$$

$$\text{Текшириш : } \sum Z = 0; R_A - q \cdot 4 + R_D - P = 3 - 4 \cdot 4 + 16 - 3 = 19 - 19 = 0$$

Демак, таянч реакцияларининг қийматлари ва уларнинг йўналиши тўғри топилибди.

Энди кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини курамиз. Балка AB, BC, CD, DE участкаларга бўлинади. Балканинг чап таянчидан x_1 масофада 1–1 кесим ўтказиб, кесувчи куч ва эгувчи момент тенгламаларини тузамиз ($0 \leq x_1 \leq 1,5$):

$$\sum Z = 0; Q_1(x) = R_A = 3 \text{ кН} = \text{const}$$

$$\sum M_{0_1} = 0; M_1(x) = R_A \cdot x_1;$$

$x_1 = 0$ бўлганда $M_1(0) = 0$; $x_1 = 1,5 \text{ м}$ бўлганда $M_1(1,5) = 4,5 \text{ кНм}$ бўлади.

2–2 кесим учун кесувчи куч ва эгувчи момент тенгламалари қуйидагича бўлади ($1,5 \leq x_2 \leq 3$):

$$\sum Z = 0; Q_2(x) = R_A = 3 \text{ кН} = \text{const};$$

$$\sum M_{0_2} = 0; M_2(x) = R_A \cdot x_2 + M.$$

$x_2 = 1,5 \text{ м}$ бўлганда $M_2(1,5) = 9,5 \text{ кНм}$; $x_2 = 3 \text{ м}$ бўлганда $M_2(3) = 14 \text{ кНм}$; бўлади.

3–3 кесимни балканинг ўнг томонидан олиб, унинг учун кесувчи куч ва эгувчи момент тенгламаларини тузамиз ($0 \leq x_3 \leq 2$):

$$\sum Z = 0; Q_3(x) = P = 3 \text{ кН} = \text{const};$$

$$\sum M_{0_3} = 0; M_3(x) = -P \cdot x_3.$$

$x_3 = 0$ бўлганда $M_3(0) = 0$; $x_3 = 2 \text{ м}$ бўлганда $M_3(2) = -6 \text{ кНм}$ бўлади.

4–4 кесимда кесувчи куч ва эгувчи момент тенгламалари қуйидагича бўлади ($2 \leq x_4 \leq 6$):

$$\sum Z = 0; Q_4(x) = P - R_D + q(x_4 - 2);$$

$$\sum M_{0_4} = 0; M_4(x) = -P \cdot x_4 + R_D \cdot (x_4 - 2) - q \frac{(x_4 - 2)^2}{2}.$$

$$x_4 = 2 \text{ м} \text{ бўлганда } Q_4(2) = -13 \text{ кН}; M_4(2) = -6 \text{ кНм};$$

$$x_4 = 4 \text{ м} \text{ бўлганда } Q_4(4) = -5 \text{ кН}; M_4(4) = 12 \text{ кНм};$$

$$x_4 = 6 \text{ м} \text{ бўлганда } Q_4(6) = 3 \text{ кН}; M_4(6) = 14 \text{ кНм}; \text{ бўлади.}$$

Эгувчи моментнинг энг катта қийматини аниқлаш учун шу участканинг эгувчи момент тенгламасидан x абсцисса бўйича бир

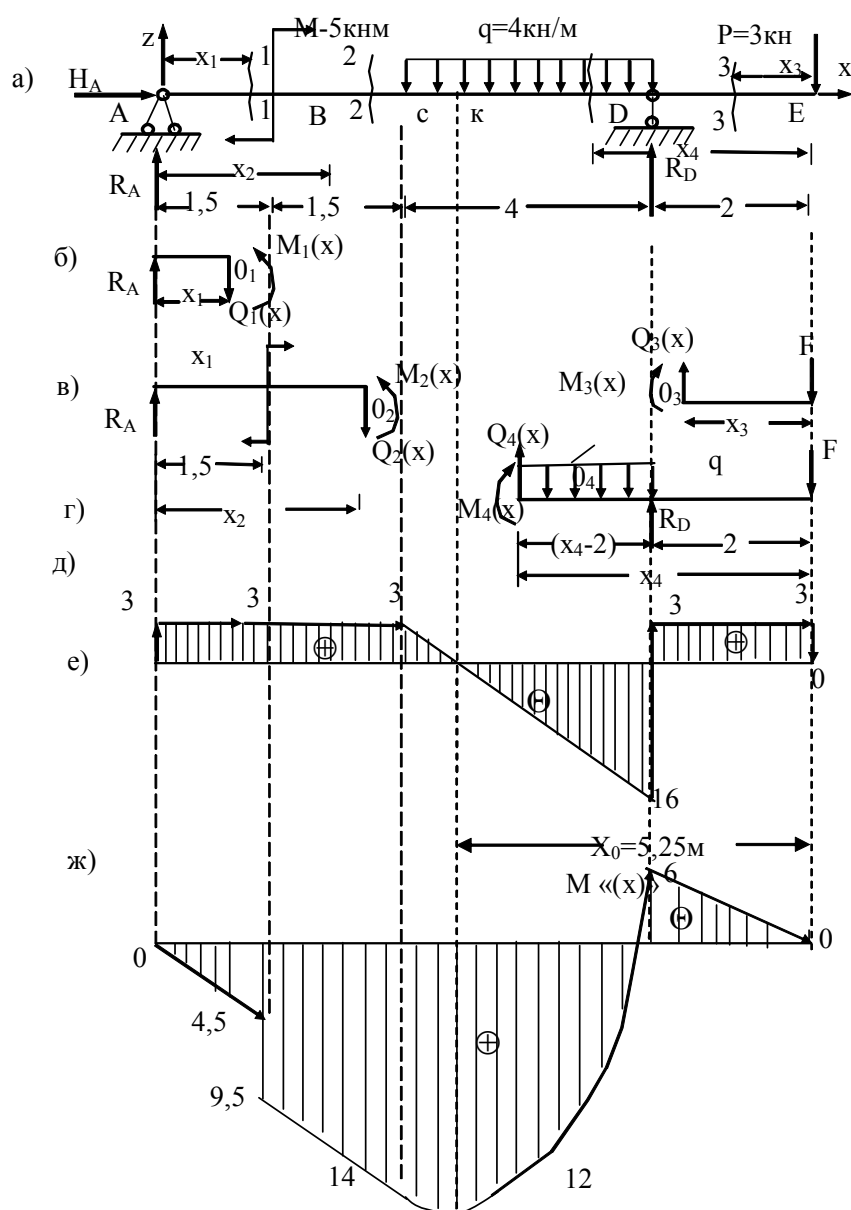
марта ҳосила олиб уни нолга тенглаштириб, эгувчи моментнинг энг катта қийматига тўғри келган абсциссанинг қийматини топамиз:

$$\frac{dM_4(x)}{dx_4} = P - R_D + q(x_4 - 2) = 0 ;$$

$$x_4 = x_0 = \frac{R_D - P + 2q}{q} = \frac{16 - 3 + 2 \cdot 4}{4} = \frac{21}{4} = 5,25 \text{ м}$$

Демак, балканинг ўнг томонидан 5,25 м масофадаги кесимда эгувчи момент энг катта қийматга эришар экан ва унинг қиймати қуйидагича бўлади.

$$M_4(x_0) = M_{\max} = -3 \cdot 5,25 + 16 \cdot 3,25 - 4 \frac{(3,25)^2}{2} = 15,125 \text{ кНм} .$$



7.13-шакл

Балканинг AB , BC , ED участкаларида кесувчи куч тенгламаларида x ўзгарувчи қатнашмади, шунинг учун бу участкаларда кесувчи куч ўзгармас бўлади. Эгувчи момент тенгламаларида эса x ўзгарувчи биринчи даражали бўлганлиги учун эгувчи момент тўғри чизик қонуни билан ўзгаради. DC участкада эса кесувчи куч тенгламасида ўзгарувчи x нинг даражаси бирга тенг бўлганлиги учун $Q(x)$ тўғри чизик, эгувчи момент тенгламасида эса x ўзгарувчи иккинчи даражали бўлганлиги учун $M(x)$ иккинчи тартибли эгри чизик (парабола) билан ўзгаради.

Тўртала участка учун кесувчи куч ва эгувчи моментлар учун топилган қийматлардан фойдаланиб қурилган кесувчи куч ва эгувчи момент эпюралари 7.13- шакл,е,ж ларда кўрсатилган.

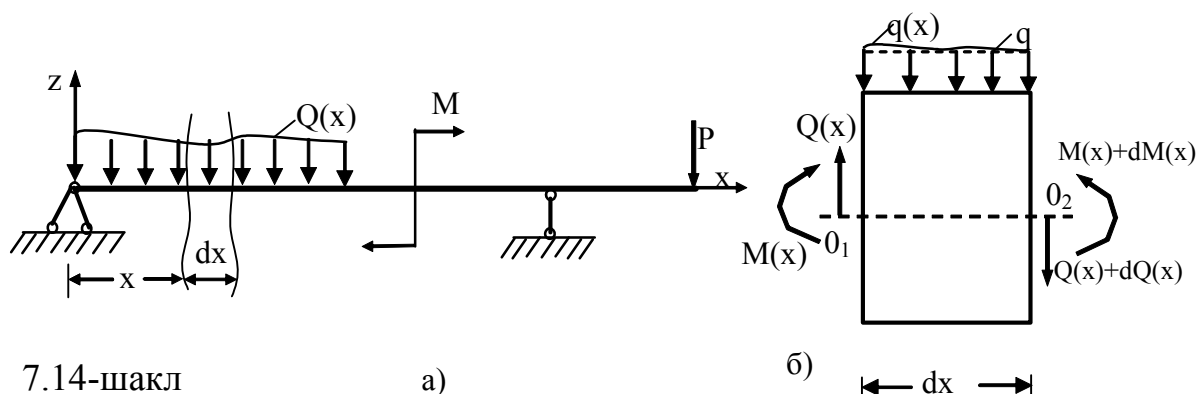
7.4-§ ЭГУВЧИ МОМЕНТ, КЕСУВЧИ КУЧ ВА ЁЙИЛГАН КУЧ ИНТЕНСИВЛИГИ ОРАСИДАГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ БОҒЛАНИШЛАР.

Юқорида кўрсатилгандек, балканинг текширилаётган қисми мувозанатда бўлиши учун, қирқилган кесимдаги ички кучларни кесувчи куч ва эгувчи моментга келтириш керак.

Энди бу кучлар орасидаги дифференциал боғланишни аниқлаймиз.

Бунинг учун 7.14-шакл, а да кўрсатилган балканинг чап таянчидан x ва $x+dx$ масофаларда узунлиги dx бўлган чексиз кичик элемент ажратамиз (7.14-шакл, б).

Бу элементнинг томонларига балканинг ташлаб юборилган қисмининг илгариги таъсирини алмаштирувчи кучларни мусбат йўналишда 7.14.б-шаклда кўрсатилгандек қўямиз. Элемент чексиз кичик узунликка эга бўлганлиги учун ёйилган юкни текис тақсимланган деб олиш мумкин. Бу кучлар таъсиридан ажратилган элемент мувозанатда бўлади. Шунинг учун унинг мувозанат шарти



7.14-шакл

а)

б)

қуйидагича ифодаланади :

$$\sum Z = Q(x) - [Q(x) + dQ(x)] - q dx = 0 ; \quad \frac{dQ(x)}{dx} = -q . \quad (7.4)$$

Демак, бирор кесимдаги кесувчи кучдан шу кесимнинг абсциссаси (x) бўйича олинган биринчи ҳосила ёйилган юк интенсивлигининг тескари ишора билан олинган қийматига тенг бўлар экан.

Энди кесимнинг ўнг оғирлик марказига нисбатан, элементга таъсир этаётган барча кучлардан олинган моментлар йиғиндисини нолга тенглаштириб иккинчи дифференциал боғланишни топамиз :

$$\sum M_{0_2} = M(x) + Q(x)dx - q \frac{(dx)^2}{2} - [M(x) + dM(x)] = 0 ;$$

бунда $q \frac{(dx)^2}{2}$ қолган ҳадларга нисбатан жуда кичик сон бўлганлиги учун уни эътиборсиз қолдириб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x) \quad (7.5).$$

Бундан кўринадики, эгувчи моментдан x абсцисса бўйича олинган биринчи ҳосила шу кесимдаги кесувчи кучга тенг бўлар экан.

(7.5) дифференциал боғланишдан $Q(x)$ нинг қийматини (7.4) га қўйсак, учинчи дифференциал боғланиш келиб чиқади.

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = -q \quad (7.6).$$

Шундай қилиб, бирор эгувчи моментдан x абсцисса бўйича иккинчи ҳосила олсак у ёйилган юкнинг тескари ишора билан олинган қийматига тенг бўлар экан.

Бу дифференциал боғланишлар кўпинча Журавский теоремалари деб аталади ва улар кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини қуришни соддалаштиради, яъни $Q(x)$ ва $M(x)$ ларнинг аналитик тенгламаларини тузиш шарт эмас, ҳамда уларни тўғри ёки нотўғри қурилганлигини текширишда муҳим аҳамиятга эга бўлади.

Мураккаб ҳолларда, яъни балка ташқи кучлар таъсиридан бир неча участкаларга бўлинганда эпюраларни характерли нукталардан фойдаланиб қуриш мақсадга мувофиқдир. Бу характерли нукталар участканинг четки кесимларига ва эгувчи момент экстремал қийматларга эришган кесимларга тўғри келган нукталардир. Шу тариқа $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюраларини қуришда қуйидаги қоидага амал қилиш лозимдир.

1) Балканинг ёйилган куч қўйилмаган участкаларида кесувчи куч эпюраси абсцисса ўқиға параллел тўғри чизик билан, эгувчи момент эпюраси эса оғма тўғри чизик билан чегараланади (7.11-шаклда AC, CB ; 7.13-шаклда AB, BC, DE участкалар).

Ҳақиқатдан ҳам, агар бирор участкаға ёйилган юк қўйилмаган бўлса (7.4) га асосан $dQ(x)/dx = -q = 0$ ва $Q(x) = \text{const}$ (x -ўқиға параллел тўғри чизик тенгламаси). (7.5) дифференциал боғланишга асосан $dM(x)/dx = Q(x) = \text{const}$, яъни $M(x) = Q(x) \int dx = Q(x) \cdot x$ оғма тўғри чизик тенгламасини ҳосил қиламиз.

2) Балканинг ёйилган юк қўйилган участкаларида кесувчи куч эпюраси абсцисса ўқиға оғма тўғри чизик билан, эгувчи момент эпюраси эса иккинчи тартибли эгри чизик (парабола) билан чегараланади (7.12-шаклда BC , 7.13-шаклда CD участкалар). Бу ҳолда $q = \text{const}$ ва (7.4) формулани интеграллаб оғма тўғри чизик тенгламаси

$$Q(x) = -q \int dx = -qx$$

ва (7.5) формулани интеграллаб иккинчи тартибли эгри чизик тенгламасини ҳосил қиламиз :

$$M(x) = \int Q(x)dx = -q \int xdx = -q \frac{x^2}{2} .$$

3).Агар балканинг бирор участкасида кесувчи куч мусбат бўлса, шу участкада эгувчи момент ўсувчи (7.11-шаклда AB , 7.13-шаклда AB, BC, DE участкалар) ва аксинча, кесувчи куч манфий бўлса, эгувчи момент камаювчи (7.11-шаклда CB , 7.12-шаклда BC 7.13-шаклда KD участкалар) бўлади.

Бу қоида математик функцияларнинг ўсиши ва камайишидан келиб чиқади.

4).Агар балканинг бирор участкасида кесувчи куч нолга тенг бўлса, эгувчи момент ўзгармас бўлади (7.12-шаклда AB участка) ва балканинг бу участкасида соф эгилиш содир бўлади. Бу ўзгармас функциянинг ҳосиласи нолга тенглик қоидасидан келиб чиқади.

5).Агар кесувчи куч абсцисса ўқини кесиб ўтиб, ўз ишорасини мусбатдан манфийга ўзгартирса кесиб ўтган нуқтасида эгувчи момент энг катта қийматга эришади (7.13-шаклда K нуқта) ва аксинча.

6).Агар балканинг бирор кесимиға тўпланган куч қўйилган бўлса, кесувчи куч эпюрасида шу куч қийматига тенг ва унинг йўналиши бўйича сакраш ҳосил бўлади, эгувчи момент эпюрасини

чегараловчи чизик эса синади ва ўз йўналишини ўзгартиради (7.11-шаклда C кесим).

7).Балканинг жуфт куч қўйилган кесимларида кесувчи куч эпюрасида ўзгариш бўлмайди, эгувчи момент эпюрасида шу куч миқдорига тенг ва унинг йўналиши бўйича сакраш ҳосил бўлади (7.13-шаклда B кесим).

8).Консолли балканинг ёки консолнинг эркин учига тўпланган куч қўйилмаса, кесувчи куч шу кесимда нолга тенг (7.12-шаклда A кесим) агар жуфт куч ҳам қўйилмаган бўлса, эгувчи момент ҳам нолга тенг бўлади (7.13-шаклда E кесим).

9).Балканинг четки шарнирли таянчларида кесувчи куч таянч реакцияларига, агар жуфт куч қўйилмаган бўлса эгувчи момент нолга тенг бўлади (7.11-шаклда A, B ва 7.13-шаклда A таянчлар).

10).Қистириб маҳкамланган таянчларда, кесувчи куч таянч реакциясига, эгувчи момент эса таянч моментига тенг бўлади (7.12-шаклда C таянч).

МИСОЛЛАР.

7.6-мисол.

7.15-шаклда кўрсатилган балка учун $Q_{(x)}$ ва $M_{(x)}$ эпюралари қурилсин.

Ечиш:1. Таянч реакцияларини топамиз:

A таянч қўзғалмас шарнирли таянч бўлганлиги сабабли унда вертикал ва горизонтал реакция кучлари ҳосил бўлади (R_A, H_A), C таянч қўзғалувчи шарнирли таянч бўлганлиги учун унда фақат битта вертикал реакция куч (R_C) ҳосил бўлади.

Бу таянч реакция кучларини топиш учун статиканинг мувозанат тенгламалардан фойдаланамиз:

$$\sum X = H_A = 0; \quad H_A = 0.$$

$$\sum M_A = -R_C \cdot 5 + P \cdot 3 = 0; \quad R_C = \frac{3}{5}P = \frac{3}{5} \cdot 5 = 3 \text{ кН};$$

$$\sum M_C = R_A \cdot 5 - P \cdot 2 = 0; \quad R_A = \frac{2}{5}P = \frac{2}{5} \cdot 5 = 2 \text{ кН}.$$

$$\text{Текшириш: } \sum Z = R_A - P + R_C = 2 - 5 + 3 = 0$$

R_A, R_C реакция кучларининг ишоралари мусбат чиқиши уларнинг йўналиши тўғри қўйилганлигини кўрсатади ва текшириш натижасига кўра R_A, R_C реакция кучларининг қиймати ҳам тўғри топилган экан.

2) Кесувчи $Q(x)$ куч эпюрасини қурамыз.

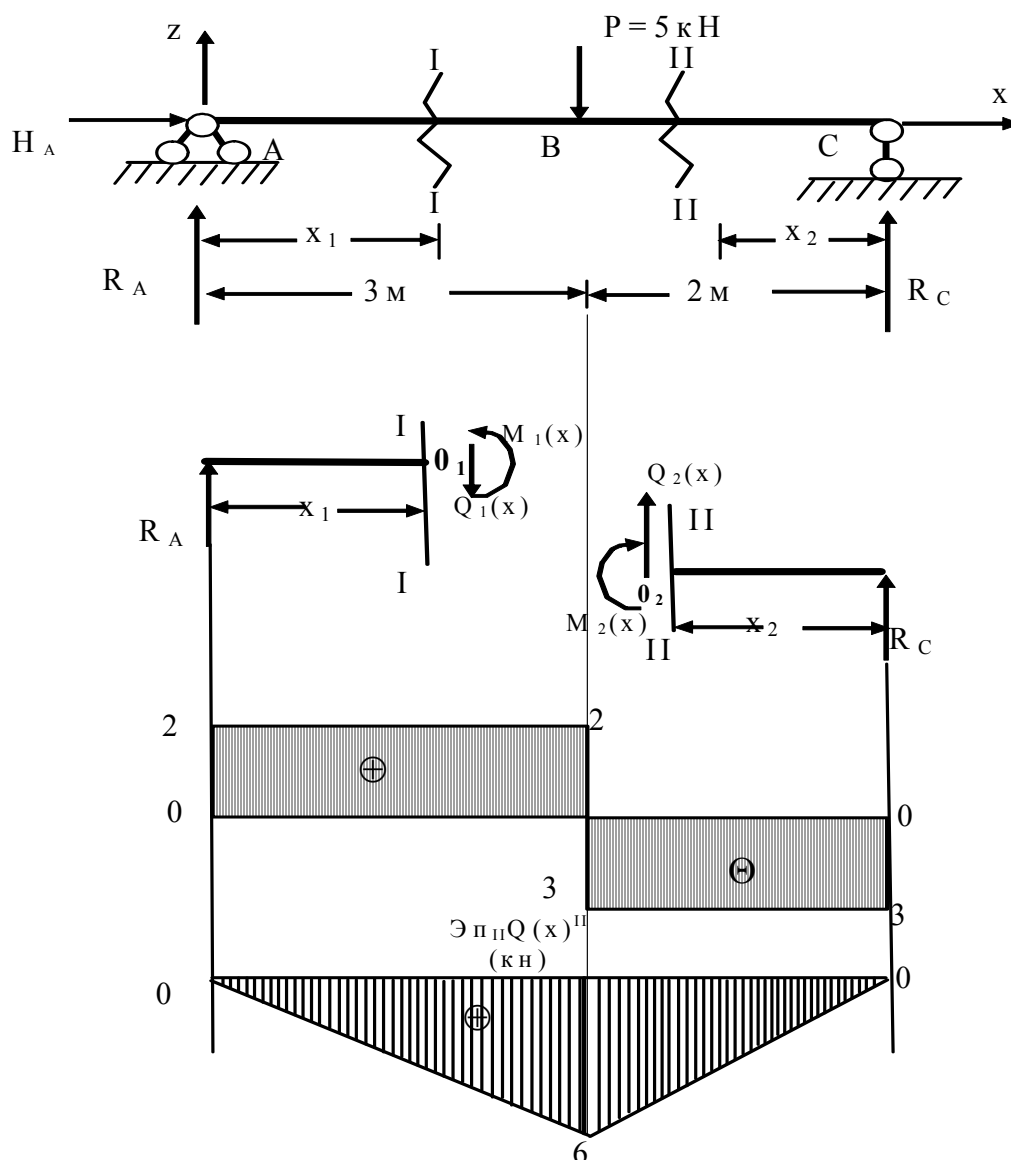
Балканинг чап таянчидан x_1 масофада фикран I-I кесим оламыз ва чап томонини қолдириб, унга ташлаб юборилган қисмининг илгариги таъсирини алмаштирувчи кучларни ($Q_1(x)$, $M_1(x)$) қўямиз. Қолдирилган қисмининг мувозанатини текширамыз.

Кесимдан чап томонда юқорига йўналган R_A бор, юқорида келтирилган таъриф ва қоидага асосан мувозанат тенгламасидан фойдаланиб қуйидагини ёзамиз:

$$\Sigma z_1 = R_A - Q_1(x) = 0; \quad Q_1(x) = R_A = 2 \text{ кН} = \text{const}.$$

Балканинг ўнг таянчи C дан x_2 масофада кесим олиб, ўнг қисмини қолдириб мувозанатини текширамыз.

$$\Sigma z_2 = -R_C - Q_2(x) = 0; \quad Q_2(x) = -R_C = -3 \text{ кН} = \text{const}.$$



7.15 - ш а к л

3) Эгувчи момент эпюрасини кураамиз

Балканинг қолдирилган қисмларига таъсир этаётган кучлардан кесим марказларига нисбатан моментлар йиғиндисини олиб, эгувчи момент ифодаларини тузамиз:

$$\Sigma M_{0_1} = R_A \cdot x_1 - M_1(x) = 0; \quad M_1(x) = R_A \cdot x_1.$$

Эгувчи момент эпюраси тўғри чизик қонуни билан ўзгаради. Уни қуриш учун x_1 га иккита четки қийматларни берамиз:

$M_1(0) = 0$; $M_1(3) = 6 \text{ кНм}$ бўлади. Худди шундай иккинчи участка учун ҳам эгувчи момент тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma M_{0_2} = R_c \cdot x_2 - M_2(x) = 0; \quad M_2(x) = R_c \cdot x_2; \quad M_2(0) = 0; \quad M_2(2) = 6 \text{ кНм}.$$

Топилган $Q(x)$ ва $M(x)$ ларнинг қийматларини масштаб билан қўйиб чиқиб, уларнинг эпюраларини кураамиз.

7.7–мисол.

Берилган консоль учун $Q(x)$, $M(x)$ эпюралари курилсин (7.16.-шакл).

Ечиш: 1. А таянч қистириб маҳкамланганлиги учун юқорида айтганимиздек унда вертикал ва горизонтал реакция кучлари ҳамда таянч моменти ҳосил бўлади (R_A , H_A , M_A).

Буларни статиканинг мувозанат тенгламаларидан фойдаланиб топамиз.

$$\Sigma X = H_A = 0; \quad H_A = 0; \quad \Sigma Z = R_A - q \cdot 3 = 0; \quad R_A = 3q = 3 \cdot 4 = 12 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_A = -M + q \cdot 3 \cdot 1,5 - M_A = 0; \quad M_A = q \cdot 3 \cdot 1,5 - M = 4 \cdot 3 \cdot 1,5 - 2 = 16 \text{ кНм}.$$

2. $Q(x)$, $M(x)$ эпюраларини кураамиз.

Консолни иккита участкага ажратиб, А таянчдан x_1 масофада фикран 1-1 кесим олиб, чап қисмини мувозанатини текшираамиз:

АВ участкада ($0 \leq x_1 \leq 3$)

$$\Sigma Z_1 = R_A - qx_1 - Q_1(x) = 0; \quad Q_1(x) = R_A - qx_1; \quad Q_1(0) = R_A = 12 \text{ кН};$$

$$Q_1(3) = R_A - q \cdot 3 = 12 - 4 \cdot 3 = 0;$$

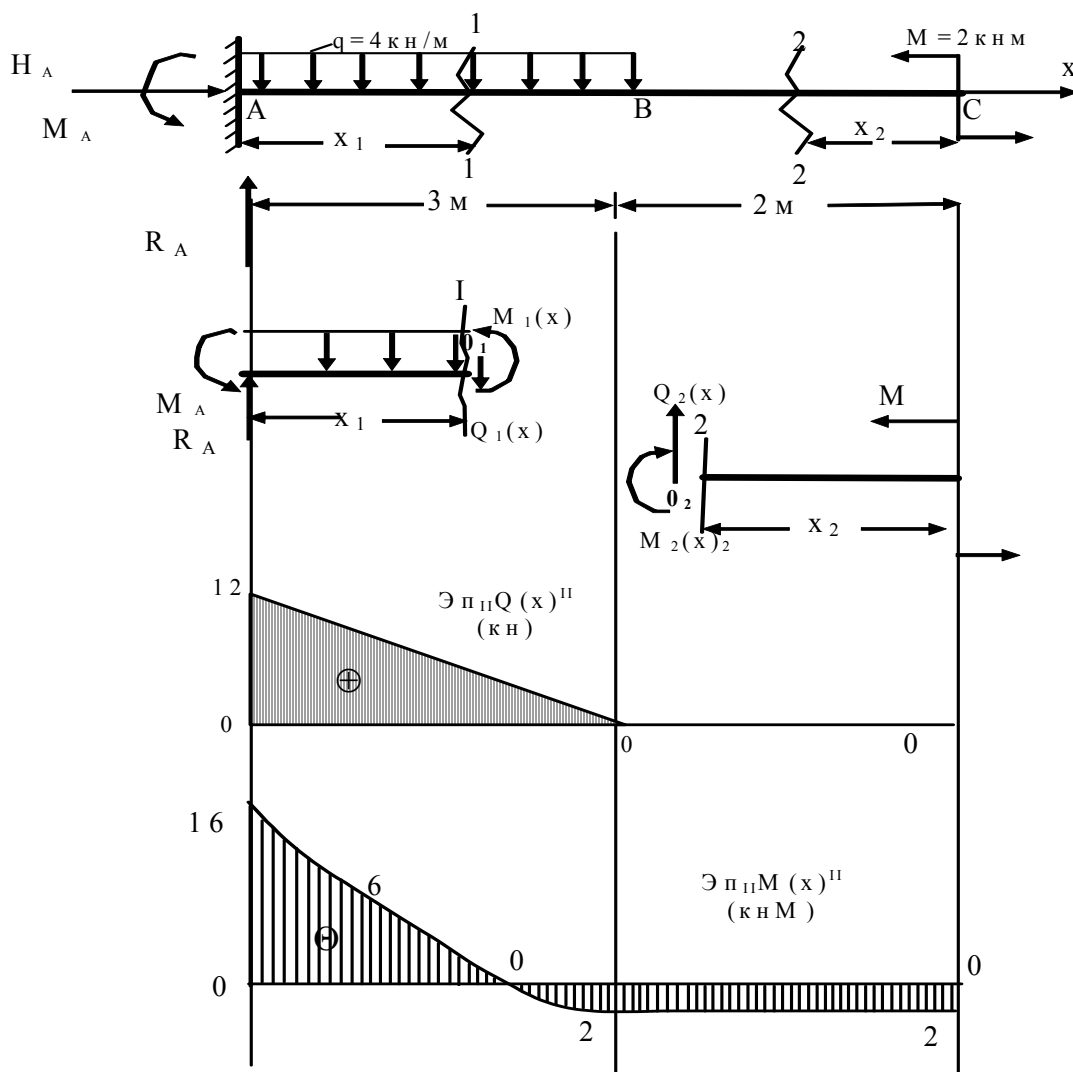
$$\Sigma M_{0_1} = R_A \cdot x_1 - M_A - q \cdot x_1 \cdot \frac{x_1}{2} - M_1(x) = 0; \quad M_1(x) = R_A \cdot x_1 - M_A - q \frac{x_1^2}{2};$$

$$M_1(0) = -16 \text{ кНм}; \quad M_1(1) = -6 \text{ кНм}; \quad M_1(2) = 0; \quad M_1(3) = 2 \text{ кНм}.$$

Бу ерда кесувчи кучни топиш учун консолнинг қолдирилган қисмига таъсир этаётган кучларнинг вертикал ўққа нисбатан проекцияларининг йиғиндисини олдик. Кесимдан чап томонда таянч реакцияси R_A юқорига йўналганлиги учун мусбат ишорали ва тенг

таъсир этувчи $q \cdot x$ бўлиб ёйилган куч пастга йўналганлиги учун манфий ишорали бўлди. $Q_1(x)$ ифодасидан кўринадикки унинг эпюраси тўғри чизик билан чегараланади, шунинг учун иккита четки қиймати билан кифояландик.

Эгувчи моментни топиш учун кесимдан чап томондаги барча кучлардан кесим маркази O_1 га нисбатан статик моментларнинг алгебрик йиғиндисини олдик, кесимдан чапда R_A бўлиб y қолдирилган қисмини O_1 кесим марказига нисбатан пастки толасини чўзганлиги учун мусбат, M_A эса юқори толасини чўзади ишораси манфий, q ёйилган куч ҳам юқори толасини чўзганлиги учун ишораси манфий олинди.



7.16 - ш а к л

$M_1(x)$ ифодасидан эгувчи момент квадрат парабола қонуни билан ўзгаради, шунинг учун тўртта қиймат олдик, чунки қанча кўп нуқтанинг қиймати топилса, уни шунча аниқроқ чизиш мумкин.

CB участкада ($0 \leq x_2 \leq 2$)

2-2 кесимдан ўнг томондаги кучлардан вертикал ўққа нисбатан проекцияларнинг йиғиндисини оламиз:

$$\sum Z_2 = -Q_2(x) = 0; \quad Q_2(x) = 0.$$

Шу кесимдан ўнгдаги кучлардан кесим маркази O_2 га нисбатан статик моментлар йиғиндисини оламиз.

$$\sum M_{O_1} = M - M_2(x) = 0; \quad M_2(x) = M = 2 \text{ кНм} = \text{const.}$$

7.8- мисол

Берилган консолли балка учун $Q(x)$, $M(x)$ эпюралари қурилсин (7.17 – шакл).

Ечиш: 1). Таянч реакцияларни ҳисоблаймиз.

Ихтиерий йўналишда А таянчда иккита (R_A ва H_A) D таянчда битта (R_D) реакция кучлари ҳосил бўлади. Буларни статикани мувозанат тенгламаларидан фойдаланиб топамиз:

$$\sum x = H_A = 0; \quad H_A = 0;$$

$$\sum M_A = P \cdot 10 - R_D \cdot 8 + q \cdot 4(2 + 2) + M = 0;$$

$$R_D = \frac{P \cdot 10 + q \cdot 4 \cdot 4 + M}{8} = \frac{2 \cdot 10 + 4 \cdot 4 \cdot 4 + 4}{8} = 11 \text{ кН}$$

$$\sum M_D = R_A \cdot 8 + M - q \cdot 4(2 + 2) + P \cdot 2 = 0;$$

$$R_A = \frac{q \cdot 4 \cdot 4 - M - P \cdot 2}{8} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4 - 4 - 2 \cdot 2}{8} = 7 \text{ кН.}$$

R_A ва R_D таянч реакцияларининг мусбат ишорали чиқиши уларнинг йўналиши тўғри қўйилганлигини кўрсатади.

Топилган таянч реакцияларининг қийматлари тўғрилигини текшираемиз: $\sum Z = R_A - q \cdot 4 + R_D - P = 7 - 4 \cdot 4 + 11 - 2 = 18 - 18 = 0$.

Демак, таянч реакция кучларининг қийматлари тўғри топилган экан. Бундай текширишни ҳамма вақт ўтказиш зарурдир, чунки нотўғри топилган реакция кучларининг қиймати $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюраларини нотўғри қурилишига сабаб бўлади.

2) Кесувчи $Q(x)$ куч эпюрасини қуриш.

Балка тўртта АВ, ВС, ED ва DC участкаларга бўлинади. Ҳар бир участканинг кесувчи куч ва эгувчи момент тенгламалари ҳар хил бўлади. АВ участкада А таянчдан ихтиёрий x_1 масофада 1-1 кесим

оламиз. Кесимдан чап томондаги барча кучлардан вертикал ўққа нисбатан олинган проекцияларнинг алгебраик йиғиндиси шу кесимдаги кесувчи куч бўлади:

AB участкада ($0 \leq x_1 \leq 2$).

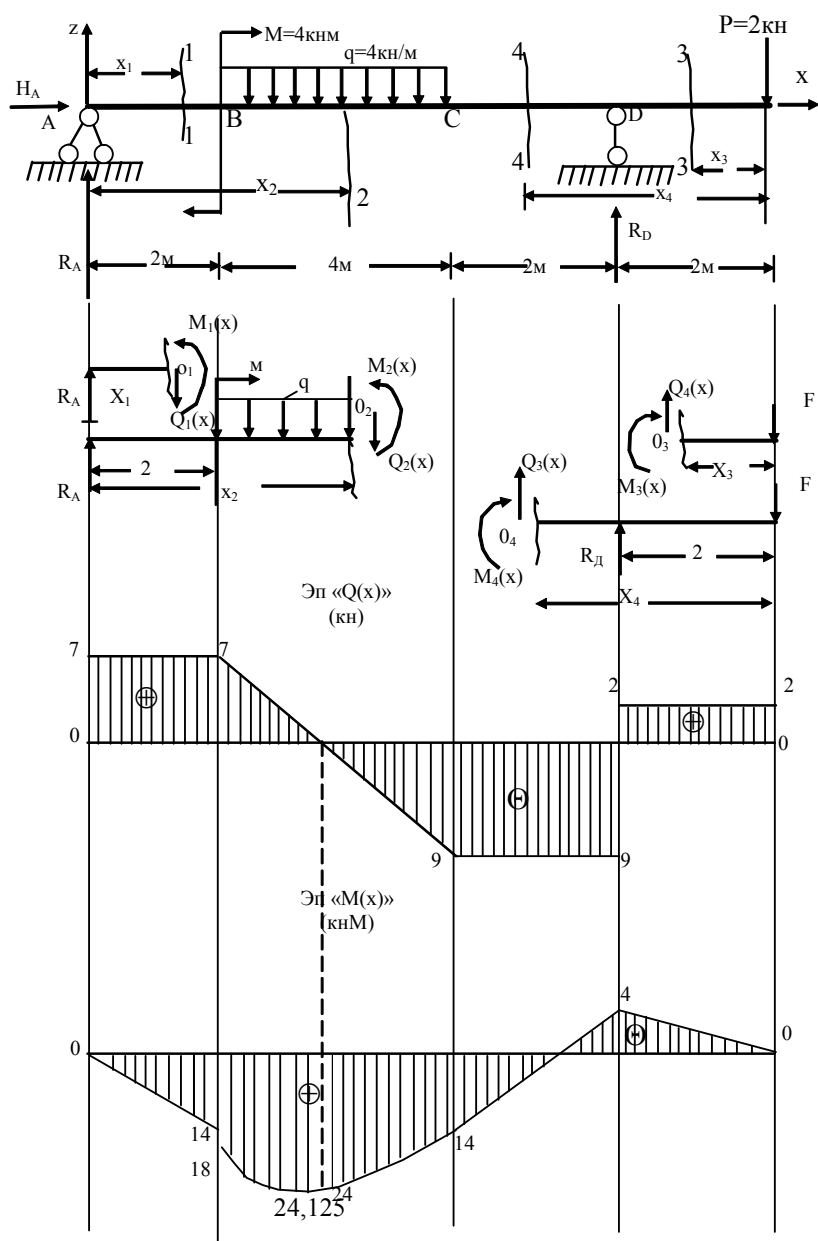
$$\sum Z_1 = 0; \quad Q_1(x) = R_A = 7 \text{ кН} = \text{const.}$$

Бу тенгламада ўзгарувчи x_1 қатнашмаганлиги учун кесувчи куч AB участкада ўзгармас бўлади.

Худди шунингдек BC, ED, DC участкаларда ҳам кесувчи куч тенгламасини тузамиз:

BC участкада ($2 \leq x_2 \leq 6$)

$$\sum Z_2 = 0; \quad Q_2(x) = R_A - q(x_2 - 2) = 7 - 4(x_2 - 2).$$



7.17-шакл

Бу тенгламадан кўринадики, кесувчи куч балка узунлиги бўйлаб тўғри чизик қонун билан ўзгаради. Шунинг учун иккита четки нуқтасига тегишли қийматларини аниқлаш кифоя:

$$x_2=2 \text{ бўлганда } Q_2(2)=7 \text{ кН; } x_2=6 \text{ бўлганда } Q_2(6)=7-4(6-2)=-9 \text{ кН.}$$

ED участкада ($0 \leq x_3 \leq 2$).

$$\sum Z_3 = 0; \quad Q_3(x) = P = 2 \text{ кН} = \text{const.}$$

Бу участкада кесувчи куч ўзгармас бўлиб, мусбат қийматга эгадир.

DC участкада ($2 \leq x_4 \leq 4$)

$$\sum Z_4 = 0; \quad Q_4(x) = P - R_D = 2 - 11 = -9 \text{ кН} = \text{const.}$$

Демак, бу участкада ҳам кесувчи куч ўзгармас бўлиб, фақат манфий қийматга эгадир.

Топилган қийматлардан фойдаланиб кесувчи куч эпюрасини қураимиз. Мусбат қийматларни ординаталар ўқи бўйлаб юқорига, манфийларини пастга маълум масштабда қўямиз.

3) Эгувчи момент эпюрасини қураимиз.

Ҳар бир участкалар учун ҳам эгувчи момент тенгламаларини тузамиз. Ҳар бир участкада кесимдан бир томондаги барча кучлардан кесим маркази O_1 га нисбатан олинган статик моментларнинг алгебраик йиғиндиси шу кесимдаги эгувчи момент бўлади:

AB участкада ($0 \leq x_1 \leq 2$)

$$\sum M_{O_1} = 0; \quad M_1(x) = R_A \cdot x_1 = 7 \cdot x_1;$$

Бу тенгламада x_1 биринчи даражали бўлганлиги сабабли эгувчи момент бу участкада тўғри чизик қонуни билан ўзгаради. Шунинг учун уни чизишда икки четки қиймат ($x_1=0$ ва $x_1=2$) лари билан кифоялансак бўлади, яъни $M_1(0)=0$ ва $M_1(2)=14$ кНм.

BC участкада ($2 \leq x_2 \leq 6$);

$$\sum M_{O_2} = 0; \quad M_2(x) = R_A \cdot x_2 + M - q \frac{(x_2 - 2)^2}{2};$$

Бу тенглама x_2 га нисбатан иккинчи даражали бўлганлиги учун эгувчи момент бу участкада квадратик парабола қонуни билан ўзгаради. Уни чизиш учун камида учта нуқтасидаги қийматини топиш керак бўлади:

$$M_2(2) = 7 \cdot 2 + 4 - 4 \frac{(2-2)^2}{2} = 18 \text{ кНм; } M_2(4) = 7 \cdot 4 + 4 - 4 \frac{(4-2)^2}{2} = 24 \text{ кНм;}$$

$$M_2(6) = 7 \cdot 6 + 4 - 4 \frac{(6-2)^2}{2} = 14 \text{ кНм.}$$

Энг катта эгувчи момент қийматини аниқлаш учун шу участканинг эгувчи момент тенгламасидан x_2 абсцисса бўйича биринчи ҳосила оламиз ва уни нолга тенглаштириб, эгувчи моментнинг энг катта қийматига тўғри келадиган абсциссанинг қийматини топамиз:

$$\frac{dM_2(x)}{dx_2} = Q_2(x) = R_A - q(x_2 - 2) = 0;$$

бундан

$$x_2 = x_0 = \frac{R_A + 2q}{q} = \frac{7 + 2 \cdot 4}{4} = 3,75 \text{ м.}$$

Демак, энг катта эгувчи моментнинг қиймати чап таянчдан 3,75 м масофадаги кесимда ҳосил бўлиб, унинг қиймати

$$M_{\max} = 7 \cdot 3,75 + 4 - 4 \frac{(3,75 - 2)^2}{2} = 24,125 \text{ кНм бўлади.}$$

ED участкада ($0 \leq x_3 \leq 2$)

$$\sum M_{O_3} = 0; M_3(x) = -P \cdot x_3; M_3(0) = 0; M_3(2) = -2 \cdot 2 = -4 \text{ кНм}$$

DC участкада ($2 \leq x_4 \leq 4$)

$$\sum M_{O_4} = 0; M_4(x) = -P \cdot x_4 + R_D(x_4 - 2); M_4(2) = -2 \cdot 2 + 11(2 - 2) = -4 \text{ кНм}$$

$$M_4(4) = -2 \cdot 4 + 11(4 - 2) = 14 \text{ кНм}$$

Демак, ED ва DC участкаларда эгувчи момент тўғри чизик қонуни билан ўзгарар экан.

Энди топилган қийматларнинг мусбатини ордината ўқи бўйича пастга ва манфийларини юқорига маълум масштаб бўйича қўйиб эгувчи момент эпюрасини курамиз.

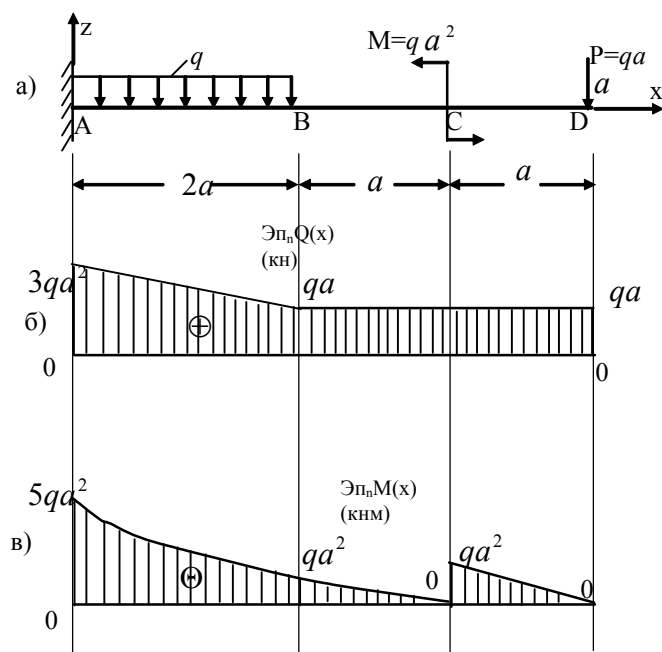
7.9-мисол.

7.18-шаклда кўрсатилган балка учун $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюралари характерли нуқталар бўйича қурилсин.

Ечиш : 1) Кесувчи куч эпюрасини қуриш.

Эпюрани консолнинг эркин учидан бошлаб курамиз, бу бизни таянч реакцияларини топишдан озод қилади.

P куч кесимдан ўнгга бўлиб, пастга йўналган бўлганлиги учун DC ва CB участкаларда мусбат бўлиб P қийматга тенг бўлиб ўзгармас, яъни абсцисса ўқига параллел равишда бўлади. C кесимга қўйилган жуфт M кучнинг $Q(x)$ эпюрасига таъсири йўқ. Шундай қилиб, $Q_1(x) = Q_2(x) = P = qa$, бўлади.



7.18-шакл

D нуктадаги кесувчи кучнинг қийматини шу нуктадан ўнг томондаги кучларнинг oz ўқига проекцияларининг йиғиндиси каби қараймиз:

$$Q_3(x) = P + q \cdot 2a = qa + 2qa = 3qa$$

$Q_3(x)$ нинг бу қийматини D нукта тагида ордината ўқи бўйича юқорига жойлаштириб C нуктадаги қиймат билан тўғри чизик орқали бирлаштирамиз. D нуктадаги яъни маҳкамланган кесимдаги кесувчи кучнинг ординатаси таянч реакциясининг қийматини беради.

$Q(x)$ эпюраси 7.18-шакл, б) да кўрсатилган.

2) Эгувчи момент эпюрасини қуриш.

D кесим консолнинг эркин учи бўлганлиги учун эгувчи момент нолга тенг бўлади. Кейинги характерли нукта C-даги $M(x)$ ни ўнг томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз.

$$M_1^{yng}(x) = -P \cdot a = -qa^2$$

DC участкада 0 билан - qa^2 ни тўғри чизик билан туташтирамиз. (бу участкада $q=0$). C нуктада жуфт куч қўйилган шу сабабли $M(x)$ эпюрасида шу кесимда M нинг йўналиши бўйича ва унинг қийматига тенг сакраш бўлади, яъни

$$M_c^{чан}(x) = M_c^{yng} + M = -P \cdot a + qa^2 = -qa^2 + qa^2 = 0$$

Характерли В нуктада $M(x)$ ни ўнг томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз.

$$M_2(x) = -P \cdot 2a + M = -2qa^2 + qa^2 = -qa^2$$

Бу участкада ҳам ёйилган куч таъсир этмаганлиги учун 0 билан $-qa^2$ ни тўғри чизик билан туташтирамиз.

Характерли А нуктада эгувчи моментни ўнг томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_3(x) = -P \cdot 4a + M - q \cdot 2a \cdot a = -qa \cdot 4a + qa^2 - 2qa^2 = -5qa^2$$

Бу участкада ёйилган куч таъсир этаётганлиги учун В ва А нукталардаги $-qa^2$ билан $5qa^2$ ни иккинчи тартибли эгри чизик билан туташтирамиз.

$M(x)$ эпюраси 7.18- шакл, в)да кўрсатилган.

7.10-мисол.

Берилган балка учун ҳарактерли нукталар бўйича $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюралари қурилсин (7.19- шакл, а)

Ечиш:

1.Таянч реакцияларини топамиз.

Мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\sum X = H_A = 0; \quad H_A = 0;$$

$$\sum \dot{I}_A = -R_D \cdot 4a + q \cdot 2a \cdot 3a - P \cdot 2a + M = 0; \quad R_D = \frac{6qa^2 - 2qa^2 + qa^2}{4a} = \frac{5}{4}qa = 1,25qa$$

$$\sum M_D = R_A \cdot 4a + M + P \cdot 2a \cdot a - q \cdot 2a \cdot a = 0; \quad R_A = \frac{2qa^2 - 2qa^2 - qa^2}{4a} = -\frac{1}{4}qa = -0,25qa$$

Текшириш:

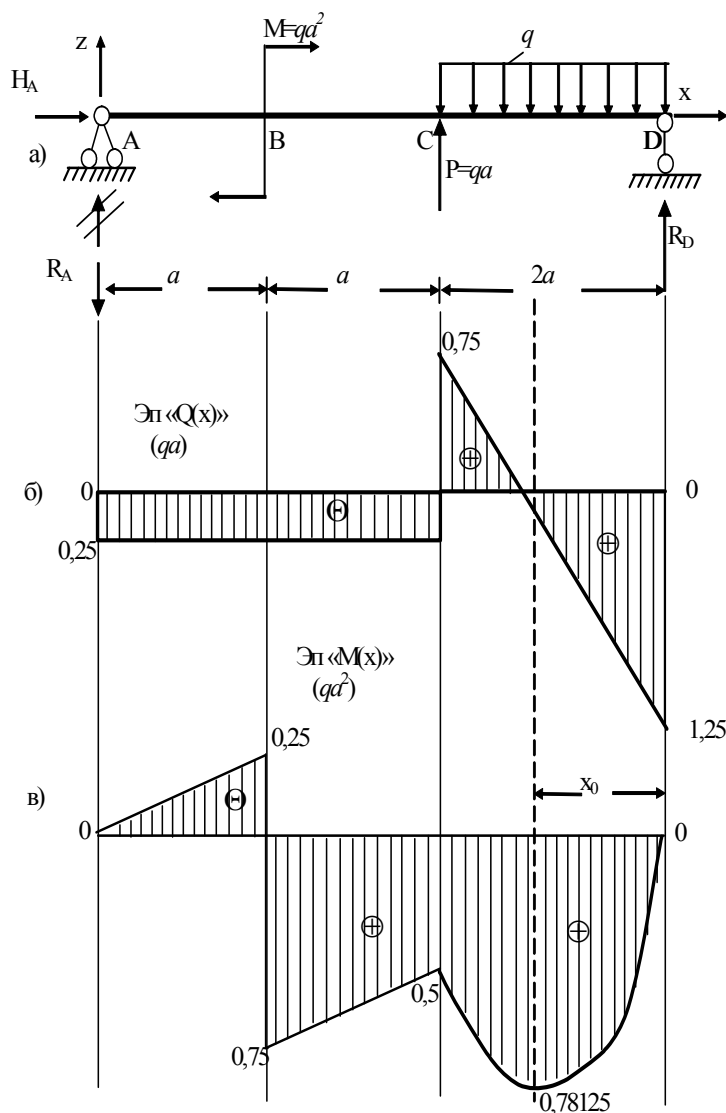
$$\sum Z = R_A + P - q \cdot 2a + R_D = 0; \quad -0,25qa + qa - 2qa + 1,25qa = 0.$$

Демак, таянч реакцияларнинг қиймати тўғри топилибди. R_A нинг қиймати манфий ишорали чиқиши унинг йуналиши тескари бўлиши кераклигини кўрсатади. R_A ни йўналишини чизиб, уни пастга қаратиб қўямиз.

2) Кесувчи куч эпюрасини қурамиз.

А таянчда R_A реакция кучи пастга йўналган бўлиб, шу кесимда манфий томонга ва унинг қийматига тенг сакраш бўлади. АВ ва ВС участкада ординатаси $-0,25 qa$ га тенг тўғри чизик ўзгармас бўлади. В нуктага қўйилган жуфт куч $Q(x)$ эпюрасига таъсир кўрсатмайди. Шундай қилиб,

$$Q_1(x) = Q_2(x) = -0,25qa = const$$



7.19-шакл

Навбатдаги характерли нукта С да P куч қўйилган бўлиб у юқорига йўналганлиги учун шу кесимда P куч йўналиши бўйича унинг микдорига тенг бўлган сакраш ҳосил бўлади, яъни

$$Q_c^{унг} = Q_c^{чан} + P = -0,25qa + qa = 0,75qa$$

Кейинги характерли нукта D бўлиб, бу таянчда R_D реакция кучи юқорига йўналган шу кесимда унинг йўналиши бўйича ва қийматига тенг сакраш бўлади. DC участкада ёйилган q куч таъсир этаяпти, шунинг учун D ва C нукталардаги $-1,25 qa$ ва $0,75 qa$ қийматларини тўғри чизик билан туташтирамиз.

$$Q_3(x) = -R_D + q \cdot 2a = -1,25qa + 2qa = 0,75qa$$

$Q(x)$ эпюраси 7.19-шакл, б)да кўрсатилган

3) Эгувчи момент эпюрасини курамиз.

А таянчда жуфт куч таъсир этаётганлиги учун шу кесимда эгувчи момент нолга тенг бўлади. Кейинги характерли В нуктада $M(x)$ ни чап томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз.

$$M_B^{чан}(x) = -R_A \cdot a = -0,25qa^2$$

AB участкада 0 билан $-0,25qa^2$ ни тўғри чизик билан туташтирамиз (бу участкада $q=0$). В нуктада жуфт М куч қуйилган бўлиб, бу кесимда шу куч йуналиши бўйича ва унинг қийматига тенг бўлган сакраш ҳосил бўлади, яъни.

$$M_B^{унг}(x) = M_B^{чан}(x) + M = -0,25qa^2 + qa^2 = 0,75qa^2$$

Характерли С нуктада $M(x)$ қийматини чап томонда жойлашган кучлар моментларининг йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$M_C = -R_A \cdot 2a + M = -0,25qa \cdot 2a + qa^2 = 0,5qa^2.$$

Бу участкада ҳам ёйилган куч таъсир этмаганлиги учун $0,75qa^2$ билан $0,5qa^2$ ни тўғри чизик орқали туташтирамиз.

Кейинги характерли нукта D бўлиб, бу таянчда жуфт куч таъсир этмаганлиги учун эгувчи момент нолга тенг бўлади. DC участкада ёйилган куч таъсир этаяпти, шу сабабли бу участкада эгувчи момент эпюраси квадрат парабола билан чегараланади.

D ва C нукталардаги 0 ва $0,5qa^2$ қийматларни ботиқ томони пастга қараган парабола кўринишида туташтирамиз.

DC участкада кесувчи куч абсцисса ўқини кесиб ўтиб ўз ишорасини (+) дан (-) га ўзгартираяпти, қоидага асосан бу кесиб ўтган нуктада эгувчи момент энг катта қийматга эришади. Уни топиш учун шу участканинг эгувчи момент тенгламасидан x абсцисса бўйича бир марта ҳосила олиб, ҳосил бўлган ифодани нолга тенглаштирамиз, чунки шу кесимда кесувчи куч нолга тенг бўлади.

$$\frac{dM(x)}{dx_3} = Q_3(x) = -R_D + qx_3 = 0; \quad x_3 = x_0 = \frac{R_D}{q} = \frac{1,25qa}{q} = 1,25a$$

$$M_{max} = R_D \cdot x_0 - q \frac{x_0^2}{2} = 1,25qa \cdot 1,25a - q \frac{(1,25a)^2}{2} = 0,78125qa^2$$

$M(x)$ эпюраси 7.19-шакл, в) да кўрсатилган.

7.11- мисол.

7.20- шакл, а да кўрсатилган эгувчи момент эпюраси бўйича балка юклансин ва кесувчи куч эпюраси қурилсин.

Ечиш: 1) Балкага таъсир қилувчи кучларни аниқлаш.

Эгувчи момент эпюрасида А таянчда паст томонга $\frac{qa^2}{2}$ микдорига сакраш бўлгани учун балкага бу кесимда соат стрелкасининг юриши бўйича моменти $M = \frac{qa^2}{2}$ га тенг жуфт куч таъсир этади.

Маълумки, балканинг АВ участкасида $M(x)$ эпюраси тўғри чизик бўлгани бу участкада $q=0$ эканлигини кўрсатапти.

Эгувчи моментининг В нуқтасидаги қиймати маълум, ундан фойдаланиб, А таянчнинг реакциясини аниқлаймиз.

$$M_B^{чан} = \frac{1}{2}qa^2 - R_A \cdot a = 0$$

бундан $R_A = \frac{qa}{2}$ бўлади.

Балканинг ВС участкасида эгувчи момент эпюраси квадрат парабола бўлгани учун бу участкага текис ёйилган куч таъсир этаётганини кўрамиз. Бу ёйилган куч интенсивлиги (q) ни аниқлаш учун В кесимда эгувчи моментни ўнг томонида жойлашган кучлар орқали ифодалаймиз, бунда берилган эпюра бўйича В кесимдаги $M(x) = 0$ эканлигини оламиз:

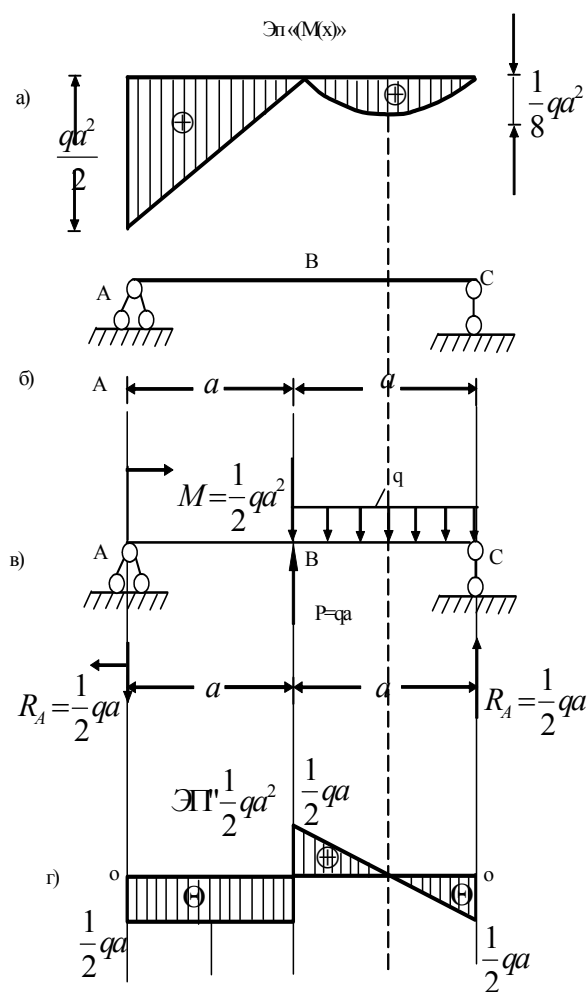
$$M_B^{унг} = -R_C \cdot a + q \cdot a \frac{a}{2} = 0; \text{ бундан } R_C = \frac{1}{2}qa \text{ бўлади.}$$

В кесимда эгувчи момент эпюрасини чегараловчи чизик синиб ўз йўналишини ўзгартираяпти, демак балканинг бу кесимида юқорига йўналган тўпланган куч таъсир этаётганидан дарак бераяпти. Бу тўпланган кучнинг қийматини балканинг ВС участкасида ёйилган куч таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент эпюрасидан кўринадики В кесимда кесувчи куч $\frac{1}{2}qa$ қийматига эга бўлиши керак, акс холда эгувчи момент эпюраси ВС участкада шу кўринишда бўлмайди.

Демак, балканинг В кесимда юқорига йуналган $P = \frac{1}{2}qa + \frac{1}{2}qa = qa$ микдордаги тўпланган куч таъсир этар экан. $M(x)$ эпюраси 7.20 -шакл, в) да кўрсатилган.

2. Кесувчи куч эпюрасини қурамиз:

Балканинг чап таянчида паст томонга қараб $R_A = \frac{1}{2}qa$ га тенг ординатани жойлаштирамиз. Балканинг АВ участкасида ёйилган куч таъсир этмаётганлиги учун бу участкада кесувчи куч абсцесса ўқиға параллел ўзгаради.



7.20-шакл

В кесимда юқорига йўналган $P = qa$ миқдордаги тўпланган куч таъсир этаётганлиги учун $Q(x)$ эпюрасида бу кесимда абсцисса ўқининг пастки ва юқорисида $\frac{1}{2}qa$ да миқдордан иборат сакраш ҳосил бўлади. Сакрашнинг умумий йиғиндиси $P = qa$ га тенг бўлади.

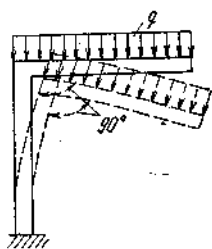
С таянчда юқорига йўналган $R_c = \frac{1}{2}qa$ га тенг реакция кучи қўйилган, шунинг учун $\frac{1}{2}qa$ га тенг ординатани ажратамиз. ВС участкада ёйилган куч таъсир этаётганлиги сабабли В кесимдаги $\frac{1}{2}qa$ нуктани С кесимдаги $\frac{1}{2}qa$ нукта билан туташтирамиз.

$Q(x)$ эпюраси 7.20 – шакл, г) да кўрсатилган.

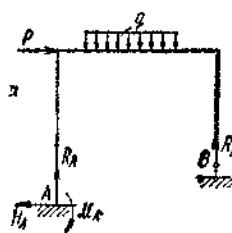
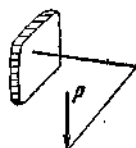
7.5-§ СТАТИК АНИҚ ТЕКИС РАМАЛАР УЧУН Q , M ВА N ЭПЮРАЛАРИНИ ҚУРИШ.

Рама деб, тугунларда ўзаро қаттиқ бириккан брусларнинг системасига айтилади. Баъзи бир хусусий ҳолларда, рамаларда қаттиқ тугунлар билан бирга қисман шарнирли тугунлар ҳам бўлиши мумкин. Рама бруслари асосан эгилишга ишлайди; деформация вақтида улар орасидаги бурчаклар ўзгармайди (қаттиқ тугунларда). Агар рамани ташкил этувчи барча брусларнинг ўқлари бир текисликда ётса ва рамага таъсир қилувчи юklar ҳам шу текисликда жойлашган бўлса, у вақтда рама **текис рама** дейилади. Текис рамага мисол 7.21-шаклда келтирилган, ўша ерда яна рама деформациясида унинг горизонтал ва вертикал элементлари орасидаги бурчак тўғрилигича қолганлиги кўрсатилган. 7.22-шаклда бруслари горизонтал текисликда, юки (P куч) эса вертикал текисликда жойлашган рама кўрсатилган. Бундай рама одатда текис **фазовий рама** дейилади.

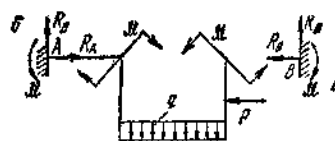
Агар раманинг ташкил этувчи брусларининг кўндаланг кесимларда ҳосил бўладиган ички куч факторлари деформация шартидан фойдаланмасдан, фақатгина кесимлар усули ёрдамида аниқланса, у вақтда рама статик аниқ бўлади. Хусусий ҳолда рамани статик аниқ бўлиши учун таянч реакциялари статика тенгламаларидан аниқланадиган бўлиши зарурдир. 7.23-шакл, *а*, *б* ларда статик аниқмас рамалар келтирилган; улардан биринчиси, қабул қилинган ибора билан айтганда, бир марта статик аниқмас (маҳкамланган таянчларда тўртта боғланиш реакцияси бўлиб, статика тенгламаларини текис кучлар системаси учун фақатгина учта тузиш мумкин); келтирилган рамалардан иккинчиси эса, уч марта статик аниқмас.



7.21-шакл.



7.22-шакл.



7.23-шакл.

Умумий ҳолда текис рама брусларининг кўндаланг кесимларида учта ички куч фактори ҳосил бўлади: Q кесувчи куч, M эгувчи момент ва N бўйлама (нормал) куч. Ички куч факторлари кесимлар усули ёрдамида аниқланади. Q ва M ларни аниқлаш учун балкага татбиқ этиладиган кўрсатмаларга амал қилиш керак. Рама стерженларидан бирортасининг ихтиёрий кўндаланг кесимидаги бўйлама куч сон жиҳатидан ўтказилган кесимдан бир томонда жойлашган рамага қўйилган барча ташқи кучларнинг шу стержень бўйлама ўқиға бўлган проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

Рама учун ҳам эпюра қуришни таянч реакцияларини аниқлашдан бошлаш керак, бир учи билан қаттиқ маҳкамланган, иккинчи учи эса эркин бўлган рама бундан мустаснодир. Бундай рамаларда ички куч факторларини эркин учидан бошлаб аниқлаш мумкин, у вақтда таянч реакциялари ўз-ўзидан маълум бўлиб қолади.

МИСОЛЛАР.

7.12-мисол

7.24-шакл, *a* да кўрсатилган рама учун Q , M ва N эпюралари қурилсин

Ечиш: 1. раманинг таянч реакцияларини аниқлаймиз:

Шарнирли қўзғалмас A таянчда иккита таянч реакцияси R_A ва H_A ; шарнирли қўзғалувчи B таянчда эса, фақат битта вертикал реакция R_B бўлади (олдиндан уни юқорига қараб йўналган деб қабул қиламиз).

Мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum M_A = -R_B \cdot \frac{h}{2} - P_2 \cdot \frac{h}{2} = 0; \quad R_B = -P_2 = -5 \text{ кН.}$$

Манфий ишора таянч реакциясининг йўналишини нотўғри танлаб олинганлигини кўрсатади, R_B реакция вертикал равишда пасгга йўналган экан. Шаклга R_B реакциянинг ҳақиқий йўналишини назарга олиб қўямиз, юқорига йўналган реакцияни эса, чизиқ тортиб ўчирамиз (7.24-шакл, *a*). Барча кучларнинг B нуктага нисбатан моментларининг йиғиндисини тузамиз:

$$\sum M_B = R_A \cdot \frac{h}{2} - P_2 \cdot \frac{h}{2} = 0; \quad R_B = P_2 = 5 \text{ кН.}$$

A шарнир тўла реакциясининг горизонтал ташкил этувчисини, яъни H_A ни, барча кучларнинг x горизонтал ўққа бўлган проекцияларининг йиғиндиси нолга тенглиги шартидан аниқлаймиз:

$$\sum X = H_A - P_1 - P_2 = 0; \quad H_B = P_1 + P_2 = 3 + 5 = 8 \text{ кН.}$$

Текшириш: $\sum Y = R_A - R_B = 5 - 5 = 0.$

Демак, таянч реакциялари тўғри топилди.

2. Q ва M эпюраларини қурамиз:

Рама тўртта участкага эга: AC , CD , DK ва KB .

I участка AC ни қараймиз ($0 \leq x_1 \leq h$), координата бошини A нуқтада оламиз. Кесувчи кучни кесимдан чап томонда жойлашган кучларнинг AC стерженга перпендикуляр бўлган ўқдаги проекцияларининг йиғиндиси каби топамиз:

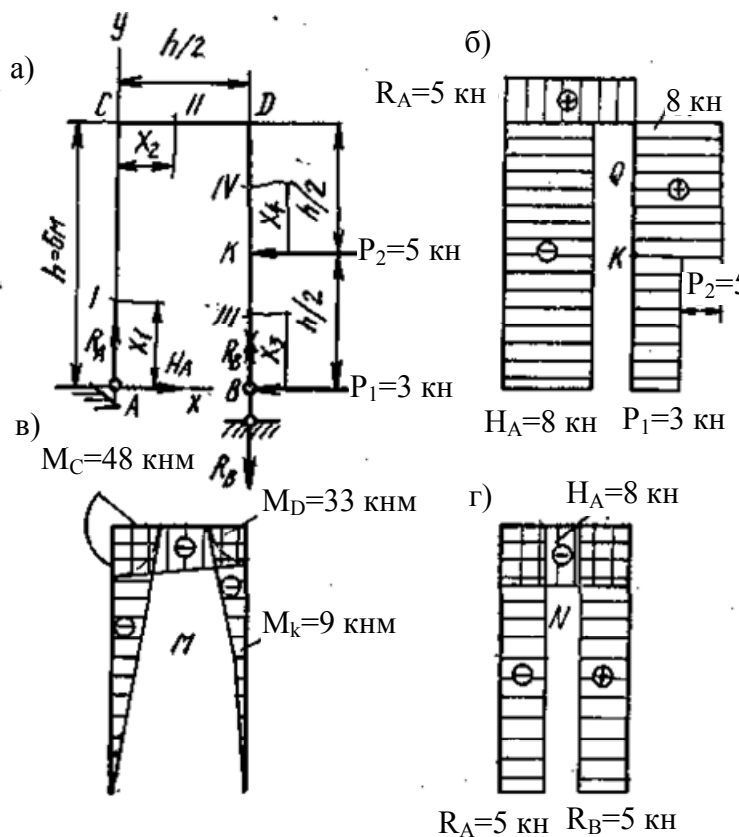
$$Q_1 = -H_A = -8 \text{ кН} = \text{const.}$$

$$M_1(x) = -H_A \cdot x_1; \quad M_1(0) = 0; \quad M_1(h) = -48 \text{ кНм}$$

II участкада ($0 \leq x_2 \leq h/2$)

$$Q_2 = P_2 = 5 \text{ кН} = \text{const.}$$

$$M_2(x) = R_A \cdot x_2 - H_A \cdot h; \quad M_2(0) = -48 \text{ кНм}; \quad M_2(h/2) = -33 \text{ кНм}.$$



7.24- шакл.

Раманинг учинчи ва тўртинчи участкаларини унинг ўнг (B) уч томонидан ҳаракатланиб қараймиз:

III. ($0 \leq x_3 \leq h/2$)

$$Q_3 = P_1 = 3 \text{ кН} = \text{const.}$$

$$M_3(x) = -P_1 \cdot x_3; M_1(0) = 0; M_1(h/2) = -9 \text{ кНм}$$

IV. ($0 \leq x_4 \leq h/2$)

$$Q_4 = P_1 + P_2 = 3 + 5 = 8 \text{ кН} = \text{const.}$$

$$M_4(x) = -P_1\left(\frac{h}{2} + x_4\right) - P_2 \cdot x_4; M_4(0) = -9 \text{ кНм}; M_4(h/2) = -33 \text{ кНм}.$$

Топилган қийматлар бўйича Q ва M эпюраларини курамиз (7.24-шакл, б, в).

3. N эпюрасини курамиз:

Биринчи участкада N ни кесимдан чапда жойлашган барча кучларнинг AC ўққа проекциялари йиғиндиси каби топамиз:

$$N_1 = -R_A = -5 \text{ кН} = \text{const.}$$

Манфий ишора AC устун сиқилганлигини кўрсатади. II кесимдан чапда жойлашган барча кучларни CD балка йўналишига проекциялаб қуйидагиларни топамиз:

$$N_2 = -H_A = -8 \text{ кН} = \text{const.} \text{ (балка сиқилган).}$$

III ва IV участкаларда бўйлама кучни кесимдан ўнгда жойлашган барча кучларнинг DB ўққа проекциялари йиғиндиси каби аниқлаймиз:

$$N_3 = N_4 = R_A = R_B = 5 \text{ кН} = \text{const.} \text{ (ўнг томондаги устун чўзилган).}$$

Мусбат ординаталарни рама контури ташқарисига, манфийларини эса, ичкарисига жойлаштириб, N эпюрасини курамиз (7.24-шакл, г).

7.13-мисол.

7.25-шакл, а да кўрсатилган рама учун Q , M , N эпюралари қурилсин

Ечиш: 1. Таянч реакцияларини аниқлаш.

Тўртта таянч реакциялари (R_A , R_B , H_A ва H_B) ни аниқлаш мақсадида бутун рама учун учта мувозанат тенгламаларини тузамиз ва C шарнир орқали ўтувчи кесимда эгувчи момент нолга тенглиги шартидан қўшимча равишда фойдаланамиз:

$$\sum M_B = R_A 4a - q 2a \cdot a = 0; R_A = \frac{2qa}{4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 1 \text{ кН}.$$

$$\sum M_C^{чан} = R_A a - H_A h = 0; \quad H_A = \frac{R_A a}{h} = \frac{1 \cdot 1}{3} = 0,333 \text{ кН.}$$

$$\sum X = H_A - H_B = 0; \quad H_B = H_A = 0,333 \text{ кН.}$$

$$\sum Y = R_A + R_B - q \cdot 2a = 0; \quad R_B = -R_A + q \cdot 2a = -1 + 4 = 3 \text{ кН.}$$

$$\text{Текшириш: } \sum M_C^{чан} = H_B \cdot h - R_B 3a + q \cdot 2 \cdot 2 = 0,333 \cdot 3 - 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 0.$$

2. Кесувчи куч эпюрасини курамиз.

Q эпюрасини характерли нуқталар бўйича курамиз. AD участка - чап устун. A кесимда: $Q_A = -H_A = -0,333 \text{ кН.}$

Кесувчи кучнинг бу қиймати AD участкада ўзгармайди.

DK участка - балка. D ва E кесимларда Q ни чапда жойлашган ташқи кучларнинг балкага перпендикуляр бўлган ўқдаги проекцияларининг йиғиндиси каби топамиз:

$$Q_D = R_A = 1 \text{ кН}; \quad Q_E = R_A = 1 \text{ кН.}$$

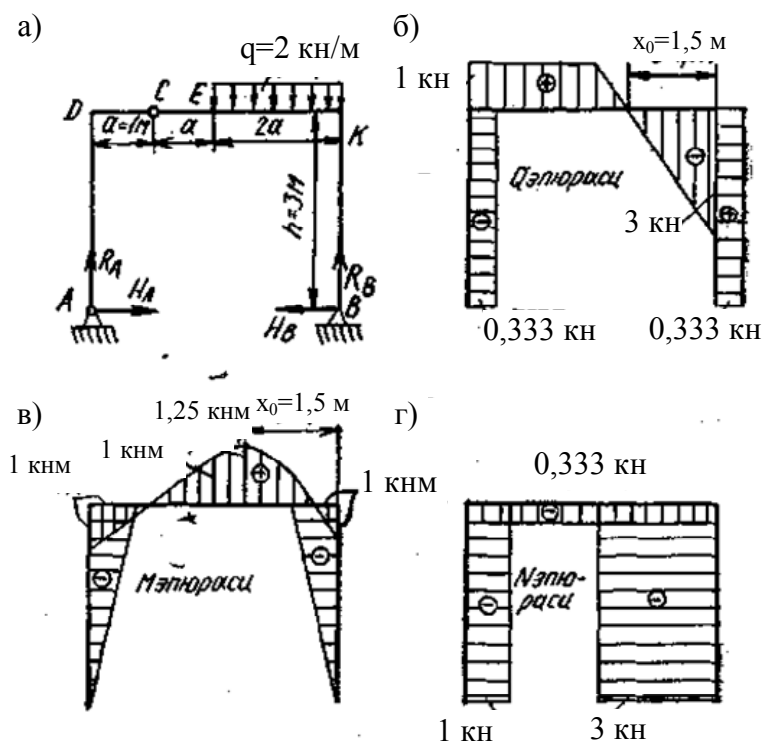
K кесимда Q ни раманинг чап қисмини қараб аниқлаш осондир:

$$Q_K = -R_B = -3 \text{ кН.}$$

KB участка — устун. K кесимда:

$$Q_K = H_B = 0,333 \text{ кН.}$$

Q нинг бу қиймати KB участкада ўзгармасдан қолади.



7.25- шакл.

3. M эпюрасини қурамиз.

Кесувчи кучнинг эпюраси 7.25- шакл, б да кўрсатилган.

AD участка. A кесимда (шарнирли таянчда) $M_A = 0$.

D кесимда $M_D = -H_A h = -0,333 \cdot 3 = -1 \text{ кнм}$.

AD участкада M эпюраси—тўғри чизик.

DK участка. Балкага тегишли D кесимда эгувчи момент қиймати чап устунга тегишли D кесимдаги қиймат билан бир хилда бўлади.

С шарнирда эгувчи момент нолга тенг.

EK участкада эгувчи момент квадрат парабола қонуни билан ўзгаради. Бу участкада эпюрани қуриш учун эгувчи моментнинг учта қийматини топамиз:

$M_E = R_A 2a - H_A h = 1 \cdot 2 \cdot 1 - 0,333 \cdot 3 = 1 \text{ кнм}$ (чап томондаги моментлар йнғиндиси);

$M_K = -H_B \cdot h = -0,333 \cdot 3 = -1 \text{ кнм}$ (ўнг томондаги моментлар йнғиндиси).

Учинчи қиймати - $M_{\max} \cdot Q$ ни нолга тенглаб, бу кесимнинг ҳолатини топамиз:

$$Q = -R_B + q \cdot x_0 = 0; \quad x_0 = \frac{R_B}{q} = \frac{3}{2} 1,5 \text{ м};$$

$$M_{\max} = R_B x_0 - H_B h - \frac{q x_0^2}{2} = 3 \cdot 1,5 - 0,333 \cdot 3 - \frac{2 \cdot 1,5^2}{2} = 1,25 \text{ кнм}.$$

KB участка. K кесимда топилган $M_K = -1 \text{ кнм}$ қиймат сақланиб қолади.

В шарнирли таянчда момент нолга тенг бўлади. KB участкада эгувчи момент тўғри чизик қонуни билан ўзгаради.

Эгувчи момент эпюраси 7.25-шакл, в да кўрсатилган.

4. N эпюрасини қурамиз.

AD устунда бўйлама куч ўзгармасдир: $N_A = N_D = -R_A = -1 \text{ кн}$.

DK балкада: $N_D = N_K = -H_A = -0,333 \text{ кн}$.

KB устунда: $N_K = N_B = -R_B = -3 \text{ кн}$.

Бўйлама куч эпюраси 7.25-шакл, г да кўрсатилган.

7.14-мисол.

7.26-шаклда кўрсатилган текис рама учун ички кучларнинг эпюралари қурилсин.

Ечиш: Таянч реакцияларини аниқлаймиз (7.26-шакл, б):

$$\sum M_n = P \cdot a + 2qa \cdot a - M - H_B \cdot a = 0; \quad H_B = 3qa;$$

$$\sum v = V_A - 2qa = 0; \quad V_A = 2qa;$$

$$\sum M_B = V_A \cdot 2a - 2qa \cdot a - M - H_A \cdot a = 0; \quad H_A = qa$$

$$\text{Текшириш: } \sum u = F + H_A - H_B = 2qa + qa - 3qa = 0$$

Демак, таянч реакциялари тўғри топилибди,

Бўйлама куч эпюрасини қурамиз (7.26-шакл, ж):

I ва II участкаларда бўйлама куч ўзгармас бўлиб 2 qa га тенг бўлади (7.26-шакл, в, г).

III участка ҳам ўзгармас бўлиб, - 3 qa га тенг бўлади (7.26-шакл д).

IV участкада эса нолга тенг бўлади. (7.26-шакл, е).

Кесувчи куч эпюрасини қурамиз (7.26-шакл, з):

I участкада qa га тенг бўлиб ўзгармас бўлади.

III участкада 3 qa га тенг бўлиб ўзгармас бўлади.

II участкада тўғри чизик қонуни билан (2 qa дан 0) ўзгаради.

IV участкада 3qa га тенг бўлиб ўзгармас бўлади.

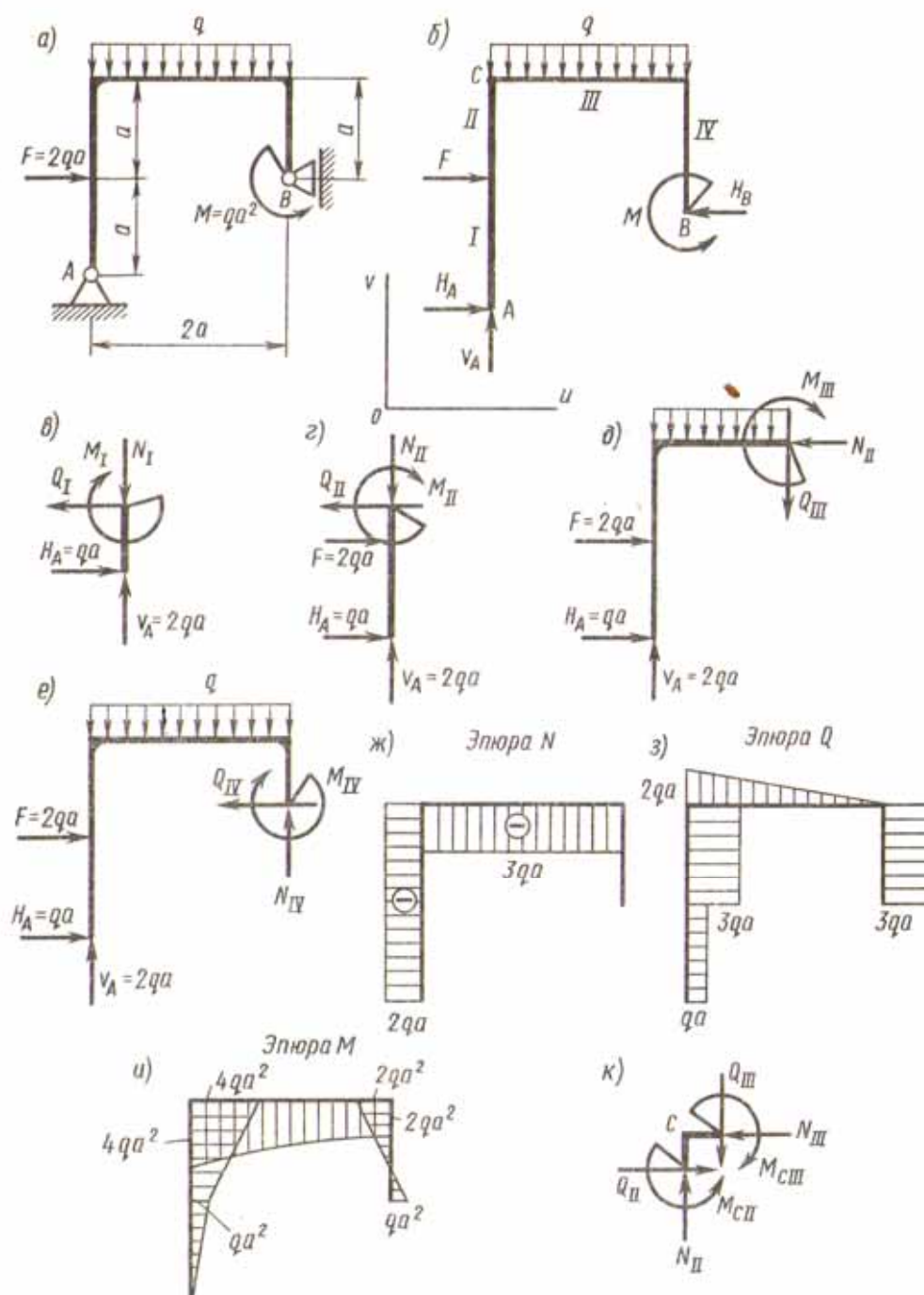
Эгувчи момент эпюрасини қурамиз (7.26-шакл, и).

I- участкада чизикли қонун билан (0 дан qa^2) ўзгаради.

II- участкада ҳам чизикли қонун билан (qa^2 дан $4qa^2$) ўзгаради

III- участкада квадрат парабола билан ($4qa^2$ дан $2qa^2$) ўзгаради.

IV- участкада чизикли қонун билан ($2qa^2$ дан qa^2) ўзгаради.



7.26-шакл.

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

7.1. Шаклда кўрсатилгандек юкланган консоллар учун M жуфт кучнинг қандай қийматида, қистириб маҳкамланган таянчда эгувчи момент нолга тенг бўлиши топилсин. Топилган M жуфт кучнинг қиймати бўйича $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюралари қурилсин.

Жавоби:

$$a) \quad M = qa^2; \quad M_{\max} = \frac{qa^2}{2}; \quad Q_{\max} = qa;$$

$$б) \quad M = 6 \text{ кНм}; \quad M_{\max} = 6 \text{ кНм}; \quad Q_{\max} = 5 \text{ кН}.$$

7.2. $Q(x)$ ва $M(x)$ ларнинг берилган эпюралари бўйича балкаларнинг маҳкамланиш схемаси ва уларнинг юкланишини кўрсатинг ҳамда кучларнинг қийматини аниқланг.

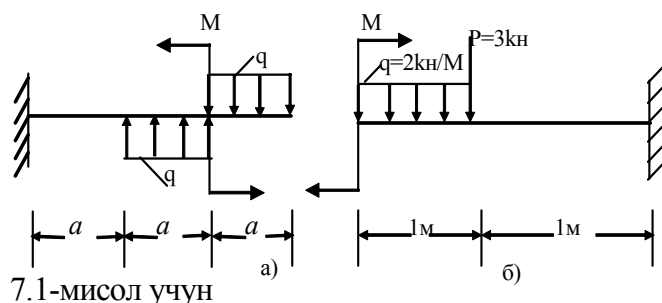
Жавоби: а) $q = \pm 1 \text{ ёл} / \text{м}$; б) $q = 0,5 \text{ ёл} / \text{м}$; в) $I = 2 \text{ ёл}^3$; г) $q = \pm 3 \text{ ёл} / \text{м}$.

7.3. Шаклда кўрсатилган кесувчи ($Q(x)$) куч эпюраси бўйича консоль юклансин ва эгувчи момент эпюраси қурилсин. Жуфт куч консолга қўйилмаган.

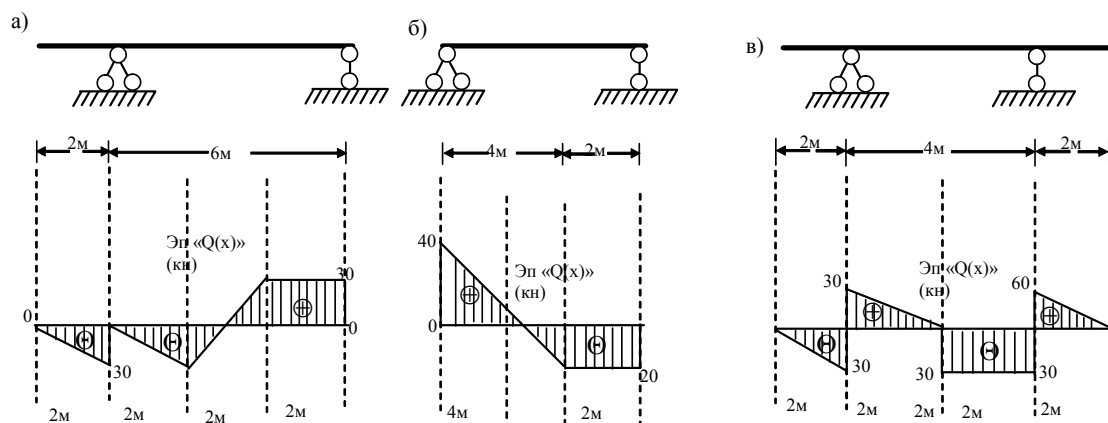
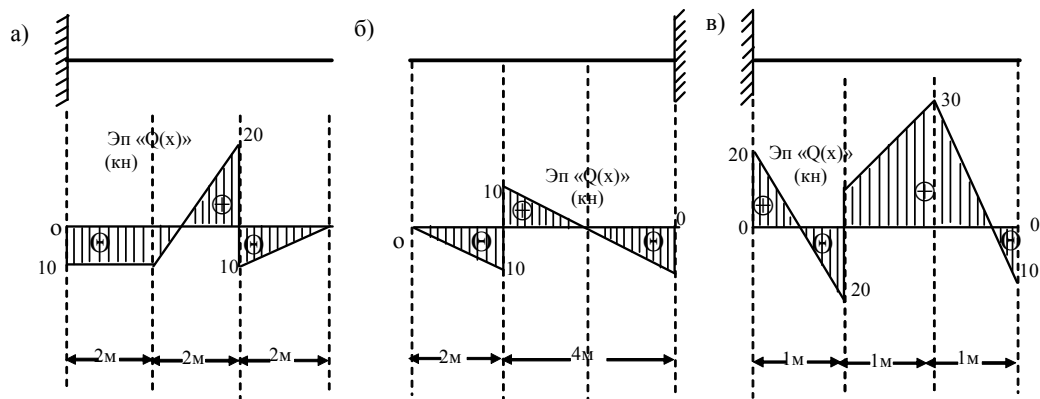
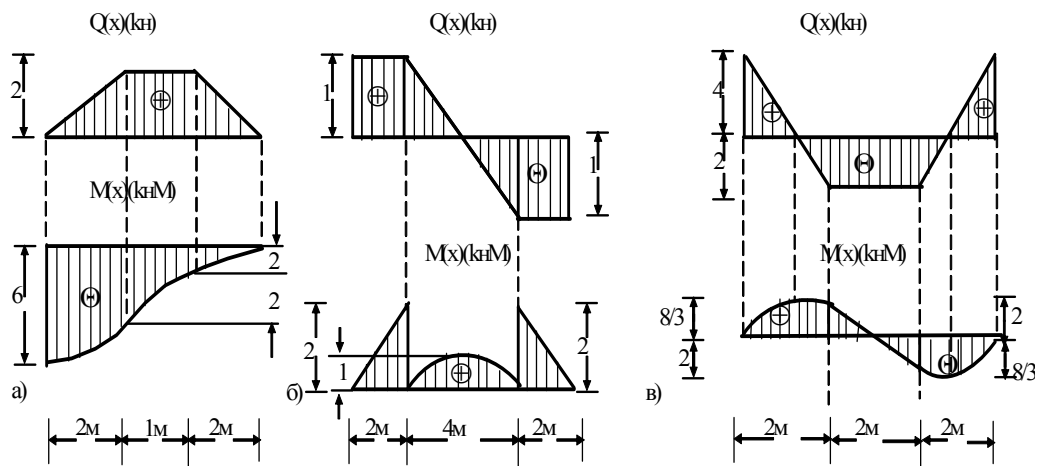
Жавоблар: а) $M_{\max} = 20 \text{ кНм}$; б) $M_{\max} = -10 \text{ кНм}$; в) $M_{\max} = -30 \text{ кНм}$

7.4. Шаклда кўрсатилган кесувчи ($Q(x)$) куч эпюрасидан фойдаланиб балка юклансин ва ($M(x)$) эпюраси қурилсин.

Жавоблар: а) $I_{\text{ял}} = -75 \text{ ёл}^3$; б) $I_{\text{ял}} = 160/3 \text{ ёл}^3$; в) $I_{\text{ял}} = -60 \text{ ёл}^3$



7.1-мисол учун



7.5. Шаклда кўрсатилган балканинг I-I кесимидаги жуфт кучни II-II кесимга кўчирсак таянчларининг йўналиши ва қиймати ўзгарадими.

Жавоби: йўналишиям ва қийматиям ўзгармайди.

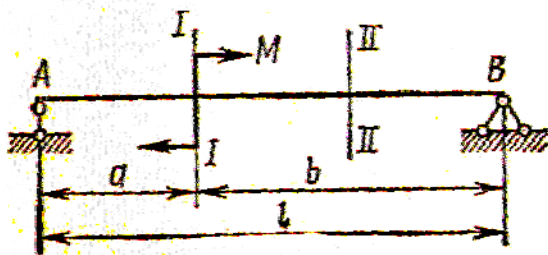
7.6. Шаклда кўрсатилган балкалар учун соф эгилиш ҳосил бўладиган участкани кўрсатинг.

Жавоби: Иккаласида ҳам АВ-участка.

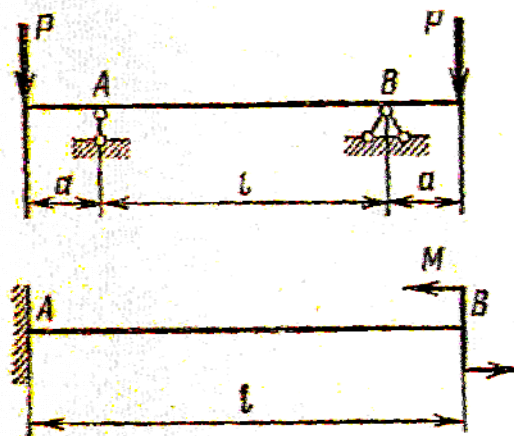
7.7. Шаклларда кўрсатилган балкалар учун Q_y ва M_x эпюралари қурилсин (7.7(1), 7.7(2), 7.7(3), 7.7(4), 7.7(5)-мисоллар учун).

7.8. Шаклларда кўрсатилагн балка учун берилган Q_y эпюрасидан фойдаланиб, балка юклансин ва M_x эпюраси қурилсин (7.8(1) ва 7.8(2)-мисоллар учун).

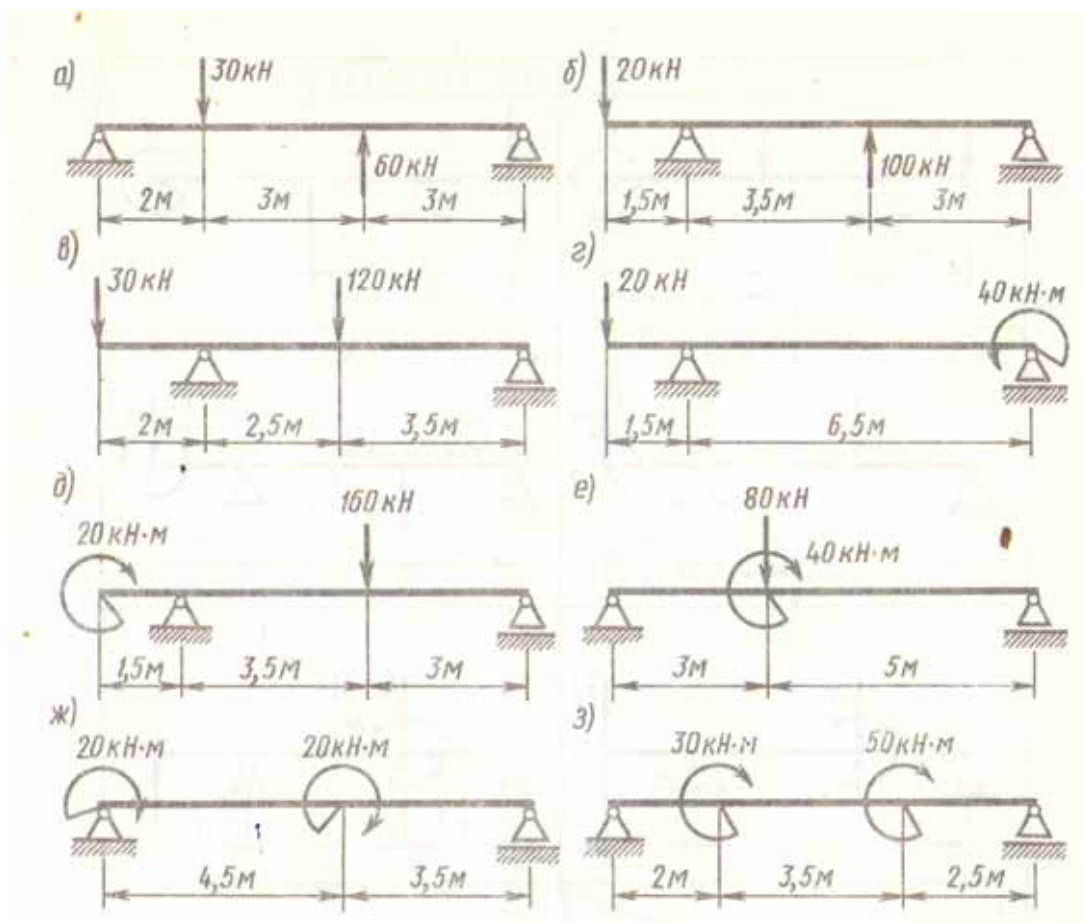
7.9. Шаклда кўрсатилган балка учун берилган M_x эпюрасидан фойдаланиб, балка юклансин ва Q_y эпюраси қурилсин (7.9(1) ва 7.9(2)-мисоллар учун).



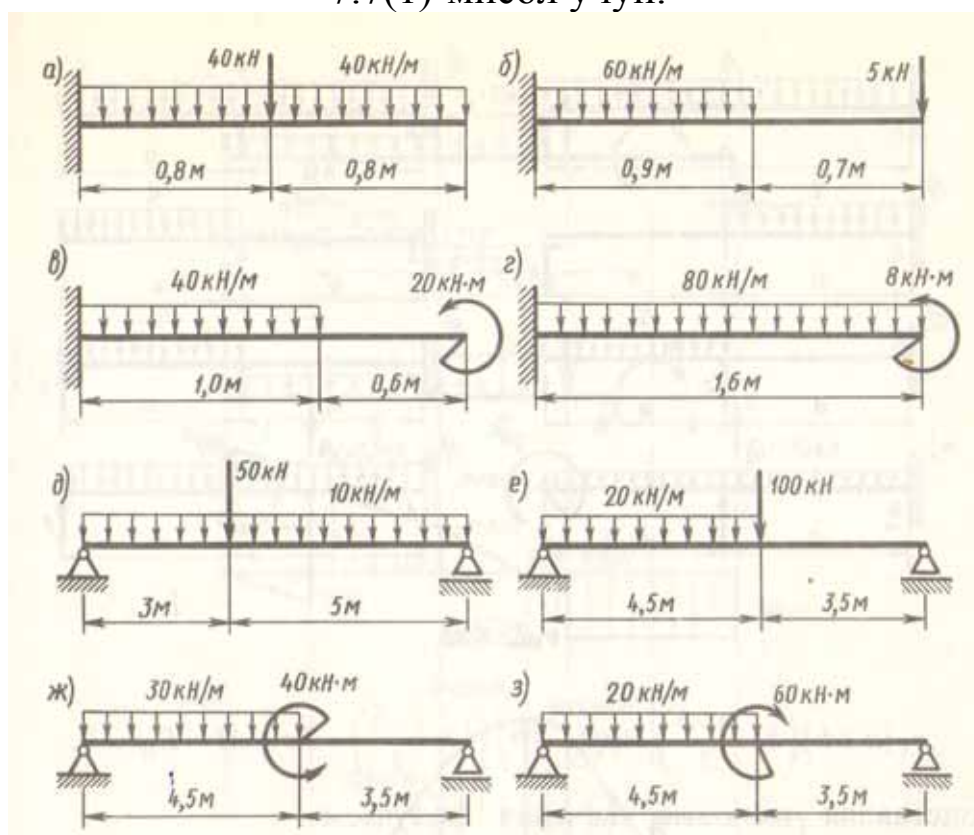
7.5-мисол учун.



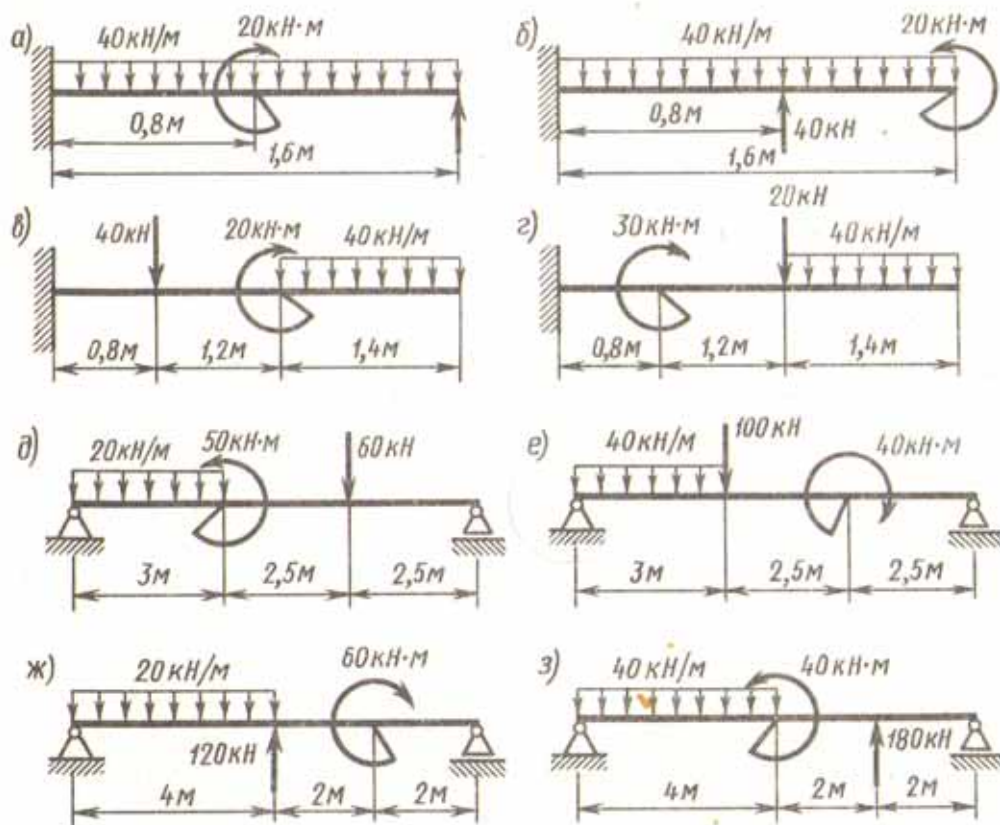
7.6-мисол учун.



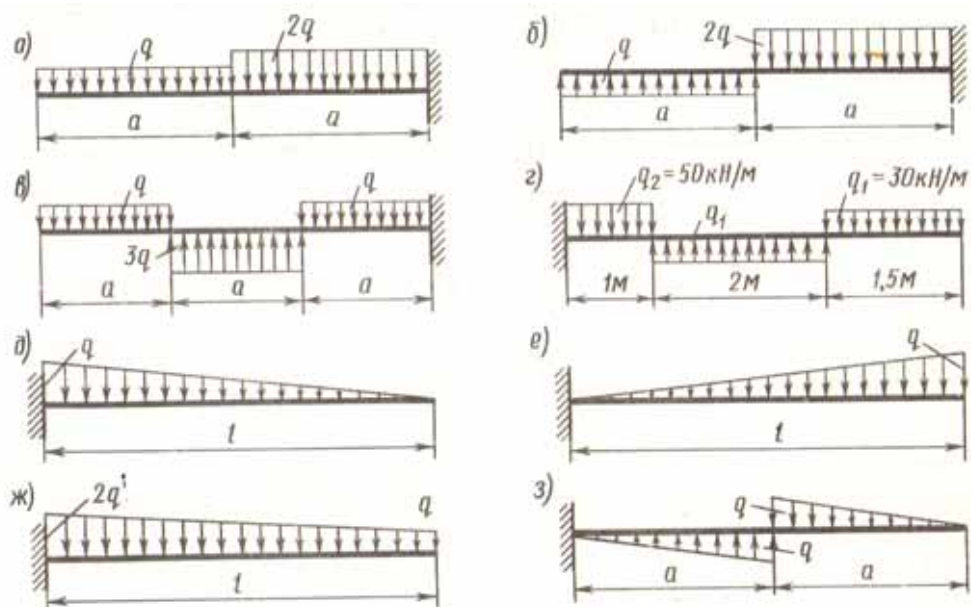
7.7(1)-мисол учун.



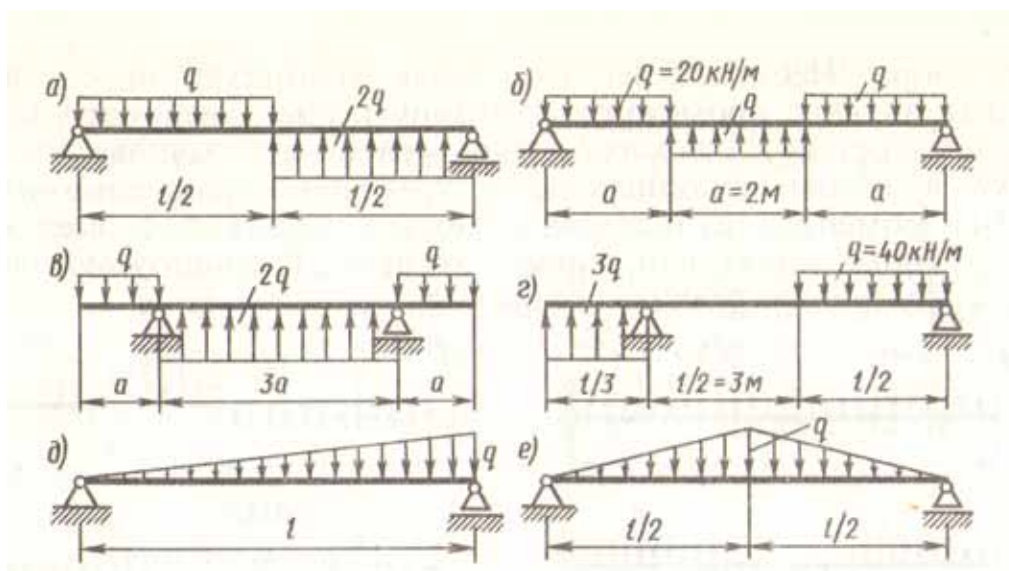
7.7(2)-мисол учун.



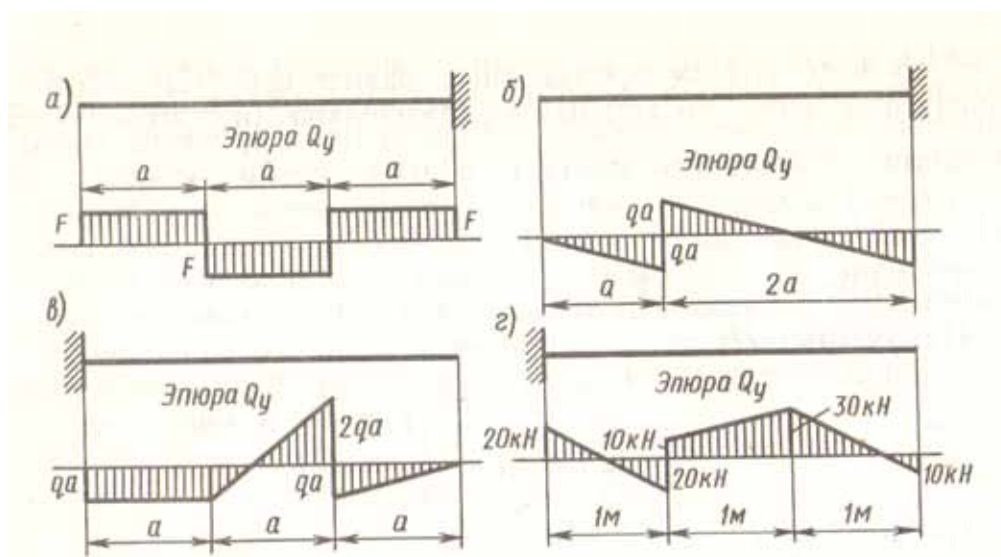
7.7(3)-мисол учун.



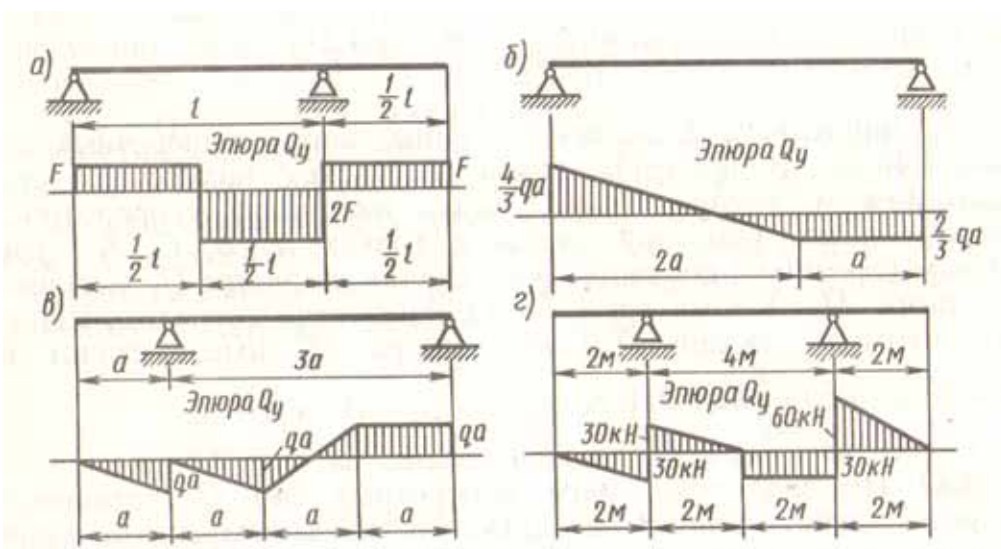
7.7(4)-мисол учун.



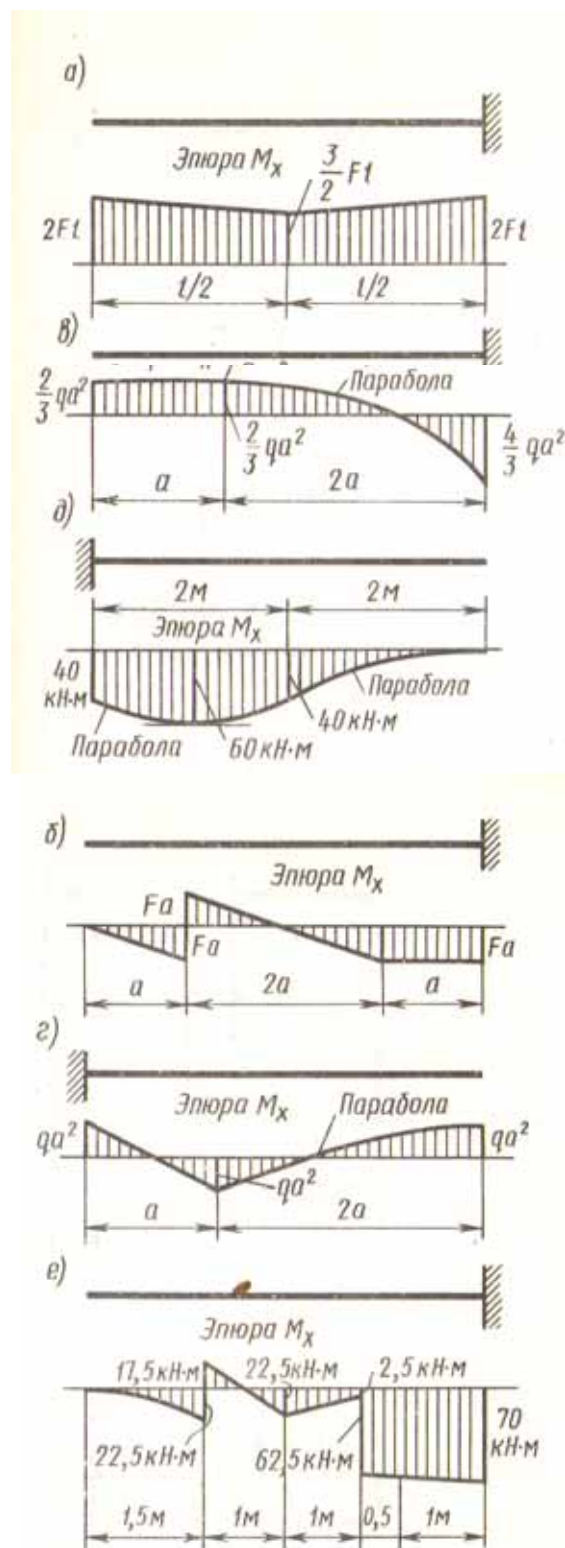
7.7(5)-мисол учун.



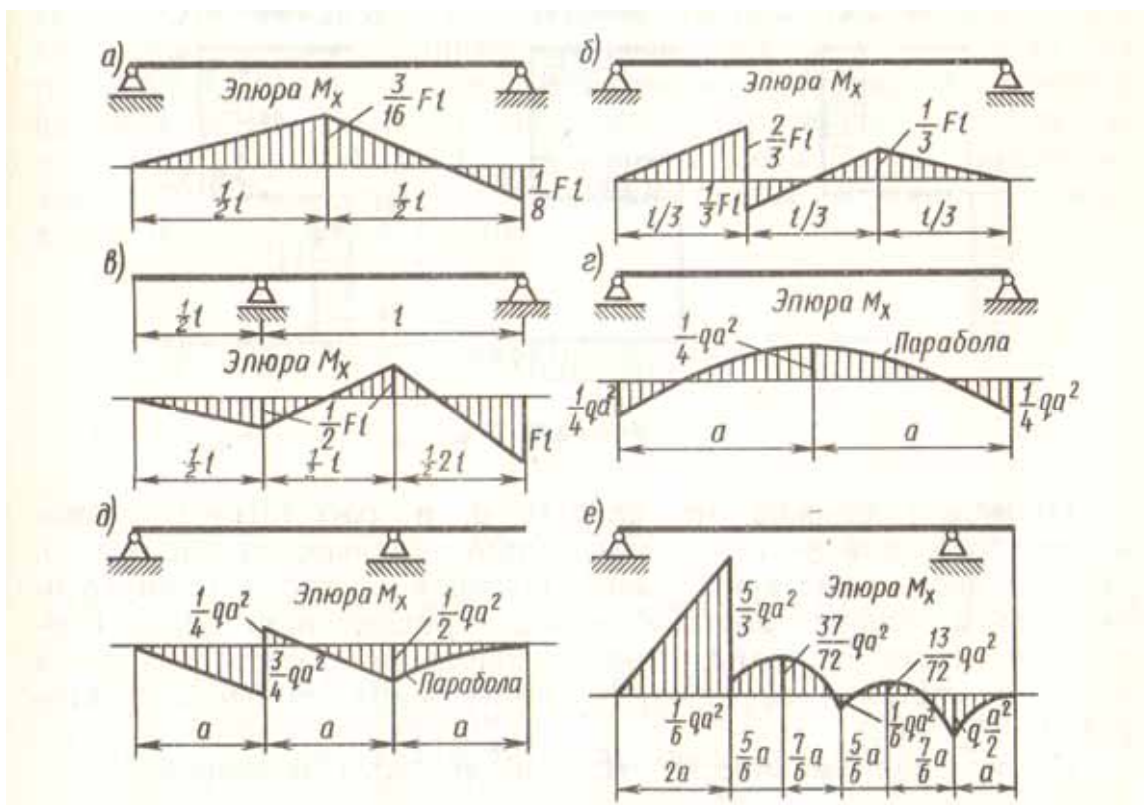
7.8(1)-мисол учун.



7.8(2)-мисол учун.



7.9(1)-мисол учун.

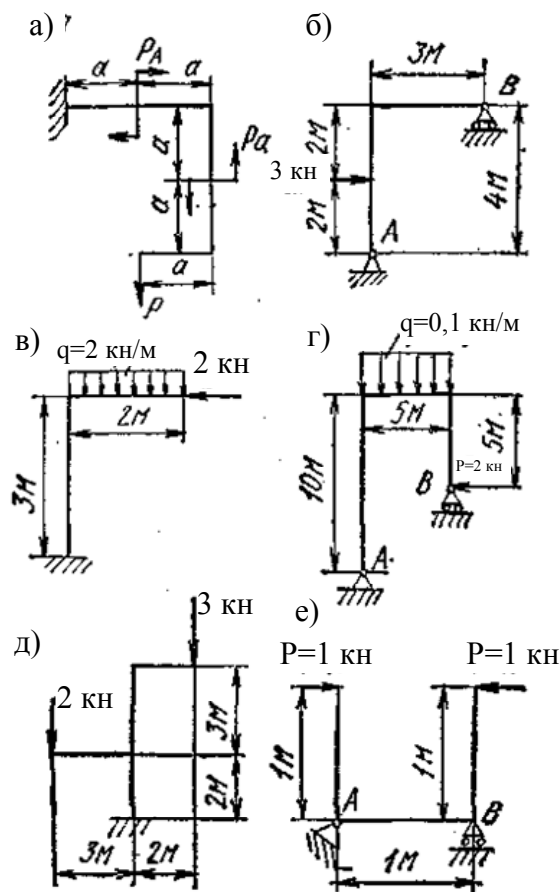


7.9(2)-мисол учун.

7.10. Текис рамалар учун кесувчи куч Q , эгувчи момент M ва бўйлама куч N эпюралари курилсин.

Жавоблари:

а) $Q_{\max} = P;$	$M_{\max} = 2Pa;$	$N_{\max} = P;$
б) $Q_{\max} = 2 \text{ кН};$	$M_{\max} = 4 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 1,3 \text{ кН};$
в) $Q_{\max} = 4 \text{ кН};$	$M_{\max} = 4 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 4 \text{ кН};$
г) $Q_{\max} = 2,25 \text{ кН};$	$M_{\max} = 20 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 2,25 \text{ кН};$
д) $Q_{\max} = 3 \text{ кН};$	$M_{\max} = 6 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 5 \text{ кН};$
е) $Q_{\max} = 1 \text{ кН};$	$M_{\max} = 1 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 1 \text{ кН};$



7.10-мисол учун.

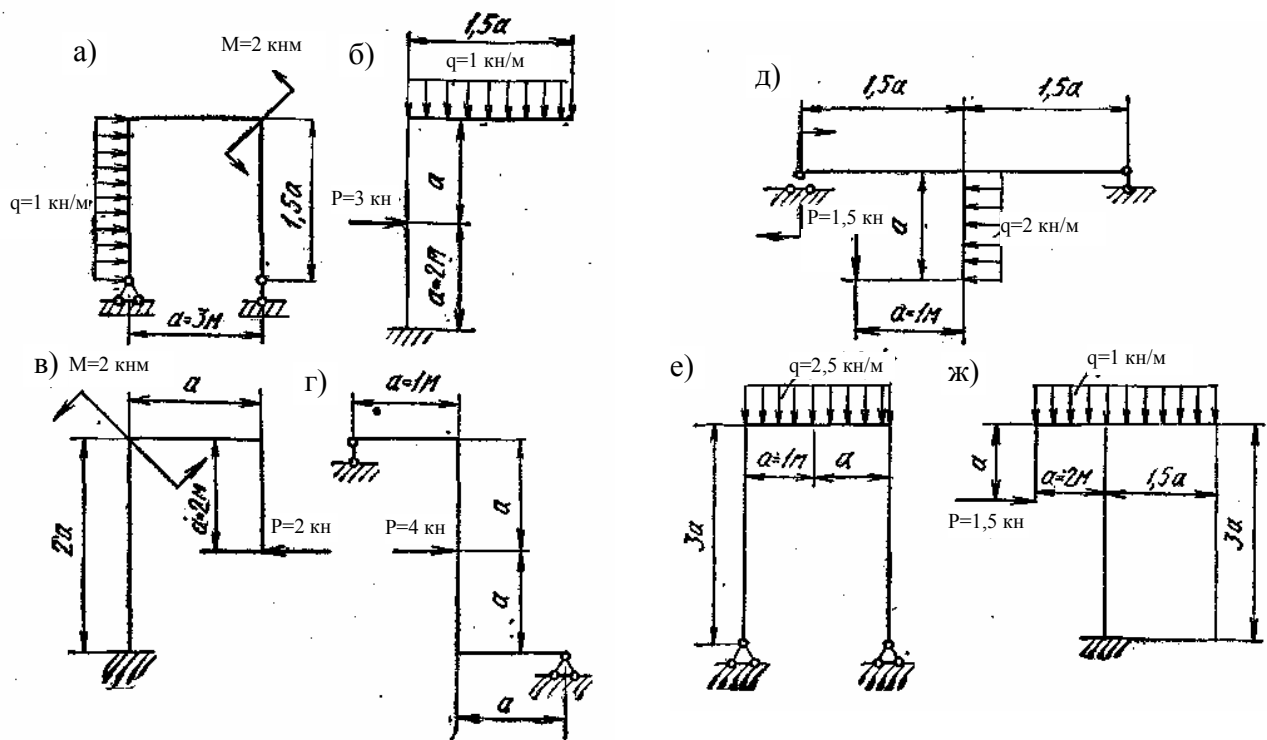
7.11. Кўрсатилган текис рамалар учун Q , M ва N ларнинг эпюралари қурилсин.

Жавоблари:

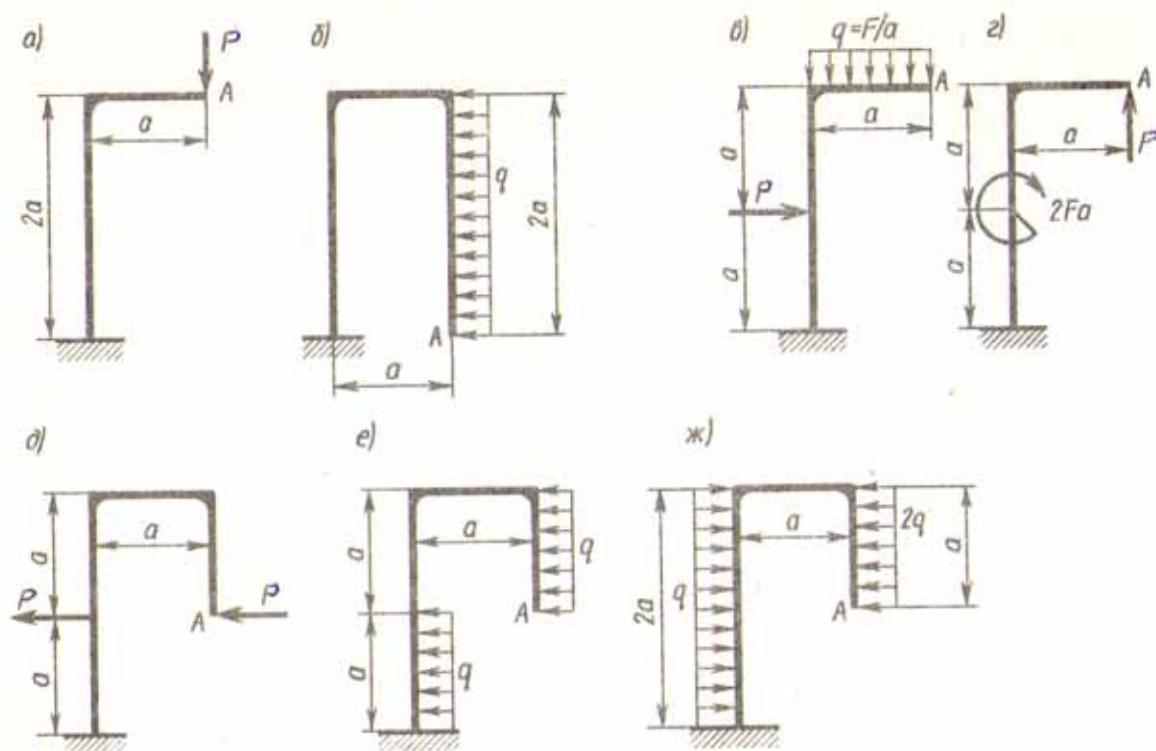
а) $Q_{\max} = 4,5 \text{ кН};$	$M_{\max} = 10,1 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 2,7 \text{ кН};$
б) $Q_{\max} = 3 \text{ кН};$	$M_{\max} = 10,5 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 3 \text{ кН};$
в) $Q_{\max} = 2 \text{ кН};$	$M_{\max} = 6 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 2 \text{ кН};$
г) $Q_{\max} = 2 \text{ кН};$	$M_{\max} = 2 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 4 \text{ кН};$
д) $Q_{\max} = 2 \text{ кН};$	$M_{\max} = 3 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 2 \text{ кН};$
е) $Q_{\max} = 2,5 \text{ кН};$	$M_{\max} = 1,25 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 2,5 \text{ кН};$
ж) $Q_{\max} = 3 \text{ кН};$	$M_{\max} = 8,5 \text{ кНм};$	$N_{\max} = 5 \text{ кН};$

7.12. Шаклда кўрсатилган текис рама учун ички кучларнинг эпюралари қурилсин.

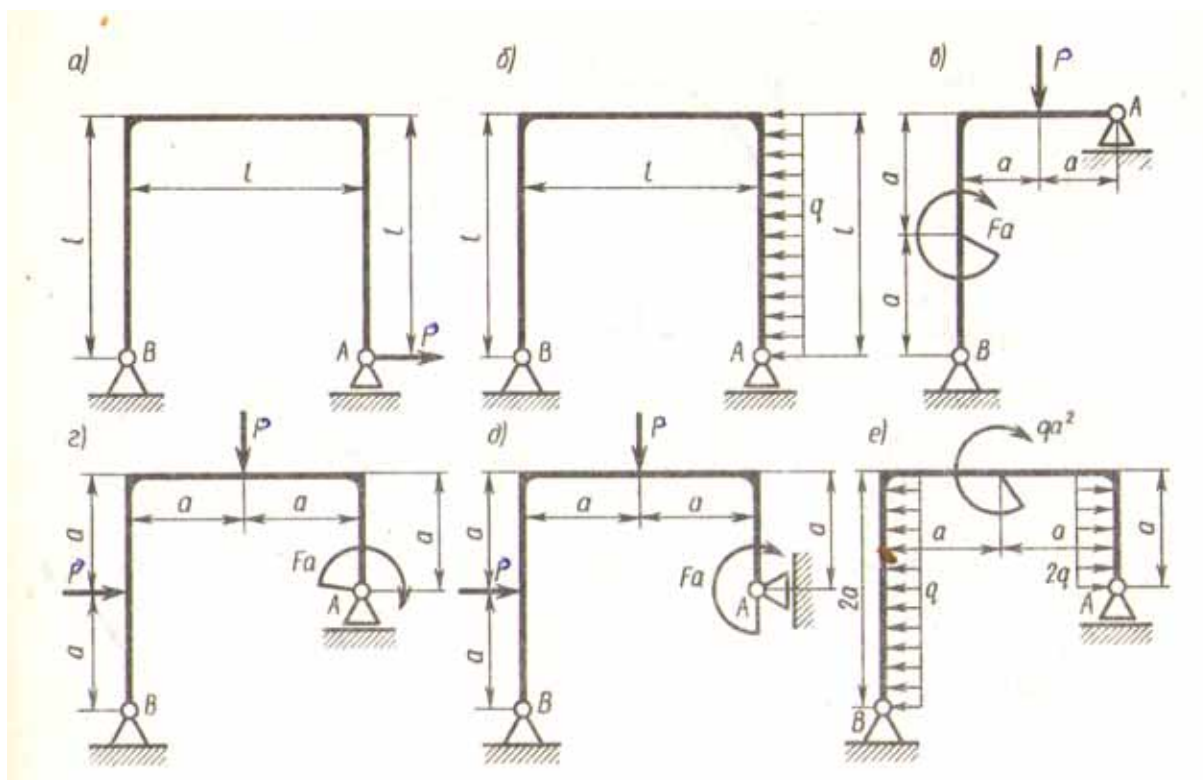
7.13. Шаклда кўрсатилган текис рама учун ички кучларнинг эпюралари қурилсин.



7.11-мисол учун.



7.12-мисол учун.



7.13-мисол учун.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Қандай эгилишга кўндаланг эгилиш деб аталади?
2. Балка таянчларидан қайсиларини биласиз?
3. Балка таянчларида қандай реакциялар ҳосил бўлади?
4. Таянчлардаги реакция кучлари қандай топилади?
5. Эгувчи момент ва кесувчи куч эпюралари нима?
6. Эпюра нима мақсадда қурилади?
7. Эгувчи момент, кесувчи куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал боғланишларни ёзинг?
8. Кесувчи куч эпюраси қандай олинади?
9. Эгувчи момент эпюраси қандай олинади?
10. Кесувчи куч қиймати қандай топилади?
11. Эгувчи момент қиймати қандай топилади?
12. Четки шарнирли таянчларда кесувчи куч нимага тенг?
13. Балкага тўпланган куч таъсир этса шу кесимда нима ўзгариш бўлади?
14. Балкага жуфт куч таъсир этса шу кесимда нима ўзгариш бўлади?
15. Қистириб маҳкамланган таянчларда эгувчи момент ва кесувчи куч нимага тенг?

VIII–БОБ. ЭГИЛИШДАГИ КУЧЛАНИШЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

8.1-§. СОФ ЭГИЛИШ. СОФ ЭГИЛИШДА НОРМАЛ КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ.

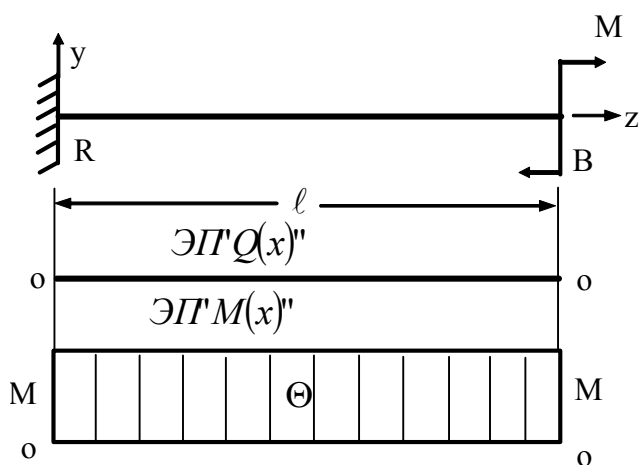
Ўтган бобда кўрдикки, эгилишда балканинг кўндаланг кесим юзасида эгувчи момент ва кесувчи куч ҳосил бўлади. Энди, шу кесимлардаги нормал ва уринма кучланишларни аниқлаймиз.

Маълумки нормал кучланиш фақат эгувчи моментга, уринма кучланиш эса фақат кесувчи кучга боғлиқдир. Кучланиш ҳолатини, олдин балкага қўйилган кучлар системасининг ҳамма кўндаланг кесимларида бир хил ($Q(x)=0$, $M(x)=\text{const}$) бўладиган ҳолни ўрганамиз. Балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаганда, бундай ҳол бўлиши мумкин. Масалан, 8.1-шаклда кўрсатилган консолнинг узунлиги ва 8.2-шаклда кўрсатилган балканинг ВС оралиғи давомида ($Q(x)=0$, $M(x)=\text{const}$) бўлади.

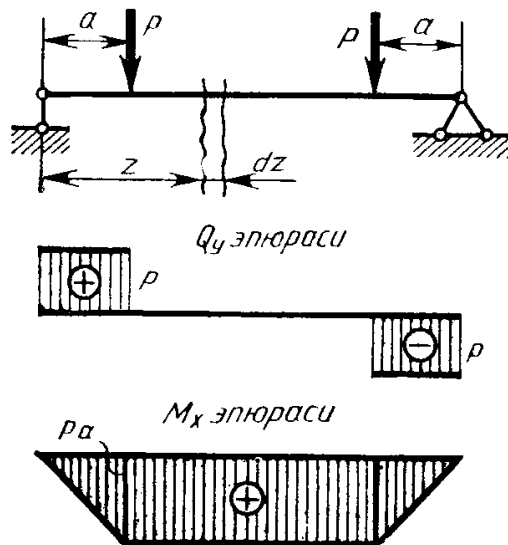
Бундай эгилишга, яъни балканинг ёки консолнинг бирор оралиғида кесувчи куч нолга тенг бўлиб, эгувчи момент ўзгармас бўлса, бундай эгилишга **соф эгилиш** дейилади.

Соф эгилиш ҳолатидаги балканинг кўндаланг кесим юзасининг қайси нуқтасида энг катта нормал кучланиш ҳосил бўлишини билиш учун нормал кучланишларнинг тақсимланиш қонунини текшираимиз.

Бунинг учун олдин балка кўндаланг кесим юзасининг камида битта симметрия ўқи куч текислиги билан устма-уст тушувчи ҳолни қараймиз. Демак, бош инерция ўқларидан бири эгилиш текислигида



8.1-шакл.



8.2-шакл.

ётади, иккинчисида унга тик йўналган бўлади. Масалани ечиш учун статика билан деформация шартларини биргаликда қараш лозим, тажриба кузатишлари асосида деформация шартлари тузилади.

Балканинг таянчидан z ва $z+dz$ масофада кесимлар олиб, узунлиги dz га тенг элемент ажратиб, унинг ён сиртига бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган жуфт куч қўйсак. Элемент соф эгилиш ҳолатида бўлади.

Агар соф эгилиш ҳолатидаги балканинг ён сиртига горизонтал ва вертикал тўғри чизиклар ёрдамида тўр чизилса, деформациядан кейин қуйидагилар намоён бўлади. (8.3-шакл).

1. Балка ён сиртига чизилган вертикал тўғри чизиклар деформациядан кейин ҳам тўғри чизиклигича қолиб, фақат жуда кичик бирор $d\varphi$ бурчакка оғади. Бу ҳол чўзилишдаги каби эгилишда ҳам Бернулли гипотезаси ўз кучини сақлашини кўрсатади.

2. Деформациядан кейин, балканинг қавариқ томонидаги толалари чўзилиб, ботиқ томонидаги толалари эса сиқилади.

Балканинг деформацияси, унинг кўндаланг кесими баландлиги бўйича узлуксиз ўзгаргани учун ботиқ томондаги толалар чўзилишдан сиқилишга ўтишда, бу қатламларни ажратувчи шундай бир қатлам топиладики, унда ётувчи толалар чўзилмайди ҳам, сиқилмайди ҳам яъни унинг узунлиги ўзгармайди. Бундай қатламга **нейтрал қатлам** дейилади.

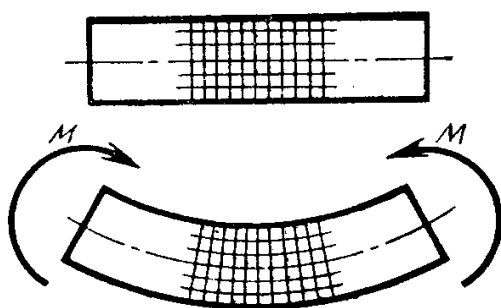
Нейтрал қатлам текислиги билан кўндаланг кесим текислиги кесишган чизик шу кесимнинг **нейтрал ўқи** дейилади (8.3 -шакл, в).

Балка деформацияланганда ҳар бир кўндаланг кесим ўз нейтрал ўқи атрофида айланади.

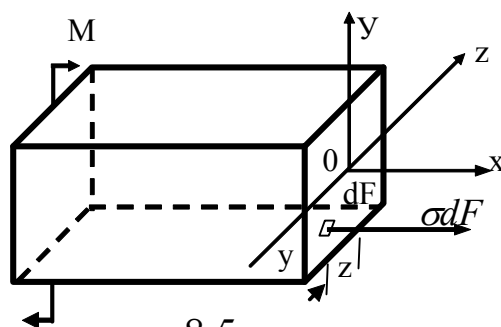
Нейтрал қатламда ётган толанинг эгрилик радиусини ρ билан белгилаймиз. ОХ ўқидан бир хил узокликда ётувчи бўйлама толалар бир хилда деформацияланиб, бу ўқ атрофида кўндаланг кесим юзалари айланади. Натижада элементнинг юқоридаги толалари сиқилиб, пастки толалари чўзилади. Нейтрал қатламдан y масофада ётувчи а-а толанинг чўзилиши ҳар бирининг қиймати $y \frac{d\varphi}{2}$ га тенг бўлган иккита а-в дан иборат бўлади ва ихтиёрий толанинг умумий чўзилиши қуйидагича бўлади. $\Delta dz = y d\varphi$

Шаклдан $dz = \rho d\varphi$ бўлганлигидан бу ихтиёрий толанинг нисбий чўзилиши қуйидагига тенг бўлади:

$$\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{y}{\rho}$$



8.3 –шакл.



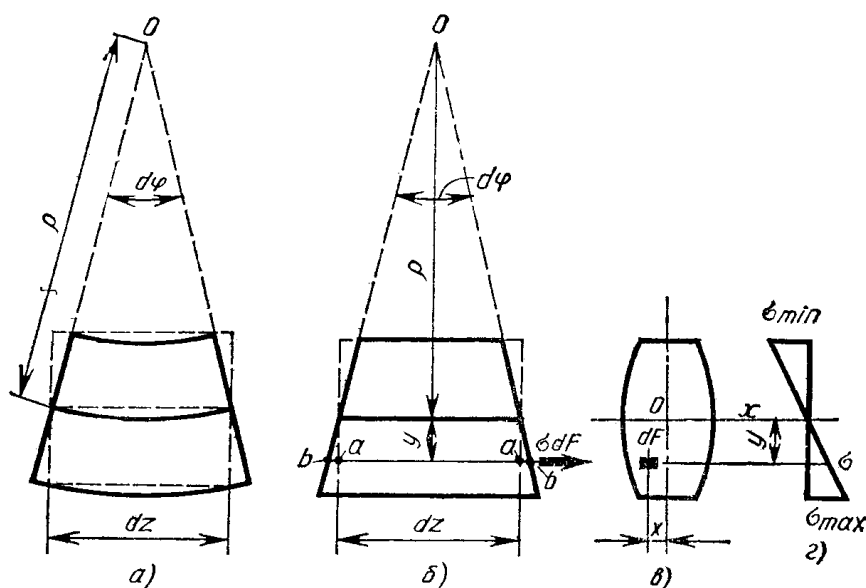
8.5-шакл

Балканинг қаватлари деформацияланганда бир-бирига босим кўрсатмайди деб фараз қилсак, яъни балканинг ўқиға тик йўналган кучланишлар нолга тенг бўлади. Бундай ҳолда, уларнинг ҳар бири мустақил равишда чўзилади ёки сиқилади. Бундай толалардаги кучланишларни оддий чўзилиш ва сиқилишдаги Гук қонунидан фойдаланиб топамиз:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \frac{y}{\rho}$$

Демак, эгилишдаги нормал кучланиш балка кўндаланг кесимининг баландлиги бўйича кучланиш топиладиган нуқтадан нейтрал ўққача бўлган масофага пропорционал равишда ўзгарар экан. Бинобарин, энг катта нормал кучланишлар кўндаланг кесимнинг четки толаларида ҳосил (8.4-шакл, г) бўлади.

Балка кўндаланг кесими юзаси бўйича нормал кучланишнинг тақсимланиш қонунини билганимиздан сўнг, унинг қийматини кесиш усулидан фойдаланиб топамиз. Соф эгилиш ҳолатидаги балкани фикран кесиб, чап қисмини қолдириб, унинг учун мувозанат тенгламаларини тузамиз (8.5-шакл):



8.4-шакл.

Текшираётган ҳол учун бу тенгламаларни тадбиқ этамиз:

$$1. \sum X = \int_K \sigma dF = 0 \text{ бўлади}$$

Бунга (8.1)-формуладан нормал σ кучланишнинг қийматини қўямиз:

$$\int_F E \frac{y}{\rho} dF = \frac{E}{\rho} \int_F y dF = 0$$

Бу ифодада икки ҳол бўлиши мумкин, $\frac{E}{\rho} = 0$; $\int y dF = 0$. Балканинг эгилган ҳолатини текшираётганлигимиз учун $\rho \neq \infty$ га тенг бўлмаганлигидан, $\int_F y dF = 0$ бўлади. Бу интеграл кўндаланг кесимнинг юзасидан нейтрал ўққа нисбатан олинган статик моментни ифодалайди ва унинг нолга тенг бўлиши, кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқи кесимнинг оғирлик марказидан ўтишини кўрсатади.

2. Иккинчи ($\sum Y = 0$), учинчи ($\sum Z = 0$) ва тўртинчи ($\sum M_x = 0$) мувозанат тенгламалари айният равишда нолга айланади, чунки σdF зўриқиш кучи oy , oz ўқларига нисбатан тик ва ox ўқига эса параллел йўналгандир.

3. Мувозанат тенгламаларнинг бешинчисини текшираамиз:

$$\sum M_y = \int_F z \sigma dF = \int_F E \frac{y}{\rho} z dF = \frac{E}{\rho} \int_F yz dF = 0$$

Бу ҳолда ҳам $\rho \neq \infty$ бўлганлигидан, $\int_F yz dF = 0$ бўлади. Бу интеграл балка кўндаланг кесим юзасининг oy ва oz ўқларига нисбатан марказдан қочирма инерция моментини ифодалайди ва унинг нолга тенг бўлиши эса oy ва oz ўқларининг бош марказий ўқлар эканлигини кўрсатади. Демак, куч ётган текислик нейтрал қават текислигига тик бўлар экан. М момент шу бош ўқларнинг биридан ўтган бош текислик устида ётади.

4. Мувозанат тенгламаларининг олтинчисини ёзамиз:

$$\sum M_z = M - \int_F \rho dF \cdot y = M - \int_F E \frac{y}{\rho} y dF = M - \frac{E}{\rho} y^2 dF = 0$$

$$M = \frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF = 0; \quad M = \frac{E}{\rho} J_z \text{ бундан} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_z},$$

бунда $J_z = \int_F z^2 dF$ - кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқ (z) га нисбатан олинган инерция momenti;

$\frac{1}{\rho}$ - нейтрал текисликнинг эгирилигини ифодаловчи микдор;

M - ташқи момент

EJ_z - балканинг эгилишдаги бикрлиги.

Юқорида кўрганимиздек, кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқи унинг марказидан ўтади. Демак, балканинг ox ўқи унинг кўндаланг кесимлари марказий нуқталарининг геометрик ўрнидан иборат бўлганлигидан, у нейтрал текислик устида ётади. Демак, (8.2) формула кўндаланг кесим нейтрал ўқининг эгирилигини ифодалайди.

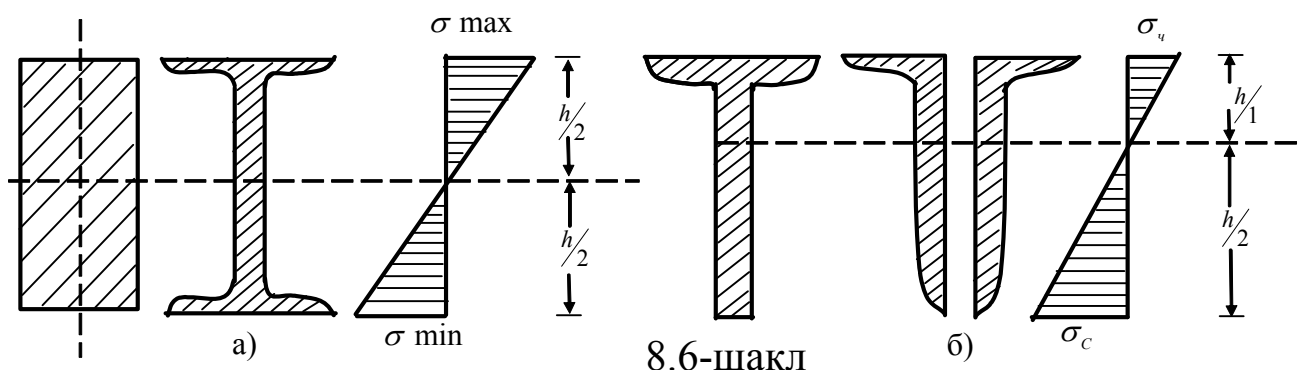
Шундай қилиб балка эгилган ўқининг эгирилиги ($\frac{1}{\rho}$) эгувчи момент (M) га тескари пропорционал бўлар экан.

(8.1) формулага (8.2) формуладан $\frac{1}{\rho}$ нинг қийматини қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma = \frac{I}{I_z} y \quad (8.3)$$

Соф эгилган балканинг кўндаланг кесимида ётган ихтиёрий нуқтадаги кучланишни шу формуладан фойдаланиб аниқлаш мумкин. Ўтказилган тажрибалар кўрсатадики бу формула билан кесувчи куч нолга тенг бўлмаганда ҳам нормал кучланишни ҳисоблаш мумкинлигини. Лекин бу кучнинг мавжудлиги текис кўнадаланг кесимларни бирмунча қийшайтиради, аммо бу қийшайиш иккита қўшни кўндаланг кесим орасидаги элемент толаларининг бўйлама деформациялари характерини ўзгартирмайди.

8.6-шаклда турли шаклдаги кўндаланг кесимлар учун нормал кучланишларнинг тақсимланиш қонуни кўрсатилган. 8.6-шакл, а да нейтрал ўққа нисбатан, симметрик, 8.6-шакл, б да эса носимметрик кесимлар учун диаграммаси тасвирланган. Нейтрал ўқдан тенг узоқликдаги барча нуқталарда нормал кучланишларнинг қийматлари бир хилдадир. Нейтрал ўқнинг бир томонида кучланиш чўзувчи бўлиб, иккинчи томонида сиқувчидир. Энг катта нормал



кучланишлар нейтрал ўқдан энг узокдаги нуқталарда ҳосил бўлади, уларнинг қиймати эса (8.3) формулага $y = y_{\text{max}}$ ни қўйиш йўли билан топилади:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{J_z} y_{\text{max}}. \quad (8.4)$$

Бу формуланинг сураат ва маҳражини y_{max} га бўлиб, қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{(J_z / y_{\text{max}})}.$$

$\frac{J_z}{y_{\text{max}}}$ -эгилишдаги **қаршилик моменти** деб аталади ва W_z билан белгиланади:

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\text{max}}}. \quad (8.5)$$

Қаршилик моменти кўндаланг кесимнинг геометрик характеристикаларидан бири бўлиб, унинг миқдори эгилишда балканинг мустаҳкамлигини ифодалайди.

Бу формулада, кўндаланг кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти J_z см⁴ билан ўлчанганлиги учун қаршилик моменти W_z см³ билан ўлчанади. (8.5) формулани ҳисобга олиб, энг катта нормал кучланишни қуйидаги кўринишда ёзамиз.

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_z}. \quad (8.6)$$

Бу формуладан кўрамизки, балканинг кўндаланг кесими учун қаршилик моменти қанча кичик бўлса, ундаги нормал кучланиш шунча катта бўлар экан.

Энди оддий кесимларнинг қаршилик моментларини ҳисоблаймиз:

1. Тўғри тўртбурчак. Асоси b ва баландлиги h бўлсин, унинг қаршилик моментини (8.5) формуладан фойдаланиб марказий ўқи (oz) га нисбатан ҳисоблаймиз:

$$J_z = \frac{bh^3}{12} \text{ ва } y_{\text{max}} = h/2 \text{ бўлганлигидан:}$$

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\text{max}}} = \frac{bh^3/12}{h/2} = \frac{bh^2}{6} \text{ бўлади.}$$

$$\text{Демак: } W_z = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6}$$

2. Квадрат. Квадрат учун $b=h=a$ бўлганлигидан:

$$W_y = W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{a \cdot a^2}{6} = \frac{a^3}{6} \text{ бўлади.}$$

3. Доира. Доира учун $J_y = J_z = \frac{\pi d^4}{64}$ ва $y_{\max} = \frac{d}{2}$ бўлганлигидан:

$$W_y = W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{\pi d^4 / 64}{d / 2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1 d^3$$

4. Ҳалқа. Ҳалқанинг диаметрлари, ташқиси D ва ичкиси d бўлсин. У ҳолда $J_y = J_z = \frac{\pi d^4}{64} (1 - \alpha^4)$ $y_{\max} = \frac{d}{2}$ ва $\alpha = \frac{d}{D}$

бўлади ва унинг қаршилик моменти:

$$W_y = W_z = \frac{\pi D^4 / 64 (1 - \alpha^4)}{D / 2} = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4) \approx 0.1 D^3 (1 - \alpha^4) \text{ бўлади.}$$

5. Прокат буюмлар. Пўлатдан тайёрланган прокат буюмлар (қўштавр, швеллер, бурчаклик ва бошқалар) учун қаршилик моментларининг қийматлари ГОСТ жадвалларида берилади.

8.2-§ БАЛКАНИНГ НОРМАЛ КУЧЛАНИШ БЎЙИЧА МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ.

Балка материали мустаҳкам бўлиши учун унинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланишлар балка материали учун рухсат этилган кучланишдан кичик ёки тенг бўлиши керак.

Агар балка материали чўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилик кўрсатса ёки бир жинсли ва изотроп материаллардан тайёрланган бўлса, балканинг мустаҳкамлик шарти (8.6) формулага асосан, қуйидагича ифодаланади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma], \quad (8.7)$$

бу ерда: $[\sigma]$ - балка материали учун рухсат этилган кучланиш;

$M_{\max}$ - балканинг хавфли кесимидаги эгувчи момент.

Агар балка мўрт материаллардан тайёрланган бўлса ва кўндаланг кесими нейтрал ўққа нисбатан симметрик бўлмаса яъни балка метериали чўзилиш ва сиқилишга ҳар хил қаршилик кўрсатса, балканинг мустаҳкамлик шарти чўзилиш ва сиқилишга алоҳида-алоҳида тузилади:

$$\sigma_q = \frac{M_{\max}}{W_1} \leq [\sigma_q]; \quad \sigma_c = \frac{M_{\max}}{W_2} \leq [\sigma_c]; \quad (8.8)$$

бу ерда:

σ_q - чўзиладиган қисмидаги нормал кучланиш;

σ_N - сиқиладиган қисмидаги нормал кучланиш;

$[\sigma_q]$ - балка материалининг чўзилиши учун рухсат этилган кучланиш;

$[\sigma_N]$ - балка материалининг сиқилиши учун рухсат этилган кучланиш;

W_1 - кўндаланг кесимнинг чўзиладиган қисмининг қаршилик моменти (8.6-шакл, а); $W_1 = \frac{J_z}{h_1}$

W_2 - кўндаланг кесимнинг сиқиладиган қисмининг қаршилик моменти (8.6-шакл, б); $W_2 = \frac{J_z}{h_2}$;

Турли тошлар, улардан ишланган иншоот қисмлари ва бетонлар сиқилишга яхши қаршилик кўрсатгани ҳолда чўзилишга ёмон ишлайди, шу сабабли чўзилишга ундан мумкин қадар фойдаланмайди.

Маълум куч таъсиридаги балканинг материали берилган бўлса, унинг мустаҳкамлигини таъминловчи кўндаланг кесимни танлаш учун (8.7) формуладан қаршилик моменти (W_z) ни аниқлаш керак:

$$W_z \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \quad (8.9)$$

Балка кўндаланг кесими учун энг қулай шакл танланиб, унинг ўлчамлари сортамент жадвалидан олинади ёки бевосита ҳисобланади. Бу танланган қаршилик моментининг қиймати юқоридаги формуладан топилган қиймат билан $\pm 5\%$ фарқ қилиши мумкин; Бундай ҳолларда фарқнинг ортиқча мустаҳкамлик берадиган ҳолини олиш лозимдир.

Агар балка кўндаланг кесими юзаси ва материали маълум бўлса, унинг юк кўтараолиш қобилиятини аниқлаш учун олдин (8.7) формуладан $M_{\max}$ ни топиш керак:

$$M_{\max} \leq [\sigma] \cdot W_z \quad (8.10)$$

Бундан топилган қийматга асосланиб балканинг маълум оралиғи учун кўйилиши мумкин бўлган юк аниқланади.

8.3-§. ЭГИЛИШДА УРИНМА КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ.

Биз юқорида балканинг соф эгилиш ҳолатини текширдик. Маълумки бу ҳолда балка кўндаланг кесимларида фақат эгувчи момент ҳосил бўлиб, унинг таъсиридан шу кесимларда (8.3) формула ёрдамида топиладиган нормал кучланишлар ҳосил бўлади.

Энди балканинг кўндаланг эгилишини текширамиз; бу ҳолда балканинг кўндаланг кесимларида эгувчи момент билан бирга кесувчи куч ҳам ҳосил бўлиб, уринма кучланишни ҳосил қилади. Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунига кўра улар балканинг нейтрал қаватига параллел бўлган кесимларида ҳам пайдо бўлади ва айрим толаларни бир-бирига нисбатан силжитади.

Текис кесим гипотезаси силжиш туфайли кўндаланг эгилишда бузилади, деформациягача текис бўлган кесим юзаси деформациядан кейин бироз эгриланади (8.7 -шакл).

Ўтказилган назарий ва экспериментал тадқиқотлар кўрсатадики юқоридаги масалага бу эффектнинг нормал кучланишлар қийматига таъсири унча катта эмаслигини ва шунинг учун силжишнинг нормал кучланишлар тақсимланишига таъсирини ҳисобга олмаслигини. Шунинг учун ҳам текис кесим гипотезаси шартли равишда кўндаланг эгилишда ҳам ишлатилади.

Шундай қилиб, соф эгилиш учун чиқарилган нормал кучланиш формуласидан кўндаланг эгилишда ҳам фойдаланиш мумкин экан.

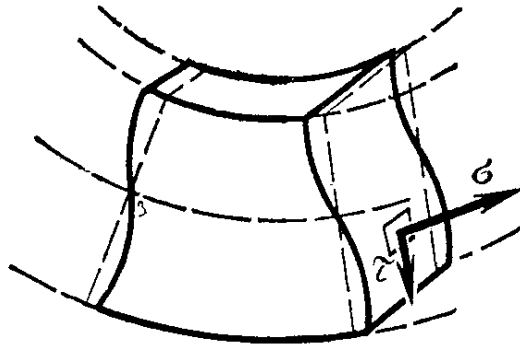
$$\sigma = \frac{I_y}{J_z} \cdot y.$$

Уринма кучланиш деформациясини келтириб чиқариш масаласини текширишда қуйидаги икки гипотезани қабул қиламиз:

- 1.кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган уринма кучланишлар кесувчи кучга параллел йўналган бўладилар;
- 2.кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқидан тенг масофада турган барча нуқталарнинг уринма кучланишлари тенг яъни улар кўндаланг кесим эни бўйича текис тақсимланади.

Балкадан z масофада узунлиги dz га тенг элемент оламиз ва уни қўшимча бўйлама кесимлар билан икки қисмга ажратамиз. Юқори қисмининг мувозанатини текширамиз (8.8 -шакл, б).

Бу элементнинг чап томонига таъсир этувчи эгувчи моментдан ўнг томонга таъсир этувчи эгувчи момент dM_x га катта бўлганлиги



8.7 -шакл

ўнг томондаги нормал кучланиш чапкисига нисбатан $d\sigma_1$ қийматга катта бўлганлиги учун қуйидагига эга бўламиз:

$$\sigma_1 + d\sigma_1 = \frac{M_x}{J_z} y_1 + \frac{dM_x}{J_z} y_1 \quad \text{яъни} \quad d\sigma_1 = \frac{dM_x}{J_z} y_1$$

Элементнинг чап томонига таъсир қилувчи кучдан ўнг томонга таъсир қилувчи куч

$$dN = \int_{F_{аж}} d\sigma_1 dF = \int_{F_{аж}} \frac{dM_x}{J_z} y_1 dF = \frac{dM_x}{J_z} \int_{F_{аж}} y_1 dF$$

Интеграл кўндаланг кесимнинг ажратилган қийматга катта яъни штрихланган қисмигагина тегишли (8.8 -шакл, в) бўлиб нейтрал oz ўқига нисбатан статик моменти ни ифодалайди:

$$S_x^{аж} = \int_{F_{аж}} y_1 dF$$

Шунинг учун
$$dN = \frac{dM_x}{J_z} S_x^{аж}$$

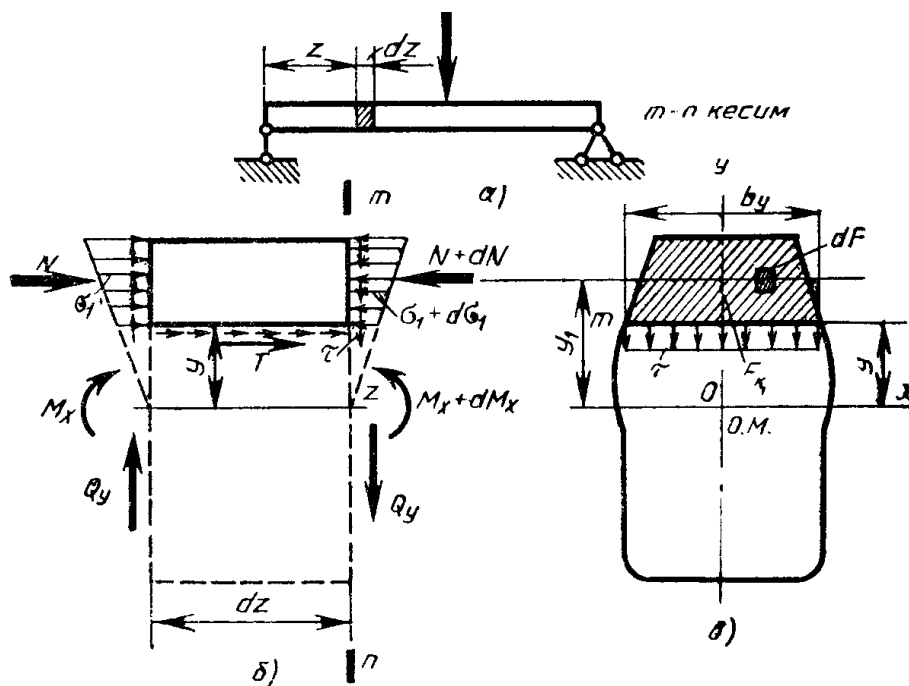
Ажратилган элементнинг мувозанатини сақловчи бўйлама кесимдаги уринма кучланиши τ лар dT кучни ҳосил қилади, $\sum Z = 0$ мувозанат шартига кўра бу куч dN кучга тенг бўлиши лозим:

$$dT = dN \quad \text{ёки} \quad dT = \frac{dM_x}{J_z} S_x^{аж} \quad (8.11)$$

Қабул қилинган гипотезага мувофиқ, балканинг кенглиги бўйича уринма кучланиш τ бир хил бўлганлиги учун яна dT ни ажратилган элементнинг пастки ёғи юзасини τ га кўпайтириш йўли билан топамиз:

$$dT = \tau b_y dz, \quad (a)$$

бунда: b_y - уринма кучланишлар топиладиган нуқтага тўғри келувчи кўндаланг кесим юзасининг эни;



8.8 –шакл.

(а) билан (8.11) формуладан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\tau = \frac{dM_x}{dz} \frac{S_x^{ajc}}{b_y J_x},$$

бунда журавский теоремасига мувофиқ: $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$, буни ҳисобга олсак,

эгилишдаги уринма кучланишларни топиш учун қуйидаги формулани ёзамиз:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^{ajc}}{b_y J_x}, \quad (8.12)$$

бунда:

τ -қўндаланг кесимнинг ихтиёрий нуктасидаги уринма кучланиши;

Q_y -текширилаётган қўндаланг кесимдаги кесувчи куч;

S_x^{ajc} -қўндаланг кесимдаги уринма кучланиш топиладиган қатламдан юқорида қолган юзани нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

b_y -уринма кучланиш топиладиган қатламдаги қўндаланг кесим эни;

J_x -қўндаланг кесимнинг инерция моменти.

(8.12) формулани, яъни эгилишда уринма кучланишлар мавжудлигини биринчи марта рус инженери Д.И.Журавский

топганлиги учун унинг номи билан **Журавский формуласи** деб юритилади.

Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунига мувофиқ, бу формуладан балканинг кўндаланг кесимидаги $m-n$ тўғри чизик устида ётувчи нуқталардаги уринма кучланишларни ҳам аниқласа бўлади (8.8 -шакл, в).

(8.12) формуладан кўринадики, ҳар бир кўндаланг кесим учун Q_y, J_x, b_y лар ўзгармас сон бўлганлигидан, кўндаланг кесим узунлиги бўйича уринма кучланиш фақат $S_x^{аж}$ нинг ўзгаришига боғлиқ бўлар экан.

Балканинг исталган кўндаланг кесими юзасидаги энг четки нуқталари учун ажратилган қисмининг статик моменти нолга тенг бўлганлиги сабабли бу нуқталардаги уринма кучланишлар ҳам нолга тенг бўлади.

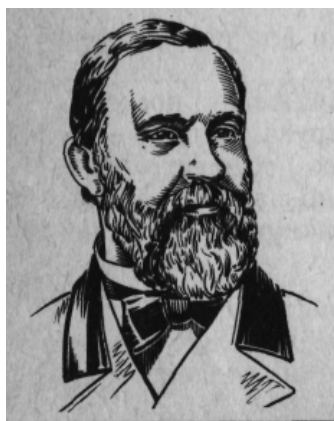
Энди айрим кўндаланг кесим юзалари учун уринма кучланишнинг тақсимланиш қонунини кўриб чиқамиз.

1. Тўғри тўртбурчак.__ Тўғри тўртбурчакли кўндаланг кесимнинг нейтрал ox ўқидан y масофада ётувчи ихтиёрий K нуқта орқали эни $b_y = b$ бўлган кесимни Ox ўқига параллел қилиб ўтказамиз.

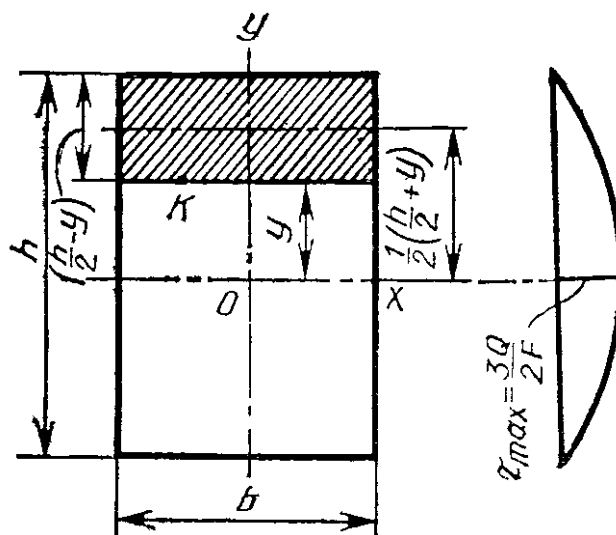
Ажратилган кесимнинг статик моментини аниқлаймиз (8.9 - шакл).

$$S_x^{аж} = F_{аж} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) \left(\frac{h}{2} - y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right),$$

бунда $F_{аж} = b \left(\frac{h}{2} - y \right)$.



Журавский Дмитрий Иванович (1821-1891), таниқли рус олими ва инженери. Эгилишда уринма кучланиш формуласини келтириб чиқарди. Ноёб метал конструкцияларни лойиҳалашда ва қуришда, хусусан Петропавловский соборининг метал найзасини лойиҳалади ва қуриб берди.



8.9 -шакл.

Тўғри тўртбурчак кесим учун $J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}$.. бўлганлигидан ва юқоридагиларни (8.12) формулага қўйиб қуйидагини оламиз:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^{аж}}{b_y J_x} = \frac{Q_y \cdot \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{\frac{b \cdot h^3}{12} b} = \frac{6 \cdot Q_y}{b \cdot h^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right). \quad (8.13)$$

(8.13) формулада ўзгарувчи миқдор y иккинчи даражаси бўлганлиги учун уринма кучланиш кесим баландлиги бўйича квадрат парабола қонуни бўйича ўзгаради. Уринма кучланиш эпюрасини қурамиз (8.9 -шакл):

$$\tau_{y=\frac{h}{2}} = 0 ; \tau_{y=0} = \frac{3 \cdot Q_y}{2 \cdot F} ; \tau_{y=-\frac{h}{2}} = 0$$

Кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқи устида ётувчи нуқталарда уринма кучланиш энг катта қийматга эришиб, унинг қиймати қуйидагича бўлади:

$$\tau_{max} = \frac{3 \cdot Q_{max}}{2 \cdot F} ; \dots \quad (8.14)$$

2. Қўштавр. Уринма кучланишларнинг қўштавр кесимларнинг баландлиги бўйича ўзгаришини ҳам (8.12) формулага асосланиб топамиз (8.10 -шакл). Бу кесимнинг эни қўштавр деворидан токчасига ўтишида кескин ўзгарганлиги сабабли асосий кўндаланг кучни девор қабул қилади, токчага оз қисми таъсир қилади.

Қўштавр деворида нейтрал ўқдан y масофада жойлашган бирор К нуқтанинг уринма кучланишини аниқлаймиз:

Бундай ҳолда (8.12) формуладаги $b_y = b$ қўштавр деворининг қалинлиги (δ)... га тенг, К нуктадан юқорида қолган кесимнинг юзаси шаклда штрихланган бўлиб, токчанинг юзасини F_1 ва деворининг юзасини F_2 билан белгилаб, нейтрал ўққа нисбатан уларнинг статик моментини қуйидагича топамиз:

$$S_x^{аж} = F_1 y_1 + F_2 y_2,$$

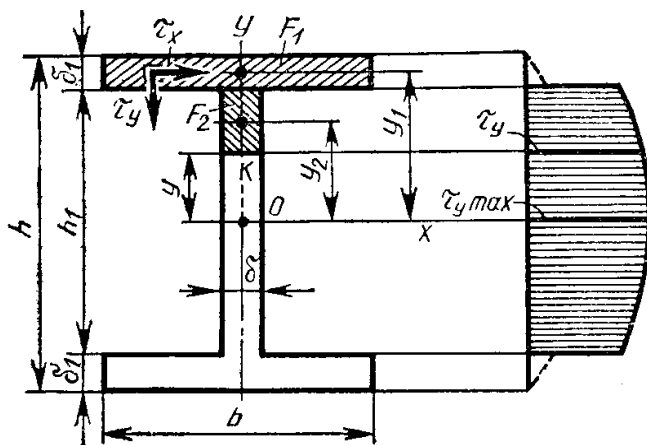
бунда: y_1 - кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқидан токча юзасининг y_2 -нейтрал ўқдан девордан ажратилган юзанинг оғирлик марказигача бўлган масофа.

Қўштаврнинг девори учун уринма кучланишлар эпюраси 8.10 - шаклда кўрсатилган.

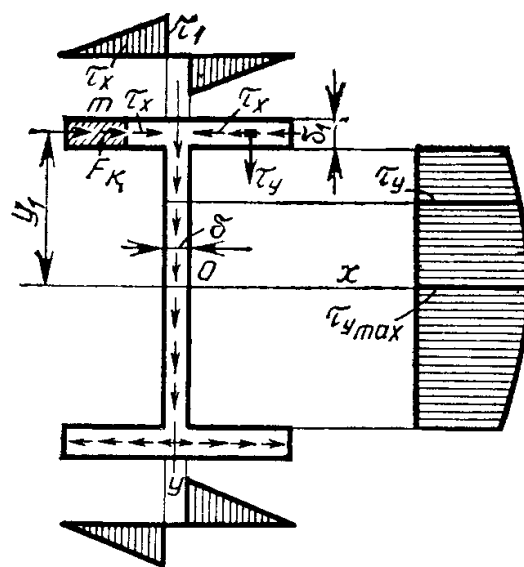
Қўштавр токчасининг ҳар бир нуктасида ... τ_y, τ_x уринма кучланишлар ҳосил бўлади. Кўндаланг кесимнинг эни кескин ўзгариши туфайли .. τ .. эпюрасида сакраш бўлади, шу сабабли . τ_y . ни (8.12) формуладан фойдаланиб аниқлаб бўлмайди, чунки бу ерда токча эни бўйича .. τ .. нинг текис тақсимланиши бузилади. Бу кесимлардаги . τ_y ... лар жуда кичик бўлганлигидан улар балканинг мустаҳкамлигига сезиларли даражада таъсир қилмаганлиги сабабли улар ҳисобланмайди.

τ_x уринма кучланишларни токча қалинлиги бўйлаб бир текис тақсимланган деб тахмин қилинса, уларни (8.12) формуладан фойдаланиб топишда ажратилган қисмининг статик momenti қуйидагича бўлади:

$$S_x^{аж} = F_{аж} y_1,$$



8.10 –шакл/



8.11-шакл.

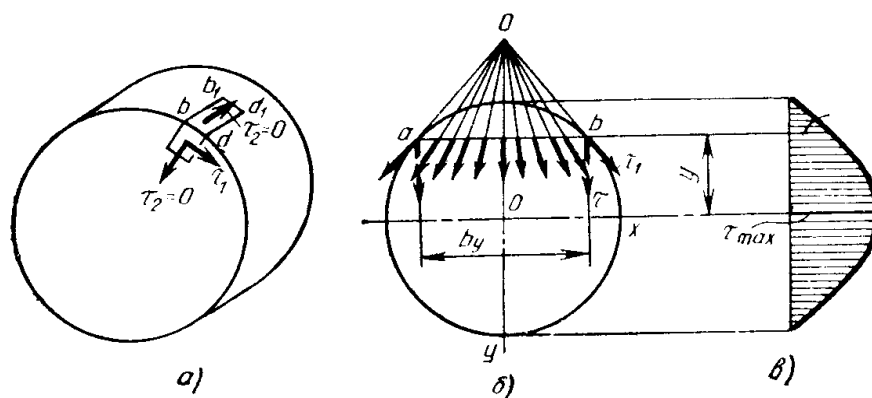
бу ерда, $F_{аж...}$ ва u_1 лар 8.11-шаклда кўрсатилган ва унда қўштавр кесимнинг ҳам деворидаги, ҳам токчаларидаги уринма кучланишларнинг йўналиши ва эпюралари кўрсатилган.

3. Доира. Доиравий кесим учун уринма кучланишларни топиш масаласи мураккабдир. Масалан, юқорида қабул қилинган гипотезалардан биринчиси доиравий кесимга нисбатан унча тўғри бўлмайди. Нейтрал ўқдан y масофада ётувчи қисмининг a ва b нуқталаридаги уринма кучланишлар Журавский формуласини келтириб чиқаришда тахмин қилинганидек, вертикал равишда йўналмаган (8.12-шакл, б). Аниқроғи, вал сиртида жойлашган элементар призми текширамиз (8.12-шакл, а)

Призманинг bb_1d_1d киррасига τ_2 уринма кучланишлар таъсир қилмайди, чунки бу қирра призманинг сиртига чиққандир. Уринма кучланишларнинг жуфтлик қонунига асосан кўндаланг кесим юзачада ҳам τ_2 уринма кучланишлар нолга тенгдир. Шу сабабдан бу юзачада ҳам фақат τ_1 уринма кучланиш таъсир қилади. Демак, a ва b нуқталарда уринма кучланишлар кесим контурига уринма бўлиб йўналар экан (8.12-шакл, б);

Доиравий кесимнинг av қисмидаги барча уринма кучланишларнинг йўналиши O нуқтада кесишади ва уларнинг проекциялари шу чизик бўйлаб текис тақсимланади деб тахмин қиламиз. Уринма кучланишларнинг вертикал проекцияларини топишда уларнинг умумий формуласидан фойдаланиш мумкин.

Умумий формулага доиравий кесим учун кирувчи қолган барча қийматларни тўғри тўртбурчакли кесимдаги каби ҳисоблаш мумкин



8.12-шакл/

8.12-шакл, в да уринма кучланишларнинг вертикал проекцияларининг эпюраси кўрсатилган.

Бошқа баъзи кўндаланг кесимлар учун ҳам доиравий кесим тўғрисида айтилганларнинг ҳаммаси тааллуқлидир. Масалан, уринма кучланишларнинг вертикал ўққа нисбатан проекцияларини учбурчак шаклидаги кесимда ҳам топиш керак бўлади.

8.4-§. БАЛКАНИНГ УРИНМА КУЧЛАНИШ БЎЙИЧА МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ.

Текшириалётган балканинг узунлиги билан кўндаланг кесим юзаси баландлиги одатдаги $\dots h / \ell \dots$ нисбатда бўлганда, энг катта нормал кучланиш $\dots \sigma_{\text{ia}\delta} \dots$ энг катта уринма кучланишдан $\dots \tau_{\text{max}} \dots$ бир неча марта катта бўлганлигидан, балканинг кўндаланг кесим ўлчамлари асосан, энг катта эгувчи моментнинг қиймати бўйича қуйидагича ҳисобланади.

$$W_x \geq \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]}$$

Керак бўлган ҳолларда, уринма кучланиш бўйича ҳам балканинг мустаҳкамлиги текширилади. Машина ва иншоот қисмларида ишлатиладиган балкалар учун энг катта уринма кучланишлар уларнинг нейтрал ўқи устида ётган нуқталарида ҳосил бўлади. Бундай кучланишларни ҳисоблаш учун кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқининг юқорисидаги юзасининг нейтрал ўққа нисбатан статик моментини $\dots (S_{\text{ia}\delta}) \dots$ ҳисоблаш керак.

Балканинг материали уринма кучланишга пухта қаршилик кўрсатиши учун, унинг кесимларида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланиш балка материали учун рухсат этилган уринма кучланишдан катта бўлмаслиги лозим:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}} \cdot S_{\text{max}}}{b_0 J_x} \leq [\tau],$$

бу ерда

b_0 - кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқ бўйича кенглиги;

$[\tau]$ - балка матреиали учун рухсат этилган уринма кучланиш.

Прокат буюмлардан ясалган балкалар кўндаланг кесимининг қалинлиги $\dots h / \ell \dots$ нисбатнинг одатдаги қийматлари учун етарли даражада бўлиб, ҳамма вақт. $\tau_{\text{ia}\delta} \dots$ тегишли рухсат этилган

кучланишдан кичик бўлганлиги учун бундай балкаларни уринма кучланиш бўйича текширмаса ҳам бўлади.

Машина ва иншоот қисмлари учун ишлатиладиган материаллар уринма кучланишга заиф қаршилиқ кўрсатади. Масалан, парчин мих билан ва пайвандлаш йўли билан уланган баланд балкаларнинг ҳисобини чиқаришда, уларнинг девори юпқа бўлгани учун ёғочдан ясалган балка синишдан олдин нейтрал қават текислиги бўйича ёрилади. Бундай балкаларни мустаҳкамлик шартини уринма кучланиш бўйича ҳам текшириш зарурдир.

8.5-§. БОШ КУЧЛАНИШЛАР. БАЛКАНИНГ БОШ КУЧЛАНИШ БЎЙИЧА МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ.

Биз юқорида, эгилишга ишлайдиган балкаларни кўндаланг кесим юзаларида $\sigma = \frac{M_x}{J_x} y$; $\tau = \frac{Q_y S_x^{ajc}}{b_y J_x}$ (а)..... формулалар

билан топиладиган нормал ва уринма кучланишлар ҳосил бўлишини кўриб чиққан эдик.

(а) формулалардаги M_x , Q_y текширилаётган элемент ажратилган кўндаланг кесимдаги эгувчи момент ва кесувчи кучдир. Ажратилган элементнинг фасад томонида ҳеч қандай кучланишлар таъсир қилмайди. Шунинг учун биз текшираётган элемент, шу билан бирга, текис эгилишдаги балка текис кучланиш ҳолатида бўлади (8.13-шакл). Текшираётган хусусий ҳол учун умумий назарияни тадбиқ қиламиз:.... $\sigma_x = \sigma$; $\sigma_y = 0$; $\tau_{yx} = \tau$

Балканинг мустаҳкамлик шартини тузиш учун ажратилган элементнинг бош кучланишлари билан бош юзаларини топиш керак. Текис кучланиш ҳолатида бўлган элементларнинг бош кучланишларини ва бош юзаларини топишнинг умумий формулалари (3.13) ва (3.14). ларга юқорида ҳосил бўлган қийматларини қўйсак, бош кучланишлар формуласи қуйидаги кўринишни олади.

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{1}{2} \left[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \right] \quad (8.16)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2 = \frac{1}{2} \left[\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \right]$$

Бош юзаларни топиш формуласи қуйидаги кўринишда бўлади:

$$t q 2 \alpha_0 = - \frac{2 \tau}{\sigma} \quad (8.17)$$

Бу формулалардан балканинг бош юзаларида ҳосил бўладиган бош кучланишларни қийматлари ва уларнинг йўналишлари аниқланади.

Битта кўндаланг кесим юзасининг турли баландлигида ётувчи 1, 2, 3 нуқталарининг кучланганлик ҳолатини текшираимиз; 1–нуқта сиқилувчи толада; 2–нуқта нейтрал қатламда ва 3–нуқта чўзилувчи толаларда ётади (8.14-шакл.).

$$\tau = 0;$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \left[-\sigma + \sqrt{(-\sigma)^2} \right] = 0;$$

1 нуқтада:

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left[-\sigma - \sqrt{(-\sigma)^2} \right] = -\sigma;$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{0}{\sigma} = 0; \alpha_0' = 0; \alpha_0'' = 90^\circ.$$

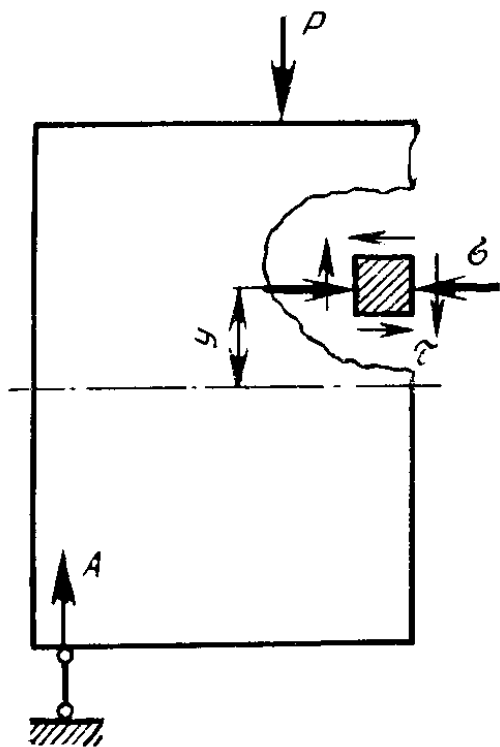
$$\tau = \tau_{\max}; \sigma = 0;$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \sqrt{0 + 4\tau_{\max}^2} = \tau_{\max};$$

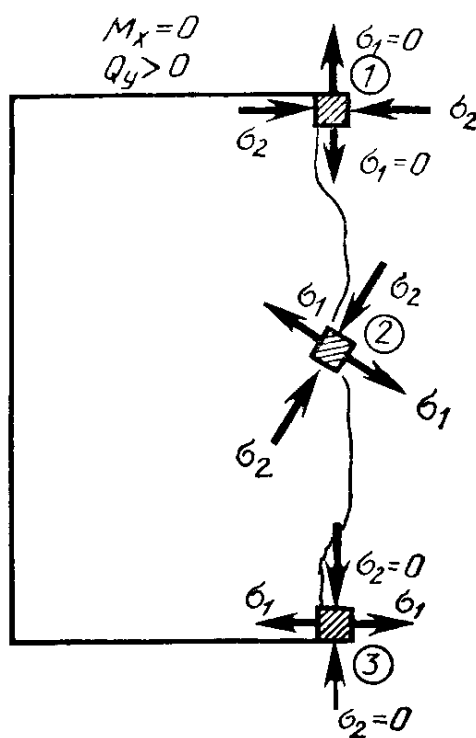
2 нуқтада:

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \left[-\sigma - \sqrt{(-\sigma)^2} \right] = -\tau_{\max};$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{\max}}{0} = \infty; \alpha_0' = 45^\circ; \alpha_0'' = 135^\circ.$$



8.13-шакл.



8.14-шакл.

3 нуктада: $\tau = 0$;

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] = \sigma;$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}[\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] = 0$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{0}{\sigma} = 0; \alpha_0' = 90^\circ; \alpha_0'' = 0.$$

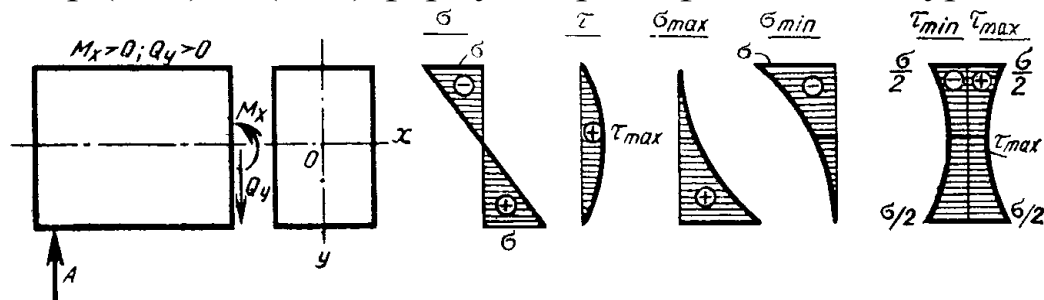
Энг катта уринма кучланишлар қуйидагига тенг:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (8.18)$$

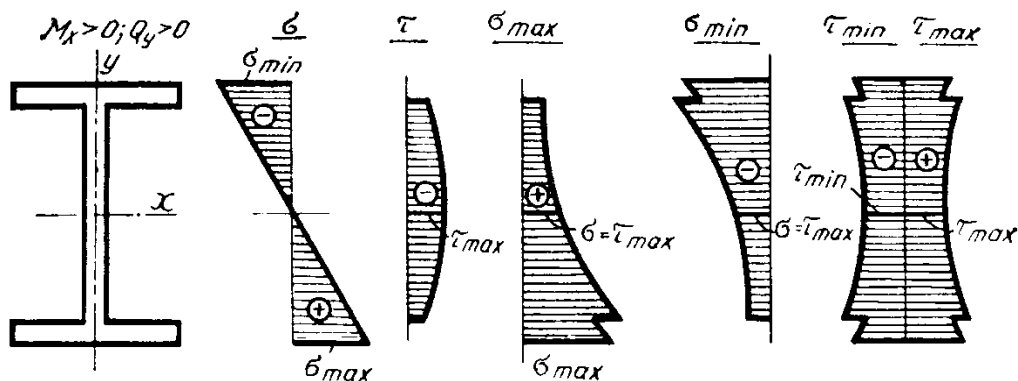
Бу формулалардан кўринадик, бош кучланишлар ҳамда энг катта ва энг кичик уринма кучланишларнинг қийматлари кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган нормал ва уринма кучланишларга боғлиқ бўлиб, уларнинг қийматлари..... σ ва τ ...биргаликда катта қийматларга эришган нуқталарда бўлади.

Балка кўндаланг кесим юзасини бир неча нуқталари учун бош кучланишларни ҳисоблаб, бош чўзувчи ва сиқувчи ҳамда бош юзалар билан 45° бурчак ҳосил қилувчи юзалардаги энг катта уринма кучланишлар эпюрасини қуриш мумкин.

Тўғри тўртбурчак ва қўштавр кесим юзали балкалар учун нормал, уринма ва бош кучланишлар эпюраларининг умумий кўриниши мос равишда 8.15 ва 8.16-шаклларда кўрсатилган. Бу эпюралар (8.16) ва (8.18) формулалардан фойдаланиб қурилган.



8.15-шакл



8.16-шакл.

Бош кучланишларни текис кучланиш ҳолати учун аниқлаганимиздан кейин, балканинг мустаҳкамлик шартини мустаҳкамлик назарияларидан фойдаланиб ёзамиз.

$$I - \text{назарияга кўра: } \sigma_1 \leq [\sigma]; \quad \frac{1}{2}[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma];$$

$$II - \text{назарияга кўра: } \sigma_1 - \mu\sigma_2 \leq [\sigma]; \quad ;$$

Бунга (8.16) формуладан σ_1 ва σ_2 ларнинг қийматини қўйсак:

$$\left[\frac{1}{2}\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} - \frac{1}{2}\mu(\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \right] \leq [\sigma],$$

$$\text{бундан } \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} + \frac{1-\mu}{2}\sigma \leq [\sigma].$$

$$III - \text{назарияга кўра: } (\sigma_1 - \sigma_2) \leq [\sigma]; \quad [\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma];$$

IV - энергетик назарияга кўра:

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \leq 2[\sigma]^2;$$

бундан .. $\sigma_3 = 0$ эканлигини эътиборга олиб, .. σ_1 .. ва .. σ_2 ... нинг қийматини (8.16) дан қўйиб соддалаштиришлардан кейин:

$$\sigma^2 + 3\tau^2 \leq [\sigma]^2 ;$$

8.6-§. ЭГИЛИШДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ.

Эластик деформациялар чегарасида жисмнинг ҳажм бирлигида нормал ва уринма кучланишлар таъсирида тўпланадиган потенциал энергияни қуйидагича аниқланишини олдинги мавзулардан биламиз:

$$U = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3 + \tau \cdot \gamma).$$

Бундаги σ_2 ва σ_3 нормал кучланишлар эгилишда нолга тенг бўлиб, қолган кучланишлар қуйидаги формулалардан топилади:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y; \quad \tau = \frac{Q_y S_x^{aj}}{b_y J_x} \quad (a)$$

Деформацияланадиган балканинг элементар ҳажми .. dV ... даги потенциал энергияни топамиз:

$$dU = \frac{1}{2} dV(\sigma\varepsilon + \tau \cdot \gamma).$$

Агар .. $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$... ва .. $\gamma = \frac{\tau}{G}$.. эканликларини ҳисобга олсак, юқоридаги формула қуйидаги кўринишни олади:

$$dU = \frac{1}{2} dV(\sigma^2 / E + \tau^2 / G).$$

(а) ифодадан .. σ .. ва .. τ .. ларнинг қийматларини бу ифодага қўйиб, балкани бутун ҳажми бўйича интеграллаймиз.

$$U = \frac{1}{2} \int_V \frac{M_x^2}{E J_x^2} y^2 dV + \frac{1}{2} \int_V \frac{Q_y^2 (S_x^{аж})^2}{G b_y^2 J_x^2} dV,$$

бунда .. $dV = dz dF$.. эканлигини ҳисобга олсак, иккита ўзгарувчи бўлиб, ҳажм бўйича интегрални қўш интеграл билан алмаштирамиз:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\ell} \int_F \frac{M_x^2}{E J_x^2} y^2 dz dF + \frac{1}{2} \int_{\ell} \int_F \frac{Q_y^2 (S_x^{аж})^2}{G b_y^2 J_x^2} dz dF = \frac{1}{2} \int_{\ell} \frac{M_x^2}{E J_x^2} dz \int_F y^2 dF +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{\ell} \frac{Q_y^2}{G F} dz \int_F \frac{F (S_x^{аж})^2}{b_y^2 J_x^2} dF. \quad (8.20)$$

Бу ерда $J_x = \int_F y^2 dF \dots \dots (в) \dots$

эканлигини эътиборга олиб қуйидаги белгилашни киритамиз:

$$k = F \int_F \left(\frac{S_x^{аж}}{b_y J_x} \right)^2 dF \dots \quad (8.20)$$

k .- коэффициент кўндаланг кесим юзасининг шаклига боғлиқ бўлиб, ўлчовсиз сондир. Кўндаланг кесим юзаси маълум бўлгандагина... k ..коэффициентини ҳисоблаб топиш мумкин, масалан, тўғри тўртбурчак шаклидаги кесим учун.. $k = 1,2$.. га тенг бўлади.

Энди (8.20) дан ... k ..нинг ва(в)..дан ... J_x нинг қийматларини (8.19) формулага қўйиб, потенциал энергияни топиш формуласи учун қуйидагини топамиз:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\ell} \frac{M_x^2}{E J_x} dz + \frac{k}{2} \int_{\ell} \frac{Q_y^2}{G F} dz, \quad (8.21)$$

(8.21) формуланинг биринчи ҳади эгилишдаги потенциал энергияни, иккинчиси эса силжишдаги потенциал энергияни ифодалайди. Бу формулада ... M_x ва... Q_y .. ларнинг даражаси квадрат бўлганлиги учун потенциал энергияни қиймати ҳамма вақт ҳам мусбат ишорали бўлади.

Яна шуни ҳам эътиборда тутиш керакки, (8.21) формуланинг биринчи ҳадидан иккинчиси анча кичик бўлганлиги сабабли, иккинчи ҳадини ҳисобга олмасдан эгилишдаги потенциал энергия ҳисобланади.

8.7-§. ЭГИЛИШ МАРКАЗИ ҲАҚИДА ТУШУНЧА.

Соф эгилиш ҳолатидаги балкалар текширилганда эгувчи момент бош эгилиш текисликларидан бирида ётса, эгилиш ҳам шу текисликда содир бўлиши айтиб ўтилган эди. Аммо амалда ҳамма балкаларда шундай эгилиш содир бўлавермайди. Масалан, бош текислигида ётган кесувчи куч таъсирида бирорта ҳам симметрия текислиги бўлмаган балкада албатта эгилиш билан бирга буралиш ҳам ҳосил бўлади.

Юпқа деворли профилли балкалар эгилганда уларда буралиш деформациясининг рўй бериши жуда ҳам хавфлидир. Балканинг куч ётган бош текислигини ўз-ўзига параллел равишда кўчириш йўли билан эгилган балкаларда ҳосил бўладиган буралиш деформацияси бартараф қилинади.

Эгилишда юпқа деворли балкалар кўндаланг кесим юзаларидаги уринма кучланишлар қуйидаги формуладан топилишини юқорида кўрган эдик:

$$\tau = \frac{Q_y S_x^{ajc}}{b_y J_x}$$

8.3 § да баён этилган усулдан фойдаланиб, 8.11 -шаклда кўрсатилган қўштавр кесимли юзадаги уринма кучланиш эпюрасига ўхшаш эпюрани швеллер кесимли юза учун ҳам чизиш мумкин.

Эркин учига кесимнинг оғирлик марказидан ўтувчи .Р.. куч қўйилган қистириб маҳкамланган швеллерни кўриб чиқамиз.

8.17-шакл, а да ихтиёрий кесимдаги .. τ ..эпюрасининг умумий кўриниши кўрсатилган.

Швеллернинг деворидаги . τ_y . уринма кучланиш таъсирида йиғиндиси . T_2 га тенг силжитувчи куч ҳосил бўлади. Швеллерларнинг токчаларидаги уринма кучланишларни эътиборга олмасдан қуйидаги тахминий тенгликни ёзамиз:

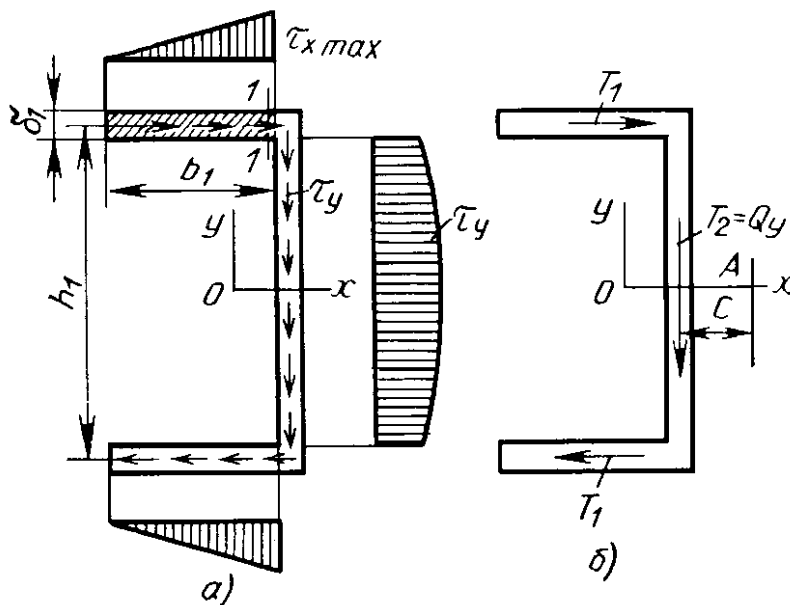
$$T_2 = Q_y.$$

Швеллернинг токчаларида горизонтал йўналган . τ_x ... уринма кучланишлар пайдо бўлади. Бу токчадаги энг катта уринма кучланиш қуйидагича бўлади:

$$\tau_x^{max} = \frac{Q_y S_1^{ajc}}{\delta_1 J_x},$$

бундан . S_1^{ajc} - ох ўқига нисбатан токча юзасининг статик моменти:

$$S_1^{ajc} = b_1 \delta_1 \frac{h_1}{2}.$$



8.17-шакл

Шундай қилиб, $\tau_x^{max} = \frac{Q_y b_1 \delta_1 h_1 / 2}{\delta_1 J_x} = \frac{Q_y b_1 h_1}{2 J_x}.$

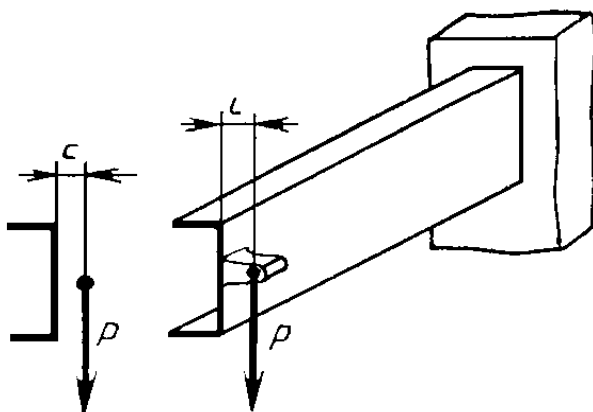
Уринма кучланишлар эпюраси юзасини токча қалинлигига кўпайтириб ундаги натижавий силжитувчи куч топилади:

$$T_1 = \frac{\tau_x^{max} b_1 \delta_1}{2} = \frac{Q_y b_1^2 h_1 \delta_1}{4 J_x}.$$

Швеллернинг юқориги токчасидагига ўхшаш силжитувчи куч пастки токчага ҳам таъсир қилади, фақат у тесқари томонга йўналган бўлади. T_1 га тенг иккита куч моменти қуйидагига тенг жуфт куч ҳосил қилади:

$$M_1 = T_1 h_1 = \frac{Q_y b_1^2 h_1^2 \delta_1}{4 J_x}. \quad (8.22)$$

Демак 8.17 -шакл, б да кўрсатилгандек τ_x ва τ_y уринма кучланишлар таъсирида учта ички уринма кучлар ҳосил бўлар экан. T_1 ва T_2 кучлар швеллер кесимини оғирлик маркази атрофида соат стрелкаси юриши бўйича буришга интилади ва натижада ички буровчи момент ҳосил бўлади. Бу кучлар таъсиридан швеллер билан кесим юзасининг оғирлик маркази бўйича йўналган куч таъсиридан эгилиш билан бирга буралади ҳам. Бу уринма кучларни бош вектор ва бош моментга келтирамиз. Бош моментнинг қиймати кучлар қўйиладиган нуқтанинг ҳолатига боғлиқ бўлади. Нуқтага нисбатан бош момент нолга тенг бўладиган шундай А нуқтани танлаймиз. Бундай нуқтага **эгилиш маркази** дейилади. Уринма кучланишлар моментини нолга тенглаштириб қуйидагини оламиз:



8.18 –шакл

$$\sum M_A = M_1 - Q_y c = 0 ; \quad c = \frac{M_1}{Q_y} .$$

Бу ифодада (8.22) формуладан M_1 нинг қийматини қўйиб, вертикал девор ўқидан эгилиш марказигача бўлган масофани топиш учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$c = \frac{b_1^2 h_1^2 \delta_1}{4J_x} .$$

Ташқи куч кесимнинг оғирлик марказига қўйилмасдан, эгилиш марказига қўйилса, тескари ишорали оғирлик марказига нисбатан ички уринма кучларнинг моментиға тенг момент ҳосил бўлади. Швеллерға шундай кучлар қўйилса, у буралмасдан фақат эгилгани учун бу А нуқтаға эгилиш маркази дейилади (8.18 –шакл).

МИСОЛЛАР.

8.1- мисол.

8.19-шакл, а да кўрсатилган консолнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланиш топилиб, икки хил шаклдаги кўндаланг кесимларнинг тежамлилиги солиштирилсин.

Ечиш: Шаклдан кўринадики, энг катта ($M_{\max}$) эгувчи момент консолнинг маҳкамланган кесимида ҳосил бўлади:

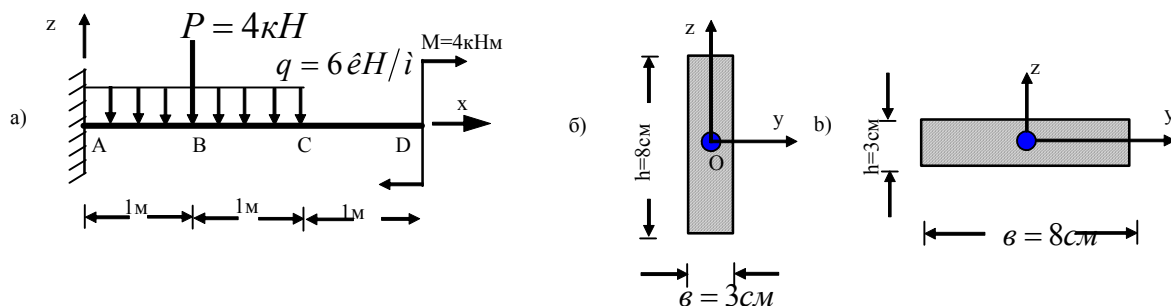
$$M_{\max} = M + q \cdot 2 \cdot 1 + P \cdot 1 = 4 + 6 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 4 + 6 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 20 \text{ кНм}.$$

Кўндаланг кесимларнинг қаршилиқ моментларини аниқлаймиз:

$$W_y^o = \frac{\varphi h^2}{6} = \frac{3 \cdot 8^2}{6} = 32 \text{ см}^3; \quad W_y^e = \frac{\varphi h^2}{6} = \frac{8 \cdot 3^2}{6} = 12 \text{ см}^3 .$$

Кучланишларни аниқлаймиз:

$$\sigma_o = \frac{M_{\max}}{W_y^o} = \frac{20 \cdot 10^2}{32} = 62,6 \text{ см}^3; \quad \sigma_e = \frac{M_{\max}}{W_y^e} = \frac{20 \cdot 10^2}{12} = 166,66 \text{ см}^3 .$$



8.19 - шакл

Кесимнинг тежамлилигини баҳолаймиз:

$$\frac{W_{\bar{e}}}{\sqrt{F^3}} = \frac{62,6}{\sqrt{24^3}} = \frac{62,6}{117,57} = 0,53; \quad \frac{W_{\bar{e}}}{\sqrt{F^3}} = \frac{166,66}{\sqrt{24^3}} = \frac{166,66}{117,57} = 1,42.$$

Эгилишда кесим юзасининг асосий қисми нейтрал чизикдан энг кўп узоқлашган шаклидаги кесим фойдали экан яъни тежамли бўлар экан.

8.2- мисол.

8.20-шакл, а да кўрсатилгандек юкланган ёғоч балканинг кўндаланг кесими $d=31,0$ см ли доирадан иборат, унинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Ечиш: 1. Таянч реакцияларини ҳисоблаймиз:

$$\Sigma X = H_A = 0; \quad H_A = 0.$$

$$\Sigma M_A = -R_c \cdot 8 - M + q \cdot 4(2+2) + P \cdot 2 = 0; \quad R_c = \frac{16q + 2P - M}{8} = \frac{16 \cdot 4 + 2 - 6}{8} = 8 \text{ кН}$$

$$\Sigma M_D = R_A \cdot 8 - P \cdot 6 - q \cdot 4(2+2) - M = 0; \quad R_A = \frac{6P + 16q + M}{8} = \frac{6 \cdot 3 + 16 \cdot 4 + 6}{8} = 11 \text{ кН}$$

Текшириш:

$$\Sigma Z = R_A - P - q \cdot 4 + R_D = 11 - 13 - 4 \cdot 4 + 8 = 19 - 19 = 0.$$

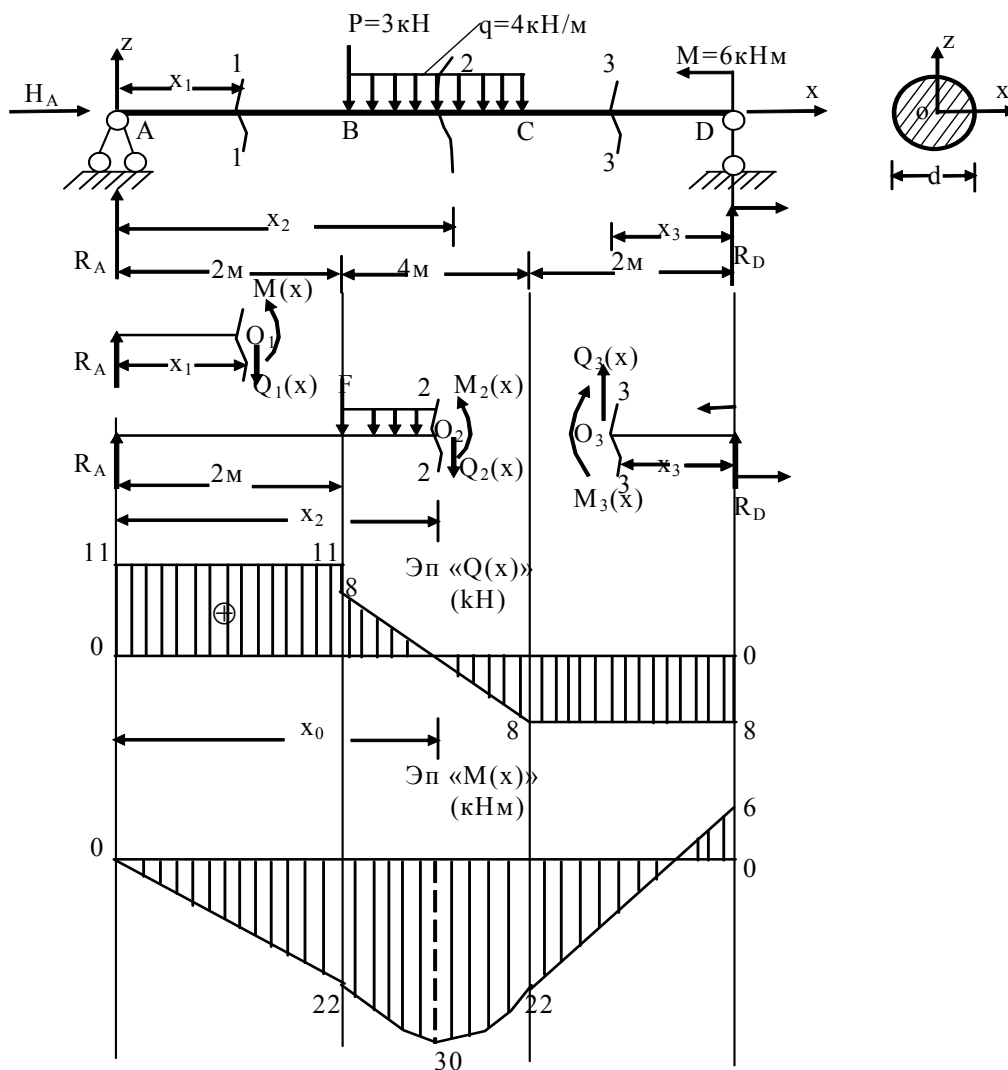
Демак, таянч реакцияларининг қийматлари тўғри топилибди ва уларнинг мусбат ишорали чиқиши йўналишлари ҳам тўғри қўйилганлигини кўрсатади.

2. Кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини кураимиз:

АВ участкада ($0 \leq x_1 \leq 2$) А таянчдан x_1 масофада кесим олиб, чап томонини қолдириб мувозанатини текшираимиз:

$$\Sigma Z_1 = 0; \quad Q_1(x) = R_A = 11 \text{ кН} = \text{const};$$

$$\Sigma M_0 = 0; \quad M_1(x) = R_A \cdot x_1; \quad M_1(0) = 0; \quad M_1(2) = 22 \text{ кНм}.$$



8.20-шакл

ВС участкада ($2 \leq x_2 \leq 6$) А таянчдан x_2 масофада кесиб олиб, чап томонини қолдириб мувозанатини текшираимиз:

$$\sum Z_2 = 0; \quad Q_2(x) = R_A - P - q(x_2 - 2); \quad Q_2(2) = 8 \text{ кН}; \quad Q_2(6) = -8 \text{ кН};$$

$$\sum M_{O_2} = 0; \quad M_2(x) = R_A \cdot x_2 - P(x_2 - 2) - q \frac{(x_2 - 2)^2}{2};$$

$$M_2(2) = 22 \text{ кНм}; \quad M_2(6) = 22 \text{ кНм}.$$

Бу участкада кесувчи куч эпюраси абсцисса ўқини кесиб ўтиб, ўз ишорасини (+) дан (-) га ўзгартираяпти, демак, шу нуқтада эгувчи момент ўзининг энг катта қийматига эга бўлади. Бу қийматни топиш учун, шу участканинг эгувчи момент тенгламасидан x_2 абсцисса бўйича бир марта ҳосила олсак у шу кесимдаги кесувчи кучга тенг бўлади, кесувчи куч бу нуқтада нолга тенг бўлганлиги учун ҳосил бўлган ифодани нолга тенглаштирамиз.

$$\frac{dM_2(x)}{dx_2} = Q_2(x) = R_A - P - q(x_2 - 2) = 0; \quad x_2 = x_0 = \frac{R_A - P + 2q}{q} = \frac{11 - 3 + 2 \cdot 4}{4} = 4,0 \text{ м.}$$

$$M_{\max} = R_A \cdot x_0 - P(x_0 - 2) - q \frac{(x_0 - 2)^2}{2} = 11 \cdot 4 - 3(4 - 2) - 4 \frac{(4 - 2)^2}{2} = 30 \text{ кНм.}$$

ДС участкада ($0 \leq x_3 \leq 2$) D таянчдан x_3 масофада кесим олиб, ўнг томонини қолдириб мувозанатини текшираимиз:

$$\sum Z_3 = 0; \quad Q_3(x) = -R_D = -8 \text{ кН} = \text{const};$$

$$\sum M_{0_3} = 0; \quad M_3(x) = R_D \cdot x_3 + M;$$

$$M_3(0) = 6 \text{ кНм}; \quad M_3(2) = 22 \text{ кНм.}$$

Топилган $Q(x)$ ва $M(x)$ қийматларидан фойдаланиб кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини курамиз.

Эгувчи момент эпюрасидан $M_{\max} = 30$ кНм ни олиб рухсат этилган кучланишни $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$ деб олиб балканинг мустаҳкамлигини текшираимиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_y} = \frac{30 \cdot 10^2}{\frac{\pi(31)^2}{32}} = \frac{3000 \cdot 32}{3,14(31)^3} = 102,6 \text{ кг/см}^2.$$

Демак, балка мустаҳкам экан.

8.3-мисол

Кўндаланг кесими $10 \times 5 \text{ см}^2$ бўлган пўлат консолнинг эркин учига қанча юк қўйилиши мумкинлигини топинг. Консолнинг узунлиги 2,0 м. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ деб олинсин.

Ечиш: Энг катта эгувчи момент консолнинг қистириб маҳкамланган кесимида бўлади:

$$M_{\max} = P \ell$$

Иккинчи томондан балканинг мустаҳкамлик шартидан:

$$M_{\max} \leq [\sigma] \cdot W_y \quad \text{бўлади.}$$

Бу икки ифодадан $P \cdot \ell \leq [\sigma] \cdot W_y$ ҳосил бўлади,

бундан

$$P = \frac{W_y \cdot [\sigma]}{\ell} = \frac{10 \cdot 5^2 \cdot 1600}{6 \cdot 200} = 333,33 \text{ кг} \approx 333 \text{ кг.}$$

Демак, консоль $P = 333$ кг юкни кўтара олар экан.

8.4-мисол

Икки таянчда ётувчи доиравий кесимли ёғоч балканинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта эгувчи момент $M_{\max}=8$ кнм га тенг бўлса, шу балка кўндаланг кесимининг диаметри аниқлансин.

Ечиш: Балка кўндаланг кесимининг қаршилиқ моментини топамиз:

$$W_y = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{8 \cdot 10^4}{100} = 800 \text{ см}^3.$$

Иккинчи томондан доиравий кесим учун қаршилиқ моменти формуласи

$$W_y = \frac{\pi d^3}{32} \text{ бўлади.}$$

Бу ифодаларнинг ўнг томонларини тенглаштириб балка кўндаланг кесимининг диаметрини топамиз:

$$\frac{\pi d^3}{32} = 800; \quad d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 800}{3,14}} = 20 \text{ см.}$$

8.5-мисол.

Кўндаланг кесими швеллердан иборат бўлган, икки таянчда ётувчи пўлат балка учун швеллернинг номери аниқлансин (8.21-шакл, а)

Ечиш: 1. Таянч реакцияларини аниқлаймиз:

$$\sum M_B = M + P \cdot 1 + q \cdot 4 \cdot (1 + 2) - R_D \cdot 5 = 0,$$

$$R_D = \frac{M + P \cdot 1 + q \cdot 4 \cdot 3}{5} = \frac{4 + 4 \cdot 1 + 6 \cdot 4 \cdot 3}{5} = 16 \text{ кн.}$$

$$\sum M_D = M + R_B \cdot 5 - P \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 = 0,$$

$$R_B = \frac{4 \cdot P + 8q - M}{5} = \frac{4 \cdot 4 + 6 \cdot 4 \cdot 2 - 4}{5} = 12 \text{ кн.}$$

Текшириш;

$$\sum Z = R_B - P - q \cdot 4 + R_D = 12 - 4 - 6 \cdot 4 + 16 = 28 - 28 = 0.$$

Демак таянч реакциялари тўғри топилибди

2. Кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини қурамиз:

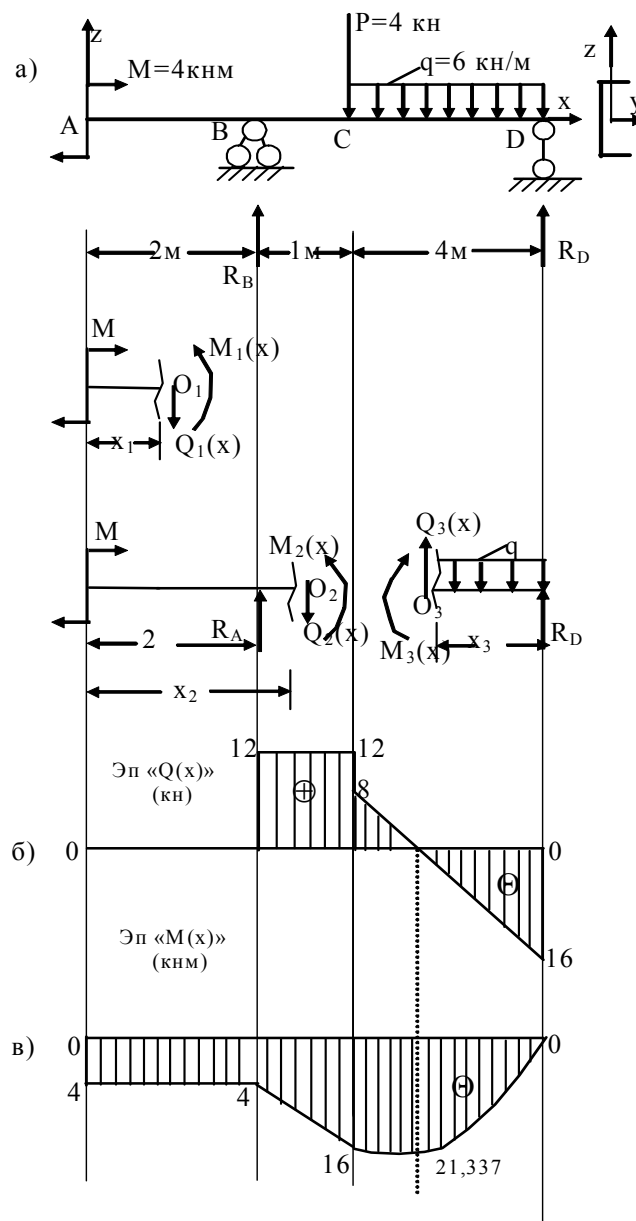
Балка учта участкага ажралади АВ участкада ($0 \leq x_2 \leq 2$)

$$\sum Z_1 = 0; Q_1(x) = 0; \sum M_{0_1} = 0; M_1(x) = M = 4 \text{ кНм} = \text{const}$$

BC участкада ($2 \leq x_2 \leq 3$)

$$\sum Z_2 = 0; Q_2(x) = R_B = 12 \text{ кН} = \text{const}$$

$$\sum M_{0_2} = 0; M_2(x) = R_B(x_2 - 2) + M; M_2(2) = 4 \text{ кНм}; M_2(3) = 16 \text{ кНм.}$$



8.21-шакл

ДС участкада ($0 \leq x_3 \leq 4$)

$$\sum Z_3 = 0; \quad Q_3(x) = -R_D + q \cdot x_3; \quad Q_3(0) = -16 \text{ ёи}; \quad Q_3(4) = 8 \text{ ёи}$$

$$\sum M_{0_3} = 0; \quad M_3(x) = R_D \cdot x_3 - q \frac{x_3^2}{2}; \quad M_3(0) = 0; \quad M_3(4) = 16 \text{ ёи}.$$

Бу участкада $Q(x)$ абсцисса ўқини кесиб ўтиб ўз ишорасини (+) дан (-) га ўзгартираяпти, демак $M(x)$ бу нуқтада энг катта қийматга эришади, буни топиш учун $Q_3(x)$ ни нолга тенглаштириб, унинг қайси масофада кесиб ўтиш абсциссаси x_0 ни топамиз:

$$\frac{dM_3(x)}{dx_2} = Q_3(x) = -R_D + qx_3 = 0; \quad x_3 = x_0 = \frac{R_D}{q} = \frac{16}{6} = 2,667 \text{ м.}$$

$$M_{\max} = R_D \cdot x_0 - q \frac{x_0^2}{2} = 16 \cdot 2,667 - 6 \frac{(2,667)^2}{2} = 21,337 \text{ кНм.}$$

Топилган $Q(x)$ ва $M(x)$ қийматларидан фойдаланиб қурилган эпюралари 8.21-шакл, б, в ларда кўрсатилган.

Энди (6.6) формуладан фойдаланиб кесим танлаймиз:

$$W_y \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{21,337 \cdot 10^4}{1600} = 133,3 \text{ см}^3.$$

Сортамент жадвали (ГОСТ 8-40-56) дан №20 швеллер тўғри келади (қаршилик моменти $W_y^1 = 152 \text{ см}^3$).

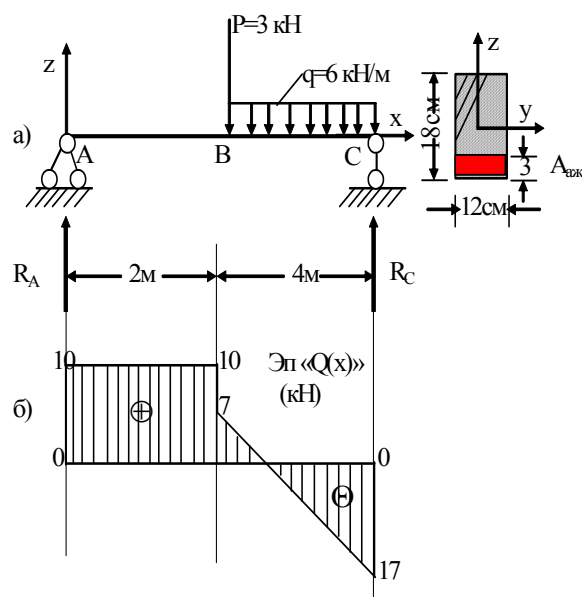
8.6-мисол

8.22-шакл, а да кўрсатилгандек юкланган, кўндаланг кесими тўғри тўртбурчакдан иборат бўлган ёғоч балканинг ўнг таянчидан 1м масофада турган кесимнинг пастки учидан 3 см юқорида турган нуқтанинг уринма кучланиши аниқлансин. Кесувчи куч эпюраси 8.22-шакл, б да кўрсатилган.

Ечиш: Шаклдан кўринадикки балканинг А таянчидан 1,0 м масофадаги кесимда кесувчи $Q(1,0)=10$ кН куч таъсир қилади. Кўндаланг кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моментини топамиз:

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 18^3}{12} = 5832 \text{ см}^4.$$

Кўндаланг кесимнинг пастки учидан 3 см узоқликда турган нуқтадан ўтган текисликгача бўлган юзадан нейтрал ўққа нисбатан статик моментини топамиз: $S_y^{аж} = 12 \cdot 3 \cdot 7,5 = 270 \text{ см}^3$.



8.22-шакл

(6.9) формуладан фойдаланиб шу нуқтанинг уринма кучланишини топамиз:

$$\tau = \frac{Q(x) \cdot S_y^{axe}}{b \cdot J_y} = \frac{1000 \cdot 270}{12 \cdot 5832} = 3,8 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

8.7-мисол

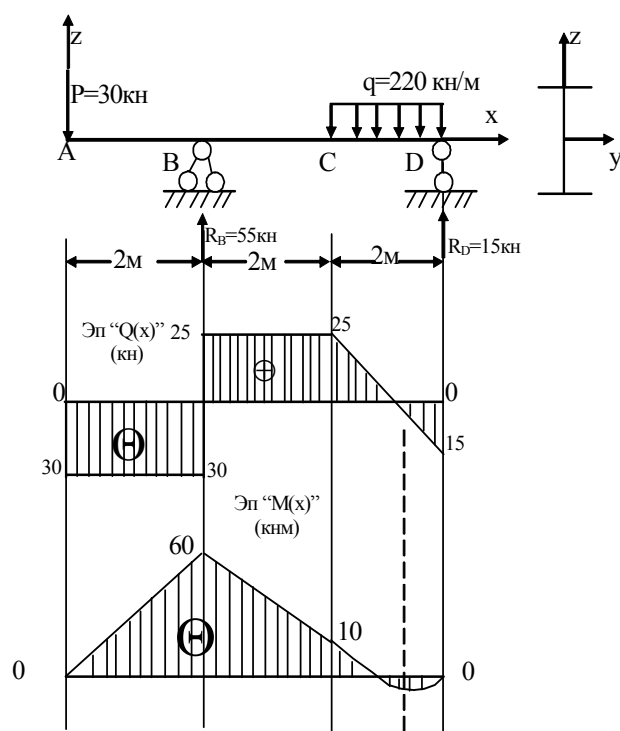
8.23-шакл, а да кўрсатилган қўштавр кесимли пўлат балка учун кесим юзаси танлансин, нормал ва уринма кучланишлар топилсин ҳамда хавфли кесимдаги кучланишлар эпюраси қурилсин.

Ечиш: Қурилган $Q(x)$ ва $M(x)$ эпюраларидан (8.23-шакл, б, в)

$Q_{\max}=30 \text{ кН}$, $M_{\max}=60 \text{ кНм}$ ларни оламиз.

Кесимнинг керакли қаршилик моментини топамиз:

$$W_y = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^4}{1600} = 375 \text{ см}^3.$$



8.23-шакл

Сортимент жадвалидан № 27 номерли қўштаврни танлаймиз. Бу қўштаврга қуйидаги қийматларни оламиз:

$$W_y = 371 \text{ см}^3, J_y = 5010 \text{ см}^4, b = 12,5 \text{ см}, h = 27 \text{ см},$$

$$t = 0,98 \text{ см}, d = 0,6 \text{ см}, S_{lx} = 210 \text{ см}^3$$

Кесимда ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланиш бўйича унинг мустаҳкамлигини текшираимиз:

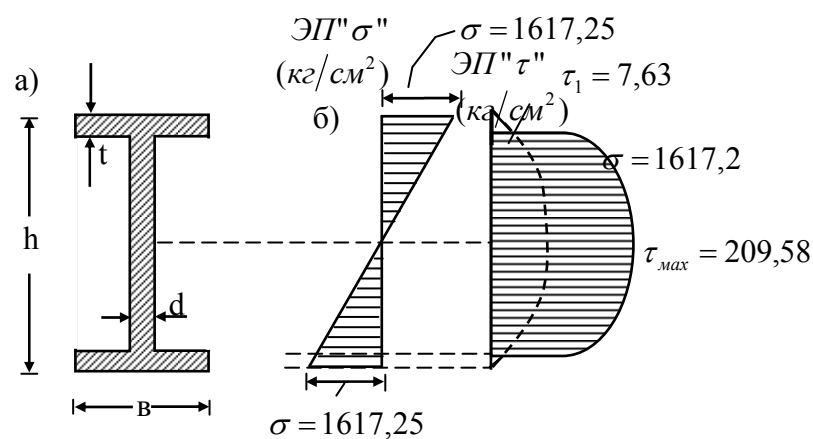
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_y} = \frac{60 \cdot 10^4}{371} = 1617,25 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Демак, балканинг нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлиги таъминланган. Кесим учун нормал кучланиш эпюраси 8.23-шакл, б да кўрсатилган.

Балканинг мустаҳкамлигини унинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта уринма кучланиш бўйича текшираимиз:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_{lx}}{d J_y} = \frac{30 \cdot 10^2 \cdot 210}{0,6 \cdot 5010} = 209,58 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Бу ҳолда ҳам балканинг мустаҳкамлиги таъминланган. Қўштаврнинг юқори токчаси билан девори бирлашган кесимдаги кучланишни топиш учун юқори токчадан нейтрал ўққа нисбатан статик моментини ҳисоблаймиз:



8.23 -шакл

$$S_2 = b \cdot t \cdot \left(\frac{h-t}{2} \right) = 12,5 \cdot 0,98 \cdot \frac{(27-0,98)}{2} = 159,37 \text{ см}^3$$

Балка кўндаланг кесимининг уринма кучланиш эпюрасини қуриш учун бир нечта нуқтадаги кучланиш қийматларини топамиз:

$$\tau_1 = \frac{Q_{\max} \cdot S_2}{b \cdot J_y} = \frac{30 \cdot 10^2 \cdot 159,37}{12,5 \cdot 5010} = 7,63 \text{ кг/см}^2$$

$$\tau_2 = \frac{Q_{\max} \cdot S_2}{d \cdot J_y} = \frac{30 \cdot 10^2 \cdot 159,37}{0,6 \cdot 5010} = 159,05 \text{ кг/см}^2$$

8.8-мисол.

8.24.шакл, а да кўрсатилган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч балка учун $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$; $[\tau] = 12 \text{ кг/см}^2$; $h/b = 2,0$ бўлганда кўндаланг кесим ўлчамлари танлансин ва уринма кучланиш бўйича балканинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Ечиш: 8.24-шакл, б, в дан $Q_{\max} = 9 \text{ кН}$, $M_{\max} = 10 \text{ кНм}$ ни олиб кесимнинг қаршилик моментини топамиз:

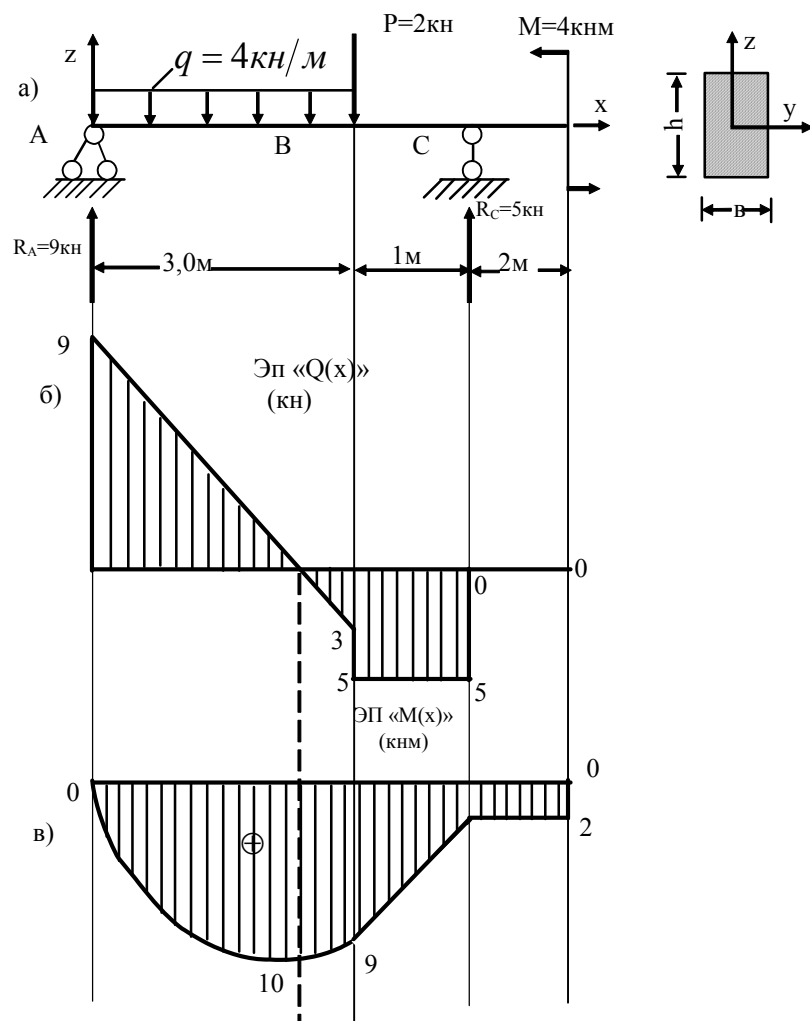
$$W_y = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{10 \cdot 10^4}{100} = 1000 \text{ см}^3.$$

Иккинчи томондан кесимнинг қаршилик momenti:

$$W_y = \frac{b h^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3 \quad \text{бўлади.}$$

Бу ифодаларнинг ўнг томонларини тенглаштириб, b нинг қийматини ҳисоблаймиз:

$$\frac{2}{3} b^3 = 1000; \quad b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1000}{2}} = 11,45 \text{ см}, \quad \text{демак} \quad h = 2b = 2 \cdot 11,45 = 22,9 \text{ см.}$$



8.24-шакл

Энг катта уринма кучланишни ҳисоблаш учун кесимнинг нейтрал ўқиға нисбатан статик ва инерция моментларни ҳисоблаймиз:

$$S_{\max} = S_y^{\text{аж}} = b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{8} = \frac{11,45 \cdot (22,9)^2}{8} = 750,56 \text{ см}^3,$$

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{11,45 \cdot (22,9)^3}{12} = 11458,56 \text{ см}^4,$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_{\max}}{b \cdot J_y} = \frac{9 \cdot 10^2 \cdot 750,56}{11,45 \cdot 11458,58} = 5,56 \text{ кг/см}^2 < [\tau].$$

Демак, балканинг мустаҳкамлиги таъминланар экан. Кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқи устида ётган нуқтадаги уринма кучланиш энг катта қийматга эришади.

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{\max}}{b} = \frac{3 \cdot 9 \cdot 10^2}{2 \cdot 11,45 \cdot 22,9} = 5,15 \text{ кг/см}^2.$$

8.9-мисол

Агар кесимдаги кесувчи куч $Q=160$ кН ва z ўқи бўйлаб йўналган бўлса, шаклда тасвирланган қўштавр девори ва токчаларида ҳосил бўладиган уринма кучланишларнинг эпюраси қурилсин (8.25-шакл).

Ечиш: Журавский формуласига асосан уринма кучланишни топамиз.

$$\text{Девор бўйлаб таъсир этадиган: } \tau_z = \frac{Q \cdot S_y^t}{J_y \cdot b_{(z)}}; \quad (b_{(z)} = d),$$

$$\text{Токчалар бўйлаб таъсир этадиган: } \tau_z = \frac{Q \cdot S_y^1}{J_y \cdot t},$$

$$J_y = \frac{d(h-2t)^3}{12} + 2 \left[\frac{bt^3}{12} + bt \left(\frac{h-t}{2} \right)^2 \right] = \frac{1,2(36)^3}{12} + 2 \left(\frac{36 \cdot 2^3}{12} + 36 \cdot 2 \cdot 19^2 \right) = 56698 \text{ см}^4.$$

Девор билан токчалар туташган жойига тегишли 1 ва 3 нуқталар учун

$$S_{1,3} = bt \frac{h-t}{2} = 36 \cdot 2 \cdot 19 = 1368 \text{ см}^3.$$

Нейтрал ўқ устида ётган 2 нуқта учун

$$S_z = S_{\max} = S_1 + \frac{(h-2t)}{2} \cdot \frac{(h-2t)}{4} \cdot d = 1368 + 18 \cdot 9 \cdot 1,2 = 1562 \text{ см}^3.$$

Токчадаги у масофадаги нуқта учун

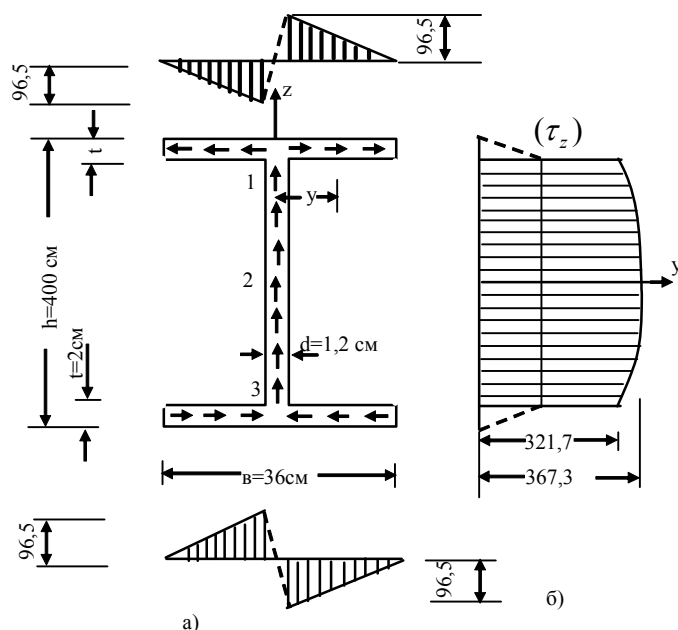
$$S_y^t = \left(\frac{b}{2} - y \right) \cdot t \frac{h-t}{2} = \left(\frac{36}{2} - y \right) \cdot 2 \cdot \frac{36}{2} = (18 - y) \cdot 38; \quad S_{y=\frac{d}{2}}^1 = 684 \text{ см}^3; \quad S_{y=\frac{e}{2}}^1 = 0.$$

Деворда статик момент парабола бўйича, токчада тўғри чизик бўйича ўзгаради. Девордаги уринма кучланиш

$$\tau_{1,3} = \frac{Q \cdot S_1}{J_y d} = \frac{16000 \cdot 1368}{56698 \cdot 1,2} = 321,7 \text{ кг} / \text{см}^2; \quad \tau_2 = \frac{Q \cdot S_2}{J_y d} = \frac{16000 \cdot 1562}{56698 \cdot 1,2} = 367,3 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Токчалар бўйлаб таъсир этадиган уринма кучланишлар тўғри чизик қонуни бўйича ўзгаради. 1 ва 3 нуқталар яқинидаги энг катта қийматлари қуйидагича топилади:

$$\tau_y^{\max} = \frac{Q \cdot S_y^t}{J_y t} = \frac{16000 \cdot 684}{56698 \cdot 2} = 96,5 \text{ кг} / \text{см}^2.$$



8.25- шакл

8.10-мисол.

Юк кўтара олиши $Q = 600 \text{ ёи}$; $m = 22,5 \text{ т}$ бўлган тўрт ўқли темир йўл вагони. Агар юк 8-та шейкага берилса, энг катта кучланиш топилсин (8.26-шакл). Шейка диаметри $d = 14,5 \text{ см}$, $2\ell_1 = 25,4 \text{ см}$ ва $\ell = 152,4 \text{ см}$.

Ечиш: вагоннинг оғирлик кучи:

$$G = mg = 22,5 \cdot 10^3 \cdot 9,81 = 220 \cdot 10^3 \text{ Н} = 220 \text{ кН}$$

Шейка ўқига тушадиган кучни аниқлаймиз:

$$R_0 = \frac{Q + G}{8} = \frac{600 + 220}{8} = 102,5 \text{ кН}$$

Энг катта эгувчи моментни ҳисоблаймиз:

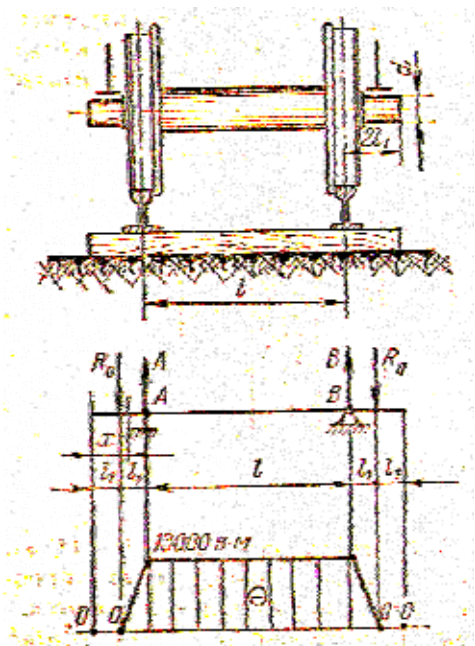
$$M_{\max} = R_0 \cdot \ell_1 = 102,5 \cdot 12,7 \cdot 2 = 13,02 \text{ кНм}$$

Шейка кесимнинг қаршилик моментини ҳисоблаймиз:

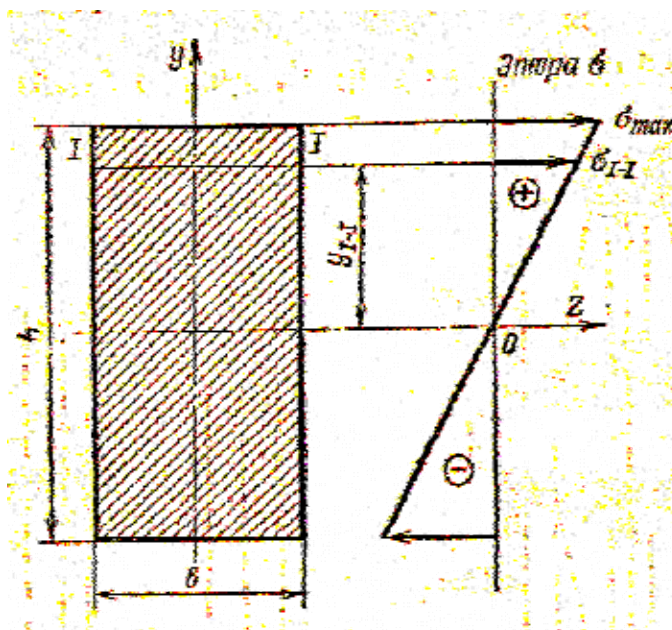
$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14(14,5)^3}{32} = 299,11 \text{ см}^3$$

Энг катта кучланиш қуйидагича бўлади.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{13,02 \cdot 10^4}{299,1} = 435 \text{ кг/см}^2$$



8.26-шакл.



8.27-шакл.

8.11-мисол.

8.27-шаклда кўрсатилган тўғри тўртбурчакли кесимли брусга $\dot{I} = 60 \text{ кг} \cdot \text{м}$ га тенг эгувчи момент таъсир этади ($b = 5 \text{ см}$, $h = 10 \text{ см}$).

Нормал кучланиш эпюраси курилсин ва 1-1 кесимдаги кучланиш топилсин ($y_{1-1} = 4 \text{ см}$)

Ечиш: Эгилишда кучланиш формуласи:

$$\sigma = \frac{M_{\max} \cdot y}{J_z},$$

бунда $y = 0$ бўлганда $\sigma = 0$ бўлади,

$$y = y_{\max} = \frac{h}{2} = 5 \text{ см} \text{ бўлганда } \sigma_{\max} = \frac{60 \cdot 10^2 \cdot 5}{5 \cdot (10)^3} = 72 \text{ кг/см}^2 \text{ бўлади.}$$

$$\sigma_{1-1} = \frac{M_{\max}}{J_z} y_{1-1} = \frac{60 \cdot 10^2 \cdot 4}{\frac{5 \cdot (10)^3}{12}} = 57,6 \text{ кг/см}^2.$$

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

8.1. Агар $M_x=12$ кнм бўлса, шаклда кўрсатилган кесимларнинг А нуқтасидаги нормал кучланишлар ҳисоблансин.

Жавоби:

Схема:	а	б	в	г	д	е
σ_A (кг/см ²)	470	895	1020	833	1390	1370

8.2. Шаклда кўрсатилган 1-1 кўндаланг кесимнинг А нуқтасидаги нормал кучланишлар ҳисоблансин.

Жавоби: схема	а	б	в	г
σ_A (кг/см ²)	194,0	836	125	467

8.3. Шаклда кўрсатилган пўлат балкага катталаштириш коэффициенти $k=1000$ АВ тензометр ўрнатилган. Тензометрнинг кўрсатилган 4мм. Р куч нинг қийматини аниқланг

Жавоби: 13,8 кн.

8.4. Пўлат ст.3 балкага ўрнатилган АВ тензометрнинг катталаштириш коэффициенти $k=500$ ва базаси 20 мм. Тензометрнинг кўрсатгичини аниқланг.

Жавоби: 284 мм.

8.5. Шаклда кўрсатилган кўндаланг кесимлар ўлчамларининг қандай нисбатида балка уз текисликда тенг мустаҳкам бўлади.

Жавоби: $a = 0,838d$, $d_1 = 1,43d$, $b = 0,528d$, $\delta = 0,1035d$.

8.6. Шаклда кўрсатилган балканинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби : а) 5% га кўп юклангин, б) 2,5% кам юкланган,
в) 5,4% га кўп юкланган, г) 11,2 га кўп юкланган

8.7. Агар $[\sigma_c]=4(\sigma_r)$ бўлса, шаклда кўрсатилган чўян балкалар учун $[P_1]$ ва $[P_2]$ рухсат этилган юklar таққослаб кўрилсин.

Жавоби: $[P_1]:[P_2]=1,25$

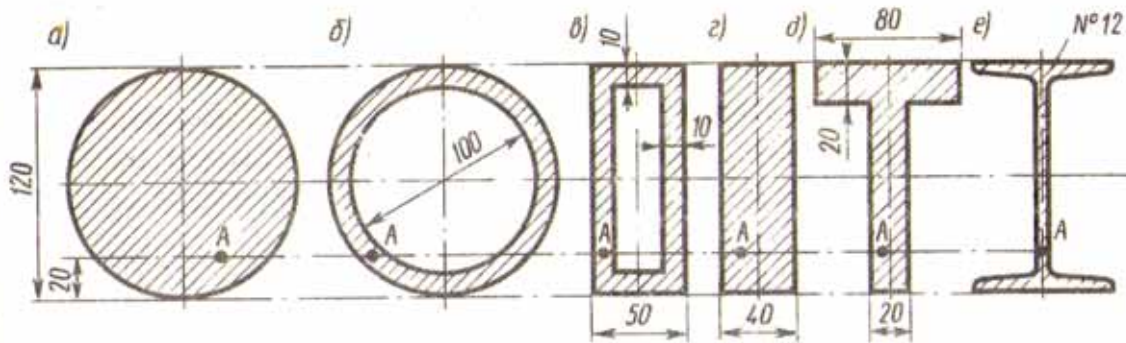
8.8. Шаклда кўрсатилган чўян балка учун рухсат этилган юк аниқлансин $[\sigma_r]=35$ кг/см²; $[\sigma_c]=1400$ кг/см² деб олинсин.

Жавоби: $[P]=14,8$ кн.

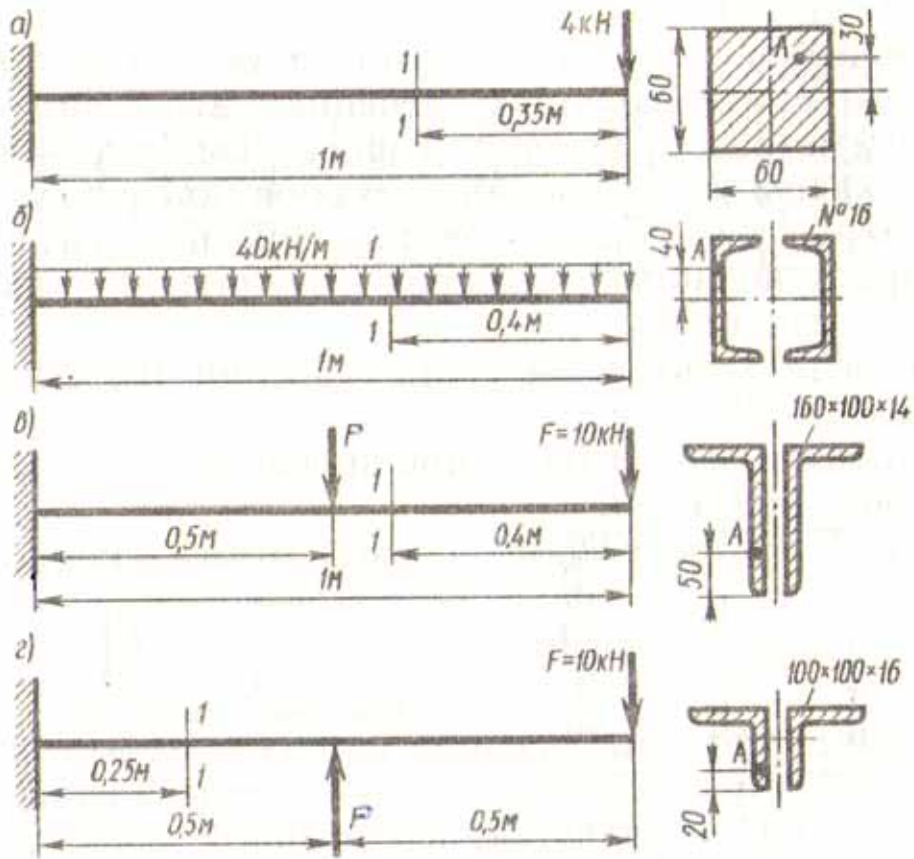
8.9. Шаклда кўрсатилган чўян балкаларнинг кўндаланг кесимнинг талаб қилинган ўлчамлари аниқлансин. $[\sigma_u]=300$ кг/см²; $[\sigma_c]=900$ кг/см² деб олинсин.

Жавоби: а) $\delta = 27$ мм; б) $\delta = 16,7$ мм; в) $\delta = 29$ мм

8.10. Шаклда кўрсатилган чўян балка учун Q_y ва M_x эпюралари қурилсин.



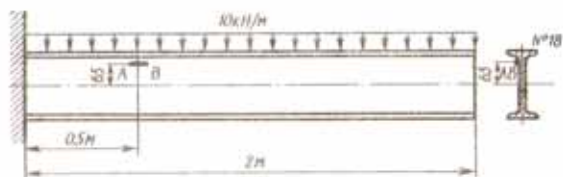
8.1-мисол учун.



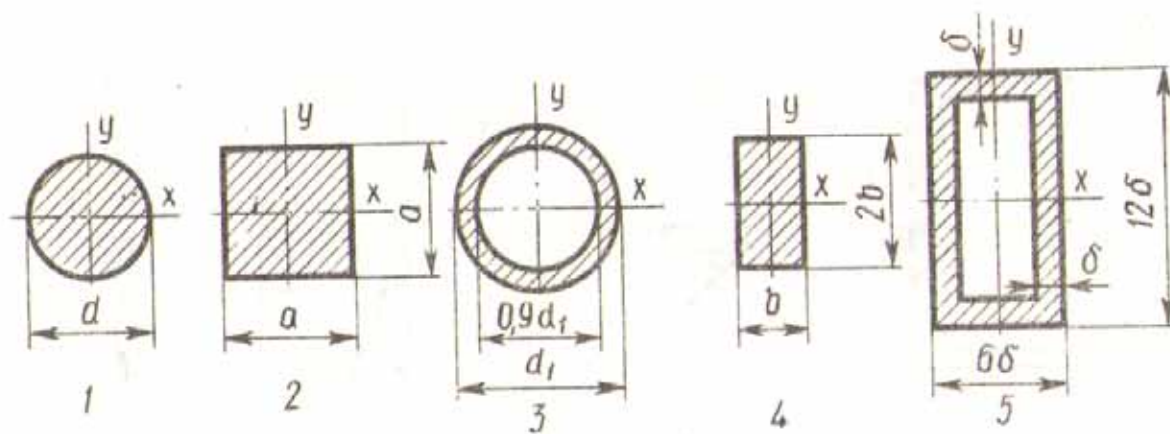
8.2-мисол учун.



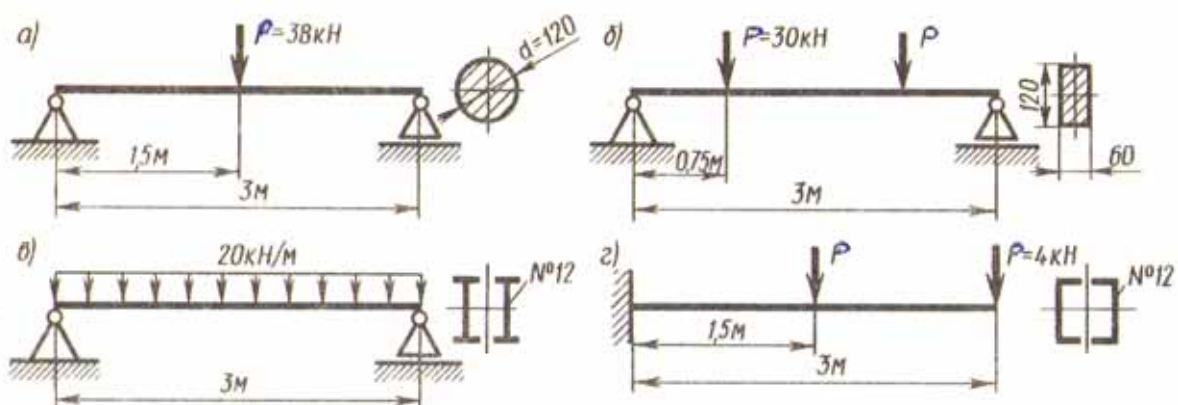
8.3-мисол учун.



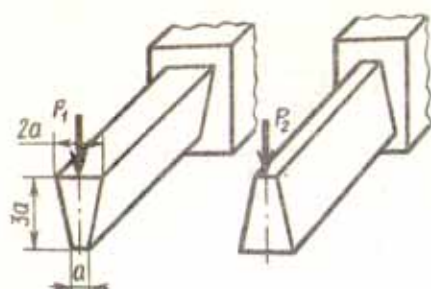
8.4-мисол учун.



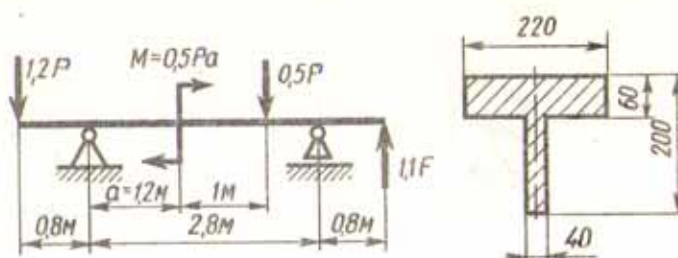
8.5-мисол учун.



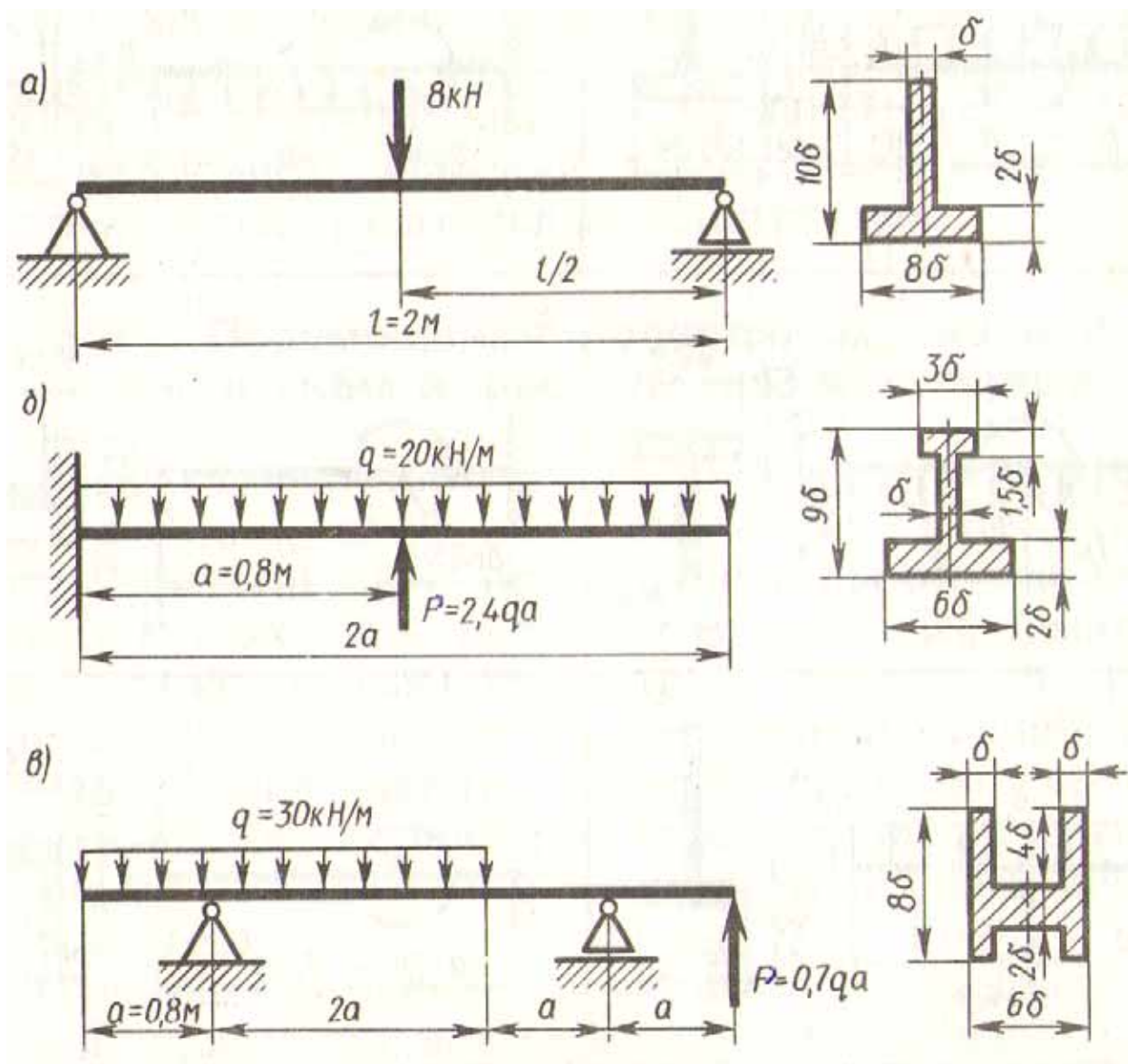
8.6-мисол учун.



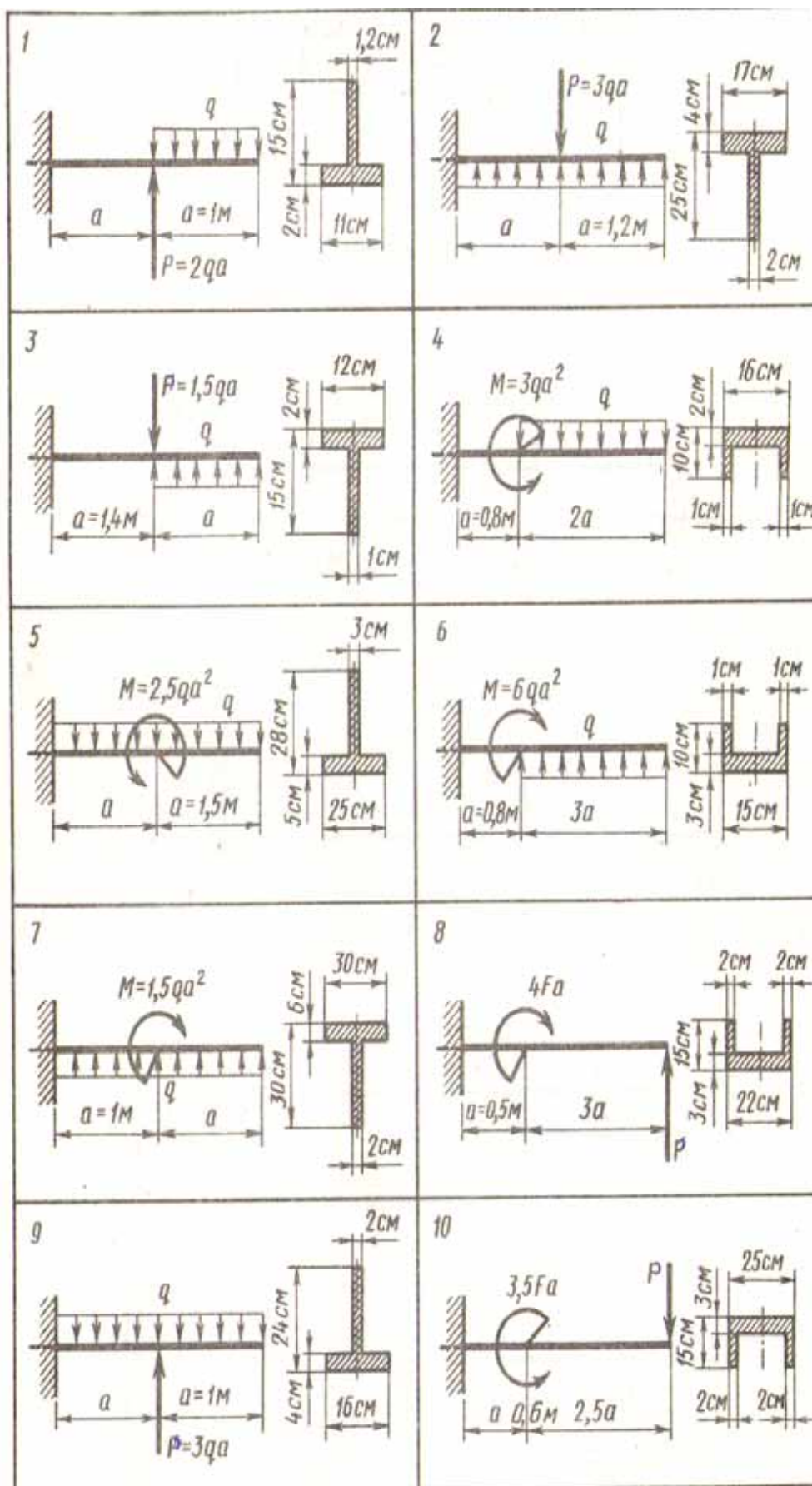
8.7-мисол учун.



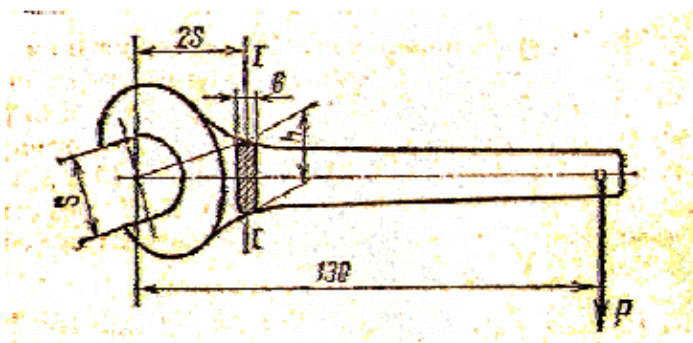
8.8-мисол учун



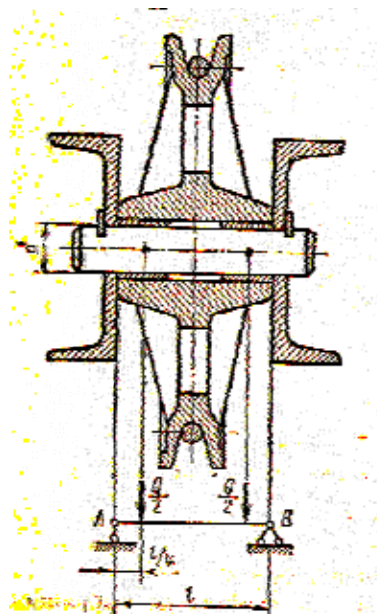
8.9-мисол учун.



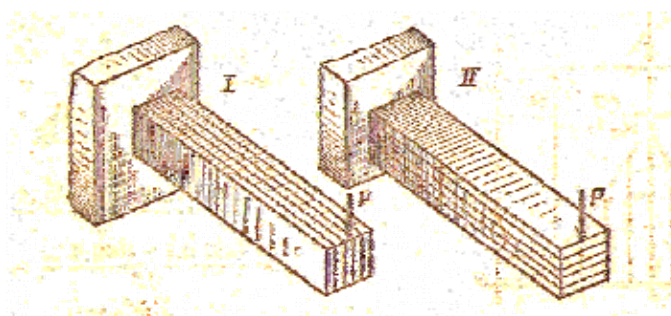
8.10-мисол учун.



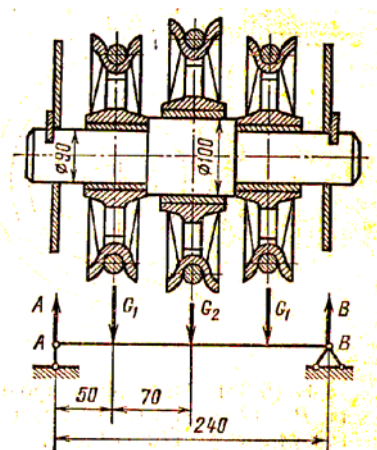
8.11-мисол учун..



8.12-мисол учун.



8.13-мисол учун.



8.14-мисол учун.

8.11. Шаклда кўрсатилган ключнинг 1-1 кесимдаги энг катта кучланиш аниқлансин . $P = 15 \text{ кг}$, $S = 1,7 \text{ см}$. 1-1 кесим тўғри тўрт бурчак деб қаралиб ўлчамлари $h = s = 1,7 \text{ см}$ ва $b = 0,52 \text{ см}$.

Жавоби: $\sigma_{\max} = 576 \text{ кг/см}^2$

8.12. Шаклда кўрсатилган блокнинг ўқи $Q = 100 \text{ кН}$ кучни қабул қилади. Агар $d = 8 \text{ см}$ ва $\ell = 30 \text{ см}$ бўлса, энг катта кучланиш қанчага тенг.

Жавоби: $\sigma_{\max} = 745 \text{ кг/см}^2$.

8.13.. Шаклда кўрсатилган квадрат кесимли консол алоҳида-алоҳида пластинкалардан тузилган (бир-бири билан бирлаштирилмаган). Қайси варианти кўпроқ мустаҳкам ва бикр бўлади. (P куч пластинкаларга текис тақсимланган).

Жавоби: I-вариантда.

8.14. Шаклда кўрсатилган кран илмоғи ўқининг юк кўтарилиши $Q=150\text{кН}$ бўлиб уч блокда кўтарилди. Агар $G_1 = G_2$ ва $[\sigma]=600\text{кг/см}^2$ бўлса, блок остидаги кесим ўқининг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби: $\sigma_{2\text{max}} = 550\text{кг/см}^2 < 600\text{кг/см}^2$ кесим мустаҳкам.

$$\sigma_{1\text{max}} = 510\text{кг/см}^2 < 600\text{кг/см}^2 .$$

8.15. Шаклда кўрсатилган юк кўтарувчи машинанинг энг кўп юк кўчиришини аниқланг $[\sigma]=1000\text{кг/см}^2$.

Жавоби: $P = 12,25\text{кН} = 1225\text{кг}$.

8.16. Шаклда кўрсатилган кўштавр кесимли балка учун $[\sigma]=1600\text{кг/см}^2$ бўлса, рухсат этилган куч қиймати топилсин.

Жавоби: $[P]=124\text{кН}$.

8.17. Шаклда кўрсатилган чўяндан ясалган балкаларнинг мустаҳкамлик нуқтаи назардан кўндаланг кесимининг қайси қисми хавфли бўлади.

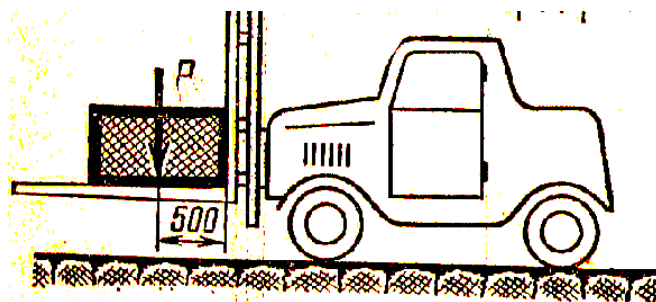
Жавоби: Консолда кесимнинг юқори қисми, балкада эса пастки қисми.

8.18. Шаклда кўрсатилган чўяндан ясалган консолларнинг қайси бирининг кесими мустаҳкамлик нуқтаи назардан мақсадга мувофиқ бўлади.

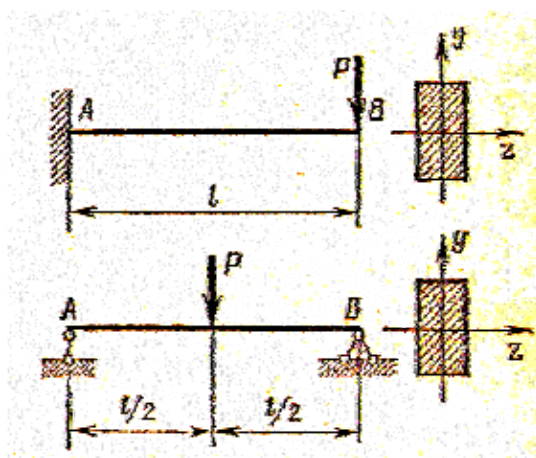
Жавоби: II шаклидагиси.

8.19. Шаклда кўрсатилган чўяндан ясалган консолларнинг қайси варианти кўпроқ юк кўтараолади.

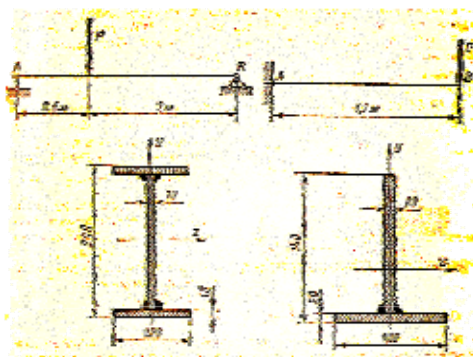
Жавоби: I-варианти.



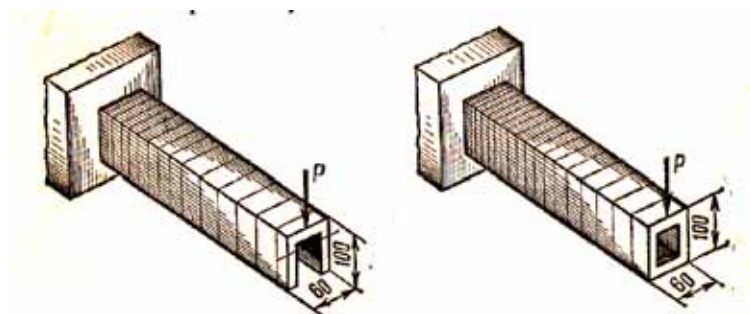
8.15-мисол учун



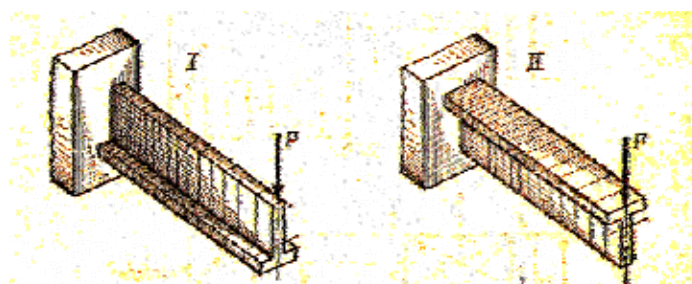
8.17-мисол учун.



8.16-мисол учун.



8.18-мисол учун



8.19-мисол учун.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

- 1.Текис кесим гипотезаси нима?
- 2.Нейтрал қават нима?
- 3.Нейтрал ўқ нима?
- 4.Нейтрал қават ва нейтрал қават балка кесимига нисбатан қандай жойлашган бўлади?
- 5.Қандай эгилишга соф эгилиш дейилади?
- 6.Соф эгилишда балкаларнинг кўндаланг кесимларидаги нормал кучланишлар қандай формуладан топилади?
- 7.Нормал кучланишлар кесим баландлиги бўйлаб қандай қонун билан ўзгаради?
- 8.Эгилишдаги бикрлик нима?
- 9.Эгилишдаги қаршилиқ моменти нима?
- 10.Қаршилиқ моментининг ўлчамлиги нима?
- 11.Кўндаланг эгилишда мўрт материалларнинг мустаҳкамлик шартини ёзинг?
- 12.Кўндаланг эгилишда пластик материалларнинг мустаҳкамлик шартини ёзинг?
- 13.Эгилишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, қандай уч хил масалани ҳал қилиш мумкин?
- 14.Қандай эгилишга текис эгилиш дейилади?
- 15.Кўндаланг эгилишдаги уринма кучланишлар қандай формула билан топилади?
- 16.Тўғри тўртбурчак шаклидаги кесим учун уринма кучланишлар эпюраси қандай кўринишда бўлади?
- 17.Қўштавр шаклидаги кесим учун уринма кучланишлар эпюраси қандай кўринишда бўлади?
- 18.Кўндаланг эгилишдаги бош кучланишлар қандай топилади?
- 19.Балка кесимининг четки ва нейтрал ўқидаги нуқталарда бош кучланишлар қандай йўналади?
- 20.Эгилишда потенциал энергия қандай формула билан топилади?
- 21.Энг катта уринма кучланиш бўйича балканинг мустаҳкамлиги қандай ҳолларда текширилади?
- 22.Қайси вақтларда балкаларнинг мустаҳкамлиги бош кучланишлар бўйича текширилади?

IX–БОБ.

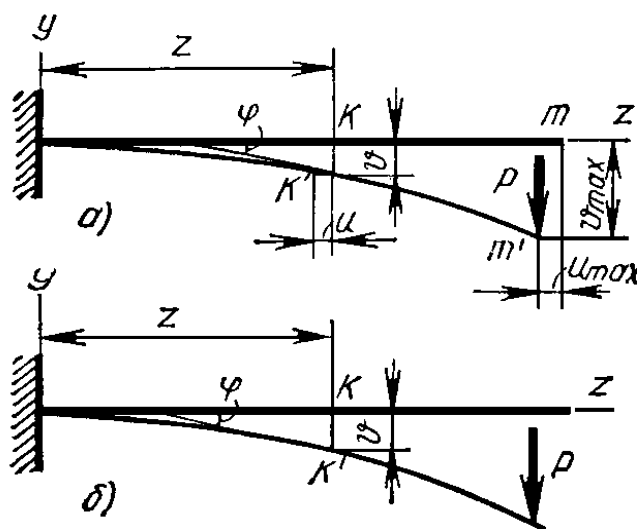
БАЛКАЛАРНИНГ ЭГИЛИШДАГИ ДЕФОРМАЦИЯЛАРИНИ АНИҚЛАШ.

9.1-§ . АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Машина ва иншоот қисмлари учун ишлатиладиган балкаларни ҳисоблашда лойиҳачиларни уларга қўйилган кучлар таъсирида уларнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланишлар билан бирга деформациялари ҳам қизиқтиради. Балка кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланишлар билан бирга деформациялари ҳам қизиқтиради. Балка кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланишлар системанинг мустаҳкамлигини текшириш имконини беради, аммо мустаҳкамлиги етарли бўлган балкаларнинг бикрлиги етарли бўлмаслиги туфайли ундан фойдаланиш мумкин эмасдир. Агар машина ва иншоот қисмлари учун ишлатиладиган балкалар эгилувчан бўлса, улардан фойдаланишда қўшимча муаммолар тўғдириш билан бирга қўшимча кучланишларни юзага келтирувчи катта амплитудали тебранишлар ҳосил бўлишига сабабчи бўлиши мумкин.

Балкаларнинг бикрлигини текшириш учун унинг ўқида ётувчи турли нуқталарнинг деформацияларини, яъни шу нуқталарнинг салқилиги ва кўндаланг кесимларнинг айланиш бурчагини топишни билиш лозим.

9.1 -шакл, а да кўрсатилган балка эгилиши натижасида унинг ўқи эгриланиб, .z.. масофадаги К нуқта К¹ ҳолатга кўчади.



9.1 -шакл

Ихтиёрий нуқтанинг вертикал ўқи бўйича кўчишини v билан, горизонтал ўқи бўйича кўчишни u билан белгилаймиз. Балка эгилган ўқининг K^1 нуқтасидан уринма ўтказсак, у бошланғич ҳолати билан φ бурчак ҳосил қилади, яъни шу кесим φ бурчакка бурилади. Шу учала (v, u ва φ) қиймат балка ихтиёрий кўндаланг кесимининг кўчишини ифодаловчи компонентлардир.

Балка кўндаланг кесимининг энг катта ($v_{\max}$) салқилигидан фойдаланиб унинг бикрлиги қуйидагича текширилади:

$$v_{\max} \leq \frac{\ell}{m}, \quad (9.1)$$

бунда ℓ - балканинг пролети;

m - лойиҳалаш нормаларида белгиланадиган сон, $m=(250-1000)$

Масъулиятли иншоотлар, масалан темир йўл кўприклари учун $m=1000$ деб олинади.

Демак, машина ва иншоот қисмлари учун ишлатиладиган балкаларнинг салқилиги, одатда, унинг пролетига нисбатан жуда кичик бўлар экан, бу эса айрим соддалаштиришларни қўллашга имкон беради.

Биринчидан, балка кўндаланг кесимининг салқилиги (v) жуда кичик бўлганлиги сабабли унинг эгилган ўқига ўтказилган уринма оғиш (айланиш) бурчагини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\varphi \approx \tan \varphi = \frac{dv}{dz} = \theta \quad (9.2)$$

Иккинчидан, вертикал салқилик (v) га нисбатан иккинчи тартибли кичик миқдор бўлганлиги сабабли горизонтал кўчиш u ни эътиборсиз қолдириш мумкин.

9.1 – шакл, б да балка кесимларининг кўчишлари кўрсатилган бўлиб, ҳар бир нуқта фақат балка ўқига тик ҳолда кўчади деб ҳисобланади.

Балка деформацияси тўғрисида тўла тасаввур олиш учун унинг эгилган ўқининг тенгламасини тузиш лозим:

$$v = v(z). \quad (9.3)$$

Балканинг бикрлиги тўғрисида сўз юритиш учун унинг бир неча нуқталарининг салқилигини топиб, салқилик эпюраси курилиб, энг каттасини топиш керак бўлади. Бундан ташқари, кўпгина ҳолларда балка кесимининг айланиш бурчагини ҳам аниқлашга тўғри келади.

Юқорида айтилганлардан кўринадики, балканинг деформациясини текшириш унинг эгилган ўқининг тенгламаси

... $v = v(z)$. ни топишга келтирилади, кейин салқилик тенгламасини дифференциаллаб, кесимнинг айланиш бурчаги топилади.

9.2-§ ЭГИЛГАН ЎҚНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИ.

Эгилишда балканинг деформациясини аниқлаш масаласи унинг эгилган ўқининг тенгламаси . $v = v(z)$.. ни топишга келтирилиб, бу тенгламани аниқлаш учун, эгувчи момент (М) билан эластик чизик эгрилиги ($\frac{1}{\rho}$..) орасидаги муносабатдан, яъни .

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ} \dots\dots \dots (a)$$

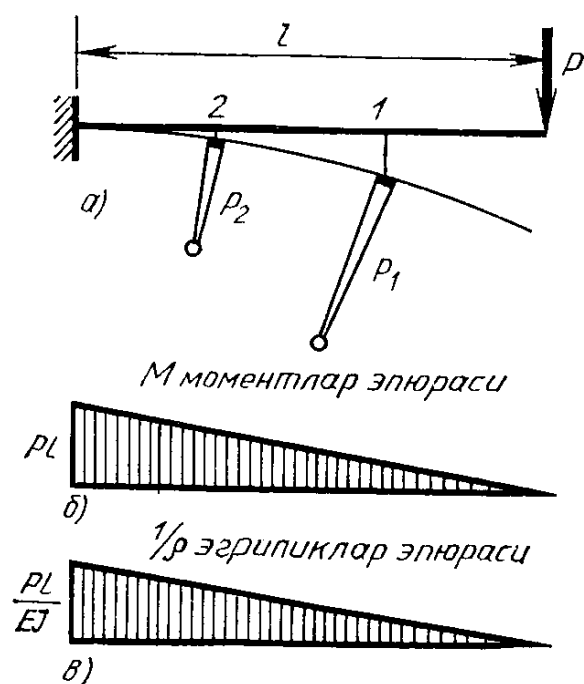
дан фойдаланамиз.

Бу формула балка узунлиги бўйича $\frac{M}{EJ}$.. катталиқ ўзгарган қонун бўйича ... $\frac{1}{\rho} = \pm \frac{v''}{[1 + (v')^2]^{3/2}}$.. эгрилик ҳам ўзгаришини кўрсатади.

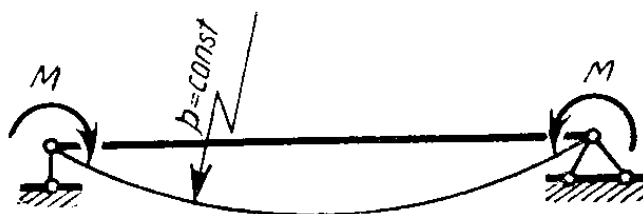
Масалан, ўзгармас кесимли балка учун эгрилик $\frac{1}{\rho}$..нинг эпюраси моментлар эпюрасига ўхшаш (9.2-шакл). Соф эгилиш ҳолатидаги ўзгармас кўндаланг кесимли балка учун унинг узунлиги бўйича момент ўзгармас бўлганлигидан, унинг эгрилиги ҳам ўзгармас бўлади (9.3-шакл).



Навье Луи Мари Анри (1785-1836), Франция фанлар Академияси аъзоси, механика ва математика соҳасидаги олим, эластиклик назарияси фанининг асосчилардан бири. У илк бор кучланиш ҳақидаги тушунчани қўллади. Призматик стерженнинг тўла эгилиш назариясини ишлаб чиқди, эгилишда нейтрал ўқ ҳолатини аниқлади, эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини ишлаб чиқди. 1826 йилида биринчи бўлиб материаллар қаршилиги фанини ёзди.



9.2-шакл.



9.3-шакл

Демак, эгрилик радиуси ҳам ўзгармас миқдор бўлар экан деган хулосага келамиз ва соф эгилишда балка айлана бўйича эгилади.

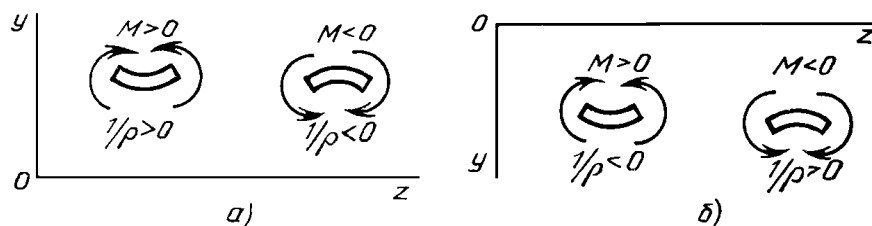
Аммо салқиликларни топишда эгриликларнинг ўзгариш қонунидан фойдаланиб бўлмайди.

Бундай масалани математика анализи курсидаги эгриликни топиш ифодасидан фойдаланиб аналитик усулда ечамиз:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{v''}{[1 + (v')^2]^{3/2}} .$$

Эластик чизикқа ўтказилган уринманинг абсциссалар ўқи билан ҳосил қилган θ бурчаги жуда кичик миқдор бўлади, чунки текширилаётган деформациялар жуда кичик миқдордир. Шунинг учун $(v')^2$ миқдор 2-тартибли кичик миқдор бўлганлигидан, уни бирга нисбатан эътиборсиз қолдириб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{1}{\rho} = \pm v'' ,$$



9.4-шакл

Бу ифодага (а) дан $\frac{1}{\rho}$.. нинг қийматини қўйиб, эгилган ўқнинг тақрибий дифференциал тенгламаси формуласини ҳосил қиламиз:

$$v'' = \pm \frac{M}{EJ} \quad (9.4)$$

Бу формулаларнинг ўнг томонига икки хил ишора қўйдик, чунки эгирилк билан эгувчи момент ишоралари бир-бирига тўғри келмаслиги мумкин. Эгрилик радиуси координата ўқлари йўналишига боғлиқ бўлиб, чўзилган толаларнинг жойланишига қараб эгувчи момент ишораси олинган. Масалан, ОУ ўқи юқорига қараб йўналган бўлса, эгувчи момент билан эгрилик ишоралари бир хил бўлади, шу сабабли (9.4) формуланинг ўнг томонида мусбат ишорасини (9.4-шакл, а), акс ҳолда уларнинг ишораси ҳар хил бўлиб (9.4-шакл,б) манфий ишорасини оламиз.

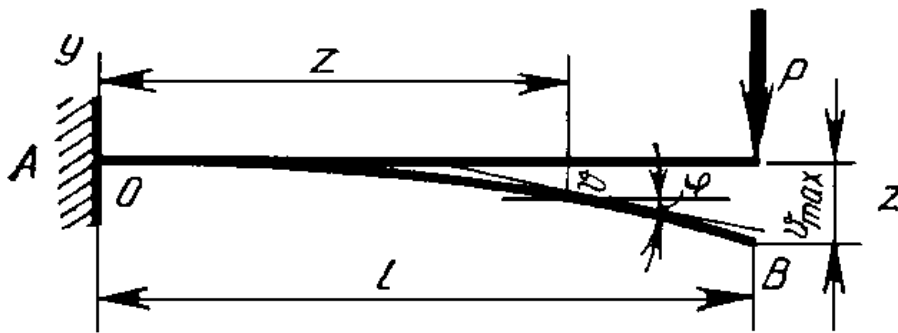
9.3-§ ЭЛАСТИК ЧИЗИҚНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИНИ ИНТЕГРАЛЛАШ.

Балка кўндаланг кесимининг салқилик ва айланиш бурчакларининг аналитик ифодасини келтириб чиқариш учун (9.4) дифференциал тенгламани интеграллаш лозимдир. Уни бир марта интеграллаб балканинг ихтиёрий кўндаланг кесимининг айланиш бурчагини топиш формуласини ҳосил қиламиз:

$$EJv' = \pm \int M dz + C \quad (9.5)$$

Уни иккинчи марта интеграллаб ихтиёрий кесимнинг салқилигини аниқлаш формуласини оламиз:

$$EJv = \pm \int dz \int M dz + C \cdot z + D \quad (9.6)$$



9.5-шакл

(9.5) ва (9.6) ифодалардаги интеграллашдан ҳосил бўлган ихтиёрий ўзгармас C ва D сонларини балка учларининг маҳкамланиш усулига боғлиқ бўлган чегаравий шартларидан фойдаланиб топамиз.

Энг оддий иккита типдаги статик аниқ балкаларни текширамиз. Улар бир учи билан қистириб маҳкамланган консол ва икки учи шарнирлар воситаси билан бириктирилган оддий балкалардир. Бу икки ҳол учун балкага қўйилган кучлар қандай бўлишидан қатъий назар, C ва D ларни аниқлашнинг иккита шартини оламиз. Бир учи билан қистириб маҳкамланган консол учун (9.5-шакл) унинг чап учида салқилиги, шунингдек, шу кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан айланиш бурчаги нолга тенг бўлганлигидан интеграллашдан ҳосил бўлган ихтиёрий ўзгармас C ва D ни аниқлаш учун қуйидаги чегаравий шартларга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} z = 0 \quad & \text{бўлганда} \quad v' = \theta = 0 ; \\ z = 0 \quad & \text{бўлганда} \quad v = 0 ; \end{aligned} \quad (9.7)$$

Икки таянчда ётган оддий балка учун (9.6-шакл) чап ва ўнг таянчлардаги салқиликлар нолга тенг бўлиб, қуйидаги чегаравий шартларга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} z = 0 \quad & \text{бўлганда} \quad v = 0 ; \\ z = l \quad & \text{бўлганда ҳам} \quad v = 0 ; \end{aligned} \quad (9.8)$$

Балка учларининг маҳкамланиш шартларидан, яъни (9.7) ёки (9.8) дан C ва D ни аниқлаб, уларнинг қийматларини (9.5) ва (9.6) га қўйиб, ечилаётган масаланинг барча шартларини қаноатлантирувчи эластик чизик тенгламасини оламиз.

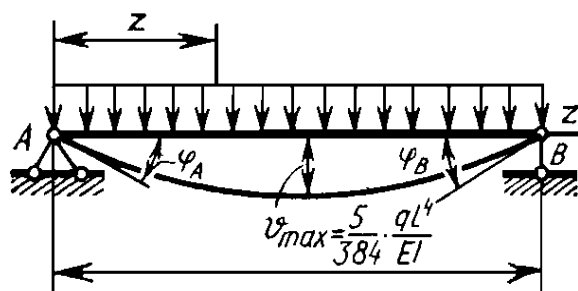
Агар балкага қўйилган ташқи кучлар уни бир неча участкага бўлса, y ҳолда балканинг таянчларга маҳкамланиш шarti интеграллашдан ҳосил бўладиган ихтиёрий ўзгармас C ва D ларга ўхшаш сонларни аниқлаш учун етарли бўлмайди. Масалан, 9.7-шаклда кўрсатилган оддий балка қўйилган P куч таъсирида икки участкага

бўлинади ва унинг салқилиги, кесимнинг айланиш бурчаги тенгламаларини келтириб чиқариш учун битта участкага хос иккита дифференциал тенглама тузилади ва уларни интеграллаш натижасида C ва D га ўхшаш тўртта ихтиёрий ўзгармас сонлар пайдо бўлади.

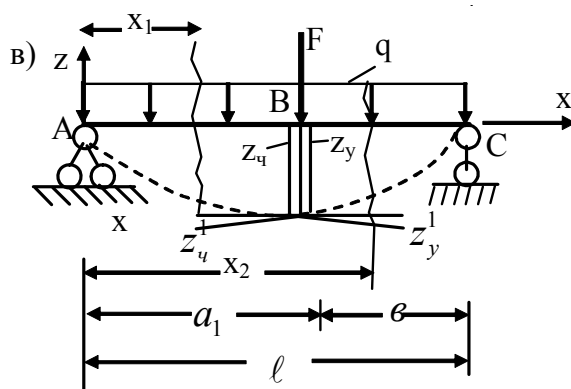
Буларни топиш учун тўртта чегаравий шартлар бўлиши лозим, иккита шарт балканинг маҳкамланиш шарти, яъни (9.8) дан олинса, қолган иккита шарт участкаларни ажратувчи C нуқтадаги эластик чизикнинг қўшилиш шартидан олинади (9.7-шакл).

$$z_1 = z_2 = a \text{ бўлганда } v'_y = v'_y; \quad z_1 = z_2 = a \text{ бўлганда } v_y = v_y \quad (9.9)$$

Бу чегаравий шартлари тўртта ихтиёрий ўзгармас сонлар қатнашган тўртта алгебраик тенгламалар системасини беради ва уларни биргаликда ечиб, барча ихтиёрий ўзгармасларни аниқлаб, ҳар қайси участка учун тегишли эластик чизикнинг тенгламасини ҳосил қиламиз.



9.6-шакл



9.7-шакл

МИСОЛЛАР.

9.1-мисол.

Кўндланг кесими тўғри тўртбурчакдан иборат бўлган ёғоч консол эркин учининг айланиш бурчаги ва салқилиги бевосита интеграллаш усули билан аниқлансин (9.8-шакл).

Ечиш: Таянч реакциялари: $R_A = 5 \text{ кН}$, $M_A = 10 \text{ кНл}$ бўлади. Координата бошини шаклда кўрсатилгандек жойлаштириб эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасидан фойдаланиб тузамиз:

$$EJ_y z''(x) = M(x).$$

Координата бошидан x масофада кесим олиб, унга нисбатан эгувчи момент тенгламасини тузамиз:

$$M(x) = -F(\ell - x).$$

У ҳолда эгилган ўқнинг дифференциал тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$EJ_y z''(x) = -F(\ell - x).$$

Бу тенгламани икки марта интеграллаб ихтиерий кесимнинг айланиш бурчаги ва салқилигини топиш тенгламаларини ҳосил қиламиз:

$$EJ_y z'(x) = -F\left(\ell x - \frac{x^2}{2}\right) + C; \quad (1)$$

$$EJ_y z(x) = -F\left(\ell \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + C \cdot x + D; \quad (2)$$

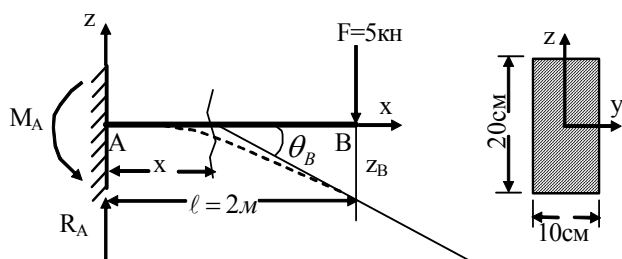
(9.7) чегара шартидан фойдаланиб, C ва D ўзгармас сонларни топамиз:

$x = 0$ бўлганда $z_A'(0) = 0$ бўлади, (1) дан $C = 0$,

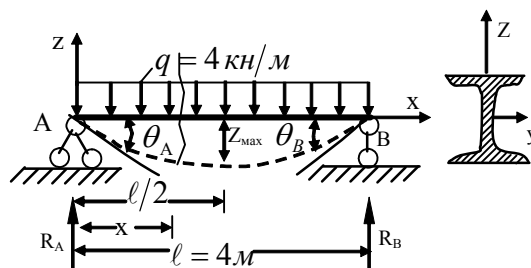
$z_A(0) = 0$ бўлади, (2) дан $D = 0$ ларни топамиз.

Бу қийматларни (1) ва (2) га қўямиз ва қуйидагига эга бўламиз:

$$EJ_y z'(x) = -F\left(\ell x - \frac{x^2}{2}\right); \quad EJ_y z(x) = -F\left(\ell x \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right).$$



9.8-шакл.



9.9-шакл.

Бу тенгламаларга $x = \ell = 2\text{ м}$ ни қўйиб, консолнинг эркин учининг айланиш бурчаги ва салқилигини топамиз:

$$\theta = -\frac{F}{EJ_y} \left(\ell \cdot \ell - \frac{\ell^2}{2} \right) = -\frac{F \cdot \ell^2}{2EJ_y} = -\frac{5 \cdot 10^2 (200)^2}{2 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot (20)^3} = -0.00375 \text{ рад.}$$

$$z_B(0) = -\frac{F}{EJ_y} \left(\ell \frac{\ell^2}{2} - \frac{\ell^3}{6} \right) = -\frac{F\ell^3}{3EJ_y} = -\frac{5 \cdot 10^2 (200)^2 \cdot 12}{2 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot (20)^3} = -0.25 \text{ см.}$$

9.2- мисол.

Қўштавр кесимли пўлат балканинг таянчларининг айланиш бурчаги ва балка ўртасининг салқилиги бевосита интеграллаш усули билан топилсин (9.9-шакл). Қўштавр №20, $J_y = 1840 \text{ см}^4$.

Ечиш: Таянч реакциялари $R_A = R_B = 8 \text{ кН}$ бўлади.

Чап таянчдан x масофада кесим олиб, чап томондаги кучлардан кесим марказига нисбатан моментлар йиғиндисини оламиз:

$$\Sigma M_0 = 0; \quad M(x) = R_A \cdot x - q \frac{x^3}{3} = 2(4x - x^2).$$

Буни ҳисобга олиб, (9.5) ва (9.6) ларни қуйидагича ёзамиз:

$$\theta(x) = \frac{2}{EJ_y} \left(4 \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + C \quad (1)$$

$$z(x) = \frac{2}{EJ_y} \left(4 \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right) + C \cdot x + D \quad (2)$$

Бу ифодалардаги C ва D ўзгармаслар (9.8) чегара шартидан фойдаланиб аниқланади;

$x = 0$ бўлганда (2) дан $D = 0$ бўлади;

$$x = \ell \text{ бўлганда (2) дан } \frac{2}{EJ_y} \left(4 \frac{\ell^3}{6} - \frac{\ell^4}{12} \right) + C\ell = 0; \text{ бундан } C = -\frac{32}{3EJ_y}$$

бўлади.

C ва D ларнинг қийматини (1) ва (2) га қўйиб, $\theta(x)$ ва $z(x)$ учун қуйидаги ифодаларни оламиз.

$$\theta(x) = \frac{2}{EJ_y} \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{16}{3} \right); \quad (3)$$

$$z(x) = \frac{2}{EJ_y} \left(\frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{12} - \frac{16}{3}x \right); \quad (4)$$

Энди масаланинг шартини бажаришга ўтамиз:

$x = 0$ бўлганда (3) дан

$$\theta_A(0) = \frac{32}{3EJ_y} = -\frac{32 \cdot 10^6}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} = -0,0029 \text{ рад},$$

$x = \ell = 4\text{ м}$ бўлганда (3) дан

$$\theta_B(4) = \frac{2}{3EJ_y} \left(2 \cdot 4^2 - \frac{4^3}{3} - \frac{16}{3} \right) = \frac{32}{3EJ_y} = 0,0029 \text{ рад},$$

$x = \frac{\ell}{2} = 2\text{ м}$ бўлганда (4) дан

$$z_{\max}(2) = \frac{2}{EJ_y} \left(\frac{2 \cdot 2^3}{3} - \frac{2^4}{12} - \frac{16}{3} \cdot 2 \right) = -\frac{40}{3EJ_y} = -\frac{40 \cdot 10^8}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} = -0,36\text{ см}.$$

9.3- мисол.

Доиравий кўндаланг кесимли ёғоч балканинг таянчларининг айланиш бурчаги ва В кесимининг салқилиги бевосита интеграллаш усули билан аниқлансин (9.10-шакл).

Ечиш: Таянч реакцияларини ҳисоблаймиз :

$$\Sigma M_A = -R_c \cdot 6 + q \cdot 4 \cdot 4 + P \cdot 2 = 0; \quad R_c = \frac{16q + 2P}{6} = \frac{16 \cdot 4 + 2 \cdot 1}{6} = 11 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_c = R_A \cdot 6 - P \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 = 0; \quad R_A = \frac{8q + 4P}{6} = \frac{8 \cdot 4 + 4 \cdot 1}{6} = 6 \text{ кН};$$

$$\text{Текшириш: } \Sigma Z = R_A - P - q \cdot 4 + R_c = 6 - 1 - 4 \cdot 4 + 11 = 0.$$

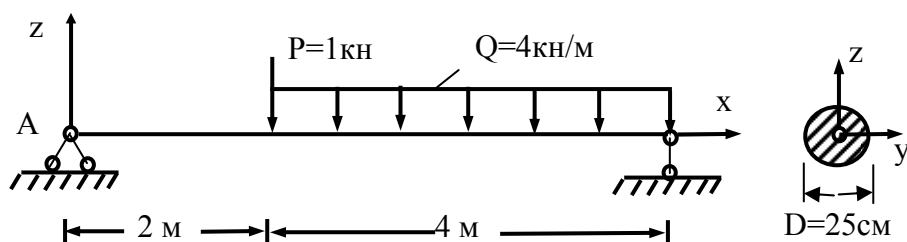
Демак, таянч реакциялари тўғри топилибди.

Балка иккита АВ ва ВС участкаларга бўлинади.

$$\text{АВ участкада } (0 \leq x_1 \leq 2); \quad M_1(x) = R_A \cdot x_1 = 6x_1.$$

Эластик чизиқнинг дифференциал тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$EJ_y z''_1(x) = 6x_1;$$



9.10-шакл

Буни икки марта интеграллаймиз:

$$EJ_y z_1'(x) = 6 \frac{x_1^2}{2} + C_1 \quad (1)$$

$$EJ_y z_1(x) = 6 \frac{x_1^3}{6} + C_1 x_1 + D_1 \quad (2)$$

ВС участкада ($2 \leq x_2 \leq 6$);

$$M_2(x) = R_A \cdot x_2 - P'(x_2 - 2) - q \frac{(x_2 - 2)^2}{2} = 6x_2 - 1(x_2 - 2) - 2(x_2 - 2)^2.$$

Эластик чизикнинг дифференциал тенгламаси

$$EJ_y z_2''(x) = 6x_2 - 1(x_2 - 2) - 2(x_2 - 2)^2.$$

Буни икки марта интеграллаймиз:

$$EJ_y z_2'(x) = 6 \frac{x_2^2}{2} - 1 \frac{(x_2 - 2)^2}{2} - 2 \frac{(x_2 - 2)^3}{-3} + C_2 \quad (3)$$

$$EJ_y z_2(x) = 6 \frac{x_2^3}{6} - 1 \frac{(x_2 - 2)^3}{6} - 2 \frac{(x_2 - 2)^4}{12} + C_2 x_2 + D_2 \quad (4)$$

C_1, C_2, D_1 ва D_2 ўзгармас сонлар (9.8) ва (9.9) чегара шартларидан фойдаланиб аниқланади:

$x_1 = 0$ бўлганда (2) дан $D_1 = 0$ бўлади.

$x_1 = x_2 = 2$ бўлганда $z_1'(2) = z_2'(2)$, бўлади, (1) ва (3) дан $C_1 = C_2$

ни олаимиз.

$x_1 = x_2 = 2$ бўлганда $z_1(2) = z_2(2)$ бўлади, (2) ва (4) дан

$D_1 = D_2 = 0$ ни олаимиз.

$x_1 = x_2 = 2$ бўлганда $z_2(6) = 0$ бўлади, (4) дан $D_1 = D_2 = 0$ ни

олаимиз.

$x_2 = 6$ бўлганда $z_2(6) = 0$ бўлади (4) дан

$$0 = 6^3 - \frac{4^3}{6} - \frac{4^4}{6} + C_2 \cdot 6; \quad C_2 = -\frac{244}{9}.$$

Демак, $C_1 = C_2 = -\frac{244}{9}$; $D_1 = D_2 = 0$ бўлар экан.

Барча номаълумлар топилди, энди масаланинг шартини бажаришга ўтамиз:

$x_1 = 0$ бўлганда (1) тенгламадан A таянчнинг айланиш бурчагини аниқлаймиз:

$$\theta_A = z_A'(0) = -\frac{C_1}{EJ_y} = -\frac{244 \cdot 10^6 \cdot 64}{9 \cdot 1 \cdot 19^5 \cdot 3,14 \cdot 25^4} = -0,014 \text{ рад.}$$

$x_1 = 2\text{ м}$ бўлганда (2) тенгламадан В кесимнинг салқилигини аниқлаймиз:

$$z_B^{(2)} = \frac{1}{EJ_y} [x_1^3 + C_2 \cdot x_1] = \frac{10^8 \cdot 64}{1 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 25^4} \left(2^3 - \frac{244}{9} \cdot 2 \right) = -2,4\text{ см}$$

$x_2 = 6\text{ м}$ бўлганда (3) тенгламадан С кесимнинг айланиш бурчагини аниқлаймиз:

$$\begin{aligned} \theta_c = z_c^1(6) &= \frac{1}{EJ_y} \left[3 \cdot x_2^2 - \frac{(x_2 - 2)^2}{2} - 2 \frac{(x_2 - 2)^3}{6} + C_2 \right] = \\ &= \frac{10^6 \cdot 64}{1 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 25^4} \left(3 \cdot 6^2 - \frac{4^2}{2} - \frac{4^3}{3} - \frac{244}{9} \right) = 0,008\text{ рад.} \end{aligned}$$

9.4-§. БОШЛАНҒИЧ ПАРАМЕТР УСУЛИ. (Универсал формула)

Биз юқоридаги усул билан яъни эластик чизиқнинг дифференциал тенгламасини бевосита интеграллаш усули билан балканинг деформациясини ҳисобладик. Лекин бу усулнинг қуйидаги камчиликлари бор:

- а) ҳар бир участка учун эгувчи момент тенгламасини тузиш ва (9.4) тенгламани кетма-кет интеграллаш керак;
- б) интеграллашдан ҳосил бўлган ихтиёрий ўзгармасларнинг сонига қараб чегаравий шартлар тузиш лозим (агар балка n та участкадан иборат бўлса, чегаравий шартлардан фойдаланиб тузилган $2n$ та тенгламани ихтиёрий ўзгармас сонларга нисбатан ечиш керак).

Бундай масалаларни ечиш ишлари математик нуқтаи назардан қараганда унчалик қийин бўлмасада, кўп меҳнат ва вақт талаб қилади. Шунинг учун эластик чизиқнинг универсал тенгламасидан яъни юқоридаги камчиликлардан ҳоли бўлган бошланғич параметрлар усулидан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир. Бу усулни рус олимларидан А.Н.Крылов, Н.П. Пузыревский, П.Г.Куликовский, Н.К.Снитко, Н.И.Безухов, А.А.Уманский ва бошқалар таклиф этгандир.

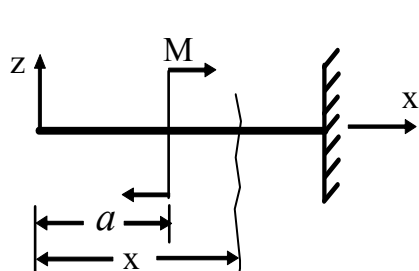
Бу усулдан фойдаланиш учун қуйидаги қоидаларга риоя қиламиз:

- 1) балканинг барча участкаларидаги ихтиёрий кесимларни белгиловчи абсциссаларни унинг чап учидаги нуқтадан яъни координата бошидан ҳисоблаш керак;
- 2) балканинг барча участкаларининг эгувчи момент тенгламаларини координата боши билан тегишли кесим орасида жойлашган ташқи кучлардан тузиш лозим;
- 3) биномларни интеграллаш формуласидан фойдаланиб $(z-a)^n$.. каби кўп ҳадларни интеграллашда қавсларни очмасдан интеграллаш керак;
- 4) агар балкага жуфт куч (М) қўйилган бўлса, эластик чизик дифференциал тенгламасини тузишда у қатнашган ҳадини . $M = M(z-a)^0$.. кўринишда ифодалаш лозим (9.11-шакл);
- 5) Агар балкага қўйилган текис ёйилган куч унинг охириги учига етмаган бўлса, уни балканинг охиригача давом эттириб, балканинг мувозанатини бузмаслик учун интенсивлиги ..q.. га тенг ва унга тескари йўналишдаги куч тегишли масофага қўйилади (9.12-шакл).

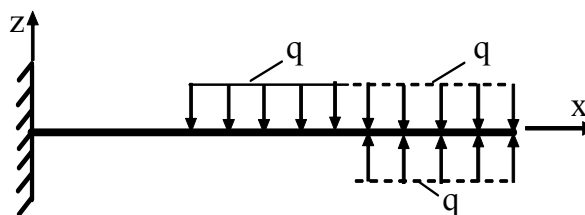
Юқорида айтилган шартларни эътиборга олиб, 9.13-шаклда кўрсатилган балканинг чап учига координата бошини жойлаштириб, балка давомидagi бешта участка учун қуйидаги дифференциал тенгламаларни тузамиз:

$$\begin{aligned}
 EJv_1'' &= 0; & (0 \leq z_1 \leq a); \\
 EJv_2'' &= M(z_2 - a)^0; & (a \leq z_2 \leq b); \\
 EJv_3'' &= M(z_3 - a)^0 - P(z_3 - b); & (b \leq z_3 \leq c); \\
 EJv_4'' &= M(z_4 - a)^0 - P(z_4 - b) - q \frac{(z_4 - c)^2}{2}; & (c \leq z_4 \leq d); \\
 EJv_5'' &= M(z_5 - a)^0 - P(z_5 - b) - q \frac{(z_5 - c)^2}{2} + q \frac{(z_5 - d)^2}{2}; & (d \leq z_5 \leq \ell).
 \end{aligned}$$

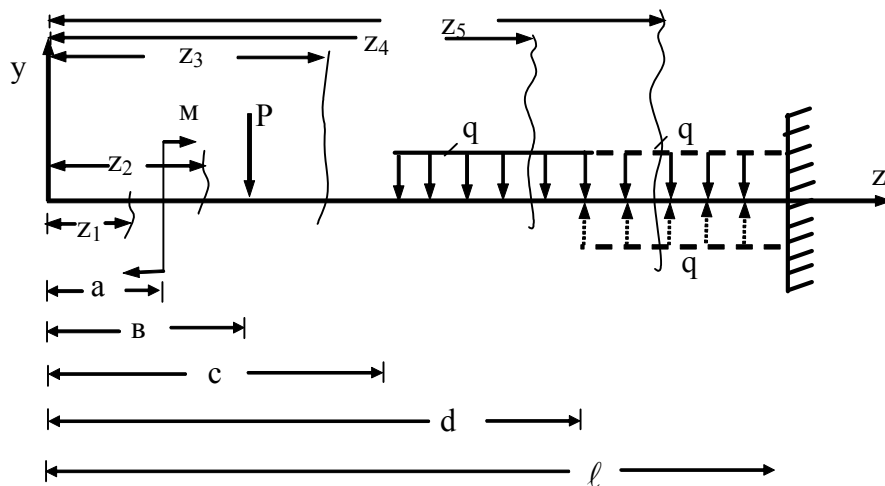
Бу тенгламаларни бир марта интеграллаб, ҳар қайси участка кесимининг айланиш бурчаги тенгламаларини ҳосил қиламиз:



9.11-шакл.



9.12-шакл.



9.13-шакл

$$EJv_1' = C_1 ; \quad (0 \leq z_1 \leq a);$$

$$EJv_2' = M(z_2 - a) + C_2 ; \quad (a \leq z_2 \leq b);$$

$$EJv_3' = M(z_3 - a) - P(z_3 - b)^2 / 2 + C_3 ; \quad (b \leq z_3 \leq c);$$

$$EJv_4' = M(z_4 - a) - P(z_4 - b)^2 / 2 - q \frac{(z_4 - c)^3}{6} + C_4 ; \quad (c \leq z_4 \leq d);$$

$$EJv_5' = M(z_5 - a) - P(z_5 - b)^2 / 2 - q \frac{(z_5 - c)^3}{6} + q \frac{(z_5 - d)^3}{6} + C_5 ; \quad (d \leq z_5 \leq \ell).$$

Бу тенгламаларни яна бир марта интеграллаб, ҳар қайси участка кесимининг салқилик тенгламаларни ҳосил қиламиз:

$$EJv_1 = C_1 z_1 + D_1 ; \quad (0 \leq z_1 \leq a);$$

$$EJv_2 = M(z_2 - a)^2 / 2 + C_2 z_2 + D_2 ; \quad (a \leq z_2 \leq b);$$

$$EJv_3 = M(z_3 - a)^2 / 2 - P(z_3 - b)^3 / 6 + C_3 z_3 + D_3 ; \quad (b \leq z_3 \leq c);$$

$$EJv_4 = M(z_4 - a)^2 / 2 - P(z_4 - b)^3 / 6 - q \frac{(z_4 - c)^4}{24} + C_4 z_4 + D_4 ; \quad (c \leq z_4 \leq d);$$

$$EJv_5 = M(z_5 - a)^2 / 2 - P(z_5 - b)^3 / 6 - q \frac{(z_5 - c)^4}{24} + q \frac{(z_5 - d)^4}{24} + C_5 z_5 + D_5 ; \quad (d \leq z_5 \leq \ell).$$

Бу тенгламаларда ҳосил бўлган ихтиёрий ўзгармас сонларни топиш учун қуйидаги чегаравий шартлардан фойдаланамиз:

$$z_1 = z_2 = a \quad \text{бўлганда} \quad v_1' = v_2' ; \quad v_1 = v_2 ;$$

$$z_2 = z_3 = b \quad -//- \quad v_2' = v_3' ; \quad v_2 = v_3 ;$$

$$z_3 = z_4 = c \quad -//- \quad v_3' = v_4' ; \quad v_3 = v_4 ;$$

$$z_4 = z_5 = d \quad -//- \quad v_4' = v_5' ; \quad v_4 = v_5 ;$$

Бу чегаравий шартларни юқоридаги тенгламаларга тадбиқ этиб, қуйидаги ўнта ихтиёрий ўзгармаслар ўрнига иккита ихтиёрий ўзгармас сонига эга бўламиз:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C ; \quad D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D_5 = D.$$

Шундай қилиб, ўнта ихтиёрий ўзгармаслар иккитага келтирилди, уларни C ва D деб белгилаб, балка учларининг чегаравий шартларидан фойдаланиб топамиз:

$$z_1 = 0 \dots\dots \text{бўлганда} \cdot v'_1 = \theta_0 ; \quad v_1 = v_0 ; \dots\dots\dots \text{бўлса,} \\ C = EJ\theta_0 ; \quad D = EJv_0 \quad (a)$$

бўлади.

Бундан кўринадики, C – координата бошига тўғри келган кўндаланг кесимнинг айланиш бурчаги балка бикрлиги қадар кўпайтирилган сон, D эса шу кесимнинг салқилиги балка бикрлиги қадар кўпайтирилган миқдордир.

(а) ифодани эътиборга олиб, C ва D ўзгармас сонларнинг қийматларини бешинчи участканинг тенгламасига қўйиб, $z \dots$ остидаги (5) белгисини тушириб қолдирган ҳолда барча кучлар иштирок этган умумий тенгламани ҳосил қиламиз:

$$v' = \theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[M(z-a) - P \frac{(z-b)^2}{2} - q \frac{(z-c)^3}{6} + q \frac{(z-d)^3}{6} \right]; \quad (9.10)$$

$$v = v_0 + \theta_0 \cdot z + \frac{1}{EJ} \left[M \frac{(z-a)^2}{2} - P \frac{(z-b)^3}{6} - q \frac{(z-c)^4}{24} + q \frac{(z-d)^4}{24} \right]; \quad (9.11)$$

Агар балкага таъсир қилаётган кучлар бир неча марта такрорланса, у ҳолда (9.10) ва (9.11) тенгламаларни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$v' = \theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[\sum M(z-a) - \sum P \frac{(z-b)^2}{2} - \sum q \frac{(z-c)^3}{6} + \sum q \frac{(z-d)^3}{6} \right]; \quad (9.12)$$

$$v = v_0 + \theta_0 \cdot z + \frac{1}{EJ} \left[\sum M \frac{(z-a)^2}{2} - \sum P \frac{(z-b)^3}{6} - \sum q \frac{(z-c)^4}{24} + \sum q \frac{(z-d)^4}{24} \right]; \quad (9.13)$$

(9.12) ва (9.13) формулаларга эластик чизиқнинг универсал формулалари дейилади, булардан мос равишда балканинг ихтиёрий кесимининг айланиш бурчаги ва салқилигини топиш мумкин.

Буларда θ_0 – координата боши жойлашган кесимни бошланғич айланиш бурчагини; $v_0 \dots$ – эса шу кесимнинг бошланғич салқилигини ифодалайди ва бошланғич параметрлар деб аталади.

Бу бошланғич параметрлар координата бошининг жойлашишига қараб қуйидагича аниқланади: агар координата боши қистириб маҳкамланган учида жойлашса, $\theta_0 = v_0 = 0$., агар оддий балканинг шарнирли таянчида жойлашса, $\theta_0 \neq 0 ; v_0 = 0 \dots\dots\dots$ бўлиб $\dots\theta_0\dots$ ўнг таянчдаги салқилик нолга тенглик шартидан фойдаланиб топилади, агар консолли балканинг эркин учида жойлашган бўлса,

$\theta_0 \neq \nu_0 \neq 0 \dots\dots\dots$ бўлади. Аввал биринчи таянчда салқилик нолга тенглик шартидан ... $\theta_0 \dots$ топилиб, кейин икки таянчда ҳам салқилик нолга тенглик шартидан $\nu_0 \dots\dots$ топилади.

МИСОЛЛАР.

9.4-мисол.

Кўндаланг кесими швеллердан иборат бўлган пўлат консолнинг эркин учининг айланиш бурчаги ва салқилиги бошланғич параметр усулидан фойдаланиб аниқлансин (9.14-шакл). Швеллернинг №20 бўлиб, $J_y = 1520 \text{ см}^4$ бўлади.

Ечиш: Таянч реакцияларини ҳисоблаймиз:

$$\Sigma z = R_A - q \cdot 3 - F = 0$$

$$R_A = 3q + F = 3 \cdot 4 + 1 = 13 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_A = -M_A + F \cdot 5q \cdot 3 \cdot 1,5 = 0;$$

$$M_A = 5F - M + 4,5q = 5 \cdot 1 - 2 + 4,5 \cdot 4 = 21 \text{ кНм}.$$

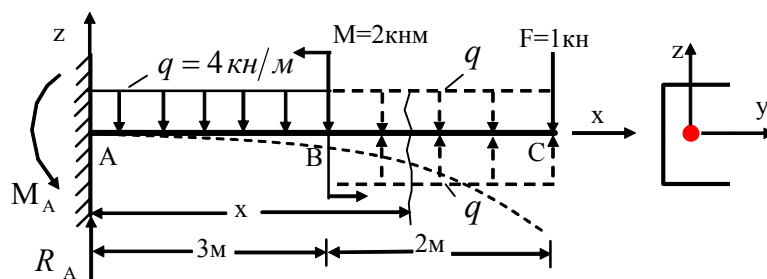
Консолнинг иккинчи участкасидан олинган кесими учун (7.10) ва (7.11) формуладан фойдаланиб универсал формулаларни ёзамиз:

$$z(x) = f_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EJ_y} \left[-M_A \frac{x^2}{2} + R_A \frac{x^3}{6} - q \frac{x^4}{24} - M \frac{(x-3)^2}{2} + q \frac{(x-3)^4}{24} \right] \quad (1).$$

$$z'(x) = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[-M_A \cdot x + R_A \frac{x^2}{2} - q \frac{x^3}{6} - M(x-3) + q \frac{(x-3)^3}{6} \right], \quad (2)$$

бунда f_0 ва θ_0 лар мос равишда координата бошининг бошланғич салқилиги ва айланиш бурчагини ифодалайди. Координата боши қистириб маҳкамланган таянчда жойлашганлиги учун иккаласи ҳам $f_0 = \theta_0 = 0$ га тенг бўлади

(1) ва (2) формулаларга $x = \ell = 5 \text{ м}$ ни қўйиб, консолнинг эркин учининг, яъни С кесимининг салқилиги ва айланиш бурчагини топамиз:



9.14-шакл.

$$z_c(5) = \frac{1}{EJ_y} \left[-21 \frac{5^2}{2} + 13 \frac{5^3}{6} - 4 \frac{5^4}{24} - 2 \frac{2^2}{2} + 4 \frac{2^4}{24} \right] = -\frac{583 \cdot 10^8}{6 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1520} = -3,20 \text{ см.}$$

$$z_c^1(5) = \theta_B = \frac{10^6}{2 \cdot 10^6 \cdot 1520} \left[-21 \cdot 5 + 13 \frac{5^3}{6} - 4 \frac{5^2}{2} - 4 \frac{5^2}{6} - 2 \cdot 2 + 4 \frac{2^3}{6} \right] = -0,089 \text{ рад.}$$

9.5- мисол.

9.15 шаклда кўрсатилган пўлат балка таянчларининг айланиш бурчаги ва В, D кесимларнинг салқилиги бошланғич параметр усули билан топилисин.

Қўштаврнинг №50 бўлиб, $J_y = 39290 \text{ см}^4$ га тенгдир.

Ечиш: таянч реакцияларини ҳисоблаймиз :

$$\begin{aligned} \sum M_A &= P \cdot 8 - R_C \cdot 6 + q \cdot 4 \cdot 4 + M = 0; \\ R_C &= \frac{8P + q \cdot 16 + M}{6} = \frac{8 \cdot 3 + 16 \cdot 8 + 4}{6} = 26 \text{ кН}; \\ \sum M_C &= R_A \cdot 6 + M - q \cdot 4 \cdot 2 + P \cdot 2 = 0; \\ R_A &= \frac{8q - M - 2P}{6} = \frac{8 \cdot 8 - 4 - 2 \cdot 3}{6} = 9 \text{ кН}. \end{aligned}$$

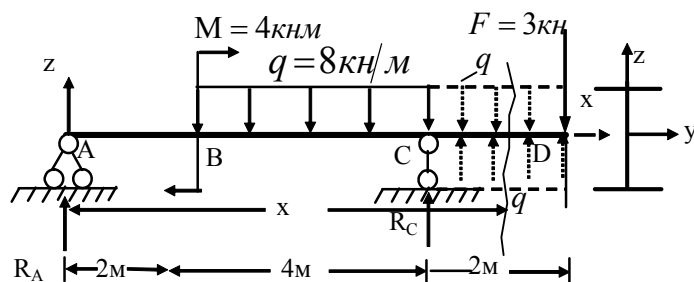
Текшириш: $\sum Z = R_A - q \cdot 4 + R_C - P = 9 - 8 \cdot 4 + 26 - 3 = 35 - 35 = 0$.

Демак, таянч реакцияларининг қийматлари тўғри топилибди.

Энди координата бошини А таянчга жойлаштириб, балканинг охириги участкасидан олинган х кесим учун (9.12) ва (9.13) формулалардан фойдаланиб универсал формулаларни тузамиз:

$$z(x) = f_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EJ_y} \left[R_A \frac{x^3}{6} + M \frac{(x-2)^2}{2} - q \frac{(x-2)^4}{24} + R_C \frac{(x-6)^3}{6} + q \frac{(x-6)^4}{24} \right], \quad (1)$$

$$z'(x) = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[R_A \frac{x^2}{6} + M(x-2) - q \frac{(x-2)^3}{6} + R_C \frac{(x-6)^2}{2} + q \frac{(x-6)^3}{6} \right], \quad (2)$$



9.15-шакл.

бунда f_0 ва θ_0 лар мос равишда координата бошининг бошланғич салқилиги ва айланиш бурчагини ифодалайди, координата боши шарнирли таянчга қўйилганлиги сабабли $f_0 = 0$ тенг бўлиб, $\theta_0 \neq 0$ фарқлидир. θ_0 С таянчда салқилик нолга тенглик шартидан топилади. $x = 6$ м ни (1) формулага қўйсак, кесим С таянчга кўчади, юқоридаги қондани биринчи пунктига асосан, кесимдан ташқарида қолган иккита ҳади эътиборсиз қолдирилади.

$$z(6) = \theta_0 \cdot 6 + \frac{1}{EJ_y} \left[9 \frac{6^3}{6} + 4 \frac{4^2}{2} - 8 \frac{4^4}{24} \right] = 0 ; \quad \theta_0 = -\frac{406}{9EJ_y},$$

f_0 ва θ_0 ларнинг қийматларини (1) ва (2) формулаларга қўйиб масаланинг шартини бажарамиз:

$x=0$ бўлганда (2) формуладан А таянчнинг айланиш бурчагини топамиз:

$$z_A'(0) = \theta_A = -\frac{406}{9EJ_y} = -\frac{406 \cdot 10^6}{9 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 38290} = -0,0057 \text{ рад.}$$

$x=2$ м бўлганда (1) формуладан фойдаланиб, В кесимнинг салқилигини топамиз:

$$z_B(2) = -\frac{406}{9EJ_y} \cdot 2 + \frac{1}{EJ_y} \left(9 \frac{2^3}{6} \right) = -\frac{812 \cdot 10^8}{9 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} + \frac{12 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 39290} = -0,099 \text{ см}$$

$x=6$ м бўлганда (2) формуладан С таянчнинг айланиш бурчагини топамиз:

$$z_C'(6) = \theta_C = -\frac{406}{9EJ_y} + \frac{1}{EJ_y} \left(9 \frac{6^2}{2} + 4 \cdot 4 - 8 \frac{4^3}{6} \right) = \frac{428 \cdot 10^6}{9 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 39290} = 0,0006 \text{ рад.}$$

$x=8$ м ни (1) формулага қўйиб D кесимнинг салқилигини топамиз:

$$z_D(8) = -\frac{406}{9EJ_y} \cdot 8 + \frac{1}{EJ_y} \left(9 \frac{8^3}{6} + 4 \frac{6^2}{2} - 8 \frac{4^4}{24} + 26 \frac{2^3}{6} + 8 \frac{2^4}{24} \right) = \frac{3904 \cdot 10^8}{9 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 39200} = 0,55 \text{ см.}$$

9.6-мисол.

Ўзгармас кўндаланг кесимли ёғоч балка учун кесимнинг салқилиги ва айланиш бурчаги эпюраси қурилсин (7.16-шакл).

Ечиш: Таянч реакцияларини ҳисоблаймиз:

$$\Sigma M_A = -R_c \cdot \ell + q \cdot \frac{\ell}{2} 075 \ell = 0 ;$$

$$R_c = \frac{0,75q\ell^2}{2\ell} = \frac{3}{8}q\ell = 6\text{кН}$$

$$\Sigma M_c = R_A \cdot \ell - q \cdot \frac{\ell}{2} \cdot 0,25\ell = 0$$

$$R_A = \frac{0,25q\ell^2}{2\ell} = \frac{1}{8}q\ell = 2\text{кН}.$$

$$\text{Текшириш: } \Sigma Z = R_A - q \cdot 2 + R_c = 2 - 4 \cdot 2 + 6 = 8 - 8 = 0.$$

Энди балканинг иккинчи участкасидан олинган x кесимнинг чап томонидаги ташқи кучлардан (9.12) ва (9.13) дан фойдаланиб универсал формулани тузамиз:

$$z(x) = f_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EJ_y} \left[R_A \frac{x^3}{6} - q \frac{(x-2)^3}{24} \right], \quad (1)$$

$$z'(x) = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[R_A \frac{x^2}{2} - q \frac{(x-2)^2}{6} \right], \quad (2)$$

бунда $f_0 = 0$, $\theta_0 \neq 0$ бўлиб ўнг таянчда салқилик нолга тенглик шартидан фойдаланиб аниқланади.

$$z(4) = \theta_0 \cdot 4 + \frac{1}{EJ_y} \left[2 \frac{4^3}{6} - 4 \frac{2^4}{24} \right] = 0; \text{ бундан } \theta_0 = -\frac{14}{3EJ_y} \text{ бўлади.}$$

Топилган қийматларини эътиборга олиб, (2) формуладаги x нинг ўрнига бир нечта қийматлар қўйиб айланиш бурчагининг қийматларини топиб унинг эпюрасини курамиз:

$$z'_A(0) = \theta_A = -\frac{14}{3EJ_4} = -\frac{14 \cdot 10^6 \cdot 12}{3 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 20^3} = -0,007 \text{ рад.}$$

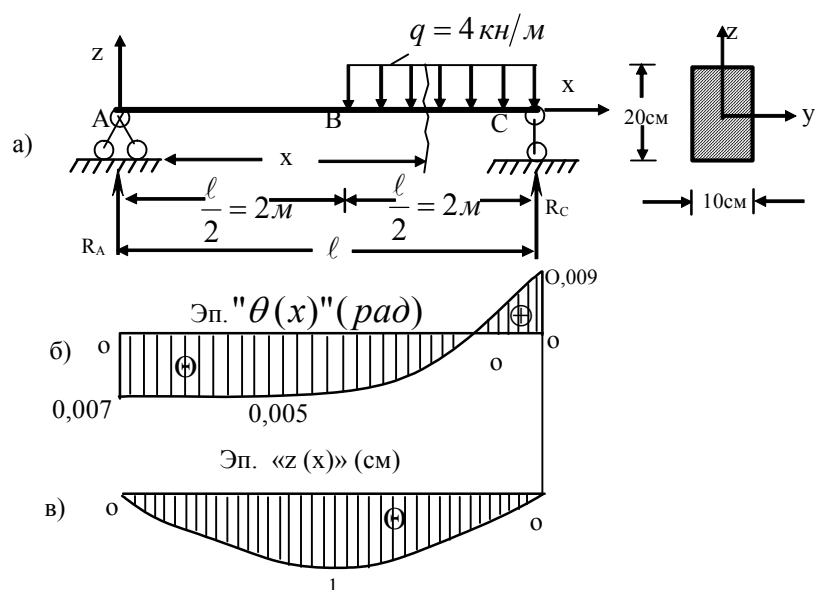
$$z'_B\left(\frac{\ell}{2}\right) = \theta = -\frac{14}{3EJ_y} + \frac{1}{EJ_y} \left(2 \frac{2^2}{2} \right) = -\frac{10 \cdot 10^6 \cdot 12}{3 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 20^3} = -0,005 \text{ рад,}$$

$$z'_c(\ell = 4) = \theta_c = -\frac{14}{3EJ_y} + \frac{1}{EJ_y} \left(2 \frac{4^2}{2} - 4 \frac{2^3}{6} \right) = \frac{18 \cdot 10^6 \cdot 12}{3 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 20^3} = 0,009 \text{ рад.}$$

Энди (1) формуладаги x га бир нечта қийматлар қўйиб салқилик қийматларини топиб, унинг эпюрасини курамиз :

$$z_A(0) = -\frac{14}{3EJ_y} \cdot 0 = 0; \quad Z_A(0) = 0,$$

$$z_B(2) = -\frac{14}{3EJ_y} \cdot 2 + \frac{1}{EJ_y} \left(2 \frac{2^3}{6} \right) = -\frac{20 \cdot 10^8 \cdot 12}{3 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 20^3} = -1,0 \text{ см,}$$



9.16-шакл.

$$z_c(4) = -\frac{14}{3EJ_y} \cdot 4 + \frac{1}{EJ_y} \left[2 \frac{4^3}{6} - 4 \frac{24}{24} \right] = -\frac{56}{3EJ_y} + \frac{56}{3EJ_y} = 0.$$

Кесимнинг айланиш бурчаги ва салқилигининг топилган қийматларидан фойдаланиб қурилган эпюралар 9.16-шакл, б, в да кўрсатилган.

9.5-§. ГРАФОАНАЛИТИК УСУЛДА БАЛКАНИНГ ДЕФОРМАЦИЯСИНИ АНИҚЛАШ.

Бу усул, яъни графоаналитик усул қуйидаги тенгламалар

$$v'' = \frac{M}{EJ} \quad ; \quad \frac{d^2 M}{dz^2} = q \quad \text{нинг ўхшашлигига асослангандир.}$$

Шу сабабдан салқиликларни аниқлаш масаласини фиктив балкага қўйилган фиктив кучдан ҳосил бўладиган эгувчи моментни аниқлашга келтириш лозим:

$$q_\delta = \frac{M}{EJ}.$$

Фиктив кучдан ҳосил бўлган фиктив эгувчи момент M_δ .. айрим шартларга амал қилинганда қўйилган кучдан ҳақиқий балкада ҳосил бўладиган салқилик (v) . га тенг бўлади.

$$\frac{dv}{dz} = \theta \quad ; \quad \frac{dM_\delta}{dz} = Q_\delta \quad ,$$

булардан кўринадикки ҳақиқий балканинг айланиш бурчаги фиктив балкада ҳосил бўладиган фиктив кесувчи кучга тенг бўлар экан.

Балканинг барча кесимларида қуйидаги тенглик $\nu = M_\delta$; $\theta = Q_\delta$. бажарилса, янги ҳақиқий балканинг салқилик ва айланиш бурчаги эпюралари ординаталари қийматлари ва ишораларига кўра фиктив балканинг $\dots M_\delta \dots$ ва $\dots Q_\delta \dots$ эпюраларига мос келиши лозим. Бу талабларни бажариш учун иккала балкада чегаравий шартларнинг тўлиқ ўхшашлигига эришиш керак.

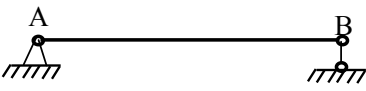
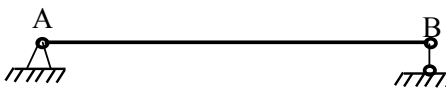
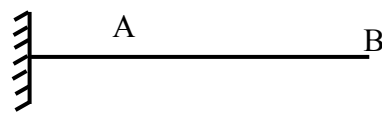
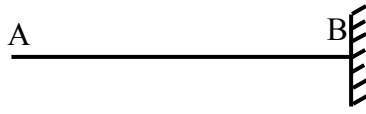
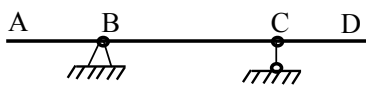
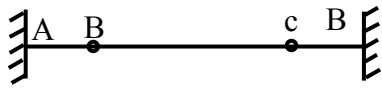
Аналитик усулда ихтиёрий ўзгармасларнинг балка учларининг чегаравий шартларидан ва иккита қўшиш участкаларини ажратувчи кесимдаги деформацияларнинг тенглигидан аниқлаган бўлсак, энди графоаналитик усулда ихтиёрий ўзгармас кучни аниқлаш ўрнига, фиктив кучлар билан юкланган фиктив балкаларни мослаб танлаш лозим, яъни қуйидаги шартлар бажарилиши лозим: ҳақиқий балканинг бирор кесимидаги салқилик ($\nu = 0$).. ва айланиш $\dots (\theta = 0)$. бурчаги нолга тенг бўлса, тегишли фиктив балканинг ҳам шу кесимидаги фиктив эгувчи момент ва кесувчи куч $\dots (M_\delta = 0, Q_\delta = 0)$. нолга тенг бўлиши керак ва аксинча.

9.1-жадвалда ҳақиқий балка учларининг турли тиралиш шартларига фиктив балка мос учларининг қонуний тиралиши тўғри келиши келтирилган.



Мор Христиан Отто (1835-1918), профессор. Статик аниқ ва статик ноаниқ системаларда эластиклик чизиғини графо-аналитик услубда қуриш усулини ишлаб чиққан. Статик ноаниқ системаларни кучлар усулида ҳисоблаш назариясини яратган. Хусусан туташ балкаларни уч маментли тенглама ёрдамида ҳисоблаш услубини яратган. Жисмнинг бирор-бир нуқтасида ҳосил бўлган кучланиш ҳолатини нуқта атрофида айлана кўринишда содир бўлиши ғоясини илгари сурган. Стержинларнинг чўзилиш ва сиқилишга ишловчи ҳар хил қаршиликка эга бўлган материалларнинг мустаҳкамлик назариясини ишлаб чиққан.

9.1-жадвал

Т/р	Ҳақиқий балка v, θ	Ҳақиқий балка таянчи	Фиктив балка Фиктив балка таянчлари	M^o, Q^o
1	$v_A = 0$ $\theta_A \neq 0$ $v_B = 0$ $\theta_B \neq 0$			$M_A^o = 0$ $Q_A^o \neq 0$ $M_B^o = 0$ $Q_B^o \neq 0$
2	$v_A = 0$ $\theta_A = 0$ $v_B \neq 0$ $\theta_B \neq 0$			$M_A^o = 0$ $Q_A^o = 0$ $M_B^o \neq 0$ $Q_B^o \neq 0$
3	$v_A \neq 0$ $\theta_A \neq 0$ $v_B = 0$ $\theta_B \neq 0$ $v_C = 0$ $\theta_C \neq 0$ $v_D \neq 0$ $\theta_D \neq 0$			$M_A^o \neq 0$ $Q_A^o \neq 0$ $M_B^o = 0$ $Q_B^o \neq 0$ $M_C^o = 0$ $Q_C^o \neq 0$ $M_D^o \neq 0$ $Q_D^o \neq 0$

Бу жадвалдан кўринадики, икки таянчда ётувчи оддий балкага икки таянчда ётган оддий фиктив балка тўғри келиб, ҳақиқий балка учун $v_A = v_B = 0$, фиктив балка учун эса $M_A^o = M_B^o = 0$. бўлар экан.

Бир учи билан маҳкамланган консол балка учун шу кесими эркин бўлиб, эркин учи қистириб маҳкамланган фиктив балка тўғри келиб, ҳақиқий балканинг қистириб маҳкамланган кесими учун $v_A = \theta_A = 0$, фиктив балкада эса $M_A^o = \theta_A^o = 0$. бўлади.

Энди графоаналитик усулни қўллашни бир неча мисолларда кўриб чиқамиз.

1. 9.17-шакл, а да кўрсатилган консолнинг эркин учининг салқилиги аниқлансин.

Эгувчи момент эпюраси учбурчакдан иборат бўлиб, унинг катта қиймати $P\ell$ га тенг бўлиб, у қистириб маҳкамланган кесимга тўғри

келади. Эгувчи момент эпюрасининг абсцисса ўқининг фиктив балканинг ўқи деб ҳисоблаб, эгувчи момент эпюрасини фиктив юк сифатида қабул қилиб, уни шу юк билан юклаймиз. Фиктив балкани ўнг учи қистириб маҳкамланган бўлиб, чап учи эса эркин бўлади.

Фиктив балканинг ўнг учидаги кесимнинг фиктив эгувчи моменти қуйидагича бўлади.

$$M^{\circ} = \frac{1}{2} P \ell \cdot \ell \cdot \frac{2}{3} \ell = \frac{P \cdot \ell^3}{3}.$$

Бу ифодани бикрлиги EJ . бўлиб, энг катта салқиликни топамиз:

$$\nu_{i\ddot{a}\ddot{o}} = \frac{M^{\circ}}{EJ} = \frac{P \cdot \ell^3}{3EJ}.$$

2. 9.18 –шакл,а,б да кўрсатилган соф эгилиш ҳолатида бўлган балканинг энг катта салқилиги топилсин.

Эгувчи момент эпюрасидан кўринадик, фиктив юк текис тақсимланганлигидан M° .. эпюраси квадрат парабола шаклида бўлиб, энг катта момент балканинг ўртасига тўғри келганлиги сабабли энг катта салқилик қуйидагича топилади:

3 9.19-шакл, а да кўрсатилган оддий балканинг ўртасидаги салқилиги топилсин.

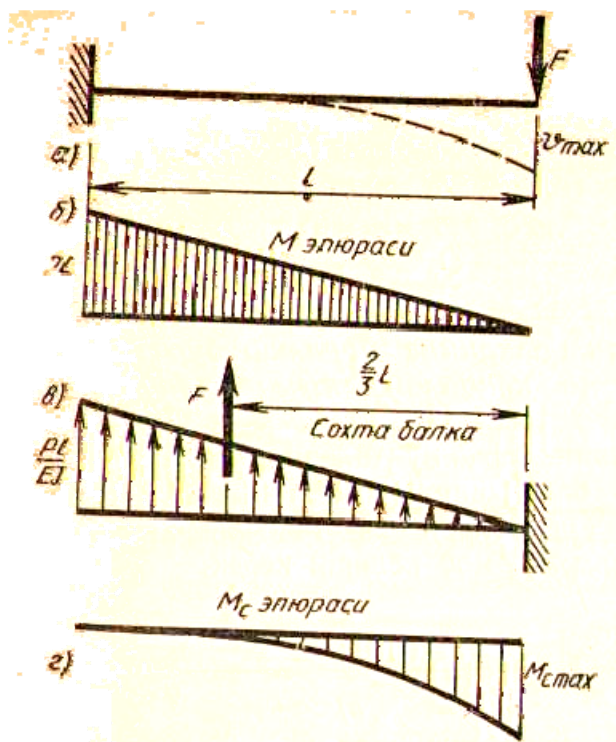
Эгувчи момент эпюраси $M = \frac{q\ell}{2}x - \frac{qx^2}{2}$..тенглама билан ифодаланган парабола бўлиб, уни фиктив юкка айлантурсак, фиктив балка ҳақиқий балка каби оддий балкадан иборат бўлиб, парабола қонуни билан ўзгарувчи фиктив куч таъсирида бўлади (9.19-шакл, б). Фиктив балкага таъсир этувчи фиктив юкнинг тенг таъсир этувчиси $\Omega = \frac{2}{3} \frac{q\ell^2}{8} \ell = \frac{q\ell^2}{12}$ га тенг бўлади.

Фиктив юк симметрик бўлганлиги учун $R_A^{\circ} = R_B^{\circ} = \frac{q\ell^3}{24}$.. бўлади. Балканинг ўртасидаги кесимнинг фиктив эгувчи момент қуйидагига тенг бўлади.

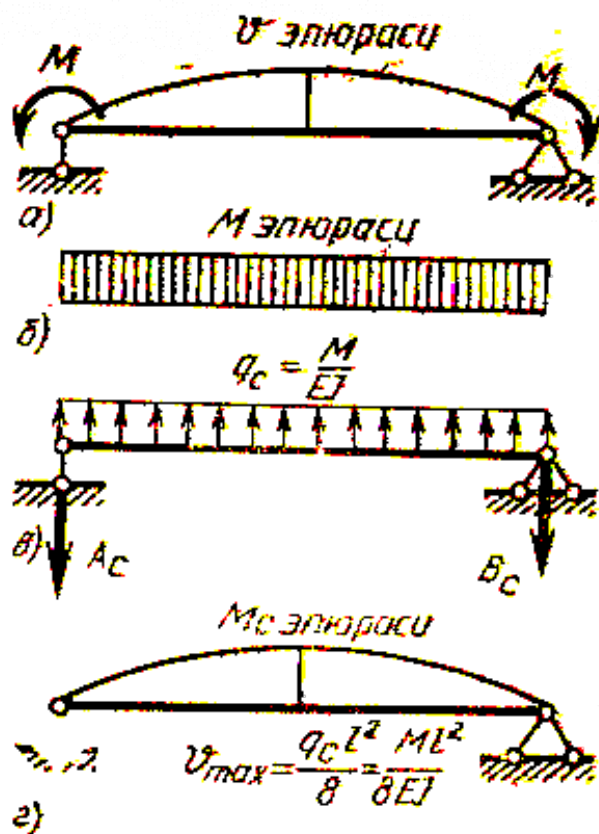
$$M^{\circ} = R_A^{\circ} \cdot \frac{\ell}{2} - \frac{\Omega}{2} d = \frac{q\ell^3}{24} \cdot \frac{\ell}{2} - \frac{q\ell^3}{2 \cdot 12} \cdot \frac{3}{16} \ell = -\frac{5q\ell^4}{384};$$

Бу ерда d – параболанинг симметрия ўқидан ярим юзасининг марказигача бўлган масофа бўлиб, $d = \frac{3}{16} \ell$ га тенг бўлади (9.13-шакл, в). Бу ифодани EJ .. га бўлиб, энг катта салқиликни топамиз:

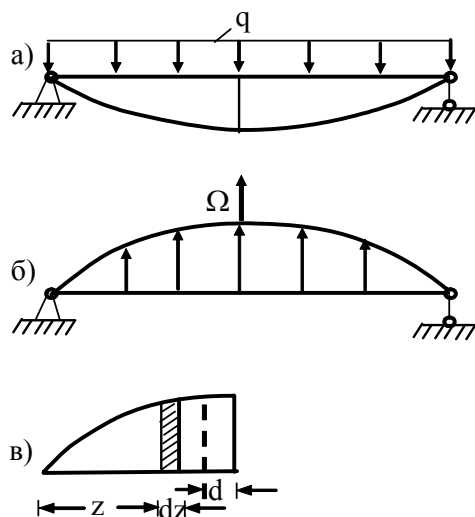
$$\nu_{i\ddot{a}\ddot{o}} = \frac{M^{\circ}}{EJ} = -\frac{5q\ell^4}{384EJ}$$



9.17-шакл.



9.18 –шакл.



9.19-шакл

Умумий ҳолда ташқи кучларнинг бажарган иши қуйидагича бўлади:

$$T = \sum \frac{P_n \delta_n}{2}, \quad (9.14)$$

бунда T - ташқи кучларнинг бажарган иши;

P_n - умумлашган кучлар;

δ_n - умумлашган кўчишлар.

Эгувчи момент ва кесувчи кучларни ҳисобга олган ҳолда кўндаланг эгилишда деформациянинг потенциал энергияси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$U = \sum \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ_y} + \sum \int_0^l \frac{\eta Q^2 dx}{2GA}; \quad (9.15)$$

бунда η - балка кўндаланг кесимининг шаклига боғлиқ бўладиган коэффициент масалан, тўғри тўртбурчак учун $\eta = 1,2$; доиравий кесим учун $\eta = 1,11$; кўштавр учун $\eta = 2,5$ ва хоказ.

Амалда биринчи интегралга нисбатан иккинчи интеграл жуда кичик бўлганлиги учун уни ҳисобга олмасак ва потенциал энергиянинг тақрибий ифодасидан фойдаланамиз:

$$U = \sum \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ_y}; \quad (9.16)$$

Кастильяно теоремасини тадбиқ этиб балка кесимларининг деформациясини топишнинг умумий усулларида биридир. «Деформациянинг потенциал энергиясидан умумлашган кучга нисбатан олинган хусусий ҳосила шу умумлашган куч йўналишидаги кўчишга тенгдир».

$$\Delta_{iP} = \frac{\partial U}{\partial P}, \quad (9.17)$$

бунда U - балка кесимининг потенциал энергияси бўлиб,

$$U = \int_0^l \frac{M^2(x) dx}{2EJ_y}, \quad \text{га тенгдир.} \quad \text{бу ерда } F - \text{умумлашган}$$

куч бўлиб P ёки M га тенг;

Δ - умумлашган кўчиш бўлиб z ёки θ га тенгдир.

Бу формулага **Кастильяно теоремаси** дейилади.

Хусусий ҳосила тўпланган кучга ёки моментга нисбатан олинса, у эластик система чизикли элементининг мос равишда тўпланган куч йўналишидаги салқилиги ёки момент йўналишидаги айланиш бурчагига тенг бўлади:

$$z = \frac{\partial U}{\partial P}; \theta = \frac{\partial U}{\partial M}; \quad (9.18)$$

Потенциал энергия (U) ўрнига унинг (9.15) формуладаги балка учун чиқарилган қийматини қўйиб, (9.14) формулани балкага тадбиқ этиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Delta_{iP} = \sum \frac{1}{EJ_y} \int_0^{\ell} M(x) \cdot \frac{\partial M(x)}{\partial P} dx \quad (9.19)$$

9.7-мисол.

Кўндаланг кесими $30 \times 10 \text{ см}^2$ бўлган тўғри тўртбурчак бўлган ёғоч консолнинг потенциал энергияси ва эркин учининг эгилиш салқилиги аниқлансин (7.20-шакл).

Ечиш: Потенциал энергиянинг қийматини қуйидаги формуладан $U = \int_0^{\ell} \frac{M^2(x) dx}{2EJ_y}$ фойдаланиб ҳисоблаймиз:

Кесимнинг эркин учидан x масофада кесим олсак, унга нисбатан M(x) ни аниқлаймиз:

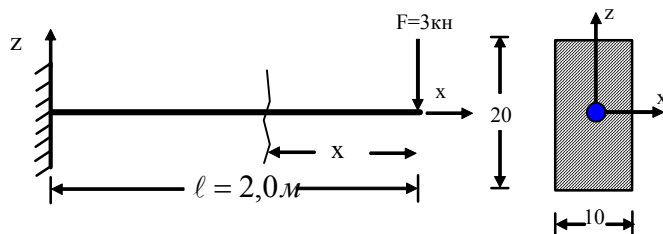
Кўндаланг кесимнинг инерция моменти

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{10(30)^3}{12} = 22500 \text{ см}^4,$$

$$U = \int_0^{\ell} \frac{M^2(x) dx}{2EJ_y} = \frac{P^2}{2EJ_y} \int_0^{\ell} x^2 dx = \frac{P^2 \ell}{6EJ_y} = \frac{(300)^2 \cdot (200)^3}{6 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 22500} = 533,3 \text{ кгсм}$$

Балка эркин учининг эгилиш салқилигини аниқлаймиз:

$$\Delta = f = \sum \frac{1}{EJ_y} \int_0^{\ell} M(x) \cdot \frac{\partial M(x)}{\partial P} dx$$



9.20-шакл.

9.8-мисол.

Ўзгармас кўндаланг кесимли ёғоч балканинг куч қўйилган нуқтасининг эгилиш салқилиги ва таянчлар кесимининг айланиш бурчаги аниқлансин (9.21-шакл).

Ечиш: 1) Тўпланган F куч қўйилган кесимнинг эгилиш салқилигини ҳисоблаймиз:

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{20(10)^3}{12} = \frac{20(10)^3}{12} = 1666,67 \text{ см}^4,$$

$$\text{AB участкада } (0 \leq x_1 \leq \ell/2); \quad M_1(x) = R_A \cdot x_1 = \frac{F}{2} \cdot x; \quad \frac{\partial M_1}{\partial F} = \frac{x_1}{2},$$

$$\text{CB участкада } (0 \leq x_2 \leq \ell/2);$$

$$\text{бундан } M(x) = -F \cdot x; \quad \frac{dM(x)}{dF} = -x \text{ бўлади.}$$

$$\Delta = f = \frac{1}{EJ_y} \int_0^{\ell} F \cdot x \cdot x dx = \frac{F}{EJ_y} \int_0^{\ell} x^2 dx = \frac{F \cdot \ell^3}{3EJ_y} = \frac{300(200)^3}{3EJ_y} = 0,356 \text{ см.}$$

$$M_2(x) = R_c \cdot x_2 = \frac{F}{2} \cdot x_2; \quad \frac{\partial M_2(x)}{\partial F} = \frac{x_2}{2}.$$

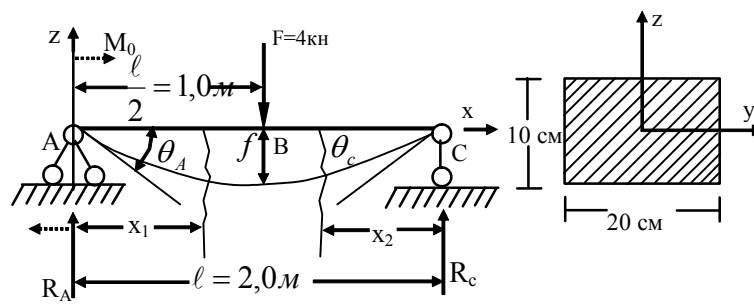
Балка симметрик юкланганлиги сабабли иккала участка учун ҳам чиқарилган қийматларни юқоридаги формулага қўямиз:

$$\Delta = f = \frac{1}{EJ_y} \int_0^{\ell} M(x) \frac{\partial M(x)}{\partial F} = \frac{2}{EJ_y} \int_0^{\ell/2} \frac{F}{2} \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \frac{F \ell^3}{48EJ_y} = \frac{400 \cdot (200)^3}{48 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 1666,67} = 0,4 \text{ см.}$$

2) А таянчга жуфт куч (M_0), яъни вақтинчалик умумлашган кучни қўйиб, унинг айланиш бурчагини аниқлаймиз:

Балканинг таянч реакциялари: $R_A = \frac{F}{2} - \frac{M_0}{\ell}$; $R_c = \frac{F}{2} + \frac{M_0}{\ell}$ га тенг бўлади.

Иккала участкадаги эгувчи моментлар:



9.21-шакл.

AB участкада

$$M_1(x) = \left(\frac{F}{2} - \frac{M_0}{\ell} \right) \cdot x_1 + M_0; \quad \frac{\partial M_1(x)}{\partial M_0} = -\frac{x_1}{\ell} + 1 = 1 - \frac{x_1}{\ell};$$

$$\text{CB участкада } M_2(x) = \left(\frac{F}{2} + \frac{M_0}{\ell} \right) \cdot x_2; \quad \frac{\partial M_2(x)}{\partial M_0} = -\frac{x_2}{\ell}.$$

Буларнинг ҳаммасини эътиборга олиб θ_A ни топамиз:

$$\begin{aligned} \theta_A &= \frac{1}{EJ_y} \left(\int_0^{\ell/2} M_1(x) \frac{\partial M_1(x)}{\partial M_0} dx + \int_0^{\ell/2} M_2(x) \frac{\partial M_2(x)}{\partial M_0} dx \right) = \\ &= \frac{1}{EJ_y} \left\{ \int_0^{\ell/2} \left[\left(\frac{F}{2} - \frac{M_0}{\ell} \right) \cdot x_1 + M_0 \right] \left(1 - \frac{x_1}{\ell} \right) dx_1 + \int_0^{\ell/2} \left(\frac{F}{2} + \frac{M_0}{\ell} \right) \cdot x_2 \cdot \frac{x_2}{\ell} dx_2 \right\}; \end{aligned}$$

Агар $M_0 = 0$ бўлишини эътиборга олсак, θ_A қуйидагича бўлади:

$$\theta_A = \frac{F}{2EJ_y} \left[\int_0^{\ell/2} \left(x_1 - \frac{x_1^2}{\ell} \right) dx_1 + \int_0^{\ell/2} \frac{x_2^2}{\ell} dx_2 \right] = \frac{F}{2EJ_y} \left(\frac{\ell^2}{8} - \frac{\ell^2}{24} + \frac{\ell^2}{24} \right) = \frac{F\ell^2}{16EJ_y}.$$

Балка симметрик юкланганлиги сабабли

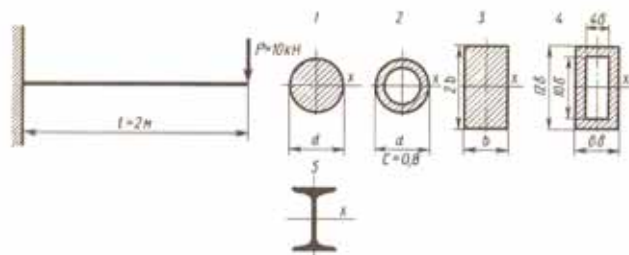
$$\theta_A = -\theta_c = \frac{F\ell^2}{16EJ_y} = \frac{400 \cdot (200)^2}{16 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 1666,67} = 0,006 \text{ рад.}$$

9.9-мисол.

Агар $[f] = \ell/400$ бўлса, 9.22-шаклда кўрсатилган пўлат балка кўндаланг кесимларининг талаб қилинган ўлчамлари бикрлик шартидан аниқлансин. Топилган қийматлардан фойдаланиб уларнинг массалар таққослаб кўрилсин.

Ечиш: Бикрлиги шартидан
$$v_{\max} = f = \frac{P\ell^3}{3EJ_x} \leq [f]$$

Кесимнинг талаб қилинган инерция моментини аниқлаймиз:



9.22-шакл.

$$J_x \geq \frac{P\ell^3}{3E[f]} = \frac{P\ell^3}{3E \frac{\ell}{400}} = \frac{400P\ell^2}{3E} = \frac{400 \cdot 10 \cdot 10^2 (200)^2}{3 \cdot 2 \cdot 10} = 26700 \text{ см}^4.$$

1. Бикрнинг шартидан талаб қилинган диаметрни аниқлаймиз:

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64} = 26700; \quad d = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 26700}{3,14}} = 15,4 \text{ см}$$

$$\text{Кўндаланг кесим юзаси: } F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (15,4)^2}{4} = 187 \text{ см}^2.$$

2. Ҳалқасимон кўндаланг кесимнинг ўлчамлари:

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64} (1 - \alpha^4); \quad d = \sqrt[4]{\frac{64 J_x}{\pi (1 - \alpha^4) 3,14}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 26700}{3,14 (1 - 0,8^4)}} = 17,4 \text{ см};$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} (1 - \alpha^2) = \frac{3,14 \cdot (17,4)^2}{4} (1 - 0,8^2) = 86,5 \text{ см}^2.$$

3. Тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимнинг ўлчамлари:

$$J_x = \frac{b(2b)^3}{12} = \frac{2}{3} b^4; \quad b = \sqrt[4]{\frac{3 J_x}{2}} = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot 26700}{2}} = 8 \text{ см. } F = 2b^2 = 2 \cdot 8^2 = 128 \text{ см}^2.$$

4. Каробкасимон кўндаланг кесимнинг ўлчамлари:

$$J_x = \frac{6\delta(12\delta)}{12} - \frac{4\delta(10\delta)^3}{12} = 531\delta^4;$$

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{J_x}{531}} = \sqrt[4]{\frac{26700}{531}} = 1,5 \text{ см};$$

$$F = 72\delta^2 - 40\delta^2 = 32\delta^2 = 32 \cdot (1,5)^2 = 72 \text{ см}^2$$

5. Сортамент жадвалидан №22 номерли қўштаврни танлаймиз:

$$J_x = 2790 \text{ см}^4; F = 32,8 \text{ см}^2$$

Ўзгармас кесимли ва бир хил узунликдаги балкаларнинг массаларининг нисбати кўндаланг кесим юзаларининг нисбатига тенг бўлади.

Шунинг учун $m_1 : m_5 = 187 : 32,8 = 4,9$; $m_2 : m_5 = 86,5 : 32,8 = 2,64$;

$$m_3 : m_5 = 128 : 32,8 = 3,9; \quad m_4 : m_5 = 72 : 32,8 = 2,19.$$

280,241,278,243,276,245,274,247,272,249,270,251,268,253,266,255,264,257,262,259
242,279,244,277,246,275,248,273,250,271,252,269,254,267,256,265,258,263,260,261
320,281,318,283,316,285,314,287,312,289,310,291,308,293,306,295,304,297,302,299
282,319,284,317,286,315,288,313,290,311,292,309,294,307,296,305,298,303,300,301
360,321,358,323,356,325,354,327,352,329,350,331,348,333,346,335,344,337,342,339
322,359,324,357,326,355,328,353,330,351,332,349,334,347,336,345,338,343,340,341

$$M_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{M_{\text{б}}^2 + M_{\text{г}}^2} = \sqrt{(5450)^2 + (3320)^2} = 6370 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Эквивалент кучланиш:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \frac{M_{\text{экв}}^{\text{III}}}{W_{\text{г}}} = \frac{6370}{0,1 \cdot (5)^3} = 510 \text{ кг} / \text{см}^2 < [\sigma].$$

Шундай қилиб, бруснинг кўрсатилган кесимларида мустаҳкамлик таъминланади.

-

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

12.1. Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, тасмали узатма валининг талаб этилган диаметри аниқлансин; $\sigma = 700 \text{ кг/см}^2$ деб қабул қилинсин. Шкивларнинг G_1 ва G_2 оғирликлари ҳисобга олинсин.

Жавоби: $d = 9,3$ см.

12.2. Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, эгрилиги кичик бўлган пўлат бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин : $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$ деб қабул қилинсин.

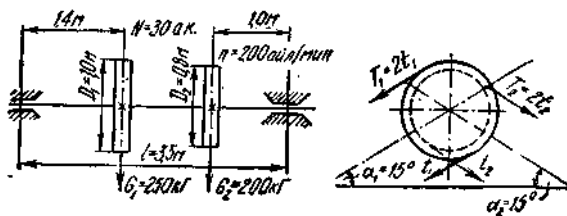
Жавоби: $(\sigma_{\text{акс}})_R 839 \text{ кг/см}^2$.

12.3. Агар $[\sigma_y] = 1200 \text{ кг/см}^2$ бўлса, у ҳолда брус учун P кучнинг рухсат этилган қиймати аниқлансин. Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш назарияси бўйича олиб борилсин.

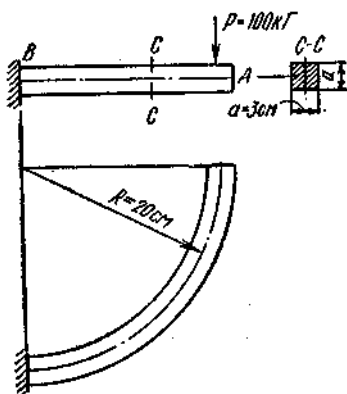
Жавоби: $[P] = 22,8 \text{ кН}$.

12.4. Пружина шайба болтни бураб маҳкамлашда $P=2$ кг куч билан тортилган . Учинчи мустаҳкамлик назариясини қўллаб, хавфли нуқта учун эквивалент кучланиш аниқлансин Кучлар орасидаги масофа шайба диаметрига нисбатан эътиборга олмаслик даражада кичик.

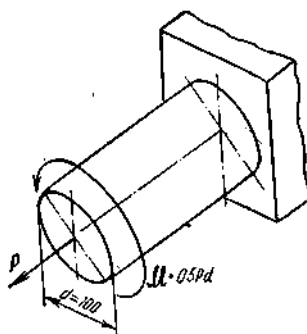
Жавоби: $\sigma_{\text{эке}}^{\text{III}} = 3970 \text{ кг/см}^2$.



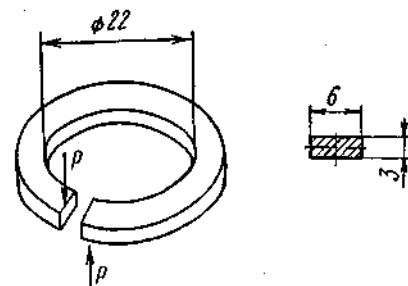
12.1-мисол учун.



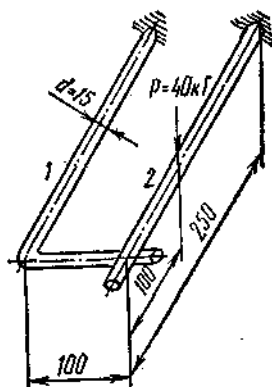
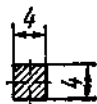
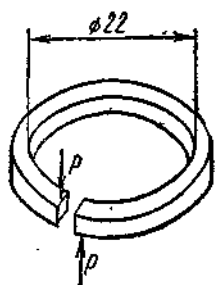
12.2-мисол учун.



12.3-мисол учун.



12 4-мисол учун.



12.5-мисол учун.

12.6-мисол учун.

12.5. Агар $[\sigma] = 400 \text{ кг/см}^2$ бўлса, пружина шайба учун $[P]$ кучнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин. Ҳисоблаш энг катта уринма кучланиш назарияси бўйича олиб борилсин. Шайбанинг қирқилган жойи чексиз равишда энсиз деб ҳисоблансин.

Жавоби: $[P] = 154 \text{ кг}$.

12.6. Иккала стержень учун мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Стерженьлар Ст. 3 пўлатидан ясалган, оқувчанлик чегараси $\sigma_{ок} = 2400 \text{ кг/см}^2$. Ҳисоблашда тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланилсин. Стерженьлар орасидаги ишқаланиш кучи эътиборга олинмасин.

Жавоби: $n_1 = 1.69$; $n_2 = 2.43$.

12.7. Агар $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлса, у ҳолда синиқ стержень кўндаланг кесимининг талаб этилган диаметри аниқлансин. Ҳисоблаш учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича бажарилсин.

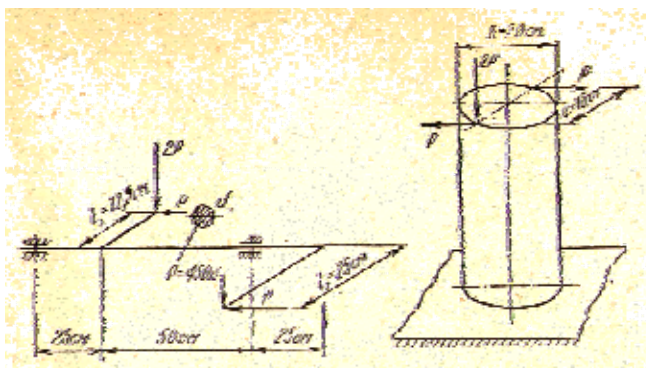
Жавоби: $d = 5 \text{ см}$.

12.8. Агар $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлса, у ҳолда вертикал устунга таъсир этувчи рухсат этилган нагрузка P аниқлансин. Ҳисоблаш учинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича бажарилсин.

Жавоби: $[P] = 19,7 \text{ кн.}$

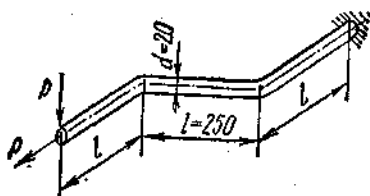
12.9. Шаклда кўрсатилган синиқ брус учун рухсат этилган куч P аниқлансин. Учинчи мустаҳкамлик назарияси қўлланилсин; $[\sigma] = 1200 \text{ кг/см}^2$ деб қабул қилинсин.

Жавоби: $[P] = 171 \text{ кг}$.

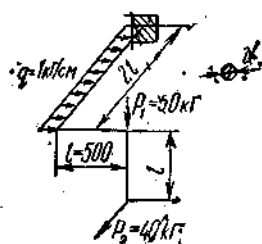


12.7-мисол учун.

12.8-мисол учун



12.9-мисол учун.



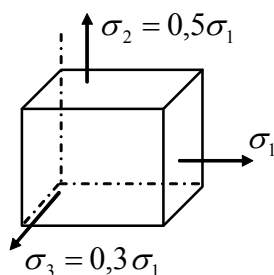
12.10-мисол учун.

12.10. Шаклда кўрсатилган синиқ брус кўндаланг кесимининг талаб этилган диаметри аниқлансин. $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$ деб қабул қилинсин. Ҳисоблаш тўртинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича олиб борилсин.

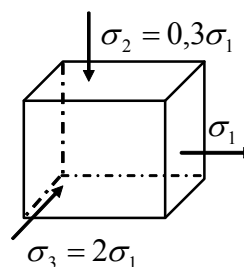
Жавоби: $d = 3,9 \text{ см}$.

12.11. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma_c] = 600 \text{ кг/см}^2$; $[\sigma_s] = 1800 \text{ кг/см}^2$ лар ва $\mu = 0,25$ бўлганда σ_1 кучланишнинг рухсат этилган қийматини биринчи, иккинчи ва Мор мустаҳкамлик назариялари бўйича аниқланг.

Жавоби: $[\sigma_1]^I = 600 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$; $[\sigma_1]^{II} = 750 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$; $[\sigma_1]^{мор} = 667 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$



12.11-мисол учун



12.12-мисол учун

12.12. Шаклда кўрсатилган кучланганлик ҳолатидаги элемент материалини III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича мустаҳкамлигини текширинг. Чўзилиш ва сиқилиш учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1500 \text{ кг/см}^2$, $\mu = 0,3$ деб олинсин.

Жавоби: III мустаҳкамлик назарияси бўйича $2200 \text{ кг/см}^2 > [\sigma]$ (мустаҳкамлиги қониқарли эмас). IV мустаҳкамлик назария бўйича $1950 \text{ кг/см}^2 > [\sigma]$ (мустаҳкамлиги қониқарли эмас).

12.13. Цилиндрик резервуардаги газнинг босими $P = 150 \text{ кг/см}^2$, диаметри $D = 40 \text{ см}$ ва рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 3000 \text{ кг/см}^2$ бўлганда, унинг деворининг қалинлиги III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича аниқлансин.

Жавоби: $\delta^{III} = 0,75 \text{ см}$; $\delta^{IV} = 0,65 \text{ см}$.

12.14. Шар шаклидаги резервуарда сақланадиган сиқилган газнинг босими $P = 400 \text{ кг/см}^2$, $D = 40 \text{ см}$ ва рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 4000 \text{ кг/см}^2$ бўлганда, унинг деворининг қалинлиги IV мустаҳкамлик назарияси бўйича аниқлансин.

Жавоби: $\delta^{IV} = 1 \text{ см}$.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Мустаҳкамлик назариялари нима ва у қандай ҳолларда қўлланилади?
2. Мустаҳкамликнинг биринчи назарияси қандай мулоҳазага асосланган ва унинг формуласи қандай ифодаланади?
3. Мустаҳкамликнинг иккинчи назарияси қандай мулоҳазага асосланган ва унинг формуласи қандай ифодаланади?
4. Мустаҳкамликнинг учинчи назарияси қандай мулоҳазага асосланган ва унинг формуласи қандай ифодаланади?
5. Мустаҳкамликнинг тўртинчи назарияси қандай мулоҳазага асосланган ва унинг формуласи қандай ифодаланади?
6. Мустаҳкамлик назарияларининг афзаллик ва камчилик томонларини айтиб беринг.

XIII-БОБ

МУРАККАБ ҚАРШИЛИК (МУРАККАБ ДЕФОРМАЦИЯ).

13.1-§ АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР.

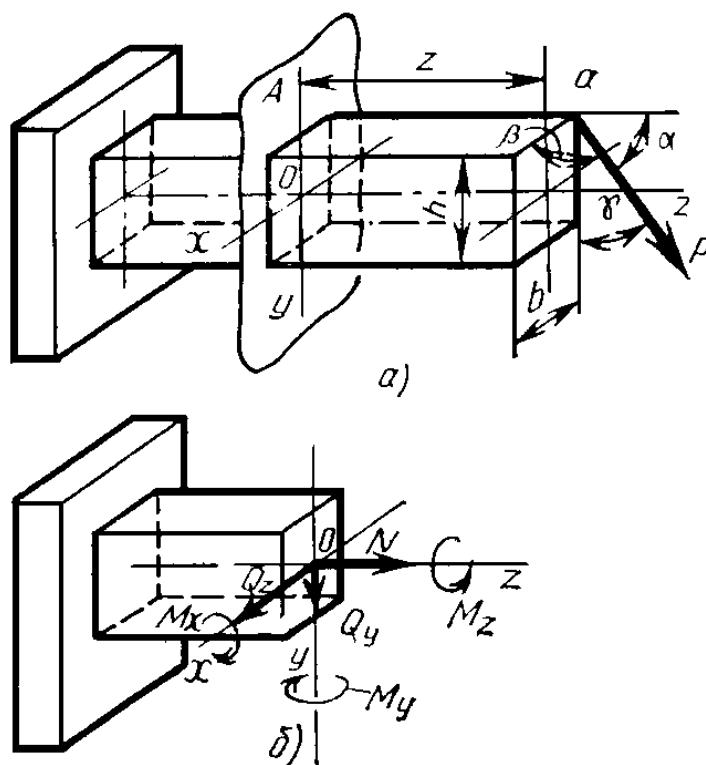
Юқоридаги бобларда машина ва иншоот қисмларига таъсир қилаётган кучлардан уларда ҳосил бўладиган бир турдаги оддий , яъни чўзилиш ва сиқилиш, силжиш, буралиш ва эгилиш деформацияларини текширган эдик. Кўпинча шундай ҳоллар бўладики, машина ва иншоот қисмларида ташқи куч таъсиридан юқорида келтирилган оддий деформацияларнинг бир нечтаси бир йўла ҳосил бўлади. Масалан, ҳаракатдаги автотранспорт воситаларининг валлари бир вақтнинг ўзида буралиш ва эгилишга қаршилик кўрсатиши мумкин, чунки уларнинг исталган кўндаланг кесимларига фақат буровчи ва эгувчи моментлар таъсир қилади. Кўприк ёки кран фермалари таркибига кирувчи стерженлар чўзилиши ёки сиқилиши билан бирга эгилиши ҳам мумкин, албатта уларнинг барча кесимлари бўйлама куч ва эгувчи моментлар таъсирида эканлигидандир.

Машина ва иншоот қисмларининг барча кўндаланг кесим юзаларига таъсир қилувчи кучлардан уларда оддий деформацияларнинг комбинациялари ҳосил бўладиган барча ҳолларга **мураккаб қаршилик ёки мураккаб деформация** дейилади.

13.1-шакл, *a* да кўрсатилган консолнинг *a* нуқтасига қўйилган *P* кучнинг таъсирини текшираемиз. Эркин учидан *z* масофада консолни *A* текислик билан кесиб ихтиёрий кесим олаемиз ва координата ўқларининг марказини кесим марказида турадиган қилиб олиб, *x* ва *y* ўқларини кесимнинг бош инерция ўқлари бўйлаб, *z* ўқини эса консолнинг геометрик ўқи бўйлаб йўналтираемиз (*Oxyz*) *P* кучи координата ўқлари билан α, γ, β йўналтирувчи бурчаклар ҳосил қилади.

Бу *P* куч таъсиридан кесимда ички зўриқиш кучларининг барча олти компоненти: $N, Q_y, Q_x, M_x, M_y, M_z$ ва M_z ҳосил бўлади (13.1-шакл, б)

Буларнинг ҳар қайсиси, консолнинг фикран ташлаб юборилган қисмига қўйилган барча куч ва жуфтларнинг тегишли ўқларга нисбатан олинган проекциялари ва моментларининг йиғиндисига тенг бўлади:



13.1- шакл.

Нормал куч $N = P \cdot \cos \alpha$;

Кесувчи кучлар $Q_y = P \cdot \cos \gamma$; $Q_x = P \cos \beta$;

Эгувчи моментлар $M_x = -P \frac{4}{2} \cos \alpha - Pz \cos \gamma$; $M_y = P \frac{6}{2} \cos \alpha - Pz \cos \beta$;

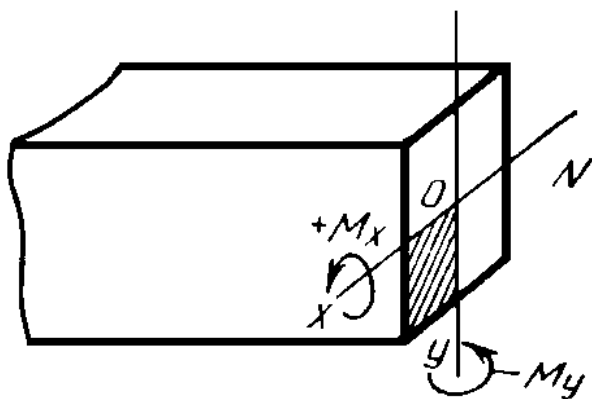
Буровчи момент $M_z = P \frac{6}{2} \cos \gamma - P \frac{h}{2} \cos \beta$.

Юқоридаги ички зўриқиш куч компонентлари таъсирдан кўндаланг кесимнинг нуқталарида нормал куч ва эгувчи моментлардан нормал кучланиш, кесувчи кучлар ва буровчи моментдан эса, уринма кучланишлар ҳосил бўлади.

Мураккаб қаршилиқ жумласига қийшиқ эгилиш, марказий бўлмаган сиқилиш, буралиш билан эгилишнинг биргаликдаги таъсири ва бошқалар киради.

Бу масалаларни ҳал қилишда қуйидаги иккита типдаги конструкцияларга эътибор бериш лозим.

а) Машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган деформацияларнинг жуда кичиклигидан, уларга таъсир этувчи кучлар абсолют қаттиқ жисмга қўйилгандек таъсир этиш характери ва ўз йўналишини ўзгартирмайди ва бикр конструкциялар дейилади.



13.2-шакл.

б) Машина ва иншоот қисмлари эгилувчанлиги сабабли, куч компонентларига йўналишига деформациянинг кўрсатган таъсирини ҳисобга олиш лозим бўлади.

Бикр конструкциялардан амалда жуда кўп фойдаланилади. Масалан, машина ва иншоот қисмлари бикр конструкциялар типига киради. Қурилиш техникасида иккинчи тип конструкциялар биринчи типдагига нисбатан кам учрасада улар муҳим аҳамиятга эгадир.

Масалан, самолёт ва кemasозлик элементларида ва ўлчаш асбобларининг элементларида деформациялар сезиларли даражада катта бўлади.

13.2-шаклда N , M_x ва M_y ларнинг мусбат чоракда ётувчи нуқталарида чўзувчи кучланиш юзага келтирилади.

Масалан, чўзилиш ва эгилиш иккита текисликда бир вақтда таъсир қиладиган бўлса, консол кўндаланг кесимининг мусбат чорагидаги кучланиш қуйидаги формуладан топилади:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x.$$

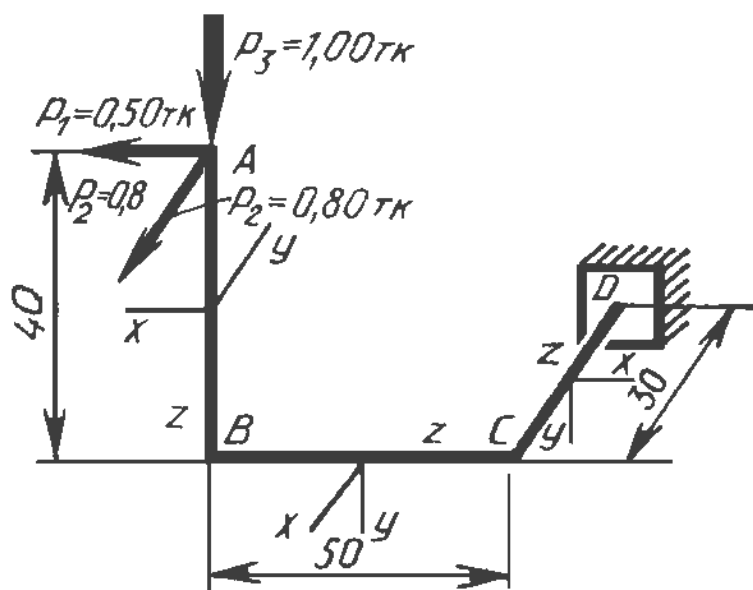
Уринма кучланишларни топиш учун ҳар бир текисликдагиси аниқланиб, улар геометрик қўшилади:

$$\tau = \sqrt{\tau_y^2 + \tau_x^2},$$

бунда $\tau_y = \frac{Q_y S_x^{o.ж}}{J_x \rho_y}; \quad \tau_x = \frac{Q_x S_y^{o.ж}}{J_y \rho_x}$ бўлади

13.2-§ СИНИҚ СТЕРЖЕНЛАР УЧУН ЗЎРИҚИШ КУЧЛАРИНИНГ ЭПЮРАЛАРИНИ ҚУРИШ.

13.3-шаклда кўрсатилгандек, ўқи тўғри чизик кесмаларидан иборат бўлган фазовий стерженлар машиналарни лойиҳалашда кўп учрайди. Бундай стерженларни хавфли кесимини топиш учун ички зўриқиш кучларининг яъни, $N, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$ ларнинг эпюралари қурилади. Ҳар бир стержень учун координата ўқларининг белгиланиши 13.3-шаклда кўрсатилган. Ox ва Oy ўқларини кўндаланг кесим юзасининг бош инерция, oz ўқини бруснинг бўйлама ўқи сифатида қабул қиламиз.



13.3-шакл.

Олдин қабул қилинган ишораларни олиш қоидаларидан фойдаланиб, ҳар бир стержень учун эгувчи момент ва кесувчи куч эпюраларини текис брусдагидек қурамиз. Ҳар бир стерженни шундай жойлаштириш керакки, бунда Q_y ва M_x , Q_x ва M_y эпюраларини қуришда мос равишда координата бошига Ox ва Oy ўқларининг мусбат йўналиши томонидан қараладиган бўлган.

13.3-шаклда кўрсатилган брус учун эпюралар қуришни мисол тариқасида текширамиз.

AB стержень учун:

$$N = -P_3 = -1,0 \text{ кН}; \quad M_x^{ea} = P_2 \cdot \ell_{as} = 0,8 \cdot 0,4 = 0,32 \text{ кНм}; \quad M_y = P_1 \cdot \ell_{o1} = 0,2 \text{ кНм}; \\ M_z = 0; \quad Q_y = 0,8 \text{ кН}; \quad Q_x = P_1 = 0,5 \text{ кН}.$$

BC стержень учун:

$$N = P_1 = 0,5 \text{ кН}; \quad M_x^{bc} = -P_1 \ell_{ob} = -0,2 \text{ кНм}; \quad M_x^{ck} = -P_1 \ell_{ab} - P_y \ell_{bc} = -0,5 \cdot 0,4 - 1,0 \cdot 0,5 = -0,7 \text{ кНм};$$

$$M_y = -P_2 \cdot \ell_{ab} = -0,4 \text{ кНм}; \quad M_z^{1c} = P_2 \ell_{ab} = 0,32 \text{ кНм}; \quad Q_y = -P_3 = -1,0 \text{ кН}; \quad Q_x = P_2 = 0,8 \text{ кН};$$

CD стержень учун:

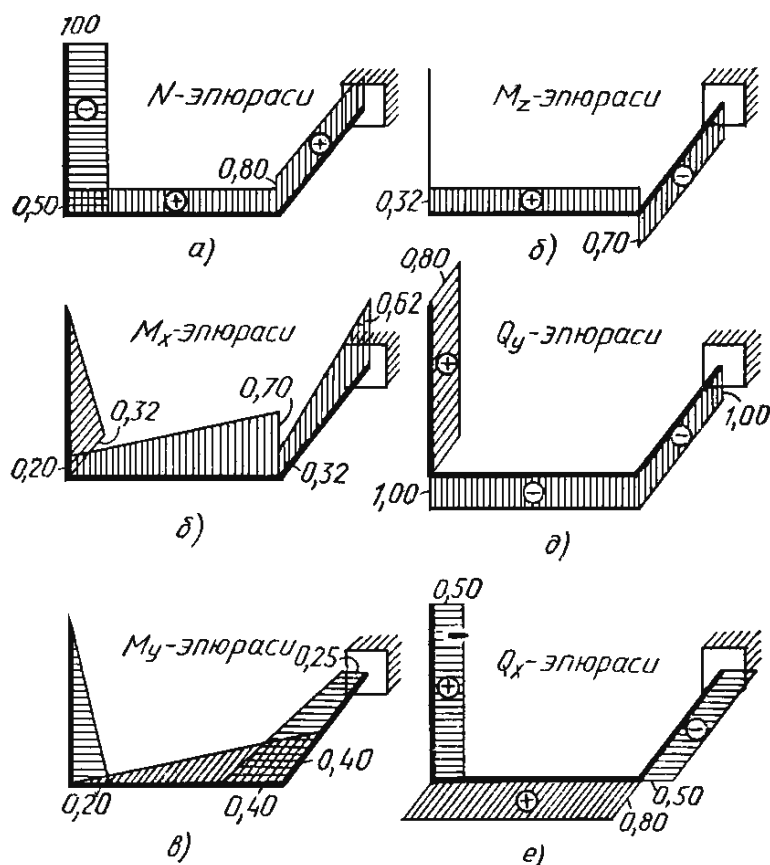
$$N = P_2 = 0,8 \text{ кН}; \quad M_x^{cd} = -P_2 \ell_{ab} = -0,8 \cdot 0,4 = -0,32 \text{ кНм}; \quad M_x^D = -P_2 \cdot \ell_{ab} - P_3 \ell_{cd} =$$

$$= -0,8 \cdot 0,4 - 1,0 \cdot 0,3 = -0,62 \text{ кНм}$$

$$M_y^{cd} = P_2 \cdot \ell_{cb} = -0,4 \text{ кНм}; \quad M_z^{dc} = P_1 \cdot \ell_{ab} = 0,25 \text{ кНм}; \quad Q_y = P_1 = 1,0 \text{ кН}; \quad Q_x = P_1 = 0,5 \text{ кН};$$

$$M_z = -P_1 \ell_{ab} - P_3 \cdot \ell_{bc} = -0,5 \cdot 0,4 - 1,0 \cdot 0,5 = -0,7 \text{ кНм}$$

Топилган қийматлардан фойдаланиб қурилган N нормал куч, M_x ва M_y эгувчи моментлар, M_z буровчи момент, Q_y ва Q_x кесувчи кучлар эпюралари мос равишда 13.4-шакл, $a, b, в, г, д, е$ ларда кўрсатилган.



13.4-шакл.

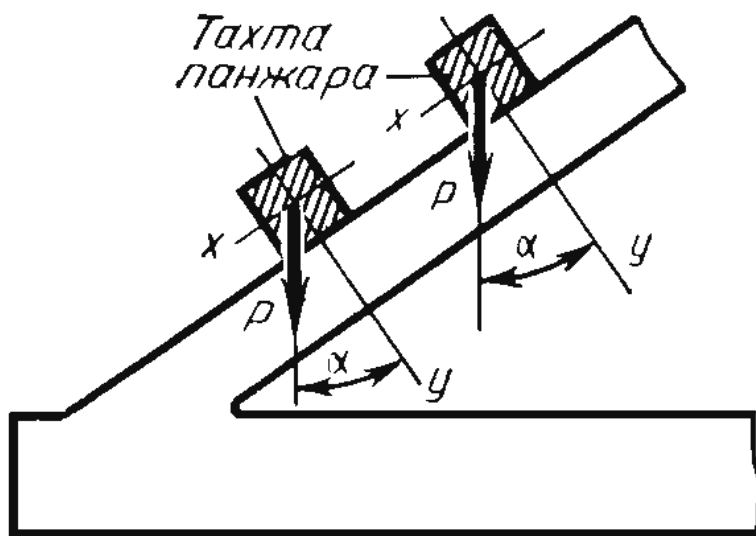
13.3-§ ҚИЙШИҚ ЭГИЛИШ.

Биз юқорида кўндаланг эгилишда балка кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланишни $\sigma = \frac{M}{J_y} z$ формуладан

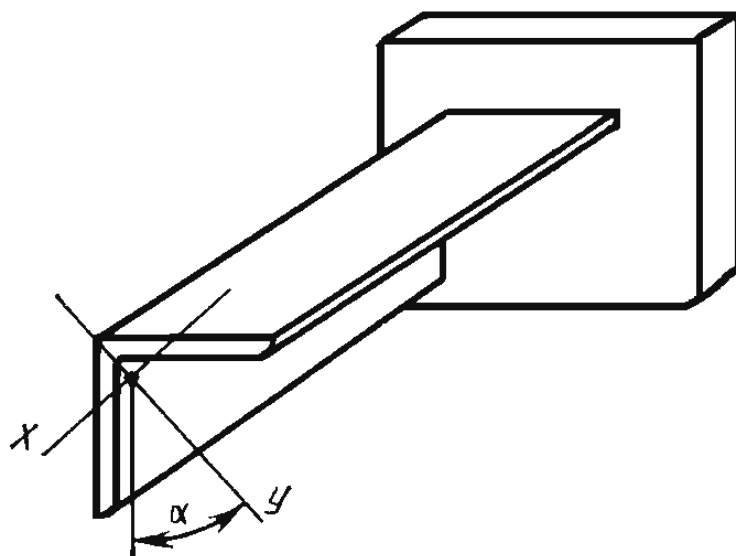
фойдаланиб топиб келган эдик. Балкага қўйилган кучлар унинг бирор бош инерция текислигида ётган ҳолларда бу формуладан фойдаланиш мумкин. Машина ва иншоот қисмларида кўпинча шундай ҳоллар ҳам учрайдики, балкага қўйилган кучлар унинг ўқиға тик бўлган ҳолда, бош инерция ўқларидан ўтмайдиган текисликларда ётади. Бундай ҳоллардаги эгилишга **қийшиқ эгилиш** дейилади. Бошқача қилиб айтганда, қийшиқ эгилишда балканинг кўндаланг кесим юзасида иккита эгувчи M_x ва M_y моментлар ҳосил бўлади.

Масалан, томларни ёпишда шлатиладиган туника остига қоқиладиган (рейка) тахта панжараларга шундай кучлар таъсир қиладик, бу кучлар ётган текисликлар тахта панжаралар кўндаланг кесимларининг бош инерция ўқлари орқали ўтувчи текисликлар билан бурчак ҳосил қиладик. 13.5-шаклда кўрсатилгандек, туника ва тахта панжараларнинг ўз оғирлигидан тушадиган P куч тахта панжараларнинг ўқи билан α бурчак ҳосил қилган ҳолда йўналади.

Бир учи билан қистириб маҳкамланган бурчакликнинг кесими бош инерция ўқлари кучга нисбатан α бурчак остида йўналганлиги сабабли унда ҳам қийшиқ эгилиш содир бўлади (13.6-шакл).



13.5-шакл.



13.6-шакл.

Қийшиқ эгилишга оид айрим масалаларни ечишни қуйидаги мисолда кўриб чиқамиз:

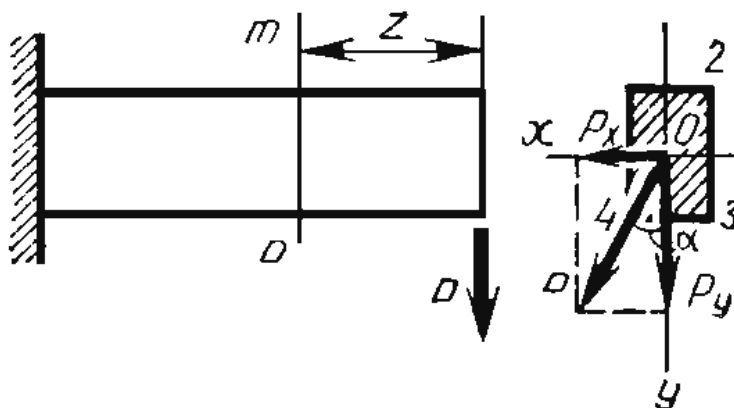
1. Кучланишни аниқлаш.

Эркин учининг кўндаланг кесими оғирлик марказидан OY ўқи билан α бурчак ҳосил қилиб таъсир этувчи P куч таъсиридаги консолни текширамыз (13.7-шакл).

Координата ўқлари бўйича P кучни иккита тузувчига ажратиб, консолнинг эркин учидан z масофада m -н кесимдаги бош инерция ўқларига нисбатан олинган эгувчи моментларни топамиз:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -P_y \cdot z = -P \cdot z \cdot \cos \alpha = -M \cos \alpha; \\ M_y &= -P_x \cdot z = -P \cdot z \cdot \sin \alpha = -M \sin \alpha; \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

Бундан кўринадики, қийшиқ эгилиш ўзаро тик бўлган бош текисликларда ҳосил бўлувчи икки тўғри эгилишлар йиғиндисидан иборат бўлар экан.



13.7-шакл.

Текис эгилишдаги кучланиш формуласидан фойдаланиб, ҳар бир эгувчи моментдан ҳосил бўладиган нормал кучланишни алоҳида топиш мумкин.

Балканинг қийшиқ эгилишда координаталар бошидан z масофада бўлган кўндаланг кесимидаги ихтиёрий нуқтанинг кучланиши кучлар таъсирининг мустақиллик принциpidан фойдаланиб масалан, координаталари (x, y) бўлган, мусбат чоракда ётган бирор нуқтанинг кучланиши икки бош текисликдаги эгувчи моментлар таъсиридан ҳосил бўлган кучланишларнинг йиғиндисидан иборат деб қаралади ва қуйидагича топилади:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x, \quad (13.2)$$

бу ерда J_x, J_y кўндаланг кесим юзасининг марказий ўқларига нисбатан инерция моментларини ифодалайди.

(13.2) формула I чоракда, яъни мусбат чоракда ётган нуқта учун ёзилганлигидан унинг иккала ҳади ҳам мусбат қийматга эга. Эгувчи момент M_x балка кесимини OX ўқи атрофида айлантириб, унинг шу ўқдан юқоридаги толаларини чўзади. Эгувчи момент M_y эса кесимни OY ўқи атрофида айлантириб, унинг шу ўқдан ўнг томондаги толаларини чўзади.

Эгувчи момент (M_x, M_y) ларни ва кесим нуқталарининг x, y координаталарини ўз ишоралари билан қўйиб, кучланиш топиладиган нуқта қайси чоракга тегишли бўлса, (13.2) формуладан фойдаланиб топилади.

Кўштавр, тўғри тўртбурчак каби кесим юзаларининг бурчакларидаги нуқталар координаталари энг катта қийматга эга бўлади ва бу нуқталарда абсолют қиймати жихатидан энг катта кучланишлар ҳосил бўлади, шунинг учун (13.2) формулани кўринишда ёзиш мумкин:

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}, \quad (13.3)$$

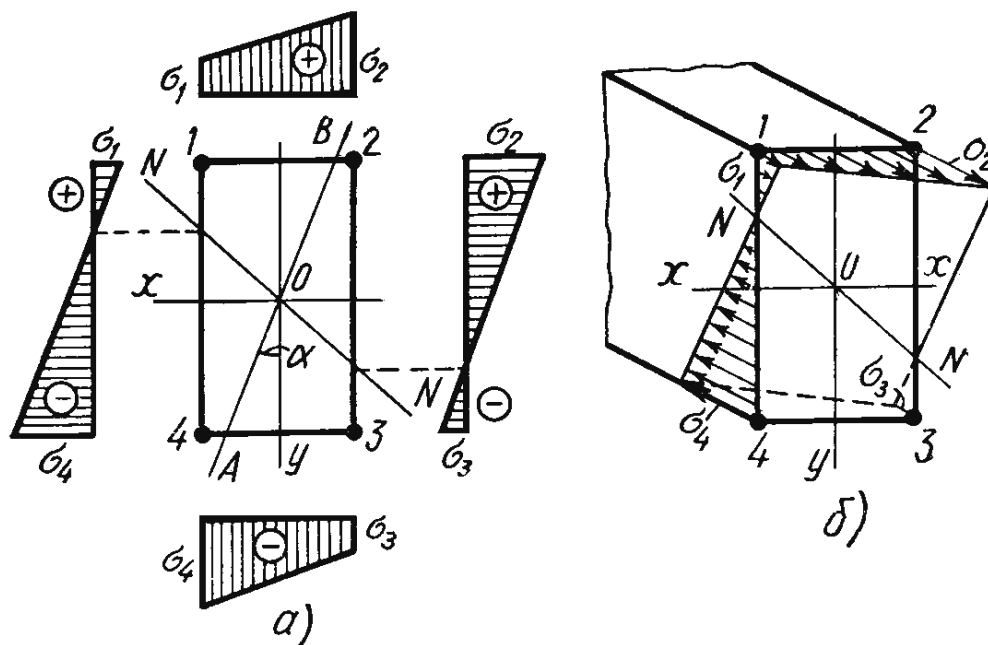
бунда W_x, W_y – мос равишда кесимнинг OX ва OY ўқларига нисбатан олинган қаршилик моментларини ифодалайди 13.8-шаклда кўрсатилган 1,2,3,4 нуқталарининг координаталарининг ишораларини ҳисобга олиб, уларда ҳосил бўладиган кучланишларни топамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}; \\ \sigma_2 &= \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}; \\ \sigma_3 &= -\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}; \\ \sigma_4 &= -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}. \end{aligned} \right\} \quad (13.4)$$

Кесимининг хавфли нуктаси, табиийки, иккала эгувчи момент таъсиридан бир хил ишорали кучланишлар ҳосил бўладиган нукталаридир. Энг катта чўзувчи кучланиш 2 нуктада, энг катта сиқувчи кучланиш 4 нуктада бўлади.

Бу нукталардаги кучланиш қийматларини ҳисоблаб, унинг эпюраси 13.8-шаклда кўрсатилгандек, кесим томонлари бўйлаб қурилади. Кучланиш эпюрасидаги кучланиши нолга тенг бўлган нукталарни кесим томонига проекциялаб, нейтрал чизиқни (NN) ўтказамиз, унинг устида ётган барча нукталарда кучланиш нолга тенг бўлади. Нейтрал чизиқ NN билан куч текислиги AB бирор бурчак остида кесишади.

Иккинчи усул, яъни фазовий усул ёрдамида қурилган кучланиш эпюрс 13.8-шакл, δ да кўрсатилган.



13.8-шакл.

Қийшиқ эгилишда балканинг мустаҳкамлигини текшириш учун энг катта кучланишни топиб, рухсат этилган қиймат билан солиштириб кўриш лозимдир.

(13.4) формулалардан кесимнинг бош инерция ўқларидан энг узоқда, яъни четки толалари учун фойдаланиб кучланишларни топиш мумкин, бошқа нуқталардаги кучланишни топиб бўлмайди.

Амалда шундай ҳоллар учрайдики, кесимнинг иккала бош ўқларидан бир йўла энг узоқда жойлашган нуқталар бўлмайди. Масалан, зит шаклидаги кесимда нуқта 2 Ox ўқидан энг узоқда жойлашган бўлиб, Oy ўқига нисбатан эса нуқта 3 га кўра яқинроқ ётади (13.9)-шакл. Бундай ҳолларда энг катта кучланиш (13.2) формуладан топилади.

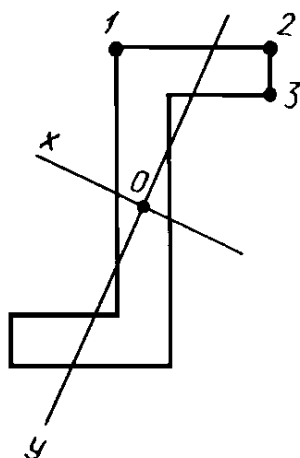
Кўпинча бундай ҳолларда бир нечта, яъни 1,2 ва 3 нуқталардаги кучланишлар топилиб уларнинг энг каттаси олинади.

Кўндаланг кесими ихтиёрий бўлган ҳолларда энг катта кучланишни топиш учун аввало нейтрал чизиқнинг ҳолати аниқланиб, кейин ундан энг узоқда ётган нуқтани топиш зарурдир.

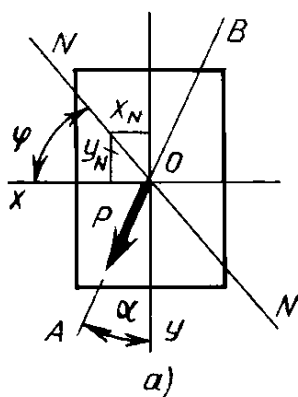
Нейтрал чизиқдан энг узоқда ётган нуқтадаги кучланиш энг катта бўлиб, у кўндаланг кесимдан нормал бўйича бу текисликкача бўлган ординатага тенг бўлади.

2. Нейтрал чизиқнинг ҳолатини аниқлаш.

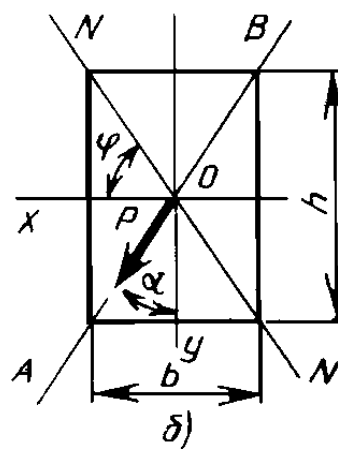
Нейтрал чизиқнинг ҳолатини аниқлаш учун нормал кучланиш формуласи (13.3) нинг ўнг томонини нолга тенглаштирамиз, чунки нейтрал чизиқ устида ётган ҳар қандай нуқтада кучланиш нолга тенгдир:



13.9-шакл.



13.10-шакл.



$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y_N + \frac{M_y}{J_y} x_N = 0,$$

ёки

$$M_x \left(\frac{y_N}{J_x} + \frac{M_y}{M_x} \frac{x_N}{J_z} \right) = 0,$$

бу ерда x_N, y_N –нейтрал чизик устида ётган нуқтанинг координаталари.

$$M_x \neq 0 \quad \text{бўлган учун} \quad \frac{y_N}{J_x} + \frac{M_y}{M_x} \frac{x_N}{J_z} = 0 \quad \text{бўлади.}$$

Бунга M_x ва M_y ларнинг қийматини (13.1) формуладан келтириб қўйиб ва айрим ўзгартиришлардан кейин уни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$-\frac{y_N}{x_N} = \frac{J_x M \sin \alpha}{J_y M \cos \alpha} = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha -$$

13.10-шакл, а дан $-\frac{y_N}{x_N} = \operatorname{tg} \varphi$ бўлганлиги учун юқоридаги формула қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha, \quad (13.5)$$

бунда φ –нейтрал чизикнинг OX ўқи билан ҳосил қилган бурчаги.

(13.5) формула нейтрал чизик тенгламаси дейилади ва ундан кўринадикки нейтрал чизик куч чизигига тик бўлмайди.

J_x ва J_y орасидаги фарқ қанча катта бўлса, нейтрал чизик билан куч чизиги орасидаги фарқ шунча катта бўлади. Агар $J_x = J_y$ бўлса, яъни инерция моментлари иккала ўққа нисбатан бир-бирига тенг бўладиган кесимларда (квадрат, доиравий каби) нейтрал чизиги куч чизигига тик бўлади; эгилиш ҳам куч текислигида содир бўлади.

Квадрат, доиравий, ҳалқасимон каби кўндаланг кесимли балкаларда ҳеч қачон қийшиқ эгилиш ҳосил бўлмайди, куч y ўқи билан қандай бурчак ташкил қилмасин бари-бир тўғри эгилиш содир бўлади, чунки бундай ҳолда кесимнинг барча марказий ўқлари унинг бош инерция ўқлари бўлиб қолади.

Мисол учун, қуйидаги хусусий ҳолда, яъни 13.10-шакл, б да кўрсатилган тўғри тўртбурчак кесимли балка учун унинг бирор диагонали орқали ўтса, (13.5) формуладан фойдаланиб қуйидагини топамиз:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha = \frac{bh^3/12}{hb^3/12} \frac{b}{h} = \frac{h}{b}.$$

Бундан куч чизиғи билан нейтрал чизиклар бир-бирига нисбатан қандай боғланганлиги яққол кўриниб турибди, яъни нейтрал чизик тўғри тўртбурчакнинг иккинчи диагонали орқали ўтар экан.

3. Деформацияни аниқлаш.

Қийшиқ эгилишда балканинг деформациясини аниқлаш учун эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини ёки универсал тенгламани интеграллаш йўли билан горизонтал ва вертикал текисликлардаги деформацияларни топиб, уларнинг геометрик йиғиндиси сифатида ҳисобланади:

$$\nu = \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2}, \quad (13.6)$$

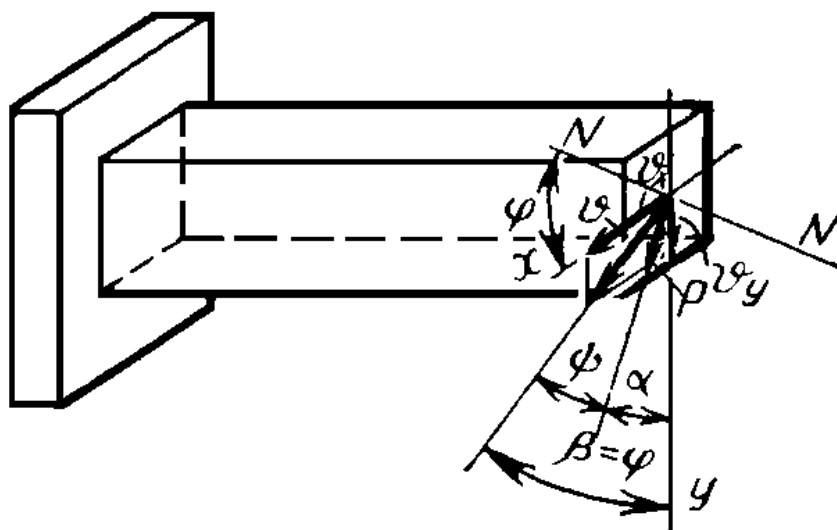
бунда ν_x ва ν_y - вертикал ва горизонтал текисликлардаги X ва Y ўқлари йўналишидаги салқиликлар.

Масалан, 13.11-шаклда кўрсатилган консолнинг эркин учининг x ва y ўқлари йўналишидаги салқилиги қуйидагича бўлади.

$$\nu_x = \frac{P_x \ell^3}{3EJ_y}; \quad \nu_y = \frac{P_y \cdot \ell^3}{3EJ_x}, \quad \text{бунда } P_x = P \sin \alpha, P_y = P \cdot \cos \alpha$$

Энди умумий салқиликнинг йўналишини аниқлаймиз. Бунинг учун $\frac{\nu_x}{\nu_y}$ нисбатни ҳисоблаймиз:

$$\frac{\nu_x}{\nu_y} = \frac{P_x \ell^3}{3EJ_y} : \frac{P_y \ell^3}{3EJ_x} = \frac{J_x}{J_y} \frac{P_y \ell^3}{3EJ_x} = \frac{J_x}{J_y} \frac{P \sin \alpha}{P \cos \alpha} = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha;$$



13.11-шакл.

Агар шаклдан $\beta = \varphi$ ни ва (13.5) формулани эътиборга олсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \alpha \quad (13.7)$$

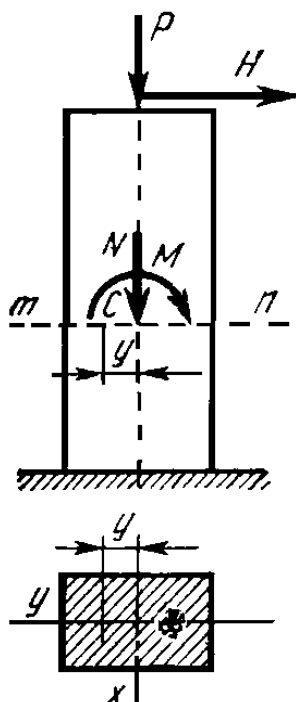
Бундан, яъни (13.7) муносабатдан фойдаланиб, қийшиқ эгилишдаги салқиликни (13.6) формуладан топамиз:

$$v = v_y \sqrt{1 + \left(\frac{v_x}{v_y} \right)^2} = v_y \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{v_y}{\cos \beta} \quad (13.8)$$

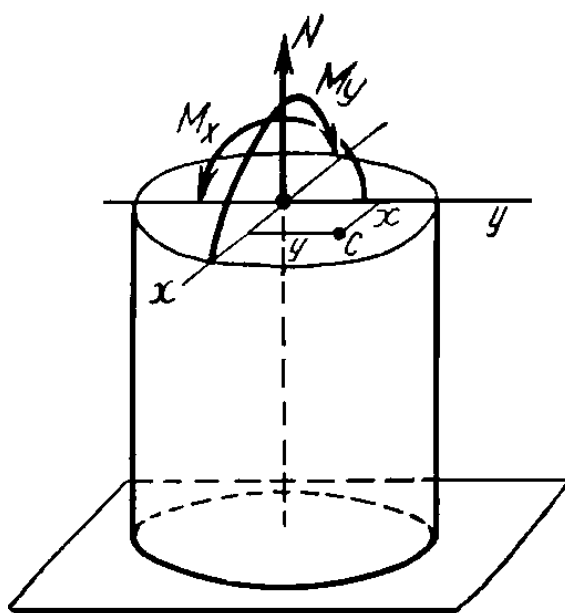
Демак, эгилиш салқилигининг йўналиши нейтрал чизигига тик бўлиб, куч чизиги бўйлаб йўналмас экан.

13.4-§ Чўзилиш (сиқилиш) билан эгилишнинг БИРГАЛИКДАГИ ТАЪСИРИ.

Машина ва иншоот қисмлари ичида жуда кўп элементлари бир йўла чўзилиш (сиқилиш) билан эгилишга қаршилик кўрсатади. 13.12-шаклда устуннинг исталган кесимида эгувчи момент, кўндаланг ва бўйлама кучлар ҳосил қилувчи куч таъсир қиладиган оддий ҳол кўрсатилган. Устуннинг бикрлигини катта деб фараз қилиб, унинг деформацияларини ҳамда устун горизонтал бўйича силжимаиди деб, P кучи таъсиридан бўладиган эгувчи моментларни ҳисобга олмаслик мумкин.



13.12-шакл.



13.13-шакл.

Шундай қилиб, кучларнинг бир-бирига ҳалал бермаслик принциpidан фойдаланиб, С нуқтанинг кучланишини сиқилиш ва эгилишдан ҳосил бўладиган кучланишлар йиғиндисидан иборат деб қараш мумкин:

$$\sigma = -\frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad (13.9)$$

13.13-шаклда кўрсатилгандек, устунга таъсир этувчи куч иккита бош ўққа нисбатан моментлар ҳосил қилса, нормал кучланишни урта кучланиш йиғиндисидан иборат деб қараш мумкин:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \quad (13.10)$$

Устуннинг исталган кесимининг ихтиёрий нуқтасидаги кучланиш ва шу кесимдаги энг катта кучланиш (13.10) формуладан топилади.

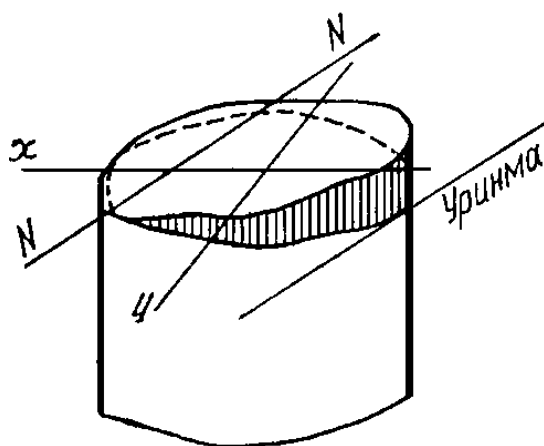
Агар устуннинг кўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчак, қўштавр каби оддий кўринишда бўлса, энг катта экстремал кучланиш қуйидаги формуладан топилади:

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} \quad (13.11)$$

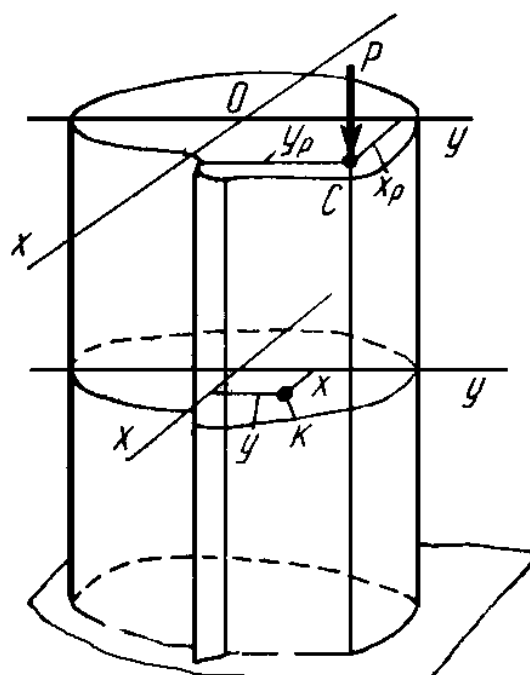
Устуннинг кўндаланг кесим юзаси мураккаб шаклли бўлса, аввал нейтрал чизикнинг ҳолатини, кейин бу чизикдан энг узоқда ётган нуқтани аниқлаш лозим ва ундаги кучланиш қиймати энг катта бўлади. Исталган нуқтадаги кучланиш кесим билан нейтрал чизик орқали бирор бурчак остида ўтувчи текислик орасидаги кесмалар билан график равишда кўрсатилиши мумкин. 13.14-шаклдагидек, энг катта кучланиш энг узоқда ётган нуқтадан қўйилади.

13.5-§ МАРКАЗИЙ БЎЛМАГАН СИҚИЛИШ. (умумий ҳол).

Мураккаб деформациянинг иккинчи муҳим ҳоли, бу битта бўйлама куч таъсирдан пайдо бўлган эгилишнинг ва бўйлама кучнинг қўшилишидан ҳосил бўлган марказий бўлмаган сиқилиш ёки чўзилиш ҳисобланади. Бундай ҳоллар, кўприк таянчларини ва бино устунларини ҳисоблашда кўп учрайди. Марказий бўлмаган сиқилиш ҳолатида ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси марказий сиқилишдагидек, устуннинг бош инерция ўқлари устида ётмай, унинг



13.14-шакл.



13.15-шакл.

ўқига параллел равишда e масофада таъсир этади (13.15–шакл). Бу масофа e га эксцентриситет дейилади. Сиқувчи P кучнинг бош инерция ўқларига нисбатан координаталари x_p ва y_p бўлсин. P куч таъсиридан устуннинг исталган кесимида сиқувчи бўйлама куч $N = -P$ ва манфий ишорали иккита эгувчи момент ҳосил бўлади:

$$M_x = -P \cdot y_p; \quad M_y = -P \cdot x_p.$$

Устуннинг хоҳлаган кўндаланг кесимидаги мусбат чоракда ётувчи исталган K нуқтадаги нормал кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x \quad (13.12)$$

Кучланиш топиладиган нуқтанинг координаталари x ва y ларнинг ишораларини эътиборга олиб, сиқилувчи устуннинг исталган нуқтасидаги нормал кучланишни (13.12) формуладан фойдаланиб топиш мумкин.

Марказий бўлмаган сиқилиш ҳолатидаги тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли устуннинг бир эксцентриситети нолга тенг бўлган ҳолни қараймиз (13.16-шакл). Шаклда кўрсатилгандек сиқувчи P куч координаталари $x_p = 0$ ва $y_p = e$ бўлган нуқтада, яъни OY ўқи устида ётувчи бирор нуқтага қўйилган бўлсин. Кучнинг бу

координаталарининг қийматини (13.12) формулага қўйиб, кесимнинг энг четки толаларидаги кучланиш учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\sigma = -\frac{P}{F} \mp \frac{M_x}{W_x} = -\frac{P}{F} \mp \frac{P \cdot e}{\frac{ab^2}{6}} = -\frac{P}{F} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{b} \right) \quad (13.13)$$

(13.13) формулага асосан:

1) агар $e = 0$ бўлса, кесим юзасида бир хил ўзгармас қийматли сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади;

2) агар $e \leq \frac{b}{6}$ бўлса, кесим юзасида бир хил ишорали сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади;

3) агар $e = \frac{b}{6}$ бўлса, $\sigma_A = -\frac{2P}{F}$; $\sigma_B = 0$ қийматли кучланишлар ҳосил бўлади;

4) агар $e > \frac{b}{6}$ бўлса, кесим юзасида икки хил ишорали кучланиш ҳосил бўлиб, нейтрал ўқ кесимнинг ичидан ўтади.

13.16-шаклда юқоридаги тўртта ҳол учун қурилган кучланиш эпюриси кўрсатилган.

4-ҳолдан кўринадики, кесимда бир хил ишорали кучланиш ҳосил бўлиши учун эксцентриситет $\frac{b}{6}$ дан ошиб кетмаслиги керак экан.

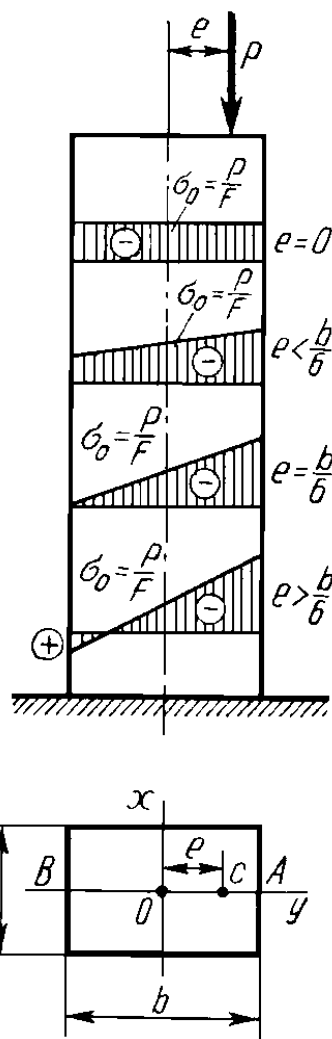
Юқорида кўрдикки, яъни эгилишда кесимнинг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган нуқталарида энг катта кучланишлар ҳосил бўлади. Шу сабабли қийшиқ эгилишдаги каби, марказий бўлмаган сиқилишда ҳам нейтрал ўқининг ҳолатини аниқлаш зарурдир. Шу сабабли унинг тенгламасини чиқариш учун нормал кучланиш формуласи (13.12) формуланинг ўнг томонини нолга тенглаштирамиз, чунки нейтрал ўқ устида ётган барча нуқталарда кучланиш нолга тенг:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y_N + \frac{M_y}{J_y} x_N = 0,$$

бунда x_N ва y_N лар нейтрал ўқ устида ётган нуқтанинг координаталари.

Бу формулага бўйлама куч ва эгувчи моментларнинг қийматларини қўйсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\sigma = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_P}{J_x} y_N - \frac{P \cdot x_P}{J_y} x_N = 0.$$



13.16-шакл.

Бу формуладаги инерция моментлари уларнинг инерция радиуслари орқали ифодаланган қиймати, яъни $J_x = i_x^2 F$ ва $J_y = i_y^2 F$ ларни қўйиб, қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\sigma = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot y_p}{i_y^2 F} y_N - \frac{P \cdot x_p}{i_x^2 F} x_N = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p}{i_y^2} y_N + \frac{x_p}{i_x^2} x_N \right) = 0.$$

Бу формулада $\frac{P}{F} \neq 0$ бўлганлигидан қавс ичидаги ифода нолга тенг бўлади ва нейтрал ўқ тенгламасини оламиз:

$$1 + \frac{y_p}{i_y^2} y_N + \frac{x_p}{i_x^2} x_N = 0. \quad (13.14)$$

Буни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\frac{x_N}{\frac{i_y^2}{x_p}} + \frac{y_N}{\frac{i_x^2}{y_p}} = 1 \quad (13.15)$$

Бу тенгламанинг махражларини қуйидагича белгилаймиз:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_p}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_p}. \quad (13.16)$$

У ҳолда (13.14) формула қуйидаги кўринишни олади.

$$\frac{x_N}{a_x} + \frac{y_N}{a_y} = 1. \quad (13.17)$$

Бу формула координата бошидан ўтмаган тўғри чизик тенгламасини ифодалайди. Ундаги a_x ва a_y лар мос равишда OX ва OY координата ўқларидан кесиб ажратган кесмаларини ифодалайди.

(13.16) формуладан кўринадики, бирор кесим учун нейтрал ўқнинг ҳолати фақат куч қўйилган нуқтанинг координаталаригагина боғлиқ бўлиб, куч миқдорининг эса аҳамияти йўқ экан, яна a_x ва a_y ларнинг ишораси кутб координаталарининг ишорасига тескаридир.

Бу формулалардаги a_x ва a_y лар билан y_p ва x_p ларни ўринларини алмаштирсак, тенгламалар ўз кучини йуқотмайди, яъни:

$$x_p = -\frac{i_y^2}{a_x}; \quad y_p = -\frac{i_x^2}{a_y} \quad (13.18)$$

Бу ифодалардан P куч қўйилган нуқта координаталарини топиш мумкин.

Куч қўйилган нуқта координаталари билан нейтрал ўқнинг орасида қуйидаги боғланишлар бор:

1) Агар кучни координаталари x_N ва y_N бўлган нуқтага қўйсак, нейтрал ўқ a_x ва a_y га тенг кесмаларда координата ўқларини кесиб ўтади (13.17-шакл, а).

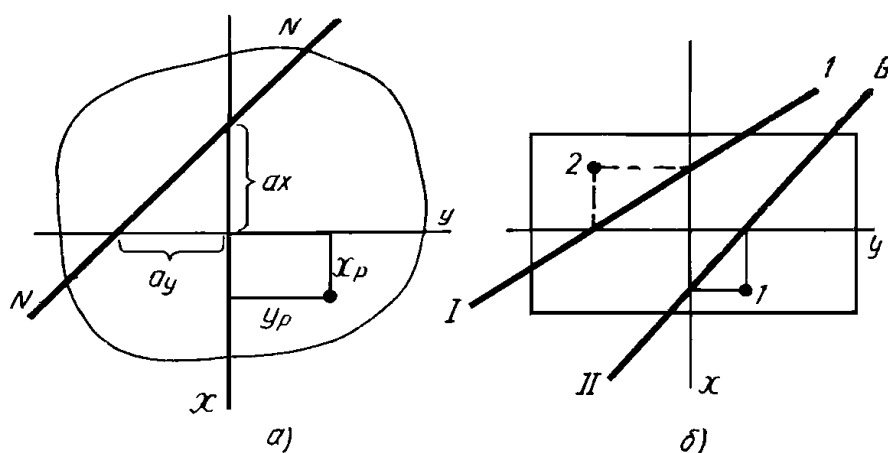
2) Агар куч 1 нуқтага қўйилса, унга мос келувчи нейтрал ўқ I-I ҳолатда, куч 2 нуқтага қўйилса, нейтрал ўқ II-II ҳолатда бўлади.

3) Агар куч OY ўқи устида ётувчи нуқтага қўйилса, нейтрал ўқ OX ўқини чексиз узоқликда кесиб ўтиб, унга параллел бўлади (13.18-шакл).

$$\alpha_x = -\frac{i_y^2}{x_p} = -\frac{i_y^2}{0} = \infty$$

4) Агар куч қўйилган нуқта OX ўқи бўйлаб кесим оғирлик марказидан узоқлашса, нейтрал ўқ OY ўқига параллел равишда кесим марказига яқинлашади ва аксинча (13.18-шакл).

5) Худди юқоридагидек, куч қўйилган нуқта OY ўқи бўйича марказдан узоқлашса, нейтрал ўқ OX ўқига параллел равишда кесим марказига яқинлашади ва аксинча.



13.17-шакл.

Масалан, 13.18-шаклда кўрсатилгандек, куч тартиби билан 1,2,3 ва 4 нуқталарга қўйилса, уларга мос келган нейтрал ўқлар I-I, II-II, III-III ва IV-IV ҳолатларда бўлади.

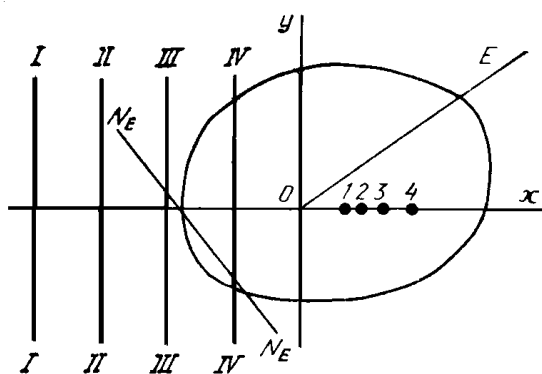
б) Агар куч бирорта ҳам бош инерция ўқиға мос келмайдиган кесим марказидан ўтувчи ОЕ чизик бўйича марказдан узоқлашса, нейтрал ўқ ҳам ўз-ўзига параллел равишда кесим марказига яқинлашади (13.18-шакл). Ҳақиқатдан ҳам (13.16) тенгламадан қуйидаги нисбат келиб чиқади.

$$\frac{a_y}{a_x} = \left(\frac{i_x^2}{i_y^2} \right) \cdot \frac{x_p}{y_p} = \left(\frac{i_x}{i_y} \right)^2 \operatorname{tg} \alpha$$

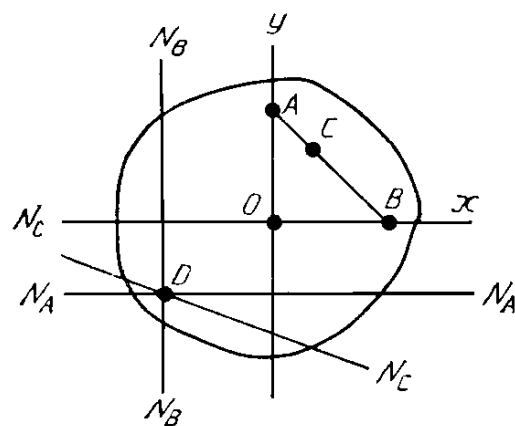
Демак, нейтрал ўқ оғиш бурчагининг тангенсини a_y/a_x куч қўйилган нуқта координаталарининг нисбатига боғлиқ бўлар экан.

7) Куч қўйилган нуқта кесим марказидан ўтмайдиган АВ тўғри чизик устида ҳаракат қилади (13.19-шакл). Куч А ва В нуқталарга қўйилганда нейтрал ўқлар мос равишда ОХ ва ОУ ўқларига параллел равишда ўтади. Нейтрал ўқлар D нуқтада кесишади. Бу нуқта иккита нейтрал ўққа тегишли бўлиб, куч бир вақтда А ва В нуқтага қўйилган иккита кучдан ҳосил бўладиган кучланиш нолга тенг бўлади. Кучни С нуқтага қўйиб, уни А ва В нуқталарга қўйилган иккита кучдан ҳосил бўладиган кучланиш нолга тенг бўлади. Кучни С нуқтага қўйиб, уни А ва В нуқталарга қўйилган P_A ва P_B ташкил этувчиларига ажратсак, D нуқтада улардан ҳосил бўладиган кучланиш нолга тенг бўлади. С нуқтанинг ҳолати ихтиёрий бўлганлигидан кучнинг АВ чизик устидаги исталган ҳолатида D нуқтадаги кучланиш нолга тенг бўлади.

Демак, куч қўйилган нуқта АВ тўғри чизик устидаги нуқталарга қўйилса, нейтрал ўқ D нуқта атрофида айланаверар экан ва аксинча.



13.18-шакл.



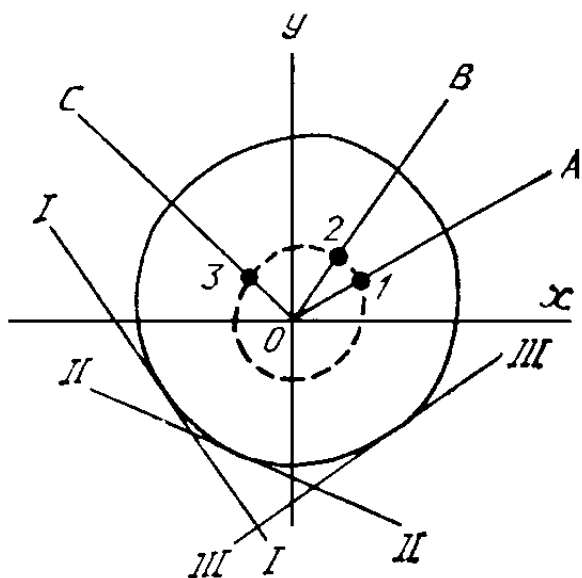
13.19-шакл.

13.6-§ КЕСИМ ЯДРОСИНИ ҚУРИШ.

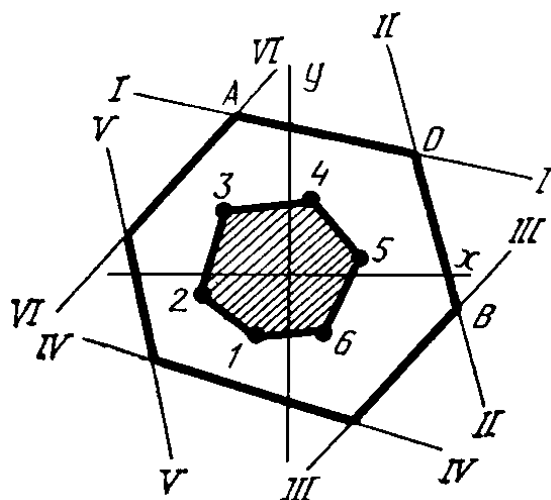
Кўндаланг кесимнинг оғирлик маркази атрофидан ажратилган ёпиқ соҳа ичкарасидаги нуқталарга қўйилган сиқувчи (чўзувчи) куч таъсиридан, кесим юзасида фақат сиқилувчи (чўзилувчи) кучланиш ҳосил бўлса, бундай ёпиқ соҳага **кесим ядроси** дейилади. Қурилишда ишлатиладиган чўзилишга заиф қаршилиқ кўрсатувчи (ғишт, бетон, чўян, тош ва бошқа) материаллардан тайёрланган устуннинг кўндаланг кесимида фақат сиқувчи кучланиш ҳосил бўладиган қилиб лойиҳалаш мақсадга мувофиқдир. Шунинг учун сиқувчи куч қўйилган нуқтани кесим оғирлик марказидан узоқлашиб кетмаслигига, яъни эксцентриситетни чеклашга тўғри келади.

Кесим ядросини қуриш учун 13.20-шаклда кўрсатилган ихтиёрий кесим юзасининг оғирлик марказидан ўтувчи ОА чизик устида ўтувчи нуқталарга кучни қўйиб ҳаракат қилдирсак, шундай бир нуқта топиладики унга мос келган нейтрал ўқ қандайдир бир нуқтада кўндаланг кесим юзасига уринма бўлиб ўтиб, I-I ҳолатда бўлади ва унга 1 нуқта мос келади. Агар куч қўйилган нуқтани марказдан узоқлаштирадик, нейтрал ўқ кесим юзаси ичкарасидан ўтиб, уни чўзувчи ва сиқувчи қисмларга бўлади. Демак, кесим юзасида фақат сиқувчи кучланиш ҳосил қилиш учун 1 нуқта чегаравий нуқта бўлар экан.

Худди юқоридагидек, ОВ ва ОС тўғри чизиклар устида ҳам 1 нуқта хусусиятларига эга бўлган 2 ва 3 нуқталарни топсак уларга мос келган уринма нейтрал ўқ II-II, III-III лар ҳисобланади.



13.20-шакл.



13.21-шакл.

Агар кесим маркази орқали юқоридагидек чексиз кўп тўғри чизиклар ўтказилиб, уларда чегаравий нуқталар топилса, бу нуқталарнинг геометрик ўрни кесим юзаси оғирлик маркази атрофида маълум бир соҳани ўраб олган эгри чизик чизилади бу эса кесим ядросини ҳосил қилади. Кесим ядроси ичидаги ҳар қандай нуқтага қўйилган сиқувчи (чўзувчи) кучдан кесим юзасида фақат сиқувчи (чўзувчи) кучланиш ҳосил бўлади.

Чўзилишга ёмон ишлайдиган материаллардан ясалган, устуннинг кесим ядроси шакли ва ўлчамларини олдиндан билиш лозимдир.

Кесим ядросини куришни куйидаги кўп учрайдиган кўринишдаги кесимларда кўриб чиқамиз:

1) Кўпбурчак. 13.21-шаклда кўрсатилган кўпбурчакни қараймиз, аввало I-I нейтрал ўқни AD томон бўйлаб ўтказамиз. Нейтрал ўқ бош инерция ўқларида кесиб ўтадиган кесмаларни топиб, кейин (13.18) формуладан фойдаланиб, бўйлама куч қўйилган x_p ва y_p координаталарни ҳисоблаб, 1 нуқтани топамиз. Шу йўл билан DB бўйлаб ўтган II-II нейтрал ўққа мос келувчи 2 нуқтани ҳам топамиз.

Олдинги параграфдаги 7 пунктга асосан, яъни нейтрал ўқ бирор нуқта атрофида айланса, куч қўйилган нуқта тўғри чизик бўйлаб ҳаракат қилади. 1-1 уринма нейтрал ўқни D нуқта атрофида айлантириб II-II ҳолатга ўтказсак, куч қўйилган нуқта 1-2 тўғри чизик бўйлаб ҳаракат қилиб, 1-2 кесмани ҳосил қилди ва кесим ядросининг бир томонини ташкил этади.

Шу усул билан кесимга контур томонлари ва бурчаклари орқали ўтказилган уринма нейтрал ўқ I-I, II-II, III-III, IV-IV, V-V, VI-VI лар билан ўраб олиб уларга мос келган 1,2,3,4,5 ва 6 нуқталарни тўғри чизиклар билан туташтирсак, кесим ядроси ҳосил бўлади.

Демак, кесим юзаси кўпбурчак бўлса, кесим ядроси ҳам кўпбурчак бўлар экан. Аммо кесим контурида ички бурчаклар бўлса, кесим ядросининг томонлари сони кесим юзаси томонлари сонига тенг бўлмайди (13.22-шакл). Чунки АВ ва ВС томонлар орқали нейтрал ўқлар ўтказиб, бўлмайди, улар кесим контурига уринма бўлиб эмас, балки уни кесиб ўтади.

2) Тўғри тўртбурчак. Унинг томонлари орқали тўртта уринма нейтрал ўқни ўтказамиз (13.23-шакл, а) 1-1 нейтрал ўқ учун координата ўқларида мос келадиган кесма $a_x = \infty$, $a_y = h/2$ бўлади (13.18) формуладан фойдаланиб, кесим ядросининг биринчи нуқтасининг координаталарини топамиз:

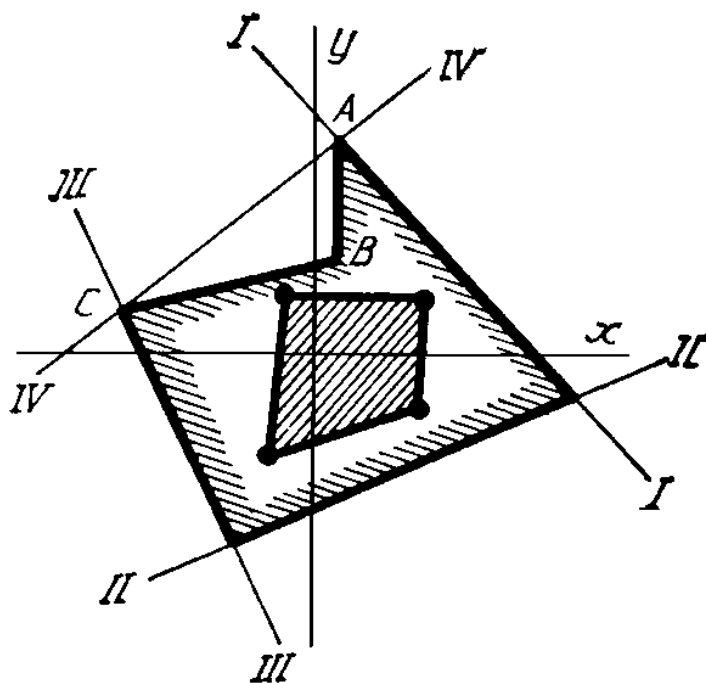
$$x_p = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{i_y^2}{\infty} = 0; \quad y_p = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{i_x^2}{h/2} = -\frac{J_x/F}{h/2} = -\frac{2bh^3}{12bh^2} = -\frac{h}{6}.$$

Демак, 1 нуқта O_y ўқида Ox ўқидан $h/6$ масофада 1-1 нейтрал ўққа нисбатан тескари томонда жойлашган бўлар экан.

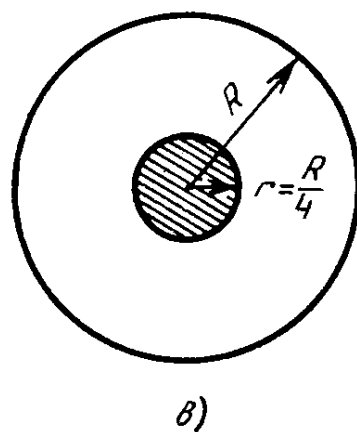
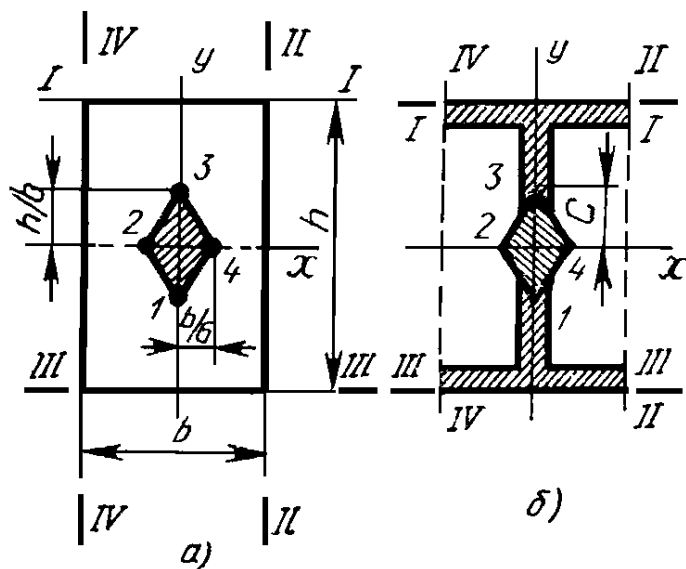
Худди шундай мулоҳазаларни юритиб III-III нейтрал ўққа мос келган нуқтанинг координаталари учун $x_p = 0$; $y_p = \frac{h}{6}$ ларни, II-II ва IV-IV нейтрал ўқлар учун мос келган координаталари $y_p = 0$; $x_p = \mp b/6$ ни топамиз.

Юқоридаги 7 пунктдан, яъни нейтрал ўқ бирор нуқта атрофида айланса, куч қўйилган нуқта тўғри чизик бўйлаб ҳаракат қилишидан фойдаланиб 1, 2, 3 ва 4 нуқталарни тўғри чизик билан туташтирсак ромб шакли ҳосил бўлади. Шундай қилиб, тўғри тўртбурчакли кесимнинг кесим ядроси ромб шаклидан иборат бўлар экан.

3) Қўштавр. Бу кесим учун нейтрал ўқнинг энг четки ҳолатлари (I-I, II-II, III-III ва IV-IV) чизиклар билан аниқланади (13.23-шакл, б). Қўштавр кесимнинг ички контуридаги чизиклар орқали нейтрал ўқлар ўтказилса, улар кесимни чўзилувчи ва сиқилувчи қисмларга бўлиб ўтади ва булар текширилмайди.



13.22-шакл.



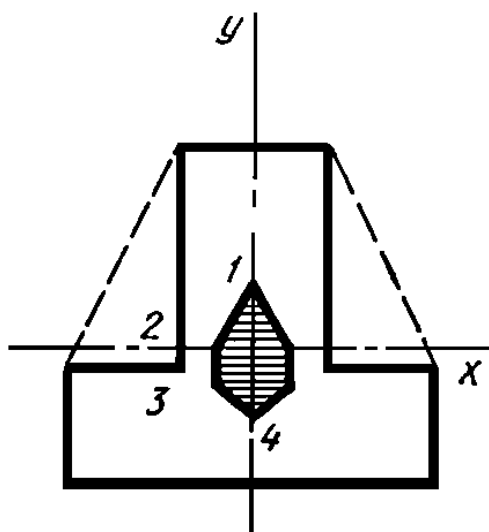
13.23-шакл.

Аввалги ҳолдагидек тўртта ҳолатини текширамир.

Кесим симметрик бўлганлиги учун бу ҳолда ҳам кесим ядроси ромб шаклида бўлади. Ромбнинг учларини аниқловчи нуқталарнинг координаталарини (13.18). формуладан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$c_{1,3} = \pm \frac{i_x^2}{h/2}; \quad c_{2,4} = \pm \frac{i_y^2}{b/2},$$

бу ерда i_x ва i_y лар қўштаврнинг мос равишда Ox ва Oy ўқларига нисбатан инерция радиусларини b ва h лар эса ўлчамларини ифодалайди ва сортамент жавалларидан олинади.



13.24-шакл.

4). Доира. Бу кўринишдаги кесимнинг марказидан ўтувчи барча ўқларга нисбатан симметрик бўлганлиги учун битта нейтрал ўқ ҳолатини кўриб чиқиш етарлидир (13.23-шакл, в). Доира марказидаан кесим ядроси четигача бўлган масофани қуйидагича аниқлаймиз:

$$y_P = -\frac{i_x^2}{a_x} = -\frac{J_x}{F \cdot a_x} = -\frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{d}{2}} = -\frac{d}{8} = -\frac{2R}{8} = -\frac{R}{4},$$

бу ерда- $a_x = \frac{d}{2} = \frac{2R}{2} = R$ – бўлиб доиранинг радиусини ифодалайди.

Демак, R радиусли доиравий кесим учун r радиусли доиравий кесим ядроси тўғри келар экан.

5) Тавр . Бу шаклдаги кесим учун ҳам юқоридагилардек кесим контурига уринмалар ўтказсак, уринмалар системаси олти бурчаклик ҳосил қилганлигидан кесим ядроси ҳам олти бурчаклик шаклида бўлади (13.24-шакл).

13.7-§ БУРАЛИШ БИЛАН ЭГИЛИШНИНГ БИРГАЛИКДАГИ ТАЪСИРИ.

Амалда машиналарнинг буралишга ишловчи қисмлари, масалан, турли тирсакли валлар, шунингдек, спираль пружиналар буралиш билан бирга эгилади. Электropоезд мотор вагонларининг, трамвай вагонларининг ўқлари буралиш билан бирга эгилишга ҳам қаршилиқ кўрсатади. Гарчи буралувчи валларга бевосита кўндаланг кучлар таъсир қилмаса ҳам, улар ўз хусусий оғирлиги таъсирида ва шу туфайли айланиш вақтида ҳосил бўладиган марказдан қочирма инерция кучи таъсирида эгилади. Трансмиссион ва тирсакли валлар ҳамда шестерналар ўрнатилган валлар буралиш билан бирга эгилади.

Кучлар таъсирини бир-бирига халал бермаслик принциpidан фойдаланиб, доиравий кесимли валнинг буралиш ва эгилишидан ҳосил бўлган кучланишларни ҳисоблаймиз (13.25-шакл).

Зўриқиш кучларининг эпюраларини куриб, валнинг қистириб маҳкамланган кесими хавфли кесим эканлигини кўрамиз:

Маълумки, балкалар эгилганда кўндаланг кесимда нормал ва уринма кучланишлар ҳосил бўлади:

Нормал кучланишнинг энг катта қиймати $\sigma = \sigma_y = M_y / W_y$ кесимдаги четки толаларда, уринма кучланишнинг энг катта қиймати $\tau = \tau_y = \frac{4Q}{3F}$ эса нейтрал қатламда ҳосил бўлади.

Вал буралганда энг катта уринма кучланишлар кўндаланг кесимнинг четки нуқталарида ҳосил бўлиб қуйидагича топилади:

$$\tau = \tau_{\text{бур}} \cdot \frac{M_{\phi}}{W_p} = \frac{M_{\phi}}{2W_x}$$

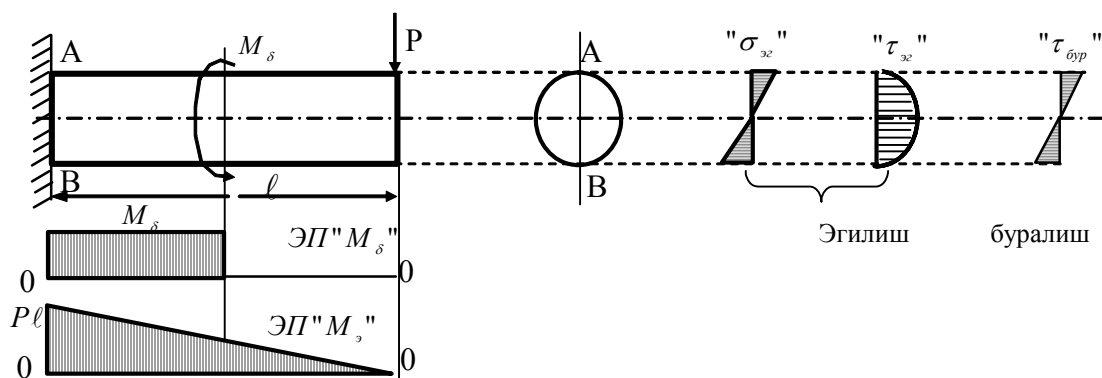
Юқорида кўриб ўтганимиздек, кўпинча кесувчи куч таъсиридан вужудга келган уринма кучланиш τ_y эътиборга олинмайди, балки балканинг эгилиши фақат M_y таъсиридан содир бўлади.

Шундай қилиб, хавфли кесимдаги A ва B нуқталар энг катта кучланишларга эга (13.25-шакл). Ана шу A нуқтанинг кучланганлик ҳолатини текширамиз (13.26-шакл).

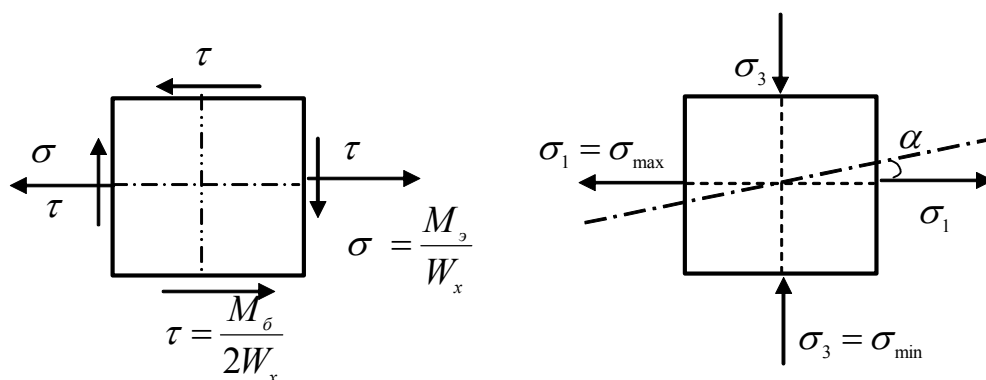
Кўндаланг кесимнинг A нуқтаси атрофидан олинган элементнинг кўндаланг кесимига энг катта чўзувчи нормал кучланиш $\sigma = M_y / W_x$ ва энг катта уринма кучланиш $\tau = M_{\phi} / 2W_x$ таъсирида бўлади.

Шундай қилиб, элемент текис кучланиш ҳолатида бўлар экан. Бундай элементларнинг бош кучланишлари қуйидагича топилади.

$$\sigma_{1,3} = \sigma_{\text{max/min}} = 0,5 \sigma_y \pm 0,5 \sqrt{\sigma_y^2 + 4\tau_{\phi}^2} \quad (a)$$



13-25-шакл



13.26-шакл

Валларнинг материали кўпинча пўлат бўлганлиги туфайли уларнинг мустаҳкамлиги учинчи ва тўртинчи мустаҳкамлик назарияларидан фойдаланиб текширилади:

1. Учинчи мустаҳкамлик (энг катта уринма кучланиш) назарияси: $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$

(а) дан σ_1 ва σ_3 ларнинг қийматини бу формулага қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sqrt{\sigma_y^2 + 4\tau_z^2} \leq [\sigma]; \quad \text{ёки} \quad \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma].$$

Валнинг диаметрини топиш учун унинг қаршилик моментини аниқлаймиз:

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{[\sigma]},$$

бу ерда $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ га тенг бўлиб кесимнинг қаршилик моментини ифодалайди.

Текис кучланиш ҳолати учун тўртинчи мустаҳкамлик назарияси бўйича мустаҳкамлик шарти қуйидагича бўлади.

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3} \leq [\sigma]$$

Худди юқорида бажарилган ишларни такрорлаб, ҳисоб тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\sqrt{M_y^2 + 0,75M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma]$$

Бундан кесим диаметрини танлаш учун қаршилик моментини топамиз:

$$W_x \geq \frac{M_y^2 + 0,75M_z^2}{[\sigma]}.$$

МИСОЛЛАР.

13.1-мисол

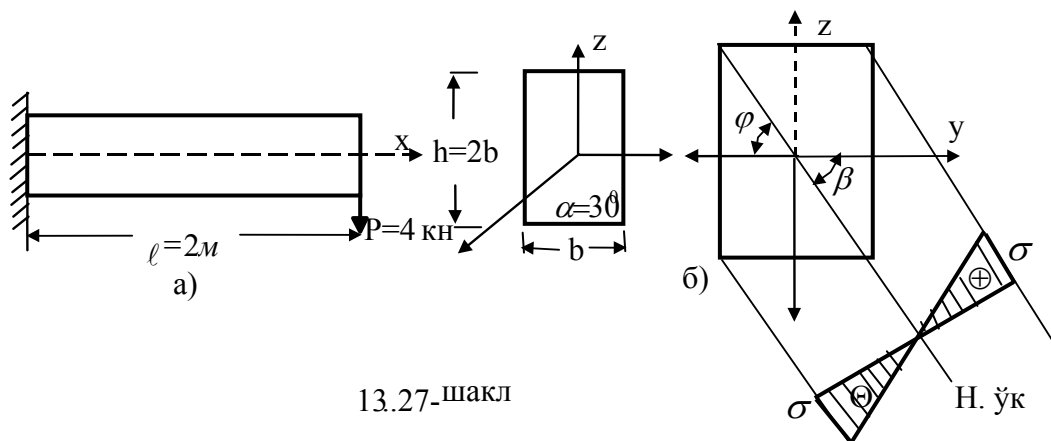
Кўндаланг кесими тўғри тўртбурчакдан иборат бўлган ёғоч балканинг эркин учининг салқилиги, кўндаланг кесим ўлчамлари ва нейтрал ўқнинг ҳолати аниқлансин (13.27-шакл).

Ечиш: y ва z ўқлари бўйича P кучни ташкил этувчиларга ажратамиз:

$$P_y = P \cdot \sin \alpha = P \cdot \sin 30^\circ = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ кН} ,$$

$$P_z = P \cos \alpha = P \cdot \cos 30^\circ = 4 \cdot 0,866 = 3,464 \text{ кН}$$

Консолнинг қистириб маҳкамланган кесими хавфли кесим бўлади,



13.27-шакл

горизонтал текисликда

$$M_z = P \sin \alpha = P \cdot \sin 30^\circ = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ кН} ,$$

вертикал текисликда

$$M_y = P \cos \alpha = P \cdot \cos 30^\circ = 4 \cdot 0,866 = 3,464 \text{ кН} .$$

Тўла эгувчи момент P куч қўйилган текисликда таъсир этади. Нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлаймиз :

$$K = \tan \varphi = \frac{J_y}{J_z} \tan \alpha = \frac{\frac{bh^3}{12}}{\frac{hb^3}{12}} \tan \alpha = \left(\frac{h}{b} \right)^2 \tan \alpha = \left(\frac{h}{b} \right)^2 \tan 30^\circ = 2^2 \cdot 0,5774 = 2,31 ,$$

жадвалдан, яъни $\tan \varphi = 2,31$ дан $\varphi = 66^\circ 40'$ ни топамиз.

Абсолют қиймати бўйича энг катта нормал кучланиш кесимнинг A ва B нукталарида ҳосил бўлади, A нуктада чўзувчи кучланиш ва B нуктада эса сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади. Буларни юқоридаги формуладан аниқлаймиз:

$$\sigma_{\max} = (M/W_y) [\cos \alpha + (W_y/W_z) \sin \alpha] = \frac{1}{W_y} \left(M_y + M_z \frac{W_y}{W_z} \right) = \frac{1}{W_y} (6,928 + 4 \cdot 2) = 14,928 / W_y;$$

бунда
$$\frac{W_y}{W_z} = \frac{(\varrho h^2 / 6)}{h \varrho^2 / 6} = \frac{h}{\varrho} = 2.$$

Энг катта кучланишни рухсат этилган кучланиш билан тенглаштирамиз:

$$\sigma_{\max} = 14,928 / W_y = [\sigma] = 80 \text{ кг/см}^2,$$

бундан кесимнинг талаб қилинадиган қаршилик моменти

$$W_y = \frac{14,928 \cdot 10^4}{80} = 1866 \text{ см}^3,$$

иккинчи томондан
$$W_y = \frac{\varrho h^2}{6} = \frac{\varrho (2\varrho)^2}{6} = \frac{2}{3} \varrho^3.$$

Бу ифодаларнинг ўнг томонларини тенглаштирамиз:

$$\frac{2}{3} \varrho^3 = 1866; \quad \varrho = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1866}{2}} = 14,1 \text{ см}; \quad h = 2\varrho = 2 \cdot 14,1 = 28,2 \text{ см}.$$

$$\sigma_{\max} = \frac{14,928 \cdot 10^4}{\frac{14,1(28,2)^2}{6}} = 79,9 \text{ кг/см}^2 = 80 \text{ кг/см}^2.$$

Демак, балканинг кўндаланг кесимининг ўлчамларини $\varrho = 14,1 \text{ см}$ ва $h = 28,2 \text{ см}$ қилиб олсак, унинг мустаҳкамлиги таъминланар экан.

Балка эркин учи P_z куч таъсиридан вертикал f_z га пастга кўчади, P_y куч таъсиридан эса f_y га горизонтал силжийди. f_y ва f_z лар қуйидагича аниқланади:

$$J_y = \frac{\varrho h^3}{12} = \frac{14,1(28,2)^3}{12} = 26350,3 \text{ см}^4; \quad J_z = \frac{28,1(14,1)^3}{12} = 6587,5 \text{ см}^4,$$

$$f_y = \frac{P_y \cdot \ell^3}{3EJ_z} = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 200^3}{3 \cdot 10^5 \cdot 6587,5} = 0,81 \text{ см} \quad f_z = \frac{P_z \cdot \ell^3}{3EJ_y} = \frac{3,464 \cdot 10^2 \cdot 200^3}{3 \cdot 10^5 \cdot 26350,3} = 0,35 \text{ см}$$

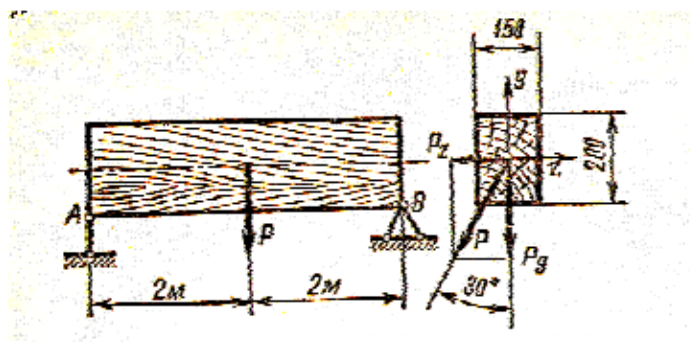
Балка эркин учининг тўла салқилигини (10.3) формуладан топамиз

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{(0,81)^2 + (0,35)^2} = 0,882 \text{ см}.$$

Салқиликнинг йўналиши Z ўқи билан β бурчак ҳосил қилади.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f_y}{f_z} = \frac{0,81}{0,35} = 2,31.$$

Бинобарин кутгандек, $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \varphi$, бўлиб чикди.



13.28-шакл.

13.2-мисол

13.28-шаклда кўрсатилган ёғоч балкага $P = 5\text{кН}$ куч таъсир этади. Энг катта нормал кучланиш ва энг катта салқилик қиймати топилсин.

Ечиш: P кучни горизонтал ва вертикал тузувчиларига ажратамиз:

$$P_y = P \cdot \cos 30^\circ = 500 \cdot 0,886 = 443\text{кг} = 4,33\text{кН}$$

$$P_z = P \cdot \sin 30^\circ = 500 \cdot 0,5 = 250\text{кг} = 2,5\text{кН}$$

Энг катта эгувчи момент вертикал ва горизонтал текисликда пролёт ўртасидаги кесимда ҳосил бўлади:

$$M_{\max}^{\text{вер}} = \frac{P_y \cdot \ell}{4} = \frac{4,33 \cdot 4}{4} = 4,33\text{кНм};$$

$$M_{\max}^{\text{гор}} = \frac{P_z \cdot \ell}{4} = \frac{2,5 \cdot 4}{4} = 2,5\text{кН.м.}$$

Энг катта нормал кучланиш:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}^{\text{вер}}}{\frac{bh^2}{6}} + \frac{M_{\max}^{\text{гор}}}{\frac{b^2h}{6}} = \frac{4,33}{\frac{15 \cdot (20)^2}{6}} + \frac{250}{\frac{(15)^2 \cdot 20}{6}} = 167\text{кг/см}^2.$$

Балканинг тўла салқилиги вертикал ва горизонтал текисликдаги салқиликлар йиғиндисиغا тенг бўлади.

$$f = \sqrt{f_o^2 + f_z^2};$$

$$f_o = \frac{D_o \cdot \ell^3}{48AJ_o} = \frac{250 \cdot (400)^3}{48 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot \frac{15(10)^3}{12}} = 0,58\text{нм}$$

$$f_z = \frac{P_z \cdot \ell^3}{48EJ_o} = \frac{250 \cdot (400)^3}{48 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot \frac{(15)^3 \cdot 20}{12}} = 0,59\text{нм}$$

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{(0,58)^2 + (0,59)^2} = 0,89 \text{ см}$$

Тўла салқиликнинг z ўқи билан ҳосил қилган бурчагини топамиз

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f_y}{f_z} = \frac{0,58}{0,59} = 0,983; \quad \beta = 44^\circ 50'.$$

13.3-мисол

Кўндаланг кесими кўштаврдан иборат бўлган пўлат балка учун кўндаланг кесим танлансин, нейтрал ўқ ҳолати аниқлансин ва энг катта салқилик ҳисоблансин (13.29- шакл, а)

Ечиш: Қистириб маҳкамланган кесимдаги энг катта эгувчи моментни ҳисоблаймиз:

$$M_z = P \cdot \ell \cdot \sin \alpha = 300 \cdot 200 \cdot \frac{1}{2} = 60000 \text{ кг см}$$

$$M_y = q \frac{\ell^2}{2} + P \ell \cos \alpha = 6 \frac{40000}{2} + 300 \cdot 200 \cdot 0,866 = 171960 \text{ кг см}$$

Биринчи яқинлаштириш учун $c = \frac{W_y}{W_z} = 8$ деб оламиз:

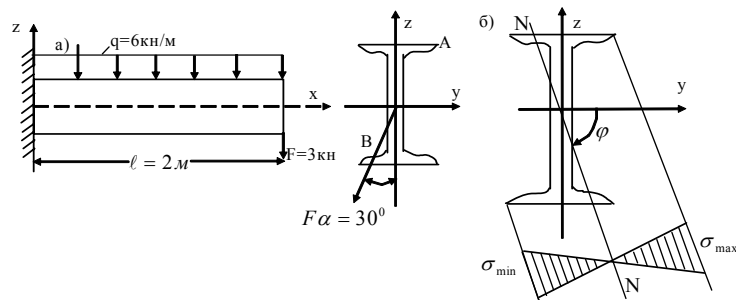
$$W_y = \frac{M_y + c M_z}{[\sigma]} = \frac{171960 + 8 \cdot 60000}{1600} = 407,47 \text{ см}^3.$$

Сортамент (Гост 8239-72) жадвалидан 27^а номерли кўштаврни танлаймиз:

$$W_y = 407 \text{ см}^3 \quad \text{ва} \quad W_z = 50 \text{ см}^3.$$

Қистириб маҳкамланган кесимда A ва B нуқтадаги кучланишлар $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ бўлади, шунинг учун

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} = \frac{171960}{407} + \frac{60000}{50} = 1622,5 \text{ кг/см}^2.$$



13.29- шакл

$$\text{Демак, } \frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100 = \frac{1622.5 - 1600}{1600} 100 = 1,4 < 5\%.$$

Шундай қилиб, 27^а номерли қўштаврни танласак балканинг мустаҳкамлиги таъминланар экан.

Бу қўштавр учун $J_y = 5500 \text{ см}^4$ ва $J_z = 337 \text{ см}^4$ бўлади, шунинг учун қистириб маҳкамланган кесимда $\text{tg} \varphi = \frac{M_z J_y}{M_y J_z} = \frac{60000 \cdot 5500}{171960 \cdot 337} = 5,69$.

Тўрт хонали математик жадвалдан қуйидаги қийматни оламиз $\varphi = 80^\circ 2'$

Бу қийматдан фойдаланиб $N-N$ нейтрал ўқ ўтказилган ва қистириб маҳкамланган кесим учун нормал кучланиш эпюраси 13.29-шакл, б да кўрсатилган.

Энг катта салқилик консолнинг эркин учида ҳосил бўлади:

$$f_y = \frac{P \ell^3 \sin \alpha}{3EJ_z} = \frac{300(200)^3 \cdot 0,5}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 337} = 0,593 \text{ см}$$

$$f_z = \frac{1}{EJ_y} \left(\frac{q \ell^4}{8} + \frac{P \cdot \ell^3 \cos \alpha}{3} \right) = \frac{1}{2 \cdot 10^6 \cdot 5500} \left(\frac{6 \cdot (200)^4}{8} + \frac{300(200)^3 \cdot 0,866}{3} \right) = 0,172 \text{ см}$$

(10.3) формуладан фойдаланиб энг катта салқилигини топамиз:

$$f_{\max} = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{(0,593)^2 + (0,172)^2} = 0,617 \text{ см}$$

Бу φ' бурчак остида z ўқига йўналтирилган

$$\text{tg} \varphi' = \frac{f_y}{f_z} = \frac{0,593}{0,172} = 3,44, \quad \text{ёки} \quad \varphi' = 73^\circ 48'.$$

13.4-мисол

Кўндаланг кесими иккита швеллердан иборат пўлат консол учун мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, шу швеллернинг номери аниқлансин (13.30-шакл, а)

Ечиш: Қистириб маҳкамланган кесим хавфли бўлиб, ундаги куч $N(x)$ ва M_y, M_z ларни ҳисоблаймиз:

$$N(x) = P_1 \cos \alpha + P_3 \cdot \cos \beta = 6 \cdot 0,966 + 1 \cdot 0,866 = 6,662 \text{ кН},$$

$$M_y = P_1 \ell \sin \alpha + P_2 \cdot \ell + M = 6 \cdot 200,259 + 2 \cdot 2 + 3 = 10,11 \text{ кНм},$$

$$M_z = -P_3 \ell / 2 \sin = -1 \cdot 1 \cdot 0,5 = -0,5 \text{ кНм}.$$

Кўндаланг кесимнинг ўлчамларини аниқлаш учун M_y момент таъсирида тўғри эгилишга ҳисоблаб синаб кўрамиз:

$$W_y = M_y / [\sigma] = 10,11 \cdot 10^4 / 1600 = 63,19 \text{ см}^3.$$

Сортамент (Гост 8239-72) жадвалидан битта швеллер учун $W_y^1 = 34,8 \text{ см}^3$ 10- номерли швеллер тўғри келади, иккита швеллер учун $W_y = 69,6 \text{ см}^3$ бўлади.

Балка кўндаланг кесимида M_y дан ташқари M_z ва $N(x)$ ҳосил бўлишини ҳисобга олиб текшириш учун 12-номерли швеллерни қабул қиламиз ва унга тегишли қийматларни аниқлаймиз:

$$W_y^1 = 50,6 \text{ см}^3 \text{ битта швеллер учун;}$$

$$W_y = 2W_y^1 = 101,2 \text{ см}^3 \text{ иккита швеллер учун}$$

$$F = 2F_1 = 2 \cdot 13,3 = 26,6 \text{ см}^2 - \text{кесим юзаси}$$

$$J_z = 2(J_z^1 + F_1 \cdot z_0^2) = 2(31,4 + 13,3 \cdot 1,54^2) = 125,88 \text{ см}^4,$$

$$W_z = \frac{J_z}{b} = \frac{125,88}{5,2} = 24,2 \text{ см}^3$$

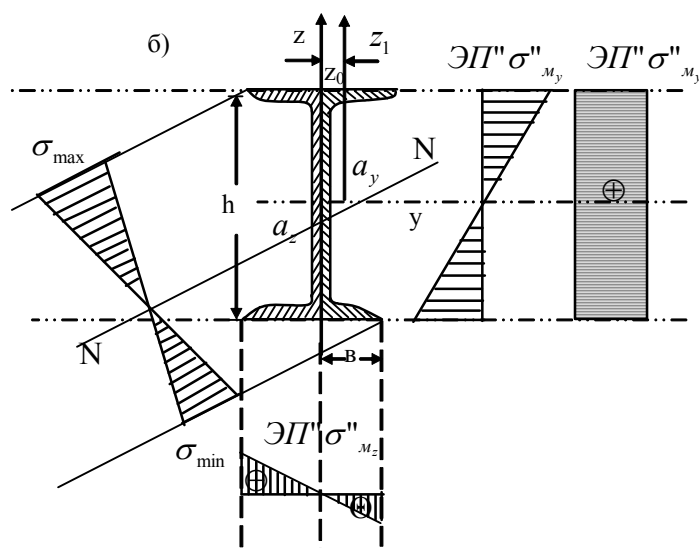
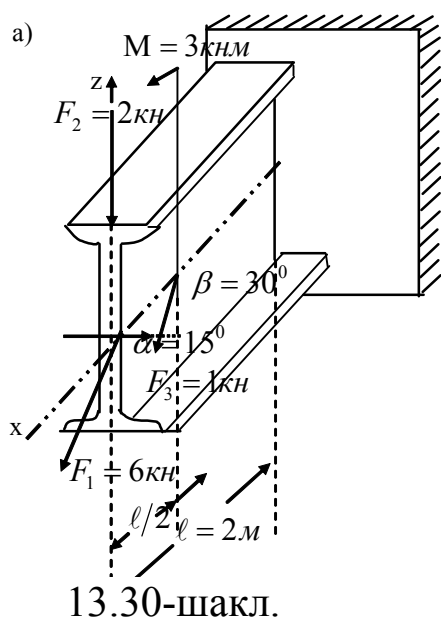
Кесимнинг хавфли нуқтаси (А) даги энг катта кучланишни топиб 12-номерли швеллернинг мустаҳкамлигини текширамыз:

$$\sigma_{\max} = \frac{N(x)}{F} + \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z} = \frac{6,662 \cdot 10^2}{26,6} + \frac{10,11 \cdot 10^4}{101,2} + \frac{0,5 \cdot 10^4}{24,2} = 12,30,67 \text{ кг/см}^2$$

$$\frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100 = \frac{1230,67 - 1600}{1600} \cdot 100 = 2,3\%.$$

Бу 12-номерли швеллер тўғри келмас экан. Шунинг учун швеллернинг навбатдагиси 10-номерлисини текширамыз:

$$W_y = 2W_y^1 = 2 \cdot 34,8 = 69,6 \text{ см}^3; F = 2F_1 = 2 \cdot 10,9 = 21,8 \text{ см}^2,$$



$$J_z = 2(J_z^1 + F_1 \cdot z_0^2) = 2(20,4 + 10,9 \cdot 1,44^2) = 86 \text{ см}^4; \quad W_z = \frac{J_z}{b} = \frac{86}{4,6} = 18,69 \text{ см}^3$$

Бу швеллерни текшириб кўрамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{6,662 \cdot 10^2}{21,8} + \frac{10,11 \cdot 10^4}{69,6} + \frac{0,5 \cdot 10^4}{18,69} = 1750,66 \text{ кг/см}^2,$$

$$\frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100 = \frac{1750,66 - 1600}{1600} \cdot 100 = 9,4\%.$$

Бу швеллер, яъни 10-номерли швеллерни қабул қиламиз.

Хавфли кесимдаги нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлаймиз. 10-номерли швеллер учун: $r_y = 3,99 \text{ см}$,

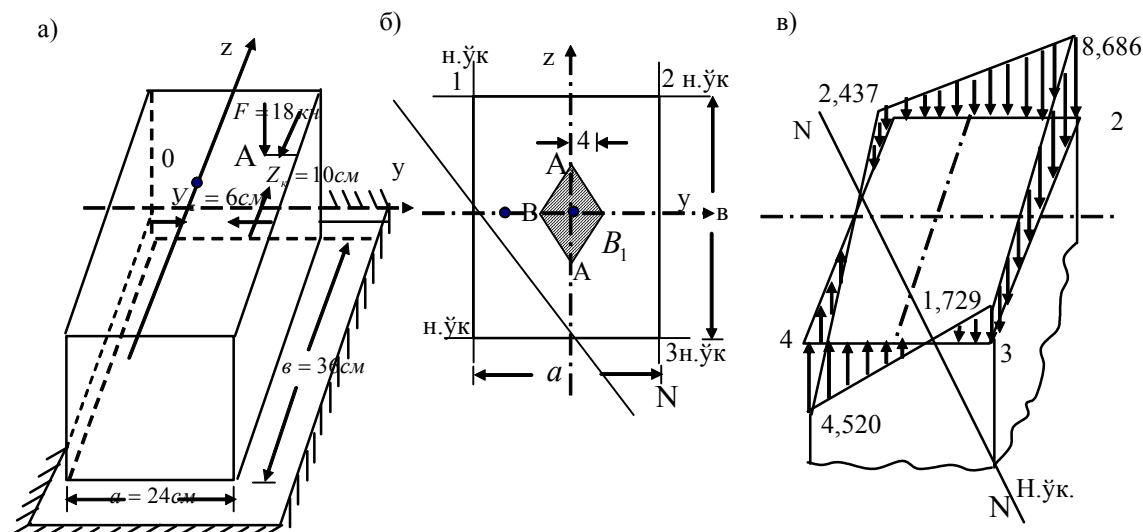
$$r_y^2 = (3,99)^2 = 15,92 \text{ см}^2,$$

$$r_z^2 = \frac{J_y}{F} = \frac{86}{21,8} = 3,945 \text{ см}^2.$$

Координата ўқларидан нейтрал ўқнинг кесиб ажратган кесмаларини (10.9) формуладан топамиз.

$$a_z = -\frac{r_y^2 N(x)}{M_y} = -\frac{6,662 \cdot 10^2}{10,11 \cdot 10^4} \cdot 15,92 = -0,105 \text{ см},$$

$$a_y = -\frac{z_z^2 \cdot N(x)}{M_z} = -\frac{6,662 \cdot 10^2}{-0,5 \cdot 10^4} \cdot 3,945 = 0,525 = 0,525 \text{ см}.$$



13.31-шакл.

13.5-мисол.

13.31-шакл, а да кўрсатилган устун учун кўндаланг кесимининг қирраларидаги нуқталаридаги кучланишлар; нейтрал ўқнинг ҳолати аниқлансин; кесим ядроси қурилсин ва кучланиш эпюраси аксонометрияда қурилсин.

Ечиш: I) (10.13) формуладан фойдаланиб, кўндаланг кесимнинг 1, 2, 3 ва 4 нуқталардаги кучланишларни қийматларини топамиз:

$$\sigma = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_p \cdot y}{r_z^2} + \frac{z_p \cdot z}{r_y^2} \right); \quad r_y^r = \frac{J_y}{F} = \frac{ab^3}{12ab} = \frac{b^2}{12} = \frac{36^2}{12} = 108 \text{ см}^2,$$

$$r_z^2 = \frac{a^2}{12} = \frac{24^2}{12} = \frac{24^2}{12} = 48 \text{ см}^2,$$

$$\sigma_1 = \frac{18 \cdot 10^2}{24 \cdot 36} \left[1 + \frac{6 \cdot (-12)}{48} + \frac{10 \cdot 18}{108} \right] = 2,083(1 - 1,5 + 1,67) = 2,437 \text{ кН},$$

$$\sigma_2 = \frac{18 \cdot 10^2}{24 \cdot 36} \left[1 + \frac{6 \cdot 12}{48} + \frac{10 \cdot 18}{108} \right] = 2,083(1 + 1,5 + 1,67) = 8,686 \text{ кН},$$

$$\sigma_3 = \frac{18 \cdot 10^2}{24 \cdot 36} \left[1 + \frac{6 \cdot 12}{48} + \frac{10 \cdot (-18)}{108} \right] = 2,083(1 + 1,5 - 1,67) = 1,729 \text{ кН},$$

$$\sigma_4 = \frac{18 \cdot 10^2}{24 \cdot 36} \left[1 + \frac{6 \cdot (-12)}{48} + \frac{10 \cdot (-18)}{108} \right] = 2,083(1 - 1,5 - 1,67) = -4,520 \text{ кН},$$

II) Нейтрал ўқнинг ҳолатини (10.14) формуладан аниқлаймиз:

$$a_y = -\frac{r_z^2}{y_p} = -\frac{48}{6} = -8 \text{ см}; \quad a_z = -\frac{r_y^2}{z_p} = -\frac{108}{10} = -10,8 \text{ см}.$$

Бу қийматларни oy ва oz ўқларига масштаб билан қўйиб, a_y ва a_z кесмаларни ҳосил қиламиз ва ҳосил бўлган нуқталарни тўғри чизик билан туташтирсак, нейтрал чизикни ифодаловчи тўғри чизик $N-N$ ҳосил бўлади (13.31-шакл, б).

III) Кесим ядросини қурамиз:

Бунинг учун нейтрал ўқни кесимнинг томонларига уринма қилиб ўтказиб, ҳар бирига Oy ва Oz ўқларидан мос равишда кесиб ажратган кесмаларни аниқлаймиз: Кесимнинг инерция радиусларини ва кесмаларнинг қийматларини қуйидаги формулага қўямиз:

$$y_a = -\frac{r_z^2}{a_y}; \quad z_a = -\frac{r_y^2}{a_z}.$$

1) Нейтрал ўқ 1-2 томонга уринма қилиб ўтказилганда,

$$a_y = \infty, \quad a_z = -\frac{108}{+18} = -6 \text{ см}.$$

Буларни масштаб билан қўйиб $A(0;-6)$ нуқтани топамиз.

2) Нейтрал ўқ 3-4 томонга қўйилса, юқорида топилган нуқтага қарама-қарши томонда унинг қийматига тенг бўлган $A(0;6)$ нуқтани топамиз.

3) Нейтрал ўқни 2-3 томонга уринма қилиб қўйиб, $a_y = 12\text{см}$; $a_z = \infty$ ни топамиз.

$$y_{\text{я}} = -\frac{48}{12} = -4\text{см}; \quad z_{\text{я}} = -\frac{108}{\infty} = 0, \quad \text{яъни } B(-4;0) \text{ нуқтани топамиз.}$$

4) Нейтрал ўқни 4-1 томонга қўйиб, В нуқтага қарама-қарши томонда ва қиймати тенг бўлган $B_1(4; 0)$ нуқтани топамиз.

Энди юқорида нейтрал ўқ билан куч қўйилган нуқта орасидаги муносабатларни эътиборга олиб, яъни нейтрал ўқ кесимнинг учларида айланган пайтда куч қўйилган нуқта координата бошидан ўтмаган тўғри чизик бўйлаб ҳаракатланишини ҳисобга олиб, A, B, A_1, B_1 нуқталарни тўғри чизик билан туташтирсак, натижада ромб шакли ҳосил бўлади, ана шу шаклга кесим ядроси дейилади (13.31-шакл, б).

IV) Биринчи пунктда аниқланган кучланиш $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, ва σ_4 ларнинг қийматларини масштаб бўйича кесимнинг тегишли нуқталарига ишораларини ҳисобга олиб қўйиб уларнинг эпюрасини қурамиз (13.31-шакл, в).

13.6-мисол

13.32-шаклда кўрсатилган тасмали узатма валининг диаметри, шкивларнинг оғирликлари ҳисобга олинмаган ҳолда тўртинчи мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб аниқлансин.

$n = 600 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$; $[\sigma] = 600 \text{кг/см}^2$; $T = 2t$, $D_1 = 46 \text{см}$, $D_2 = 44 \text{см}$ ва $D_3 = 32 \text{см}$ деб олинсин.

Ечиш: Швеллерга таъсир этувчи кучларни вал ўқиға келтириб $T+t$ кучларни ва M_{σ} момент билан бурувчи жуфт кучларни ҳосил қиламиз.

$$M_{\sigma_1} = (T_1 - t_2) \cdot \frac{D_1}{2}; \quad M_{\sigma_2} = (T_2 - t_2) \cdot \frac{D_2}{2} \quad \text{ва} \quad M_{\sigma_3} = (T_3 - t_3) \cdot \frac{D_3}{2}.$$

Швеллер томонидан узатиладиган бурувчи моментларни ҳисоблаймиз:

$$M_{\sigma_1} = 71620 \cdot \frac{N_1}{n} = 71620 \frac{60}{600} = 7162 \text{ кг см},$$

$$M_{\delta_2} = 71620 \cdot \frac{N_2}{n} = 71620 \frac{60}{600} = 13130,3 \text{ кг см},$$

$$M_{\delta_3} = 71620 \cdot \frac{N_3}{n} = 71620 \frac{50}{600} = 5968,3 \text{ кг см}.$$

Юқоридаги кучлар билан моментлар орасидаги муносабатлардан ва $T = 2t$ эканлигини эътиборга олиб ҳар бир шкивда тармоқларнинг таранглигини тортилиш кучларини аниқлаймиз:

$$t_1 = \frac{2M_{\delta_1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 7162}{48} = 298,4 \text{ кг}; \quad T_1 = 2t_1 = 2 \cdot 298,4 = 596,8 \text{ кг}.$$

$$T_1 + t_1 = 596,8 + 298,4 = 895,2 \text{ кг}$$

$$t_2 = \frac{2M_{\delta_2}}{D_2} = \frac{2 \cdot 13130,3}{44} = 596,8 \text{ кг}, \quad T_2 = 2t_2 = 2 \cdot 596,8 = 1193,6 \text{ кг}$$

$$T_2 + t_2 = 1193,6 + 596,8 = 1790,4 \text{ кг}$$

$$t_3 = \frac{2M_{\delta_3}}{D_3} = \frac{2 \cdot 5968}{36} = 314,1 \text{ кг}; \quad T_3 = 2t_3 = 2 \cdot 314,1 = 628,2 \text{ кг}$$

$$T_3 + t_3 = 628,2 + 314,1 = 942,3 \text{ кг}.$$

Вал M_{δ} моментлар таъсирида буралади, вертикал текисликда $(T_3 + t_3)$ кучнинг вертикал ташкил этувчиси $(T_3 + t_3) \cos 30^\circ = 942,3 \cdot 0,866 = 775,2 \text{ кг}$ ва $T_3 + t = 895,2 \text{ кг}$ кучлар таъсиридаги эгилиш, ҳамда горизонтал текисликда $(T_3 + t) \sin 30^\circ = 942,3 \cdot 0,5 = 447,6 \text{ кг}$ ва $T_2 + t_2 = 1790,4 \text{ кг}$ кучлар таъсиридаги эгилиш таъсирида бўлади.

Таянч реакцияларини аниқлаймиз:

$$\sum M_B = 895,2 \cdot 1,5 - R_E \cdot 10 + 775,2 \cdot 7,5 = 0; \quad R_E = 725,48 \text{ кг};$$

$$\sum M_E = 892,2 \cdot 11,5 - R_B \cdot 10 - 775,2 \cdot 25 = 0;$$

$$R_B = 835,68 \text{ кг}.$$

$$\text{Текшириш: } 895,2 - 835,65 - 775,2 + 725,08 = 1600,865 - 1610,88 = 0.$$

Вертикал текисликдаги эгувчи момент эпюрасини қурамиз.

АВ участкада ($0 \leq x_1 \leq 1,5$);

$$M_1(x) = 895,2 \cdot x_1; \quad M_1(0) = 0; \quad M_1(1,5) = 1342,80 \text{ кг см},$$

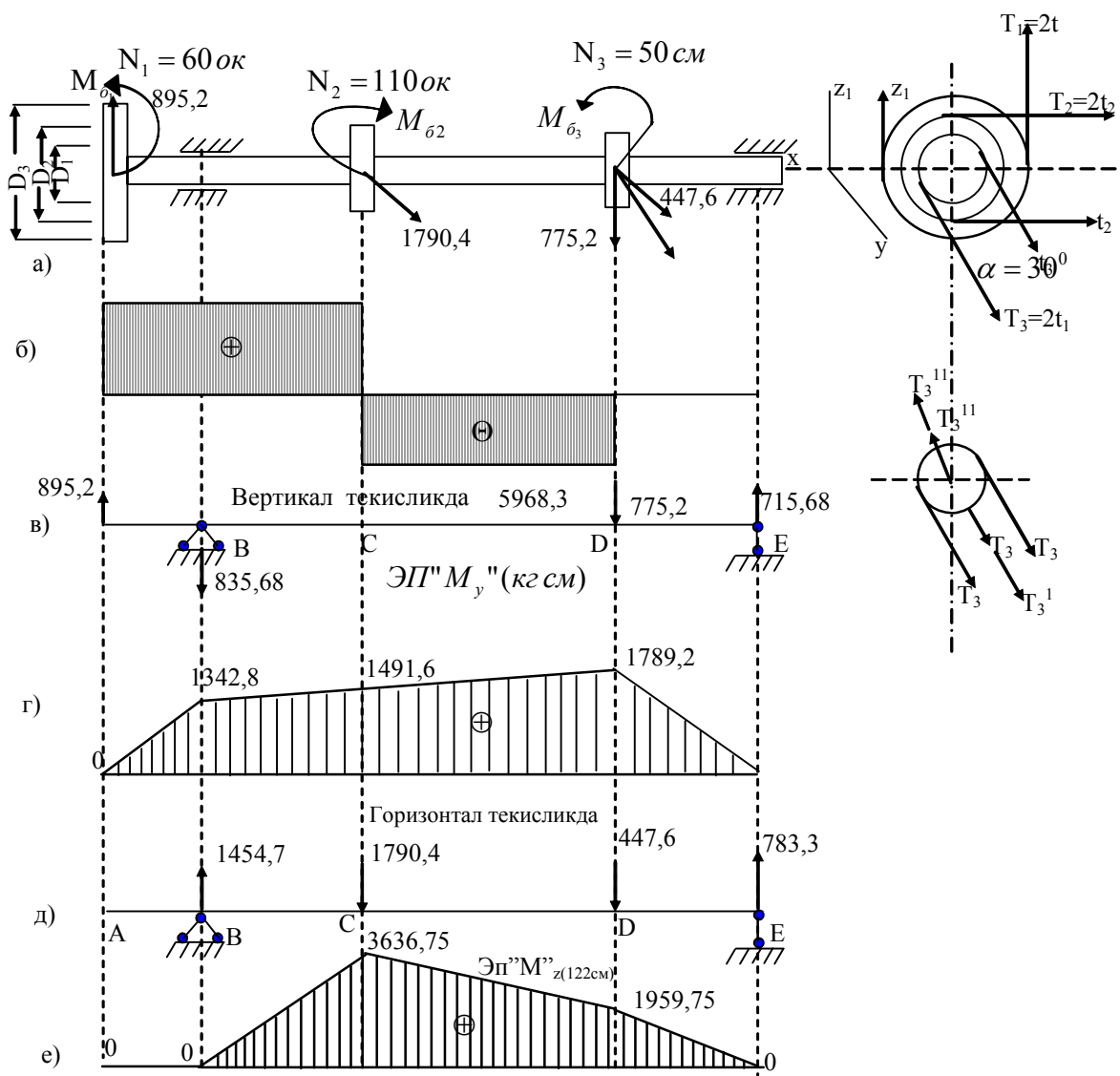
ВС участкада ($1,5 \leq x_2 \leq 4,0$);

$$M_2(x) = 895,2 \cdot x_2 - 835,68(x_2 - 1,5); \quad M_2(1,5) = 1342,8;$$

$$M_2(4) = 1491,6 \text{ кг см}, \quad M_3(9) = 1789,2 \text{ кг см},$$

ЕД участкада ($0 \leq x_{11} \leq 2,5$);

$$Q_4(x) = -772,745 \text{ кг}; \quad M_4(x) = 715,68 \cdot x_4; \quad M_4(0) = 0; \quad M_4(2,5) = 1789,2 \text{ кг см}.$$



13.32-шакл.

Горизонтал текисликдаги эгувчи момент эпюрасини курамиз.

AB участкада ($0 \leq x_1 \leq 2,5$); $M_1(x) = 0$;

BC участкада ($1,0 \leq x_2 \leq 4$); $M_2(x) = 1454,7(x_2 - 1,5)$;

$M_2(1,5) = 0$; $M_2(4) = 3636,75$ кгсм;

CD участкада ($4 \leq x_3 \leq 9$); $M_3(x) = 1958,75$ кгсм;

ED участкада ($0 \leq x_4 \leq 2,5$); $M_4(x) = 783,3 \cdot x_4$;

$M_4(0) = 0$; $M_4(2,5) = 1959,75$ кгсм.

Юқорида топилган қийматлардан фойдаланиб курилган вертикал ва горизонтал текисликдаги эгувчи моментларнинг эпюралари ва ҳисоблаш схемалари 13.32-шакл, в, г, д, е ларда кўрсатилган.

Эпюралардан кўринадики C кесим хавфли бўлар экан, чунки бу кесимда эквивалент момент энг катта қийматга эга бўлади:

$$M_{\text{экв}}^{IV} = M_{\text{экв}} = \sqrt{0,75M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} =$$

$$= \sqrt{0,75 \cdot 7162^2 + 1491,6^2 + 3636,75^2} = 7343,13 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Валнинг диаметрини балканинг мустаҳкамлик шартидан аниқлаймиз:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_y} = \frac{M_{\text{экв}}}{\frac{\pi d^3}{32}} \leq [\sigma]; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{\text{экв}}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 7343,13}{3,14 \cdot 600}} = 5 \text{ см}.$$

13.7-мисол

Агар чўян брус учун талаб этилган мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти $[n]=4,0$, материалынинг мустаҳкамлик чегараси чўзилиш учун $\sigma_m^u = 2000 \text{ кг/см}^2$ ва сиқилиш учун $\sigma_m^c = 8000 \text{ кг/см}^2$ бўлса, унинг учун рухсат этилган кучнинг қиймати аниқлансин (13.33-шакл).

Ечиш: Қаралаётган брус сиқилишга ва буралишга қаршилик кўрсатади.

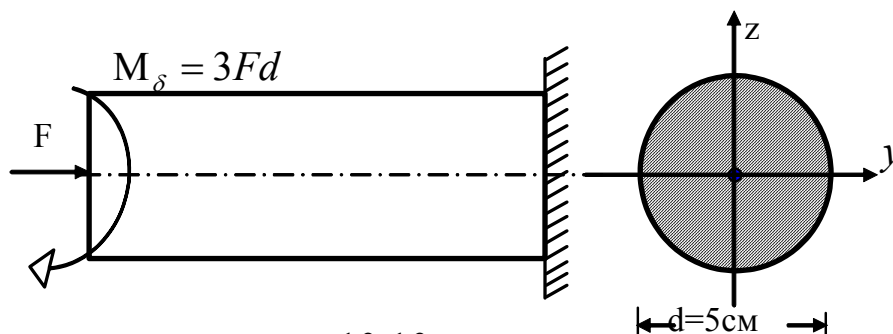
Кўндаланг кесимлардан ҳар бирининг четки нуқталари хавфлидир, чунки уларда буралиш таъсиридан энг катта кучланиш пайдо бўлади.

Хавфли нуқтадаги кучланишни сиқувчи P куч орқали ифодалаймиз:

$$\sigma = -\frac{P}{F} = -\frac{4P}{\pi d^2}; \quad \tau = \frac{M_{\delta}}{W_{\rho}} = \frac{3Pd}{\pi d^3} = \frac{48P}{\pi d^2}.$$

16

(10.16) формуланинг учинчисидан фойдаланиб, қуйидаги мустаҳкамлик шартини ҳосил қиламиз: $\nu = \frac{\sigma_m^u}{\sigma_m^c} = \frac{2000}{8000} = 0,25$.



13.33-шакл.

$$\sigma_{\text{мар}}^{\text{экв}} = \frac{1-\mu}{2}\sigma + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{1-0,25}{2}\left(-\frac{4P}{\pi d^2}\right) + \frac{1+0,25}{2}\frac{P}{\pi d^2}\sqrt{4^2 + 4 \cdot 48^2} \leq \frac{\sigma_M^y}{[n]}.$$

бундан

$$\frac{P}{\pi d^2} \left(-4\frac{3}{8} + \frac{5}{8}\sqrt{9232} \right) \leq \frac{\sigma_M^y}{[n]}$$

Рухсат этилган кучнинг қиймати қуйидагича бўлади:

$$[P] \geq \frac{\pi d^2 \sigma_M^y}{[n] \left(\frac{5}{8}\sqrt{9232} - \frac{3}{2} \right)} = \frac{3,14 \cdot 5^2 \cdot 2000}{4 \cdot 58,55} = 670,4 \text{ кН}.$$

13.8-мисол.

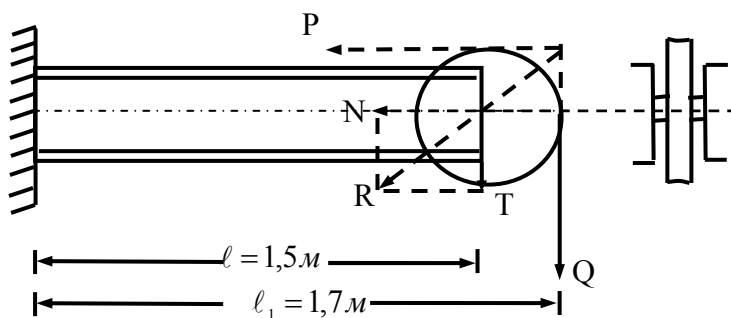
13.34-шаклда кўрсатилгандек кўндаланг кесими иккита швеллердан иборат бўлган консол учига блок ўрнатилган бўлиб, у $Q = 50 \text{ кН}$ юкни кўтаради. Горизонтал йўналишда P куч цепни таранг тортиб турибди. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 800 \text{ МПа}$ дан ошмаганда, швеллернинг номерини танланг.

Ечиш: Агар блокнинг подшипникга ишқаланишини ҳисобга олмасак $P = Q$ бўлади. Бу кучларнинг тенг таъсир этувчиси қуйидагини беради:

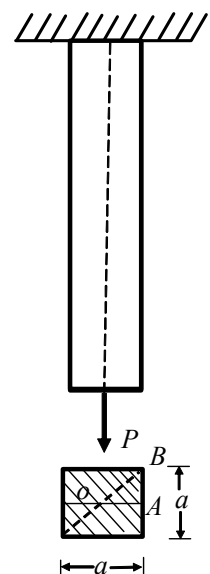
$$N = T = Q = 50 \text{ кН}.$$

Бундан кўринадики, консол сиқилиш билан эгилишга қаршилик кўрсатар экан. Дастлаб, сиқувчи кучланишни ҳисобга олмай швеллернинг номерини топамиз:

$$W_y = \frac{M}{[\sigma]} = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 150}{800} = 937,5 \text{ см}^3.$$



13.34-шакл



13.35 – шакл

Сиқилишдан ҳосил бўлган кучланишни ҳисобга олмаганимизни эътиборга олиб, сортамент жадвалидан 33-номерли швеллерни иккитасини қабул қиламиз.

$$W_y = 2 \cdot 484 = 968 \text{ см}^3, \quad F = 2 \cdot 46,5 = 93 \text{ см}^2.$$

Сиқилишдан ҳосил бўлган кучланиш:

$$\sigma_c = -\frac{N}{F} = -\frac{50 \cdot 10^2}{93} = -53,76 \text{ кг/см}^2.$$

Эгилишдан ҳосил бўладиган кучланиш:

$$\sigma_y = \pm \frac{M}{W} = \pm \frac{50 \cdot 10^2 \cdot 150}{968} = \pm 774,8 \text{ кг/см}^2.$$

Энг катта кучланиш:

$$\sigma_{\max} = -\sigma_c - \sigma_y = -53,76 - 774,8 = -828,56 \text{ кг/см}^2,$$

$$\sigma_{\min} = -\sigma_c + \sigma_y = -53,76 + 774,8 = 721,04 \text{ кг/см}^2.$$

Бу кучланишлар масаланинг шартини қаноатлантиради.

13.9-мисол.

Квадрат кўндаланг кесимли брусга марказий қўйилган кучни ўзига параллел равишда: а) квадрат томонининг ўртасидаги А нуқтасига ва б) квадратнинг бурчак нуқтасига кўчирсак кучланиш неча марта ортади (13.35-шакл). Бруснинг хусусий оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Ечиш: Брус марказий чўзилганда яъни куч О нуқтага қўйилганда чўзувчи кучланиш қуйидагича бўлади:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{a^2};$$

Куч А нуқтага қўйилганда чўзувчи кучланишдан ташқари эгилишдан ҳам кучланиш ҳосил бўлиб қуйидагига тенг бўлади:

$$\sigma' = \pm \frac{M_1}{W_1} = \pm \frac{P \cdot \frac{a}{2}}{\frac{a^3}{6}} = \pm 3 \frac{P}{a^2};$$

(10.6) формулага асосан:

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{a^2} + \frac{3P}{a^2} = 4 \frac{P}{a^2} = 4 \sigma$$

Бинобарин, кучланиш 4 марта кўпаяр экан.

Кучни В нуқтага қўйсак эгувчи момент қуйидагига тенг бўлади:

$$M_y = P \frac{a}{2} \sqrt{2}.$$

Квадрат кўндаланг кесим учун ўзаро тик бўлган ўқларга нисбатан инерция моментлари тенг бўлиб, $J = \frac{a^4}{12}$ бўлади.

Иккинчи ҳол учун эгилиш квадратнинг диагонали бўйича содир бўлиб, қуйидагича бўлади:

$$W_2 = \frac{J}{\frac{a}{2}\sqrt{2}} = \frac{a^4 \cdot 2}{12 \cdot a \cdot \sqrt{2}} = \frac{a^3}{6 \cdot \sqrt{2}}.$$

Бинобарин,

$$\sigma'' = \pm \frac{M_2}{W_2} = \pm \frac{P \cdot \frac{a}{2} \sqrt{2}}{\frac{a^3}{6 \sqrt{2}}} = \pm 6 \frac{P}{a^2};$$

бундан

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{M_2}{W_2} = \frac{P}{a^2} + \frac{6P}{a^2} = 7 \frac{P}{a^2} = 7 \sigma,$$

демак, бу ҳолда кучланиш 7 марта ортар экан.

13.10-мисол.

Тенг ёнли бурчаклик АВ (80x80x8) горизонтал томонига бириктирилган лист орқали $P=20$ кН куч билан чўзилади (13.36-шакл). АВ бурчакликда ҳосил бўладиган энг катта кучланиш қийматини аниқланг.

Ечиш: Сортамент жадвалидан қуйидагиларни оламиз:

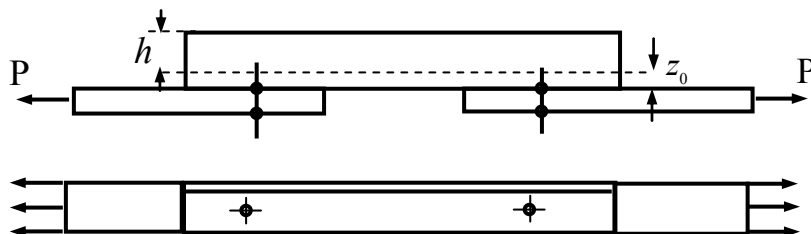
$$J_z = 73,36 \text{ см}^4; z_0 = 2,27 \text{ см}; F = 12,3 \text{ см}^2.$$

Бурчакликнинг чўзилишдаги кучланиши:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{20 \cdot 10^2}{12,3} = 162,6 \text{ кг/см}^2.$$

Бурчакликнинг эгилишдаги моменти:

$$M = P \cdot z_0 = 20 \cdot 10^2 \cdot 2,27 = 4540 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$



13.36-шакл.

Бу момент бош ўқ билан мос келмаган вертикал текисликда таъсир этади. Уни бош текислик бўйича x_0, y_0 ўқларга тўғри келган моментларга ажратамиз. Бу текисликлар вертикал текислик билан 45° бурчак ташкил қилганлигидан:

$$M_0 = \frac{M}{2} \sqrt{2} = \frac{20 \cdot 10^2 \cdot 1,4}{2} = 1400 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

x_0, y_0 текисликда таъсир этувчи эгувчи моментдан АВ бурчакликнинг қирраларининг ҳар қандай нуқтасида сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади:

$$\sigma_1 = \frac{M_0 \cdot k}{J_{y0}}, \quad (a)$$

бу ерда k - АВ қиррадан y_0, y_0 ўққача бўлган масофа.

Худди шу қийматдаги чўзувчи кучланиш қарама-қарши қиррада ҳосил бўлади.

k нинг қийматини сортамент жадвалидаги тенг ёнли бурчакликнинг чизмасидан топамиз:

$$\frac{k}{z_0 \sqrt{2}} = \frac{b - 2 \cdot z_0}{2 \cdot z_0}; \quad \text{бундан} \quad k = \frac{(b - 2z_0) \sqrt{2}}{2} = \frac{(8 - 2 \cdot 2,27) \cdot 1,4}{2} = 2,42 \text{ см}.$$

Топилган қийматни (a) га қўйиб топамиз:

$$\sigma_1 = \frac{1400 \cdot 2,42}{30,32} = 111,74 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

y_0, y_0 текисликда таъсир этувчи моментдан АВ қиррада сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади қарама-қарши қиррада эса чўзувчи кучланиш ҳосил бўлиб, у қуйидагича топилади:

$$\sigma_2 = \frac{M_0 \cdot s}{J_{x0}} = \frac{1400 \cdot 5,71}{116,39} = 68,68 \text{ кг} / \text{см}^2,$$

бунда s - x_0, x_0 ўқдан қиррагача бўлган масофа бўлиб, қуйидагига тенг бўлади: $s = \frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{8}{1,4} = 5,71 \text{ см}.$

АВ қиррадаги тўла сиқувчи кучланиш:

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \sigma_2 = 111,74 + 68,68 = 180,42 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Қарама-қарши қиррадаги чўзувчи кучланиш:

$$\sigma_3' = \sigma_1 - \sigma_2 = 111,74 - 68,68 = 43,06 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

x_0, x_0 ўқ ўтувчи нуқтада, x_0, x_0 текисликда ётувчи фақат моментдан ҳосил бўлган чўзувчи кучланиш:

$$\sigma_4 = \frac{M_0 \cdot z_0 \cdot \sqrt{2}}{J_{y0}} = \frac{1400 \cdot 2,27 \cdot 1,4}{30,32} = 146,74 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Шундай қилиб, бурчаклик эгилишдан ташқари яна чўзилишга ҳам ишлаганлиги учун, АВ қиррадаги сиқувчи кучланиш қуйидагича бўлади:

$$\sigma_5 = \sigma - \sigma_3 = 162,6 - 180,42 = -17,82 \text{ кг/см}^2.$$

Қарама-қарши қиррадаги чўзувчи кучланиш:

$$\sigma_6 = \sigma + \sigma'_3 = 162,6 + 43,06 = 205,66 \text{ кг/см}^2.$$

Тўғри бурчакнинг учки нуқтасига таъсир қилувчи чўзувчи кучланиш:

$$\sigma_7 = \sigma + \sigma_4 = 162,6 + 146,74 = 309,34 \text{ кг/см}^2.$$

Мана шу кучланиш энг катта бўлади.

13.11-мисол.

13.37-шаклда кўрсатилган ёғоч балка $P_1 = 2 \text{ кН}$, ва $P_2 = P_3 = 1 \text{ кН}$ кучлар таъсирида эгилади. Вертикал ва горизонтал текисликда эгувчи момент эпюраси қурилсин ва кўндалан кесим ўлчамлари танлансин. $h/6 = 2$, $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$

Ечиш: Вертикал ва горизонтал текисликдаги эгувчи моментни топамиз:

$$M_{\text{вер}}^C = 0; \quad M_{\text{вер}}^B = -P_2 \cdot 1 = -1 \text{ кНм};$$

$$M_{\text{вер}}^A = -P_2 \cdot 2 - P_1 \cdot 1 = -1 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = -4 \text{ кНм},$$

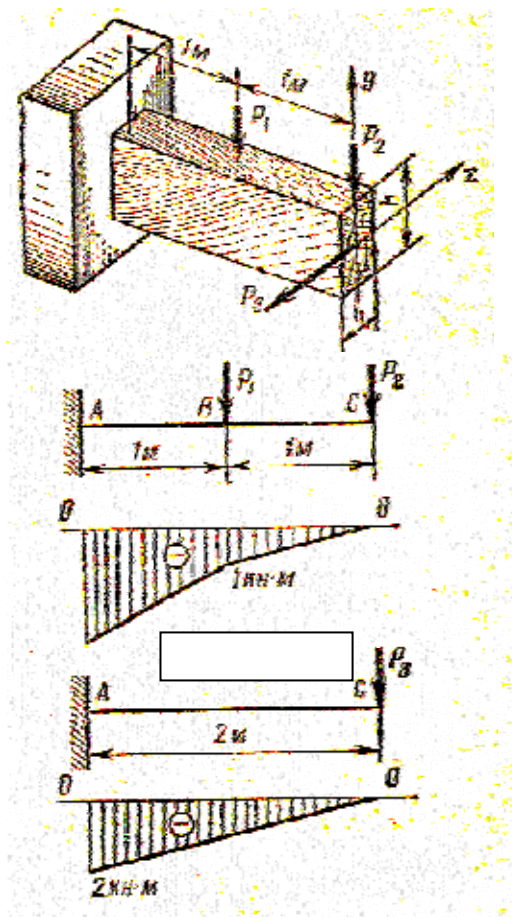
$$M_{\text{гор}}^C = 0; \quad M_{\text{гор}}^A = -P_3 \cdot 2 = -1 \cdot 2 \text{ кНм}.$$

Бу қийматлардан фойдаланиб, қурилсин эгувчи момент эпюралари 13.37-шаклда келтирилган.

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{вер}}^{\text{max}}}{W_z} + \frac{M_{\text{гор}}^{\text{max}}}{W_y} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{40000}{\frac{2}{3}b^3} + \frac{20000}{\frac{b^3}{3}} \leq 100;$$

бундан $b \geq 10,6 \text{ см}$. $b = 10,6 \text{ см}$; $h = 2b = 20,2 \text{ см}$



13.37-шакл.

13.12-мисол.

13.38-шаклда кўрсатилган балка учун бош текисликда эгувчи момент эпюраси қурилсин; мустаҳкамлик шартидан кўндаланг кесим ўлчамлари аниқлансин, томонларининг нисбати $\frac{h}{b} = 2$; $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$.

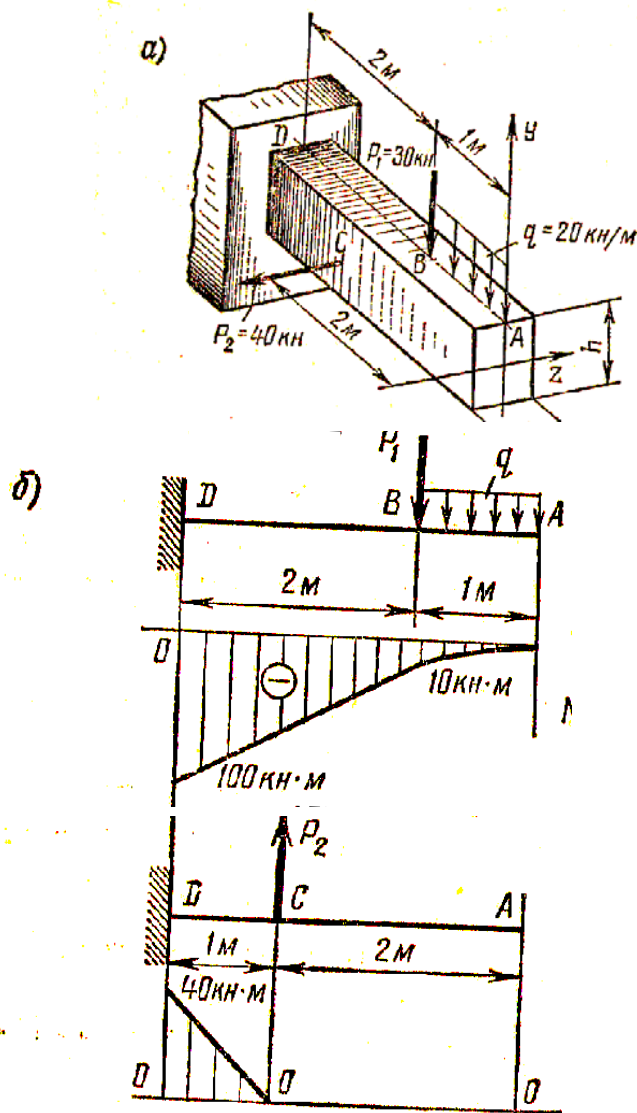
Ечиш: Кучларнинг мустақиллик принциpidан фойдаланиб вертикал ва горизонтал текисликдаги эгувчи момент қийматларини характерли нукталарда ҳисоблаймиз:

$$M_{\text{вер}}^A = 0; M_{\text{вер}}^B = -q \cdot 100,5 = -20 \cdot 1 \cdot 0,5 = -10 \text{ кНм};$$

$$M_{\text{вер}}^D = -q \cdot 1 \cdot 2,5 - P_1 \cdot 2 = -20 \cdot 1 \cdot 2,5 - 30 \cdot 2 = -110 \text{ кНм};$$

$$M_{\text{гор}}^A = 0; M_{\text{гор}}^B = 0; M_{\text{гор}}^C = 0; M_{\text{гор}}^D = P_2 \cdot 1 = 40 \cdot 1 = 40 \text{ кНм}.$$

Топилган қийматлардан фойдаланиб қурилган эгувчи момент эпюралари 13.38-шакл, б да кўрсатилган энг катта эгувчи моментлар D кесимда бўлар экан.



13.38-шакл.

Хавфли кесим қистириб маҳкамланган кесим бўлиб, унинг мустаҳкамлик шarti қуйидагича бўлади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\cos}^{\max}}{W_z} + \frac{M_{\text{гор}}^{\max}}{W_y} \leq [\sigma]$$

Қаршилик моменти $W_z = \frac{bh^2}{6}$ ва $W_y = \frac{4b^2}{6}$ бўлади,

$h = 2b$ бўлганда $W_z = \frac{2}{3}b^3$ ва $W_y = \frac{b^3}{3}$ бўлади.

Буларни ҳисобга олиб мустаҳкамлик шartидан:

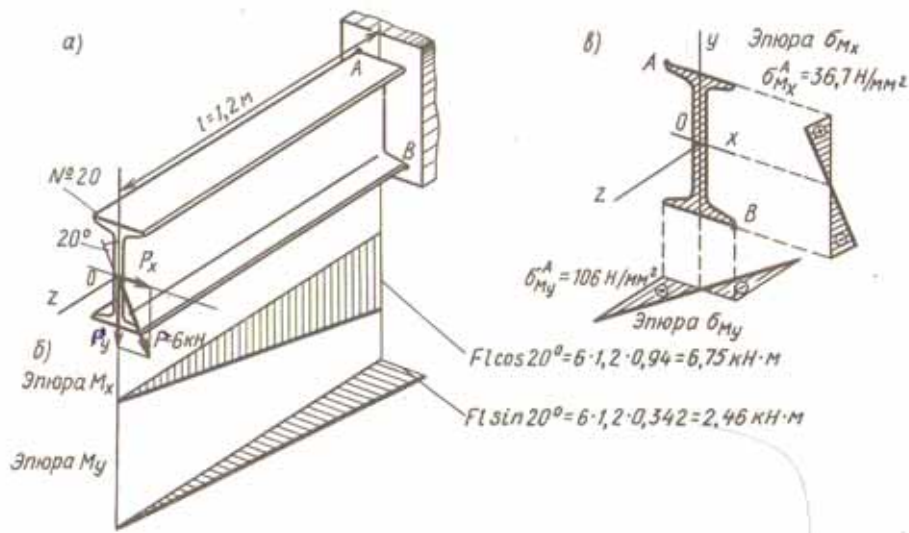
$$\sigma_{\max} = \frac{110 \cdot 10^4}{\frac{2}{3}b^3} + \frac{40 \cdot 10^4}{\frac{1}{3}b^3} \leq 1600;$$

бундан $b = 12 \text{ см}$ ва $h = 2b = 2 \cdot 12 = 24 \text{ см}$

13.13-мисол.

13.39-шаклда кўрсатилган балканинг мустаҳкамлиги текширилсин ва эркин учининг тўла салқилиги ҳисоблансин.

$\sigma_{II} = 2400 \text{ кг/см}^2$, $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$; $[n] = 1,5$ деб олинсин. Ҳамда куч йўналиши OY ўқ билан мос келганда $\sigma_{\max}$ ва f ҳисоблансин.



13.39-шакл.

Ечиш: Балка қийшиқ эгилишга ишлайди. P кучни ташкил этувчиларига ажратиб M_x ва M_y эпюраларини курамиз (13.39-шакл, а, б).

Вертикал ва горизонтал текисликда ҳосил бўладиган σ_{Mx} ва σ_{My} ларни ҳисоблаймиз

$$\sigma_{Mx}(M_x) = \frac{M_y^{\max}}{W_x} = \frac{6,75 \cdot 10^4}{184 \cdot 10} = 367 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_{A(M_y)} = \frac{M_y^{\max}}{W_y} = \frac{2,46 \cdot 10^4}{23,1 \cdot 10} = 1060 \text{ кг/см}^2$$

σ_{Mx} , σ_{My} эпюралари шакл, в да кўрсатилган кесимнинг А нуктасида энг катта чўзувчи, В нуктада эса энг катта сиқувчи кучланиш ҳосил бўлади:

$$\sigma_{\max} = \sigma_A = \sigma_{A(Mx)} + \sigma_{A(My)} = 36,7 + 1060 = 1430 \text{ кг/см}^2$$

Мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти

$$n = \frac{\sigma_{II}}{\sigma_{\max}} = \frac{2400}{1430} = 1,68$$

f_y , f_x , f ларни ҳисоблаймиз:

$$f_y = \frac{P_y \ell^3}{3EJ_x} = \frac{P \cos 20^\circ \ell^3}{3EJ_x} = \frac{6 \cdot 10^2 \cdot 0,94 \cdot 120^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} = 0,088 \text{ см}$$

$$f_x = \frac{P_x \ell^3}{3EJ_y} = \frac{P \cdot \sin 20^\circ \cdot \ell^3}{3 \cdot EJ_y} = \frac{6 \cdot 10^2 \cdot 0,342 \cdot 120^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 115} = 0,515 \text{ см}$$

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{(0,515)^2 + (0,088)^2} = 0,52 \text{ см}$$

Агар P кучнинг йўналиши Oy ўқи билан мос келса

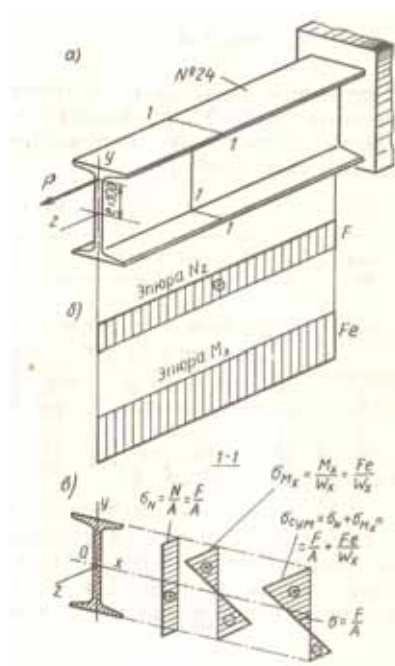
$$\sigma_{\max} = \frac{P\ell}{W_x} = \frac{6 \cdot 10^2 \cdot 120}{184} = 392 \text{ кг/см}^2$$

$$f = \frac{P\ell}{3EJ_x} = \frac{6 \cdot 10^2 \cdot 120}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} = 0,094 \text{ см}$$

Бу ҳолда тўғри эгилишдагидан қийшиқ эгилишда кучланиш $\frac{1430}{39,2} = 3,65$, салқилик эса $\frac{0,52}{0,094} = 5,54$ марта катта бўлди

13.14-мисол.

Агар $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлса, 13.40-шаклда кўрсатилган брус учун $[P]$ аниқлансин.



13.40-шакл.

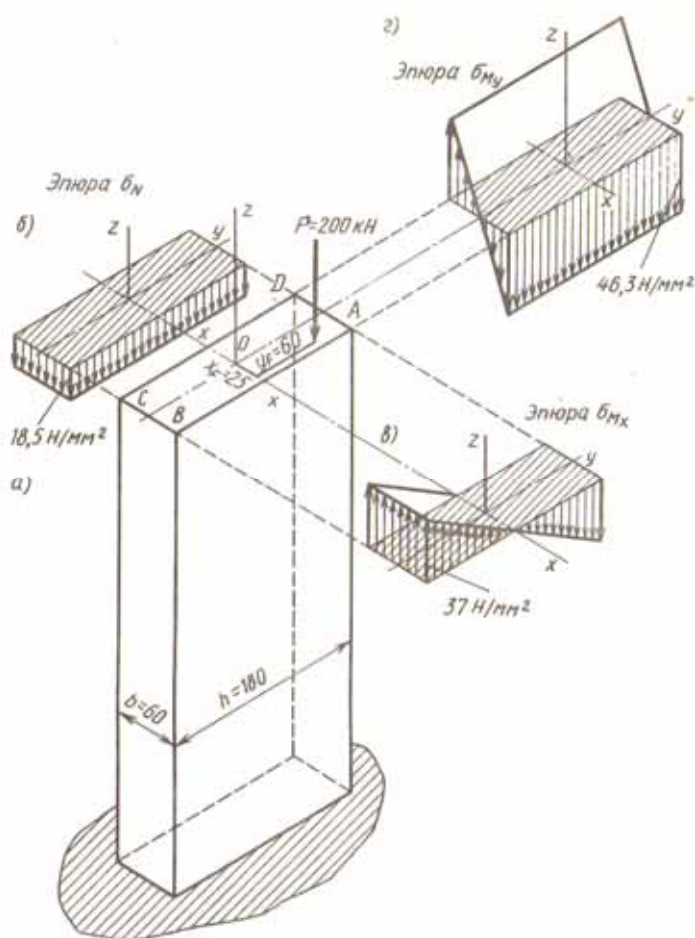
Ечиш: Куч қўйилган нукта Oy ўқи устида ётганлиги сабабли кўндаланг кесимда бўйлама куч N ва эгувчи момент M_x ҳосил бўлади. Демак брус тўғри эгилиш ва чўзилишга ишлайди. N ва M_x эпюраси 13.40-шакл, б да кўрсатилган. Мустаҳкамлик шартидан;

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{Pc}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$\text{Бундан } [P] = \frac{[\sigma]}{\frac{1}{F} + \frac{c}{W_x}} = \frac{1600}{\frac{1}{34,8} + \frac{10}{189}} = 253 \text{ кН}$$

13.15-мисол.

Агар $[\sigma_u] = 400 \text{ кг/см}^2$, $[\sigma_c] = 1200 \text{ кг/см}^2$ бўлса, 13.41-шаклда кўрсатилган чўян бруснинг мустаҳкамлиги текширилсин.



13.41-шакл.

Ечиш: Бруснинг бундай юкланиш ҳолати унинг кўндаланг кесимида бўйлама куч ва M_x, M_y эгувчи моментлар ҳосил бўлади.

Бу ҳолда $N = -P$, $M_x = P \cdot y_p$, $M_y = P \cdot z_p$ бўлади.

σ_N , σ_{M_x} ва σ_{M_y} ларнинг эпюраси шакл, б, в, г ларда кўрсатилган. Кўндаланг кесимнинг бурчагидаги четки нуқталаридаги кучланишларни ҳисоблаймиз.

$$\sigma_N = \frac{N}{F} = \frac{P}{bh} = -\frac{200 \cdot 10^2}{6 \cdot 18} = -185 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{Mx}^{\max} = \frac{Px_p}{w_x} = \pm \frac{200 \cdot 10^2 \cdot 60}{\frac{6(18)^2}{6}} = \pm 370 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_{My}^{\max} = \frac{P \cdot Y_p}{W_y} = \pm \frac{200 \cdot 10^2}{\frac{18 \cdot (6)^2}{6}} = \pm 463 \text{ кг/см}^2$$

$$\sigma_A = -185 - 370 - 463 = -918 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_B = -185 + 370 - 463 = -278 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_c = -185 + 370 + 463 = 648 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_D = -185 - 370 + 463 = 92 \text{ кг/см}^2.$$

Брус материали чўзилиш ва сиқилишга ҳар хил ишлаганлиги сабабли, уни икки нуқтадаги энг катта чўзувчи ва энг катта сиқувчи кучланишлар орқали мустаҳкамлиги текшириш лозимдир.

Энг катта сиқувчи кучланиш А нуқтада ҳосил бўлиб, $|\sigma_c^{\max}| = 16_A = 918 \text{ кг/см}^2$. Энг катта чўзувчи кучланиш С нуқтада ҳосил бўлиб $\sigma_u^{\max} = 648 \text{ кг/см}^2$ га тенг бўлади. Энг хавфли нуқта С бўлиб, ундаги чўзувчи кучланиш рухсат этилганидан озроқ кўп бўлиб бруснинг мустаҳкамлиги таъминланмас экан.

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

13.1. Шаклда кўрсатилган тўртбурчак кўндаланг кесимли консолга *хос* текислик бўйича текис ёйилган куч таъсир этади. Кесимнинг нейтрал ўқининг ҳолатини, эркин учининг тўла салқилигини ва хавфли кесимдаги энг катта чўзувчи кучланишларни аниқланг.

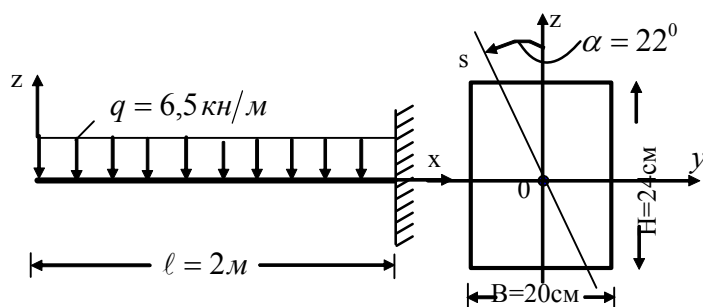
Жавоби: $\varphi = 30^{\circ}13'$; $f = 0.03 \text{ см}$

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \pm 93.2 \text{ кг/см}^2.$$

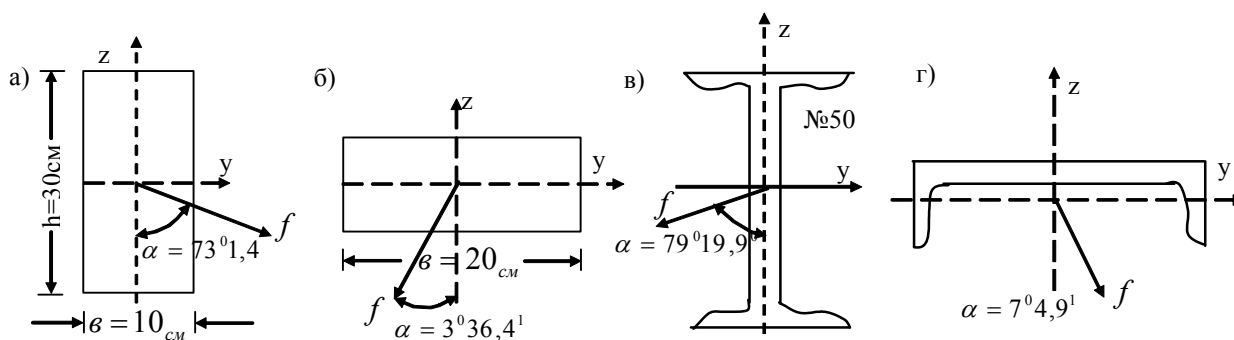
13.2. Кўндаланг кесимлари шаклда кўрсатилган балкаларнинг эгилиши натижасида кесимларнинг оғирлик марказлари кўрсатилган йўналишда сурилган. Балкаларнинг ҳар қайсиси учун ташқи кучларнинг таъсир текисликлари вазиятини аниқланг (φ бурчакнинг z ўқи билан).

Жавоби: а) $\varphi = 20^{\circ}$, б) $\varphi = 35^{\circ}$, в) $\varphi = 8^{\circ}$, г) $\varphi = 60^{\circ}$.

13.3. Шаклда кўрсатилган балкалар учун нейтрал чизиқнинг вазиятини топинг (ўқ y билан бурчак α), хавфли кесимда энг катта нормал кучланишларни аниқланг, кесим томонлари бўйича бу

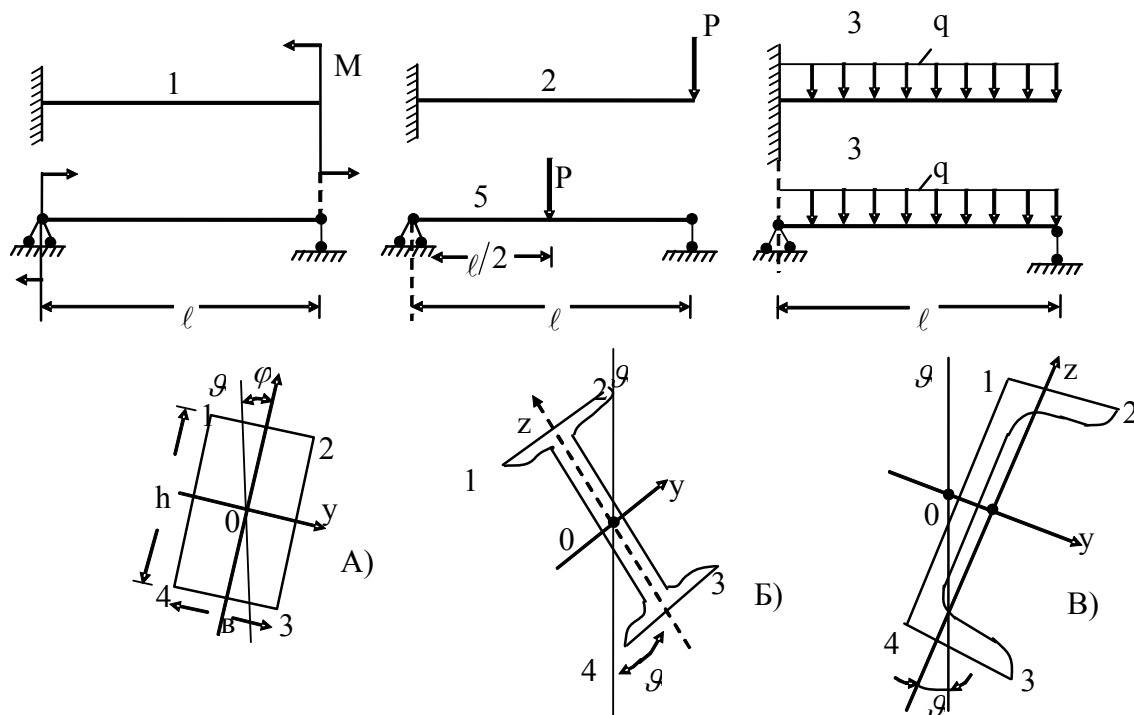


13.1-мисол учун.



13.2-мисол учун

кучланишларнинг эпюраларини қуринг ва балканинг энг катта салқилигини аниқланг. Ҳамма ҳолда ҳам юкланишнинг таъсир текислиги кесимнинг эгилиш маркази – нуқта О орқали ўтадиган вертикал текислик ν га тўғри келади. Балкаларнинг кўндаланг кесими А) бўлганда материали ёғоч, Б) ва В) – пўлат.



13.3-мисол учун

N/N	Балка схема- си ва кесими	Про лет ℓ (м)	Юклар	Кесим ўлчам- лари	Бур- чак φ	жавоблар		
						Бурчак α	$\sigma_{\max}$ (кг/см ²)	$f_{\max}$ (см)
1	1-А	1,5	$M=4$ кНм	12х20см	60^0	78^016^1	97,2	1,38
2	1-Б	1,4	$M=2$ кНм	Кўштавр № 12	30^0	82^08^1	1443	1,77
3	1-В	2,0	$M=6$ кНм	Швеллер №6 кНм	60^0	87^055^1	1492	1,98
4	2-А	2,0	$P=0,8$ кН	10х15см	45^0	66^12^1	75,2	1,32
5	2-Б	1,5	$P=2$ кН	Кўшт. №16	30^0	83^022^1	1273	0,97
6	2-В	1,4	$P=3$ кН	Швел. №22	60^0	87^038^1	1552	0,79
7	3-А	2,0	$q=2$ кН/м	10х25 см	45^0	80^055^1	95,0	0,47
8	3-Б	1,2	$q=3$ кН/м	Кўшт.	30^0	82^046^1	1168	0,47

				№14				
9	3-В	2,4	$q=2$ кН/м	Швел. №24	45^0	$85^0 54^1$	1481	1,41
10	4-А	2,5	$M=6$ кН/м	12x30 см	60^0	$84^0 43^1$	88,8	0,48
11	4-Б	3,0	$M=8$ кН/м	Кўшт. №27	45^0	$87^0 2^1$	1516	0,63
12	4-В	2,2	$M=3$ кН/м	Швел №14 ^a	30^0	$79^0 39^1$	1463	0,41
13	5-А	2,5	$P=2.5$ кН	9x51см	45^0	$70^0 12^1$	87,3	0,67
14	5-Б	4,0	$P=12$ кН	Кўшт. №36	60^0	$88^0 44^1$	1542	1,34
15	5-В	2,4	$P=4$ кН	Швел. №14	30^0	$80^0 54^1$	1388	0,64
16	6-А	3,2	$q=6$ кН/м	16x24см	60^0	$75^0 37^1$	90,0	0,89
17	6-Б	5,0	$q=4$ кН/м	Кўшт. №40	60^0	$88^0 50^1$	1326	2,12
18	6-В	4,0	$q=1.2$ кН/м	Швел. №16	45^0	$85^0 9^1$	1415	2,24

13.4. Шаклда кўрсатилган кўндаланг кесими № 20 номерли кўштаврдан иборат консолнинг эркин учидаги тўла салқилик $\mathcal{Q}_c = 1\text{см}$ ва унинг йўналиши y ўқи билан $\beta = 20^0$ ташкил қилади.

Қуйидагиларни топиш талаб қилинади:

1. α , бурчак ва P кучнинг қийматини;
2. нейтрал чизиқ ҳолати ва маҳкамланган кесимнинг 1, 2, 3 ва 4 нуқталаридаги кучланишларни.

Жавоби: 1) $\alpha = 80^0 15^1$; $F = 4,79\text{кН}$;

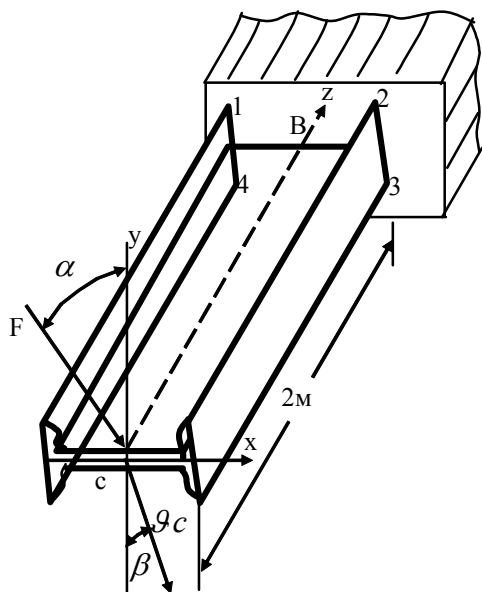
2) $\mathcal{Q} = \beta = 20^0$; $\sigma_1 = 1213\text{кГ/см}^2$;

$\sigma_2 = 187\text{кГ/см}^2$; $\sigma_3 = -1213\text{кГ/см}^2$; $\sigma_4 = -187\text{кГ/см}^2$.

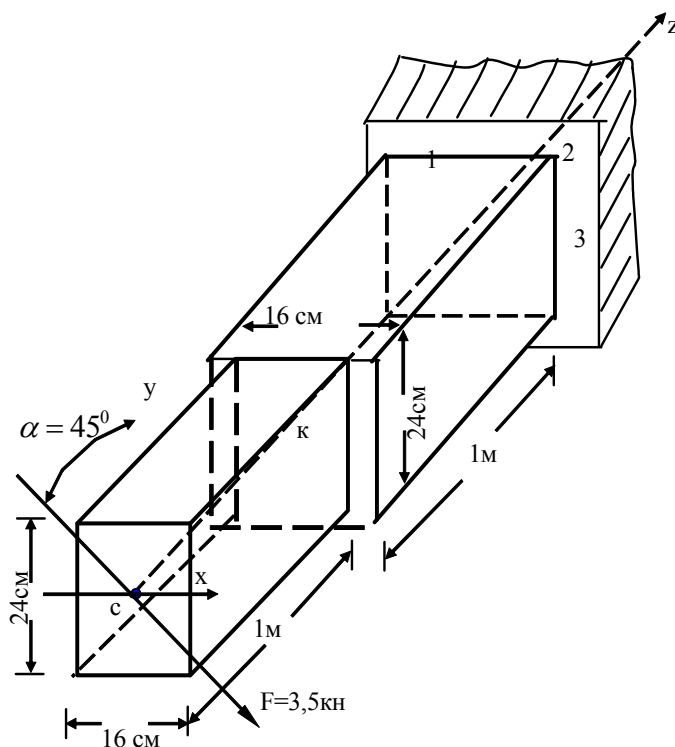
13.5. Шаклда кўрсатилган, кўндаланг кесими ўзгарувчи бўлган консолнинг C ва K кесимининг тўла салқилиги топилсин.

Жавоби: $f_c = 1.55\text{см}$

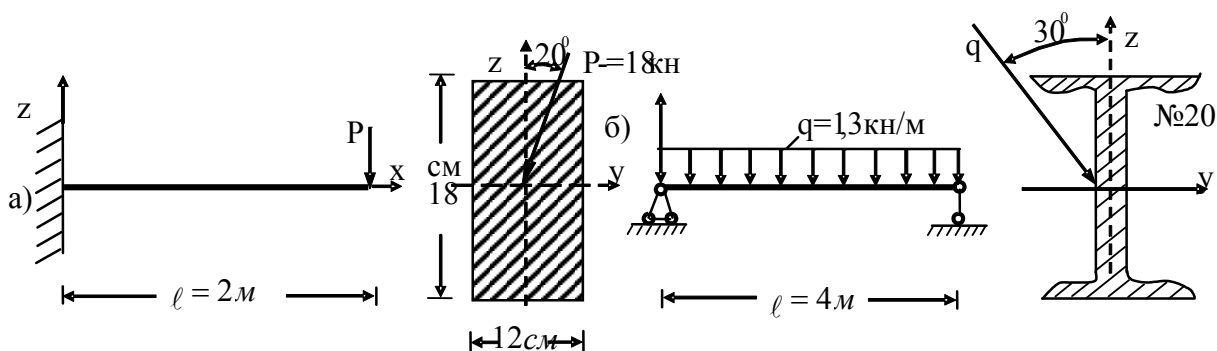
$f_k = 0,28\text{см}$.



13.4-мисол учун



13.5-мисол учун



13.6-мисол учун

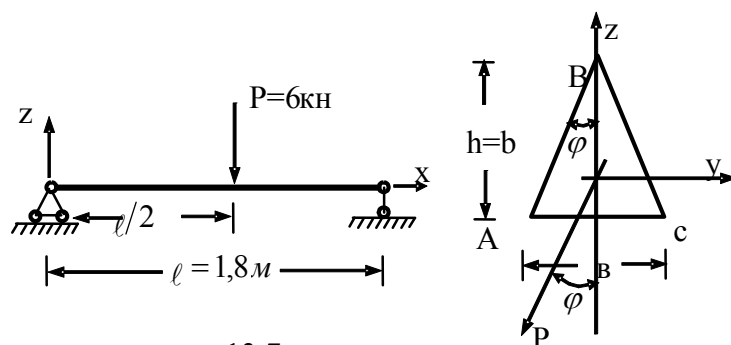
13.6. Агар $[\sigma] = 1400 \text{ кг/см}^2$ ва $[f] = l/400$ бўлса, шаклда кўрсатилган пўлат балканинг мустаҳкамлиги ва бикрлиги текширилсин.

Жавоби: а) $\delta_{\max} = 807 \text{ кг/см}^2$; $f = 0,5 \text{ см}$

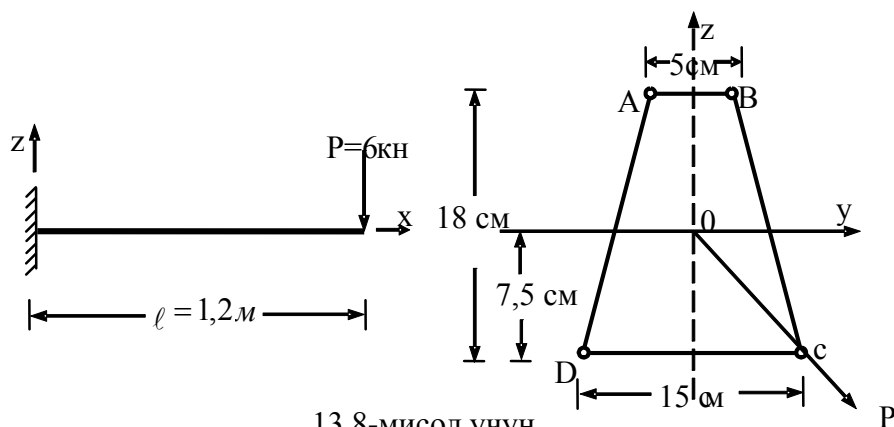
б) $\delta_{\max} = 686 \text{ кг/см}^2$; $f = 0,95 \text{ см}$.

13.7. Агар шаклда кўрсатилган учбурчак кўндаланг кесимли чўян балка учун $[\sigma]_ч = 400 \text{ кг/см}^2$, $[\sigma]_с = 1200 \text{ кг/см}^2$ бўлса, кўндаланг кесимнинг зарурий ўлчамлари аниқлансин.

Жавоби: $h = 12 \text{ см}$.



13.7-мисол учун



13.8-мисол учун

13.8. Кўндаланг кесими трапециясимон бўлган чўян консоль кесимининг бурчагидаги нуқталаридаги нормал кучланишлар ва энг катта салқилик аниқлансин.

Қуйидагилар берилган:

$$E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; \quad J_y = 4455 \text{ см}^4; \quad J_z = 1875 \text{ см}^4;$$

$$\text{Жавоби: } \sigma_A = 391 \text{ кг/см}^2; \quad \sigma_B = 109 \text{ кг/см}^2; \quad \sigma_C = 603 \text{ кг/см}^2; \\ \sigma_D = 246 \text{ кг/см}^2; \quad f = 0,58 \text{ см};$$

13.9. Шаклда кўрсатилган ёғоч консоль P_1 ва P_2 кучлар таъсиридан эгилади, тўғри тўртбурчак кесимнинг баландлиги h нинг эни b га нисбатини 2 деб олиб унинг ўлчамларини танланг ва унинг A кесимидаги тўла салқилик қийматини ҳамда йўналишини аниқланг;

$$\text{Жавоби: } [\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2,$$

$$b = 9 \text{ см}; \quad h = 18 \text{ см}; \quad f_A = 1,98 \text{ см},$$

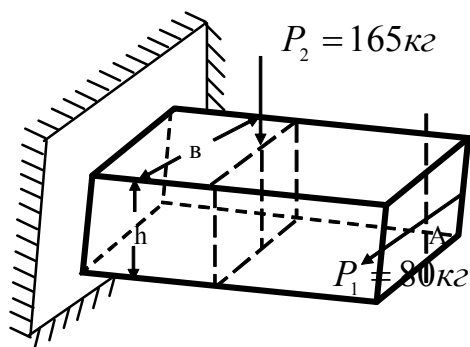
(вертикалга $80^\circ 52'$ бурчак остида).

13.10. Шаклда кўрсатилган ғиштин устунга ўз хусусий оғирлиги ва кучи 80 кг/см^2 га тенг бўлган шамолнинг бир текис тақсимланган кўндаланг босими таъсир қилади.

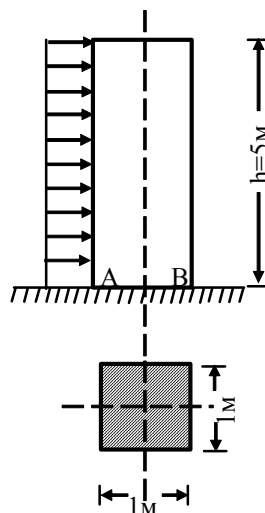
Ғиштин устуннинг солиштирма оғирлиги $1,6$ га тенг.

Устун асосидаги энг катта ва энг кичик сиқувчи кучланишлар миқдори аниқлансин.

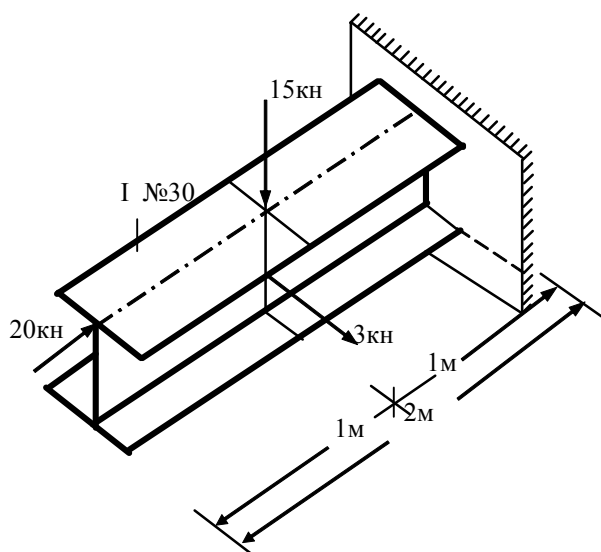
Жавоби: $\sigma_A = -2 \text{ кН/м}^2$, $\sigma_B = -14 \text{ кН/м}^2$.



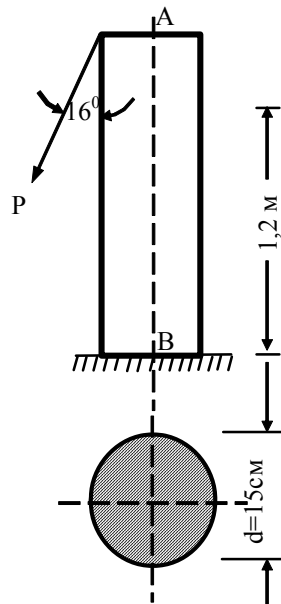
13.9-мисол учун



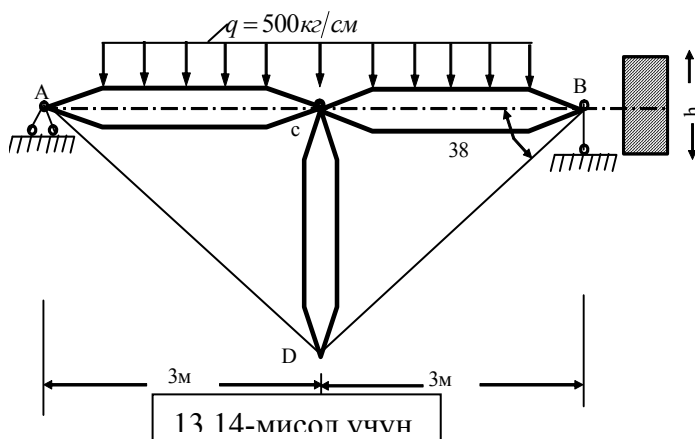
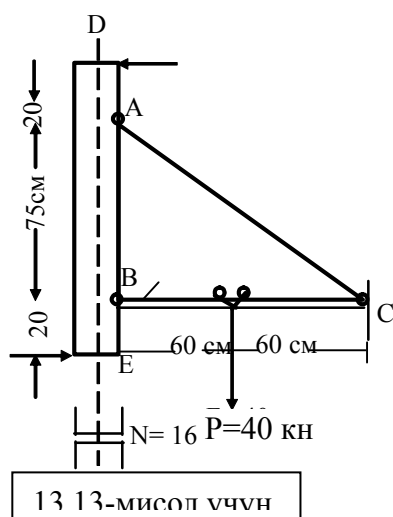
13.10-мисол учун



13.11-мисол учун



13.12-мисол учун



13.11. Шаклда кўрсатилган қўштавр кесимли консолнинг кўндаланг кесимидаги энг катта ва энг кичик кучланиш қийматлари аниқлансин:

Жавоби: $\sigma_{\max} = 814 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{\min} = -900 \text{ кг/см}^2$.

13.12. Доиравий кўндаланг кесимли ёғоч АВ устунни Р куч билан тортилган канат тутиб туради. Агар ёғоч учун $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$ бўлса, устун В кесимда қистириб маҳкамланган деб ҳисоблаб, канатнинг мумкин бўлган энг катта таранглиши аниқлансин.

Жавоби: 787 кг.

13.13. Деворга маҳкамланадиган краннинг қўштаврли балкаси ВС синч DE га тортқи АС га шарнир ёрдамида бириктирилган. Агар юк $P = 40 \text{ кН}$ бўлса, балканинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланиш аниқлансин.

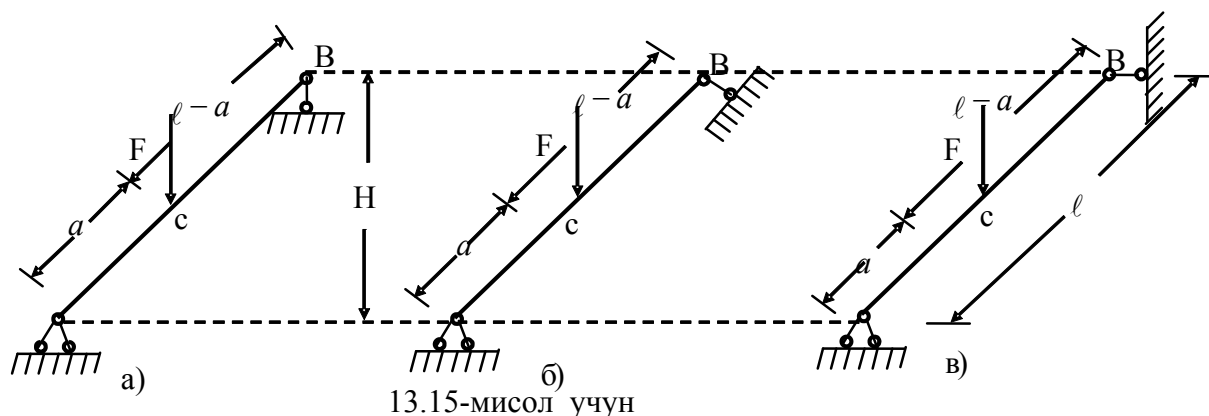
Жавоби: $\sigma_{\max} = 976 \text{ кг/см}^2$.

13.14. Томонларининг нисбати $h : v = 1,5$ бўлган тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч шпренгел балкаси учларидан шарнирли таяниб туради, у текис ёйилган куч билан юкланган. Агар $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$ бўлса, балка кўндаланг кесими ўлчамлари ва $[\sigma] = 1200 \text{ кг/см}^2$ бўлса, пўлат торткилар (AD ва DB) диаметрлари аниқлансин.

Жавоби: $h = 17,6 \text{ см}$; $v = 11,7 \text{ см}$; $d = 1,26 \text{ см}$.

13.15. Шаклда кўрсатилган балкаларнинг юқори шарнирли таянчининг уч хил вариантда жойлашган ҳоллари учун энг катта

чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар қиймати топилсин. Барча ҳолларда балканинг баландлиги кучларнинг таъсир йўналишига параллел.

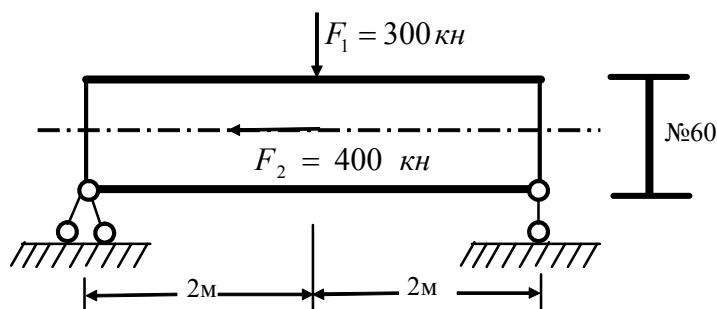


13.15-мисол учун

N/N	Кесим хиллари ва ўлчамлари	ℓ (см)	a (см)	H (см)	F (кН)	юқори таянч варианты	жавоблар	
							$\sigma_{\max}$ (кг/см ²)	
							чўзилиш	сиқилиш
1		180	80	450	2	a	86,0	87,0
2						б	81,9	91,2
3						в	80,1	93,0
4		160	60	140	10	a	1271	1357
5						б	1142	1486
6						в	1102	1526

13.16. Шаклда кўрсатилган кўштавр кесимли балканинг ўз оғирлигини ҳисобга олмай унинг кўндаланг кесимдаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар топилси.

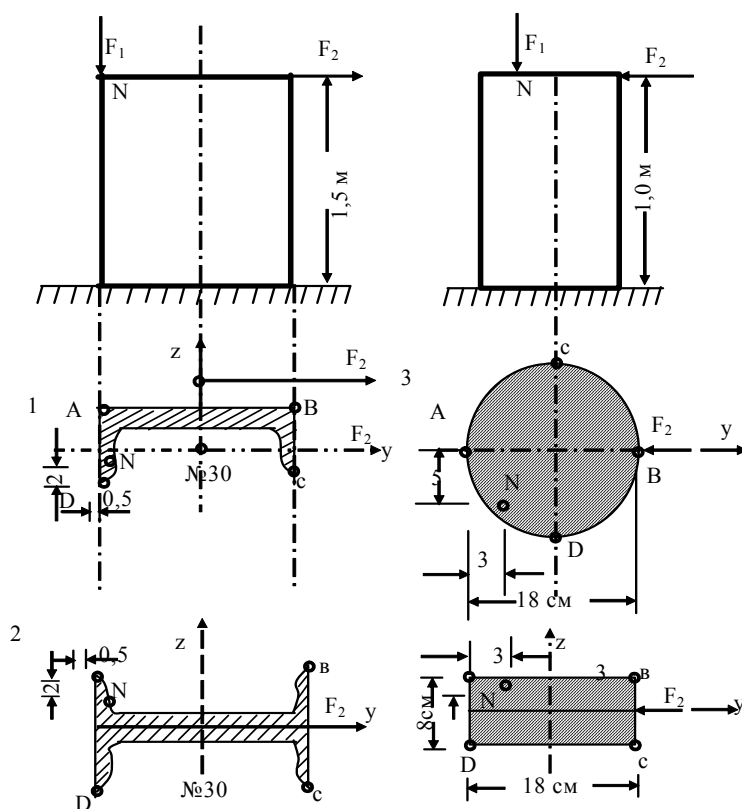
Жавоби: $\sigma_{\max}^u = 937 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{\max}^c = -1227 \text{ кг/см}^2$;



13.16-мисол учун.

13.17. Шаклда кўрсатилган устунларнинг юқори учига бўйлама сиқувчи P_1 куч N нуктасига қўйилган ва кўндаланг P_2 куч ҳам таъсир қилади, унинг таъсир йўналиши кесимнинг эгилиш маркази орқали ўтади.

Устунлардаги энг катта нормал кучланишни, асосидаги кесимнинг нейтрал ўқининг вазиятини, А, В, С, D нуқталардаги нормал кучланишларни топинг, ҳамда исталган кўндаланг кесимнинг нейтрал ўқлар ўтадиган М нуқтанинг координаталарини кўрсатинг, юпқа деворли устунларнинг эгилиш-буралиш деформациялари ҳисобга олинмасин.

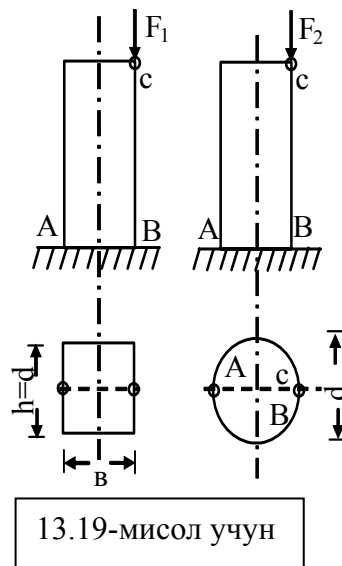
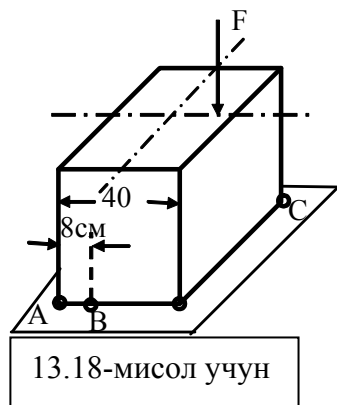


13.17-мисол учун.

КЕСИМ НОМЕРИ	F ₁ (кН)	F ₂ (кН)	жавоблар									
			a _y (см)	a _z (см)	σ _A	σ _B	σ _c	σ _D	σ _{max}	M нуқта	координата	
					кЗ/см ²					У _м	Z _м	
1	6	1	-13,7	-1,47	268	-57	-1063	-738	1125	0	1,47	
2	12	2	-14,9	-1,66	-1045	-1532	505	1051	1625	0	1,47	
3	2,5	0,3	1,13	4,05	88,4	68,8	12,0	-31,7	91,4	0	1,47	
4	1,8	0,16	1,81	-1,78	-102,6	-21,4	77,8	-46,4	102,6	0	1,47	

13.18. Сиқилган бруснинг А нуктасидаги нормал кучланиш $\sigma_A = 12 \text{ кг/см}^2$ га тенг (чўзилиш), В нуктада $\sigma_B = 0$ га тенг С нуктада кучланиш нимага тенг?

Жавоби: $\sigma_c = 48 \text{ кг/см}^2$ (сиқилиш).



13.19. Шаклда кўрсатилган икки устуннинг В нуктасидаги сиқувчи кучланишлар бир-бирига тенглиги маълум бўлди: Устунларнинг А нуктасидаги кучланишларни таққосланг.

Жавоби: Доиравий кесимли устунда кучланиш 20% катта бўлади.

13.20. Агар $[\sigma]_q = 7 \text{ кг/см}^2$ ва $[\sigma]_c = 70 \text{ кг/см}^2$; бўлса, шаклда кўрсатилган бетон устуннинг пастки қисми мустаҳкамлиги текширилсин.

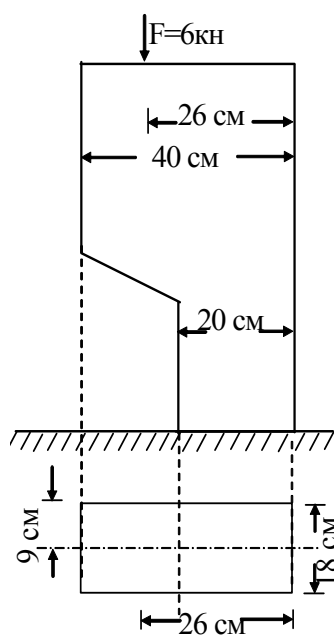
Жавоби : $\sigma_{\max}^q = 6,3 \text{ кг/см}^2 < 7 \text{ кг/см}^2$,
 $\sigma_{\max}^c = 9,7 \text{ кг/см}^2 < 70 \text{ кг/см}^2$.

13.21. а) ва б) шаклда кўрсатилган устунларнинг асосидаги энг катта нормал кучланишларни топинг.

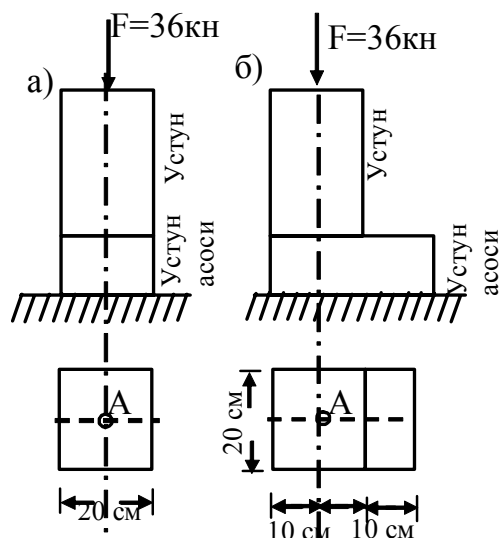
Жавоби : а) $\sigma_{\max} = 90 \text{ кг/см}^2$;
 б) $\sigma_{\max} = 120 \text{ кг/см}^2$.

13.22. №55 номерли қўштавр кесимли калта устун $P=180$ кН куч билан марказий сиқилаяпти. Агар қўштавр бутун узунлиги бўйича № 18 номерли швеллерни пайвандлаш билан кучайтирилса, қўштаврли ва кучайтирилган устунлардаги энг катта сиқувчи кучланишларни топинг.

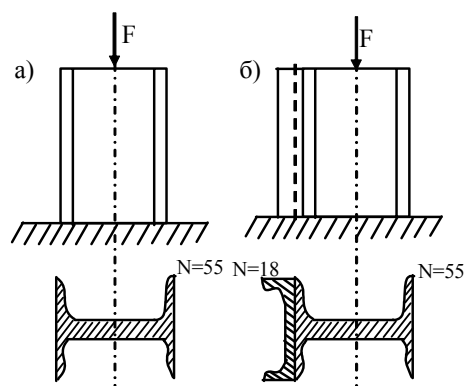
Жавоби: а) $\sigma_{\max} = 157,9 \text{ кг/см}^2$; б) $\sigma_{\max} = 170,7 \text{ кг/см}^2$.



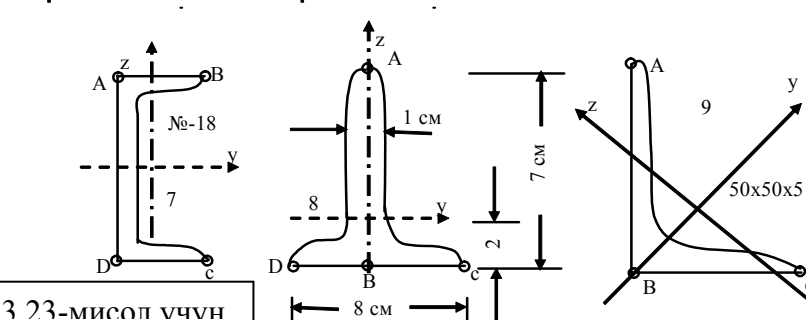
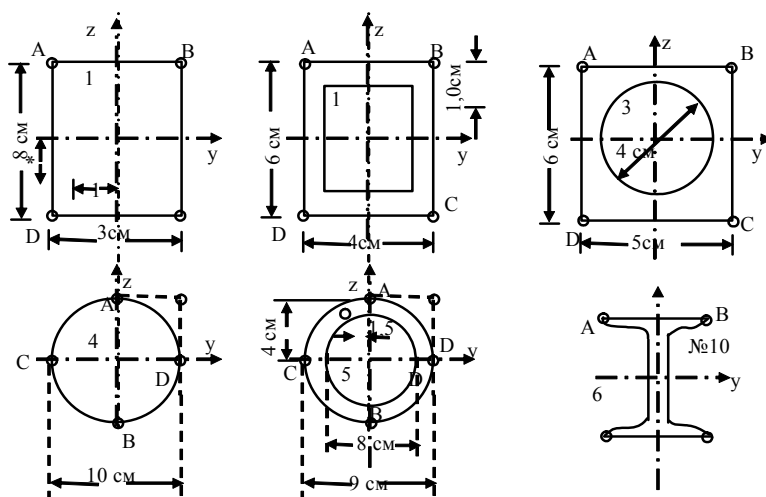
13.20-мисол учун



13.21-мисол учун



13.22-мисол учун



13.23-мисол учун

13.23. Шаклларда кўрсатилган кўндаланг кесимли узунликлари $\ell = 1,5\text{ м}$ бўлган стерженлар P куч таъсиридан чўзилади. P куч қўйилган нуқта кесимларда юлдузча билан белгиланган.

Координаталар системасидан нейтрал ўқнинг кесиб ажратган кесмалари, A, B, C, D нуқталардаги нормал кучланишлар, энг катта

кучланишлар ва стержень узунлигининг ўртасидаги салқиликларни аниқланг. Юпқа деворли стерженларнинг эгилиш ва буралиш деформацияси натижасида ҳосил бўладиган кучланишлар ҳисобга олинмасин.

13.23-мисол учун

Схема номери	Р-куч (кН)	жавоблар							Салқили к f (см)
		Нейтрал ўқ нуқтасининг координаталари		Кесим нуқталаридаги кучланишлар (кг/см ²)					
		a_y (см)	a_z (см)	σ_A	σ_B	σ_C	σ_D	$\sigma_{\max}$	
1	60	+0,75	+2,67	+375	-625	+125	+1125	1125	0,49
2	40	+0,96	-1,56	+1672	+281	-1005	+381	1672	0,57
3	50	-1,15	+1,48	-919	+331	+1493	+243	1493	0,45
4	200	-1,25	+1,25	+1273	-764	-764	+1273	1695	0,41
5	60	+6,04	-2,27	+1342	-443	+784	+115	1403	0,30
6	25	-0,54	-3,30	-532	+1580	+949	-1164	1580	0,55
7	15	-0,53	-2,49	+23	+1283	+747	-514	1283	0,45
8	30	-0,77	+2,17	-280	+412	-700	+1524	1524	0,41
9	10	-0,63	+1,05	+1415	+454	+10	-	1415	0,54

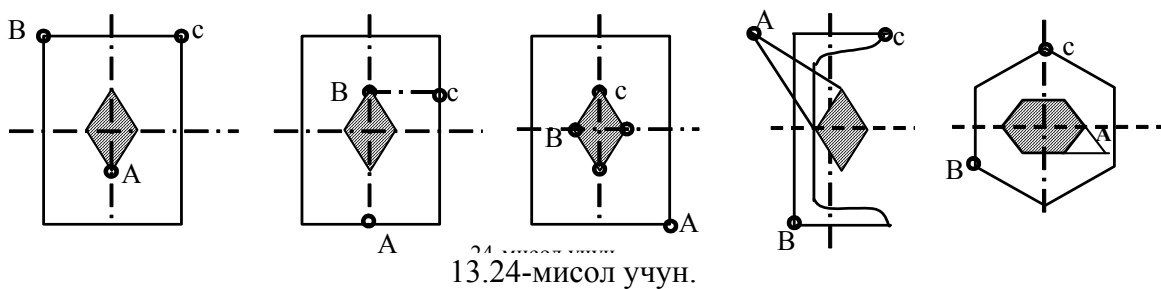
13.24. Шаклларда кўндаланг кесимлар ва уларнинг кесим ядролари кўрсатилган. Агар кесим текислиги ва тик куч А нуқтага қўйилган бўлса, бу кесимларнинг ҳар қайсисида нейтрал ўқ қандай ўтади.

Жавоби: Барча кесимларда В ва С нуқталар орқали ўтади.

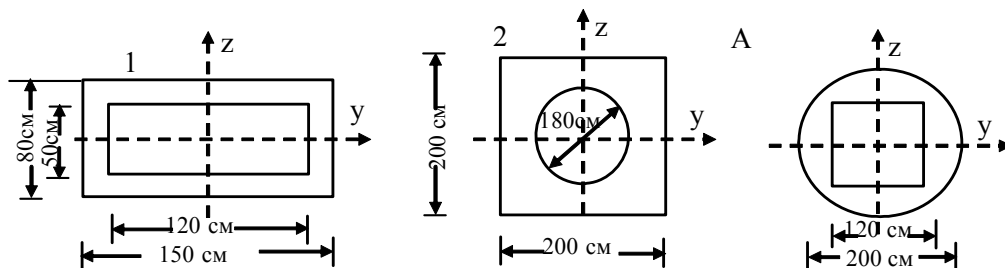
13.25. Шаклда кўрсатилган ичи бўш кўндаланг кесимлар берилган. Бу кесимларнинг а) ичи бўш ва б) ичи бўш бўлмаган ҳолларда устунлардан ҳар қайсисининг кесим ядроси ўлчамлари аниқлансин.

13.25-мисол учун

Кесим ядроси ўлчам- лари	Ж а в о б л а р					
	а) ичи бўш бўлган			б) ичи бўш бўлган		
	1	2	3	1	2	3
h_y (см)	42,9	112,4	72,0	26,7	66,7	50,0
v_y (см)	68,0	112,4	72,0	50,0	66,7	50,0



13.24-мисол учун.



13.25-мисол учун.

13.26. Шаклдаги ABCD пўлат тирсаклик стерженнинг АВ қисмининг диаметри $d = 12,5 \text{ см}$. М нуқтада чизма текислигига тик 2 кН куч қўйилган. Кесувчи кучларнинг уринма кучланишларини ҳисобга олмай энг хавфли нуқта М кесимдаги кучланишларни ва ҳисобий кучланишни учинчи ва тўртинчи мустаҳкамлик назариялари бўйича топинг.

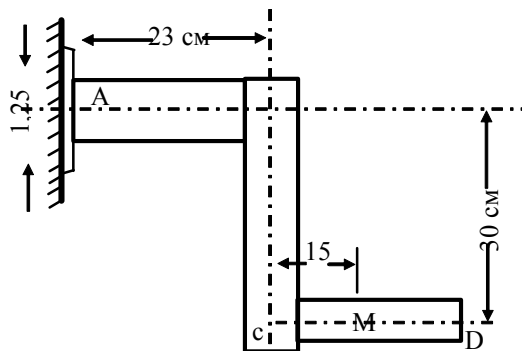
Жавоби: $\sigma_1 = 451 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_5 = -54 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_x^{III} = 505 \text{ кг/см}^2$, $\sigma_x^{IV} = 480 \text{ кг/см}^2$.

13.27. Кўндаланг кесими доира бўлган валга буровчи $M_b = 12000 \text{ кгсм}$ ва эгувчи $M_y = 9000 \text{ кгсм}$ моментлар таъсир қилади. Вал материали учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$. Шу валнинг диаметри (d), III ва IV мустаҳкамлик назариялари асосида аниқлансин.

Жавоби: $d_{III} = 5,35 \text{ см}$; $d_{IV} = 5,2 \text{ см}$.

13.28. Валнинг хавфли кесимига буровчи $M_b = 20 \text{ кгсм}$, эгувчи $M_y = 60 \text{ кгсм}$ моментлар ва чўзувчи $N = 90 \text{ кг}$ куч таъсир қилади. Валнинг диаметри III мустаҳкамлик назарияси асосида аниқлансин. Вал материали учун рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 600 \text{ кг/см}^2$.

Жавоби: $d = 4,1 \text{ см}$.



13.26-мисол учун.

13.29. Доиравий кўндаланг кесимли пўлат валнинг хавфли кесимида $M_y = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ва $M_z = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ моментлар таъсир қилади. Агар $[\sigma] = 1800 \text{ кг/см}^2$ бўлса, IV мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб валнинг диаметри аниқлансин.

Жавоби: $d = 8,2 \text{ см}$.

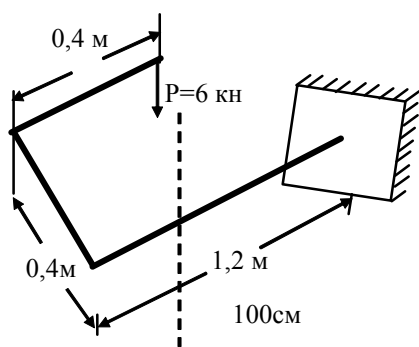
13.30. Агар $[\sigma] = 1800 \text{ кг/см}^2$ бўлса, шаклда кўрсатилган синик стерженнинг кўндаланг кесим юзасининг ўлчамлари III-мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб танлансин.

Кўндаланг кесим икки вариантда қаралсин: доира ва квадрат.

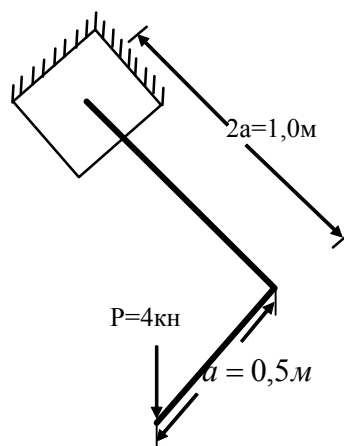
Жавоби: $d = 6,75 \text{ см}$; $a = 5,9 \text{ см}$.

13.31. Шаклда кўрсатилган, диаметри $d = 7 \text{ см}$ бўлган стержендан ясалган кронштейннинг кўндаланг кесимидаги энг катта ҳисобот кучланиш III-мустаҳкамлик назариясидан фойдаланиб аниқлансин.

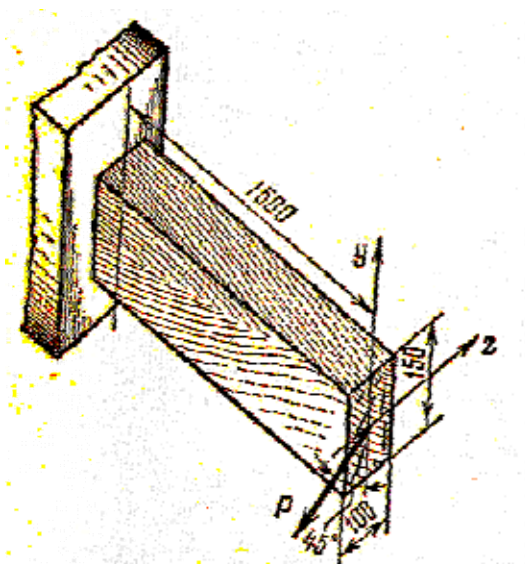
Жавоби: 1830 кг/см^2 .



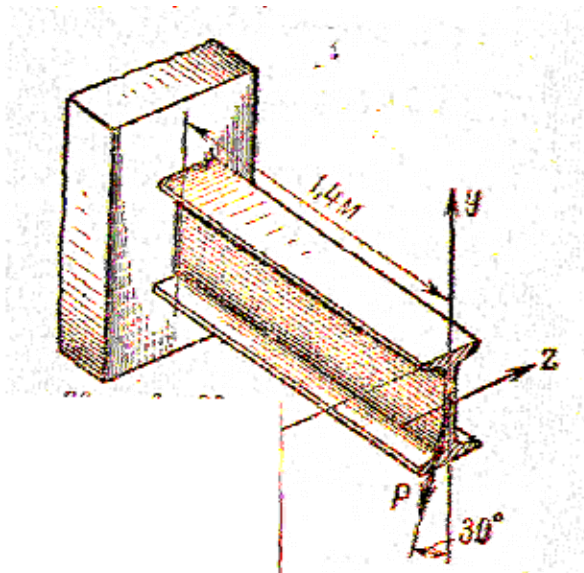
13.30-мисол учун.



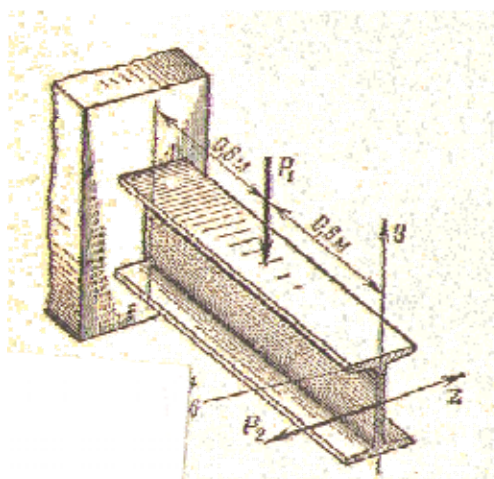
13.31-мисол учун.



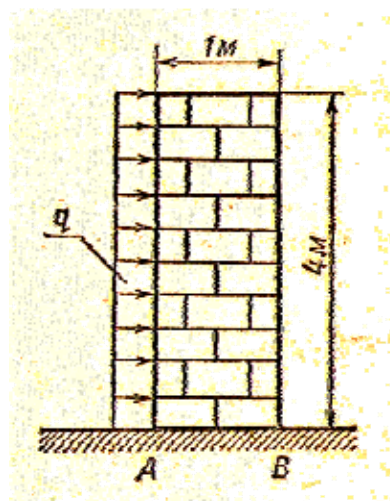
13.32-мисол учун.



13.33-мисол учун.



13.34-мисол учун



13.35-мисол учун.

13.32. Шаклда кўрсатилган ёғоч балка $P=1\text{кН}$ куч билан юкланган. Энг катта нормал кучланишни ва балка эркин учининг тўла салқилиги аниқлансин.

Жавоби: $\sigma_{\max} = 70\text{кг/см}^2$, $f = 0,72\text{см}$.

13.33. Шаклда кўрсатилган балка P куч билан юкланган, агар рухсат этилган кучланиш $[\sigma]=1600\text{кг/см}^2$ бўлса, P кучнинг энг катта қийматини топинг.

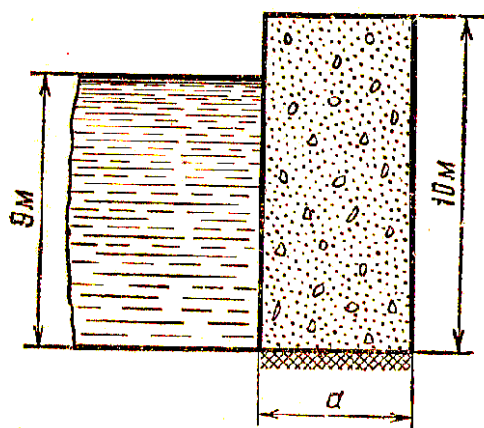
Жавоби: $P = 434\text{кг}$.

13.34 Шаклда кўрсатилган балканинг мустаҳкамлиги текширилсин. $P_1 = 5\text{кН}$; $P_2 = 1,1\text{кН}$; $[\sigma]=1600\text{кг/см}^2$

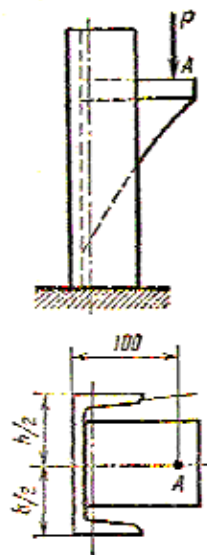
Жавоби: $\sigma_{\max} = 1512\text{кг/см}^2 < 1600\text{кг/см}^2$.

13.35. Шаклда кўрсатилган ғиштин деворга 50 кг/м^2 га тенг босим билан таъсир этаяпди. Агар ғиштин деворнинг зичлиги 1600 кг/м^3 бўлса, энг катта кичик кучланиш топилсин.

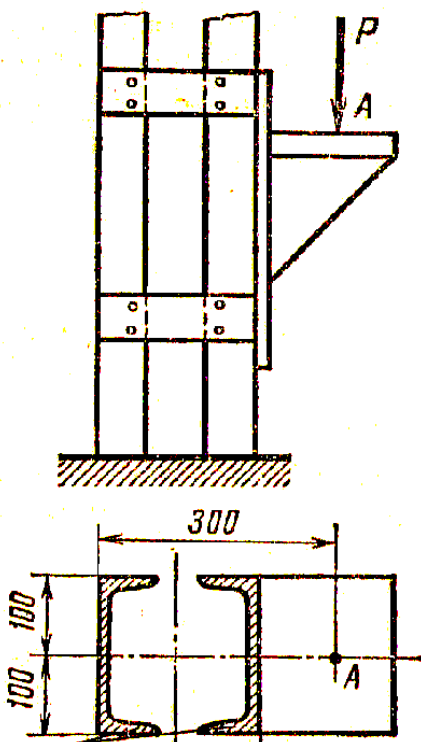
Жавоби: $\sigma_A = -0,256 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_B = -0,924 \text{ кг/см}^2$.



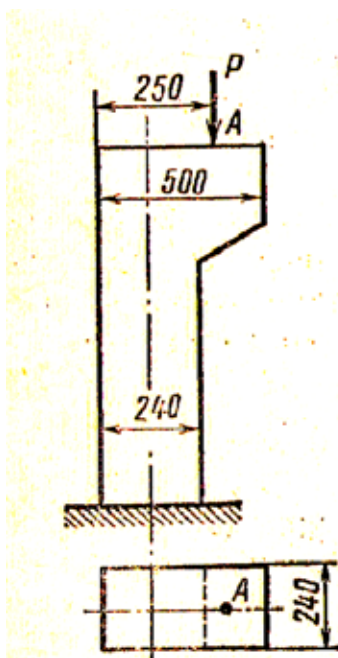
13.36-мисол учун.



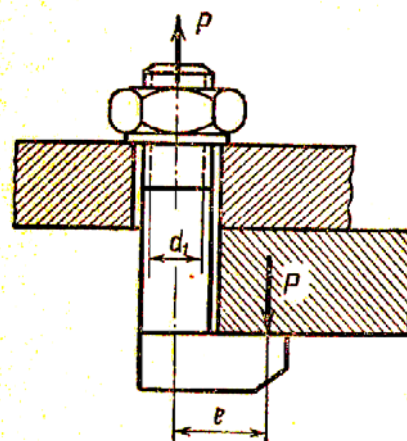
13.37-мисол учун.



13.38-мисол учун.



13.39-мисол учун.



13.40-мисол учун.

13.36.. Шаклда кўрсатилган бетон плитанинг зичлиги 2000 кг/м^3 бўлса, унинг асосида чўзувчи кучланиш ҳосил бўлмайдиган қилиб, зарурий эни топилсин.

Жавови: $a = 6 \text{ м}$.

13.37. Шаклда кўрсатилган устун кўндаланг кесимидаги энг катта кучланиш аниқлансин. $P = 40 \text{ кН}$, устун кесими №24 швеллердан иборат.

Жавоби: $\sigma_{\text{сик}} = 1090 \text{ кг/см}^2$.

13.38. Шаклда кўрсатилган калта устунга $P = 200 \text{ кН}$ куч таъсир этади. Кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган энг катта нормал кучланиш аниқлансин.

Жавоби: $\sigma_{\text{сик}}^{\text{max}} = 1608 \text{ кг/см}^2$.

13.39. Шаклда кўрсатилган бетондан ясалган устуннинг мустаҳкамлиги текширилсин. $P = 15 \text{ кН}$, $[\sigma_u] = 6 \text{ кг/см}^2$, $[\sigma_c] = 70 \text{ кг/см}^2$.

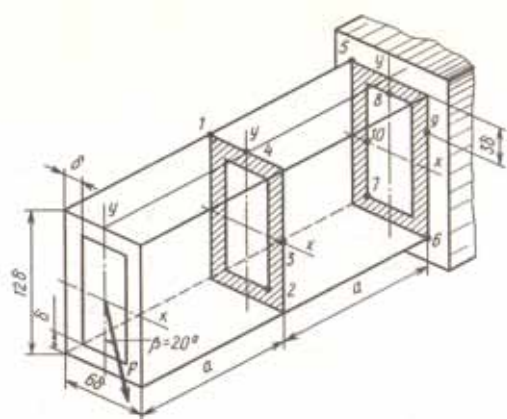
Жавоби: $\sigma_c = 11 \text{ кг/см}^2 < [\sigma_c] = 70 \text{ кг/см}^2$
 $\sigma_u = 5,85 \text{ кг/см}^2 < [\sigma_u] = 6 \text{ кг/см}^2$

13.40. Шаклда кўрсатилган бирикманинг болти материалида ҳосил бўладиган энг катта кучланиш қиймати аниқлансин. $P = 100 \text{ кг}$, $d = 1,4527 \text{ см}$ ва $e = 1,4 \text{ см}$

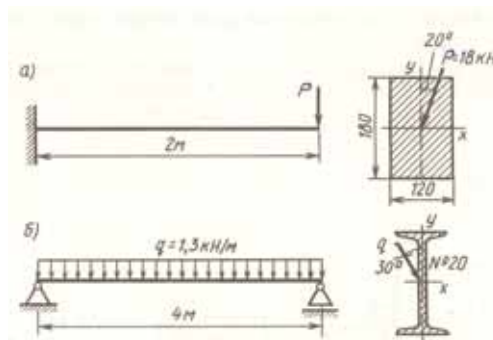
Жавоби: $\sigma_{\text{max}} = 388 \text{ кг/см}^2$.

13.41. Шаклда кўрсатилган 1,2,3.....10 нуқталардаги нормал кучланишлар ҳисоблансин.

Жавоби: $\sigma_1 = 0,17 \frac{Pa}{\delta^3}$; $\sigma_2 = 0,13 \frac{Pa}{\delta^3}$; $\sigma_3 = -0,06 \frac{Pa}{\delta^3}$; $\sigma_4 = 0,1 \frac{Pa}{\delta^3}$;
 $\sigma_5 = 0,33 \frac{Pa}{\delta^3}$; $\sigma_6 = -0,33 \frac{Pa}{\delta^3}$; $\sigma_7 = -0,09 \frac{Pa}{\delta^3}$; $\sigma_8 = 0,17 \frac{Pa}{\delta^3}$;
 $\sigma_9 = 0,11 \frac{Pa}{\delta^3}$; $\sigma_{10} = 0,08 \frac{Pa}{\delta^3}$.



13.41-мисол учун.



13.42-мисол учун.

13.42. Агар $[\sigma] = 1400 \text{ кг/см}^2$ ва $[f] = \ell/400$ бўлса, шаклда кўрсатилган балкаларнинг мустаҳкамлиги текширилсин,

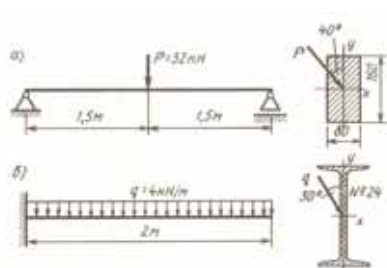
Жавоби: а) $\sigma_{\max} = 807 \text{ кг/см}^2$; $f = 0,5 \text{ см}$;

б) $\sigma_{\max} = 686 \text{ кг/см}^2$; $f = 0,95 \text{ см}$

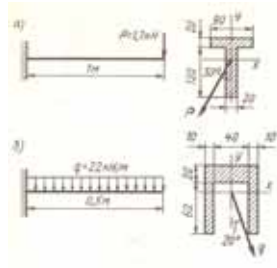
13.43. Агар $\sigma_{II} = 2400 \text{ кг/см}^2$ ва $[n] = 1,7$ бўлса, шаклда кўрсатилган пўлат балканинг мустаҳкамлиги текширилсин ва энг катта салқилик ҳисоблансин.

Жавоби: а) $n \cong 0,98[n]$; $0,886 \text{ см}$;

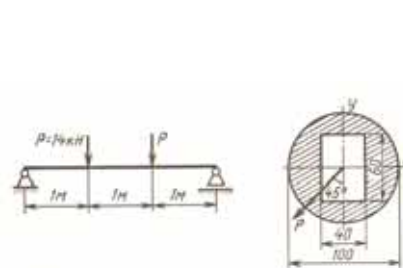
б) $n \cong [n]$; $1,02 \text{ см}$.



13.43-мисол учун.



13.44-мисол учун.



13.45-мисол учун.

13.44. Агар $[\sigma] = 600 \text{ кг/см}^2$ ва $[\sigma_c] = 1800 \text{ кг/см}^2$ бўлса шаклда кўрсатилган балкаларнинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби: а) $\sigma_u^{\max} = 387 \text{ кг/см}^2$; б) $\sigma_u^{\max} = 820 \text{ кг/см}^2$

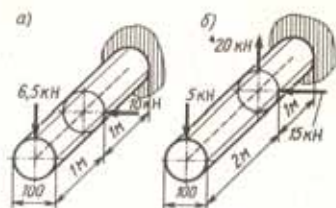
13.45. Агар $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлса шаклда кўрсатилган балканинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби; 1,2% га кам юкланган.

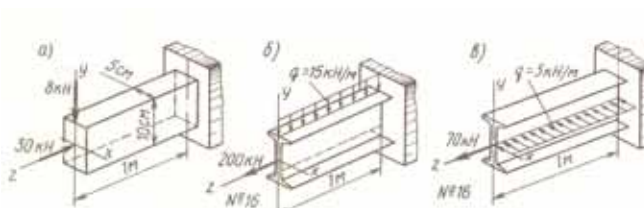
13.46. $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлганда шаклда кўрсатилган пўлат балканинг мустаҳкамлиги текширилсин. Эркин учининг тўла салқилиги ҳисоблансин.

Жавоби: а) $\sigma_{\max} = 1650 \text{ кг/см}^2$; $f = 1,95 \text{ см}$;

б) $\sigma_{\max} = 1610 \text{ кг/см}^2$; $f = 2,76 \text{ см}$



13.46-мисол учун.



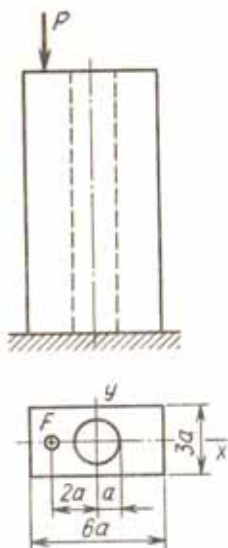
13.47-мисол учун.

13.47. Шаклда кўрсатилган брусларнинг кўндаланг кесимининг хавфли нуқтасидаги кучланишлар ҳисоблансин.

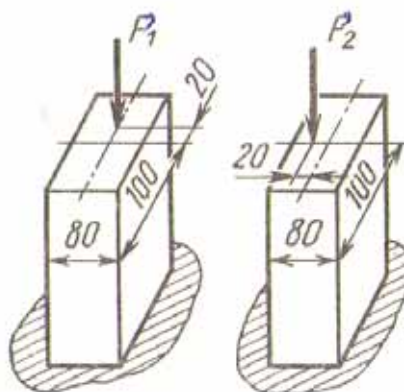
Жавоби: а) $\sigma_c^{\max} = 1020 \text{ кг/см}^2$; б) $\sigma^{\max} = 1680 \text{ кг/см}^2$; в) $\sigma_u^{\max} = 1380 \text{ кг/см}^2$

13.48. Шаклда кўрсатилган брус учун кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланиш эпюраси қурилсин.

Жавоби: $|\sigma_0^{\max}| = 0,18 \frac{P}{a^2}$



13.48-мисол учун.



13.49-мисол учун.

13.49. Шаклда кўрсатилган иккита брус учун P кучнинг рухсат этилган қийматлари таққослаб кўрилсин. $[\sigma] = 1400 \text{ кг/см}^2$ деб олиб $[P_1]$ ва $[P_2]$ лар ҳисоблансин ва нормал кучлаиш эпюраси қурилсин.

Жавоби: $[P_1]:[P_2]=1,14$

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Мураккаб қаршилик деб нимага айтилади?
2. Мураккаб қаршилик таъсирида бўлган стерженлар қандай тартибда ҳисобланади?
3. Мураккаб қаршилик таъсирида бўлган стерженларни ҳисоблашда қандай гипотеза асос қилиб олинади?
4. Мураккаб кучланган стерженларнинг хавфли кучланган нуқтаси қандай аниқланади?
5. Агар бирор стержень фазовий кучлар таъсирида бўлса, унинг кўндаланг кесим юзасида нечта зўриқиш кучи ҳосил бўлади ва улар қандай тенгламалар ёрдамида аниқланади?
6. Қанадай мураккаб қаршиликларни биласиз ва уларга қандай куч факторлари таъсир қилади?
7. Эгилишнинг қайси ҳоли қийшиқ эгилиш дейилади?
8. Соф қийшиқ эгилиш деб қандай эгилишга айтилади?
9. Қийшиқ эгилишда кўндаланг кесимнинг қайси нуқталарида энг катта кучланиш вужудга келади? Уни топиш формуласи чиқарилсин.
10. Бурчакли учга эга бўлган кўндаланг кесимли балкаларнинг мустаҳкамлик шарти қандай ёзилади?
11. Қийшиқ эгилишда нейтрал ўқнинг ҳолатини топиш нима учун керак?
12. Кўндаланг кесими доира бўлган балканинг қийшиқ эгилиши мумкинми?
13. Қийшиқ эгилган балкаларнинг деформацияси қандай аниқланади?
14. Кучлар таъсирининг мустақиллик принципи қандай ҳолларда ишлатилиши мумкин?
15. Қийшиқ эгилган балканинг нейтрал текислиги куч текислигига нисбатан қандай жойлашган бўлади?
16. Эгилиш билан чўзилишнинг бирга таъсири қандай ҳолларда рўй бериши мумкин?
17. Эгилиш билан чўзилиш деформацияси бирга келган ҳолда балканинг ҳар қандай кесимининг исталган нуқтасидаги нормал кучланиш формуласи қандай ёзилади ва бу формула қандай принцип асосида чиқарилади?
18. Эгилиш билан чўзилиш деформациялари бирга келган ҳолларда максимал ва минимал кучланишлар балканинг қайси

толаларида ҳосил бўлади ва улар қандай формулалар ёрдамида аниқланади?

19. Эгилиш билан чўзилиш деформацияси бирга келган ҳолда балканинг мустаҳкамлик шарти қандай ёзилади?
20. Агар балкага унинг ўқи билан бурчак ҳосил қилган кучлар қўйилган бўлса, қандай деформациялар вужудга келади?
21. Агар балкага унинг ўқи билан бурчак ташкил қилган кучлар қўйилган бўлса, кучланиш қандай формула ёрдамида аниқланади?
22. Чўзилиш билан эгилиш бирга таъсир қилган стержень учун чиқарилган формулаларни сиқилиш билан эгилиш таъсир қилган стерженларга ишлатиб бўладими?
23. Қандай кучланиш ҳолати марказий бўлмаган сиқилиш деб аталади?
24. Марказий бўлмаган сиқилишда ҳар қандай нуқтанинг кучланиши қандай формула билан аниқланади ва бу формула қандай чиқарилади?
25. Кесимнинг инерция радиуси қандай топилади?
26. Сиқувчи куч кесимнинг бош ўқларидан бирининг устида ётса, кучланиш қандай формула ёрдамида аниқланади, бу формула қандай чиқарилади?
27. Эксцентриситет деб нимага айтилади?
28. Марказий бўлмаган сиқилишда нейтрал ўқ вазиятини аниқловчи формула қандай чиқарилади?
29. Кесим ядроси нима?
30. Кесим ядросининг қандай аҳамияти бор?
31. Кесим ядроси қандай формула билан аниқланади?
32. Нейтрал ўқ бир нуқтада айланса, куч қўйилган нуқта қандай ҳаракат қилади?
33. Кўндаланг кесим юзаси кўпбурчаклик бўлса, кесим ядросининг контури қандай шаклда бўлади?
34. Буралиш билан эгилишнинг биргаликдаги таъсири стерженга қандай кучлар қўйилганда ҳосил бўлади?
35. Буровчи момент стерженнинг қандай текислигида ётади?
36. Эгувчи момент стерженнинг қандай текислигида ётади?
37. Стержень эгилиш билан бирга буралганда унинг кўндаланг кесимида қандай кучланишлар ҳосил бўлади?

38. Буралиш билан эгилишдан ҳосил бўлган уринма кучланишларнинг кўндаланг кесим баландлиги бўйича тақсимланиш қонунида қандай фарқ бор?
39. Кўндаланг кесими доиравий бўлган стерженлар буралиш билан эгилишга қаршилиқ кўрсатганда, уларни ҳисоблашда эгилишдан ҳосил бўлган уринма кучланиш эътиборга олинadими?
40. Цилиндрик стерженлар буралиш билан эгилишга қаршилиқ кўрсатганда хавфли кўндаланг кесим қандай топилади?
41. Цилиндрик стерженларнинг хавфли нуқталаридан ажратилган элементар кубик қандай кучланиш ҳолатда бўлади?
42. Пружиналар қандай мақсадда ишлатилади?
43. Винтсимон пружиналар чўзилганда ёки сиқилганда уларнинг стерженда, яъни стержень кўндаланг кесимида қандай зўриқиш куч факторлари ҳосил бўлади?
44. Винтсимон пружиналарнинг кўндаланг кесимларида қандай кучланишлар ҳосил бўлади?
45. Винтсимон пружина стерженларининг диаметрлари қандай формуладан ниқланади?
46. Винтсимон пружиналарни ҳисоблаганда оддий силжишдан ҳосил бўлган кучланиш эътиборга олинadими?

XIV БОБ

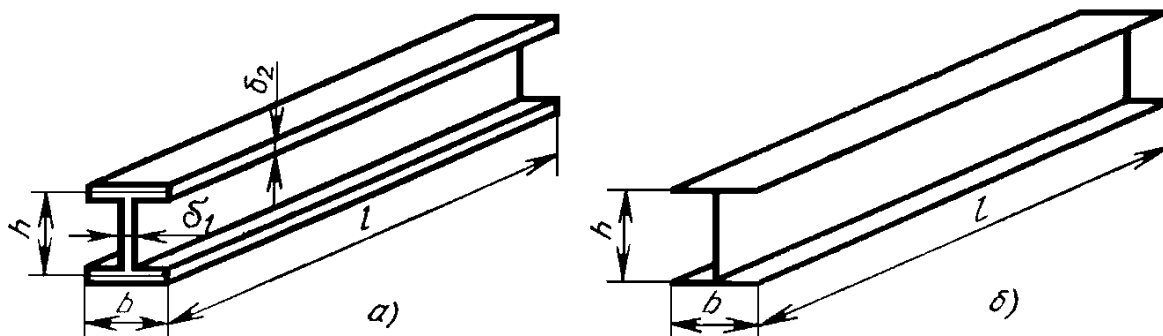
ОЧИҚ ПРОФИЛЛИ ЮПҚА ДЕВОРЛИ СТЕРЖЕНЛАР ҲИСОБИ

14.1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР. ЮПҚА ДЕВОРЛИ СТЕРЖЕНЛАРНИНГ ЭРКИН ВА ЭРКИНМАС БУРАЛИШИ.

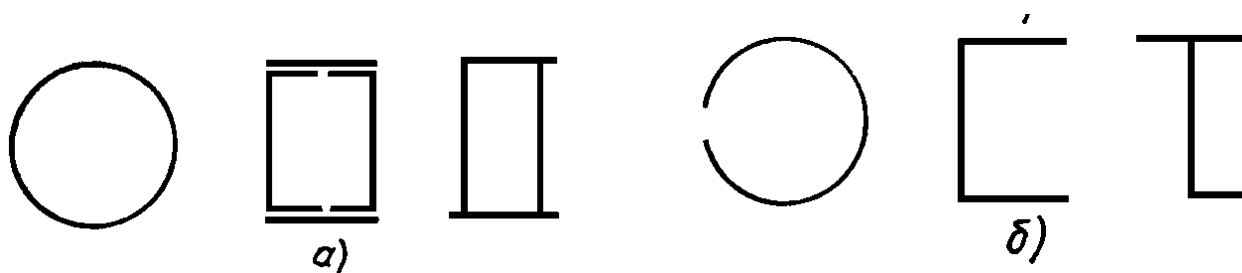
Деворининг қалинлиги δ , кўндаланг кесимининг асосий ўлчамларидан b ёки h , кўндаланг кесим ўлчамлари эса узинлиги ℓ дан $8 \div 10$ марта кичик бўлган стерженларга юпқа деворли стерженлар дейилади (14.1-шакл, а). Рус олими В.З.Власов юпқа деворли стерженлар туркимига кирувчи стерженлар $\delta < b < 0,1; b/\ell < 0,1$ талабга жавоб беришини таклиф қилган ва бу турдаги стерженларнинг тўла ҳисобини ишлаб чиққан.

Бу хилдаги стерженларнинг ҳисоб схемасини тузишда стерженни ҳосил қилувчи элементлар ўртасидан ўтувчи ўрта сирти қаралади ва унинг кўндаланг кесим текислигидаги юзаси кесим профилини ифодалайди (14.1-шакл, б).

Қурилиш конструкцияларида юпқа деворли стерженлардан кенг фойдаланилади. Кўндаланг кесим юзасининг кўринишига қараб, юпқа деворли стерженлар ёпик (14.2-шакл, а) ва очик (14.2-шакл, б) профили стерженларга бўлинади.



14.1-шакл.



14.2-шакл..



Василий Захарович Власов (1906-1958), ССРИ фанлар академиясининг академиги. Унинг ишлари бир неча илмий монографияда чоп этилган. Жумладан, «Тонкостенные упругие стержны» (1940 й), биринчи даражали, «Строительная механика тонкостенных систем» (1949 й) ва «Общая теория оболочек и ее приложения в техники» (1949 й) номли китоблари иккинчи даражали Сталин мукофатига лойиқ деб топилган. У бутун ишини юпқа деворли конструкция назариясига бағишлади. Унинг асосий хизмати қобикларни ҳисоблашнинг инженер учун қулай бўлган тақрибий усулларини яратганлигидадир.

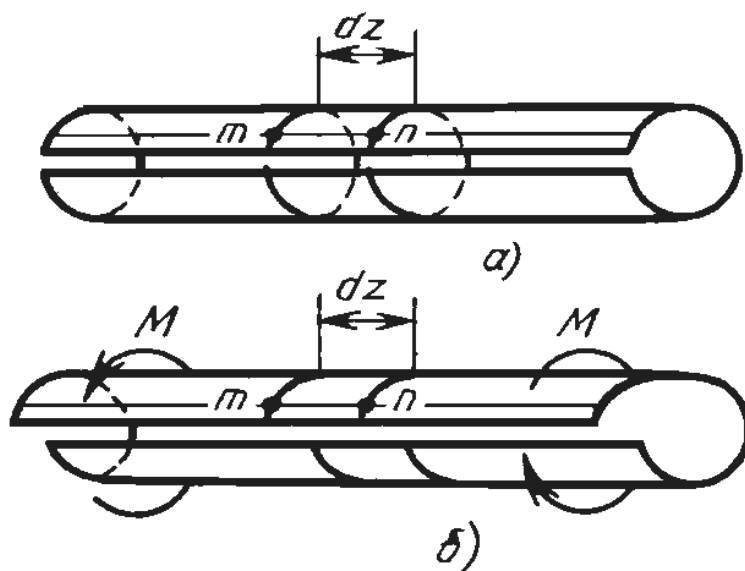
Юпқа деворли стерженлар буровчи юк таъсиридан деформацияланганда стержень кесим юзаси текислигича қолмай у депланацияга учрайди, яъни кесим юзасидаги нуқталар унинг ўқи бўйлаб сурилади, бу юпқа деворли стерженларнинг ўзига хос хусусиятидир. Очик профилли стерженларда кесим юзасининг депланацияси анча кичик бўлиб, унинг таъсири юк остида иш шароитида таъсири кам бўлиб, очик профилли стерженларда эса депланация анчагина бўлиб унинг юк остидаги иш шароитига сезиларли таъсир этади.

Юпқа деворли стерженларнинг **эркин буралиши** деб, барча кўндаланг кесим юзаларида депланация бир хил бўладиган буралишга айтилади (14.3-шакл, а).

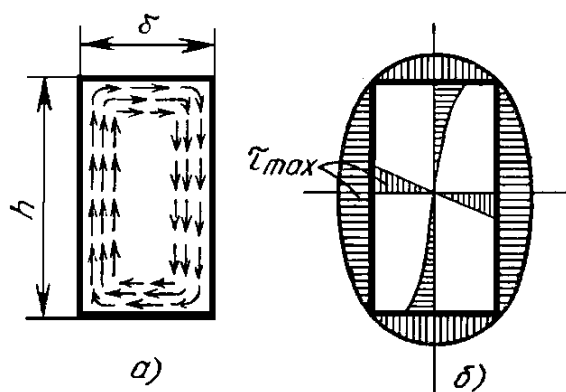
Масалан, 14.3-шакл, а, б да кўрсатилган стержень учларига момент қўйилган бўлиб, эркин буралишга ишлайди. Бундай стерженда унинг исталган ясовчиси устида олинган иккита ихтиёрий нуқталар m ва n орасидаги масофа деформациягача ва деформациядан кейин ҳам ўзгармай қолади.

Бундай стерженнинг исталган участкасидаги барча бўйлама толалари ўзининг дастлабки узунлигини сақлайди, яъни уларнинг нисбий узайиши ва қисқариши нолга тенг ($\varepsilon_z = 0$) бўлади. Демак, стерженнинг кўндаланг кесим юзаларида фақат уринма кучланишлар ҳосил бўлиб, нормал кучланишлар нолга тенг бўлади.

Масалан, тўғри тўртбурчак кесим юзали полосанинг буралишида уринма кучланишлар оқими кўндаланг кесим юзасида, 14.4-шакл, а да кўрсатилгандек, ёпиқ эгри чизик бўйлаб йўналган. Уринма кучланишлар эпюраси 14.4-шакл, б да кўрсатилган.



14.3-шакл.



14.4-шакл

Максимал уринма кучланиш стержень кўндаланг кесим юзаси узун томонининг ўртасида ётувчи нуқтада ҳосил бўлади ва у қуйидаги формуладан топилади:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_0}{J_d} \delta, \quad (14.1)$$

бунда: M_0 — соф буралиш моменти;

δ — кўндаланг кесим қалинлиги; . '

J_d — стержень кесим юзасининг геометрик. характеристикаси бўлиб, у доиравий кесим юзали стерженлар учун қутб инерция моментини ифодалайди ва энсиз полоса учун

$$J_d = \frac{h \cdot \delta^3}{3} \quad (a)$$

га тенг бўлади.

Полосанинг буралиш бурчаги

$$\theta' = \frac{M_0}{GJ_d}, \quad (14.2)$$

қуйидагига тенг бўлади.

бунда: G — силжиш модули;

Кесим юзаси бир неча энсиз тўғри тўртбурчакли полосалардан иборат бўлган стерженларда ҳам уринма кучланишлар оқими ёпиқ эгри чизик бўйлаб йўналган бўлиб (14.5-шакл, а), амалда эса етарли даражада аниқлик билан уларда уринма кучланишлар оқими 14.5-шакл, в да кўрсатилгандек, бир неча ёпиқ контурлардан иборат деб қаралади.

Буларда кучланишлар кесим қалинлиги бўйича чизикли қонун бўйича тақсимланади (14.5-шакл, г). Демак, элемент кесим юзасининг ўрта чизигида уринма кучланишлар нолга тенг бўлар экан. Қалинлиги энг катта бўлган элементда ўрта чизикдан энг узоқда ҳамда элемент узун томонининг ўртасида ётган нуқталарда кучланишлар энг катта қийматига эришади. Уринма кучланишни аниқлаш формуласи (14.1) формулагага ўхшаш бўлиб, ундаги ҳамда (14.2) формуладаги J_d ни яъни, (а) формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$J_d = \alpha \sum_{i=1}^n \frac{h_i \delta_i^3}{3}, \quad (14.3)$$

бу ерда, h_i - ўрта чизик бўйича ўлчанадиган ҳар бир қисмининг узунлиги;

δ_i - мазкур кесимнинг қалинлиги.

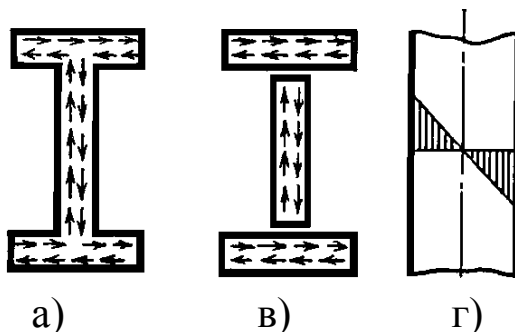
Прокат буюмлар учун (14.3) формуладаги α коэффиценти тажриба натижаларига кўра прокат профиллар учун қуйидагича қабул қилинади:

қўштавр учун 1,20;

швеллер учун..... 1,12;

бурчаклик учун... 1,0;

Парчин мих билан ёки пайвандлаб ҳосил қилинган профиллар



14.5-шакл

учун J_d нинг қиймати ташкил этувчиларнинг йиғиндиси сифатида олинади.

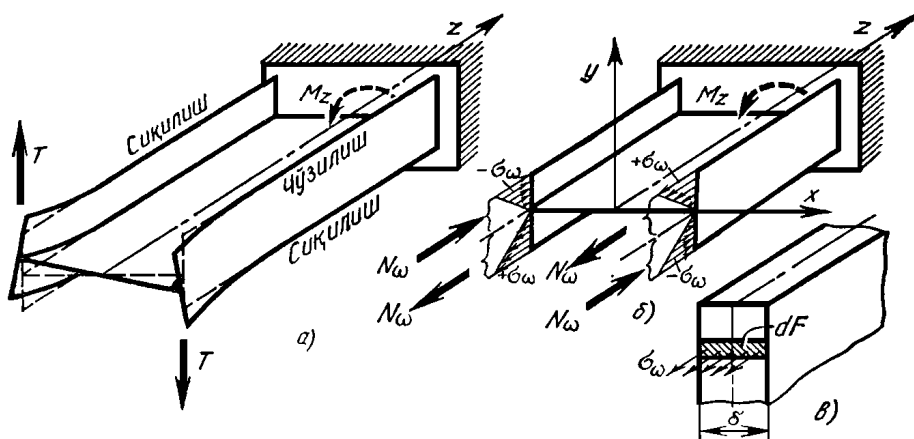
Юпқа деворли стерженларнинг **эркинмас буралиши** деб, турли кўндаланг кесим юзаларида депланация турлича бўладиган буралишга айтилади.

Агар 14.6-шакл, а да кўрсатилган цилиндр шаклидаги юпқа деворли стерженларнинг бир учини қистириб маҳкамлаб, иккинчи учига буровчи жуфт куч қўйилса, оралиқ кесим юзаларида депланация маҳкамланган кесимдаги нолдан эркин учигаги максимум қийматга ўзгаради. Стержень турли кўндаланг кесим юзаларидаги нуқталарнинг бўйлама ўқ бўйича кўчиши турлича бўлганлигидан толаларнинг нисбий чўзилиши пайдо бўлади ($\varepsilon_z \neq 0$), демак, юзаларда уринма кучланишлардан ташқари нормал кучланишлар ҳам пайдо бўлади.

Эркинмас буралишнинг ўзига хос асосий хусусиятларини ўрганиш мақсадида 14.6-шакл, а да кўрсатилган қўштаврнинг ўрта сиртини кўриб чиқамиз.

M_z моментни T жуфт куч кўринишида олиб, унинг таъсиридан қўштавр буралиши билан бирга унинг токчаларининг ҳам эгилишига ишонч ҳосил қиламиз.

Стерженни кўндалангига фикран кесиб, T кучлар қўйилган бўлагини ташлаб юборамиз. Қолдирилган қисмининг кесим юзасида ҳосил бўладиган нормал кучланишларнинг тарқалиш эпюраси 14.6-шакл, б да кўрсатилган. Бу кучланишларни σ_ω орқали белгилаймиз ва у девор қалинлиги δ бўйлаб ўзгармайди. деб хисоблаймиз (14.6-шакл, в). N_ω кучлар ўз-ўзидан мувозанатланадиган ички кучлар бўлагининг мувозанат шартидан топиб бўлмайди. Стержень қолдирилган бўлагининг мувозанат шартидан берилган кучлар



14.6-шакл.

системаси учун қуйидаги тенгликлар қаноатлантирилишини аниқлаш мумкин:

$$\begin{aligned} M_x &= \int_F (\sigma_\omega dF) y = 0; \\ M_y &= \int_F (\sigma_\omega dF) x = 0; \\ N &= \int_F \sigma_\omega dF = 0 \end{aligned} \quad (14.4)$$

яъни иккала бош инерция ўқларига нисбатан эгувчи моментлар ва бўйлама куч нолга тенгдир.

Кўндаланг кесим юзасида уринма кучланиш ҳам пайдо бўлади. Текширилаётган ҳолда бир йўла буралиш ва эгилиш деформациялари ҳосил бўлади. Шу сабабли стержень кесим юзаларида мазкур деформацияларга мос келувчи икки хил уринма кучланишлар системаси ҳосил бўлади. Биринчисига эркин буралиш қонуни бўйича тақсимланадиган кучланишлар киради. Буни τ_0 деб, мос келувчи моментни M_0 билан белгилаймиз. M_0 ни соф буровчи момент деб атаймиз. Соф буровчи моментни стержень кесим юзасида пайдо бўладиган уринма кучланишларнинг элементлар жуфтларининг йиғиндисидан иборат деб қараш мумкин (14.7-шакл, а). Кучланиш τ_0 ва унга мос келувчи буралиш бурчагини (14.1) ва (14.2) формулалардан топамиз.

Иккинчи хил кучланишни τ_ω билан белгилаймиз. У стержень кўндаланг кесим юзаларида нормал кучланишлар (σ_ω) бир хил эмаслигидан ҳосил бўлади.

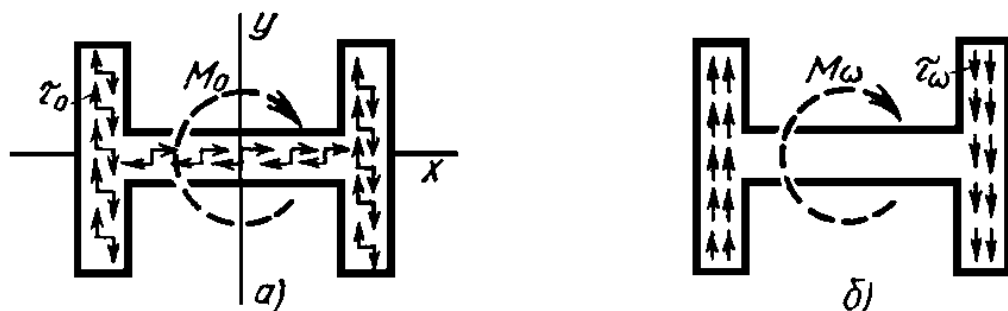
Қўштавр токчаларидаги кучланишлар йўналиши қарама-қарши (14.7-шакл, б), уларга эгувчи-буровчи момент деб аталувчи M_ω момент мос келади. M_ω , M_0 моментлар стержень кўндаланг кесим юзасида ички буровчи момент M_ϕ ни ҳосил қилади, у эса ташқи кучлар моменти M_z ни мувозанатлайди.

Демак, эркинмас буралишда стержень кўндаланг кесим юзасида ҳосил бўладиган ички кучлар (σ_ω) кучланиш билан боғлиқ бўлган ўз-ўзидан мувозанатлашадиган нормал кучлар системасига, соф буровчи момент M_0 га ва эгувчи-буровчи момент M_ω га келтирилар экан.

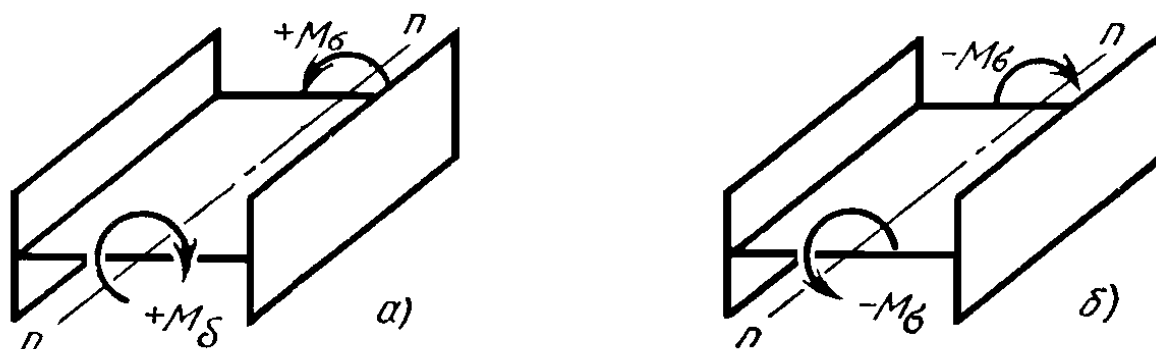
Шундай қилиб, стержень исталган қисми учун мувозанат шарти ташқи ва ички кучлар ўртасида боғланиш ўрнатувчи битта қуйидаги тенгламани берар экан:

$$M_z = M_\phi = M_0 + M_\omega \quad (14.5)$$

Бундан кўринадики, ички кучларни аниқлаш учун қўшимча



14.7-шакл.



14.8-шакл.

тенгламалар тузиш талаб этилади, улар эса статик ноаниқ масаладаги каби стерженнинг эластик деформациясини текшириш асосида тузилади.

Эркинмас буралишда стержень айрим элементларида эгилиш бўлганлигидан бу хил буралишлар эгилиш - буралишлар ҳам дейилади.

Буровчи момент учун қуйидаги ишоралар қоидасини қабул қиламиз. Стержень кўндаланг кесим юзасига унинг ташқи нормали томонидан қараганда унда пайдо бўладиган буровчи момент M_6 соат стрелкаси ҳаракати бўйича йўналган бўлса, мусбат ишорали (14.8-шакл, а), акс ҳолда эса манфий ишорали (14.8-шакл, б) бўлади.

14.2-§. СТЕРЖЕНЬ ДЕФОРМАЦИЯЛАРИ БИЛАН НУҚТАЛАРИ КЎЧИШИ ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШ.

Буралишга ишлайдиган юпқа деворли стерженлар ҳисобини тузишда иккита асосий гипотезага асосланилади;

- 1) стержень ўрта сиртининг силжиш деформацияси нолга тенг;
- 2) стержень кўндаланг кесим профили деформацияланмайди.

Бу гипотезаларга кўра, ўрта сирт ясовчиси устида ётувчи тўғри чизик билан унга перпендикуляр бўлган чизик орасидаги бурчак стержень буралганида ўз қийматини ўзгартирмайди ва унинг кўндаланг кесим юзасининг стержень бўйлама ўқиға перпендикуляр бўлган проекциясининг ўлчамлари ва шакли деформацияланиш жараёнида ўзгармайди, деб тушунилади.

Қуйидаги стерженни қараймиз ва стержень ўрта сиртида ётувчи нуқталар кўчишини текширамиз.

σ_ω кучланиш стержень кесимининг қалинлиги δ бир хил бўлганлигидан, уни ўрта сирт нуқталари учун унда ётувчи нуқталар кўчишини текшириш етарли бўлади (14.9-шакл).

Oz ўқ эса стерженнинг бўйлама ўқи бўлиб, Oy ва Ox ўқлари эса кесимнинг марказий бош инерция ўқлари билан устма - уст ётади

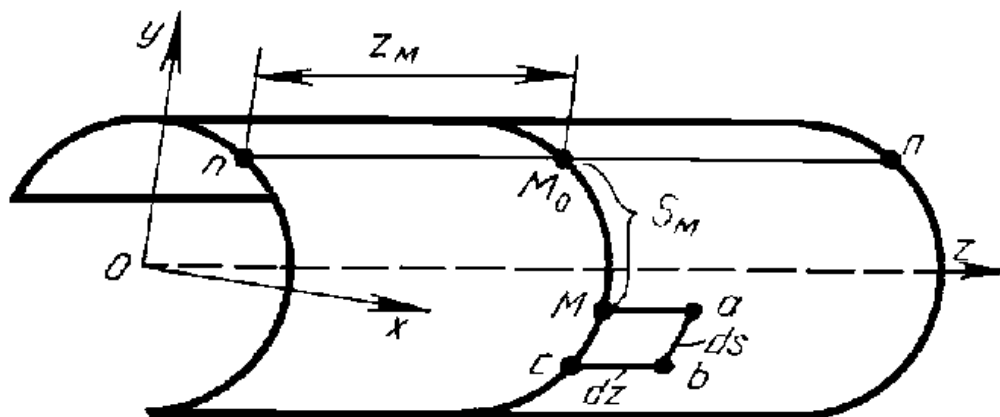
Ўрта сирт устида ихтиёрий M нуқта олиб, унинг атрофида томонлари ds ва dx га тенг бўлган элементар юзача ажратамиз. M нуқтанинг ҳолати бошланғич M_0 билан ҳисобланади; яъни x_M ва s_M билан аниқланади. Бундан ташқари M нуқта ҳолати x_M, y_M, z_M лар билан белгиланади.

Элементар юзачанинг умумий кўчишини илгариланма ҳаракатидан ва M нуқта атрофида бурилишидан иборат деб ҳисоблаш мумкин.

M нуқтанинг Oz ўқи бўйича кўчишини u орқали, s ёйға уринма бўйича кўчишини эса v билан белгилаймиз. Бу ҳар бир кўчиш нуқтанинг z ва s координаталарининг функциясидир.

$$u = f_1(z, s), \quad v = f_2(z, s). \quad (a)$$

Эластик деформация жараёнида стерженнинг бутунлиги бузилмаслиги учун (a) узлуксиз бўлиши керак.



14.9-шакл.

dz қирра илгариланма кўчишда Δdx га ортади (14.10-шакл, а), бу ўз навбатида u функциянинг орттормаси ҳамдир

$$\Delta dz = \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (\text{б})$$

бўлиб, dz қирранинг нисбий чўзилиши қуйидагича бўлади:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (\text{в})$$

Иккинчи гипотезага кўра d_z қирра ортторма олмаганлигидан,

$$\varepsilon_s = 0 \quad (*)$$

бўлади.

Энди юзачанинг M нуқта атрофида бурилишини текшираимиз. Биринчи гипотезага асосан юзача айланганида унинг қирралари орасидаги тўғри бурчак ўзгармайди (14.10-шакл, б), бундан бурчакларнинг тенглиги келиб чиқади:

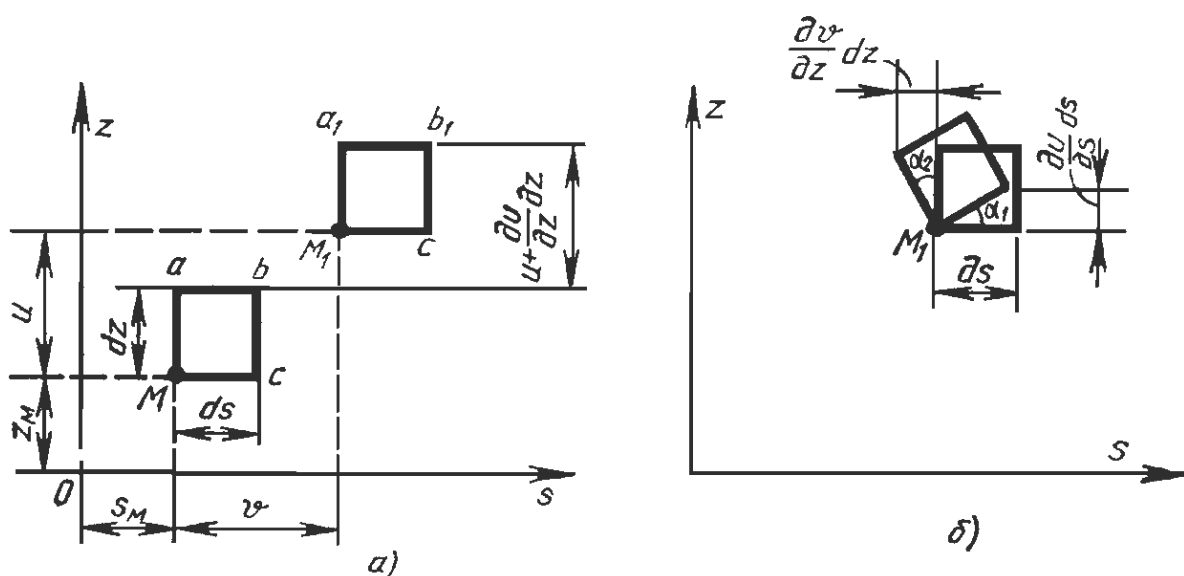
$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad (14.7)$$

u ва v функцияларнинг орттормалари қуйидагига тенг бўлади:

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial s} ds, \quad \Delta v = -\frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (\text{г})$$

14.10-шакл, б дан кўринадики:

$$\alpha_1 \approx \tan \alpha_1 = \frac{\partial u}{\partial s} ds; \quad \alpha_2 \approx \tan \alpha_2 = -\frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (\text{д})$$



14.10-шакл

Ёки (14.7) тенгликдан қуйидаги келиб чиқади:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{\partial v}{\partial z} \quad (14.8)$$

Фараз қилайлик, стержень буралганида кўндаланг кесим юзаси қандайдир қутб A атрофида θ бурчакка бурилади (14.11-шакл, а).

Иккинчи гипотезага кўра кесим бикр диск каби айланади, ва M нукта M_2 ҳолатга ўтади. θ бурчак кичик бўлганлигидан ёзамиз:

$$MM_2 = AM \cdot \theta \quad (14.9)$$

Энди M нуктадан уринма ўтказиб унинг кўчишини уринмага проекциялаб қуйидагини оламиз:

$$MC = v = MM_2 \cos \beta, \quad (3)$$

ёки (14.9) ни ҳисобга олганда қуйидагича бўлади:

$$v = AM \cdot (\cos \beta) \theta \quad (\text{ж})$$

$AM \cdot \cos \beta = r$. Эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини топамиз:

$$v = \theta r \quad (14.10)$$

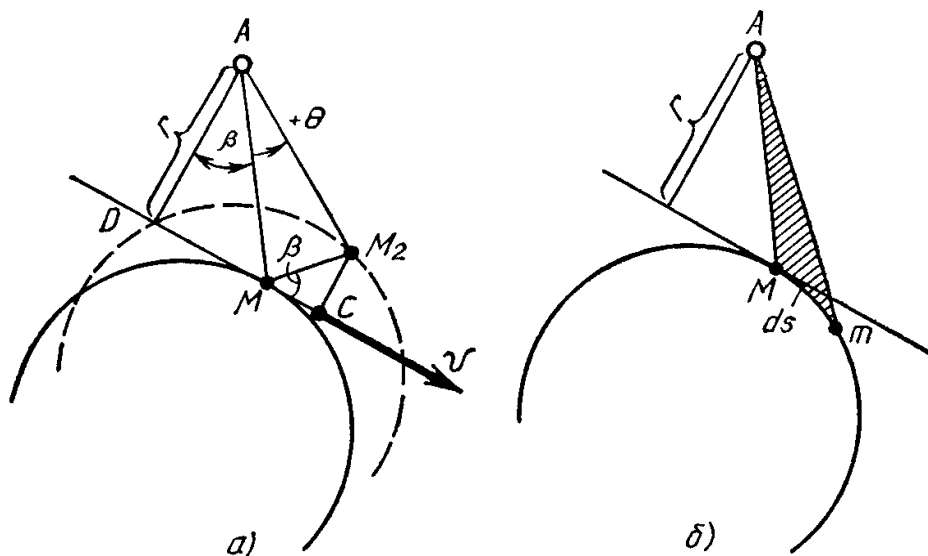
r нинг қиймати z га боғлиқ эмаслигини ҳисобга олсак, v нинг z бўйича хусусий ҳосиласи қуйидагича ёзилади:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial z} r \quad (14.11)$$

Бундан кейин $\frac{\partial \theta}{\partial z} = \theta'$ ва $\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \theta''$ белгилашларни қабул қилиб,

қуйидагини топамиз:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \theta' r \quad (14.12)$$



14.11-шакл

(14.12) нинг қийматини (14.8) га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\theta' r \quad (14.13)$$

u функцияни олиш учун θ' ёй S га боғлиқ бўлмаганлиги сабабли, (14.13) ни s ёй бўйича интеграллаб u функцияни топамиз:

$$u = \int_s \frac{\partial u}{\partial s} ds = -\theta' \int_s r ds + u_0(z) \quad (14.14)$$

Бунда $\frac{\partial u}{\partial s}$ интегралланганидан (14.14) нинг ўнг томонига $u_0(z)$

ни киритиб, физик маъносига кўра $u_0(z)$ функция u кўчишнинг бир қисмини ифодалайди ва у кесимнинг барча нуқталари учун ўзгармасдир.

(14.14) формуладаги $r ds$ элементар сектор AM m нинг иккиланган юзасини ифодалайди ва уни $d\omega$ билан белгилаб қуйидагини ҳосил қиламиз (14.11-шакл, б):

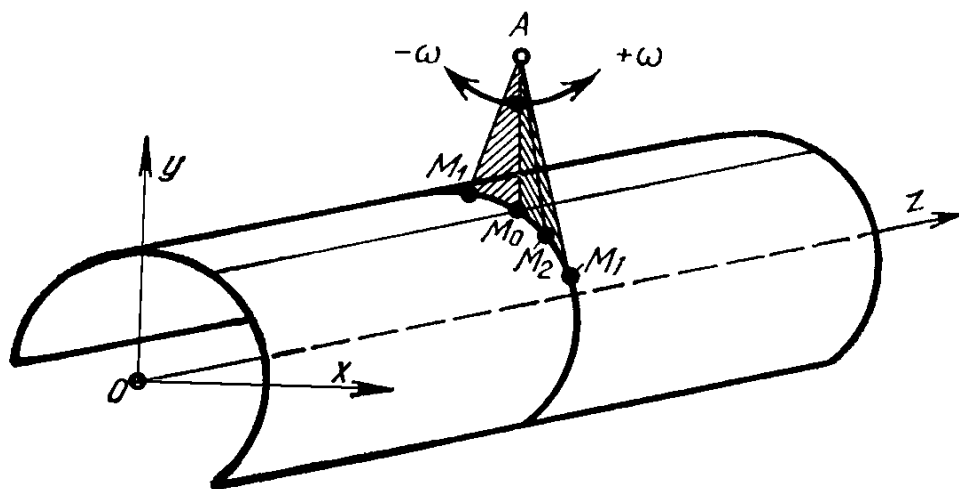
$$\int_s r ds = \int_s d\omega = \omega.$$

У вақтда (14.14) қуйидаги кўринишда бўлади:

$$u = -\theta' \omega + u_0(z), \quad (14.15)$$

бу ерда, ω , AM_0M_1 секторнинг иккиланган юзасини ифодалайди (14.12-шакл), ва секториал юза деб аталади. Радиус векторнинг учи бошланғич нуқта M_0 дан бошлаб кесим профили бўйлаб кўчишида ω юза ҳосил бўлади ва унинг қиймати профилнинг турли нуқталари учун қутб A ҳамда M_0 нуқта ҳолатига боғлиқ бўлади.

Секториал юза ω мусбат ҳисобланади қачонки, кесим юзасига z ўқининг мусбат йўналишидан қараганда нуқта ҳисоб боши M_0



14.12-шакл.

(14.12)-шаклда, M_1 нукта учун ω нинг қиймати манфий, M_2 ва M_i нукталар учун мусбатдир.

Секториал юза ω профилнинг ҳар бир нуктаси учун маълум қиймат ва ишорага эга бўлади, шунинг учун у нуктанинг секториал координатаси дейилади.

z координатага ω нинг қийматига боғлиқ бўлмаганлигидан u функциядан z бўйича хусусий ҳосила олиб, (в) га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\varepsilon_z = -\theta'' \omega + u' z \quad (14.16)$$

(*) ва (14.16) формулалар статиканинг мувозанат тенгламалари билан бирга кучланишнинг тақсимланиш қонуни ва қийматини, ҳамда, эркинмас буралишда уларга мос келувчи ички куч факторларини аниқлаш имконини берадиган қўшимча тенгламалар сифатида қўлланилади.

14.3- §. СТЕРЖЕНЬ КЕСИМ ЮЗАСИДА НОРМАЛ ВА УРИНМА КУЧЛАНИШЛАРНИНГ ТАҚСИМЛАНИШ ҚОНУНИ

Ўрта сиртнинг ихтиёрий M нуктаси атрофида ажратилган элементар юзачани қараймиз (14.13-шакл).

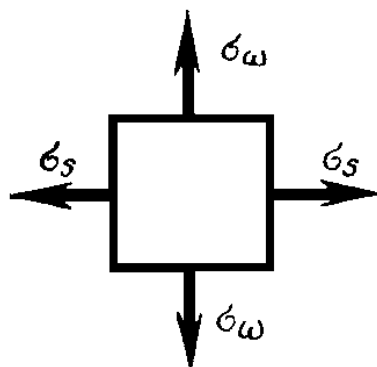
Эркинмас буралишда ҳам эгилиш ва эркин буралишдаги каби бўйлама толалар орасида ўзаро босим бўлмагани учун $\sigma_3 = 0$ бўлади деб тахмин қилиб, Гук қонунига асосан:

$$\sigma_\omega = E \varepsilon_z \quad (14.17)$$

бўлади.

У вақтда (14.16) формуладан ε_z нинг қийматини (14.17) га қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_\omega = -E\theta'' \omega + Eu'_0(z) \quad (14.18)$$



14.13-шакл.

(14.18) дан σ_ω қийматини (14.4) га қўйиб, u'_0 ни топиш учун ҳосил қиламиз:

$$N = \int_F \sigma_\omega dA = \int_F [-E\theta''\omega + Eu'_0(z)]dF = 0 \quad (14.19)$$

θ'' , $u'_0(z)$ функциялар s ёйга боғлиқ бўлмаганлигидан (14.19) қуйидаги кўринишни олади:

$$-E\theta'' \int_F \omega dF + Eu'_0(z) \int_F dF = 0, \quad (14.20)$$

бундан:

$$u'_0(z) = \frac{\theta'' \int_F \omega dF}{F}, \quad (14.21)$$

бўлади.

бунда $\int_F \omega dF = S_\omega$ - кесим юзасининг секториал статик моменти деб аталади, у мусбат, манфий ишорали ва нолга тенг бўлиши мумкин ва узунлик ўлчов бирлигининг тўртинчи даражаси (одатда, см⁴) билан ўлчанади

Масалан, профили 14.14-шакл, а да кўрсатилган кесим учун M_0 нукта чап томонда бўлса $\omega > 0$, ўнгда бўлса $\omega < 0$. M_0 оралиқ нуктада бўлса ω икки хил ишорага эга бўлди (14.14-шакл, б,в,г).

Бу эпюралардан кўриниб турибдики, M_0 нукта махсус танланганида бутун кесим учун $S_\omega = 0$ бўлиши ҳам мумкин

Келгусида M_0 нуктани $S_\omega = 0$ деб танлаб оламиз у вақтда $u'(z) = 0$ бўлиб

$$\sigma_\omega = -E\theta''\omega \quad (14.22)$$

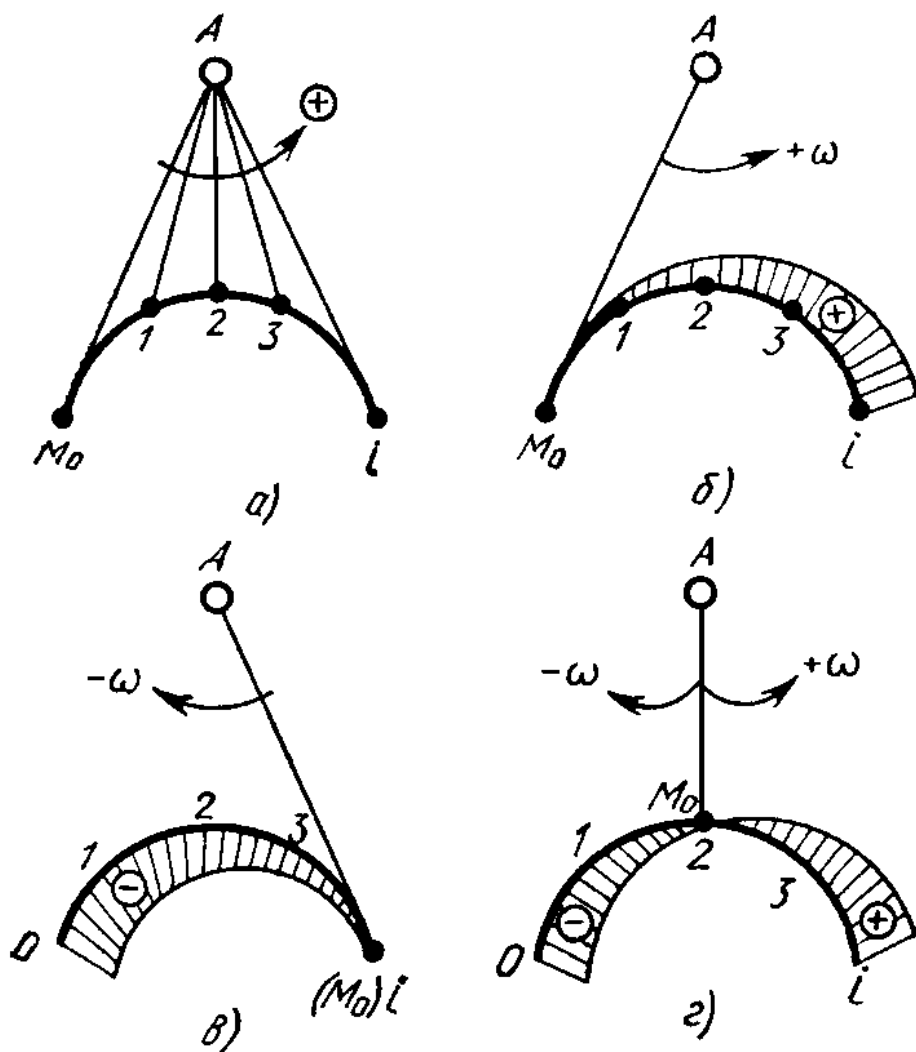
бўлади.

Бу ифода стерженнинг кесим юзасидаги σ_ω ларнинг тақсимланиш қонунини ифодалайди ва секториал юзалар қонуни дейилади. Ҳар бир кесим учун E ва θ'' ўзгармас бўлганлигидан σ_ω нинг эпюраси ҳам ω эпюраси кўринишига эга бўлади. M_0 нукта бош секториал нол нукта деб аталади.

$\theta' = \text{const}$ бўлса, $\theta'' = 0$ бўлиб $\sigma_\omega = 0$ бўлади

Стержень кесим юзасида пайдо бўладиган уринма кучланишларни топиш учун Журавский формуласини топишдаги йўлни тутиб, τ_ω кучланишларни топамиз, яъни аввал стержень бўйлама кесимларида пайдо бўладиган кучланиш τ_ω ларни топамиз.

Стержендан кўндаланг текисликлар билан узунлиги dz бўлган элемент, ундан эса $att_1 a_1$ бўлагини ажратиб оламиз 14.15-шакл.



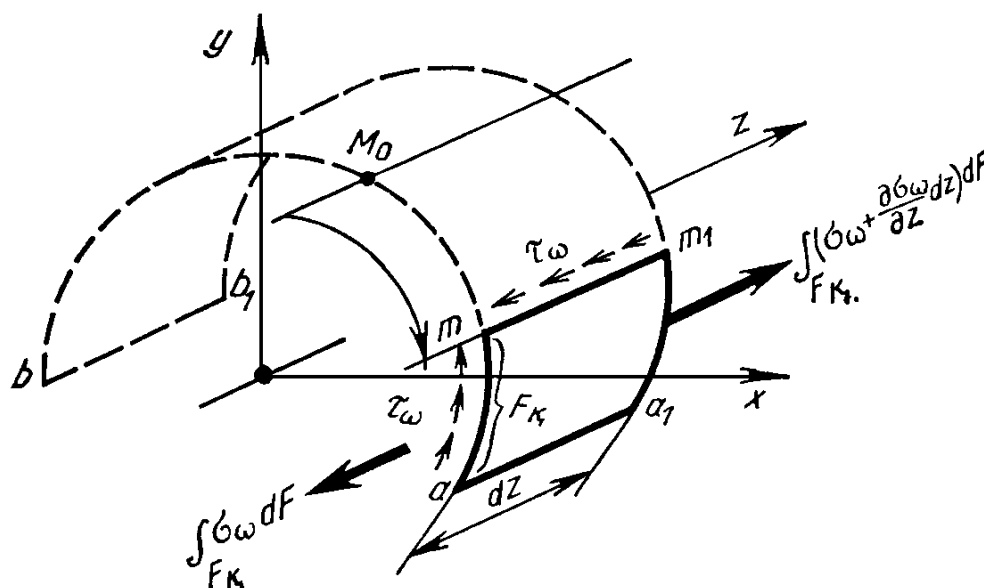
14.14-шакл.

Унинг am қиррасига σ_ω ва $a_1 m_1$ ён қирралари бўйлаб $\sigma_\omega + \frac{\partial \sigma_\omega}{\partial z} dz$ нормал кучланишлар таъсир этади. mm_1 бўйлама кесимда уринма кучланиш τ_ω лар ҳосил бўлади ва у z ўқига тескари томонга йўналган бўлса мусбат ишорали бўлади.

Бу бўлакнинг стержень кўндаланг кесим юзасида ётувчи am қиррасидаги уринма кучланишлар уларнинг жуфтлик қонунига кўра ҳосил бўлади. dz элементнинг ташқи aa_1 ва bb_1 қирраларида кучланиш йўқ деб ҳисоблаймиз.

$amm_1 a_1$ қисмнинг мувозанат шартидан фойдаланиб, барча кучларнинг z ўқига проекцияларининг йиғиндисини нолга тенглаб қуйидаги ифодани оламиз:

$$\sum Z = - \int_{F_r} \sigma_\omega dF - \tau_\omega \delta dz + \int_{F_{rr}} (\sigma_\omega + \frac{\partial \sigma_\omega}{\partial z} dz) dF = 0, \quad (14.23)$$



14.15-шакл.

бундан:
$$\tau_{\omega} \delta dz = dz \int_{F_k} \frac{\partial \sigma_{\omega}}{\partial z} dF, \quad (14.24)$$

Буни dz га қисқартириб. (14.24) дан σ_{ω} нинг қийматни қўйиб, қуйидаги формулани ёзиш мумкин:

$$\tau_{\omega} \delta = \int_{F_k} \frac{\partial}{\partial z} (-E \theta'' \omega) dF. \quad (14.25)$$

ω z га боғлиқ эмаслигини ҳисобга олиб, (14.25) ифодани дифференциаллаб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\tau_{\omega} = -\frac{E \theta'''}{\delta} \int_{F_k} \omega dF \quad (14.26)$$

Шундай қилиб, натижада қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\tau_{\omega} = -\frac{E \theta'''}{\delta} S_{\omega}^{\dot{\omega}}, \quad (14.27)$$

бунда $S_{\omega}^{\dot{\omega}}$ -ажратиб олинган бўлакнинг секториал статик моменти бўлиб $S_{\omega}^{\dot{\omega}} = \int_{F_k} \omega dF$. (14.28)

(14.28) формула τ_{ω} кучланишнинг стержень кесим юзасида тақсимланиш қонунини ифодалайди. Кесим учун $E \theta'''$ кўпайтма кесим учун ўзгармас миқдор бўлганлигидан кучланиш $\frac{S_{\omega}^{\dot{\omega}}}{\delta}$ қонуни бўйича ўзгаради

Бутун кесим юзаси учун $S_{\omega} = 0$ эканлиги шартидан фойдаланиб, $S_{\omega}^{\dot{\omega}}$ ни ажратиб олинган бўлак учун ҳам олиш мумкин.

14.4-§. КУЧЛАНИШЛАР ҲАМДА МОС КЕЛУВЧИ ИЧКИ ЗЎРИҚИШ КУЧЛАРИ УЧУН ҲИСОБЛАШ ФОРМУЛАЛАРИ

Энди олинган σ_ω ва τ_ω ларни қулай кўринишларга келтирамиз. Ихтиёрий профили стержень кўндаланг кесим юзасини кўриб чиқамиз (14.16-шакл). A қутбга нисбатан элементар куч $\tau_\omega dF = \tau_\omega \delta ds$ моментини топамиз:

$$dM_\omega = (\tau_\omega \delta ds) r \quad (14.29)$$

$$r ds = d\omega \quad (14.30)$$

бўлганлигидан

$$dM_\omega = \tau_\omega \delta d\omega. \quad (14.31)$$

га эга бўламиз.

(14.32) ифодани интеграллаб эгувчи - буровчи моментни топамиз:

$$M_\omega = \int_F \tau_\omega \delta d\omega = -E\theta'' \int_F S_\omega^{\dot{a}ae} d\omega \quad (14.32)$$

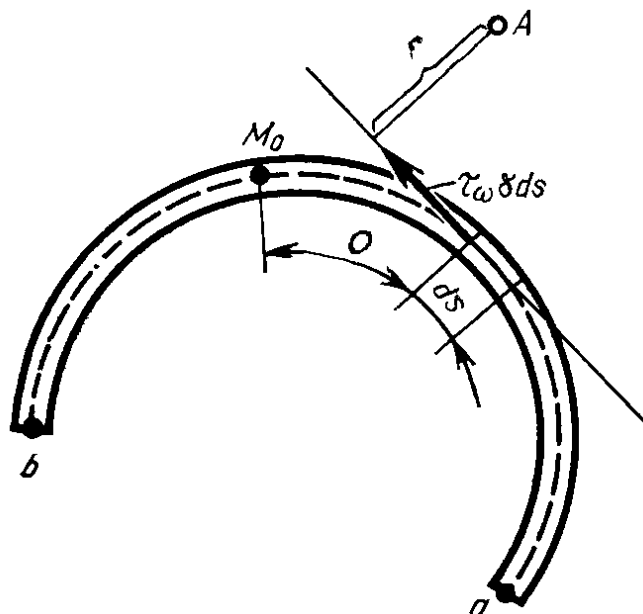
(14.32) даги $S_\omega^{\dot{a}ae}$ ва $d\omega$ лар S ёйнинг функцияси эканлиги учун қисмларга ажратиб интегралласак:

$$M_\omega = -E\theta'' \left\{ \left[S_\omega^{\dot{a}ae} \omega \right]_a^b - \int_F \omega dS_\omega^{\dot{a}ae} \right\} \quad (14.33)$$

a, b нуқталар учун $S_\omega^{\dot{a}ae}$ нолга тенг бўлганлигидан $S_\omega^{\dot{a}ae} \omega$ кўпайтма ҳам нолга айланади.

s ёйга ds орттирма бериб, $dS_\omega^{\dot{a}ae}$ ни дифференциалаб, унинг олдида минус ишорасини оламиз:

$$dS_\omega^{\dot{a}ae} = -\omega \delta ds = -\omega dF$$



14.16-шакл.

Буни (14.33) га қўйиб қуйидагини оламиз:

$$M_{\omega} = -E\theta'' \int_F \omega^2 dF, \quad (14.34)$$

бу ерда, $J_{\omega} = \int_F \omega^2 dF$ секториал инерция моменти деб аталади ва

ни билан ўлчанади.

Демак,

$$M_{\omega} = -EJ_{\omega} \theta'', \quad (14.35)$$

бундан

$$\theta'' = -\frac{M_{\omega}}{EJ_{\omega}}. \quad (14.36)$$

θ'' нинг қийматини (14.36) формулага қўйиб, қуйидаги ифодани топамиз:

$$\tau_{\omega} = \frac{M_{\omega} S_{\omega}^{\dot{a}ae}}{J_{\omega} \delta}. \quad (14.37)$$

Бу формула Журавский формуласига ўхшаш:

$$\tau_{yz} = \frac{Q_y S_{\omega}^{\dot{a}ae}}{J_{\omega} b}.$$

$S_{\omega}^{\dot{a}ae}$ ҳисобланадиган бўйлама юзасидаги τ_{ω} нинг мусбат қийматига (14.16-шакл) бу кучланишнинг z ўқининг мусбат йўналишига мос келмайдиган вектори тўғри келади. Стержень кўндаланг кесим юзасидаги кучланиш векторининг йўналиши уринма кучланшиларнинг жуфтлик қонуни асосида аниқланади.

Нормал кучланиш формуласи қуйидаги интеграл билан ифодаланади:

$$B_{\omega} = \int_F \sigma_{\omega} \omega dF \quad (*)$$

Бунга σ_{ω} нинг қийматини қўйсак:

$$B_{\omega} = \int_F (-E\theta'' \omega) \omega dF = -E\theta'' \int_F \omega^2 dF = -EJ_{\omega} \theta'', \quad (14.38)$$

бундан $\theta'' = -\frac{B_{\omega}}{EJ_{\omega}}$ ни оламиз.

У вақтда $\sigma_{\omega} = \frac{B_{\omega}}{J_{\omega}} \omega$ бўлади.

Бу ҳисоблаш формуласи эгилишда нормал кучланишни топиш формуласига ўхшашдир.

Агар B_{ω} ни дифференциалласак бимомент билан эгувчи-буровчи момент ўртасидаги қуйидаги боғланишни ҳосил қиламиз:

$$\frac{dB_{\omega}}{dz} = -EJ_{\omega}\theta''' = M_{\omega} \quad (14.39)$$

Бу формула $\frac{dM}{dz} = Q$ дифференциал боғланишга ўхшашдир.

Юқорида келтирилган формулалардан B_{ω} , M_{ω} ларни (демак, σ_{ω} , τ_{ω}) фақат мувозанат тенгламаларидан топиб бўлмайди деган хулосага келамиз. Демак, бу факторларни топиш учун буралиш бурчаги тенграмаси $\theta = f(z)$ дан фойдаланиш керак бўлади ва бу эркинмас буралиш шароитида ишловчи юпқа деворли стерженлар ҳисобининг ўзига хос хусусиятларидан биридир.

14.5-§. СТЕРЖЕНЬ БУРАЛИШ БУРЧАГИНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГРАМАСИ ВА УНИ ИНТЕГРАЛЛАШ

Стержень буралиш бурчаги тенграмасини тузиш учун эркинмас буралишда ички ва ташқи моментларни боғловчи (14.5) шартдан фойдаланилади:

$$M_d = M_{\omega} + M_0 = M,$$

бу ерда, M - ташқи кучларнинг эгилиш маркази A га нисбатан моменти;

$$M_{\omega} = -EJ_{\omega}\theta'''; \quad M_0 = GJ_d\theta';$$

$$\text{Демак, } -EJ_{\omega}\theta''' + GJ_d\theta' = M$$

буни дифференциаллаб қуйидагини оламиз:

$$EJ_{\omega}\theta^{iv} - GJ_d\theta'' = -\frac{dM}{dz} \quad (14.40)$$

Бу тенграманинг ўнг томонидаги ҳосила стерженнинг oz ўқи бўйлаб текис тақсимланган ташқи буровчи моментнинг интенсивлиги m дир (14.17-шакл):

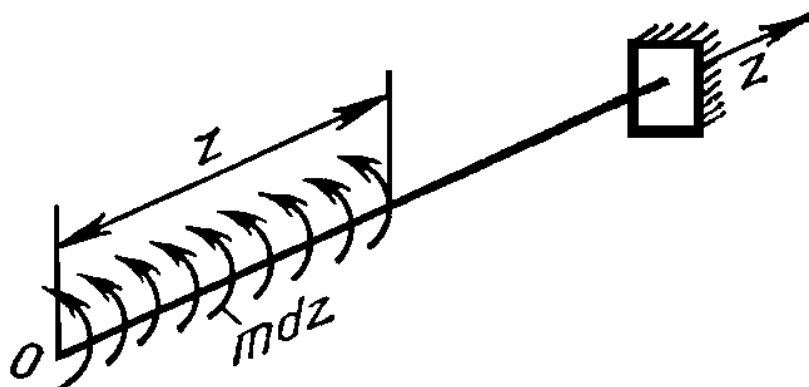
$$m = -\frac{dM}{dz}, \quad (14.41)$$

$$\text{бундан: } M = \int_0^z m dz \quad (14.42)$$

$$(14.40) \text{ формулани иккала томонини } EJ_{\omega} \text{ га бўлиб ва } k^2 = \frac{GJ_d}{EJ_{\omega}}$$

белгилашни киритиб, буралиш бурчаги учун қуйидаги дифференциал тенграмани оламиз:

$$\theta^{iv} - k^2\theta'' = \frac{m}{EJ_{\omega}} \quad (14.43)$$



14.17-шакл.

Бу тенглама ечими бир жинсли қисми ва унинг хусусий ечими йиғиндисидан иборатдир. Аввало бир жинсли қисмини ечамиз:

$$\theta^{iv} - k^2 \theta'' = 0 \quad (14.44)$$

Бунинг интегралли қуйидагича бўлади:

$$\theta = C_1 \operatorname{ch} k z + C_2 \operatorname{sh} k z + C_3 + C_4 \quad (14.45)$$

(14.45) ни дифференциаллаб қуйидагиниларни оламиз:

У вақтда:

$$\theta' = C_1 k \operatorname{sh} k z + C_2 k \operatorname{ch} k z + C_3 = k [C_1 \operatorname{sh} k z + C_2 \operatorname{ch} k z] + C_3$$

$$\theta'' = k^2 [C_1 \operatorname{ch} k z + C_2 \operatorname{sh} k z]; \quad (a)$$

$$\theta''' = k^3 [C_1 \operatorname{sh} k z + C_2 \operatorname{ch} k z];$$

Топилган ҳосилаларни (14.2), (14.35) ва 14.38) га қўйиб M_0, B_0, M_ω ларни топамиз:

$$M_0 = GJ_d \theta' = GJ_d k [C_1 \operatorname{sh} k z + C_2 \operatorname{ch} k z] + GJ_d C_3 \quad (14.46)$$

$$B_0 = -EJ_\omega \theta'' = -GJ_d [C_1 \operatorname{ch} k z + C_2 \operatorname{sh} k z]; \quad (14.47)$$

$$M_\omega = -EJ_\omega \theta''' = -GJ_d k [C_1 \operatorname{sh} k z + C_2 \operatorname{ch} k z]; \quad (14.48)$$

(14.46) ва (14.48) ларни қўшиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$M_d = M_\omega + M_0 = GJ_d C_3 \quad (14.49)$$

C_1, C_2, C_3, C_4 коэффицентларни топиш учун бошланғич параметрлар усулидан фойдаланамиз.

14.18-шаклда кўрсатилган ўзгармас кесим юзали стерженни кўриб чиқамиз. Фараз қилайлик $z=0$ бўлгандаги бошланғич параметрлар қуйидагиларга тенг: θ_0 - бошланғич кесимнинг айланиш бурчаги; θ' - айланиш бурчагидан олинган биринчи ҳосила; B_0 - бимомент ҳамда M_{k0} —координата бошидаги момент; бундан ташқари, $1, 2, \dots, i$ кесимларда $M_1, M_2, \dots, M_i$ тўпланган моментлар таъсир қилади ва улар ҳам M_{k0} каби мусбатдир

Юқоридаги (14.44), (а), (14.47) ва (14.49) тенгламаларга $z=0$ ни қўйиб қуйидагиларни оламиз:

$$\theta_0 = C_1 + C_4 ; \quad M_{k0} = GJ_d C_3 ; \quad \theta' = kC_2 + C_3 ; \quad B_0 = -GJ_d C_1 \quad (14.50)$$

$$C_1 = -\frac{B_0}{GJ_d}; C_2 = \frac{1}{k}(\theta'_0 - \frac{M_{k0}}{GJ_d}); C_3 = \frac{M_{k0}}{GJ_d}; C_4 = \theta_0 + \frac{B_0}{GJ_d} \quad (14.51)$$

Буларни (14.45) формулага қўйиб, стержень биринчи участкасининг буралиш бурчагини топамиз:

$$\theta_1 = \theta_0 + \theta_0' \frac{shkz}{k} + \frac{B_0}{GJ_d} (1 - chkz) + \frac{M_{k0}}{GJ_d} (z - \frac{shkz}{k}) \quad (14.52)$$

C_1, C_2, C_3, C_4 ўзгармасларни (а) нинг биринчи тенгламасига, шунингдек (4.47) ва (14.48) ларга қўйиб ва $k^2 = \frac{GJ_d}{EJ_\rho}$ ни қўйсак

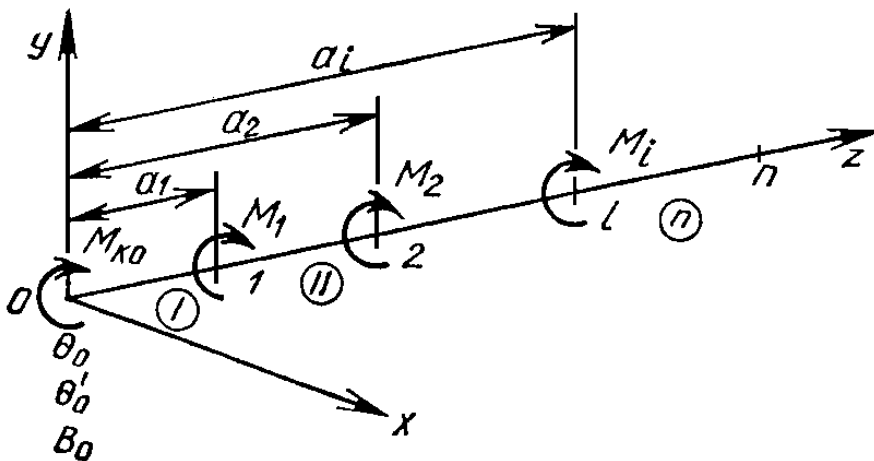
$$\begin{aligned}\theta_1' &= \theta_0' ch kz - B_0 \frac{k sh kz}{GJ_d} + \frac{M_{k0}}{GJ_d} (1 - ch kz) ; \\ B_{\omega 1} &= -GJ_d \theta_0' \frac{sh kz}{k} + B_0 ch kz + M_{k0} \frac{sh kz}{k} ;\end{aligned}\quad (14.53)$$

$$M_{\omega 1}-G J_d \theta_0^{\prime} c h k z+B_0 k s h k z+M_{k 0} c h k z$$

Бу тенгламаларда θ_0', B_0, M_{k0} параметрли функциялар ҳар бир параметрнинг $\theta_1, B_{\omega 1}, M_{\omega 1}$ қийматларга таъсирини характерлайди. Шунинг учун улар таъсир функциялари деб аталади.

Бу тенгламалар маълум бошланғич параметрларда $\theta_1, B_{\omega_1}, M_{\omega_1}$ эпюраларини қуриш имконини беради.

Стерженнинг n участкаи учун буралиш бурчагининг тенгламаси салқиликнинг универсал тенгламасига ўхшаш тузилади. Бу ҳолда (14.52) тенгламадаги z абсцисса ўрнига $(z - a_i)$ қўйилади;



14.18-шакл.

бунда a_i и стерженнинг чап учидан n участка бошланишигача бўлган масофа белгиланади.

Демак, қуйидагини оламиз:

$$\theta_n = \theta_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta\theta' + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta\theta_i \frac{shk(z-a_i)}{k} + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta B_i \frac{(1-chk(z-a_i))}{GJ_d} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\Delta M_i}{GJ_d} \left[(z-a_i) - \frac{shk(z-a_i)}{k} \right]. \quad (14.54)$$

Бу тенгламада $(z-a_i)$ абсциссани ва барча тўпланган факторларнинг θ_n га таъсири ҳисобга олинади.

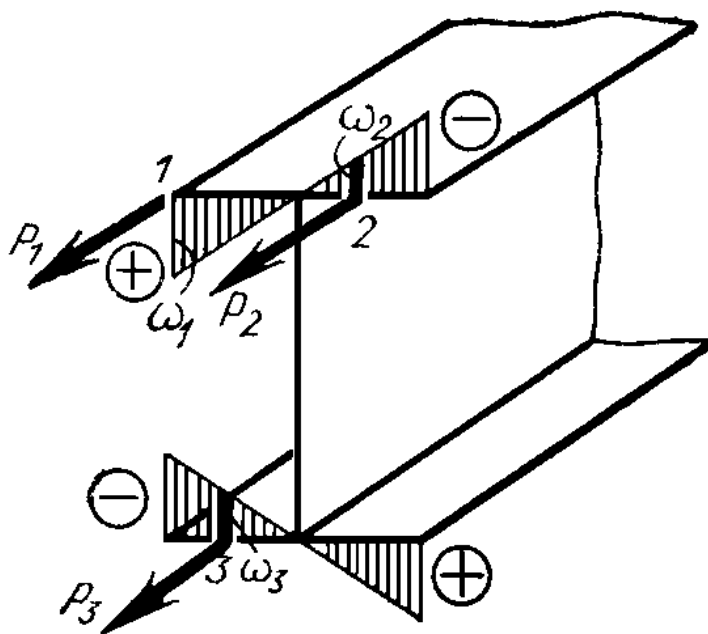
Шуни айтиш керакки, амалда кўп учрайдиган юпка деворли стерженларда бимоментнинг сакраб ўзгариши ёки (14.54) тенгламадаги ΔB_i тўпланган бимоментнинг таъсири кам учрайди. Шунинг учун, стерженнинг бирор кесимида унинг ўқиға параллел йўналган тўпланган куч ёки бундай кучлар системаси таъсир қилганида шундай ҳол рўй бериши мумкин (14.19-шакл).

Юқоридаги кучларнинг бунга таъсири (*) интеграл билан эмас, балки қуйидаги йиғинди билан эътиборга олинади:

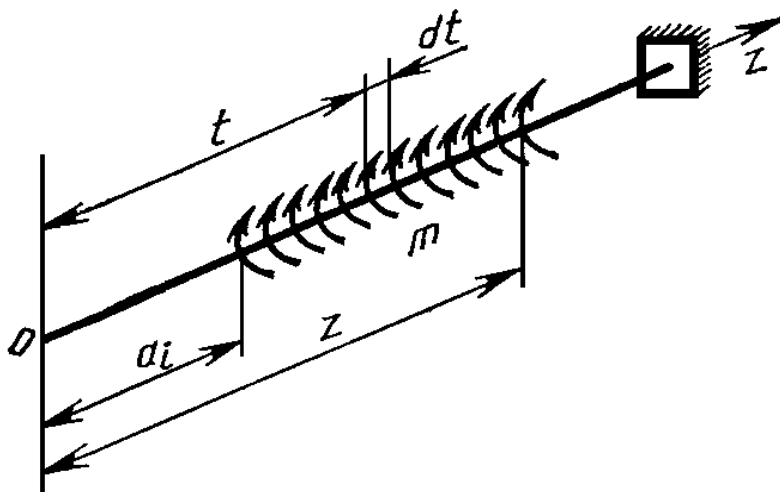
$$B_\omega = \sum P_i \omega_i \quad (14.55)$$

бунда, $-P_i$ куч қўйилган нуқтадаги секториал координата.

Стержень буралиш бурчагининг сакраб ўзгариш ҳоли ҳам жуда кам учрайди. Бундай ҳол (14.54) тенгламада $\sum_{i=1}^{n-1} \Delta\theta_i$ йиғинди билан ҳисобга олинади



14.19-шакл



14.20-шакл.

Бу стерженларнинг пружинали муфта кўринишидаги махсус эластик бирикмаларида учраши мумкин.

Шундай қилиб, (14.54) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\theta_n = \theta_0 + \theta'_0 \frac{sh kz}{k} + \frac{B_0}{GJ_d} (1 - ch kz) + \frac{M_{k0}}{GJ_d} \left(1 - \frac{sh kz}{k}\right) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\Delta M_i}{GJ_d} \left[(z - a_i) - \frac{sh k (z - a_i)}{k} \right]. \quad (14.56)$$

Агар стерженга унинг узунлиги бўйлаб узлуксиз текис тақсимланган моментлар қўйилган бўлса, (14.43) тенгламанинг хусусий ечимини топиш керак бўлади.

Лекин бу ҳолда стерженнинг dt участкасида тўпланган элементар момент қўйилган деб (14.20), ечим олиш мумкин:

$$dM_t = m_t dt \quad (14.57)$$

Бунда бу моментнинг θ_n бурчакка таъсирини қуйидаги ифодадан топиш мумкин:

$$\theta_{n(m)} = \frac{m_t dt}{GJ_d} \left[(z - t) - \frac{sh k (z - t)}{k} \right] \quad (14.58)$$

Тақсимланган барча моментларнинг таъсирини интеграллаб топиш мумкин:

$$\theta_{n(m)} = \int_{a_i}^z \frac{m_t}{GJ_d} \left[(z - t) - \frac{sh k (z - t)}{k} \right] dt \quad (14.59)$$

$m_t = m = const$ бўлганда:

$$\theta_{n(m)} = \frac{m}{GJ_d} \left[\frac{(z - a_i)^2}{2} - \frac{1}{k^2} ch k (z - a_i) + \frac{1}{k^2} \right]. \quad (14.60)$$

Шундай қилиб, текис тақсимланган моментлар бўлганида (14.56) тенгламага (14.59) ёки (14.60) тенгламаларнинг ўнг томони қўшилади.

(14.60) тенгламани кетма-кет дифференциаллаб, стержень исталган участкаси учун $\theta, B_\omega, M_\omega$ ларнинг умумий тенгламасини тузиш мумкин.

Бу тенгламаларга номаълум бошланғич параметрлар киради, улар ҳар бир масалада чегаравий шартлардан фойдаланиб топилади.

Масалан, стерженнинг бир учи эркин бўлиб, иккинчи учи қистириб маҳкамланган бўлса (14.21-шакл, а), қуйидаги чегара шартлари ҳисобланади:

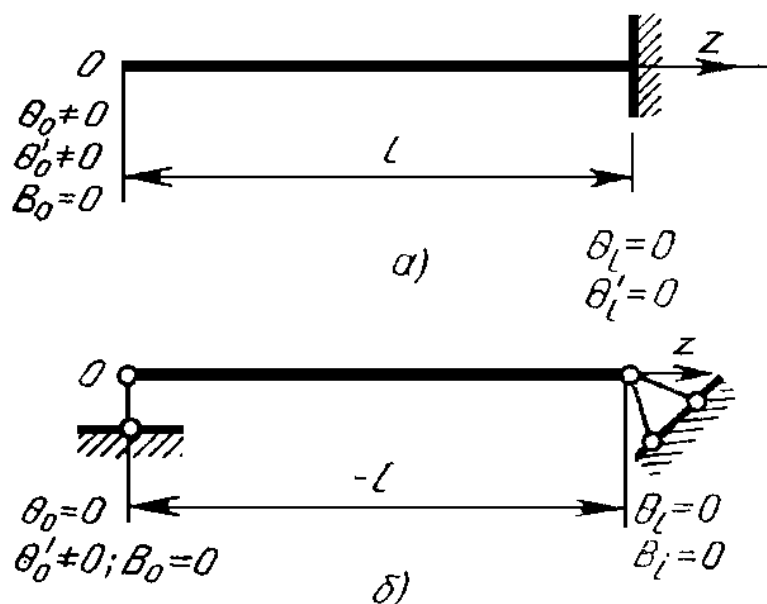
1) қистирилган кесимда стержень айлана олмаганлигидан буралиш бурчаги $\theta_l = 0$ бўлади;

2) ҳосила $\theta'_l = 0$., чунки кесилган кесим кўчиши $u = 0$; ($\frac{\partial u}{\partial s} = -r \theta'$).

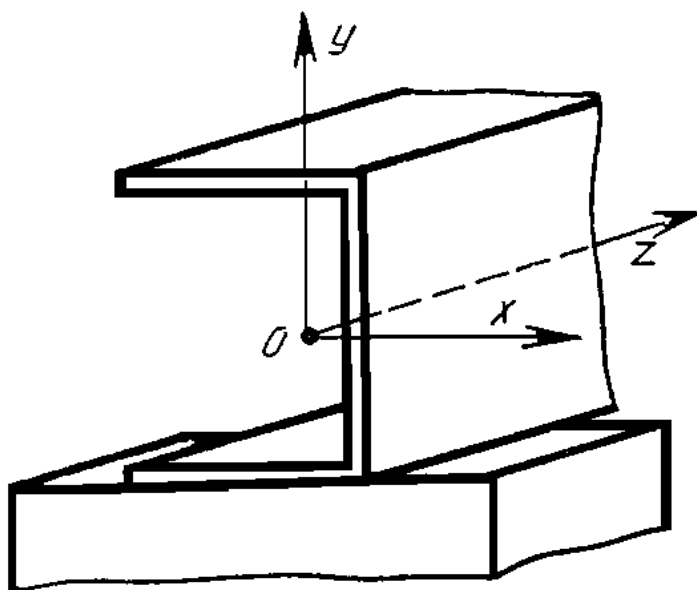
3) стерженнинг эркин учида $B_\omega = 0$, чунки $\sigma_\omega = 0$.

4) M_ω ташқи тўпланган момент сифатида маълум. θ_0 ва θ'_0 номаълум бошланғич параметрлар бу ҳолда биринчи ва иккинчи чегаравий шартларни мос равишда θ_0 ва θ'_0 тенгламаларига қўйиб топилади.

Стержень учлари шарнирлар ёрдамида боғланган ҳол учун (14.21-шакл, б) таянч кесимлар xOy текисликда бурилмайди, чунки бундай бурилишга таянч элементлари имкон бермайди (14.21-шакл). Шунинг учун $\theta_0 = 0$ ва $\theta_l = 0$ бўлади. Иккала учидаги кесимда $B_\omega = 0$ дир чунки $\sigma_\omega = 0$ бўлади.



14.21-шакл.



14.22-шакл.

Бу стержень учун номаълум бошланғич параметр θ_0' ва M_{k0} лар $\theta_\ell = 0$ ва $B_\ell = 0$ топилади.

Соф буралишда, стерженнинг бикрлигини ҳисобга олмаганда, $(GJ_d = 0)$: $EJ_\omega \theta^{iv} = m$ бўлади.

Демак, $EJ_\omega \theta''' = M_\omega$, $EJ_\omega \theta'' = B_\omega$, чунки $\frac{dB_\omega}{dz} = M_\omega$, $\frac{dM_\omega}{dz} = m$ дир.

14.6-§. ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

1. Эгилиш марказининг ҳолатини аниқлаш

Юқорида келтирилгандек, буралишда стерженнинг кесим юзаси бикр диск каби буралши маркази деб аталувчи A нуктадаги қутб атрофида айланади. Бунда ташқи кўндаланг куч, масалан, P кучнинг (14.23-шакл) A нуктага нисбатан моменти қанча катта бўлса, стерженни шунча кўпроқ буради.

Агар P куч A нукта орқали ўтса, буровчи момент нолга тенг бўлиб маркази A эгилиш маркази ҳам ҳисобланади.

Эгилиш маркази координаталарини топиш учун $M_y = \int_F \sigma_\omega y dF = 0$ ва $M_z = \int_F \sigma_\omega z dF = 0$ лардан фойдаланамиз уларнинг биринчисидан қуйидагиларни оламиз:

$$\frac{B_{\omega}}{J_{\omega}} \int_F \omega y dF = 0; \quad \int_F \omega y dF = S_{\omega z}$$

Бу интеграл стержень кесим юзасининг Ох ўқиға нисбатан секториал чизиқли статик моменти деб аталади ва $S_{\omega z}$ билан белгиланиб ($\tilde{m}^s$) билан ўлчанади. $\frac{B_{\omega}}{J_{\omega}} \neq 0$ бўлгангинидан

$$S_{\omega x} = \int_F \omega y dF = 0 \quad (14.61)$$

Иккинчи формуладан:

$$S_{\omega y} = \int_F \omega z dF = 0 \quad (14.62)$$

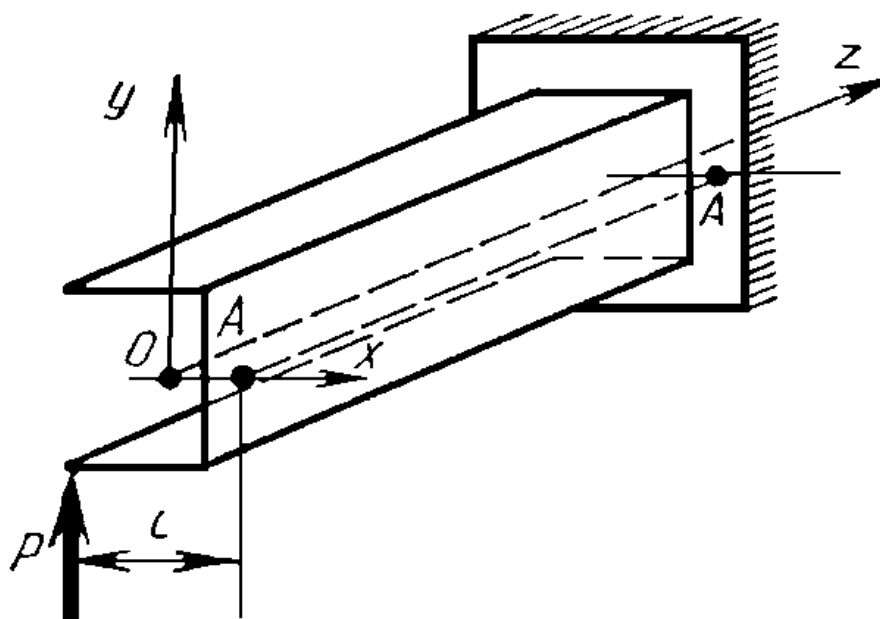
$S_{\omega y}$ стержень кесимининг Оу ўқиға нисбатан секториал чизиқли статик моменти дейилади,

Бу тенгликлардан секториал қутб (ёки эгилиш марказини) координаталарини топиш мумкин.

Бош марказий ўқлари Оу ва Ох ўқлари билан устма-уст ётувчи ихтиёрий кесимни кўриб чиқамиз (14.24-шакл). Ихтиёрий ўқ танлаймиз, ундан марказий ўқларгача бўлган масофа топилади, ихтиёрий қутб В ни олиб, эгилиш марказидан олинган қутбгача бўлган масофаларни α_y ва α_z кесмалар билан белгилаймиз.

Шаклдан: $d\omega_B = ds r_B$, $d\omega_A = ds r_A$.

Уларнинг фарқи $d\omega_B - d\omega_A = ds r_B - ds r_A = ds \Delta r$.



14.23-шакл.

оламиз:

$$\cos \beta = \frac{dz}{ds} ; \quad \sin \beta = -\frac{dy}{ds} \quad \text{эканлигини ҳисобга олиб, } ds \text{ га}$$

қисқартырсақ у вақтда

$$d\omega_B - d\omega_A = \alpha_x dy - \alpha_y dx. \quad (14.63)$$

қуыйдагича бўлади:

$$d\omega_B - d\omega_A = \alpha_x y - \alpha_y x + C, \quad (14.64)$$

$$\text{ёки} \quad d\omega_B = d\omega_A - \alpha_x y + \alpha_v x + C, \quad (14.65)$$

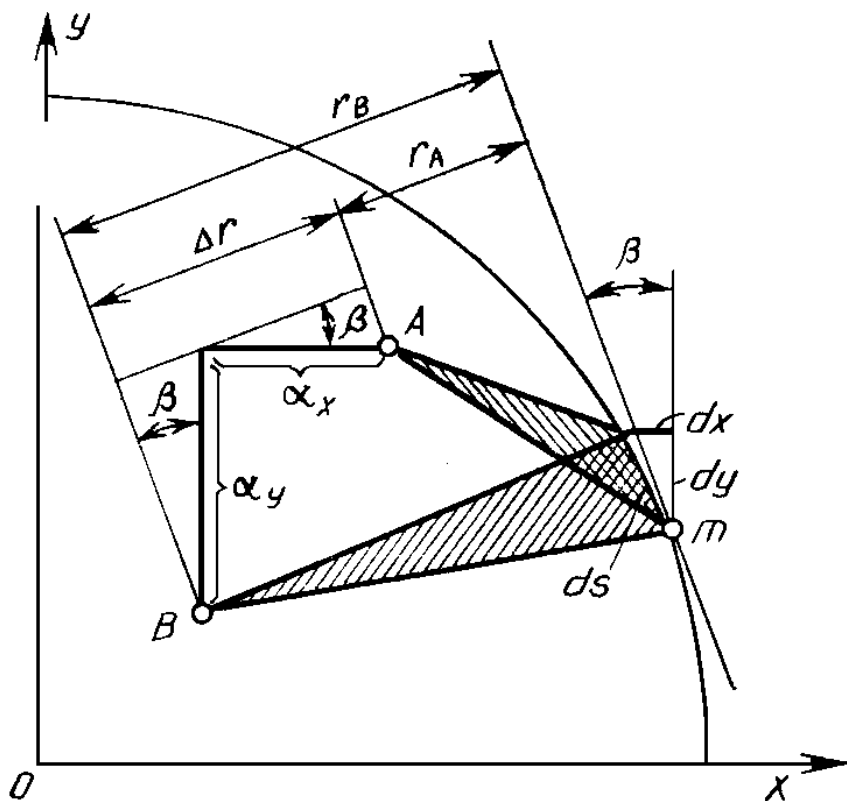
бўлади.

юзани қийматини юқоридаги формулага қўйиб чиқамиз:

$$\begin{aligned}\int_F \omega_A z dF &= \int_F (\omega_B - \alpha_y x + \alpha_x y - C) y dF = \\ &= \int_F \omega_B y dF - \alpha_x \int_F y^2 dF + \alpha_y \int_F xy dF - C \int_F y dF = 0,\end{aligned}$$

$$\text{Демак, } \int_F \omega_A y dF = S_{\omega B_x} - \alpha_x J_x + \alpha_y J_{xy} + CS_x = 0.$$

ўқларидир. Шу сабабли $J_{xy} = 0$; $S_x = 0$,



14.24-шакл

$$\text{У вақтда} \quad \alpha_x = \frac{S_{\omega Bx}}{J_x} \quad (14.66)$$

$$\int_F \omega_A y dF = S_{\omega By} + \alpha_y J_y - \alpha_x J_{xy} - CS_x = 0. \quad (14.67)$$

Бу ерда ҳам $J_{xy} = 0$; $S_y = 0$,

$$\text{Демак,} \quad \alpha_y = -\frac{S_{\omega By}}{J_y} \quad (14.68)$$

Юқоридаги ифодаларда $S_{\omega Bx}$ ва $S_{\omega By}$ лар қутб ихтиёрий B нуктада ётганида кесимнинг секториал чизиқли статик моментларини ифодалайди ва шу нуктага нисбатан эгилиш маркази A нинг ҳолатини белгилайди. Агар α_x ва α_y лар мусбат ишорали бўлса, Oy ва Ox ўқларнинг мусбат йўналишида қўйиш керак.

2. Бош секториал ноль нукта M_0 ни топиш

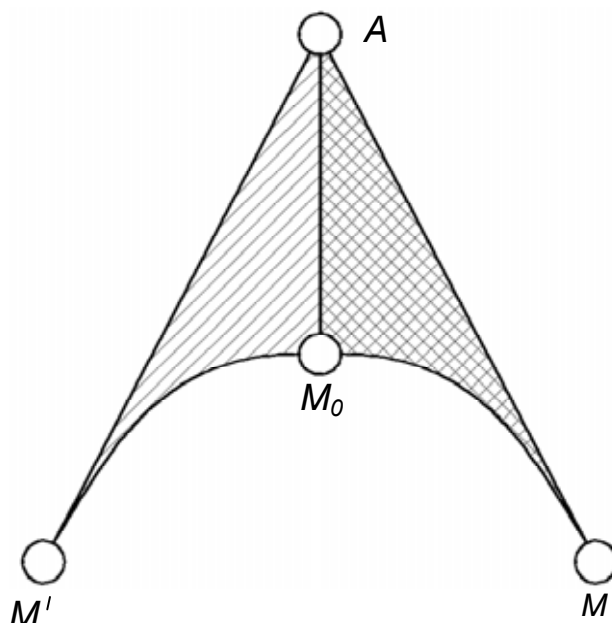
ω нинг санок боши нуктаси бўлган M_0 нинг ҳолати $S_{\omega} = \int_F \omega dF = 0$ ни қаноатлантириши лозимлиги бизга маълумдир.

Санок боши сифатида M нуктасини олиб ва юқоридаги шартдан фойдаланиб бош ноль нукта M_0 ни аниқлаймиз (14.25-шакл).

Санок боши M нуктада бўлганидг M нукта учун секториал юзани ω' билан санок боши M_0 бўлганида худди ўша M нукта учун секториал юзани ω билан белгиласак, қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\omega = \omega' - D, \quad (14.69)$$

бу ерда, $D - AM'M_0$ M_0 секторнинг иккиланган юзасига тенг бўлган ўзгармас миқдор.



14.25-шакл.

$$\text{У вақтда } \int_F \omega dF = \int_F (\omega' - D) dF = 0 ; \quad \text{ёки } \int_F \omega' dF - D \int_F dF = 0,$$

бундан

$$D = \frac{\int_F \omega' dF}{F} \quad (14.70)$$

бўлади.

Шундай қилиб, M_0 нуқтанинг ҳолатини аниқлашда санок боши учун ихтиёрий нуқтани олиб ω' эпюрасини куриш, сўнгра бу формула бўйича ўзгармас сон D ни топиш, $\omega = \omega' - D$ тенгликдан фойдаланиб $S_\omega = \int_F \omega dF = 0$ шартни қаноатлантирадиган ω эпюрасини куриш керак бўлади. Баъзи хил кесимлар учун ω эпюрасида бир нечта нол нуқталар бўлади. Бу депланация вақтида мазкур барча нуқталар бўйламасига кўчмаслигини билдиради. Уларнинг ҳар бири санок боши сифатида қабул қилиниши мумкин. Лекин бош нол нуқта сифатида A қутбга яқини қабул қилинади.

14.7-§. ЮПҚА ДЕВОРЛИ СТЕРЖЕНГА КУЧЛАР ТАЪСИРИНИНГ УМУМИЙ ҲОЛИ

Амалда юпқа деворли стерженларга турли ташқи кучлар таъсир этади, бунда улар буралишдан ташқари бошқа хил деформацияларга ҳам учрайди. Умумий ҳолда масала кучлар таъсирининг мустақиллик принципи асосида ечилади.

Нормал кучланишлар формуласи қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x + \frac{B_\omega}{J_\omega} \omega. \quad (14.71)$$

Бунда биринчи учтаси бўйлама куч, эгувчи моментлардан ва. тўртинчи қўшилувчи бимоментдан ҳосил бўладиган нормал кучланишлардир.

Текширилаётган нуқтадаги тўла уринма кучланиш уринма кучланишларнинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_\omega + \tau_0 \quad (14.72)$$

бу ерда, τ_ω, τ_0 (14.37) ва (14.1) формулалар бўйича топиладиган чекланган буралишда пайдо бўладиган кучланишлар; τ_1 ва τ_2 - кўндаланг эгилишда пайдо бўладиган кучланишлар бўлиб, кўндаланг кучнинг ташкил этувчилари Q_y, Q_x ларга боғлиқдир. Бу кучланишлар Журавский формуласига ўхшаш формула бўйича аниқланади:

$$\tau_1 = \frac{Q_y S_x^{\dot{a}e}}{J_x \delta}, \quad \tau_2 = \frac{Q_x S_y^{\dot{a}e}}{J_y \delta}. \quad (14.73)$$

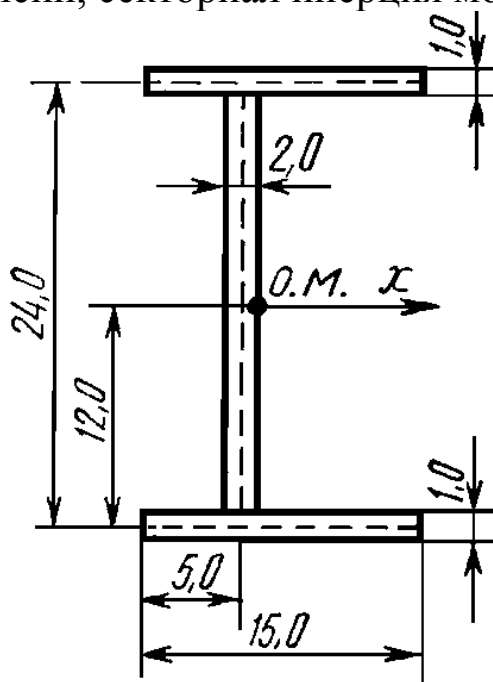
Лекин оддий стерженлардан фарқли равишда $S_x^{\dot{a}e}$ ва $S_y^{\dot{a}e}$ ни ҳисоблашда текширилатган нуқтадан бир томонда ётувчи кесим бўлаги Oy ва Ox бош ўқларга эмас, балки кесим контур чизигига перпендикуляр бўлган текислик билан, яъни τ_ω (14.27) формуласини келтириб чиқаришда 14.15-шаклда кўрсатилгандек қирқилади.

Кўрилатган ҳолда τ_1 ва τ_2 кучланишлар Oy ва Ox ўқларга параллел бўлмайди, оддий стерженларда эса параллел бўлган эди. Бу кучланишлар кесим ҳар бир элементининг ўрта чизиги бўйлаб йўналган бўлади (14.15-шакл).

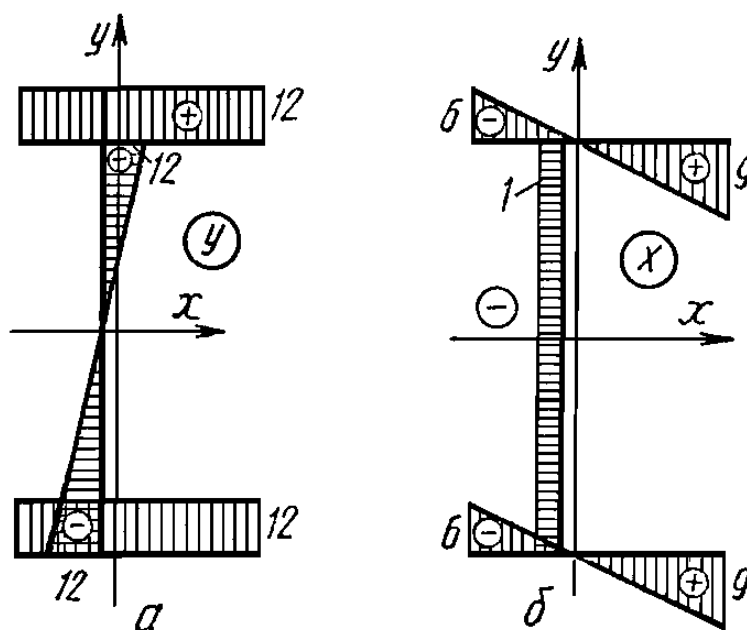
МИСОЛЛАР.

14.1-мисол.

14.26-шаклда кўрсатилган носимметрик қўштавр учун эгилиш маркази координаталари, ω ҳисобланадиган санок боши сифатида бош ноль нуқта топилсин, секториал инерция моменти ҳисоблансин.



14.26-шакл.



14.27-шакл.

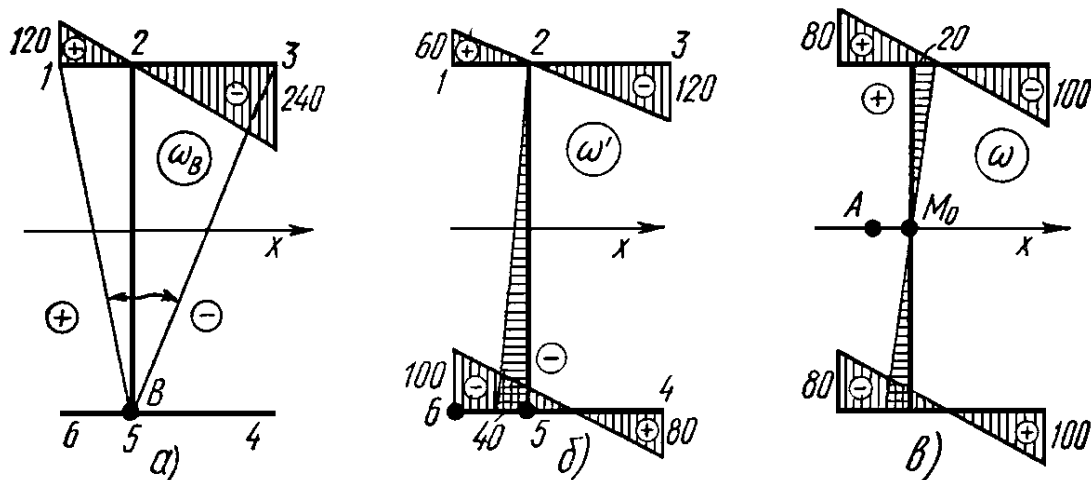
Ечиш: Бош марказий инерция моментларини Y ва X эпюралари бўйича Верещагин формуласидан фойдаланиб ҳисоблаймиз:

$$J_y = \int_F x^2 dF = 2 \cdot 1 \cdot 24 \cdot 1 + \frac{2 \cdot 1 \cdot 15}{6} [296 \cdot 6 + 9 \cdot 9 - 6 \cdot 9] = 681 \text{ см}^4;$$

$$J_x = \int_F y^2 dF = 2 \cdot 1 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 12 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 12}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = 6627 \text{ см}^4.$$

Қутбни эгилиш марказида жойлаштириб, ω^1 эпюрасини куриб бош ноль нуқтани топамиз, бунда 2 нуқтани ҳисоб боши нуқтаси деб олинади (14.28-шакл , а).

Верещагин усули билан қуйидаги формула бўйича ω^1 эпюрасидан фойдаланиб, D ўзгармас сонни ҳисоблаймиз:



14.28-шакл.

$$S_{\omega, By} = \frac{1 \cdot 15}{6} [-2 \cdot 6 \cdot 120 - 2 \cdot 9 \cdot 240 + 6 \cdot 240 + 9 \cdot 120] = -8105 \text{ см}^5;$$

$$S_{\omega, Bx} = \frac{1 \cdot 120 \cdot 5}{2} \cdot 12 - \frac{1 \cdot 240 \cdot 10}{2} \cdot 12 = -10805 \text{ см}^5.$$

Эгилиш марказининг координаталари қуйидаги формуладан аниқланади.

$$a_y = -\frac{S_{\omega, By}}{J_y} = -\frac{-8105}{681} = 12,1 \text{ см}; \quad a_x = -\frac{S_{\omega, Bx}}{J_x} = -\frac{10805}{6627} = -1,65 \text{ см}.$$

Эгилиш маркази симметрия ўқи OY ўқида ётади.

Қутбни эгилиш марказида жойлаштириб, ω^1 эпюрасини қуриб бош ноль нуқтани топамиз, бунда 2 нуқтани ҳисоб боши нуқтаси деб олинади (14.28-шакл, б).

Верещагин усули билан (14.70) формула бўйича ω^1 эпюрасидан фойдаланиб, D ўзгармас сонни ҳисоблаймиз:

$$D = \frac{\int_F \omega' dF}{F} = \left[\left(\frac{-120 + 60}{2} \right) \cdot 15 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 24 \cdot 2 + \left(\frac{-100 + 80}{2} \right) \cdot 15 \cdot 1 \right] \cdot \frac{1}{76} = -20,1 \text{ см}^2.$$

$\omega = \omega^1 - D$ тенгликдан фойдаланиб ω эпюрасини қуриш учун қуйидагиларни ҳисоблаймиз:

$$\omega_1 = 60 - (-20) = 80 \text{ см}^2; \quad \omega_2 = 0 - (-20) = 20 \text{ см}^2; \quad \omega_3 = 120 - (-20) = -100 \text{ см}^2;$$

$$\omega_4 = 80 - (-20) = 100 \text{ см}^2; \quad \omega_5 = -40 - (-20) = -20 \text{ см}^2;$$

$$\omega_6 = -100 - (-20) = -80 \text{ см}^2.$$

Топилган қийматлардан фойдаланиб, ω эпюрасини қурамыз (14.28-шакл, в).

Секториал инерция моментини топиш учун ω эпюрасини ўзини-ўзига кўпайтирамиз:

$$J_{\omega} = \delta \int_F \omega^2 ds = 2 \cdot \frac{1 \cdot 15}{6} [2(80 \cdot 80 + 100 \cdot 100 - 80 \cdot 100)] + \frac{2 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 12}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 20 = 90405 \text{ см}^6.$$

14.2-мисол.

Стерженнинг қистириб маҳкамланган кесимида ҳосил бўладиган энг кагта нормал ва уринма кучланишлар топилсин, бунда мазкур кесимдаги бимомент $B_{\omega} = 17278805 \text{ кгсм}$, эгувчи-бурувчи момент $M_{\omega} = 77800 \text{ кгсм}$, соф бурувчи момент $M_0 = 0$, эгувчи момент $M_x = 800000 \text{ кгсм}$, кўндаланг куч $Q_y = 2000 \text{ кг}$ деб олинсин.

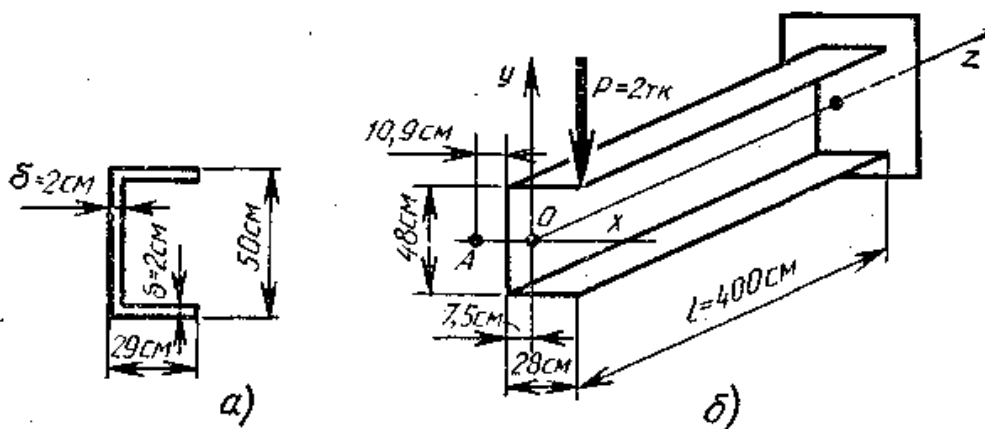
Ечиш: Кесим юзасининг берилган ўлчамлари ва A эгилиш марказининг ҳолати бўйича (14.29-шакл, б) бош секториал

координата ω эпюраси қурилган (14.30-шакл) ва секториал инерция моменти $J_{\omega} = 7024644 \text{ см}^6$ ҳисобланган. Тегишли ω эпюраси бўйича инерция моменти $J_x = 82944 \text{ см}^4$ топилган.

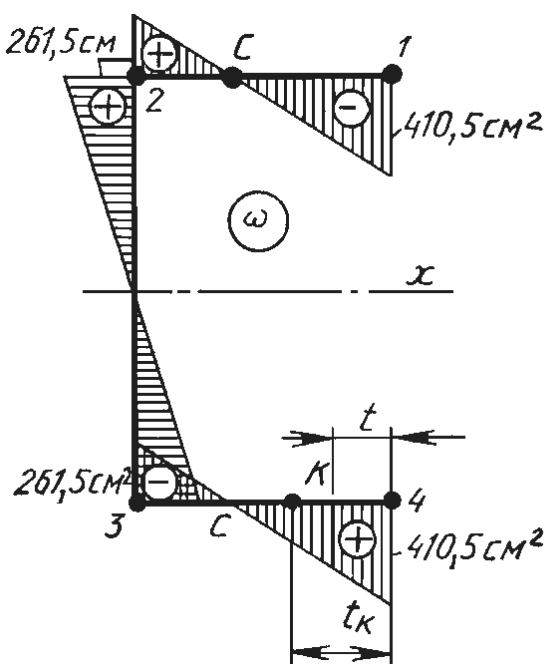
Нормал кучланишларни топамиз. Стержень кесим юзаларида эркинмас буралиш билан боғлиқ бўлган σ_{ω} кучланишдан ташқари стерженнинг Ox ўқиға нисбатан кўндаланг эгилиши билан боғлиқ бўлган σ_y кучланиш ҳам пайдо бўлади. Мазкур кесимда бу кучланиш энг катта қийматга эришади.

Аввал σ_{ω} ни аниқлаймиз. Бунинг учун (14.37) формулага B_{ω} ва J_{ω} ларнинг сон қийматларини қўямиз

$$\sigma_{\omega} = \frac{17278805}{70244644} \cdot \omega = 2,4597 \omega. \quad (a)$$



14.29-шакл .



14.30-шакл.

(а) формула бўйича σ_ω эпюраси қурилган, бунда секториал координаталарнинг қийматлари 14.30-шаклда келтирилган ω эпюрасидан олинган.

Эпюралардан кўриниб турибдики, ω ва σ_ω ларнинг ишоралари бир-бирига мос келади, мусбат ишора чўзувчи кучланишга, манфий ишора сиқувчи кучланишга тўғри келади. Буни эркинмас буралишда стержень деформациясининг умумий картинасида ҳам кўрамиз.

Стержень токчаларининг энг чекка толаларидаги энг катта кучланиш σ_y қиймати маълум формуладан топилади:

$$\sigma_y \pm \frac{M_x}{J_x} y_{\max} = \pm \frac{2000 \cdot 400}{82944} \cdot 25 = 243 \text{ кг/см}^2.$$

14.31-шакл, б да σ_y кучланишлар эпюраси, 14.31-шакл, в да эса нормал кучланишлар йиғиндисининг $\sigma_\omega + \sigma_y$ эпюраси кўрсатилган.

Уриима кучланишларни топамиз. Эркинмас буралишга мос келувчи икки хил уринма кучланишдан мазкур кесимда фақат τ_ω кучланиш пайдо бўлади, чунки бу кесимда соф буровчи момент нолга тенг.

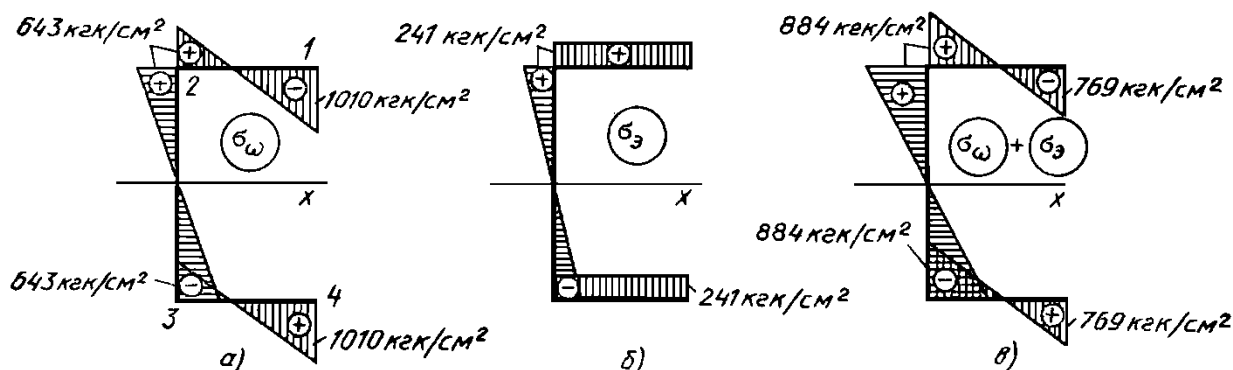
τ_ω дан ташқари, стерженда кўндаланг эгилишга мос келувчи уринма кучланишлар ҳам пайдо бўлади.

(14.37) формуладан фойдаланиб, ҳамда унга $M_\omega, J_\omega, \delta$ ларнинг қийматларини қўйиб, қуйидаги ифодани оламиз:

$$\tau_\omega = \frac{M_\omega S_\omega^{\text{аж}}}{J_\omega \delta} = \frac{77800 S_\omega^{\text{аж}}}{7024644 \cdot 2} = 0,0055 S_\omega^{\text{аж}}.$$

Бизнинг мисолимизда $\delta = \text{const}$ бўлганлигидан τ_ω эпюраси $S_\omega^{\text{аж}}$ эпюрасига ўхшаш бўлади.

$S_\omega^{\text{аж}}$ эпюраси 4 нуқтадан бошлаб кетма-кет 3 нуқтага, сўнг 2 ва 1 нуқталарга ўтиб қурилади (14.30-шакл).



14.31-шакл.

Швеллернинг пастки токчасида $(\delta = 2) S_{\omega}^{a_{\text{жс}}}$ эпюрасини куриш учун қуйидаги тенгламани тузамиз:

$$S_{\omega}^{a_{\text{жс}}} = \int \omega dF = \delta \int \omega dt.$$

Бу ерда

$$\omega = 410,5 - \frac{410,5 + 251,5}{28} \cdot t.$$

(б) га ω нинг қийматини қўйиб, интеграллаб қуйидагини оламиз:

$$S_{\omega}^{a_{\text{жс}}} = 821 t_{\kappa} - 24 t_{\kappa}^2.$$

(в) тенглама бўйича швеллернинг 4—3 токчасида $S_{\omega}^{a_{\text{жс}}}$ эпюраси курилади. Швеллер девори ва юқори токчаси учун (3-2 ва 2-1 участкалар) ҳам $S_{\omega}^{a_{\text{жс}}}$ тенгламаси худди шу йўсинда тузилади. 14.32-шакл, а да бутун кесим учуи қурилган $S_{\omega}^{a_{\text{жс}}}$ эпюраси кўрсатилган.

$S_{\omega}^{a_{\text{жс}}}$ эпюрасидаги энг катта ордината C нуқтага тўғри келади, бу ерда, $\omega_c = 0$ (14.32-шакл). Бу ординатанинг миқдори учбурчакнинг юзаси сифатида $4mC$ га тенг қилиб топилиши мумкин.

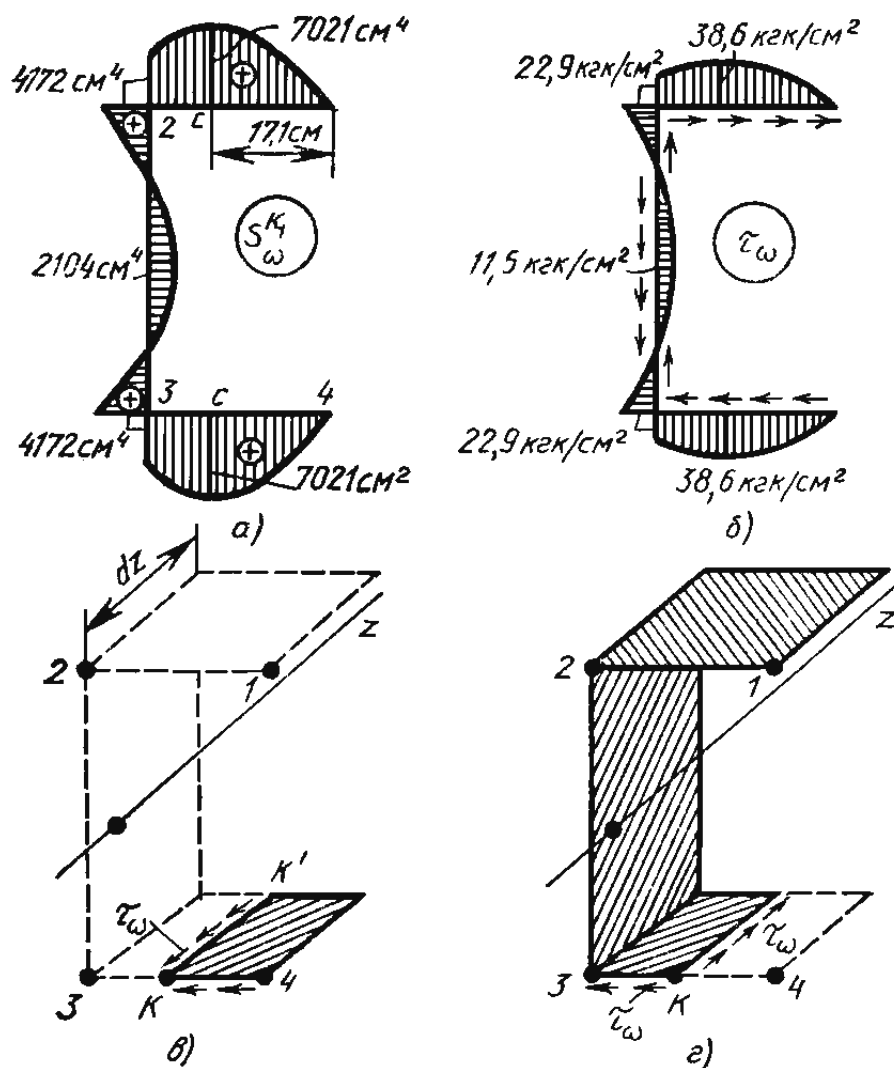
(а) формула бўйича стержень ажратиб олинган бўлагининг бўйлама кесимидаги уринма кучланишлар τ_{ω} топилишини эсда тутиш керак. Ажратиб олинган элемент dz нинг (14.32-шаклда штрихлаб кўрсатилган) K - K' қиррасидаги бу кучланишлар профилни айланиб ўтишнинг қабул килинган тартиби бўйича кўрсатилган (14.32-шакл, в).

Тескари йўналишда, яъни 1 нуқтадан 2 нуқтага, сўнгра 3 ва 4 нуқталарга айланиб ўтганда $S_{\omega}^{a_{\text{жс}}}$ эпюрасининг ишораси 14.32-шакл, а да кўрсатилганга нисбатан тескари бўлади. Бу ҳол учун τ_{ω} кучланиш 14.32-шакл, з да кўрсатилган, бу шаклда ҳам ажратиб олинган бўлак штрихланган.

Стержень кўндаланг кесим юзасидаги уринма кучланиш τ_{ω} лар йўналишини уларнинг жуфтлик қонуни асосида белгилаймиз. 14.32-шакл, в, з дан кўриниб турибдики, уларнинг K , нуқтадаги йўналиши иккала айланиш вариантыда ҳам бир хил қолади.

14.32-шакл, б да τ_{ω} кучланишлар эпюраси ва уларнинг стержень кўндаланг кесим юзасидаги йўналиши кўрсатилган.

Эпюрадан кўриниб турибдики, τ_{ω} уринма кучланишларнинг сон қиймати мазкур ҳолда нормал кучланишларга нисбатан катта эмас.



14.32-шакл

Кўндаланг эгилиш билан боғлиқ бўлган уринма кучланишлар ҳам кичик. Кесимнинг нейтрал Ox ўқида пайдо бўладиган энг катта уринма кучланиш (14.29-шакл, б) қуйидагига тенг:

$$\tau_{\omega} = \frac{Q_y S_x^{ajc}}{J_x \delta} = \frac{2000(29 \cdot 2 \cdot 24 + 23 \cdot 2 \cdot 11,5)}{782944 \cdot 2} = 23,4 \text{ кг/см}^2.$$

14.3-мисол.

14.33-шакл, а да кўрсатилган юпка деворли стержень учун буралиш бурчаги, соф буралиш моменти, бимомент ва эгувчи-буровчи момент тенгламалари тузилсин. M_t , B_{ω} , M_{ω} , Q ва M эпюралари қурилсин. Ҳамда хавфли кесим учун σ_u , σ_{ω} ва σ лар эпюралари қурилсин. Стержень кўндаланг кесим юзи 14.34-шакл, а да кўрсатилган.

Ечиш: Кўндаланг кесимнинг геометрик характеристикаларини ҳисоблаймиз.

1) Кўндаланг кесим юзаси:

$$F = 2 \cdot 20 \cdot 3 + 70 \cdot 3 + 40 \cdot 3 + 110 \cdot 3 = 780 \text{ см}^2.$$

у ўқиға нисбатан оғирлик марказининг ҳолати:

$$Z_c = \frac{\sum S_y}{\sum F} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 3 \cdot 65 + 70 \cdot 3 \cdot 95 - 40 \cdot 3 \cdot 55}{780} = \frac{12750}{780} = 16.3 \text{ см}$$

2) Кесимнинг бош марказий инерция моменти (14.34-шакл, а):

$$J_{zc} = 2 \left(\frac{2,0 \cdot 3^3}{12} + 20 \cdot 3 \cdot 35^2 \right) + \frac{3 \cdot 70^3}{12} + \frac{110 \cdot 3^3}{12} + \frac{3 \cdot 40^3}{12} = 249087 \text{ см}^4;$$

$$J_{zc} = 2 \left(\frac{3 \cdot 2,0}{12} + 3 \cdot 2,0 \cdot 48,7^2 \right) + \left(\frac{70 \cdot 3^3}{12} + 70 \cdot 3 \cdot 38,7^2 \right) +$$

$$+ \left(\frac{3 \cdot 110^3}{12} + 3 \cdot 110 \cdot 16,3^2 \right) + \left(\frac{40 \cdot 3^3}{12} + 40 \cdot 3 \cdot 71,3^2 \right) = 1633835,7 \text{ см}^4.$$

3) Ихтиёрий A_1 кутбга нисбатан секториал юзанинг эпюраси ёрдамида эгилиш марказининг ҳолатини топамиз. (14.34-шакл, б):

у ва Z эпюраларини қурамиз (14.34-шакл, в, г).

Верешчагин қоидасини тадбиқ этиб, ω ва у эпюрасидан чизиқли секториал статик моментни аниқлаймиз:

$$S_{(\omega_{A_1} y)} = \int_F \omega_{A_1} \cdot y dF = 2 \left(\frac{1925 \cdot 35}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 35 \cdot 3 + \frac{1925 + 1225}{2} \cdot 20 \cdot 35 \cdot 3 - \frac{1100 \cdot 20}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot 3 \right) =$$

$$= 10451250 \text{ см}^5.$$

Кесимнинг Z ўқи симметрик бўлганлигидан чизиқли секториал статик момент $S_{(\omega_{A_1} z)} = 0$ бўлади.

Эгилиш маркази А координаталарини, A_1 нуқта координаталари орқали ифодалаймиз: $S_{(\omega_{A_1} z)} = 0$, бўлганлигидан, $a_y = 0$;

$$\alpha_z = -\frac{S_{(\omega_{A_1} y)}}{J_{zc}} = \frac{10451250}{249087} = -42 \text{ см}.$$

4) Бош нуқта M_0 , профил ўрта чизигининг симметрия ўқида эгилиш марказига яқин нуқтада кесишган нуқтасига тўғри келади.

5) Бош секториал координата ω эпюрасини қурамиз (14.34-шакл, д).

6) Верешчагин қоидаси бўйича ω эпюрасини ўзини-ўзига кўпайтириб, секториал инерция моменти топилади:

$$J_{\omega} = \int_A \omega^2 dF + \sum F_{\omega} \cdot \omega_c \delta,$$

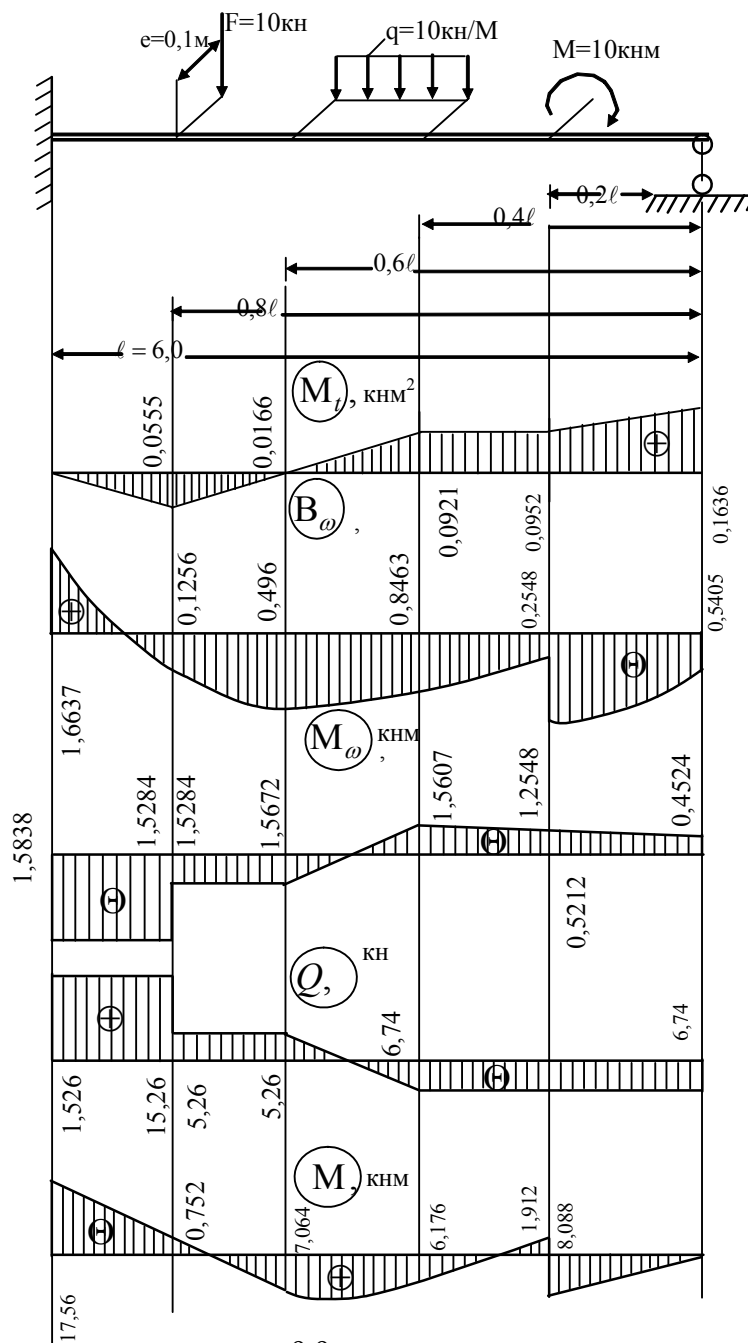
бунда F_{ω} -секториал юза эпюрасининг алоҳида участкасининг юзаси;

ω_c – шу эпюра алоҳида участкалари юзаси оғирлик марказининг ординатаси;

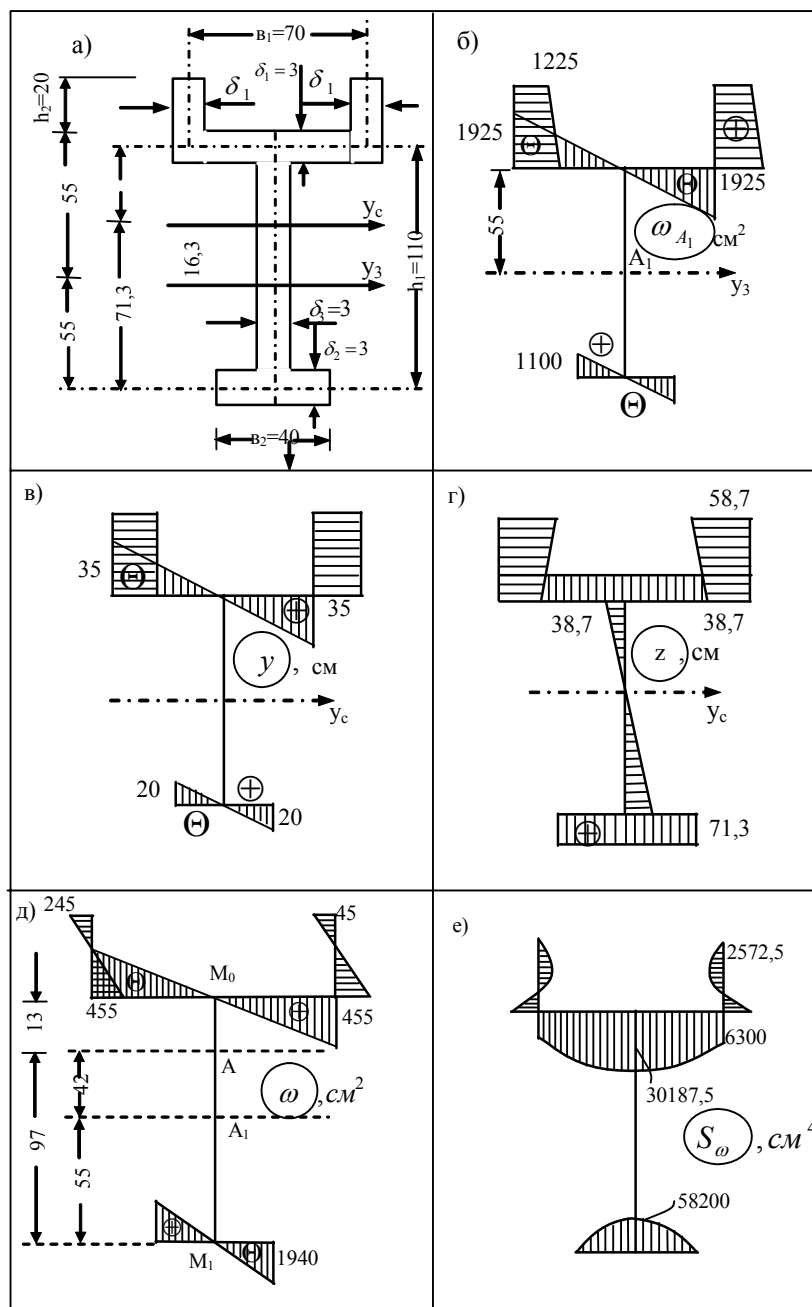
δ – кесим элементларининг қалинлиги:

$$J_{\omega} = 2 \left[\frac{20}{6} (2 \cdot 455 \cdot 455 + 2 \cdot 245 \cdot 245 - 455 \cdot 245 \cdot 455) \cdot 3 + \frac{455 \cdot 35}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 455 \cdot 3 + \frac{1940 \cdot 20}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1940 \cdot 3 \right] =$$

$$= 171260745 \text{ см}^6$$



14.33-шакл.



14.34-шакл.

7) Буралиш инерция моменти J_t куйидаги формуладан топилади

$$J_t = \frac{\alpha}{3} \sum h_i \delta_i^3,$$

бунда h_i ва δ_i - профилнинг ҳар бир тўғри тўртбурчак элементининг баландлиги ва қалинлиги ;

α – профил шаклига боғлиқ бўлган коэффициент, берилган шакл учун $\alpha = 1,15$ га тенг.

14.34- шакл, a билан мос ҳолда топамиз

$$J_t = \frac{1.15}{3} (2 \cdot 20 \cdot 3^3 + 70 \cdot 3^3 + 110 \cdot 3^3 + 40 \cdot 3^3) = 2691 \text{ см}^4.$$

8) Эгилиш буралиш характеристикаси

$$K = \sqrt{\frac{GJ_t}{EJ_\omega}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^5 \cdot 2691}{2 \cdot 10^6 \cdot 17126745}} = 0,00251 \frac{1}{\text{см}} = 0,251 \frac{1}{\text{м}}.$$

9) Буралиш бурчагининг тенгламаси стержень чап кесимининг маҳкамланишини ҳисобга олсак у қуйидаги кўринишни олади.

$$\theta = \frac{B_0}{GJ_t} (1 - \text{ch} \kappa x) + \frac{M_0}{\kappa GJ_t} (\kappa x - \text{sh} \kappa x) + f(x). \quad (\text{a})$$

Бошланғич параметрларни топамиз:

$$B_0 = -Pe \ell \frac{\alpha_F \text{sh} \kappa \ell - \text{sh} \alpha_F \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell} - \frac{m \ell}{\kappa} \left[\frac{0,5 \alpha_q^2 \kappa \ell \text{sh} \kappa \ell - \text{ch} \alpha_{1q} \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell} - \frac{0,5 \alpha_{1q}^2 \kappa \ell \text{sh} \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell} \right] - \\ - Me \frac{\kappa \ell \text{ch} \alpha_m \kappa \ell - \text{sh} \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell}, \quad (\text{б})$$

$$M_0 = Pe \frac{\alpha_F \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell - \text{sh} \alpha_F \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell} + \frac{m}{\kappa} \left[\frac{0,5 \alpha_q^2 \kappa^2 \ell^2 \text{sh} \kappa \ell - \text{ch} \kappa \ell - \text{ch} \alpha_q \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell} - \frac{0,5 \alpha_{1q}^2 \kappa^2 \ell^2 \text{ch} \kappa \ell - \alpha_{1q} \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell} \right] - \\ - M \cdot e \cdot \kappa \frac{\text{ch} \kappa \ell - \text{ch} \alpha_m \kappa \ell}{\text{sh} \kappa \ell - \kappa \ell \text{ch} \kappa \ell}, \quad (\text{в})$$

бунда

$$\alpha_m = 0,2; \quad \alpha_{1q} = 0,4; \quad \alpha_q = 0,6; \quad \alpha_F = 0,8 \quad (9.9 - \text{шакл});$$

$$\kappa \ell = 0,00251 \cdot 600 = 1,506; \quad m = qe = 10 \cdot 0,1 = 1,0;$$

Берилган ҳол учун буралиш $M_o = M_\omega$ бўлади.

Гиперболоик функциялар таблицасидан топамиз:

$$\text{sh} \kappa \ell = \text{sh} 1,506 = 2,1434; \quad \text{ch} \alpha_q \kappa \ell = \text{ch} 0,9036 = 1,4366;$$

$$\text{sh} \alpha_F \kappa \ell = \text{sh} 1,2048 = 1,5182; \quad \text{ch} \alpha_{1q} \kappa \ell = \text{ch} 0,6024 = 1,1870;$$

$$\text{ch} \kappa \ell = \text{ch} 1,506 = 2,3652; \quad \text{ch} \alpha_m \kappa \ell = \text{ch} 0,3012 = 1,0457.$$

Топилган бу қийматларни (б) га қўямиз:

$$B_0 = -10 \cdot 0,1 \cdot 6 \frac{0,8 \cdot 2,1434 - 1,5182}{2,1434 - 1,506 \cdot 2,3652} - \frac{1 \cdot 6}{0,251} \left[\frac{0,5 \cdot 0,6^2 \cdot 1,506 \cdot 2,1434 - 1,4366}{2,1434 - 1,506 \cdot 2,3652} - \right. \\ \left. - \frac{0,5 \cdot 0,4^2 \cdot 1,506 \cdot 2,1434 - 1,1870}{2,1434 - 1,506 \cdot 2,3652} \right] - 10 \cdot 0,1 \left[\frac{1,506 \cdot 1,506^2 \cdot 2,3652 - 1,4366}{2,1434 - 1,506 \cdot 2,3652} = \right. \\ \left. = -1,6637 \text{ кН} \cdot \text{м}^2 \right]$$

$$M_0 = 10 \cdot 0,1 \frac{0,8 \cdot 1,506 \cdot 2,3652 - 1,5182}{2,1434 - 1,506 \cdot 2,3652} + \frac{1}{0,251} \left[\frac{0,5 \cdot 0,6^2 \cdot 1,506^2 \cdot 2,3652 - 1,4366}{2,1434 - 1,506 \cdot 2,3652} - \frac{0,5 \cdot 0,4^2 \cdot 1,506^2 \cdot 2,3652 - 1,1870}{2,1434 - 1,506 \cdot 2,3652} \right] - 10 \cdot 0,1 \cdot 0,251 \frac{2,3652 - 1,0457}{2,1434 - 1,517 \cdot 2,3652} = -1,5838 \text{ кН} \cdot \text{М}.$$

(а) формулага B_0 , M_0 ларнинг қийматини ва $f(x)$ функциянинг қийматини 5-участканинг буралиш бурчаги тенгламасига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\theta = \frac{1}{GJ_t} \left\{ 1,6637(1 - ch 0,251x) - \frac{1,5838}{0,251} (0,251x - sh 0,251x) + \frac{F \cdot e}{0,251} [0,251(x - 1,2) - sh 0,251(x - 1,2)] + \frac{m}{0,251^2} \left[\frac{0,251^2(x - 2,4)^2}{2} - ch 0,251(x - 2,4) + 1 \right] - \frac{m}{0,251^2} \left[\frac{0,251^2(x - 3,6)^2}{2} - ch 0,251(x - 3,6) + 1 \right] - M \cdot e [1 - ch 0,251(x - 4,8)] \right\} \quad (z)$$

Бундан ташқари, қуйидаги момент тенгламаларига эгамиз:

Соф буралиш

$$M_t = \theta^1 GJ_t = -1,6637 \cdot 0,251 \cdot sh 0,251x - 1,5838 [1 - ch 0,251x] + Pe [1 - ch 0,251(x - 1,2)] + \frac{m}{0,251} [0,251(x - 2,4)] - \frac{m}{0,251} [0,251(x - 0,6) - sh 0,251(x - 3,6)] + Me 0,251 sh 0,251(x - 4,8); \quad (d)$$

Бимомент

$$B_\omega = \frac{1}{\kappa^2} \frac{dM_t}{dx} = 1,6637 ch 0,251x - \frac{1,5838}{0,251} sh 0,251x + \frac{F \cdot e}{0,251} sh 0,251(x - 1,2) - \frac{m}{0,251^2} [1 - ch 0,251(x - 2,4)] + \frac{m}{0,251^2} [1 - ch 0,251(x - 3,6)] - Me ch 0,251(x - 4,8); \quad (e)$$

Эгилиш-буралиш

$$M_\omega = \frac{dB_\omega}{dz} = 1,6637 \cdot 0,251 sh 0,251x - 1,5838 (1 - ch 0,251x) + Fe [1 - 0,251(x - 1,2)] + \frac{m}{0,251} [0,251(x - 2,4) - sh 0,251(x - 2,4)] - \frac{m}{0,251} [x - 0,8] - Sh 0,251(x - 3,6) + Me 0,251 sh 0,251(x - 4,8); \quad (ж)$$

$$\text{Буровчи } M = M_t + M_\omega = -1,5838 + Fe + m(x - 2,4) - m(x - 3,6) \quad (з)$$

M_t , M_ω , B_ω ва M тенгламаларини қолган участкалар учун x нинг қийматига қараб, ўнг томондаги куч факторларини ташлаб юбориш йўли билан ҳосил қиламиз.

M_l , B_ω ва M_ω эпюраларини куриш учун юқоридаги тенгламаларга P, q, M ва e ларнинг қийматларини қўямиз (14.33-шакл).

Кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини куриш учун бошланғич параметр бўйича салқилик тенгламасини тузамиз:

$$EJz = \frac{f_0}{2}x^2 + \frac{\theta_0}{6}x^3 - \frac{P(x-1,2)^3}{6} - \frac{q(x-2,4)^4}{24} + \frac{q(x-3,6)^4}{24} + \frac{M(x-4,8)^2}{2}; \quad (u)$$

бу тенгламадан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\theta = \frac{dz}{dx} = f_0 \cdot x + \theta_0 \frac{x^2}{2} - P \frac{(x-1,2)^3}{2} - \frac{q(x-2,4)^3}{6} + q \frac{(x-3,6)^3}{6} + M(x-4,8); \quad (к)$$

$$M = \frac{d\theta}{dx} = f_0 + \theta_0 \cdot x - P(x-1,2) - q \frac{(x-2,4)^2}{2} + q \frac{(x-3,6)^2}{2} + M; \quad (л)$$

$$Q = \frac{dM}{dx} = \theta_0 - P - q(x-2,4) + q(x-3,6). \quad (м)$$

Бошланғич параметр θ_0 ва f_0 ларни топамиз:

$$\theta_0 = \frac{F}{2}(3\alpha_F - \alpha_F^3) + \frac{q\ell}{8}[(6\alpha_q^2 - \alpha_u^4 - (6\epsilon_{1q}^4 - \alpha_{1u}^4)] \frac{3M}{2\ell}(1 - \alpha_M^2) = \frac{10}{2}(3 \cdot 0,8 - 0,8^3) + \frac{10 \cdot 6}{8}$$

$$[(6 \cdot 0,6^2 - 0,6^4)] - (6 \cdot 0,4^2 - 0,4^4) \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot 6}(1 - 0,2^2) - \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot 6}(1 - 0,2^2) = 15,26 \text{ кН}$$

$$f_0 = -\frac{F\ell}{2}(\alpha_F - \alpha_F^3) - \frac{q\ell^2}{8}[(2\alpha_q^2 - \alpha_q^4) - (2\alpha_{1q}^2 - \alpha_{1q}^4)] + \frac{M}{2}(1 - 3\alpha_M^2) = -\frac{10 \cdot 6}{2}(0,8 - 0,8^3) -$$

$$-\frac{10 \cdot 6^2}{8}[(2 \cdot 0,6^2 - 0,6^4) - (2 \cdot 0,4^2 - 0,4^4)] + \frac{10}{2}(1 - 3 \cdot 0,2^2) = -17,56 \text{ кНм}$$

Q_0 ва f_0 ларнинг қийматларини (л) ва (м) тенгламаларга қўйиб Q ва M эпюраларини курамиз (14.33-шакл).

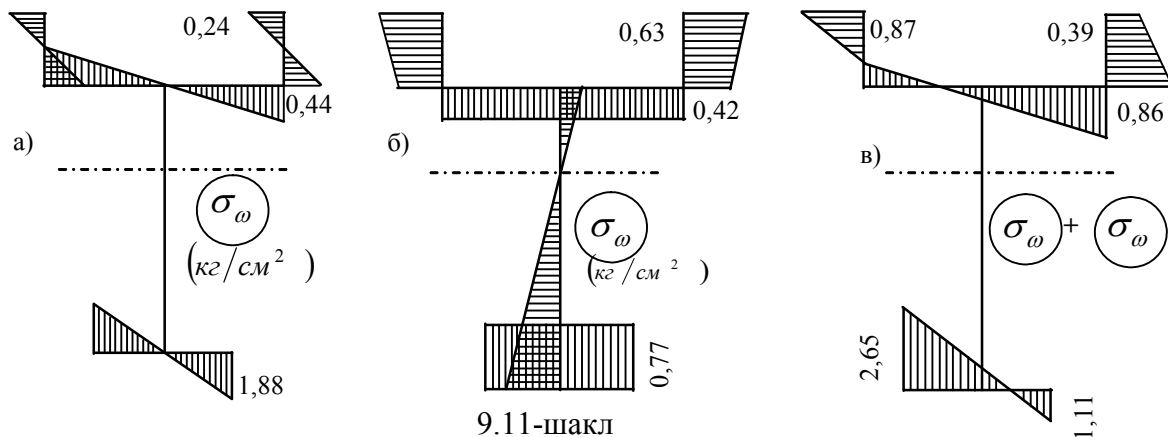
11. Кучланишларни ҳисоблаш, нормал кучланишлар бўйича ҳисобий кесим учун M ва B_ω катта қийматга эришишини қабул қиламиз. Бундай ҳол $M = 17,56 \text{ кНм}^2$ ва $B_\omega = 1,6637 \text{ кНм}^2$ бўлган кесим бўлади.

Секториал нормал кучланиш σ_ω қуйидаги формуладан топилади

$$\sigma_\omega = \frac{B_\omega}{J_\omega} \cdot \omega = \frac{1,6637 \cdot 10^4}{171260745 \cdot 10^{-12}} \cdot \omega = 97 \cdot \omega \text{ кГ/см}^2. \quad (н)$$

Эгувчи момент таъсиридан ҳосил бўладиган нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_{bl} = \frac{M}{J_y} \cdot z = \frac{17.56 \cdot 10^4}{1633835,7 \cdot 10^{-8}} \cdot z = 10,75 \cdot z \text{ кгс/см}^2. \quad (0)$$



9.11-шакл

14.35-шакл.

Умумий нормал кучланиш σ_ω ва σ_u ларнинг алгебраик йиғиндисига тенгдир. (н) ва (0) тенгламалардан фойдаланиб қурилган σ_ω ва σ_u ва $\sigma_\omega + \sigma_u$ эпюралари 14.35-шаклда кўрсатилган.

Q , M_t ва M_ω лар таъсиридан уринма кучланиш ҳосил бўлади.

Уринма кучланиш бўйича ҳисобий кесим учун $M_t = 0,0555 \text{ кнм}$;

$M_\omega = 1,5284 \text{ кнм}$ ва $Q = 15,26 \text{ кн}$ бўлган кесимини оламиз.

Соф буралишдан ҳосил бўлган уринма кучланиш қуйидаги формуладан топилади:

$$\tau_t = \frac{M_t}{J_t} \left(\frac{J_u}{W_u} \right) = \frac{M_t}{J_t} \frac{\beta \delta^3}{\alpha \delta^2}.$$

$\frac{\epsilon}{\delta} > 10$ бўлганда $\alpha = \beta = 0,313$ бўлганлиги учун

$$\tau_t = \frac{M_t}{J_t} \delta = \frac{0,0555 \cdot 10^4}{2691 \cdot 10^{-8}} = 3 \cdot 10^{-2} = 0,62 \text{ кгс/см}^2,$$

$$\frac{0,555 \cdot 10^4}{2691 \cdot 10^{-8}} \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 0,62 \text{ кгс/см}^2.$$

Уринма кучланиш қуйидаги формуладан топилади

$$\tau_\omega = \frac{M_\omega \cdot S_\omega^I}{J_\omega \cdot \delta}.$$

Кесимда улар секториал статик моментга пропорционал равишда ўзгаради ва энг катта қийматга пастки токчанинг ўртасида эришади (14.34-шакл, е).

$$\tau_{\max} = \frac{1,5284 \cdot 10^4}{2691 \cdot 10^{-8}} 0,33 = 0,17 \text{ кг/см}^2.$$

Кесувчи кучдан ҳосил бўлган уринма кучланиш Журавский формуласи бўйича қуйидагича топилади:

$$\tau = \frac{Q_y S_x^1}{J_y \delta}.$$

Бунинг энг катта қиймати деворда марказий ўқ бўйича бўлиб, улар қуйидагича бўлади:

$$\tau = \frac{15,26 \cdot 10^3 \cdot 16,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}}{16,34 \cdot 10^5 \cdot 10^{-8} \cdot 0,03} = 5 \text{ кг/см}^2.$$

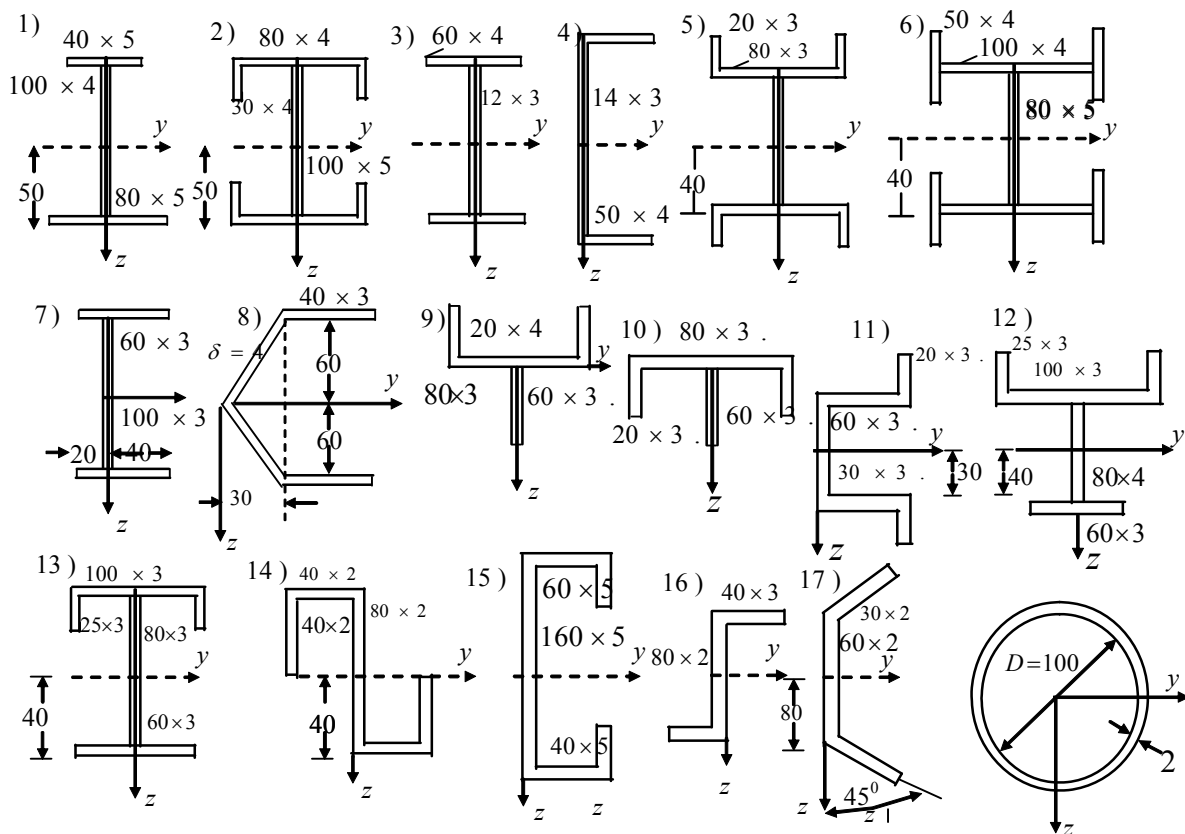
бу ерда $S_x^1 = 16,217 \cdot 10^3 \text{ см}^3 - y_c$ марказий ўқдан юзаларида ёки пастдаги ажратилган кесимнинг статик моменти.

520,481,518,483,516,485,514,487,512,489,510,491,508,493,506,495,504,497,502,499
482,519,484,517,486,515,488,513,490,511,492,509,494,507,496,505,498,503,500,501
560,521,558,523,556,525,554,527,552,529,550,531,548,533,546,535,544,537, 542,539
522,559,524,557,526,555,528,553,530,551,532,549,534,547,536,545,538,543,540,541

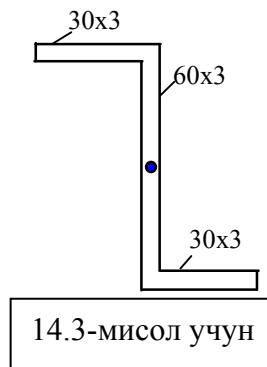
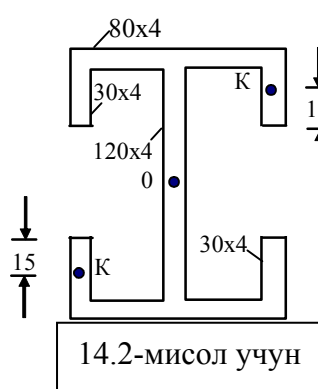
600,561,598,563,596,565,594,567,592,569,590,571,588,573,586,575,584,577,582,579
562,599,564,597,566,595,568,593,570,591,572,589,574,587,576,585,578,583, 580,581

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

14.1. Шаклда кўрсатилган профиллар учун эгилиш маркази (А нукта) вазияти аниқлансин, асосий секториал юзалар эпюраси қурилсин, шу эпюранинг энг катта ординатаси ω_{max} аниқлансин ва секториал инерция моменти қиймати ҳисоблансин.



14.1-мисол учун.



Жавоблари:

Схема номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$Y_A(см)$	0	0	0	-1,85	0	0	-0,78	-1,33	0	0	1,259	0	0	0	-3,64	0	-3,64	0
$Z_A(см)$	+3,88	0	0	0	0	0	0	0	+0,6	-0,6	0	-2,67	-4,051	0	0	0	0	+10
$ \omega_{max} $ ($см^2$)	117,76	32	18	22,05	16	32,5	16,1	16	5,6	5,6	5,22	20	24,15	21,3	57,45	11,2	2,74	78,5
$J_{\omega}(см^6)$	237	4156	518,5	726	768	4683	289,5	319,5	14,1	14,1	30,0	304	423,5	547	9890	112,5	4,28	5065

14.2. Шаклда кўрсатилган кўндаланг кесимли стержень иккита куч $P=6$ кн билан чўзилади. Кучлар учларидаги кесимга қўйилган.

Агар: а) P кучлар кесим оғирлик маркази (о) га қўйилган;

б) Кесим деворидаги K нуктага иккитадан $\frac{P}{2}$ кучлар қўйилган бўлса, стержень кўндаланг кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар топилсин.

Жавоби: а) $\sigma = 375 кг/см^2$ (чўзилиш);

б) $\sigma = 1530 кг/см^2$ (чўзилиш) ва $\sigma = 781 кг/см^2$ (сиқилиш).

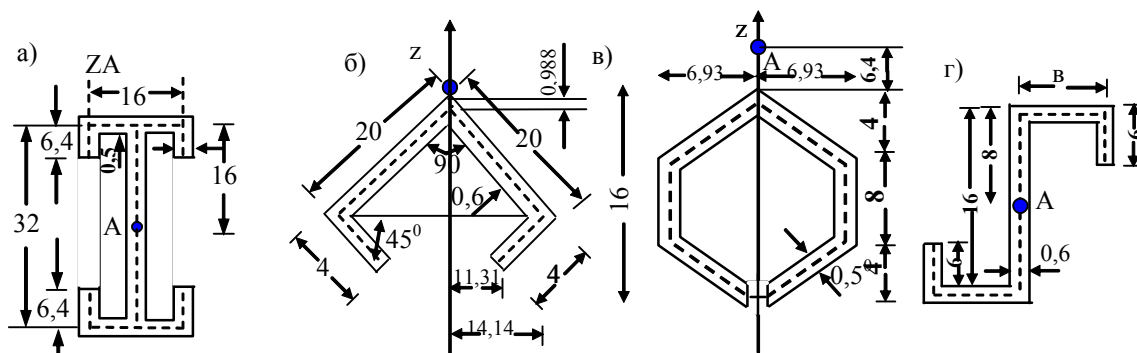
14.3 Зет шаклидаги кўндаланг кесимли стержень $P = 30$ кн куч билан марказий чўзилади. Стержень кўндаланг кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланиш аниқлансин.

Жавоби: $\sigma_u = 1333 кг/см^2$; $\sigma_c = -667 кг/см^2$.

14.4. Шаклда кўрсатилган кесимлар учун эгилиш маркази A берилган, ҳар бир кесим учун абсолют қиймати бўйича $\omega_{0,max}$ нинг энг катта координатлари аниқлансин ва секториал инерция моменти J_{ω} ҳисоблансин.

Жавоби:

кесимлар	а	б	в	г
$\omega_{0,max}(см^2)$	179,2	68,8	166,3	76,4
$J_{\omega}(см^6)$	575039	7915	88580	26159



14.4-мисол учун.

14.5 Узунлиги 2,5 м бўлган 24 а номерли (гост 10017-39), тоғарасимон профили стерженнинг иккита учи қистириб маҳкамланган ва узунлигининг ўртасига қўйилган 100 кгм буровчи момент билан буралади. Энг катта секториал нормал кучланиш ва соф буралишдаги энг катта уринма кучланишларнинг қиймати аниқлансин. Тоғарасимон профилнинг геометрик характеристикалари жадвалдан олинади.

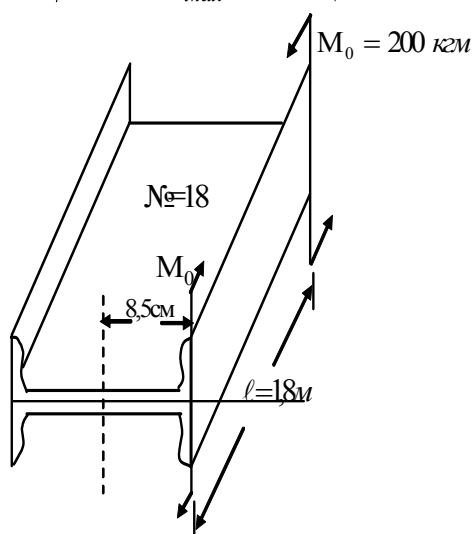
Жавоби: $\sigma_{\omega}^{max} = 807 \text{ кг/см}^2$; $\tau_{\kappa}^{max} = 189 \text{ кг/см}^2$.

14.6. Қўштавр кўндаланг кесимли 18-номерли (гост-39) стержень учларидан бўйлама ўқ йўналишида бурила олмайдиган қилиб маҳкамланган лекин у эркин айланиши мумкин.

Токчаларининг бири текислигида таъсир этувчи $M_0 = 200 \text{ кгм}$ ли жуфт кучи қўйилган. Стержень кўндаланг кесими—даги энг катта нормал ва уринма кучланишлар аниқлансин.

Қўштаврнинг секториал геометрик характеристикалари 14.2-жадвалдан олинади.

Жавоби: $\sigma_{max} = 1574 \text{ кг/см}^2$; $\tau_{max} = 319 \text{ кг/см}^2$.



14.6-мисол учун.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

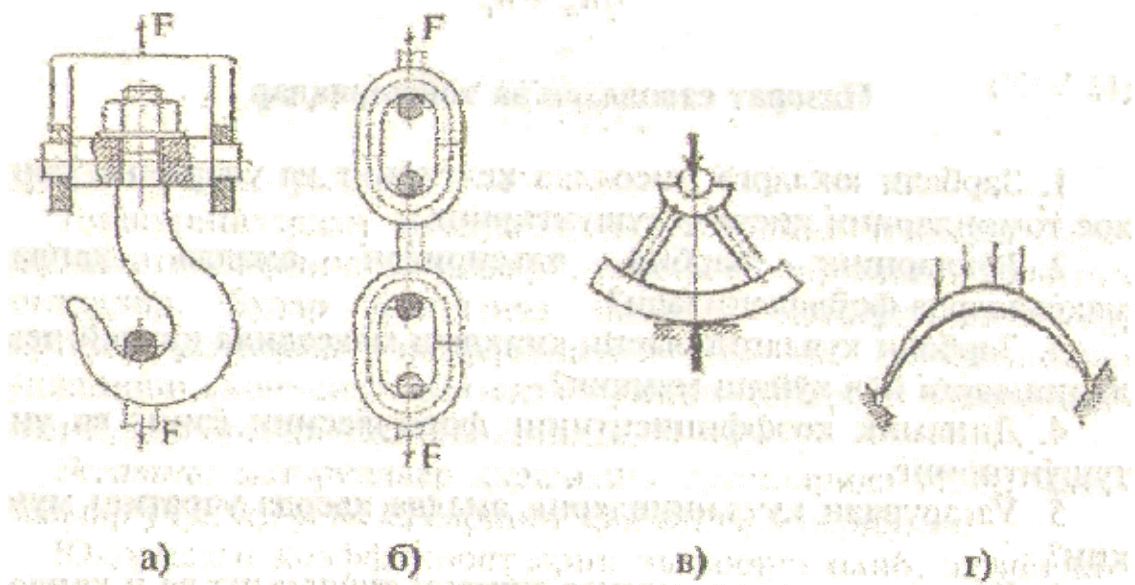
- 1.Юпқа деворли стерженлар деб қандай стерженларга айтилади?
- 2.Эркин буралиш деб қандай буралишга айтилади?
- 3.Эркинмас буралиш деб қандай буралишга айтилади?
- 4.Юпқа деворли стерженларни ҳисоблашда қандай гипотезаларга асосланади?
- 5.Кесим юзасининг секториал статик моменти нима?
- 6.Секториал юзалар қонуни нима?
- 7.Стержень буралиш бурчагининг дифференциал тенгламасини ёзинг?
- 8.Секториал-статик моменти нима?

XV-БОБ.

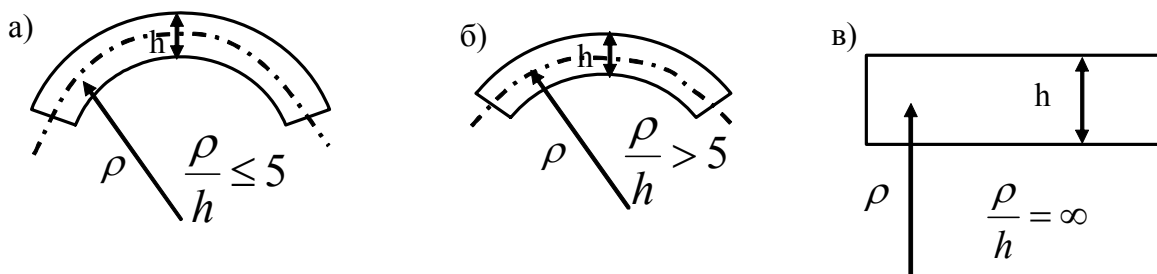
ЭГРИ БРУСЛАР ҲИСОБИ,

15. 1-§. АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Машина ва иншоот қисмлари орасида, айниқса машинасозликда тўғри бруслар билан бир қаторда эгри бруслар ҳам кенг қўламда ишлатилади. Бундай брусларнинг ўзига хос томони шундан иборатки, уларнинг ўқлари текис эгри чизикдан иборатдир. Масалан, юк кўтариш кранининг илмоғи, занжир халқалари, ғилдирак тўғини, арка ва шу кабилар эгри брусга мисол бўлади (15.1-шакл). Стерженьнинг эгрилиги, эгрилик радиуси ρ нинг энг катта баландлиги h га нисбати билан ифодаланади. $\rho/h > 5$ бўлганда стержень кичик эгриликда, $\rho/h \leq 5$ бўлганда катта эгриликда, агар $\rho/h = \infty$ бўлса, тўғри ўқли бўлади. (15.2-шакл).



15.1-шакл.



15.2-шакл.

Келгусида фақат текис эгри брусларни геометрик ўқи кўндаланг кесим оғирлик марказидан ўтувчи эгри чизикдан иборат бўлган брусларни мустаҳкамликка текшириш ҳақида тўхталиб ўтамиз.

Эгри брусларни лойиҳалаш ва ҳисоблаш жараёнларида қуйидаги чекланишлардан фойдаланамиз:

а) эгри брусларнинг кўндаланг кесими энг камида битта симметрия ўқиға эға;

б) эгри бруснинг ўқи кўндаланг кесим оғирлик марказидан ўтувчи текис эгри чизикдан иборат бўлиб, унинг симметрия текислигида ётади;

в) эгри брусға қўйилган барча ташқи юклар унинг симметрия текислигида ётади;

г) эгри бруслар ўзгармас ёки ўзгарувчан бикрликка эға; ҳатто унинг кўндаланг кесими ўқи бўйлаб шаклан ўзгариши ҳам мумкин (15.1-шакл.а).

Бундай ҳолда эгри брусларнинг исталган кўндаланг кесим юзасидаги ички зўриқишлар 15.3-шаклда кўрсатилгандек учта ташкил этувчиларға: бўйлама куч N , кесувчи (кўндаланг) куч Q ва эгувчи момент M га келтирилади .

Бир учи билан қистириб маҳкамланган, иккинчи учига эса $P = \text{const}$ куч қўйилган эгри брус учун кесиш усули ёрдамида ички зўриқишларнинг аналитик ифодаларини тузамиз (15.4-шакл,а):

$$N_{\varphi} = P \cdot \sin \varphi; \quad Q_{\varphi} = P \cdot \cos \varphi; \quad M_{\varphi} = P \cdot R \cdot \sin \varphi. \quad , \quad (a)$$

бу ерда, $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ бўлади.

Шундай қилиб, (а) тенгламалардан кўринадики, энг катта эгувчи момент билан бўйлама куч $\varphi = 90^0$ бўлганда ҳосил бўлади, яъни стерженнинг маҳкамланган кесимиға тўғри келади, энг катта кесувчи куч унинг эркин учигади кесимда ҳосил бўлади.

Агар эгувчи момент стержень ўқи эгрилигини оширса мусбат, акс ҳолда манфий бўлади, агар бўйлама куч чўзилишға мос келса мусбат, акс ҳолда манфий, агар кесувчи кучнинг йўналиши бўйлама кучнинг мусбат йўналишини соат стрелкаси ҳаракати бўйича 90^0 га буриш натижасида ҳосил қилинса мусбат, акс ҳолда манфий бўлади.

Бу тенгламалар, яъни (а) ифодалар ёрдамида аниқ масштаб билан ички зўриқиш: $M_{\varphi}, Q_{\varphi}, N_{\varphi}$ ларнинг эпюраларини осонгина қуриш мумкин (15.4-шакл, б, в, г).

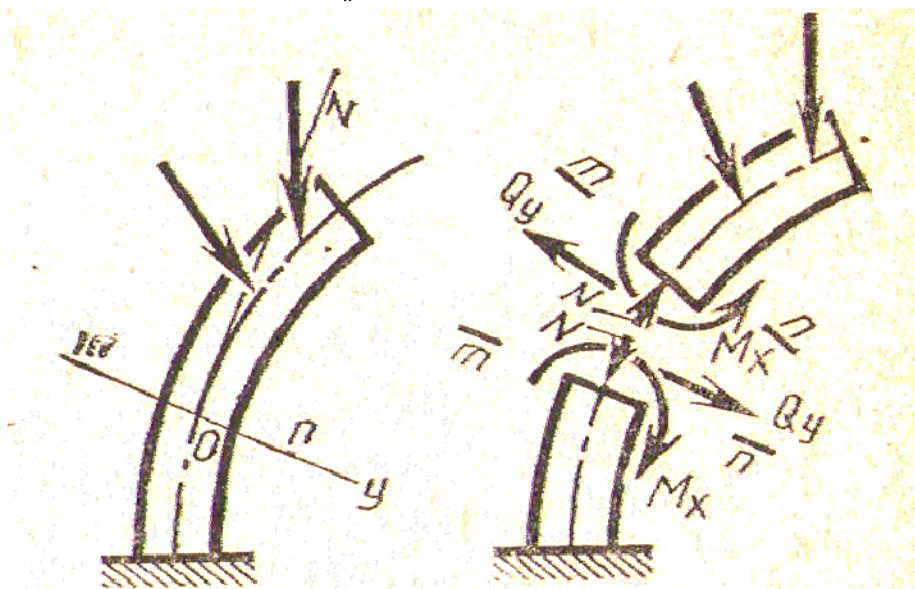
Эгри брусларни лойиҳалаш-ҳисоблаш жараёнларида жуда кўп йиллар давомида тўғри бруслар учун келтириб чиқарилган

$$\sigma_N = \frac{N}{F}, \quad \sigma_M = \frac{M_x}{J_x} y, \quad \tau_Q = \frac{QS^{ажр}}{bJ_x} \quad (6)$$

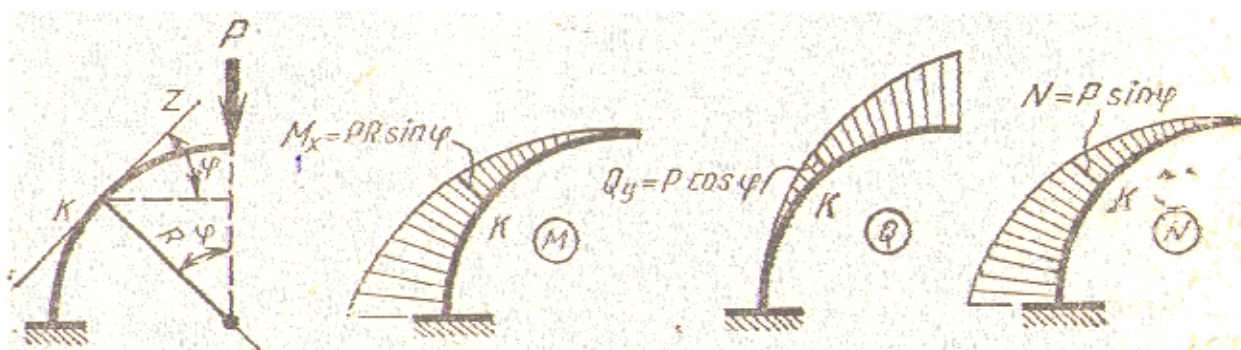
формулалардан фойдаланиб келинган.

Аммо назарий ва амалий тадқиқотлар шуни тасдиқлайдики, кўпинча $\sigma_M = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$ формула бўйича ўтказилган ҳисоблаш оқибатида ҳатто 50 фоизгача хатоликларга йўл қўйилар экан. Шу бойс эгри брусларни, айниқса мустаҳкамликка ҳисоблаш жараёнларида эгувчи моментнинг таъсирини алоҳида эътиборга олиш, аниқроғи уларнинг соф эгилишини муфассал ўрганиш зарур.

$\sigma_N = \frac{N}{F}, \quad \tau_Q = \frac{QS^{ажр}}{bJ_x}$ ифодалар етарлача аниқ натижалар беради.



15.3-шакл



15.4-шакл.

15. 2-§. СОФ ЭГИЛИШ.

Агар эгри брус 15.5-шакл, а да кўрсатилгандек, фақат жуфт куч таъсирида бўлса, унда соф эгилиш содир бўлади.

Эгри бруснинг кўндаланг кесимларида ҳосил бўлувчи нормал кучланишни аниқлашда қуйидаги чекланиш (гипотеза) лардан фойдаланамиз:

а) эгри брус эгилганда унинг деформациягача текис ва ўққа нисбатан тик бўлган кесим юзаси деформациядан кейин ҳам текис ва ўққа тиклигича қолади;

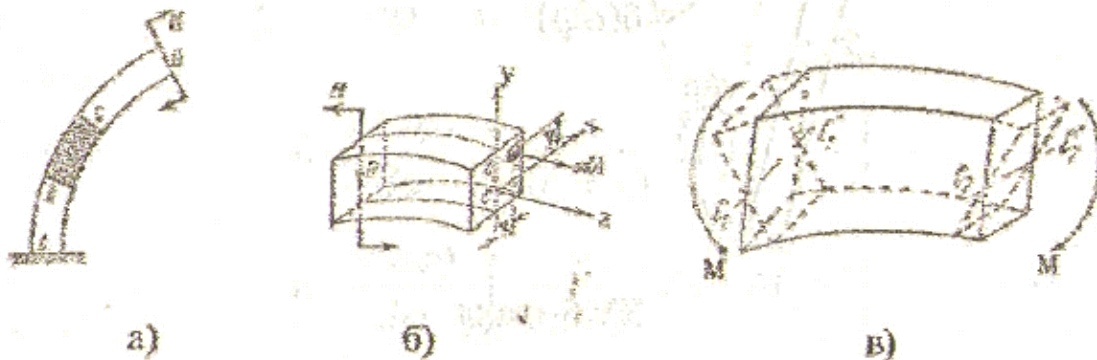
б) эгри бурус эгилганда унинг эгри чизиқли толалари бир-бирларига босим кўрсатмайди.

15.5-шакл, б да келтирилган бўлакча учун қўйидаги мувозанат тенгламаларини ёзамиз:

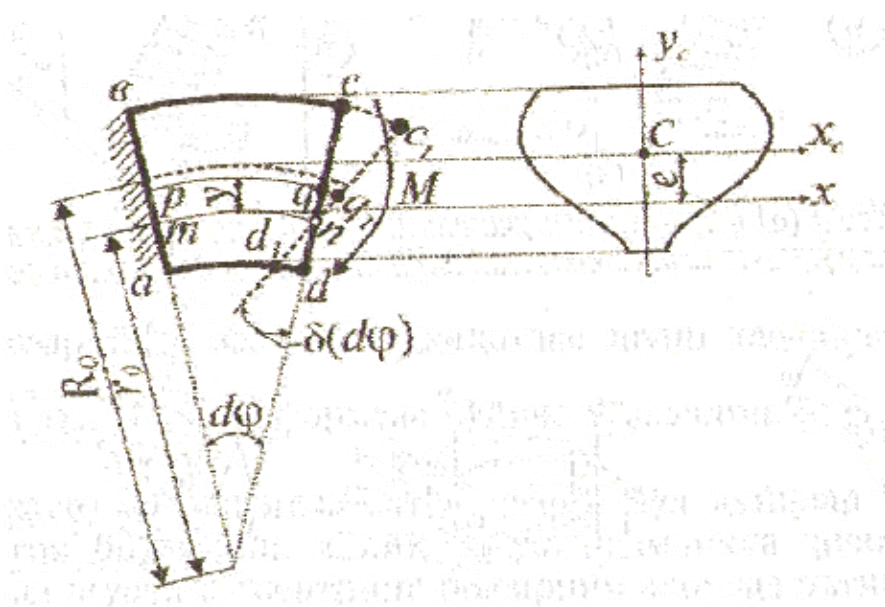
$$\left. \begin{aligned} \int_{(F)} \sigma dF &= 0 \\ \int_{(F)} \sigma y dF - M &= 0 \\ \int_{(F)} \sigma x dF &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Бу формуладаги учинчи интегралнинг нолга тенглиги кесим юзасининг y ўқиға нисбатан симметрик эканлигидан далолат беради.

Эгувчи момент таъсирида эгри брусдан ажратилган бўлакчанинг чап ва ўнг кесимлари тегишлича $C_1C'_1$ ва $D_1D'_1$ нейтрал ўқлар атрофида маълум бурчакка айланади (деформациядан кейинги ҳолда 15.5-шакл, в да ингичка чизиқ билан тасвирланган). Пировардида нейтрал ўқдан юқорида жойлашган толалар чўзилиб, пасткилари сиқилади; нейтрал қатлам устида ётган толаларнинг узунлиги эса ўзгармасдан қолади.



15.5-шакл



15.6-шакл

Соф этилишга қаршилик кўрсатаётган бирорта эгри брусдан бир-бирига чексиз яқин жойлашган иккита кўндаланг кесим ёрдамида *and* бўлакчани ажратамиз (15.6-шакл); агар бўлакчанинг чап, учини фикран маҳкамлаб, ўнг учига M эгувчи момент таъсир эттирилса, ad кесим нейтрал ўқ атрофида айланиб, c_1d_1 ҳолатни эгаллайди. Агар эгри бруснинг ўқигача бўлган эгрилик радиусини r , нейтрал қатламгача бўлган эгрилик радиусини r_0 , $mn = ds$ га тегишли марказий бурчакни эса $d\varphi$ билан белгиласак, у ҳолда $ds = r_0 d\varphi$ бўлади.

Нейтрал қатламдан y масофада жойлашган pq толанинг деформациягача бўлган узунлиги

$$pq = (r_0 + y)d\varphi$$

га тенг бўлади; эгилиш натижасида бу тола qq_1 узунликка чўзилади:

$$pq_1 = y \cdot \Delta(d\varphi)$$

У ҳолда pq толанинг нисбий чўзилиши:

$$\varepsilon = \frac{qq_1}{pq} = \frac{y \cdot \Delta(d\varphi)}{(r_0 + y)d\varphi} \quad (б)$$

б) ифодани назарда тутиб, Гук қонунини ёзамиз:

$$\sigma = E\varepsilon$$

ёки

$$\sigma = E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r_0 + y)} \quad (в)$$

ҳар бир кўндаланг кесим учун $E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi}$ ўзгармас миқдор ҳисобланади.

(в) ни навбат билан мувозанат тенгламаларга келтириб қўямиз:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(F)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r+y)} \cdot dF &= 0 \\ \int_{(F)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r+y)} \cdot ydF - M &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (B)$$

ёки

$$\left. \begin{aligned} \int_{(F)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r+y)} \cdot dF &= 0 \\ \int_{(F)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r+y)} \cdot ydF - M &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi}$ кўпайтма нолдан фарқли. Бундан

$$\left. \int_{(F)} \frac{y}{(r_0+y)} \cdot dF = 0 \right\} \quad (15.1)$$

эканлиги келиб чиқади.

Охирги муносабат нейтрал қатламни топиш шарти ҳисобланади. Иккинчи интегрални қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\left. \begin{aligned} \int_{(F)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r+y)} \cdot dF &= 0 \\ \int_{(F)} E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{y}{(r+y)} \cdot dF - M &= 0 \end{aligned} \right\}$$

ёки

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot \int_{(F)} \frac{y}{(r+y)} \cdot dF &= 0 \\ E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \int_{(F)} \frac{y^2}{(r_0+y)} \cdot dF - M &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (Г)$$

$E \cdot \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi}$ кўпайтма нолдан фарқли. Бундан

$$\int_{(F)} \frac{y}{(r_0+y)} dA = 0 \quad (15.2)$$

эканлиги келиб чиқади.

Охирги муносабат нейтрал қатламни топиш шарти ҳисобланади.

Иккинчи интегрални қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\int_{(F)} \frac{y^2}{r_0+y} dF = \int_{(F)} \frac{y^2 + r_0 y - r_0 y}{r_0+y} dF = \int_{(F)} \frac{y(r_0+y) - r_0 y}{r_0+y} dF = \int_{(F)} y dF - r_0 \int_{(F)} \frac{y}{r_0+y} dF$$

Бу ифоданинг биринчи ҳади нейтрал ўқга нисбатан олинган статик моментга, иккинчи ҳади эса (15.1) формулага биноан нолга тенг:

$$\int_{(F)} \frac{y^2}{r_0 + y} dF = S_x \quad (15.3)$$

Шундай қилиб, мувозанат тенгламасининг иккинчиси қўйидаги кўринишни эгаллайди:

$$E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} \cdot S_x - M = 0 \quad (15.4)$$

Бу ифодадан кўрамизки, $S_x \neq 0$; шунинг учун эгри брусларда нейтрал ўқ кесимнинг оғирлик марказидан ўтмайди.

Юқоридаги ифодалардан қўйидаги муносабатни ёзамиз:

$$E \frac{\Delta(d\varphi)}{d\varphi} = \frac{M}{S_0}$$

Охирги ифодани (б) га нормал кучланиш формуласини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_M = \frac{M}{S_x} \cdot \frac{y}{r_0 + y} \quad (15.5)$$

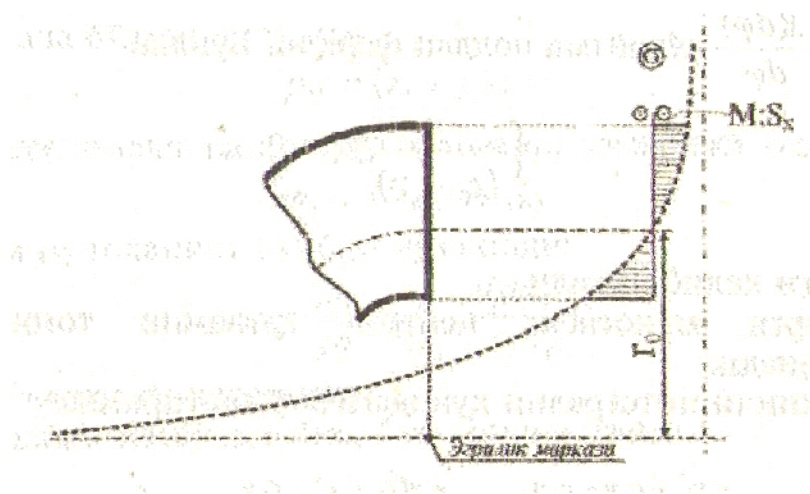
Демак, эгри бруснинг кесимидаги нормал кучланиш эпюраси гиперболаик қонуният бўйича ўзгарар экан (15.6-шакл).

Гиперболанинг асимптоталари иккита тўғри чизикдан иборат: уларнинг биринчиси кесимга тик бўлиб, бруснинг эгрилик марказидан ўтади, иккинчиси эса эпюранинг ноль чизигига параллел бўлиб, ундан $\frac{M}{S_x}$ масофа узоқликда ўтади.

$$S_x = Fe = F(R_0 - r_0),$$

бу ерда, e – кесим оғирлик марказидан нейтрал ўққача бўлган масофа;

R_0 – брус ўқининг эгрилик радиуси.



15.7-шакл

Энди соф эгилишига эгри бруснинг нейтрал ўқи ҳолатини аниқлашга ўтамыз.

Нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлаш учун (15.1) шартдан фойдаланамиз: ундаги y нинг ўрнига бошқа ўзгарувчи, яъни r ни киритамиз. Агар кўндаланг кесимдаги бирор dF юзачанинг эгрилик марказидан ўтувчи ўққача бўлган масофасини r десак (15.8-шакл), у ҳолда $y = r - r_0$ бўлади. Буни (15.1) га қўямиз:

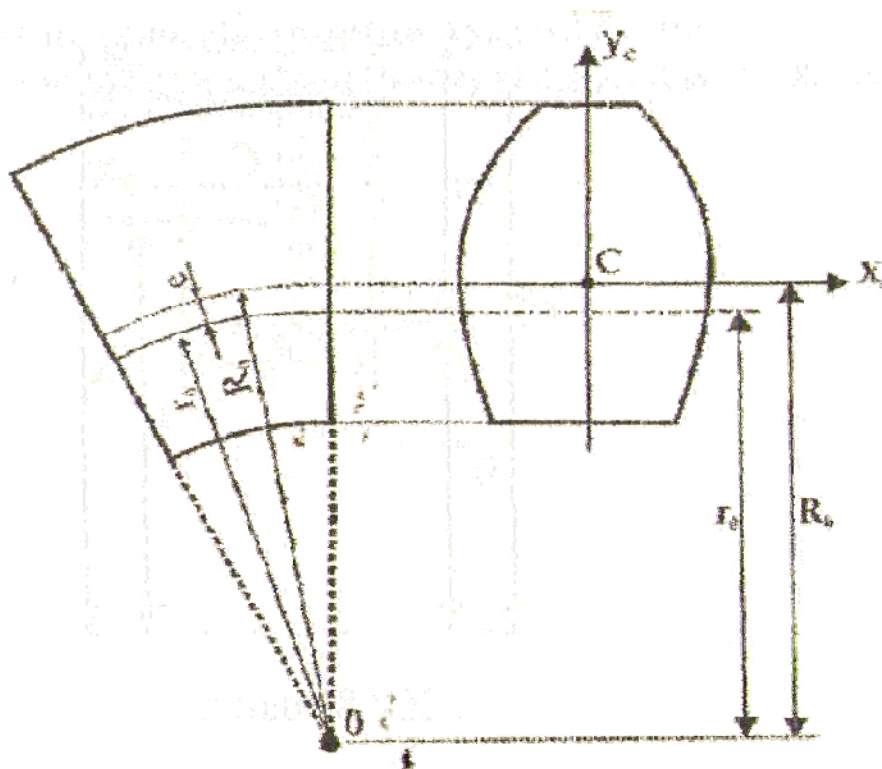
$$\int_{(F)} \frac{y^2}{r_0 + y} dF = \int_{(F)} \frac{r - r_0}{r} dF = \int_{(F)} dF - r_0 \int_{(F)} \frac{dF}{r} = \int_{(F)} dF - r_0 \int_{(F)} \frac{dF}{r} = 0$$

Натижада

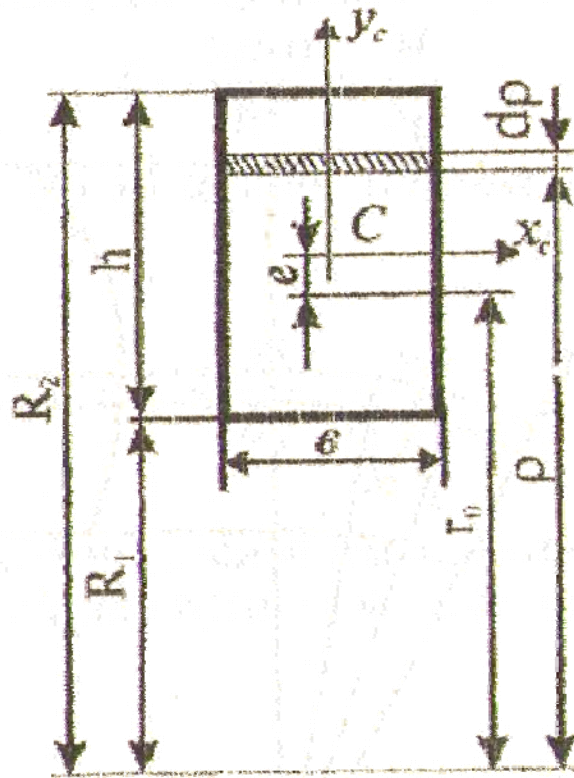
$$r_0 = \frac{F}{\int_{(F)} \frac{dF}{r}} \quad (15.6)$$

ифодага эга бўламиз.

(15.6) формула ёрдамида турли хил шаклли кесимлар учун нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқловчи радиусни топиш мумкин.



15.8-шакл.



15.9-шакл.

Хусусий ҳол. Фараз қилайлик , эгри бруснинг кесими тўғри тўртбурчакли бўлсин (15.9-шакл).

Текшириляётган ҳол учун $dF = b d\rho$ га тенг, шу сабабли

$$\int_F \frac{dF}{\rho} = b \int_{R_1}^{R_2} \frac{d\rho}{\rho} = b (\ln R_2 - \ln R_1) = b \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Демак, тўғри тўртбурчакли кесимлар учун нейтрал ўқнинг ҳолати

$$r_0 = \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (15.7)$$

формула ёрдамида аниқланади.

Эгрилик радиуси кичик бўлган текис эгри стерженлар чизиқли ва бурчакли кўчишларни умумий ҳолда, яъни M, N ва Q ларни ҳисобга олганда Мор интеграллари ёрдамида аниқлаш мумкин:

$$\delta_{iF} = \sum_s \int \frac{MM_i ds}{EJ} + \sum_s \int \frac{NN_i ds}{EA} + \sum_s \int \frac{\kappa QQ_i ds}{GA}; \quad (15.8)$$

бунда M, N ва Q - эгри бруснинг ихтиёрий кўндаланг кесимида берилган кучлар таъсирида ҳосил бўлган юқорида кўрсатилган куч факторлари;

M_i, N_i, Q_i - изланувчи кўчиш йўналишида қўйилган бирлик куч (момент) таъсирида ўша кесимда ҳосил бўлган ўхшаш куч факторлари;

K – кесим шаклига боғлиқ бўлган коэффициент (масалан, тўғри тўртбурчак учун $K=1,2$ ва доира учун $K = \frac{10}{9}$) ;

ds – ёй элементи;

s - ёй узунлиги.

N ва Q ларнинг таъсири M нинг таъсирига нисбатан кўчишнинг миқдорига жуда кам бўлгани учун, (15.8) формуланинг охириги икки ҳадини кўпчилик ҳолларда эътиборсиз қолдириш мумкин.

Текис эгри стерженларнинг кўндаланг кесимларида нормал кучланишлар билан бирга уринма кучланишлар ҳам пайдо бўлади. Эгрилиги катта бўлган стерженлардаги нормал кучланишлар тўғри стерженни эгилишга ҳисоблаш учун чиқарилган формула бўйича ҳисобланса, у йўл қўйиш мумкин бўлмаган катта хатоликни беради.

Эгувчи моментдан ҳосил бўлган нормал кучланиш қуйидаги формуладан топилади (15.10 шакл):

$$\sigma_m = \frac{M}{S} \cdot \frac{z}{r+z}, \quad (15.9)$$

бунда M – берилган кесимдаги эгувчи момент;

S – нейтрал ўққа нисбатан кўндаланг кесимнинг статик моменти;

r – нейтрал қатламнинг эгрилик радиуси;

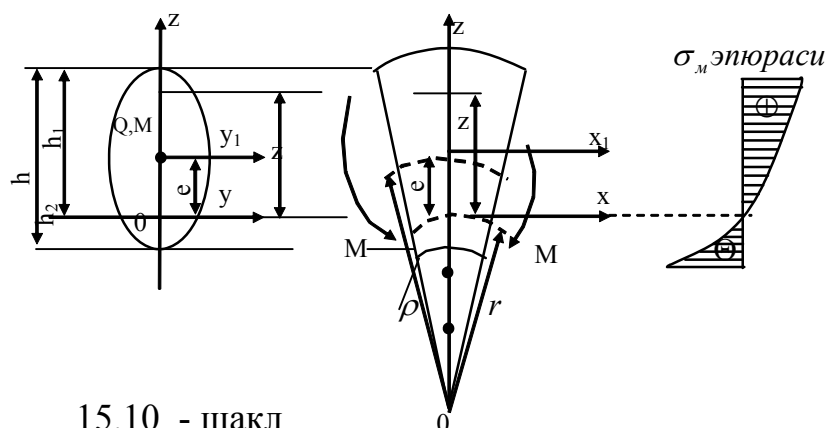
z – нейтрал ўқдан кучланиш аниқланадиган толагача бўлган масофа.

Бўйлама куч таъсиридан ҳосил бўлган нормал кучланишлар тўғри стерженнинг ўқ бўйлаб чўзилиши ва сиқилишидаги каби ҳисобланади.

$$\sigma_N = \frac{N}{A}. \quad (15.10)$$

Эгри стерженнинг эгилишда унинг кўндаланг кесимида кесувчи Q кучда ҳосил бўладиган уринма кучланиш тўғри стержендаги каби Журавский формуласидан топилади.

$$\tau = \frac{QS}{\omega J}. \quad (15.11)$$



15.10 - шакл

N ва M нинг йўналишига ҳамда эгри стерженнинг кўндаланг кесими шакли ва материалига қараб, хавфли нуқталар кўндаланг кесимнинг ички (эгрилик марказига яқинроқ) нуқталари ва шунингдек, ташқи нуқталари бўлиши мумкин ва нормал кучланишни шу нуқталар учун ҳисоблаш қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{S} \frac{h_{1,2}}{r \pm h_{1,2}} \leq [\sigma]. \quad (15.12)$$

(15.12) формулада N нинг қийматини унинг ишорасини ҳисобга олган ҳолда, M ўзининг абсолют қиймати билан, стерженнинг эгилиши қаралаётган нуқтада чўзилиш ёки сиқилишни ҳосил қилишга қараб мусбат ёки манфий ишора қўйилади. Касрнинг махражидаги мусбат ишора ташқи толаларга, манфий ишора эса ички толаларга мос келади.

Эгри стерженнинг кўндаланг кесимидаги нейтрал ўқ шу кесимнинг марказий бош ўқидан эгрилик маркази томон силжиган.

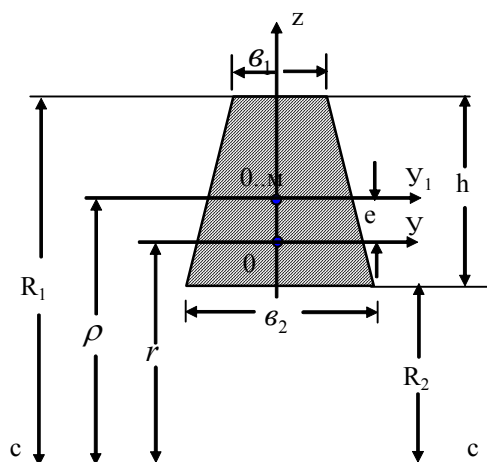
Нейтрал катламнинг эгрилик радиуси r қуйидаги ифодадан топилади:

$$\int_F \frac{z}{r + z} dF = 0. \quad (15.13)$$

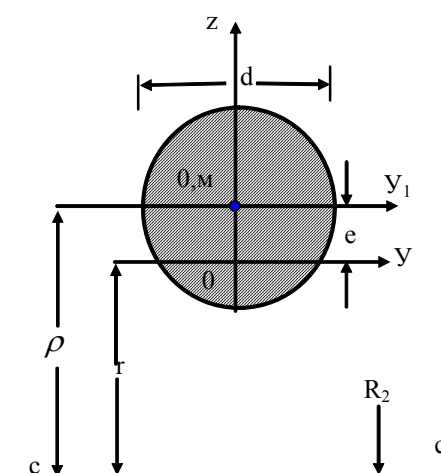
(15.13) ифодадан айрим кўндаланг кесим шакллар учун ҳосил қилинган формулаларни келтирамиз.

Трапеция учун (15.11-шакл).

$$r = \frac{h \frac{e_1 + e_2}{2}}{\left(e_1 + R_1 \frac{e_2 - e_1}{h} \right) \ln \frac{R_1}{R_2 - (e_2 - e_1)}} \quad (15.14)$$



15.11-шакл



15.12-шакл

Доира учун (15.12-шакл):

$$r = \frac{d^2}{4[2\rho - \sqrt{4\rho^2 - d^2}]} \quad (15.15)$$

Тўғри тўртбурчак учун

$$r = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \quad (15.16)$$

Бошқа шаклдаги кесимлар учун r ва $e = \rho - r$ ларнинг қийматлари справочникларда ва айрим дарсликларда келтирилган.

Тақрибий формула бўйича нейтрал ўқнинг силжиш микдорини аниқлаш мумкин:

$$e \approx \frac{J_{y_1}}{F\rho}, \quad (15.17)$$

бунда J_{y_1} кесимнинг куч текислигига тик бўлган, яъни нейтрал ўққа параллел бўлган марказий бош ўққа нисбатан инерция моменти.

Нейтрал ўқнинг силжиши доиравий ва тўғри тўртбурчак кесим учун тахминан қуйидагича бўлади:

$$e \cong \frac{d^2}{16\rho}; \quad e \cong \frac{\frac{\rho h^3}{12}}{\rho h \rho} = \frac{h^2}{12\rho}.$$

Бу тахминий формулалар эгрилиги ўртача бўлган бруслар учун, яъни $\frac{h}{\rho} < 0,5$ бўлган ҳол учун яхши натижалар беради.

Масалалар ечишда қуйидаги жадвалдан фойдаланамиз.

Эгри стерженларни ҳисоблашда тез-тез учраб турадиган интегралларнинг жадвали:

1- жадвал

Т/р	Интеграл тури	Ораликдаги қийматлар			
		$0 - \alpha$	$0 - \frac{\pi}{4}$	$0 - \frac{\pi}{2}$	$0 - \pi$
1	2	3	4	5	6
1.	$\int \sin \varphi d\varphi$	$1 - \cos \alpha$	0,293	1	2
2.	$\int \cos \varphi d\varphi$	$\sin \alpha$	0,707	1	0
3.	$\int \sin^2 \varphi d\varphi$	$-\frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{\alpha}{2}$	0,143	0,785	1,571
4.	$\int \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{\alpha}{2}$	0,643	0,785	1,571
5.	$\int \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\sin^3 \alpha / 3$	0,118	0,333	0
6.	$\int \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi$	$(1 - \cos^3 \alpha) \cdot 3$	0,216	0,333	0,667
7.	$\int \sin 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\alpha}{2}$	0,5	1	0
8.	$\int \cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{2} \sin 2\alpha$	0,5	0	0
9.	$\int \sin \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\sin^2 \alpha / 2$	0,25	0,5	0
10.	$\int \varphi \sin \varphi d\varphi$	$\sin \alpha - \alpha \cos \alpha$	0,152	1	3,141
11.	$\int \varphi \cos \varphi d\varphi$	$\cos \alpha + \alpha \cos \alpha - 1$	0,262	0,571	-2
12.	$\int \varphi \sin^2 \varphi d\varphi$	$-\frac{1}{4}(\alpha^2 - \alpha \sin 2\alpha) - \frac{1}{8}(\cos 2\alpha - 1)$	0,933	0,868	2,47
13.	$\int \varphi \cos^2 \varphi d\varphi$	$\frac{1}{4}(\alpha^2 + \alpha \sin 2\alpha) + \frac{1}{8}(\cos 2\alpha - 1)$	0,226	0,368	2,47
14.	$\int \varphi \sin 2\varphi d\varphi$	$(\sin^2 \alpha / 4) - (\alpha \cos 2\alpha / 2)$	0,25	0,785	-1,571
15.	$\int \varphi \cos 2\varphi d\varphi$	$\frac{1}{4} \cos 2\alpha - 1) + (\alpha \sin 2\alpha / 2)$	0,143	-0,5	0

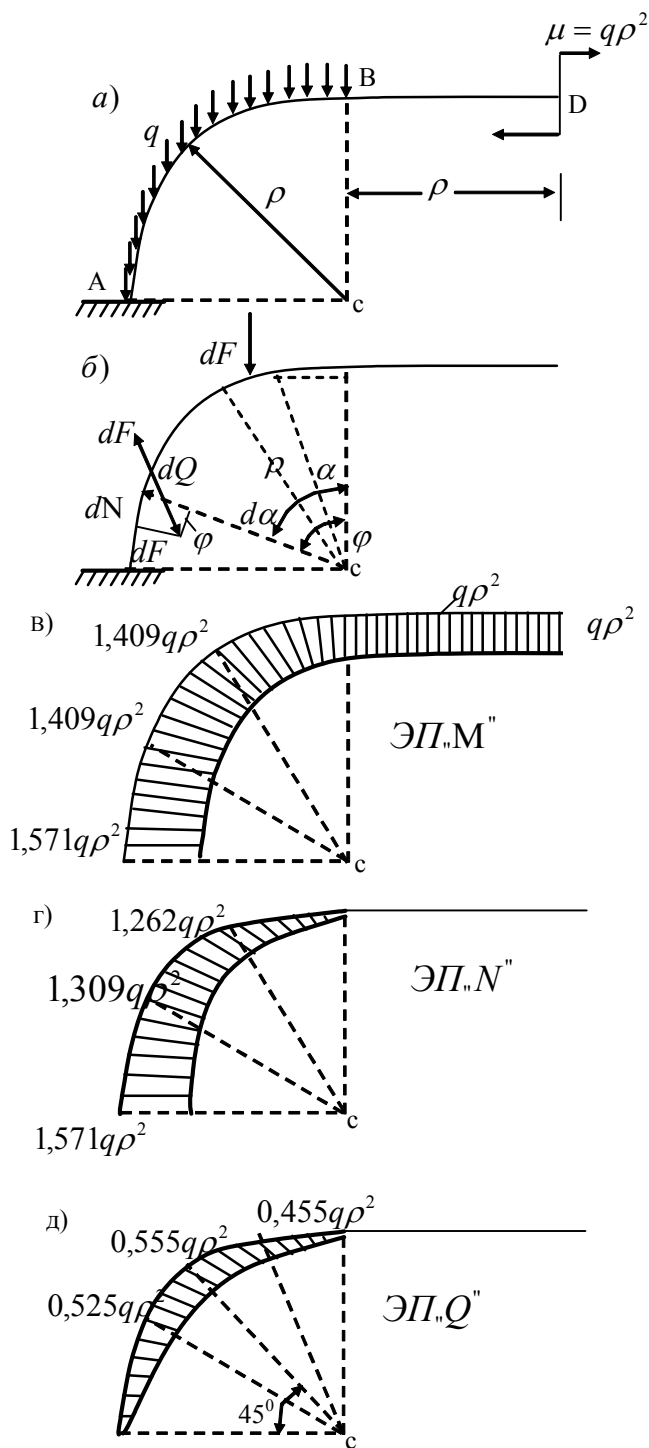
- Жадвал Е.Н.Тихомировнинг “Курс сопротивления материалов”, ОНТИ 1934 дарслигидан олинган.

МИСОЛЛАР.

15.1-мисол.

15.13-шакл, а) да кўрсатилган стержень учун M, N ва Q эпюралар қурилсин.

Ечиш: Шаклдан кўринадики M момент таъсиридан N ва Q лар ҳосил бўлмайди, у фақат M эпюрасигагина таъсир кўрсатади. Шу



15.13-шакл

сабабли q куч таъсирида стерженнинг АВ участкасининг кўндаланг кесимида қандай куч факторлари ҳосил бўлишини қараймиз. Ҳолати вертикалдан бошлаб φ бурчак билан ҳисобланадиган ихтиёрий кўндаланг кесимда элементар тўпланган куч $dF = qds = q\rho d\alpha$ таъсиридан ҳосил бўладиган куч факторлари қуйидагича топилади.

$$dM(q) = dF\rho(\sin \varphi - \sin \alpha) = q\rho^2(\sin \varphi - \sin \alpha)d\alpha;$$

$$dN = -dF \sin \varphi = -q\rho \sin \varphi d\alpha;$$

$$dQ = dF \cos \varphi = q\rho \cos \varphi d\alpha.$$

булардан

$$M_{(q)} = q\rho^2 \int_0^\varphi (\sin \varphi - \sin \alpha) d\alpha = q\rho^2 (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1);$$

$$N = -q\rho \sin \varphi \int_0^\varphi d\alpha = -q\rho \varphi \sin \varphi;$$

$$Q = q\rho \cos \varphi \int_0^\varphi d\alpha = q\rho \varphi \cos \varphi;$$

BD участкада эгувчи момент ўзгармас бўлади :

AB участкада эгувчи момент учун ифодани куч таъсирини қўшиш принципига мувофиқ топамиз:

$$M = \mu + M(q) = q\rho^2 (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi)$$

$\varphi = 0, \varphi = \frac{\pi}{6}, \varphi = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ қийматларда M, N, Q ларни ҳисоблаймиз.

$$M_{\varphi=0} = \mu = q\rho^2;$$

$$M_{\varphi=\frac{\pi}{6}} = q\rho^2 \left(\frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \right) = 1,128 q\rho^2;$$

$$M_{\varphi=\frac{\pi}{3}} = q\rho^2 \left(\frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} \right) = 1,409 H q\rho^2;$$

$$M_{\varphi=\frac{\pi}{2}} = q\rho^2 \left(\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \right) = 1,511 q\rho^2;$$

$$N_{\varphi=0} = 0;$$

$$N_{\varphi=\frac{\pi}{6}} = -q\rho^2 \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} = -0,262 q\rho^2;$$

$$N_{\varphi=\frac{\pi}{6}} = -q\rho^2 \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} = -0,909 q\rho^2;$$

$$N_{\varphi=\frac{\pi}{6}} = -q\rho^2 \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2} = -1,571 q\rho^2;$$

$$Q_{\varphi=0} = 0;$$

$$Q_{\varphi=\frac{\pi}{6}} = -q\rho \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} = 0,455 q\rho^2;$$

$$Q_{\varphi=\frac{\pi}{4}} = -q\rho \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = 0,555 q\rho;$$

$$Q_{\varphi=\frac{\pi}{4}} = q\rho \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

Топилган қийматлардан фойдаланиб M, N, Q эпюраларини қурамиз (15.13-шакл, в, г, д.).

15.2-мисол.

$P = 150 \text{ кН}$ кўтарувчи илмоқнинг хавфли кўндаланг кесимидаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар топилсин (15.14-шакл, а)

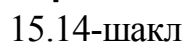
Ечиш: Эгувчи момент $M = P \cdot \rho$ ва бўйлама куч $N = P$ энг катта қийматга эга бўлгани учун $A-A$ кесим хавфли бўлади. Кесимнинг хавфли нуқталаридаги кучланишларни қуйидаги формуладан аниқлаймиз.

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{S} \frac{h_{1,2}}{r \pm h_{1,2}} \quad \text{ёки} \quad \sigma_{1,2} = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{S} \frac{h_{1,2}}{R_{1,2}}.$$

Кўндаланг кесимни иккита учбурчакка ажратиб, унинг оғирлик маркази ҳолатини аниқлаймиз.

$$z_c = \frac{S_{y_0}}{F} = \frac{\frac{h\vartheta_2}{2} \cdot \frac{h}{3} + \frac{h\vartheta_1}{2} \cdot \frac{2h}{3}}{\frac{h\vartheta_2}{2} + \frac{h\vartheta_1}{2}} = \frac{h(2\vartheta_1 + \vartheta_2)}{3(\vartheta_1 + \vartheta_2)} = \frac{16(2 \cdot 6 + 12)}{3(6 + 12)} = 7,11 \text{ см}$$

Нейтрал қатламнинг эгрилик радиусини топамиз.



$$r = \frac{16 \frac{6+12}{2}}{\left(6 + 28 \frac{12-6}{16}\right) \ln \frac{28}{12} - (12-6)} = 18.1 \text{ см}$$

σ_1 ва σ_2 кучланишларни топишда керак бўладиган қийматларни топамиз:

$$\rho = R_2 + Z_c = 12 + 7,11 = 19,11 \text{ см}; \quad e = \rho - r = 19,11 - 18,1 = 1,01 \text{ см};$$

$$F = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} h = \frac{6+12}{2} \cdot 16 = 144 \text{ см}; \quad S = F \cdot e = 144 \cdot 1,01 = 145,44 \text{ см}^3$$

$$h_1 = h - (z_c - e) = 16 - (7,11 - 1,01) = 9,9 \text{ см}; \quad h_2 = z_c - e = 7,11 - 1,01 = 6,1 \text{ см}.$$

Кучланишларни аниқлаймиз:

$$\sigma_1 = \frac{16000}{144} + \frac{16000 \cdot 19,11 \cdot 6,1}{145,44 \cdot 12} = 1179,8 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_2 = \frac{16000}{144} - \frac{16000 \cdot 19,11 \cdot 9,9}{145,44 \cdot 28} = 632,2 \text{ кг/см}^2.$$

Топилган қийматлардан фойдаланиб, курилган кучланиш эпюраси 15.14-шакл, в) да кўрсатилган.

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

15.1. Пўлатдан ясалган стерженнинг В кесимининг вертикал, горизонтал ва тўла кўчишлари аниқлансин.

Жавоби : $\delta_B^{vert} = \frac{\pi}{4} \frac{P \rho^3}{EJ} \approx 0,4 \text{ см}$

$$\delta_B^{гор} = \frac{P \rho^3}{2EJ} = 0,25 \text{ см.} \quad \delta_B^{тўла} = 0,472 \text{ см.}$$

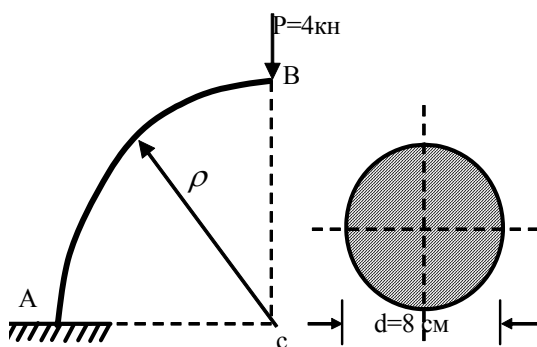
15.2. Шаклда кўрсатилган эгри стержень учун эгувчи момент, бўйлама ва кесувчи кучлар эпюралари курилсин.

Жавоби:

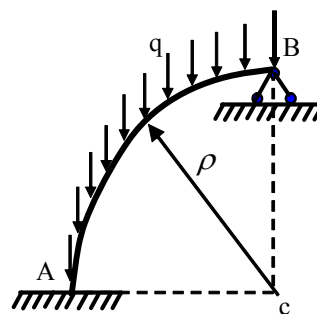
$$|M_{max}| = 0,125 q \rho^2;$$

$$|N_{max}| = |N_A| = 0,5 q \rho;$$

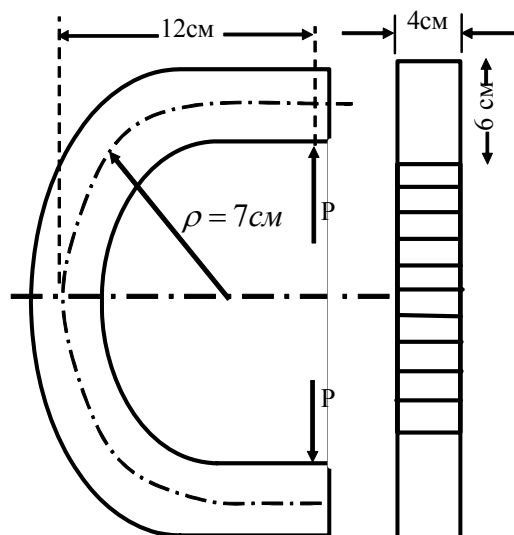
$$|Q_{max}| = |Q_B| = 0,5 q \rho.$$



15.1-мисол



15.2-мисол учун



15.3-мисол

15.3. Эни 6 см, қалинлиги 4 см бўлган тўғри тўртбурчак кесимли стеженни эгиб, у ўртача радиуси 7 см ли тақасимон шаклга келтирилган. Стерженнинг ўртасидаги кесимнинг марказидан 12 см масофага бир-бирига қарама-қарши йўналган 10 кН га тенг иккита куч қўйилган ; бу кучлар қайрилган стерженни тўғрилашга интилади. Ўртадаги кесимнинг энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишларни топиб, шу кесим учун нормал кучланишнинг эпюраси қурилсин.

Жавоби: $750 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}; -340 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2} (r = 6,55 \text{ см}).$

15.4. Тўғри тўртбурчак кесимли илмоқ кўтара оладиган юк миқдори топилсин. Илмоқнинг қалинлиги 7,5 см, ичкари томондаги толалар радиуси 15 см, ташқари толалар радиуси 25 см. Ичкаридаги толалар қаватидан 7,5 см узоқликда кучнинг таъсир чизиғи ўтади.

Рухсат этилган кучланиш $700 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}$ га тенг.

Жавоби: $52 \text{ кН} (r = 19,577 \text{ см}).$

15.5. Диаметри 8 см бўлган доиравий кесимли стержендан ясалган халқанинг ички диаметри 12 см. Халқа $F = 20 \text{ кН}$ куч билан сиқилади, А ва В нуқталардаги кучланишлар топилсин.

Жавоби: $260 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}; -607 \frac{\text{кГ}}{\text{см}} (r = 9.81 \text{ см})$

15.6. Шаклда кўрсатилган эгри стерженнинг А нуқтаси Р куч таъсиридан горизонтал йўналишда кўчадими, агар кўчса қанчага кўчади?

Жавоби: $\Delta_{\text{зар}} = \frac{P \rho^3}{2 E J} - \frac{P \rho}{2 E F}$ чапга қараб кўчади.

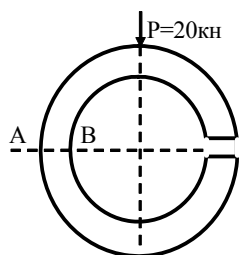
15.7. Шаклда кўрсатилган эгри стерженнинг В таянч реакцияси аниқлансин. В нуқтанинг горизонтал кўчиши топилсин (бўйлама куч таъсири ҳисобга олинмасин).

Жавоби : $X_B = 0,9 \frac{M}{\rho}; \Delta_{\text{зар}} = 0,042 \frac{M \cdot \rho^2}{E J}.$

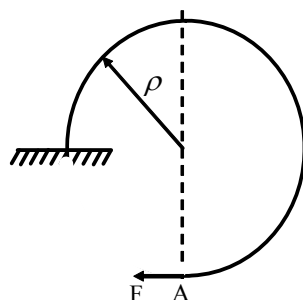
15.8. Шаклда кўрсатилган АВС стерженнинг хавфли кўндаланг кесимидаги энг катта ва энг кичик нормал кучланишларнинг қиймати аниқлансин.

Жавоби: $\sigma_{\text{max}} = 1246 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}; \sigma_{\text{min}} = -1284 \frac{\text{кГ}}{\text{см}^2}.$

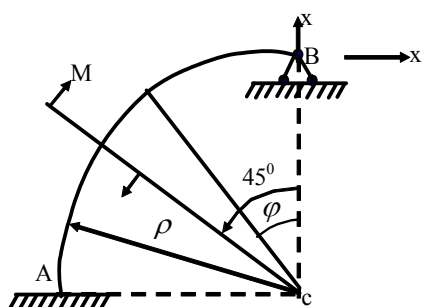
P



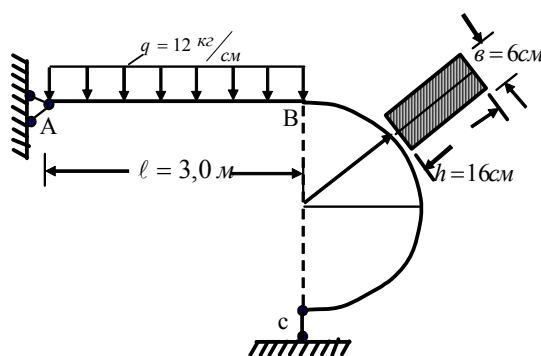
15.5-мисол учун



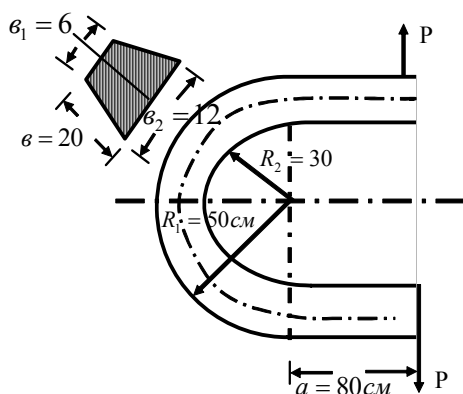
15.6-мисол учун



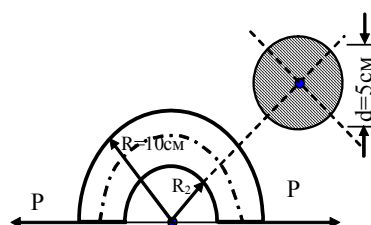
15.7-мисол учун



15.8 -мисол учун



15.9-мисол учун



15.10-мисол учун

15.9. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 12 \frac{\text{кз}}{\text{см}^2}$ бўлганда, шаклда кўрсатилган зирак шаклидаги деталь учун P кучнинг рухсат этилган қиймати топилсин.

Жавоби: $[P] = 82 \text{ кН}$

15.10. Рухсат этилган кучланишлар $[\sigma_t] = 600 \frac{\text{кз}}{\text{см}^2}$, $[\sigma_c] = 1800 \frac{\text{кз}}{\text{см}^2}$ бўлганда, ярим халқа шаклига эга бўлган чўяндан ясалган стерженнинг мустаҳкамлиги текширилсин.

Жавоби: $\sigma_{\max} = 564 \frac{\text{кз}}{\text{см}^2}$; $\sigma_{\min} = -285 \frac{\text{кз}}{\text{см}^2}$

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Амалда кўп учрайдиган эгри брусларга мисол келтиринг ва уларнинг кўндаланг кесимларида қандай ички зўриқиш кучлари ҳосил бўлишини тушинтиринг.
2. Эгри брусларни ҳисоблашдаги чекланишларни санаб беринг.
3. Эгри брусларнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган нормал кучланишлар қандай аниқланади.
4. Эгри бруснинг соф эгилиши қандай бўлади.
5. Нейтрал ўқнинг ҳолати қандай аниқланади.

ХҮҮ – Б О Б
СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ УСТИВОРЛИГИ.
(БЎЙЛАМА ЭГИЛИШ)
16.1 § АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Курсимизнинг юқоридаги бобларида машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган кучланиш ва деформацияларни аниқлашни, ҳамда материалнинг мустаҳкамлигини текширишни кўриб чиқдик. Мухандислик иншоотларини лойиҳалашда уларнинг ишлаши ҳақида тўла тасаввур ҳосил қилиш учун фақатгина мустаҳкамликка текшириш кифоя қилмайди, балки бу муаммо қаторида устиворлик деб аталувчи муаммо ҳам бордир. Мухандислик иншоотларини лойиҳалашда кичик таъсирлар жисмни ҳисобланган ҳолатдан кичик, миқдорга оғдирса, жисмнинг бу ҳолати устивор бўлади, аксинча, бу таъсирдан жисм ҳисобланган ҳолатидан катта миқдорга оғса, у ноустивор ҳисобланади.

Абсолют қаттиқ жисмларнинг мувозанат ҳолати уч хил, яъни устивор, бефарқ ва ноустивор бўлиши қаттиқ жисмлар механикасидан маълумдир.

Масалан, 16.1-шаклда кўрсатилган шарнинг а) - мувозанат ҳолати устивор, б) - мувозанат ҳолати бефарқ ва в) – мувозанат ҳолати эса ноустивордир. Биринчи ҳолда шарни озгина кўзғатсак, у ўз ҳолатига тез қайтиб келади. Иккинчи ҳолда шарни текисликнинг қайси жойига қўйсак ҳам у шу жойда қолаверади. Ниҳоят, учинчи ҳолда шарни озгина кўзғатсак у пастга думалаб кетади. Биринчи ҳолда шарнинг дастлабки ва кейинги ҳолати бир-биридан жуда кам, учинчи ҳолда эса кескин фарқ қилади.

Худди шундай мисолларни деформацияланувчи жисмлар соҳасида ҳам учратиш мумкин. Кўндаланг кесимининг марказига сиқувчи P куч қўйилган тўғри чизиқли ва ингичка стержень берилган



16.1-шакл.

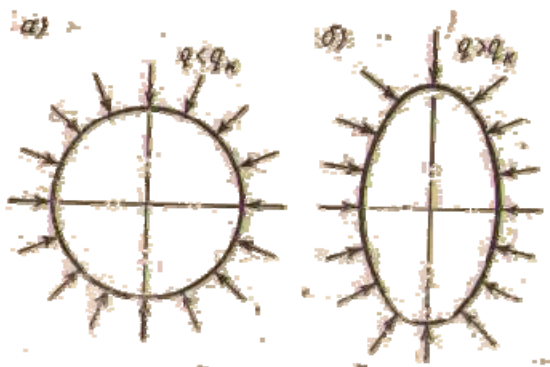
бўлсин. P куч ҳали етарли даражада кичик қийматда бўлганда, стерженни кўндаланг куч билан туртсак у ўзининг тўғри чизиқли мувозанат ҳолатига қайтади (16.1-шакл, г). Агар P кучнинг қиймати аста-секин ошира борсак, стерженнинг кўндаланг туртки натижасида ҳосил бўлган тебранишидан ўзининг аввалги тўғри чизиқли мувозанат ҳолатига қайтиши қийинлаша боради. Аммо стерженнинг тўғри чизиқли мувозанат ҳолати ҳалиям устиворлигича қолаверади. Агар сиқувчи кучни яна аста-секин ошириб борсак, унинг шундай бир қийматида кўндаланг куч билан туртилганда, стержень ўзининг аввалги тўғри чизиқли мувозанат ҳолатига қайтмасдан, эгилганича қолади (16.1-шакл, д). Сиқувчи кучнинг бу вақтга тўғри келган қиймати критик қиймат ёки критик куч дейилади ва P_k билан белгиланади. Сиқувчи куч критик қийматга эришганда стерженнинг тўғри чизиқли мувозанат ҳолати устивор бўлиб, бундай ҳолат бефарқ ҳолат деб аталади, натижада стержень ташқи сабабсиз ўз-ўзидан эгилади.

Сиқилган стерженларнинг тўғри чизиқли мувозанат ҳолатидаги устиворлигини йўқотиши туфайли содир бўлган эгилишга бўйлама эгилиш дейилади, чунки бу ҳолда стержень кўндаланг куч эмас, бўйлама куч таъсиридан эгилади.

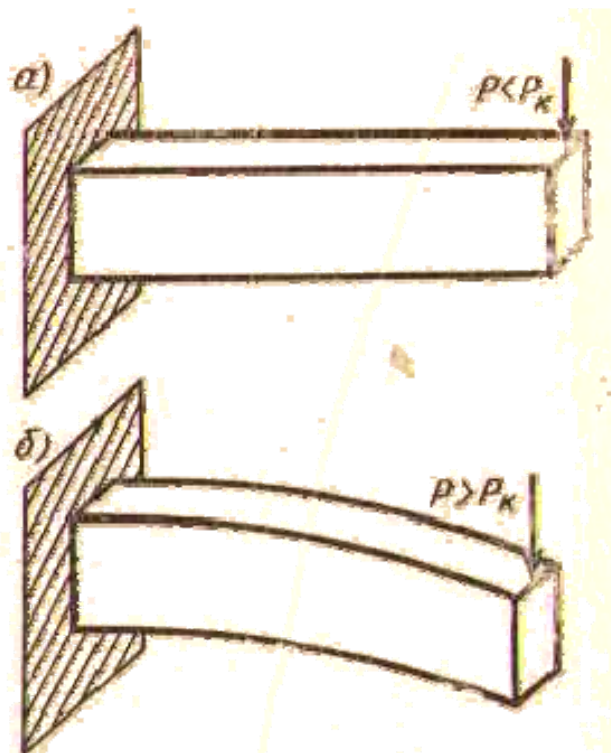
Бу мисолдан кўринадики, сиқувчи куч критик қийматга етмаганда стержень фақат марказий сиқилишга ва критик қийматдан ошгандан кейин стержень сиқилиш билан эгилишга қаршилик кўрсатар экан.

Агар сиқувчи куч салгина критик қийматидан ошса стерженнинг эгилиши ўсишда давом этиб, охири емирилади (16.1-шакл, е) ва шу нуқтаи назардан критик куч емирувчи сифатида ҳам олинади. Бунга ўхшаш мисолларни конструкциянинг бошқа хилдаги элементларида ҳам учратиш мумкин. Масалан, гидростатик босим таъсирида сиқилган халқа $q < q_k$ бўлганда фақат марказий сиқилишга қаршилик кўрсатади (16.2-шакл, а), агар босим $q > q_k$ бўлса, у сиқилиш билан эгилишга қаршилик кўрсатиб устиворлигини йўқотади ва 16.2-шакл, б да кўрсатилгандек кўринишни олиши мумкин.

16.3-шаклда кўрсатилган консоль куч $P < P_k$ бўлганда текис эгилишга, $P > P_k$ бўлганда эса эгилиш билан буралишга қаршилик кўрсатади ва устиворлигини йўқотади.



16.2-шакл.



16.3-шакл.

Юқоридаги мисоллардан кўринадик, конструкция элементларини устиворликка ҳисоблаганда, ташқи куч критик қийматга етганда, улар деформациясининг характери сифат жиҳатидан ўзгаради. Шундай қилиб, конструкция элементларини устиворликка ҳисоблашдан мақсад, унинг олдинги устивор шаклини сақланишини таъминлашдан иборат экан.

Сиқилган тўғри чизиqli стерженлар ишлаш жараёнида хавф-хатарсиз ишлаши учун критик куч рухсат этиган кучдан анчагина катта олиниши керак :

$$P_k = n_y [P], \quad (16.1)$$

бу ерда n_y -устиворлик учун эҳтиёт коэффициенти.

Устиворлик масалаларини ҳал қилишда дуч келадиган бир қанча ноқулайликларни ҳисобга олган ҳолда, мустаҳкамлик учун қабул қилган эҳтиёт коэффициентиға нисбатан, устиворлик учун қабул қилинадиган эҳтиёт коэффициенти каттароқ олинадик.

Мухандислик иншоотларини лойиҳалаш санъати ривожланиши тарихида уларни устиворликка ҳисоблашда қўйилган хатолар кўпгина хавф-хатарларға олиб келмоқда. Масалан, АҚШда Квебекдан 14 км узоқликдаги Шимолий Лаврентия дарёсига 1907 йилда қурилатган кўприк иш вақтининг тугашиға оз вақт қолганда ағдарилиб тушган. Кўприк консол системали бўлиб бош пролётини 549

м га тенг, унда ишлаётган барча ишчи ва техниклар ҳалок бўлган ва 9000 тоннали металл конструкция бутунлай ишдан чиқиб, унинг кўпгина қисми сувга 40 м чуқурликка ғарқ бўлган.

1916 йили, яъни орадан 9 йил ўтиб, яна шу жойда ўша схема бўйича янги Квебек кўпригини қуриш ниҳоясига етказилган, аммо иккинчи марта ҳам кўприк ҳалокатга учраган, бу сафар осма пролётни сувга ағдарилиб тушган ва чўкиб кетган. Иккала ҳолда ҳам ҳалокатга сиқилган йиғма стерженнинг устиворликка нотўғри ҳисобланганлиги сабаб бўлиб, у вақтларда сиқилган стерженларни ҳисоблаш назарияси мукамал ишлаб чиқилмаганлигидан лойиҳачиларнинг гуноҳини енгиллаштирувчи сабаблардан бири эди.

Сиқилган стерженларни устиворликка мумкин қадар пухта ҳисоблаш зарур ва муҳимлигини кўрсатувчи сабоқ, 1891 йилда Швейцариянинг Менхенштейн қишлоғида бўлган ҳалокатли ҳодисасидир. 42 м узунликдаги 12 вагондан иборат бўлган пассажир поезда кўприкдан ўтиш вақтида ҳалокатга учраган бунинг асосий сабаби ферманинг сиқилган тирговучларидан бири устиворлигини йўқотганлиги бўлиб, бутун кўприкнинг бузилишига олиб келган.

Демак, бўйлама эгилиш хавфли экан, шунинг учун унинг ҳосил бўлишига йўл қўйиб бўлмайди. Сиқилган стерженларнинг кўндаланг кесим юзалари ўлчамларини мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб ҳисобламасдан, сиқувчи кучланишнинг критик кучланишдан кичик бўлиши шартидан фойдаланиб ҳисоблаш тўғридир.

16.2-§ СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЬ УЧУН КРИТИК КУЧНИ АНИҚЛАШ. ЭЙЛЕР ФОРМУЛАСИ.

Фараз қилайлик, критик қийматидан озгина ошган марказий қўйилган сиқувчи P_k куч таъсиридан икки учи билан шарнирлар ёрдамида маҳкамланган стержень озгина эгилган бўлсин (16.4-шакл).

Критик кучни аниқлаш учун стержень эгилган ўқининг дифференциал тенгламасидан фойдаланамиз :

$$EI_{\min} v''(z) = \pm M(z) , \quad (16.2)$$

бу ерда $I_{\min}$ –стержень кўндаланг кесим юзасининг кичик инерция моменти.

Сиқилган стерженларни устиворликка ҳисоблашда унинг ($EI_{\min}$) энг кичик бикрлиги олинади, чунки бўйлама эгилишда стерженлар ҳамма вақт кичик бикрлик текислигида эгилади.



16.4-шакл.

Қабул қилинган координаталар системасига асосан (16.2) формуланинг ўнг томонига минус ишорасини олиш керак. Умуман, олганда ҳамма вақт ҳам салқилик ишораси иккинчи даражали ҳосиланинг ишорасига тескари бўлади, яъни эгувчи момент $M(z)$ нинг ишораси d^2v/dz^2 ишорасига v нинг ҳар қандай йўналишида ҳам тескари бўлади.

Эгувчи моментнинг абсолют қиймати қуйидагича бўлади.

$$|M(z)| = |P \cdot v(z)| \quad (16.3).$$

(16.3) формуладан эгувчи момент қийматини (16.2) формулага қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$EI_{\min} v'' = -P \cdot v, \quad (16.4)$$

ёки

$$v'' + \frac{P}{EI_{\min}} v = 0. \quad (16.5)$$

(16.5) тенгламага қуйидаги белгилашни

$$k^2 = \frac{P}{EI_{\min}}, \quad (16.6)$$

киритиб, уни қуйидаги кўринишда ёзамиз :

$$v'' + k^2 v = 0 \quad (16.7)$$

Биз бир жинсли чизиқли дифференциал тенгламани ҳосил қилдик, унинг умумий интегрални бизга маълум бўлган қуйидаги ифода билан аниқланади :

$$v = C \sin kz + D \cos kz \quad (16.8)$$

Ихтиёрий ўзгармаслар C ва D ларнинг қийматлари стержень учларининг маҳкамланиш шартлари (чегара) дан фойдаланиб аниқланади :

$$v(z)|_{z=0} = 0, \quad v(z)|_{z=\ell} = 0.$$

Чегара шартларининг биринчисидан $D = 0$ бўлиб

$$v(z) = C \sin kz \quad (16.9)$$

ҳосил бўлади.

Иккинчи чегара шартдан қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$C \sin k \ell = 0 \quad (16.10)$$

Бу тенгламада икки ҳол бўлиши мумкин. $C = 0$ ёки $\sin k \ell = 0$. Агар $C = 0$ бўлса (16.9) ифодага асосан $v(z) \equiv 0$ бўлиб, стерженнинг тўғри чизиқли мувозанат ҳолига тўғри келиб, масаланинг қўйилишига зид бўлади. Шунинг учун $C \neq 0$ бўлмай, стерженнинг эгилган шаклининг мувозанатига тўғри келган ҳол қуйидагича ифодаланади :

$$\sin k \ell = 0 \quad (16.11)$$

Бу тенглама $k \ell$ учун қуйидаги чексиз кўп илдизларни беради :

$$k \ell = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi \quad \text{бундан} \quad k = \frac{n\pi}{\ell}; \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (16.12)$$

(16.12) формулани эътиборга олиб, (16.6) формуладан критик куч қиймати қуйидагича ёзилади :

$$P = EI_{\min} k^2 = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{\ell^2} \quad (16.13)$$

Бу формуладан кўринадики, стерженни эгилган ҳолатида мувозанатини сақлаб турувчи куч назарий жиҳатидан бир неча қийматга эга бўлар экан. Аммо бўйлама эгилишни ҳосил қилувчи марказий сиқилувчи кучнинг минимал қийматини аниқлаш амалий жиҳатидан муҳим аҳамиятга эга бўлади. Шунинг учун сиқувчи кучнинг $n=1$ бўлгандаги қийматини олиш зарурдир. Стерженнинг эгилган ҳолдаги мувозанатини таъмин этувчи сиқувчи кучнинг энг кичик қиймати қуйидагича бўлади :

$$P_k = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2} \quad (16.14)$$

Бу формулани 1744 йилда Питербург Фанлар Академиясининг аъзоси Леонард Эйлер биринчи бўлиб топганлиги учун, у Эйлер формуласи, бу формула бўйича топилган кучни эса Эйлер кучи деб аталади.

Энди (16.12) формуладан k нинг қийматини (16.9) формулага қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\nu(z) = C \sin \frac{n\pi}{\ell} z \quad (16.15)$$

Бу ифодадаги $\sin(n\pi z/\ell) = 1$ бўлганда салқилик энг катта қийматга эришади ($z_{\max} = a$). Унда $\nu(x) = \nu_{\max} = a = C$ бўлади. Бинобарин, сиқилган стержень эластик чизиги тенгламаси қуйидагича ёзилади :

$$\nu = a \sin \frac{n\pi}{\ell} z \quad (16.16)$$

ν қаерда энг катта қийматга эришишини билиш учун салқиликдан x абсцисса бўйича бир марта ҳосила олиб, уни нолга тенглаштирамиз :

$$\frac{d\nu}{dx} = a \frac{n\pi}{\ell} \cos \frac{n\pi}{\ell} z = 0, \quad \text{ёки} \quad \cos \frac{n\pi}{\ell} z = 0.$$

Бунда косинуснинг нолга тенг бўладиган аргументлари ичида энг кичиги $\pi/2$ бўлади, демак $n\pi z/\ell = \pi/2$ бундан

$$z = \ell/2n \quad (16.17)$$

бўлади.

Агар $n=1$ бўлса, $z = \ell/2$ бўлади ва энг катта салқилик стерженнинг ўртасига тўғри келади (16.5-шакл). Демак, C эгилган стерженнинг ўртасига тўғри келадиган максимал салқиликдан иборат бўлар экан.



Эйлер Леонард (1707-1783), Петербург фанлар академиясининг академиги. Буюк математик, механик, физик ва астрономик. Эйлернинг илмий қизиқишлари математикани қўллаш имконияти мумкин бўлган барча асосий табиий фанларга қаратилган. Механика трактатларни ёзган. У ерда биринчи бўлиб, математик таҳлил ёрдамида нукта динамикасини баён қилди ва куч инерция кучи тушунчасини киритди. Вариацион ҳисоблашларни ривожлантириб, эгилувчан (гибки) юпқа стерженда турли юклардан ҳосил бўладиган эгрилик шакллари устида изланиш олиб борди, сиқилувчи стерженлар учун критик кучни ҳисоблаш формуласини чиқарди. Стерженларнинг кўндаланг тебраниш муаммоларини ишлаб чиқди. Эйлернинг илмий ишлари 18 асрнинг 2 ярми ва 19 аср бошидаги математика ва механика ривожланишига катта таъсир кўрсатди.



16.5-шакл.

Агар $n=2$ ва $n=3$ бўлса, стержень икки ва уч тўлқинли синусоида бўйича эгилади (16.5-шакл, а, б).

Бу ҳолларда критик куч ва стерженнинг эластик чизиғи тенгламалари қуйидагича ёзилади :

$$P_{2k} = \frac{4\pi^2 E I_{\min}}{\ell^2} \quad ; \quad v = a \sin \frac{2\pi}{\ell} z;$$

$$P_{3k} = \frac{9\pi^2 E I_{\min}}{\ell^2} \quad ; \quad v = a \sin \frac{3\pi}{\ell} z.$$

16.3-§ СТЕРЖЕНЬ УЧЛАРИНИНГ МАҲКАМЛАНИШ ТУРИНИНГ КРИТИК КУЧ ҚИЙМАТИГА ТАЪСИРИ.

Амалда ишлатиладиган стерженларнинг учлари турли хилда маҳкамланади. Улардан энг кўп ишлатиладигани тўрт хилдир (16.6-шакл):

1.иккала учи ҳам шарнирлар ёрдамида маҳкамланган (16.6-шакл,а);

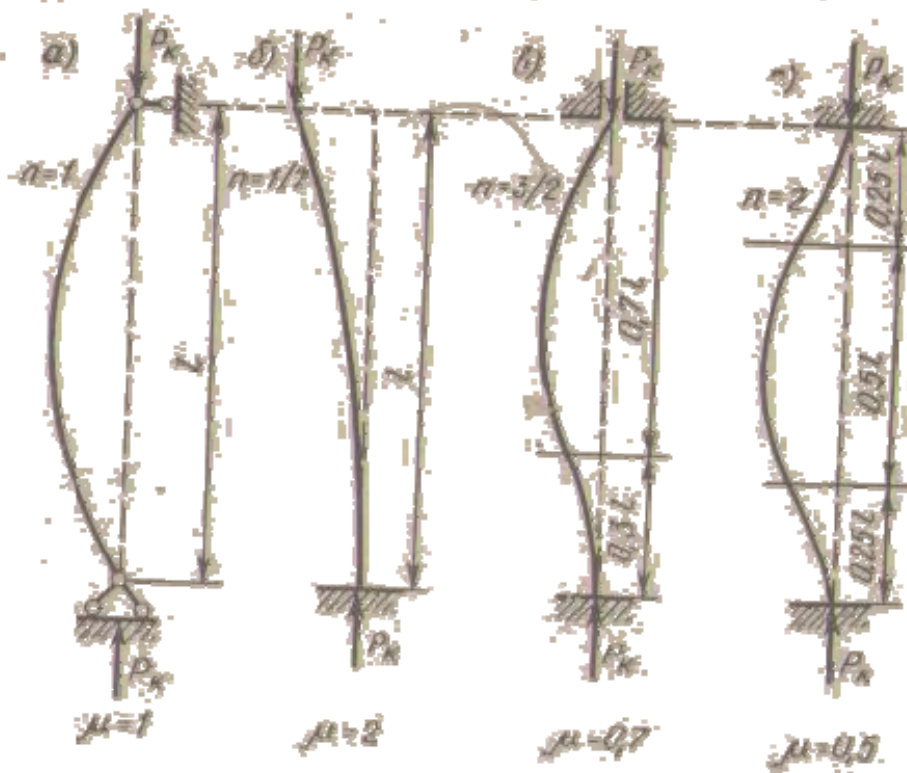
2.пастки учи қистириб маҳкамланган, юқориги учи эса эркин бўлган (16.6-шакл, б) ;

3.пастки учи қистириб маҳкамланган, юқориги учи шарнир ёрдамида маҳкамланган бўлган (16.6-шакл,в) ;

4.иккала учи ҳам қистириб маҳкамланган бўлган (16.6-шакл,г) .

Бу ҳолларнинг ҳаммасида ҳам стержень учлари бир-бирига яқинлашиб, узунликлари қисқариши мумкин. Энди ҳар бир ҳол учун Эйлер формуласи қандай кўринишни олишини кўриб чиқамиз. Умуман олганда, юқоридаги ҳоллардагидек стержень учлари маҳкамланганда критик куч формуласини умумий кўринишини қуйидагича ёзиш мумкин :

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\left(\frac{\ell}{n}\right)^2} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(\mu \cdot \ell)^2}, \quad (16.18)$$



16.6-шакл.

бу ерда $\mu = \frac{1}{n}$ бўлиб, n – стерженнинг тўла узунлиги бўйича ҳосил бўлган синусоида ярим тўлқинлари сони.

Биринчи ҳол учун критик куч юқорида кўриб чиққанимиздек (16.14) формуладан аниқланади.

Иккинчи ҳол учун критик куч формуласи қуйидаги кўринишдан иборат бўлади :

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(2\ell)^2}$$

Учинчи ҳолда эса

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\left(\frac{2 \cdot \ell}{3}\right)^2} \quad \text{бўлади.}$$

Тўртинчи ҳолда

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\left(\frac{\ell}{2}\right)^2} \quad \text{бўлади.}$$

Юқорида келтирилган тўртта ҳол учун чиқарилган критик куч формулаларини бирлаштириб битта умумий формула ёзиш мумкин :

$$P_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\ell_{\text{кел}}^2}, \quad (16.19)$$

бунда $\ell_{\text{кел}}$ – келтирилган узунлик дейилади ва $\ell_{\text{кел}} = \mu \cdot \ell$ формула билан аниқланади.

μ – узунликнинг келтириш коэффиценти дейилади ва стержень учларининг маҳкамланишига боғлиқ бўлади.

16.4-§ КРИТИК КУЧЛАНИШ. ЭЙЛЕР ФОРМУЛАСИНИНГ ТАДБИҚ ЭТИЛИШ ЧЕГАРАСИ.

Стерженга критик куч таъсир этганда ҳам у ўзининг бошланғич тўғри чизиқли мувозанат ҳолатини сақлайди, шунинг учун критик кучланиш оддий сиқилишдагидек аниқланади :

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F} \quad (16.20)$$

Бу формулага (16.19) формуладан P_k нинг қийматини қўямиз ва минимал инерция моментининг кўндаланг кесим юзаси билан минимал инерция радиуси кўпайтмасига тенглигини эътиборга олсак, қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{\ell_{\text{кел}}^2 F} = \frac{\pi^2 E F r_{\min}^2}{\ell_{\text{кел}}^2 F} = \frac{\pi^2 E r_{\min}^2}{\ell_{\text{кел}}^2}$$

Энди бу формулани сурат ва махражини $r_{\min}^2$ га бўламиз ва махражини λ билан белгилаб критик кучланиш формуласини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\ell_{\text{кел}}}{r_{\min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (16.21)$$

бу ерда
$$\lambda = \frac{\ell_{\text{кел}}}{r_{\min}} = \frac{\mu \ell}{r_{\text{кел}}}, \quad (16.22)$$

бўлиб стерженнинг эгилувчанлиги деб аталади.

(16.21) формуладан кўринадики, критик кучланиш стержень материалнинг эластиклик модулига тўғри пропорционал ва эгилувчанлик квадратига тескари пропорционал бўлар экан.

Критик кучланиш формуласининг махражига стержень узунлигининг квадрати кирганлиги сабабли, унинг қийматига жуда катта таъсир қилади. Стержень кўндаланг кесим юзаси ўлчамларини ўзгартирмасдан унинг узунлигини оширсак бўйлама эгилиш хавфи тез ортади. Масалан, стержень узунлиги икки марта оширилса, критик кучланиш тўрт марта камаяди, яъни стержень кучланишнинг жуда кичик қийматида ҳам устиворлигини йўқотади.

Эйлер формуласини, яъни (16.14) формулани Гук қонуни кучга эга бўлган, яъни стержень эластик деформациялар чегарасида бўлган чегарада келтириб чиқарилган эди. Шунинг учун Эйлер формуласидан фақат пропорционаллик чегарасигача фойдаланиш мумкин, яъни $\sigma_k \leq \sigma_n$ шарт бажарилиши зарур :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_n, \quad (16.23)$$

бу ерда σ_n - стержень материалнинг пропорционаллик чегараси.

Эгилувчанлик λ ни (16.23) шартдан топиб, Эйлер формуласидан фойдаланиш чегарасини қуйидаги кўринишда ёзамиз :

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}} \quad (16.24)$$

Агар бу формуланинг ўнг томонининг қиймати стержень эгилувчанлигига тенг ёки ундан кичик бўлса Эйлер формуласидан фойдаланиш мумкин, акс ҳолда фойдаланиш мумкин эмас.

Масалан, ст.3 маркали пўлатдан ясалган стержень учун $\sigma_n = 200 \text{ МПа}$ ва $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ бўлса, буларни (16.24) формулага қўйиб, Эйлер формуласининг ишлатилиш чегарасини аниқлаймиз:

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}} = \sqrt{\frac{(3,14)^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{200}} \approx 100 .$$

Демак, бу ҳол учун стерженнинг эгилувчанлиги 100 дан катта бўлгандагина, Эйлер формуласидан фойдаланиш мумкин экан.

Худди шу йўл билан бошқа турдаги материаллар учун (масалан, ст.5 маркали пўлат учун $\lambda \geq 90$, чўян учун $\lambda \geq 80$ ва ёғоч учун $\lambda \geq 110$) ҳам Эйлер формуласининг ишлатилиш чегарасини аниқлаш мумкин.

Кўпгина ҳолларда, иншоот ва машина қисмлари учун ишлатиладиган конструкция элементларининг эгилувчанлиги, юқорида аниқланган чегарадан кичик бўлган ҳоллар учраб туради. Бундай ҳолларда, критик кучланиш пропорционаллик чегарасидан ошиб кетганлиги сабабли, Гук қонуни ўз кучини йўқотади, шунинг учун Эйлер формуласидан фойдаланиб бўлмайди.

Эгилувчанлиги $40 \div 100$ ораликда бўлган конструкция элементлари амалда жуда кўп учрайди. Бу чегарада критик кучланишнинг қийматини аниқлаш учун кўп тажрибалар ўтказилган бўлиб, улардан энг муҳим хулосалар чиқаришга эришган тажрибалардан бирини рус олими Ф. Ясинский ўтказгандир.

Эгилувчанлиги ўртача бўлган ҳоллар учун Ф. Ясинский ушбу эмперик формулани таклиф этади :

$$\sigma_k = a - b \lambda , \quad (16.25)$$

$$\sigma_k = a - b \lambda + c \lambda^2 , \quad (*)$$

бу ерда, a, b, c лар стержень materialiга ва эгилувчанлигига боғлиқ бўлган ўзгармаслар бўлиб тажриба йўли билан аниқланади.



Ясинский Феликс Станиславович (1856-1899), профессор. Стерженли системалар ва стерженлар устиворлиги соҳасида таниқли рус олими. Бўйлама эгилишда дифференциал тенгламаларнинг аниқ ечимини ишлаб чиққан ва стерженларнинг келтирилган узунлиги тушунчасини киритган. Шунингдек металл прокат кесим юзаларини оптималлаштириш соҳасидаги изланишлар ва фазовий фермалар ҳам унга тааллуқлидир.

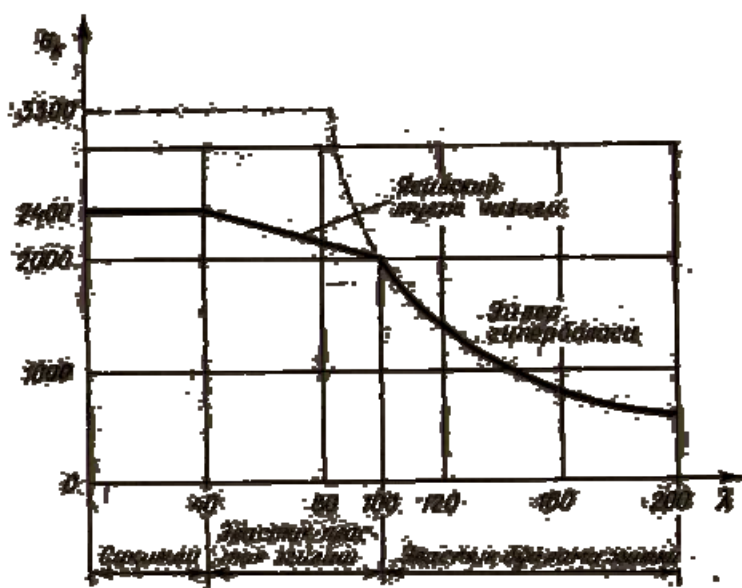
Турли материаллар учун a, b, c ларнинг қиймати қуйидаги 16.1-жадвалда келтирилган.

Ҳар бир материал учун критик кучланишнинг тўла графигини 16.1-жадвалдаги маълумотлардан фойдаланиб яшашимиз мумкин. Масалан, 16.7-шаклда ст.3 маркали пўлат учун критик кучланишнинг тўла графиги чизилган.

Бу шаклдан кўринадики, график уч қисмдан иборат бўлар экан. $\lambda \geq 100$ бўлганда бу участкада гипербола эгри чизиғи ҳосил бўлиб, у Эйлер гиперболаси деб аталади. Бу участкада эластик эгилиш ҳосил бўлиб, критик кучланиш (16.21) формуладан фойдаланиб аниқланади. Эйлер гиперболасининг пунктир чизиқ билан давом эттирилган қисми критик куч учун керагидан ортиқча қиймат беради, шунинг учун $\lambda < 100$ бўлганда критик кучни Эйлер формуласидан фойдаланиб топиб бўлмайди.

16.1-жадвал.

Материаллар	Эгиливчанлик (λ)	a МПа	b МПа	c МПа
Ст.3 маркали пўлат	100	310	1,14	-
Ст.5 маркали пўлат	90	464	3,26	-
Қарағай ёғоч	110	29,3	0,194	-
Чўян	80	776	12,0	0,53



16.7 – шакл.

Эгилувчанлиги $40 \leq \lambda \leq 100$ бўлган стержень учун критик куч графиги (16.25) формуладан фойдаланиб чизилади, бу Ясинский тўғри чизиғи деб аталади. Стерженлар бу участкада эластик ёки пластик эгилиш ҳолатида бўлади.

Стерженнинг эгилувчанлиги $\lambda < 40$ бўлганда критик куч графиги горизонтал тўғри чизиқдан иборат бўлиб, бундай ҳолда асосан калта стерженлар ҳисобланади. Бундай стерженлардаги сиқувчи кучланиш, асосан, оқиш (σ_{ok}) ёки мустаҳкамлик (σ_b) чегарасига эришиш натижасида, сиқилувчи стерженни ишдан чиқаради.

16.5-§ СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТИВОРЛИККА ҲИСОБЛАШ.

Сиқилган стерженлар учун мустаҳкамлик шартидан ташқари яна устиворлик шarti ҳам, яъни стержень кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланиш устиворлик учун рухсат этилган кучланишдан ошиб кетмаслик шarti ҳам таъминланиши керак .

$$\sigma = \frac{P}{F_{brytto}} \leq [\sigma_y] , \quad (16.26)$$

бу ерда $[\sigma_y]$ - устиворликдаги рухсат этилган кучланиш .

Рухсат этилган кучланишнинг қиймати устиворликка қуйидагича олинади :

$$[\sigma_y] = \frac{\sigma_k}{n_y} ;$$

бу ерда n_y - устиворлик учун эҳтиёт коэффиценти бўлиб, турли материаллар учун турли қийматларга эгадир ва стерженнинг эгилувчанлигига боғлиқдир.

Устиворлик учун эҳтиёт коэффиценти (n_y) нинг қиймати мустаҳкамлик учун эҳтиёт коэффиценти (n) нинг қийматидан сезиларли даражада катта олинади, чунки устиворликда бир қанча қўшимча ноқулайликлар (стерженнинг бошланғич давридаги эгрилиги, кучнинг эксцентрик таъсири ва бошқалар) мавжуддир.

Эйлер формуласининг ишлатилиш чегарасида пўлат учун устиворликнинг эҳтиёт коэффиценти $n_y = 1,8 \div 3,0$; ёғоч учун $n_y = 2,8 \div 3,2$; чўян учун $n_y = 5,0 \div 5,5$ чегарасида қабул қилинади.

Амалда ҳисоблаш ишларини осонлаштириш мақсадида устиворлик учун эҳтиёт коэффицентини мустаҳкамлик учун эҳтиёт коэффиценти орқали ифодалаймиз :

$$[\sigma_y] = \varphi[\sigma] \quad , \quad (16.28)$$

бунда φ - бўйлама эгилиш коэффиценти ёки сиқилган стерженлар учун асосий рухсат этилган кучланишни камайтириш коэффиценти деб аталади.

φ коэффицент стержень материали ва эгилувчанлигига боғлиқ бўлиб, унинг қиймати 16.2-жадвалда берилган.

16.2-жадвал

Эгилувчанлик $\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}}$	Пўлатлар ст.2,.3,.4	Пўлат Ст.5	Махсус пўлат	Чўян	Ёғоч
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	-	0,25
120	0,45	0,36	0,30	-	0,22
130	0,40	0,33	0,26	-	0,18
140	0,36	0,29	0,23	-	0,16
150	0,32	0,26	0,21	-	0,14
160	0,29	0,24	0,19	-	0,12
170	0,26	0,21	0,17	-	0,11
180	0,23	0,19	0,15	-	0,10
190	0,21	0,17	0,14	-	0,09
200	0,19	0,16	0,13	-	0,08
210	0,17	0,15	0,12	-	0,07
220	0,16	0,14	0,11	-	0,06
230	0,15	0,13	0,10	-	0,05

Шундай қилиб, (16.28) формулани эътиборга олиб, сиқилган стерженларнинг устиворлик шarti қуйидаги кўринишда бўлади :

$$\sigma = \frac{P}{F_{brytto}} \leq \varphi[\sigma] \quad (16.29)$$

Сиқилган стерженлар учун устиворлик шarti билан бирга мустаҳкамлик шarti ҳам қаноатлантирилиши керак :

$$\sigma = \frac{P}{F_{netto}} \leq [\sigma] \quad (16.30)$$

Конструкция элементларини устиворликка ҳисоблашда заруратдан кесимларда ҳосил бўладиган айрим тешик ва кертик куч қийматига сезиларли таъсир кўрсатмайди, шунинг учун ҳисоблаш формуласида кўндаланг кесимнинг тўла юзаси (F_{brytto}) олинади.

Сиқилган стерженларни устиворликка ҳисоблашнинг икки хил кўринишини кўриб чиқамиз :

1. Текшириш. φ - коэффициентини аниқлаш жадвалидан фойдаланиб устиворликка ҳисоблашни текшириш тартиби :

а) стерженнинг кўндаланг кесим ўлчамлари ва шаклига қараб I_{min} ва F_{brytto} лар ҳисобланиб, кейин $r_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F_{brytto}}}$ ва $\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{min}}$ лар топилади ;

б) 16.2-жадвалдан фойдаланиб φ - коэффициент аниқланади ва (16.28) формуладан фойдаланиб устиворлик учун рухсат этилган нормал кучланишни топамиз :

$$[\sigma_y] = \varphi[\sigma] ;$$

в) устиворлик учун рухсат этилган кучланишни ҳақиқий кучланиш

$$\sigma = \frac{P}{F_{brytto}} \text{ билан солиштириб кўрамиз :}$$

$$\sigma \leq [\sigma_y] .$$

16.6-§ СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ МАТЕРИАЛИ ВА КЎНДАЛАНГ КЕСИМ ЮЗАСИНИНГ ҚУЛАЙ ШАКЛЛАРИНИ ТАНЛАШ.

Эгилувчанлиги катта бўлган стерженлар учун материалнинг критик кучланиши пропорционаллик чегарасидан ошмаганда, стерженнинг устиворлигини йўқотишига қаршилик кўрсатишини

аниқловчи биргина механик характеристикаларидан бу эластиклик модули E дир. Ҳар хил маркали пўлатлар учун эластиклик модули E нинг қиймати тахминан бир хил бўлганлигидан бундай ҳолларда юқори мустаҳкамликли пўлатлардан фойдаланиш мақсадга мувофиқ эмасдир.

Эгилувчанлиги кичик бўлган стерженлар учун, махсус юқори сортли пўлатлардан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир, чунки бундай ҳолларда пўлатнинг оқувчанлик чегараси юқори бўлиб, критик кучланиш ортади, демак устиворлиги ҳам ортади.

Устиворлик масалаларини ҳал қилишда, тежамкорлик нуқтаи назаридан стерженнинг кўндаланг кесими учун шундай шаклни танлаш лозим бўладики, юзасининг микдорлари бир хил бўлган шакллардан минимал инерция радиуслари энг катта бўлганини олиш керак. Шундай ҳолдагина, стерженнинг устиворлиги ортади ва бундай шаклларга материалнинг асосий қисми кесимнинг оғирлик марказидан энг узоқ масофада жойлашган шакллар киради. Турли хилдаги кесимларни таққослаш қулай бўлиши учун қуйидаги ўлчамсиз коэффициентни киритамиз :

$$\xi = \frac{r_{\min}}{\sqrt{F}}, \quad (16.31)$$

бу ерда ξ – кесимнинг солиштирма инерция радиуси дейилади.

Айрим кесимлар учун ξ нинг қийматлари 16.3-жадвалда келтирилган.

16.3-жадвал.

Кесим турлари	ξ нинг қийматлари
Труба шаклидаги кесим $\frac{d_u}{d_T} = (0,8 \div 0,9)$	1,64 ÷ 2,25
Труба шаклидаги кесим $\frac{d_u}{d_T} = (0,7 \div 0,8)$	1,00 ÷ 1,20
Бурчаклик	0,3 ÷ 0,5
Қўштавр	0,27 ÷ 0,41
Швеллер	0,29 ÷ 0,41
Квадрат	0,289
Айлана	0,283
Тўғри тўртбурчак ($h = 2b$)	0,204

Эслатма :

d_u - трубанинг ички диаметри ;

d_T - трубанинг ташқи диаметри.

Доиравий кесимларнинг барча марказий ўқларига нисбатан инерция радиуслари ўзаро тенг бўлиб, стержень ҳамма йўналишдаги бўйлама эгилишга бир хил қаршилиқ кўрсатади. Шу нуқтаи назардан, сиқилган устунларнинг кесими халқадан иборат бўлган трубалардан яшаш мақсадга мувофиқдир. Бундай устунларни бақувватлаш мақсадида, унинг ичига маълум ораликда диафрагмалар қўйилади.

Швеллер ва қўштавр каби кесимларнинг инерция радиуслари бир-биридан катта фарқ қилади, шунинг учун, уларнинг иккала бош текисликда бўйлама эгилишга қаршилиқ кўрсатиши ҳам бир-биридан катта фарқ қилади. Бундай кўринишдаги шаклга эга бўлган кесимли стерженлардан якка ҳолда устун сифатида фойдаланиш ноқулайдир. Аммо, амалда бундай стерженларнинг иккитасини бирлаштириб бир бутун устун ясалганда улар бўйлама эгилишга кўнгилдагидек қаршилиқ кўрсатишлари мумкин.

16.7-§ БҲЙЛАМА ВА КўНДАЛАНГ ЭГИЛИШНИНГ БИРГА ТАЪСИРИ.

Бўйлама ва кўндаланг кучларнинг биргаликдаги таъсирида бўлган стерженлар масаласи ҳам материаллар қаршилиги фанига оид масалалар қаторига киради. Бундай масалаларда кучланиш билан ташқи кучлар орасидаги тўғри чизиқли боғланиш ва кучлар таъсирининг мустақиллик принципи ҳам ўз кучини йўқотади.

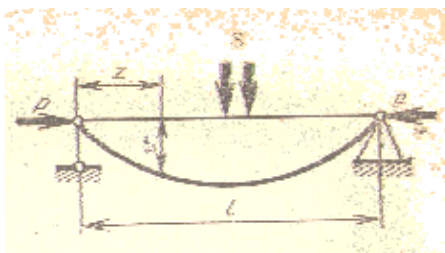
Агар балка кўндаланг кесимидаги эгувчи момент ҳам бўйлама куч, ҳам кўндаланг куч таъсиридан ҳосил бўлса, бундай ҳолда содир бўлган эгилишга **бўйлама- кўндаланг эгилиш** дейилади.

Балкага бир йўла сиқувчи куч билан кўндаланг куч таъсир қилса, бўйлама-кўндаланг эгилиш содир бўлади. Икки таянчда ётган оддий балка P куч билан сиқилиб унинг бош текислигида ихтиёрий кўндаланг куч билан юкланган бўлса (16.8-шакл), унинг бирор кесимидаги эгувчи момент иккала йўналишдаги кучларга боғлиқ бўлади. Балка эгилгандан кейин унинг ихтиёрий кесимидаги эгувчи момент иккита моментларнинг йиғиндиси сифатида топилади:

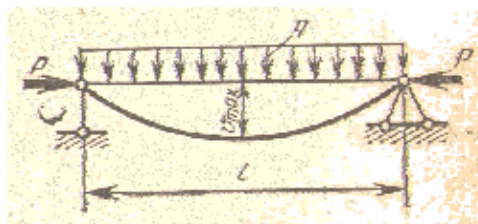
$$M = M_0 + P \cdot v,$$

бунда M_0 - фақат кўндаланг кучлар таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент;

$P \cdot v$ - бўйлама куч таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент.



16.8-шакл.



16.9-шакл.

Кўчиш v - маълум бўлгандагина стержень кўндаланг кесим юзасида ҳосил бўладиган эгувчи момент M ни ҳисоблаш мумкинлиги (16.31) формуладан кўриниб турибди. Аммо моментни билмай туриб, кўчишларни топиш мумкин эмас. Олдинги кўрилган масалаларда бундай ҳол учрамаган эди, демак, бўйлама ва кўндаланг эгилишга доир масала статик аниқмас экан.

Бундай масалаларни ечиш, яъни кўчишни (v) аниқлаш учун балка эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини тузиб, уни интеграллаш лозимдир:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = -\frac{M_0}{EJ} - \frac{P \cdot v}{EJ}. \quad (16.32)$$

Бу тенгламани интегралламасдан унинг ўрнига эгилган ўқнинг бирор тақрибий формасига оид тенгламани қабул қиламиз ва бундаги тенглама таянч шартларини қаноатлантириш билан бирга энг катта кўчиш ҳосил бўладиган кесимнинг ўрни юк схемасига мос келиши керак. 16.9-шаклда кўрсатилгандек юкланган балканинг энг катта кўчишини унинг ўртасида деб ҳисоблаш мумкин. Шунинг учун бундай ҳолларда эгилган ўқнинг тақрибий формасига оид тенглама сифатида қуйидаги ифодани олиш мумкин:

$$v = v_c \sin \frac{\pi}{\ell} z \quad (16.33)$$

Балканинг таянчларида кўчиш нолга тенг бўлганлигидан, бу шарт қуйидагича ёзилади: $z = 0$ бўлганда $v(0) = 0$, $z = \ell$ бўлганда $v(\ell) = 0$ ва $z = \ell/2$ бўлганда $v_{\max} = v_c$ бўлади. Бу шартдан v_c нинг қиймати топилса, эгилган ўқнинг тақрибий формаси аниқланган бўлади. (16.33) дан z бўйича икки марта ҳосила оламиз:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = -v_c \frac{\pi^2}{\ell^2} \sin \frac{\pi}{\ell} z \quad (a)$$

(a) ни (16.32) га қўямиз:

$$v_c \frac{\pi^2}{\ell^2} \sin \frac{\pi}{\ell} z = \frac{M_0}{EJ} + \frac{P \cdot v}{EJ}, \quad (b)$$

(б) ифода координатаси z бўлган ихтиёрий кесим марказининг кўчишидир. Унга $z = \ell/2$ ни қўйсак ўрта кесимнинг кўчишини ифодалайди:

$$\nu_c \frac{\pi^2}{\ell^2} = \frac{M_0}{EJ} + \frac{P \cdot \nu}{EJ},$$

бунда M_{c0} -фақат кўндаланг кучлар таъсиридан ҳосил бўлган балканинг ўрта кесимидаги эгувчи момент.

У қуйидагича аниқланади:

$$M_{c0} = \left(\frac{\pi^2 EJ}{\ell^2} - P \right) \cdot \nu_c. \quad (16.34)$$

Бу формулага қуйидаги $P_y = \frac{\pi^2 EJ}{\ell^2}$ белгилашни киритиб, балка ўртасидаги кўчиш ν_c ни ҳисоблаймиз:

$$\nu_c = \frac{M_{c0}}{P_y - P} = \frac{M_{c0}}{1 - \frac{P}{P_y}}, \quad (16.35)$$

бу ерда P_y - Эйлер критик кучи.

(16.35) формулага $P=0$ ни қўйсак, ундан фойдаланиб, фақат балканинг тенг ўртасида кўндаланг куч таъсиридан ҳосил бўлган кўчишнинг тақрибий қийматини топамиз:

$$\nu_{c0} = \frac{M_{c0}}{P_y} \quad (16.36)$$

(16.36) ни ҳисобга олиб, (16.35) формулани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\nu_c = \frac{\nu_{c0}}{1 - \frac{P}{P_y}}. \quad (16.37)$$

Демак, балка эгилган ўқининг тақрибий тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлар экан:

$$\nu_c = \frac{\nu_{c0}}{1 - \frac{P}{P_y}} \cdot \sin \frac{\pi}{\ell} z. \quad (16.38)$$

(16.37) формуладан стержень учлари мазкур маҳкамланишдан бошқача бўлганда ҳам фойдаланиш мумкин, фақат бунда P_y кучни ҳар сафар стержень учларининг маҳкамланиш усулини ҳисобга олиб, умумий формуладан топиш лозим:

$$P_{\text{э}} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu \ell)^2},$$

бунда J – тегишли текисликда эгилишга мос келувчи инерция моменти.

ν_{c0} қийматни балканинг деформациясини аниқлаш усуллариининг биридан фойдаланиб топилади. Кўчиш қиймати топилгач, эгувчи момент, кейин тегишли кесимдаги нормал кучланишни топиш мумкин.

(16.37) формуладан кўринадикки, $P_{\text{э}} = P$ кўчиш чексизликка интилади, шунинг учун ҳам сиқувчи куч критик қийматга яқинлашганда бу тақрибий формуладан фойдаланиб бўлмайди. Бундай ҳолларда қуйидаги дифференциал тенгламадан фойдаланиш мумкин:

$$\frac{\nu''}{[1 + (\nu')^2]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{M_0}{EJ} - \frac{P \cdot \nu}{EJ} \quad (16.39)$$

Бу формулани интеграллашдан олинadиган натижага нисбатан (16.37) формуладан олинadиган натижанинг аниқлиги сиқувчи куч $0 \leq P \leq 0,8 P_{\text{э}}$ ораликда ётган ҳол учун етарлидир.

Қурилиш амалиётида учрайдиган кўпгина мухандислик масалаларида сиқувчи куч Эйлер критик кучининг $0.5 \div 0.6$ бўлагидан ошмайди. Шу туфайли юқорида келтирилган тақрибий ечим амалий ҳисоблар учун етарлидир.

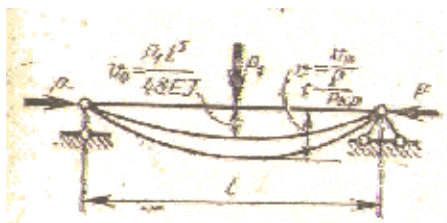
16.10-шаклда кўрсатилган балкани бўйлама ва кўндаланг эгилишда ҳосил бўладиган нормал кучланишни топиш учун мисол тариқасида кўриб чиқамиз.

Балка пролёти ўртасида кўндаланг куч таъсиридан ҳосил бўладиган кўчиш қуйидагича бўлади:

$$\nu_{c0} = \frac{P_1 \ell^3}{48 EJ}.$$

Кўндаланг ва бўйлама кучларнинг бир вақтдаги таъсиридан ҳосил бўладиган кўчиш эса қуйидагича аниқланади:

$$\nu = \frac{\nu_{c0}}{1 - \frac{P}{P_{\text{э}}}}.$$



16.10-шакл.

Балка пролёти ўртасидаги эгувчи момент қуйидагича бўлади:

$$M = M_{c_0} + \frac{P \cdot v_{c_0}}{1 - \frac{P}{P_y}}. \quad (16.40)$$

Сиқувчи кучланишнинг энг ката қиймати қуйидагича бўлади:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M_{c_0}}{W} + \frac{P \cdot v_{c_0}}{W(1 - \frac{P}{P_y})}. \quad (16.41)$$

Бўйлама ва кўндаланг эгилишда кучланиш билан сиқувчи куч марказий бўлмаган сиқилишини ҳисоблашдаги каби чизиқли бўлмаган боғланишдадир.

МИСОЛЛАР.

16.1-мисол

Узунлиги $l = 1,85 \text{ м}$ бўлган стерженга таъсир этувчи сиқувчи кучнинг рухсат этилган қиймати аниқлансин (16.11-шакл).

Стержень Ст 3 маркали пўлатдан ясалган бўлиб, кўндаланг кесим профили № 12 қўштаврдан иборат.

Ҳисоблашда $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, $n_{\text{рух}}^s = 3$ га тенг деб олинсин.

Ечиш: Дастлаб Эйлер формуласини қўллаш ҳақидаги масалани ҳал қилиш зарур. Бунинг учун стерженнинг эгилувчанлигини ҳисоблаймиз:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 1,85}{1,38 \cdot 10^{-2}} = 134,06.$$

Бу ерда, инерция радиуси $i_{\min}$ нинг қиймати сортамент жадвалидан олинди.

Демак, $\lambda > \lambda_{\text{чек}} = 100$ бўлгани учун Эйлер формуласи бўйича критик куч аниқланади:

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10^6 \cdot 27,9}{(1 \cdot 185)^2} = 168,958 \text{ кН},$$

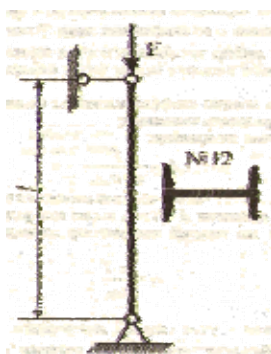
бу ерда, $J_{\min} = 27,9 \text{ см}^4$ бўлиб, сортамент жадвалидан олинган.

Сиқувчи кучнинг рухсат этилган қийматини ҳисоблаймиз:

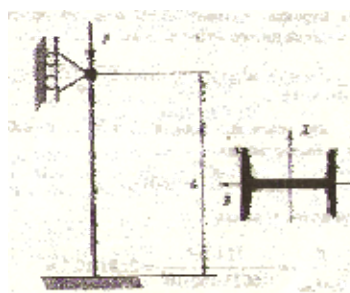
$$[P]^s = \frac{P_{\text{кр}}}{n_{\text{рух}}^s} = \frac{168,958}{3} = 563,319 \text{ кН}.$$

16.2-мисол.

16.12-шаклда кўрсатилган устун учун сортамент жадвалидан қўштаврли кесим юзаси танлансин.



16.11-шакл.



16.12-шакл.

Устуннинг узунлиги $l = 2,6\text{ м}$, унга қўйилган сукувчи куч $P = 210\text{ кН}$, материали Ст 4 маркали пўлат, сиқилишдаги рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1600\text{ кг/см}^2$.

Ечиш: Устуворликни таъминлай оладиган кесим юзани танлаш учун кетма-кет яқинлашиш усулидан фойдаланамиз.

Биринчи галда $\varphi_i = 0,5$ деб қабул қиламиз ва зарурий кўндаланг кесим юзани аниқлаймиз:

$$F_1 = \frac{P}{\varphi_i \cdot [\sigma]} = \frac{210 \cdot 10^2}{0,5 \cdot 1600} = 26,25\text{ см}^2$$

Сортамент жадвалидан тартиб рақами 20 бўлган қўштаврни танлаймиз: бу қўштаврнинг кўндаланг кесим юзаси $F_1^1 = 26,8\text{ см}^2$, минимал инерция радиуси эса $i_{\min} = 2,07\text{ см}$ га тенг.

Устуннинг эгиловчанлигини ҳисоблаймиз:

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 260}{2,07} = 87,92$$

Эгиловчанликнинг бу қийматига мос келувчи φ ни аниқлаш учун жадвалга мурожат қиламиз. $\lambda = 80$, $\lambda = 90$ орасидаги қийматларни чизиқли интерполяциялаймиз:

$$\varphi_1' = \varphi_{\lambda=87,92} = \varphi_{\lambda=80} - \frac{(\varphi_{\lambda=80} - \varphi_{\lambda=90})}{10} (87,92 - 80) = 0,75 - \frac{(0,75 - 0,69)}{10} \cdot 7,92 = 0,7025.$$

φ_1 , φ_1' лар орасидаги фарқ анча катта, шу сабабли ҳисоблашни яна такрорлаймиз:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = 0,6013.$$

Янги кесим юзасини танлаймиз:

$$F_2 = \frac{P}{\varphi_2 \cdot [\sigma]} = \frac{210 \cdot 10^2}{0,6013 \cdot 1600} = 21,83\text{ см}^2.$$

Бу кесим юзасига профили 18 бўлган қўштавр тўғри келади.

Устуннинг эгиловчанлигини аниқлаймиз:

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 260}{1,88} = 96,81.$$

Чизиқли интерполяциялаб $\varphi_2' = 0,6287$ ни ҳосил қиламиз, шу коэффициент билан кесимда ҳосил бўладиган ҳақиқий кучланишни аниқлаймиз ва уни рухсат этилган кучланиш билан таққослаймиз:

$$\sigma_z = \frac{P}{\varphi_2^1 F_{2t}} = \frac{210 \cdot 10^3}{0,6287 \cdot 23,10^{-4}} = 1427,4\text{ кг/см}^2 < 1600\text{ кг/см}^2.$$

$$\text{Устун } \delta_{\sigma} = \frac{|142,74 - 160|}{160} \cdot 100\% = 10,78\% \text{ га юкланмаган.}$$

Бу фарқ 5% дан сезиларли даражада катта бўлганлиги учун ҳисобланишни яна давом эттирамиз:

$$\varphi_3 = \frac{0,6013 + 0,6287}{2} = 0,615$$

Бу коэффициент бўйича устуннинг кўндаланг кесим юзасини ҳисоблаймиз:

$$F_3 = \frac{P}{\varphi_3 [\sigma]} = \frac{210 \cdot 10^2}{0,6015 \cdot 1600} = 21,34 \text{ см}^2.$$

Сортамент жадвалидан яна 18-чи номерли кўштаврни олишга тўғри келади. Бошқача айтганда устун 10,78% га юкланмаган бўлишига қарамасдан, ҳисоблашни тўхтатишга мажбурмиз.

Ниҳоят, устуннинг кесими учун профил номери 18 бўлган кўштаврни танлаймиз.

16.3-мисол.

Кўндаланг кесим юзаси квадратдан иборат бўлган сиқилувчи ёғоч устунни устиворлиги текширилсин. Устун узунлиги $\ell = 4 \text{ м}$, кўндаланг кесим томони $a = 20 \text{ см}$, асосий рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 100 \text{ кг/см}^2$ ва сиқувчи куч $P = 250 \text{ кН}$.

Ечиш: Кўндаланг кесим юзасини аниқлаймиз.
 $F = a^2 = (20)^2 = 400 \text{ см}^2$

Инерция моменти

$$I_{\min} = \frac{a^4}{12} = \frac{(20)^4}{12} = 13333,3 \text{ см}^4$$

Инерция радиуси

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{13333,3}{400}} = 5,77 \text{ см}$$

Эгилувчанлик

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{1 \cdot 400}{5,77} = 69,3$$

16.2-жадвалдан интерполяция йўли билан қуйидагини топамиз :

$$\varphi = 0,71 - \frac{0,71 - 0,60}{10} 9,3 = 0,700$$

Устиворлик учун рухсат этилган кучланиш қуйидагича бўлади :

$$[\sigma_y] = \varphi[\sigma] = 0,7 \cdot 100 = 70 \text{ кг/см}^2, \quad \sigma = \frac{P}{F} = \frac{250 \cdot 10^2}{400} = 62,5 \text{ кг/см}^2.$$

Шундай қилиб, $\sigma = 62,5 \text{ кг/см}^2 \leq [\sigma_y] = 70 \text{ кг/см}^2$ бўлиб,

устуннинг устиворлиги таъминланар экан.

Устиворликка ҳисоблаш формуласида, яъни

$$\sigma = \frac{P}{F_{bryto}} \leq \varphi[\sigma] \quad \text{ёки} \quad F_{bryto} \geq \frac{P}{\varphi[\sigma]}, \quad \text{ларда} \quad \varphi - \text{коэффициент ва } F_{bryto}$$

иккаласи номаълумдир. Улар бир-бири билан боғлиқ бўлиб, бу боғланишни оддий формула билан ифодалаб бўлмайди, шунинг учун бирини бири орқали ифодалаш ҳам мумкин эмас. Шунинг учун, сиқилган стерженларнинг кўнланг кесимини танлашда φ -нинг қийматини варируют қилиб, кетма-кет яқинлаштириш усулидан фойдаланилади. Одатда, дастлабки олинишида $\varphi_1 = 0,5 \div 0,6$ оралиқда олинади. φ_1 -нинг қайсидир қийматини олиб, талаб қилинадиган кўндаланг кесим юзасини топиб, кейин кесим танлаймиз. Танланган кесим юзасини текшириб, φ_1 нинг ҳақиқий қиймати аниқланади φ'_1 . Агар φ_1 билан φ'_1 бир-биридан катта фарқ қилса, нормал кучланиш билан рухсат этилган кучланишлар орасидаги фарқ ҳам катта бўлади. Бундай ҳолларда ҳисоблашни яна такрорлаш керак, яъни иккинчи марта уринишни бошлаб, φ_1 ва φ'_1 ларнинг ўртача қийматини оламиз :

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2}$$

Иккинчи уриниш натижасига асосланиб, φ'_2 аниқланади. Агар учинчи уриниш талаб қилинса $\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi'_2}{2}$ дан фойдаланамиз ва ҳакоза.

16.4-мисол.

Кўндаланг кесими кўштаврдан иборат бўлган ва икки учи билан қистириб маҳкамланган устуннинг кўндаланг кесими танлансин. Устуннинг узунлиги $\ell = 4 \text{ м}$, қўйилган юк $P = 200 \text{ кН}$ ва материали Ст.3 маркали пўлат бўлиб, рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлади.

Ечиш : дастлаб $\varphi_1 = 0,5$ деб олиб, кесим юзасини топамиз.

$$F \geq \frac{P}{\varphi_1[\sigma]} = \frac{200 \cdot 10^2}{0,5 \cdot 1600} = 25 \text{ см}^2.$$

Сортамент жадвали (Гост 8239-72) дан 18^a номерли қўштаврни танлаймиз, бунинг учун $F = 25,4 \text{ см}^2$; $I_{\min} = 114 \text{ см}^4$; $r_{\min} = 2,12 \text{ см}$ бўлади.

Энди стерженнинг эгилувчанлигини аниқлаймиз :

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 400}{2,12} = 94,3$$

Эгилувчанликнинг бу қийматига тегишли φ нинг қийматини 16.2-жадвалдан топамиз :

$$\lambda = 90 \quad \text{бўлганда} \quad \varphi = 0,69$$

$$\lambda = 100 \quad \text{бўлганда} \quad \varphi = 0,60$$

Чизиқли интерполяция қилиш йўли билан $\lambda = 94,3$ қиймати учун φ нинг қийматини қуйидагича аниқлаймиз :

$$\varphi'_1 = 0,69 - \frac{0,69 - 0,60}{10} \cdot 4,3 = 0,651$$

φ'_1 ва φ_1 орасидаги фарқ анча катта бўлганлиги учун иккинчи уринишга ўтамиз. Бунинг учун φ_2 ни қуйидагича аниқлаймиз :

$$\varphi_2 = \frac{0,5 + 0,651}{2} = 0,575$$

Бундан фойдаланиб, яъни кесим юзасини топамиз :

$$F_2 \geq \frac{P}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{200 \cdot 10^2}{0,575 \cdot 1600} = 21,63 \text{ см}^2.$$

Бу кесим юзасига сортамент жадвалидан 18 номерли қўштавр тўғри келиб, $F = 23,4 \text{ см}^2$; $I_{\min} = 82,6 \text{ см}^4$; $r_{\min} = 1,88 \text{ см}$ бўлади.

Бунга тўғри келган эгилувчанликни топамиз :

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 400}{1,88} = 106,8$$

16.2-жадвалдан фойдаланиб $\lambda = 106,8$ га тўғри келадиган φ'_2 нинг қийматини топамиз :

$$\lambda = 100 \quad \text{бўлганда} \quad \varphi = 0,60$$

$$\lambda = 110 \quad \text{бўлганда} \quad \varphi = 0,52$$

$$\varphi'_2 = 0,60 - \frac{0,60 - 0,52}{10} \cdot 6,8 = 0,546$$

φ'_2 нинг бу қийматларидан фойдаланиб, ҳақиқий кучланишни топамиз :

$$\sigma_{\text{хак}} = \frac{P}{\varphi'_2 F_2} = \frac{200 \cdot 10^2}{0,546 \cdot 23,4} = 1578 \text{ кг/см}^2.$$

Кучланишлар орасидаги фарқни аниқлаймиз :

$$\Delta = \frac{[\sigma] - \sigma_{\text{хак}}}{[\sigma]} \cdot 100\% = 1,375\%$$

Шундай қилиб, устун кўндаланг кесим юзаси учун 18 номерли қўштаврни танласак, унинг устиворлиги таъминланар экан

16.5–мисол.

Кўндаланг кесими 18-номерли қўштаврдан иборат бўлган ст.3 маркали пўлат стерженга таъсир этувчи рухсат этилган куч аниқлансин (16.13-шакл). Эҳтиёт коэффициенти $[n_y] = 3$.

Ечиш : Стерженнинг эгилувчанлигини топамиз :

Сортамент жадвалидан $r_{\min} = 1,99 \text{ см}$, $I_{\min} = 94,6 \text{ см}^4$ ларни оламиз.

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{1 \cdot 200}{1,99} = 100,5.$$

Эгилувчанлик $\lambda > \lambda_{\text{чек}} = 100$ бўлгани учун критик кучни Эйлер формуласидан фойдаланиб ҳисоблаймиз:

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu \ell)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 94,6}{(1 \cdot 2)^2} = 46635 \text{ кг}.$$

Рухсат этилган кучни (11.2) формуладан аниқлаймиз:

$$[P] = \frac{P_{\text{кр}}}{[n_y]} = \frac{46635}{3} = 15545,3 \text{ кг} = 155,4 \text{ кН}.$$

16.6-мисол.

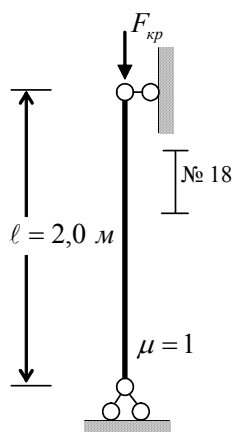
Кўндаланг кесими халқасимон бўлган чўян устуннинг узунлиги $\ell = 8 \text{ м}$, ташқи диаметри $D = 20 \text{ см}$, ички диаметри $d = 18 \text{ см}$ бўлиб, юқори учи шарнир воситасида маҳкамланган устун учун $P_{\text{кр}}$ ва $\sigma_{\text{кр}}$ лар топилсин (16.14-шакл).

Ечиш: Устун кўндаланг кесим юзасини ҳисоблаймиз:

$$F = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{3,14}{4} (20^2 - 18^2) = 59,66 \text{ см}^2.$$

Кўндаланг кесимнинг инерция моменти:

$$J_{\min} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = \frac{3,14}{64} (20^4 - 18^4) = 2699,6 \text{ см}^4.$$



16.13-шакл.

Кесмнинг инерция радиуси:

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{2699,6}{59,66}} = 6,727 \text{ см.}$$

Устуннинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{\ell_{\text{кел}}}{r_{\min}} = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 800}{6,727} = 83,25.$$

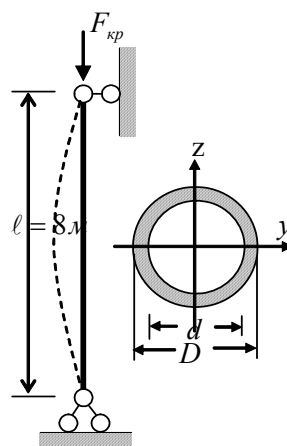
(16.2)-жадвалдан $\lambda_{\text{чек}} = 80$ ни олиб, бу билан таққослаб кўрамиз, $\lambda = 83,25 > \lambda_{\text{чек}} = 80$ бўлганлиги сабабли $P_{\text{кр}}$ кучни Эйлер формуласидан фойдаланиб аниқлаймиз :

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu \ell)^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 1 \cdot 10^6 \cdot 2699,6}{(0,7 \cdot 800)^2} = 27030,4 \text{ кг} = 270,3 \text{ кН}.$$

Критик кучланиш

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{P_{\text{кр}}}{F} = \frac{27030,4}{59,66} = 453,07 \text{ кг / см}^2$$

бўлади.



16.14-шакл.

16.7-мисол

16.15-шаклда кўрсатилгандек кўндаланг кесимли ст.3 маркали пўлат устун учун рухсат этилган сиқувчи кучнинг қиймати аниқлансин.

Бурчакликлар номери $70 \times 70 \times 7$, $[n_y] = 2$.

Ечиш: Кўндаланг кесимнинг инерция моментини ҳисоблаймиз (16.15.-шакл, б). Сортамент жадвалидан: $J_{y_1} = 42,98 \text{ см}^4$, $F = 9,42 \text{ см}^2$, $z_0 = 1,99 \text{ см}$ оламиз.

$$J_y = J_z = 4(J_{y_1} + a^2 \cdot F_1) = 4[42,98 + (0,6 + 1,99)^2 9,42] = 424,68 \text{ см}^4,$$

бунда $a = z_0 + 5\delta = 1,99 + 5 \cdot 0,12 = 2,59 \text{ см}$.

Кесимнинг инерция радиусини ҳисоблаймиз :

$$r_{\min} = r_{\max} = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{424,68}{4 \cdot 9,42}} = 3,357 \text{ см}$$

Устуннинг эгилувчанлиги

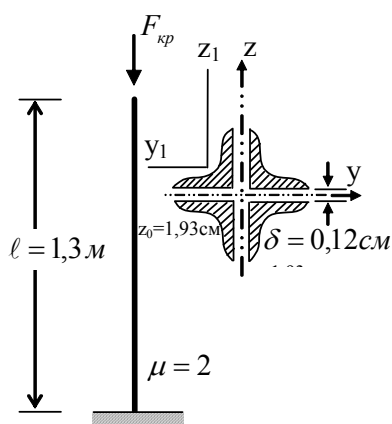
$$\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{2 \cdot 1,3}{3,357} = 77,45$$

16.2-жадвалдан ст.3 маркали пўлат учун $\lambda_{чек} = 100$ ни олиб $\lambda = 77,45$ билан таққослаб, $\lambda = 77,45 < \lambda_{чек} = 100$ бўлганлиги Эйлер формуласидан фойдаланиб бўлмайди. Шунинг учун критик кучни Ясинский формуласидан фойдаланиб топамиз :

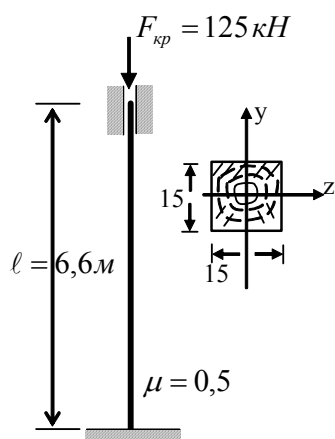
$$F_{kp} = \sigma_{kp} \cdot A = (a - b\lambda) \cdot A = (3100 - 11,4 \cdot 77,45) 4 \cdot 9,42 = 83539,2 \text{ кг} = 835,4 \text{ кН}.$$

Текширилаётган устунга таъсир этувчи рухсат этилган куч

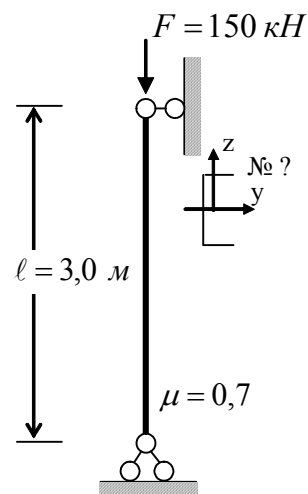
$$[F] = \frac{F_{kp}}{[n_y]} = \frac{835,4}{2} = 417,7 \text{ кН} \quad \text{бўлади.}$$



16.15-шакл.



16.16-шакл.



16.17-шакл.

16.8-мисол

Кўндаланг кесими $15 \times 15 \text{ см}^2$ бўлган қарағай устуннинг устиворлиги текширилсин (16.16-шакл). Асосий рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 100 \text{ кг} / \text{см}^2$.

Ечиш: Агар асосий рухсат этилган кучланиш берилган бўлса, устиворликка бўйлама эгилиш φ коэффицентида фойдаланиб ҳисобланади.

Кесимнинг юзаси ва инерция моментини ҳисоблаймиз:

$$F = a^2 = 15^2 = 225 \text{ см}^2; J_y = \frac{a^4}{12} = \frac{15^4}{12} = 4218,75 \text{ см}^4.$$

Кўндаланг кесимнинг инерция радиуси

$$r_{\min} = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{4218,75}{225}} = 4,3 \text{ см}.$$

Устуннинг эгилувчанлигини ҳисоблаймиз:

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 660}{4,3} = 74,4.$$

Сиқувчи куч таъсиридан устун кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланиш

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{125 \cdot 10^2}{225} = 55,55 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

16.2-жадвалдан интерполяциялаб $\varphi = 0,548$ ни топиб, камай-тирилган рухсат этилган кучланишни топамиз:

$$\varphi[\sigma] = 0,548 \cdot 100 = 54,8 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Булар орасидаги фарқни топамиз :

$$\frac{\sigma - \varphi[\sigma]}{\sigma} \cdot 100 = \frac{55,55 - 54,8}{55,55} \cdot 100 = 1,35\%.$$

Демак, устуннинг устиворлиги таъминланар экан, фақат устун 1,35 % га кам юкланган.

16.9-мисол.

16.17 –шаклда кўрсатилган пўлат устун учун швеллер номери танлансин.

Ечиш: Бу масалани кетма-кет яқинлаштириш усули билан ечамиз. Устун кўндаланг кесимининг зарурий юзасини қуйидаги формуладан аниқлаймиз :

$$F_{\text{зар}} \geq \frac{P}{\varphi[\sigma]}.$$

Бунда иккита номаълум бўлиб (F ва φ), улардан бирига, масалан φ га қиймат бериб $F_{зар}$ ни топамиз. Биринчи ҳолда $\varphi_1 = 0,60$ га тенг деб оламиз:

$$F_{зар} \geq \frac{150 \cdot 10^2}{0,60 \cdot 1600} = 15,625 \text{ см}^2.$$

Сортамент (Гост 8239-56) жадвалидан энг яқин 14-номерли швеллерни танлаб оламиз ва унинг учун $F = 15,6 \text{ см}^2$, $r_{\min} = 1,7 \text{ см}$ қийматларни олиб устуннинг устиворлигини (16.7) формуладан фойдаланиб текширамыз. Аввало устуннинг эгилувчанлигини аниқлаймыз.

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{0,7 \cdot 300}{1,7} = 123,5.$$

Эгилувчанликнинг бу қийматига тегишли φ нинг қийматини 16.2-жадвалдан оламиз. $\varphi = 0,43$ ни қабул қилиб камайтирилган рухсат этилган кучланишни топамиз :

$$\varphi [\sigma] = 0,43 \cdot 1600 = 688 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Сиқувчи кучдан устун кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган кучланиш

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{150 \cdot 10^2}{15,6} = 961,5 \text{ кг} / \text{см}^2,$$

демак, устун ҳали устивор эмас экан.

16-номерли швеллерни қабул қиламыз : $F = 18,1 \text{ см}^2$, $r_{\min} = 1,87 \text{ см}$.

Устуннинг эгилувчанлиги

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 300}{1,87} = 112,23.$$

16.2-жадвалдан $\varphi = 0,503$ ни топамиз:

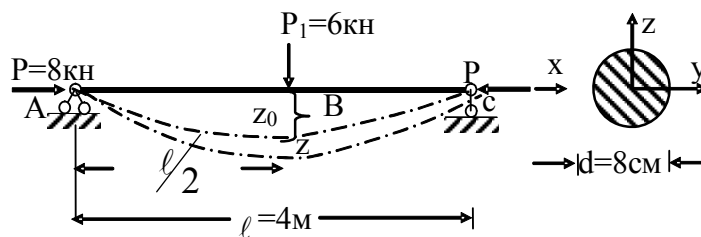
$$\varphi [\sigma] = 0,503 \cdot 1600 = 804,8 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Сиқувчи кучланиш

$$\sigma = \frac{150 \cdot 10^2}{20,7} = 828,7 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Улар орасидаги фарқи $\frac{828,7 - 804,8}{828,7} 100 = 2,88 \%$.

Демак, устуннинг кўндаланг кесимини 16-номерли швеллер деб қабул қилсак, унинг устиворлиги таъминланар экан, атиги 2,88 % кўпроқ юкланар экан.



12.8-шакл

16.18-шакл.

16.10-мисол.

Кўндаланг кесими доиравий бўлган ст.3 маркали пўлат балка учун мустаҳкамликнинг амалдаги эҳтиёт коэффициенти аниқлансин (16.18 –шакл).

Ечиш : Балка хавфли кўндаланг кесимидаги энг катта сиқувчи кучланишни топамиз:

$$\sigma_{\text{э.к}} = \frac{P}{F} + \frac{M_0}{W} + \frac{P \cdot z_0}{W(1 - \frac{P}{P_g})}.$$

Кўндаланг кесим юзаси $F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 8^2}{4} = 50,24 \text{ см}^2.$

Инерция моменти $J_y = J_z = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 8^4}{64} = 200,96 \text{ см}^4.$

Қаршилик моменти $W_y = W_z = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 8^3}{32} = 50,24 \text{ см}^3.$

Балкага таъсир этаётган кўндаланг куч P_1 дан ҳосил бўладиган максимал салқилик ва Эйлер кучини аниқлаймиз :

$$z_0 = \frac{P_1 \ell^3}{48 E J_y} = \frac{600 \cdot (400)^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 200,96} = 1,99 \text{ см}.$$

$$P_g = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu \ell)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 200,96}{1 \cdot 400^2} = 24767 \text{ кг}.$$

Кўндаланг P_1 куч таъсиридан ҳосил бўладиган эгувчи момент

$$M_0 = \frac{P_1 \ell}{4} = \frac{600 \cdot 400}{4} = 60000 \text{ кг} \cdot \text{см}.$$

Ўқ бўйлаб йўналган кучнинг Эйлер кучига нисбати

$$\frac{P}{P_g} = \frac{800}{24767} = 0,032.$$

Юқоридаги топилган қийматларни энг катта кучланишни топиш формуласига қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз :

$$\sigma_{\text{э.к.}} = \frac{800}{50,24} + \frac{60000}{50,24(1 - 0,032)} = 1242,73 \text{ кг/см}^2.$$

Кучланиш билан ташқи куч орасидаги муносабат чизиқли бўлганда мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффиценти

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{о.к.}}}{\sigma_{\text{э.к.}}} = \frac{2400}{1242,73} = 1,93.$$

16.11-мисол.

16.19-шаклда кўрсатилган системанинг вертикал стерженининг кўтарилган рухсат этилган $[\Delta t^0]$ температураси аниқлансин. Стерженларнинг materiali ст.3 маркали пўлат ва диаметри $d = 2,8 \text{ см}$. $[n_y] = 2$, $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}$, $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6}$.

Ечиш: Бинобарин, вертикал 3 стержени қиздирилганда қолган стерженлар сиқилади. Бир нуқтада бирлашувчи кучлар системаси учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum u = N_1 \sin \varphi - N_3 \sin \varphi = 0; \quad N_1 = N_2; \quad (1)$$

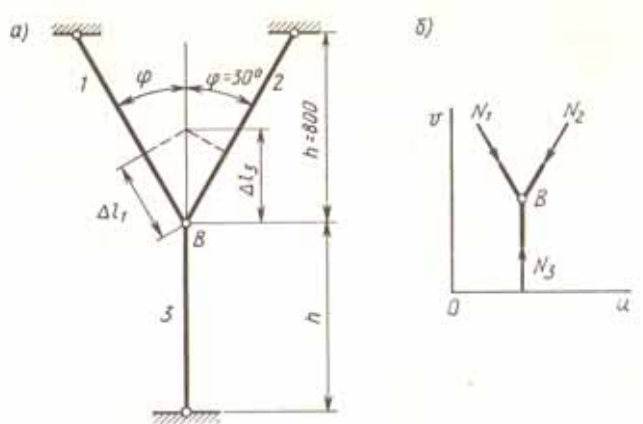
$$\sum U = N_3 - N_1 \cos \varphi - N_2 \cos \varphi = 0; \quad N_3 = 2N_1 \cos \varphi \quad (2)$$

Масала бир марта статик аниқмас экан.

Шаклдан $\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 = \Delta \ell_3 \cos \varphi$ бўлади.

Коэффициентлар 1 ва 3 стерженлар учун

$$\beta_1 = \frac{\ell_1}{EF} = \frac{h}{EF \cos \varphi}; \quad \beta_3 = \frac{h}{EF}$$



16.19-шакл.

1 ва 1 стерженларнинг қисқариши $\Delta \ell_1 = \Delta \ell_2 = \beta_1 N_1$, 3 стерженнинг узайиши $\Delta \ell_3 = \alpha h \Delta t - \beta_3 N_3$

Кўчиш теғламалари қуйидаги кўринишда бўлади.

$$\beta_1 N_1 = (\alpha h \Delta t - \beta_3 N_3) \cos \varphi$$

(2) ва (3) тенгламаларни биргаликда ечиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$N_1 = N_2 = \frac{\alpha \Delta t E F \cos^2 \varphi}{1 + 2 \cos^3 \varphi}; \quad N_3 = \frac{2 \alpha \Delta t E F \cos^3 \varphi}{1 + 2 \cos^3 \varphi}.$$

3 стерженнинг эгилувчанлиги

$$\lambda_3 = \frac{\mu \ell_3}{r} = \frac{1 \cdot h}{\frac{d}{4}} = \frac{1 \cdot 800}{\frac{2,8}{4}} = 114 > \lambda_{чеч},$$

$$\text{бунда } r = \sqrt{\frac{J}{F}} = \sqrt{\frac{\pi d^4}{64} : \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{d}{4}$$

Бинобарин, $\lambda_1 = \lambda_2 > \lambda_3$ бўлганда, $\ell_1 = \ell_2 > \ell_3$ бўлди. Шундай қилиб. 1 ва 3 стержень учун критик кучни Эйлер формуласидан фойдаланиб аниқлаш керак экан.

$$(N_1)_{кр} = \frac{\pi^2 E J}{\left(\frac{h}{\cos \varphi}\right)^2}; \quad (N_3)_{кр} = \frac{\pi^2 E J}{h^2}$$

Устиворликнинг эҳтиёт коэффициентларини тенгламаларини тузамиз:

$$n_y^1 = \frac{(N_1)_{кр}}{N_1} = \frac{\pi^2 E J}{\left(\frac{h}{\cos \varphi}\right)^2} : \frac{\alpha \Delta t E F \cos^2 \varphi}{1 + 2 \cos^3 \varphi} = 2,3 \frac{\pi^2 t^2}{h^2 \alpha \Delta t};$$

$$n_y^3 = \frac{(N_3)_{кр}}{N_3} = \frac{\pi^2 E J}{h^2} : \frac{2 \alpha \Delta t E F \cos^3 \varphi}{1 + 2 \cos^3 \varphi} = 1,77 \frac{\pi^2 r^2}{h^2 \alpha \Delta t}$$

n_y^1, n_y^3 ларни таққослаб, рухсат этилган кўтарилган температура 3 стерженнинг устиворлик шартидан аниқланиши лозим экан деган хулосага келамиз. Бу шарт қуйидагича бўлади.

$$n_y^3 = 1,77 \frac{\pi^2 r^2}{h^2 \alpha \Delta t} \geq [n_y]$$

$$\text{бундан } [\Delta t] = \frac{1,77 \pi^2 r^2}{h^2 [n_y]} = \frac{1,77 \cdot 3,14^2 (28/4)^2}{800^2 \cdot 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2} = 53,5$$

16.12-мисол.

16.20-шаклда кўрсатилган устунни кўндаланг кесими б) ва в) шаклда кўрсатилган кесимлар бўйича устиворлиги текширилсин. Материали ст. 3 маркали пўлат, $[n_y] = 2,5$

Ечиш: б) вариант. O_x ва O_y ўқларга нисбатан инерция моментларини ҳисоблаймиз.

$$J_x = 2 \left(J_x^{шв} + \frac{h\epsilon^3}{12} + a_1^2 \epsilon h \right) = 2 \left(22,8 + \frac{7 \cdot 0,6^2}{12} + 2,8^2 \cdot 7 \cdot 0,6 \right) = 112 \text{ см}^4$$

$$J_y = 2 \left(J_y^{шв} + F_{шв} \epsilon_1^2 + \frac{h\epsilon^3}{12} \right) = 2 \left(5,61 + 6,16 \cdot 1,46^2 + \frac{0,6 \cdot 7^3}{12} \right) = 72 \text{ см}^4$$

O_y ўқига нисбатан инерция моменти кичик экан.

$$r_{\min} = r_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} = \sqrt{\frac{72}{20,72}} = 1,86 \text{ см},$$

$$\text{бунда } F = 2F_{шв} + 2F_{пол} = 2 \cdot 6,16 + 2 \cdot 7 \cdot 0,6 = 20,72 \text{ см}^2$$

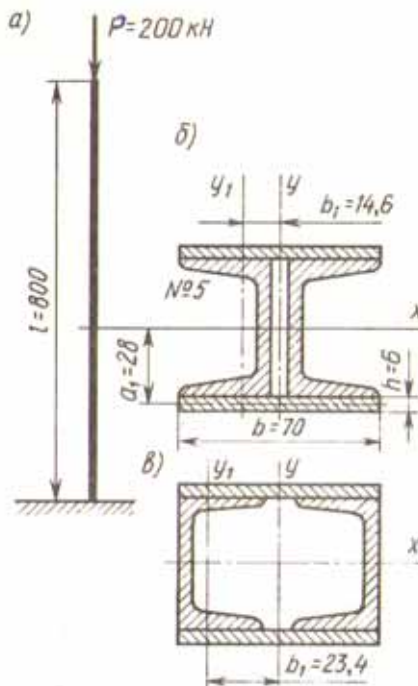
$$\text{Устуннинг эгилувчанлиги } \lambda = \frac{\mu \ell}{r_{\min}} = \frac{2 \cdot 80}{1,86} = 86 < \lambda_{rar} = 100$$

Бу ҳолда Эйлер формуласидан фойдаланиб бўлмайди ва критик кучни империк формуласидан фойдаланиб аниқлаймиз:

$$P_{кр} = \sigma_{кр} \cdot F = (310 - 1,14)F = (310 - 1,14 \cdot 86) \cdot 20,72^2 = 440 \text{ кН}$$

Устиворликнинг эҳтиёт коэффициенти

$$n_y = \frac{P_{кр}}{P} = \frac{440}{200} = 2,2, \quad \frac{2,5 - 2,2}{2,5} \cdot 100\% = 12\% \text{ га } [n_y] \text{ кам.}$$



16.20-шакл.

Энди в) вариантдаги кесим учун устиворликнинг эҳтиёт коэффициентини ҳисоблаймиз: Кесим Ox ўқига нисбатан инерция моменти ўзгармайди.

$$J_x = 112 \text{ см}^4; \quad J_y = 2 \left(J_{y_1}^{шб} + e_1^2 F_{шб} + \frac{h e^3}{12} \right) = 2 \left(5,61 + 2,34^2 \cdot 6,16 + \frac{0,6 \cdot 7^3}{12} \right) = 114 \text{ см}^4$$

Бу ҳамма йўналишда устун амалий тенг устувор экан

$$(J_x \approx J_y): \quad r_{\min} = r_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} = \sqrt{\frac{112}{20,72}} = 2,32 \text{ см}; \quad \lambda = \frac{2 \cdot 80}{2,32} = 69;$$

$$P_{кр} = \sigma_{кр} \cdot F = (310 - 1,14 \cdot 69) \cdot 20,72 \cdot 10^2 = 480 \text{ кН}; \quad n_y = \frac{480}{200} = 2,4$$

$$\frac{2,5 - 2,4}{2,5} \cdot 100\% = 4\% \quad \text{га} \quad [n_y] \quad \text{кам}$$

Бундан кўринадикки, устуннинг кўндаланг кесими в) вариант бўйича бажарилиши керак экан.

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

16.1. Лигерланган пўлатдан ясалган доиравий кўндаланг кесим учун критик кучнинг қиймати аниқлансин.

$$\sigma_n = 5700 \text{ кг/см}^2; E = 2,2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; n_y = 3,2 \text{ деб олинсин.}$$

$$\text{Жавоби : } P_{кр} = 28600 \text{ кг} = 286 \text{ кН}.$$

16.2. Сиқилиш учун асосий рухсат этилган кучланиши $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$ бўлса, шаклда кўрсатилган чўян устун учун рухсат этилган куч қиймати аниқлансин.

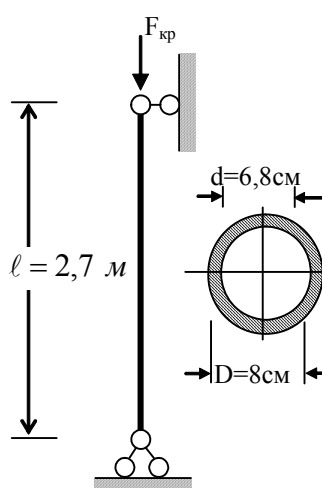
$$\text{Жавоби : } 44800 \text{ кг} = 448 \text{ кН}.$$

16.3. Сиқилиш учун асосий рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлса, шаклда кўрсатилган ст.3 маркали пўлатдан ясалган устун учун тенг ёнли бурчакликлар профилининг керакли ўлчамлари аниқлансин.

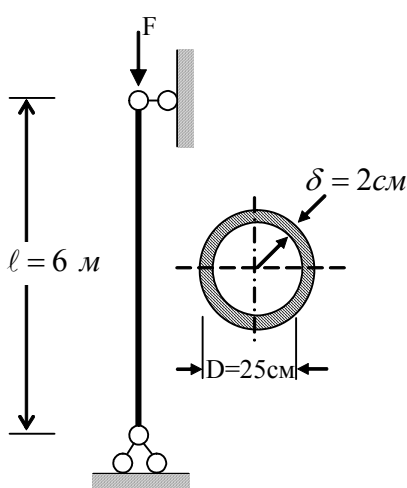
$$\text{Жавоби : } 70 \times 70 \times 8 \text{ бурчакликлар.}$$

16.4. Шаклда кўрсатилган кўндаланг кесимларнинг юзаси тенг бўлган ва бир хил шароитда ишлайдиган устунларнинг критик кучлари қийматлари нисбатини Эйлер формуласидан фойдаланиб топинг.

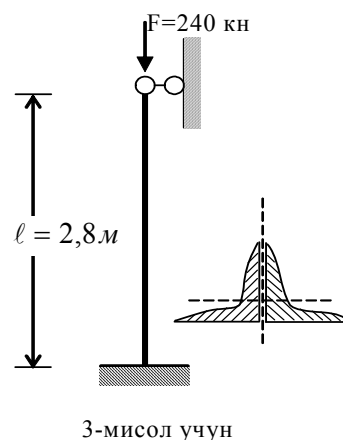
$$\text{Жавоби : } P_{K1} : P_{K2} : P_{K3} : P_{K4} : P_{K5} : P_{K6} = 1,0 : 0,955 : 0,333 : 4,56 : 4,35 : 2,38.$$



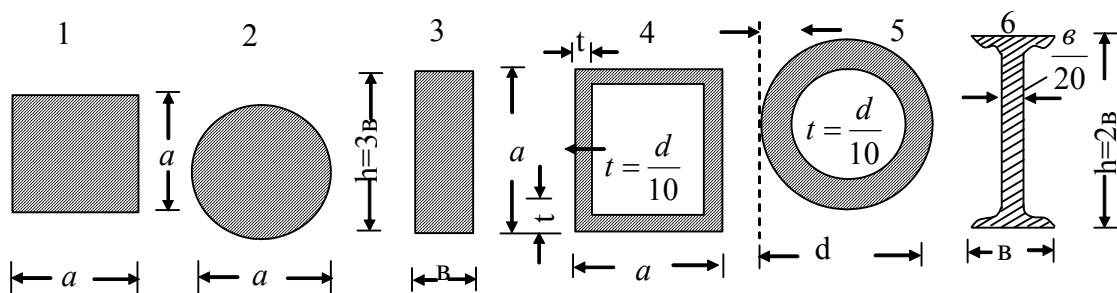
16.1-мисол учун.



2-мисол учун



3-мисол учун



16.4-мисол учун.

16.5. Шаклда кўрсатилган стерженни сиқувчи F_{kp} куч қиймати қандай ўзгаради;

агар: а) диаметрини икки марта оширсак,

б) кўндаланг кесим юзини икки марта оширсак.

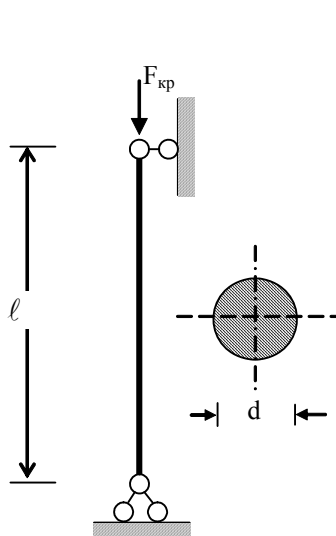
Стержень $\sigma_{kp} < \sigma_n$ да устиворлигини йўқотади.

Жавоби : Ортади : а) 16 марта; б) 4 марта.

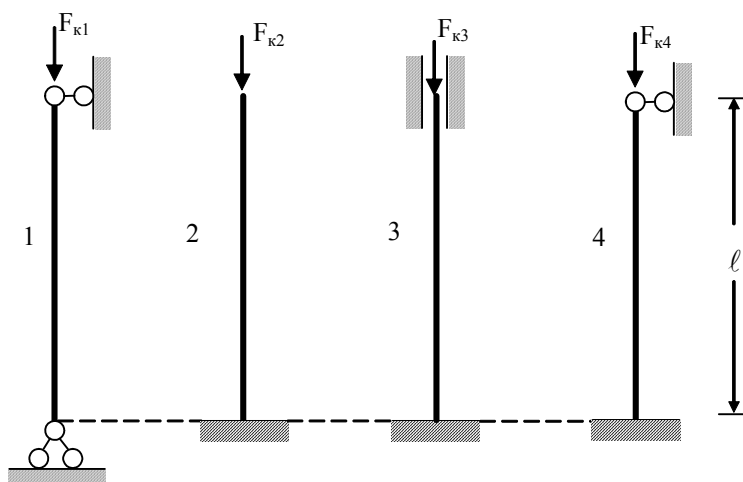
16.6. Материаллари ва диаметрлари бир хил бўлган доиравий кўндаланг кесимли стерженлар учун сиқувчи F_{kp} кучнинг қийматларини таққосланг.

Стерженнинг устиворлиги $\lambda > \lambda_{чек}$ да йўқолади.

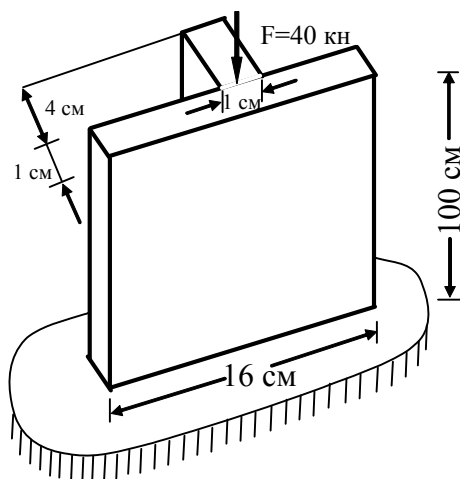
Жавоби: $F_{k_2} = \frac{1}{4} F_{k_1}$; $F_{k_3} = 4 F_{k_1}$; $F_{k_4} = 2,04 F_{k_1}$.



16.5-мисол учун.



16.6-мисол учун



16.7-мисол учун.

16.7. Агар пропорционаллик чегараси $\sigma_n = 2000 \text{ кг/см}^2$ бўлса, кўндаланг кесим юзаси тавр шаклида бўлган марказий сиқилувчи пўлат устун учун устиворлик запас коэффиценти аниқлансин.

Жавоби : $n_y = 3,28$.

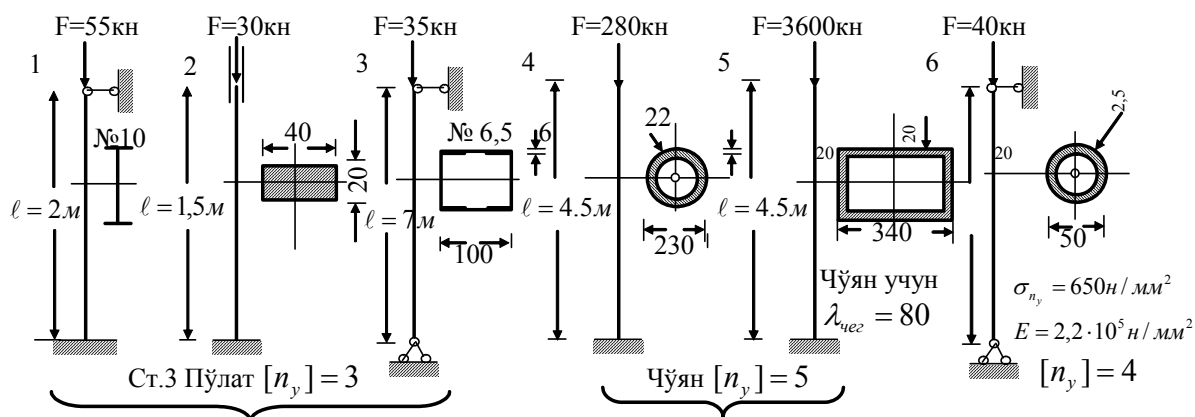
16.8. Агар кўндаланг кесими d диаметрли доирани тенг юзали:
а) квадрат, б) халқа ($\alpha = \frac{d}{D} = 0,8$). в) тўғри тўртбурчак ($b \times 2b$) билан алмаштирсак, сиқувчи F_{kp} кучнинг қиймати қандай ўзгаради.

Жавоби : Ортади : а) 4,9 марта, б) 4,55 марта, в) 1,9 марта.

16.9. Шаклда кўрсатилган устунларни устиворликка текширинг.

Жавоби:

1) $n_y = 3,28$, 2) $n_y = 3,12$, 3) $n_y = 3,3$, 4) $n_y = 5,06$, 5) $n_y = 5,03$, 6) $n_y = 4$.



16.9-мисол учун.

16.10. Ст.3 маркали пўлатдан ясалган, баландлиги $h = 2,5\text{м}$ бўлган, пастки қисми қистириб маҳкамланган ва юқори қисми эркин бўлган, устун учун қўштаврли кўндаланг кесимнинг номери 12.2-жадвалдан фойдаланиб аниқлансин. Ҳисобий юк 250 кН , ҳисобий кучланиш 2000 кг/см^2 .

Жавоби : Қўштавр номери 30^a .

16.11. Икки учи билан шарнирлар ёрдамида маҳкамланган, $(8 \times 12\text{ см})$ тўғри тўртбурчак кўндаланг кесимли ёғоч учун $P=30\text{ кН}$ куч билан сиқилади. Устиворликнинг запас коэффицентини икки ҳол учун топинг : 1) $\ell = 2\text{ м}$; 2) $\ell = 1\text{ м}$. $\sigma_n = 2000\text{ кг/см}^2$ деб олинсин.

Жавоби : 1) $n_y = 4$; 2) $n_y = 6,7$

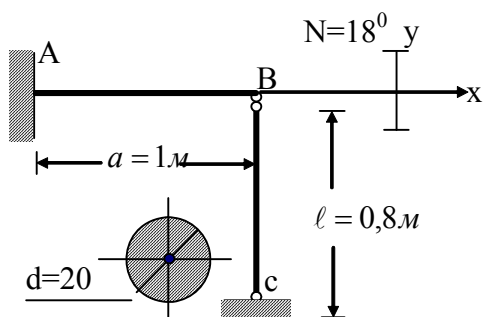
16.12. Агар устун ВС нинг материали ст.3 маркали пўлатдан ва $[n_y] = 3$ бўлса, устиворлик шартидан устуннинг температурасининг рухсат этилган оширилиши $[\Delta t]$ ни аниқланг.

Агар балкани абсолют қаттиқ деб олсак, ечиш натижаси неча марта ўзгаради.

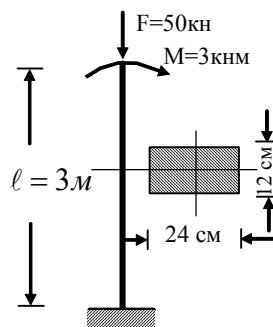
Жавоби : 104^0 ; $[\Delta t^0]$ - 10,1 марта камаяди.

16.13. Шаклда кўрсатилган ёғоч устуннинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланиш аниқлансин.

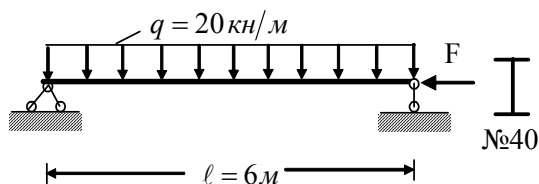
Жавоби : 48 кг/см^2



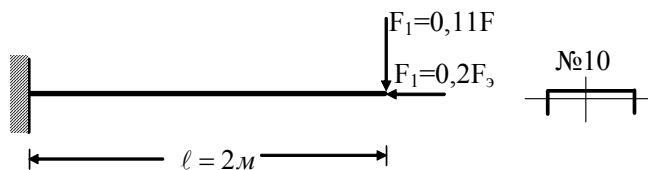
16.12-мисол учун.



16.13-мисол учун.



16.14-мисол учун.



16.15-мисол учун

16.14. Шаклда кўрсатилган балкага таъсир этаётган P кучнинг қиймати нормал кучланиш 1600 кг/см^2 дан ошмаслик шартидан аниқлансин.

Жавоби : $P = 436 \text{ кН}$.

16.15. Шаклда кўрсатилган пўлат консолнинг кўндаланг кесимидаги энг катта салқилик аниқлансин.

Жавоби : $\sigma_{\max} = 1400 \text{ кг/см}^2$; $f_{\max} = 1,6 \text{ см}$.

16.16. Агар яхлит кесимли устуннинг диаметрини 2,3 ва 5 марта катталаштирсак критик куч қандай ўзгаради.

Жавоби: 16, 81 ва 625 марта ортади.

16.17. Агар устун узунлигини 3,4 ва 5 марта камайтирсак критик куч қандай ўзгаради.

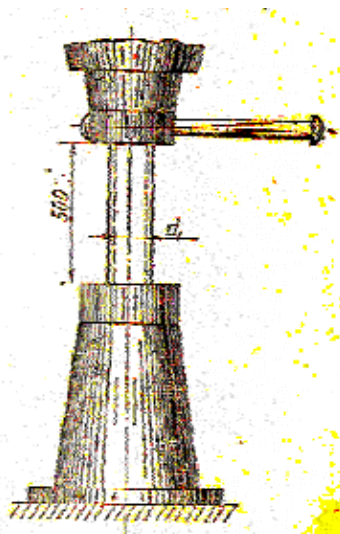
Жавоби: 9,16 ва 25 марта ортади.

16.18 Шаклда кўрсатилган домкрат винтнинг эҳтиёт коэффиценти аниқлансин. Материали ст.5, $d_1 = 5,1 \text{ см}$, энг катта кўтариш баландлиги 50 см.

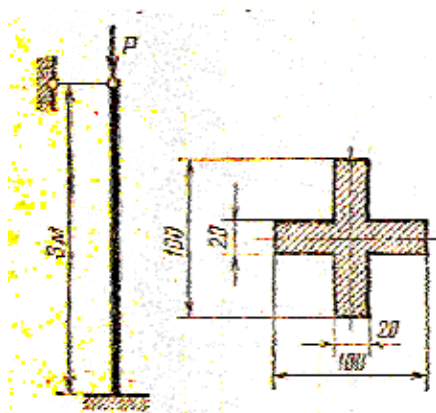
Жавоби: $n_y = 3,43$.

16.19. Шаклда кўрсатилган чўян устун $P = 87 \text{ кН}$ куч билан сиқилади. $[n_y] = 5$; $E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$. Устуннинг устиворлиги текширилсин.

Жавоби: $n_y = 5,3 > [n_y] = 5$.



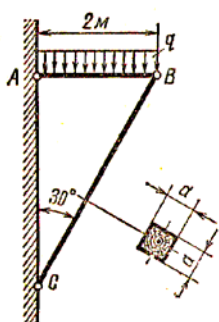
16.18-мисол учун



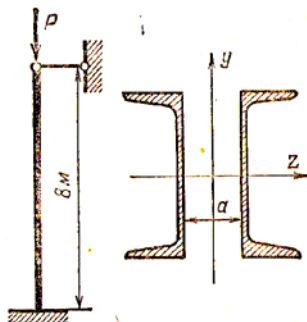
16.19-мисол учун



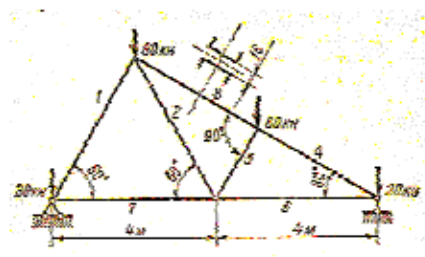
16.20-мисол учун



16.21-мисол учун



16.22-мисол учун



16.23-мисол уч

16.20. Шаклда кўрсатилган ёғоч устун учун рухсат этилган сиқувчи куч устиворлик шартидан фойдаланиб топилсин. $[n_y] = 3,2$.

Жавоби: $[P] = 67 \text{ кН}$.

16.21 Шаклда кўрсатилган ABC кранштейн $q = 10 \text{ кГ/м}$ куч билан юкланган. BC ёғоч тиргак квадрат кесимининг ўлчамлари устиворлик шартидан аниқлансин. $[\sigma_c] = 50 \text{ кГ/см}^2$

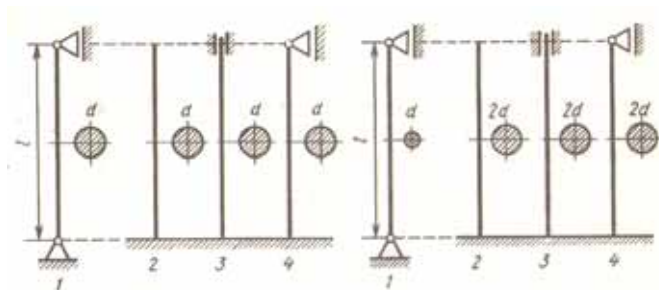
Жавоби: $a = 11 \text{ см}$

16.22. Шаклда кўрсатилган иккита швеллердан тузилган устуннинг кўндаланг кесим юзаси ўлчамлари танлансин. $P = 600 \text{ кН}$, материали ст.3 маркали пўлатдан ясалган бирор устун учун бирор вариант бўйича рухсат этилган сиқувчи куч қйматини топинг $[\sigma] = 1600 \text{ кГ/см}^2$. Швеллернинг орасида зарурий масофа a топилсин.

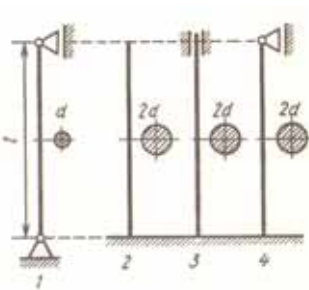
Жавоби: Иккита швеллер №20; $a = 11,4 \text{ см}$.

16.23. Шаклда кўрсатилган иккита швеллердан тузилган ферма 3 стерженнинг кесими танлансин. Материали ст.3 маркали пўлат, $[\sigma] = 1600 \text{ кГ/см}^2$. Стерженларнинг охири шарнир билан бириктирилган деб ҳисоблансин.

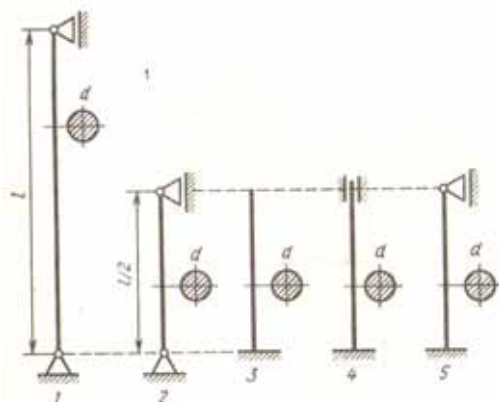
Жавоби: Иккита швеллер №6,5.



16.24-мисол учун



16.25-мисол учун



16.26-мисол уч

16.24. Шаклда кўрсатилган бир хил материалдан ясалган стерженлар учун P_{np} қиймати таққослаб кўрилсин. Устиворлиги $\lambda > \lambda_{чез}$ бўлганда йўқолади.

Жавоби: $(P_{кр})_2 = 1,4(P_{кр})_1$; $(P_{np})_3 = 4(P_{np})_1$; $(P_{кр})_4 = 2,04(P_{кр})_1$.

16.25. Шаклда кўрсатилган бир хил материалли стерженлар учун $P_{кр}$ қиймати таққослансин Устиворлиги $\sigma_{кр} < \sigma_n$ бўлганда йўқолади.

Жавоби: $(P_{кр})_2 = 4(P_{кр})_1$; $(P_{np})_3 = 64(P_{np})_1$; $(P_{кр})_4 = 32,6(P_{кр})_1$.

16.26. Шаклда кўрсатилган материали бир хил бўлган стерженлар учун $P_{кр}$ қиймати таққосланган. Устиворлиги $\lambda > \lambda_{чез}$ да йўқолади.

Жавоби: $(P_{кр})_2 = 4(P_{кр})_1$; $(P_{np})_3 = (P_{np})_1$; $(P_{кр})_4 = 16(P_{кр})_1$; $(P_{кр})_5 = 8,17(P_{кр})_1$

16.27. Шаклда кўрсатилган устунларни устиворликка текширишдан фойдаланиб кўндаланг кесим диаметри аниқлансин. Материали 6,3 пўлат $[n_y] = 4,5$; $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ деб олинсин.

Жавоби: а) $5,0 \text{ см}$;

б) кўштавр №16

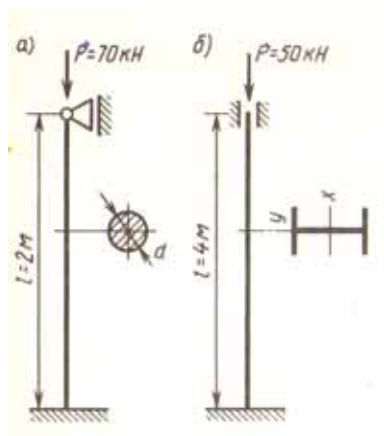
16.28. Шаклда кўрсатилган системадаги балканинг мустаҳкамлиги ва устуннинг устиворлиги текширилсин.

$[n] = 1,5[n_y] = 2,5$; $\sigma_{0.к.} = 2400 \text{ кг/см}^2$; балканинг ва устуннинг материали ст.3 маркали пўлат.

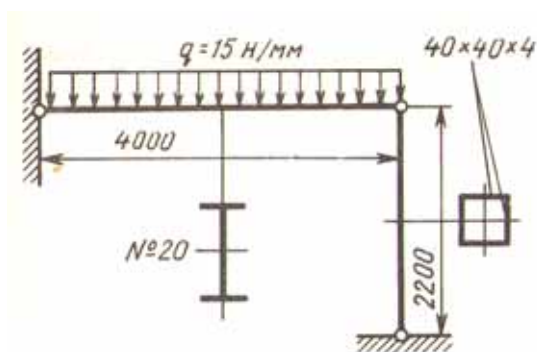
Жавоби: 2% га $n < [n]$; 24,8% га $n_y < [n_y]$.

16.29. Агар $[n_y] = 2,5$ бўлса, шаклда кўрсатилган системанинг устиворлик шартидан устун учун P кучнинг рухсат этилган қиймати аниқлансин.

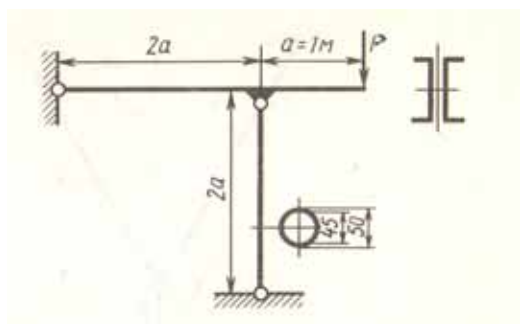
Жавоби: $[P] = 14 \text{ кН}$.



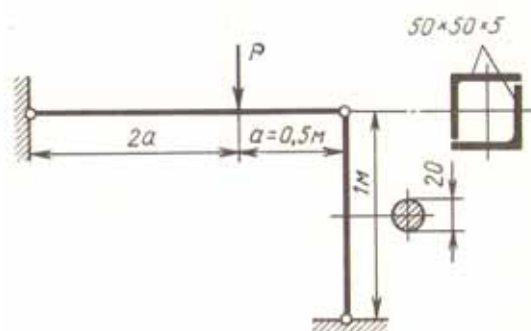
16.27-мисол учун



16.28-мисол учун



16.29-мисол учун



16.30-мисол учун

16.30. Шаклда кўрсатилган система балкаси учун мустаҳкамлик шартидан P кучнинг рухсат этилган қиймати аниқлансин. Аниқланган қийматдан фойдаланиб устуннинг устиворлиги текширилсин. Балка ва устуннинг материали ст.3 маркали пўлат; $\sigma_{ок} = 2400 \text{ кг/см}^2$; $[n] = 1,5$; $[n_y] = 3,5$ деб олинсин.

Жавоби: $[P] = 6,86 \text{ кН}$; $n_y = 3,38$.

16.31. Агар $[n] = 1,5$, $[n_y] = 3$, балка ва устун материали ст.3 маркали пўлат, $\sigma_{ок} = 2400 \text{ кг/см}^2$ бўлса шаклда кўрсатилган система балканинг мустаҳкамлиги ва устуннинг устиворлиги текширилсин.

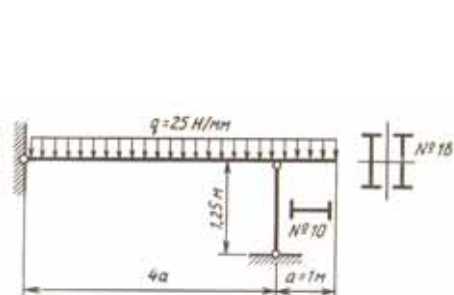
Жавоби: $n = 1,56$; $n_y = 2,9$.

16.32. Материали ст.5 маркали пўлатдан тайёрланган $d_1 = d_2 = 2 \text{ см}$, $d_3 = 2,8 \text{ см}$ бўлган стерженлардан тузилган системанинг 3 стерженнинг устиворлиги текширилсин. $[n_y] = 2,5$ деб олинг.

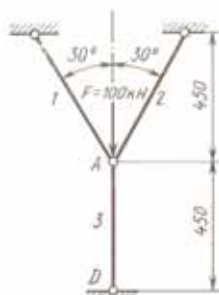
Жавоби: $n_3 = 2,74$

16.33. Шаклда кўрсатилган система устуни учун $[\Delta t]$ аниқлансин. Устун материали ст.3 маркали пўлат, ва $[n_y] = 3$ деб олинсин. Агар балкани абсолют қаттиқ деб олсак, ечим натижаси неча мартага ўзгаради.

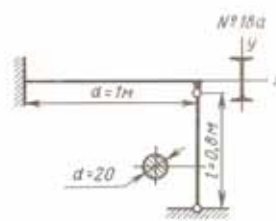
Жавоби: 104 ; $[\Delta t] - 20,1$ марта камаяди.



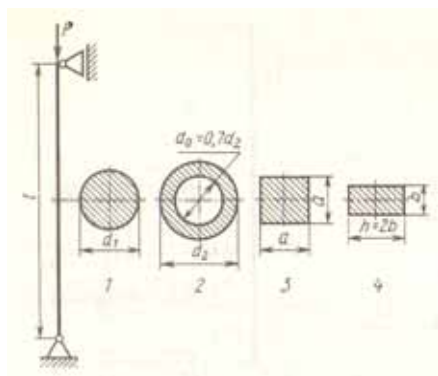
16.31-мисол учун



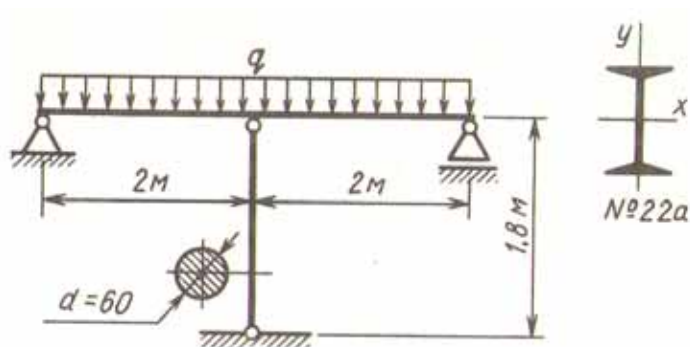
16.32-мисол учун



16.33-мисол учун.



16.34-мисол учун



16.35-мисол учун

16.34. Кўндаланг кесим юзалари ўзаро тенг бўлган кесимлар учун: а) устуннинг эгиловчанлиги чегарасидан ўтган; б) $d = 5 \text{ см}$, $\ell = 100 \text{ см}$ материали ст.3 маркали пўлат бўлганда рухсат этилган юкнинг нисбати аниқлансин.

Жавоби: а) $[P_2]:[P_1] = 2,92$; $[P_3]:[P_1] = 1,05$; $[P_4]:[P_1] = 0,515$

б) $[P_2]:[P_1] = 1,09$; $[P_3]:[P_1] = 1,01$; $[P_4]:[P_1] = 0,745$

16.35. Агар $[n_y] = 2$, материали ст.3 маркали пўлат бўлса шаклда кўрсатилган системанинг устуни учун $[q]$ устиворлик шартидан аниқлансин. Топилган $[q]$ нинг қийматидан фойдаланиб балканинг мустаҳкамлиги текширилсин. $[\sigma] = 1000 \text{ кг/см}^2$ деб олинсин.

Жавоби: $[q] = 77,4 \text{ кН/м}$; $\sigma_{\max} = 1220 \text{ кг/см}^2$

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

- 1.Сиқилган стерженлар устиворлигининг йуқолиш белгилари нимадан иборат?
- 2.Қандай куч критик куч деб аталади?
- 3.Критик кучланиш нима?
- 4.Эйлер формуласини чиқаришда эгилиш назариясининг қандай дифференциал тенгламасидан фойдаланилган эди?
- 5.Стерженларнинг эгилувчанлиги нима?
- 6.Эйлер формуласи қандай кўринишга эга?
- 7.Стерженнинг узунлиги l билан унинг кесим бикрлиги куч қийматига қандай таъсир кўрсатади?
- 8.Эйлер формуласига одатда қандай инерция моменти киради?
- 9.Узунликни келтириш коэффиценти нима?
- 10.Учлари турли хилда маҳкамланган стерженлар учун узунликни келтириш коэффиценти нимага тенг?
- 11.Эйлер формуласининг ишлатилиш чегараси қандай топилади?
- 12.Эгилувчанликнинг чегараси нимага боғлиқ?
- 13.Критик кучланишни топиш учун Ясинский формуласи қандай кўринишга эга?
- 14.Сиқилган стерженларнинг устиворлик шарти қандай ёзилади? Бу формулага стерженнинг қандай кесим юзаси қўйилади?
15. φ коэффицент нима ва унинг қиймати қандай аниқланади?
- 16.Стерженнинг устиворлигини текширишда унинг кўндаланг кесими қандай танланади?
- 18.Бўйлама ва кўндаланг эгилишининг бирга таъсирида кучлар таъсирининг мустақиллик принципини ишлатиб бўладими?
- 19.Бўйлама ва кўндаланг эгилишнинг биргаликдаги таъсирида салқилик сиқувчи куч қиймати билан қандай боғланади? Эйлер кучининг қиймати нимага тенг?
- 20.Эйлер кучи билан критик куч орасида қандай фарқ бор?
- 21.Бўйлама ва кўндаланг эгилишнинг бирга таъсирида балканинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланиш қандай топилади?
- 22.Бўйлама ва кўндаланг эгилишнинг бирга таъсиридан балканинг мустаҳкамлиги қандай ҳисобланади, унинг рухсат этилган юк бўйича ҳисобланишига сабаб нима?

XVII-БОБ.
ДИНАМИК ЮКЛАР ТАЪСИРИДАГИ
ЭЛЕМЕНТЛАРНИНГ МУСТАҲКАМЛИГИ.
17.1-§ УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР.

Биз юқорида машина ва иншоот қисмларининг мустаҳкамлиги, бикрлиги ва устиворлигига оид масалаларни фақат статик кучлар таъсиригагина ҳисоблашни ўргандик. Статик кучлар машина ва иншоот қисмларига шу қадар секин қўйиладики, уларда ҳосил бўладиган ҳаракат тезланиши жуда кичик бўлиб, лойиҳалаш пайтида улар эътиборга олинмайди.

Динамик кучлар жумласига инерция, зарба ва даврий ўзгарувчан кучлар кирази. Масалан, тросга осилган юк ўзгармас тезлик билан кўтарилаётган бўлса, юк тросга статик таъсир қилади, агар юк маълум тезланиш билан кўтарилса, юк тросга динамик таъсир қилади ва уларнинг зарраларида тезланиш ҳосил бўлади.

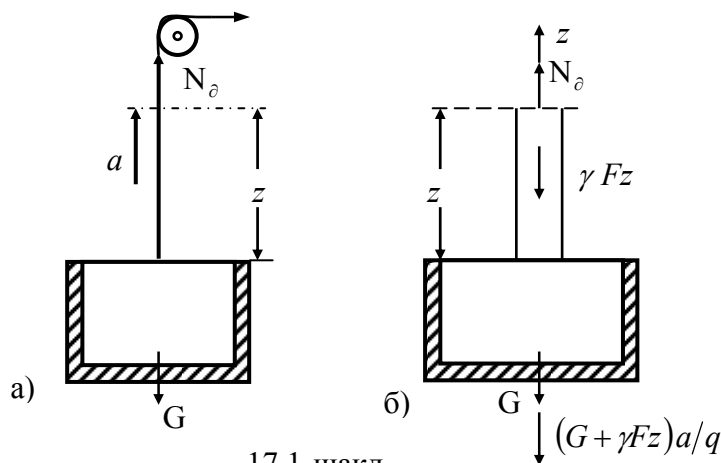
Агар бирор машина ва иншоот қисмлари тезланиш билан илгариланма ёки айланма ҳаракат қилса, унинг ўз оғирлик кучидан бошқа яна инерция кучлари таъсир қилади. Масалан, текис айланма ҳаракатдаги ғилдирак туғунларида ҳосил бўлган марказдан қочирма куч инерция кучидир.

Ўтказилган тажрибалар кўрсатадики, динамик ва статик кучлар таъсиридан ҳосил бўладиган кучланиш ва деформациялар бири-бирдан катта фарқ қилади.

Динамик куч таъсирида бўлган машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган кучланиш ва деформацияларни топишдан ташқари, уларнинг материалининг механик хоссаларини ҳам эътиборга олиш лозимдир.

17.2-§ МАШИНА ВА ИНШООТ ҚИСМЛАРИГА ИНЕРЦИЯ
КУЧЛАРИНИНГ ТАЪСИРИ.

Аввало динамик кучлар таъсиридаги машина ва иншоот қисмларининг мустаҳкамлигига оид масалаларни кўриб чиқамиз. Агар конструкцияларнинг ҳаракатланувчи қисмларининг тезланиши ўзгармас қийматга эга бўлса, уларда тебранма ҳаракат ҳосил бўлади.



17.1-шакл

МИСОЛЛАР.

17.1-мисол.

Оғирлиги G га тенг бўлган лифтохонани ўзгармас тезланиш a билан кўтарилаётган пўлат тросни кўриб чиқамиз (17.1-шакл, а).

Тросни пастки қисмидан z масофада кесиб қолдирилган пастки қисмини мувозанатини қараймиз, трос юқорига ҳаракат қилганлигидан, унга пастга қараб таъсир этувчи оғирлик кучи $(G + \gamma F z)$ дан ташқари яна инерция кучи $\left(\frac{G + \gamma F z}{g} a\right)$ ҳам таъсир этади.

Текширилаётган кесимдаги ички куч N_δ , Даламбер принципига кўра пастга йўналган кучларнинг йиғиндисига тенг бўлади (17.1-шакл, б):

$$N_\delta = G + \gamma F z + \frac{G + \gamma F z}{g} a \quad (а)$$

Динамик нормал кучланиш қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_\delta = \frac{N_\delta}{F} = \frac{1}{F} \left(G + \gamma F z + \frac{G + \gamma F z}{g} a \right) = \frac{G + \gamma F z}{F} \left(1 + \frac{a}{g} \right), \quad (б)$$

бунда F - троснинг кўндаланг кесим юзаси;

g - оғирлик кучининг тезланиши;

$\frac{G + \gamma F z}{g} = \sigma_{ст}$ -текширилаётган кесимдаги статик кучланиш .

Буни эътибога олиб динамик кучланишни қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma_{\partial} = \sigma_{CT} \left(1 + \frac{a}{g} \right) \quad (17.1)$$

$$(17.1) \text{ га } K_{\partial} = 1 + \frac{a}{g}, \quad (17.2)$$

белгилашни киритсак динамик кучланиш қуйидагича бўлади:

$$\sigma_{\partial} = K_{\partial} \sigma_{CT}; \quad (17.3)$$

бунда K_{∂} - динамик коэффициент дейилади ва (17.2) билан ифодаланади.

Троснинг мустаҳкамлик шарти қуйидагича бўлади:

$$\sigma_{\partial, \max} = \frac{N_{\partial, \max}}{F} = K_{\partial} \cdot \sigma_{CT, \max} \leq [\sigma], \quad (17.4)$$

$$\text{бундан } \sigma_{CT, \max} \leq \frac{[\sigma]}{K_{\partial}} \quad (17.5)$$

бўлади.

Шундай қилиб, юкни a тезланиш билан кўтарганда, динамик куч таъсирида бўлган машина ва иншоот қисмларининг материали учун рухсат этилган кучланишни динамик коэффициент қадар камайтириб, динамик куч таъсиридаги конструкция қисмларини статик ҳисобласа бўлар экан. Масалан, тезкор лифтлар катта тезланиш ҳисобига катта тезликда кўтарилади, шунинг учун тросларни ҳисоблашда динамик кучларнинг таъсирини ҳам эсдан чиқармаслик керак.

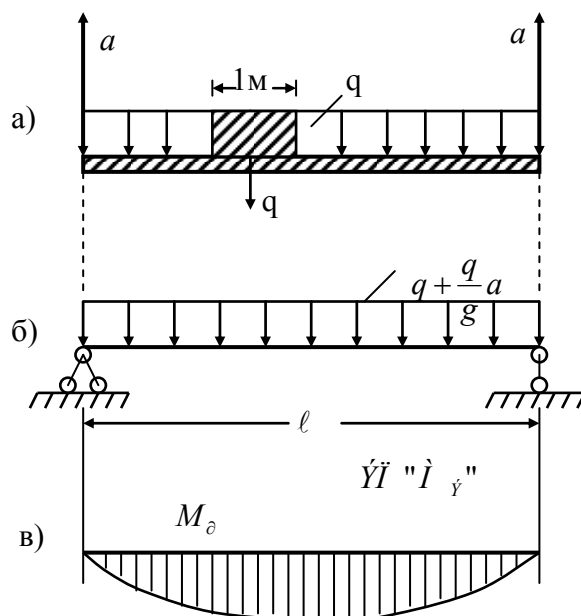
Юк a тезланиш билан туширилганда ҳам, динамик коэффициент формуласи ўз кучида қолади, фақат унинг олдида минус ишораси қўйиш керак. Канат тушаётган юк орқасидан ҳеч қандай зўриқишсиз ҳаракатланганлигидан тезланиш $a = -g$ бўлиб, канатдаги тортилиш кучи нолга тенг бўлади.

17.2-мисол.

17.2-шакл, а да кўрастилагдек юкланган ва a тезланиш билан кўтарилаётган балкани, троснинг ўз оғирликларини ҳисобга олмаган ҳолда кўриб чиқамиз. Икки учидан трослар ёрдамида кўтарилаётган балканинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган динамик кучланишни аниқлаймиз.

a тезланиш билан кўтарилаётган балканинг ҳар бир метр узунлигига тўғри келган динамик кучи интенсивлиги қуйидаги

$$\text{ифодадан топилади: } q_g = q + \frac{q}{g} a$$



17.2-шакл

Балканинг ўртасида эгувчи момент энг катта қийматга эришади (17.2-шакл, б, в) ва қуйидагича топилади:

$$M_d = \frac{(q + \frac{q}{g}a)\ell^2}{8} = \frac{q\ell^2}{8} \left(1 + \frac{a}{g}\right);$$

бунга $M_{c0} = \frac{q\ell^2}{8}$ ва $k_d = 1 + \frac{a}{g}$ ларни киритсак $M_d = k_d M_{c0}$ бўлади.

Энг катта динамик кучланиш балканинг ўртасида, яъни хавфли кесимида ҳосил бўлиб, қуйидагича топилади:

$$\sigma_d = \frac{M_d}{W_y} = k_d \frac{M_{cn}}{W_y} = k_d \sigma_{cn}, \quad \text{бунда} \quad \sigma_{cn} = \frac{M_{cn}}{W_y} = \frac{q\ell^2}{8W_y} \quad \text{га тенг}$$

бўлади.

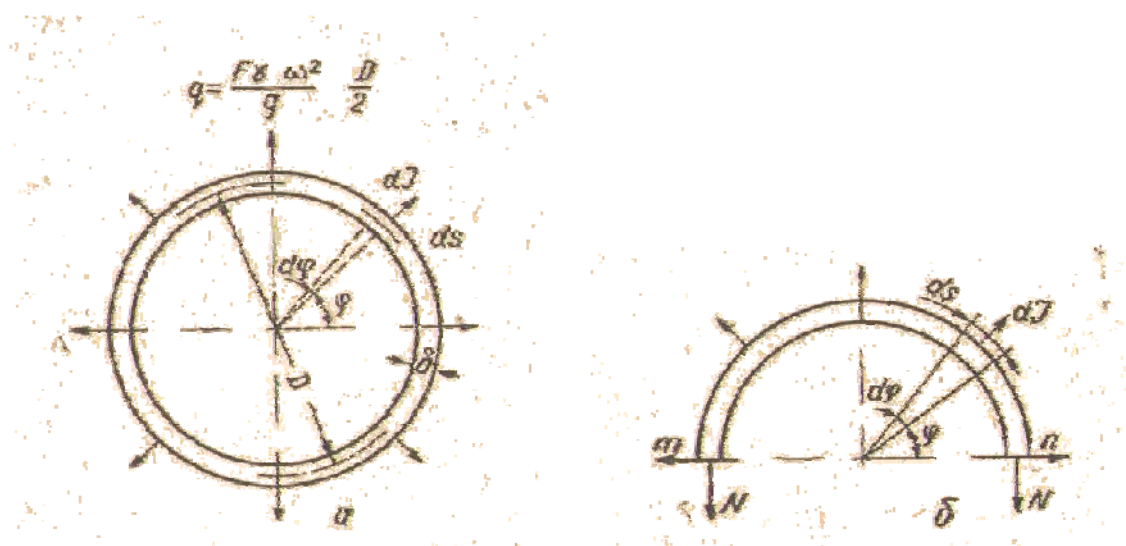
$$\sigma_d = k_d \cdot \sigma_{cn} \quad (16.6)$$

Буларни эътиборга олиб, балканинг мустаҳкамлик шартини қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma_{d, \max} = k_d \cdot \sigma_{cn} \leq [\sigma]$$

17.3-мисол.

Учинчи оддий мисол сифатида кўндаланг кесим юзаси F , материалынинг оғирлиги γ , радиуси $r = \frac{D}{2}$, калинлиги δ ва бурчак тезлиги ω бўлган халқанинг кўндаланг кесимидаги динамик кучланишни аниқлаймиз (17.3-шакл).



17.3-шакл.

Халқадан ажратилган узунлиги ds бўлган элемент, халқа айланганда ўзгармас бурчак тезлиги ω билан айланади, $\omega = \text{const}$ бўлганидан, $\varepsilon = 0$ бўлиб $v_r = \varepsilon r = 0$ бўлади. Элементнинг марказига интилувчи тезланиш $v_n = r\omega^2$ бўлиб, у халқа марказига қараб йўналади. Радиус бўйлаб халқанинг ташқи томонига қараб йўналган ва унинг ҳар бир элементига тегишли инерция кучининг қиймати қуйидагича ифодаланади:

$$q_u ds = \frac{F \gamma v_n}{g} ds = \frac{F \gamma r \omega^2}{g} ds, \quad (17.7)$$

бунда q_u – тўғиннинг узунлик бирлигига тўғри келадиган инерция кучи.

Шундай қилиб, ўзгармас бурчак тезлиги билан айланаётган халқа, интенсивлиги q бўлган радиал юк таъсиридаги халқа каби ишлар экан. Буларни эътиборга олиб, динамик кучланишни қуйидагича ҳисоблаймиз:

$$\sigma_\phi = \frac{N}{F} = \frac{r q_u}{F} = \frac{r F \gamma r \omega^2}{g F} = \frac{\gamma r^2 \omega^2}{g} = \frac{\gamma v^2}{g}, \quad (17.8)$$

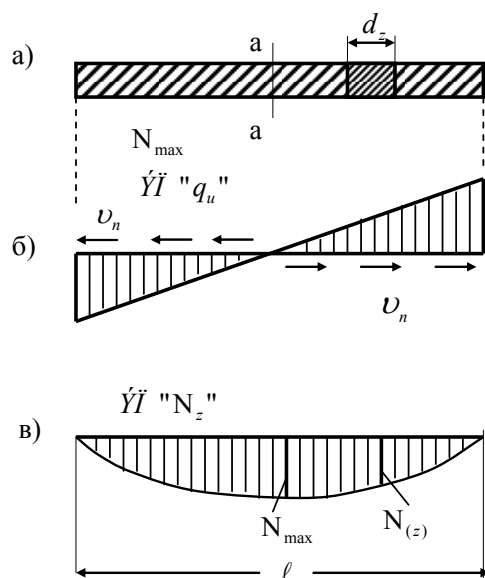
бу ерда $N = r q_u$ – халқани чўзувчи бўйлама куч;

$v = r\omega$ – халқа нуқтасининг айланма тезлиги.

(17.8) формуладан кўринадик, динамик кучланиш материалнинг солиштирма оғирлиги ва айланма тезлигига боғлиқ бўлар экан.

17.4-мисол.

Тўртинчи оддий мисол тариқасида ўзгармас ω бурчак тезлиги билан айланаётган стерженни қараймиз (17.4-шакл).



17.4-шакл

Стерженнинг узунлик бирлигига тўғри келадиган инерция кучининг интенсивлиги қуйидагича бўлади:

$$q_u = \frac{\gamma F}{g} v_n = \frac{\gamma F \omega^2}{g} z, \quad (17.9)$$

бу ерда v_n – нормал тезланиш;

z – a – a ўқдан ажратилган элементгача бўлган масофа.

17.4-шакл, б да инерция кучининг стержень узунлиги бўйича ўзгариш қонуни ва йўналишлари кўрсатилган.

Стерженни чўзувчи марказдан қочирма куч қуйидагича бўлади:

$$dN(z) = q_u dz = \frac{\gamma F \omega^2}{g} z dz$$

Кўндаланг кесим юзаси F бўлган стерженнинг a -а ўқидан z ва $z + dz$ масофаларда ажратилган узунлиги dz элементга таъсир қиладиган инерция кучи қуйидагига бўлинади:

$$N(z) = \int_z^{l/2} dN(z) = \frac{\gamma F \omega^2}{g} \int_z^{l/2} z dz = \frac{\gamma F \omega^2}{2g} \left(\frac{\ell^2}{4} - z^2 \right).$$

17.4- шакл, в да $N(z)$ чўзувчи кучнинг стержень ўқи бўйича ўзгариш қонуни кўрсатилган. $z = 0$ бўлган кўндаланг кесимда, яъни стерженнинг ўртасидаги кесимда чўзучи куч энг катта қийматга эришади:

$$N_{(z)} = \frac{\gamma F \omega^2}{g} \frac{\ell^2}{8}; \quad \delta_{\delta, \max} = \frac{N_{\max}}{F} = \frac{\gamma F \omega^2}{g p} \frac{\ell^2}{8} = \frac{\gamma \omega^2 \ell^2}{8g} \quad (17.10)$$

Стерженлар бирор ўқ атрофида айланганда ҳосил бўладиган инерция кучларини (16.9) ва (16.10) формулалардан фойдаланиб топилади.

17.3-§. ЗАРБ ВА ЎЗГАРУВЧАН ЮКЛАР ТАЪСИРИ.

Маълумки, зарбий (динамик) ёки вақт мабайнида даврий ўзгарувчан юклар таъсирида ишлайдиган ҳаракатдаги иншоот, машина ва механизмлар тобора кўпайиб, муҳандислик амалиётида улардан ҳам кенг кўламда фойдаланилмоқда. Шу боис зарбали ва ўзгаувчан юкларнинг конструкциялар ёки улар қисмларига таъсир этиш жараёнини муфассал ўрганиш ҳамда уларни лойҳалаш пайтида эътиборга олиш муҳим аҳамиятга эга.

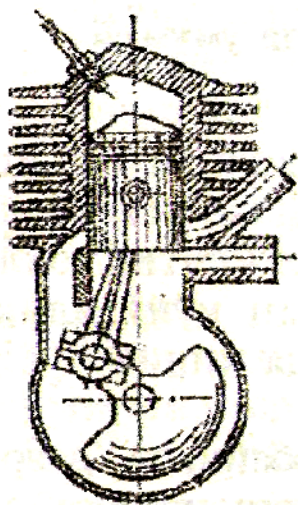
Жуда ҳам қисқа вақт ичида қўйилган ва тезлиги бир лоҳзада нолга тенглашучи юк зарб юк дейилади.

Одатда, зарба ҳодисаси бир жисмнинг иккинчи жисмга тўқнашуви туфайли содир бўлади. Зарб берувчи жисмнинг тезлиги жуда қисқа муддат давомида нолга интилиб, зарбланувчи жисмнинг деформация ва кучланиш эса энг катта қийматига эришади. Зарбланувчи жисмда аста-секин сўнувчи тебраниш ҳосил бўлганидан кейин унда мувозанат қарор топади: зарбланувчи жисмнинг деформацияси ва кучланишининг қийматлари зарб юк мазкур жисмга статик равишда қўйилганда ҳосил бўладиган деформация ва кучланишларнинг миқдориغا етгунча камаяди.

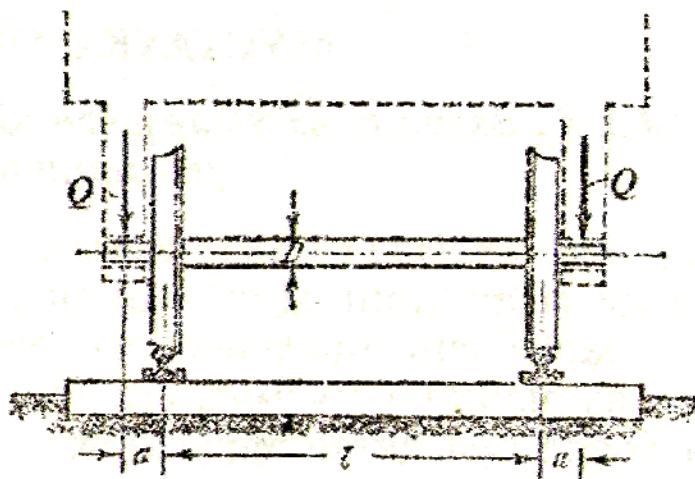
Юкларнинг зарбини деталларга болғалаб ишлов бериш пайтлари, қурилишда устун-қозиқ қоқиш ишлари, турли хил портлатиш ишлари ва шу каби жараёнларда учратиш мумкин.



Тимошенко Степан Прокофьевич (1878-1972), Украина фанлар академиясининг академиги, АҚШ миллий фанлар академиясининг академиги. Механика соҳасидаги таниқли олим. Унинг илмий ишлари юксак илмий даражада ва инженерлик йўналиши билан мос келади. Кўпдан-кўп илмий ишлари орқали эластиклик назарияси ва материаллар қаршилиги фанларининг ривожланишига катта ҳисса қўшди. Тешиклар атрофида кучланишлар концентрацияси масаласини ечди. Системаларда устиворлик назариясини ривожлантирди. Эгилиш буралиш, тебраниш ва эластик стержень зарбаси бўйича изланиш олиб борди. Пластинкалар ва оболочкалар (қобик) назариясини ривожлантирди. Материаллар қаршилиги бўйича асосий дарсликлар муаллифи.



17.5-шакл.



17.6-шакл.

Кўпгина машина ва иншоотлар ёки уларнинг қисмлари вақт мобайнида миқдори ва йўналишини ўзгартириб турадиган кучланишлар ҳосил қилувчи ўзгарувчан юклар таъсир остида ишлайди. Бунга мисол тариқасида ички ёнув двигатели шатуни ва тирсак валининг (17.5-шакл), темир йўл ёки автотранспорт воситаларининг рессора, пружина, ўқ ва ғилдиракларнинг ҳамда рельсларнинг ишлаш жараёнларини келтириш мумкин (17.6-шакл).

Шу жиҳатидан олганда ўзгарувчан юклар таъсирда ишловчи конструкция қисмларининг мустаҳкамлигини таҳлилий баҳолаш масаласи ҳам материаллар қаршилигида алоҳида ўринни эгаллайди.

17.4- §. ЗАРБ ЮКЛАРИ ТАЪСИРИДА ҲОСИЛ БЎЛАДИГАН КУЧЛАНИШЛАР.

Умумий олганда, машина ва иншоот қисмларини зарбали юклар таъсирига ҳисоблаш масалалари уларни статик юклар таъсирига ҳисоблашга нисбатан анча қийин бўлиб, муҳандислик амалиётида ҳалигача тўлиқ ҳал этилмаган муаммолардан бири ҳисобланади. Бу қийинчиликлар шу билан тушунтириладики, биринчидан, зарбали юклардан ҳосил бўладиган ички зўриқиш, кучланиш ва деформацияларни аниқлаш усуллари анча мураккаб, иккинчидан эса зарбий жараёнларда тажриба-синов йўллари билан

материалларнинг механик хусусиятларини аниқлаш усуллари мукаммал ҳал этилмаган.

Материаллар қаршилигида қуйидаги чекланишлар асосида оддий масалалар ўрганилади:

а) зарбий кучланишлар пропорционаллик чегарасидан ошмайди, балки бутун зарб жараёнида материал тўлиқ Гук қонунига бўйсинади деб фараз қилинади;

б) зарб берувчи жисм ноэластик хусусиятга эга деб фараз қилинади; бу чекланиш зарб берувчи ва зарбланувчи жисмлар бутун зарб жараёнида бир-бирларидан ажралмайдилар, деб фараз қилишга имкон беради;

в) зарбланувчи жисм бўйлаб деформациялар «бир зумда» тарқалади деб қаралади;

г) зарб берувчи жисмнинг кинетик энергияси зарбланувчи жисм деформациясининг потенциал энергиясига тўлиқ айланади деб фараз қилинади;

Одатда, зарбали юкларнинг таъсири амалда динамик коэффициент ёрдамида баҳоланади:

$$K_{\partial} = \frac{\lambda_{\partial}}{\lambda_{CT}}, \quad (a)$$

бу ерда, λ_{CT} – юк статик равишда қўйилганда ҳосил бўладиган кўчиш;
 λ_{∂} – динамик (зарали) юк таъсиридан пайдо бўлган кўчиш.

Худди шу тарзда зарбали кучлардан ҳосил бўладиган деформация (кучланиш) ларни тегишлича статик деформация (кучланиш) лар орқали ифодалаш мумкин:

$$\Delta \ell_{\partial} = \kappa_{\partial} \Delta \ell_{CT} \quad (б)$$

$$\delta_{\partial} = \kappa_{\partial} \delta_{CT} \quad (в)$$

Юқоридаги формулалардан кўриниб турибдики, зарба ҳодисасини ўрганишда k_d ни аниқлаш муҳим аҳамиятга эга экан.

Динамик коэффициентни аниқлаш учун 17.7-шакл, а да кўрсатилган системадан фойдаланамиз.

Маълумки, G кучи системага статик равишда қўйилса, бикрлиги c бўлган пружинанинг кўчиши

$$\lambda_{CT} = \frac{G}{c} \quad (г)$$

га, зарб натижасида эса

$$\lambda_{\partial} = \frac{P_{\partial}}{c} \quad (д)$$

тенг бўлади.

Юк h баландликдан тушишда $G_0\sqrt{2gh}$ бошлангич тезликка эга бўлади. Юқорида иккинчи чекланишда айтиб ўтгандек, пружинани сикади (17.7-шакл, б)

Ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теоримага кўра:

$$\frac{G}{g} \vartheta = \left(\frac{G}{g} + \frac{G_0}{g} \right) \vartheta_1, \quad (e)$$

бундан $\vartheta_1 = \frac{G}{G_0 + G} \cdot \vartheta.$

Энди кинетик энергияни ҳисоблаймиз:

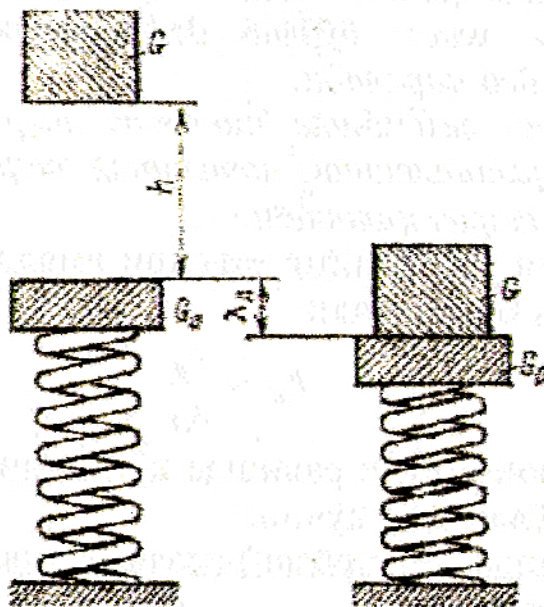
$$\dot{O} = \frac{G_0 + G}{g} \cdot \frac{\vartheta_1^2}{2} = \frac{G^2}{2g(G_0 + G)} \vartheta^2 \quad (17.11)$$

Иккала жисмнинг оғирлик кучи λ_a йўлда

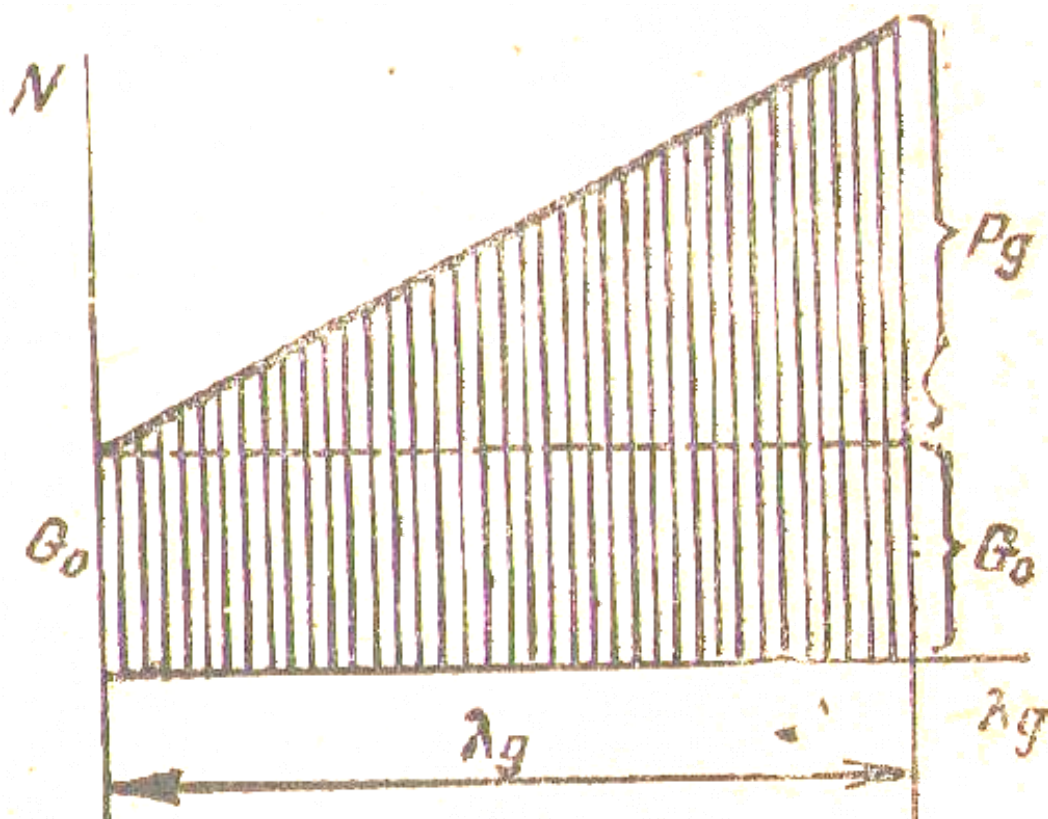
$$A_1 = (G + G_0)\lambda_a \quad (17.12)$$

иш бажаради.

Пружинага дастлаб G_0 , зарб натижасида эса $G_0 + P_0$ куч таъсир қилади, кучнинг ўзгариш графиги 17.8-шаклда келтирилган.



17.7-шакл



17.8-шакл

Диаграмманинг юзасига миқдор жиҳатидан тенг бўлган A_2 иш манфий бўлади, чунки у ҳаракатга тескари йўналган:

$$A_2 = -\left(G_0\lambda_d + \frac{P_d\lambda_d}{2}\right) \quad (17.13)$$

Бундан чиқди, бажарилган иш-деформациянинг потенциал энергияси қуйидагига тенг бўлади:

$$U = (G + G_0)\lambda_d - G_0\lambda_d - \frac{P_d\lambda_d}{2} = G\lambda_d - \frac{P_d\lambda_d}{2} \quad (17.14)$$

Тўртинчи чекланишга таяниб, энергиянинг сақланиш қонунини ёзамиз:

$$\frac{G^2}{2g(G_0 + G)}g^2 = G\lambda_d - \frac{P_d\lambda_d}{2}$$

(г) ва (д) ифодаларни эътиборга олсак, λ_d га нисбатан квадрат тенгламага эга бўламиз:

$$\lambda_d^2 - 2\lambda_{CT}\lambda_d - 2h\frac{\lambda_{CT}}{1 + \frac{G_0}{G}} = 0 \quad (17.15)$$

Охирги тенгламани ечиб, динамик кўчишни аниқлаймиз:

$$\lambda_{\partial} = \lambda_{CT} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right)$$

Агар $\lambda_{\partial} > \lambda_{CT}$ эканлигини назарда тутсак, у ҳолда:

$$\lambda_{\partial} = \lambda_{CT} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) = \lambda_{CT} k_{\partial} \quad (17.16)$$

Бу ерда зарбали юк учун динамик коэффициент қуйидагига тенг:

$$k_{\partial} = \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right),$$

ёки

$$k_{\partial} = \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{g^2}{g \lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) \quad (17.17)$$

Динамик коэффициент аниқлангач, (в) формуладан зарбали юк таъсиридан пайдо бўлган кучланишни топиш мумкин:

$$\sigma_{\partial} = \sigma_{CT} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_0}{G}}} \right) \quad (17.18)$$

Зарба ҳодисаси пропорционаллик чегарасида рўй беради деб ҳисобласак, мустаҳкамлик шarti одатдагидек кўринишда ёзилади:

$$\sigma_{\partial}(\max) = k_{\partial} \sigma_{CT} \leq [\sigma], \quad (17.19)$$

бунда

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{om}}{n_{om}}.$$

Шуни айтиш керакки, зарба ҳодисасига учрайдиган конструкция қисмлари мустаҳкамликка ҳисобланаётганда эҳтиёт коэффициенти $n_{o\div} \approx 2$ га тенг деб олинади.

Юкнинг тушиш баландлиги h статик кўчиш λ_{CT} га нисбатан жудда катта бўлган ҳолларда радикал белгиси остидаги ва олдидаги 1 ни эътиборга олмаслик ҳам мумкин, у ҳолда динамик

коэффициентни топишда ишлатиладиган қуйидаги тақрибий формула ҳосил бўлади:

$$k_{\partial} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{\left(1 + k \frac{Q_0}{G}\right)}} \quad (17.20)$$

Зарбланувчи жисмларнинг массасини ҳисобга олиш учун (17.17) формулалар таркибидаги G_0 нинг ўрнига зарб тушадиган кесимга келтирилган масса оғирлиги kQ_0 ни қўйиш лозим:

$$k_{\partial} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT}} \cdot \frac{1}{1 + k \frac{Q_0}{G}}} \quad (17.21)$$

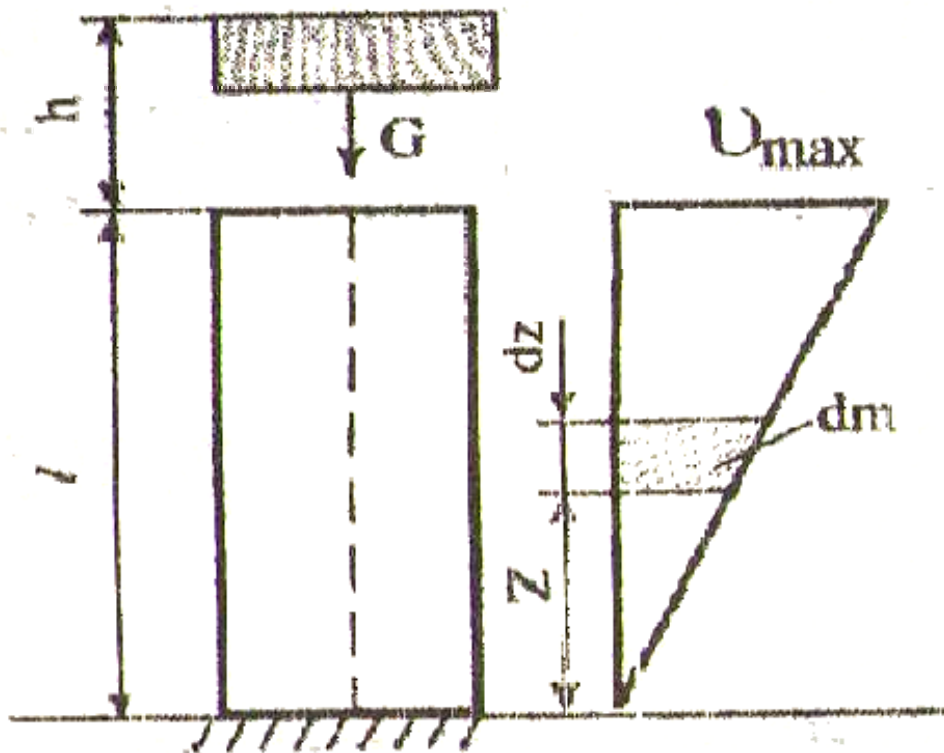
бу ерда k – келтириш коэффициенти бўлиб, зарбланувчи жисмларнинг маҳкамланиш усулига ва зарб турларига (бўйлама ёки кўндаланг зарба) боғлиқ.

G - зарб берувчи жисмнинг оғирлиги.

Қуйидаги хусусий ҳолларни кўриб чиқамиз.

1.Бўйлама зарба. Айтайлик, массаси $\gamma F dz$ стерженнинг чексиз кичик бўлаги

$$g_z = \frac{g_{\max}}{\ell} z \quad (17.22)$$



17.9-шакл

тезликка эга бўлсин (17.9-шакл). У ҳолда стерженнинг кинетик энергияси қуйидагича аниқланади:

$$T = \int_0^{\ell} \gamma F \frac{g_z^2}{2} dz = \frac{\gamma F g_{\max}^2}{2\ell^2} \int_0^{\ell} z^2 dz = \frac{\gamma F \ell}{3} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2}$$

Стерженнинг оғирлиги $Q_0 = \gamma F \ell g$ эканлиги маълум, шу боис:

$$T = \frac{1}{3} \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (17.23)$$

Иккинчи томондан эса кинетик энергия

$$T = k \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (17.24)$$

га тенг.

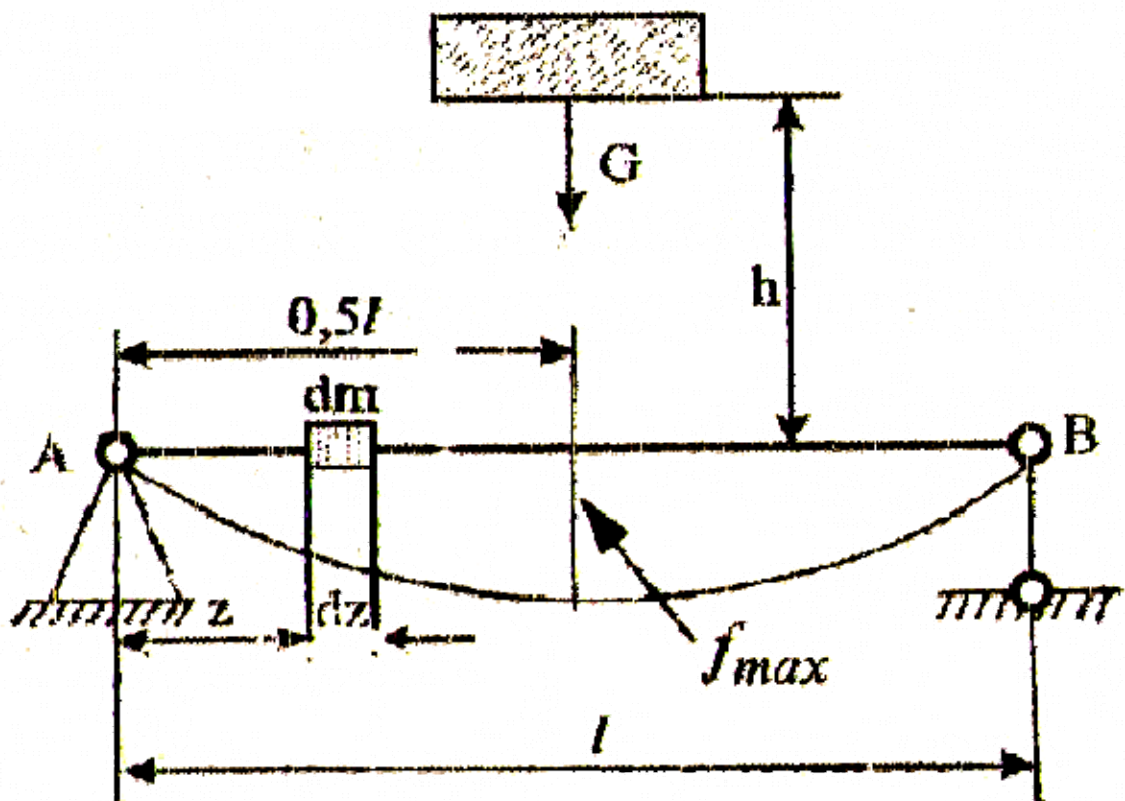
Охирги ифодаларни ўзаро таққослаб, бўйлама зарбада келтириш коэффициенти $k = \frac{1}{3}$ эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Б. Кўндаланг зарба. G юк статик равишда балкага қўйилганда кўзгалмас таянчдан z масофадаги кесимнинг салқилиги

$$v_z = \frac{f_{\max}}{\ell^3} (3\ell^2 z - 4z^3) \quad (17.25)$$

ифодага тенг бўлади (17.10-шакл).

Бунда $f_{\max} = \frac{Ql^3}{48EJ}$ энг катта салқилик.



17.10-шакл.

Бунда $f_{\max} = \frac{Ql^3}{48EJ}$ энг катта салқилик.

Салқилик тенгламасидан вақт бўйича бир марта ҳосила олиб, массаси $dm = \gamma F dz$ бўлган бўлакчанинг тезлигини аниқлаймиз:

$$g_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{f_{\max}}{\ell^3} (3\ell^2 z - 4z^3) \right\}$$

Зарб тўсиннинг ўртасига тушади деб фараз қилсак, мазкур кесимнинг тезлиги

$$g_{\max} = \frac{df_{\max}}{dt}$$

га тенг бўлади. У ҳолда тезлик

$$g_z = g_{\max} \cdot \frac{1}{\ell^2} (3\ell^2 z - 4z^3)$$

кўринишни эгаллайди.

Тўсиннинг кўзғалмас таянчидан z масофада жойлашган dz элементнинг кинетик энергиясини ҳисоблаймиз:

$$dT = \frac{\gamma F dz}{g} \cdot \frac{g_z^2}{2} = \frac{\gamma F dz}{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{df_{\max}}{dt} \frac{1}{\ell^3} (3\ell^2 z - 4z^3) \right]^2$$

Системанинг кинетик энергиясини ҳисоблаймиз:

$$T = 2 \int_0^{0,5\ell} \frac{\gamma F}{2g} \left(\frac{df_{\max}}{dt} \right)^2 \frac{1}{\ell^6} (3\ell^2 z - 4z^3)^2 dz = \frac{17}{35} \cdot \frac{\gamma F \ell}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2}$$

Бунда $\rho F \ell = Q_0$ бўлганлиги учун

$$T = \frac{17}{35} \cdot \frac{Q_0 g_{\max}^2}{2g} \quad (17.26)$$

Балканинг келтирилган массасини зарб тушадиган жойга маҳкамланган деб, кинетик энергияни

$$T = \frac{m_{\text{кел}} g_{\max}^2}{2} = k \frac{Q_0}{g} \cdot \frac{g_{\max}^2}{2} \quad (17.27)$$

кўринишида ифодалаймиз.

Кинетик энергия учун юқорида олинган иккита ифодани ўзаро таққослаб, кўндаланг зарбадаги келтириш коэффициенти $k = \frac{17}{35}$ га тенглигига ишонч ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, оддий балканинг ўртасига юк келиб урилганда ҳосил бўладиган нормал кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_{\delta} = \sigma_{CT} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{CT} \left(1 + \frac{17Q_0}{35G} \right)}} \right], \quad (17.28)$$

бунда G - зарб берувчи юкнинг оғирлиги;

Q_0 - балканинг оғирлиги;

h – юкнинг тушиш баландлиги;

λ_{CT} - юк статик равишда қўйилганда зарб тушадиган кесимнинг салқилиги;

σ_{CT} - статик юк таъсиридан ҳосил бўлган энг катта нормал кучланиш.

17.5- §. МАШИНА ВА ИНШООТ ҚИСМЛАРИДА ҲОСИЛ БЎЛАДИГАН ТЕБРАНМА ҲАРАКАТЛАР.

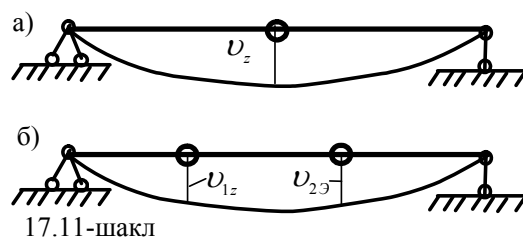
Даврий ёки умуман уйғотувчи кучлар таъсирида машина ва иншоот қисмларида тебранма ҳаракат яъни мажбурий тебраниш ҳосил бўлади. Машина ва иншоот қисмлари ишлаш жараёнида мажбурий тебранишдан қатъи назар, эркин тебраниш ҳаракатини ҳам бажаради ва унинг ўз деталларида тебранма ҳаракат ҳосил бўлиши билан бирга, унга ёпишган қисмларида ва қўшни конструкцияларда ҳам тебранма ҳаракат ҳосил бўлади.

Агар эркин тебраниш ҳаракатининг даври ўйғатувчи куч даврига мос келиб қолса, резонанс ҳодисаси рўй бериб, бу тебранма ҳаракат баъзи ноқулай ҳолларда конструкциянинг емирилишигача олиб келади.

Шунинг учун машина ва иншоотларни лойиҳалашда яъни статик ва динамик кучлар таъсиридан уларни ҳисоблашда фақат мустаҳкамлигини, бикрлигини ва устиворлигини таъминлаш кифоя қилмай, балки уларнинг тебранувчи қисмида резонанс ҳодисасининг юз бермаслигини таъминлаш керак.

Машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган ўйғотувчи ёки силтовчи кучларнинг даври олдиндан маълум миқдор бўлганидан лойиҳаловчининг ихтиёрида фақат эркин тебраниш даврига қилиб, у мажбурий тебраниш даврига ҳеч қачон мос келмайдиган қилиб танланиши лозим.

Тебранма ҳаракат жараёни текширилаётган эластик системанинг эркинлик даражаси сони билан аниқланади.



Ҳар бир нуқтага тегишли бир-бирига боғлиқ бўлмаган координаталар сони системанинг эркинлик даражаси сони дейилади ва улар эластик система деформацияланганда унинг массасининг вазиятини билдиради. Шундай қилиб, ҳар қандай эластик система чексиз кўп эркинлик даражасига эга бўлар экан. Агар эластик система массив юкларни бириктирувчи эластик жисмлардан иборат бўлса, бундай системанинг ўз массаси ҳисобга олинмайди ва системанинг эркинлик даражаси ҳар бир юкнинг вазиятини аниқловчи бир-бирига боғлиқ бўлмаган координаталар сонига тенг бўлади.

17.11 шакл, а, б да эркинлик даражаси битта ва иккита бўлган система кўрсатилган бўлиб, шакл а-да юкнинг вазияти битта v_z координата билан аниқланиб, у юкнинг вертикал кўчишидан иборат, шакл б-да эса иккита координата v_{1z} ва v_{2z} билан аниқланади. Бу ҳолларда стерженларнинг ўз массалари ҳисобга олинмайди.

17.6- §. ЭРКИНЛИК ДАРАЖАСИ БИРГА ТЕНГ БЎЛГАН СИСТЕМАНИНГ ЭРКИН ТЕБРАМА ҲАРАКАТИ.

Стержень материалынинг ички ишқаланишидан, ҳосил бўладиган қаршилиқни ва мухит қаршилигини ҳисобга олмасдан, эркинлик даражаси бирга тенг бўлган эластик системанинг эркин тебранишини текширишни мисол тариқасида 17.12-шакл, а да кўрсатилган мисолни кўриб чиқамиз.

Консол учига қўйилган юк Q таъсиридан эгилиб, В ҳолатда статик мувозанатда бўлиб, унинг бу ҳолати учун юкнинг мувозанат тенгламаси қуйидагича бўлади (17.12-шакл. б)

$$mg - c f_{CT} = 0, \quad (a)$$

бунда c -консолнинг вертикал кўчишига қаршилиқ кўрсатиш қобилияти билан аниқланадиган коэффиценти, бу биз

$$\text{текшираётган ҳол учун} \quad C = \frac{3EJ}{\ell^3},$$

бу ерда ЕЈ-консолнинг кўндаланг эгилишидаги бикрлиги.

Бирор вақт ичида консолни туртки билан туртиб, унинг мувозанат ҳолатидан чиқариб, ўз ҳолатига ташлаб қўйилса, у ҳаракатда давом этиб бирор t вақт ичида z -масофага кўчиб C нуқтада бўлсин (17.12-шакл, а). Бу ҳолда C нуқтага тикловчи куч $c(f_{cr} + v)$ ва юкнинг оғирлигидан ташқари инерция кучи $m \frac{d^2 v}{dt^2}$ ҳам таъсир қилади (17.12-шакл, в). Энди мувозанат тенгламаси ўрнига s -нуқтанинг ҳаракат тенгламасини Даламбер принципига кўра қуйидагича ёзамиз:

$$m \frac{d^2 v}{dt^2} + c(f_{cr} + v) = Q,$$

(а) тенгламани эътиборга олиб, уни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$m \frac{d^2 v}{dt^2} + c v = 0,$$

бунга $\frac{c}{m} = \omega^2$ белгилашни киритсак, у қуйидагича бўлади:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \omega^2 v = 0 \quad (17.29)$$

Бу дифференциал тенгламанинг интегралли қуйидаги кўринишга эга:

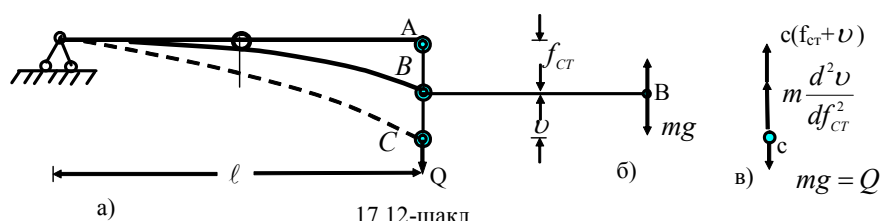
$$v = D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t \quad (17.30)$$

бу тенгламани бошқача кўринишда ҳам ёзаш мумкин:

$$v = D \sin (\omega t + \alpha) \quad (17.31)$$

(17.30) ва (17.31) лар бир-бирига эквивалент бўлиб, уларнинг икковида ҳам иккитадан ихтиёрий ўзгармас сон (D_1, D_2, D, α) бор.

Бу номаълумлар масаланинг бошланғич шартларидан топилади: агар $t=0$ бўлганда $v = v_0$ ва $\dot{v} = V_0$, яъни тебранувчи эластик система ҳаракат бошланишидан аввал v_0 бошланғич кўчиш билан V_0 бошланғич тезликга эга бўлса, у ҳолда (17.30) формулага кўра $t=0$ бўлганда $v_0 = D_2$ ва $\dot{v} = D_1 \omega \cos \omega t - D_2 \omega \sin \omega t$ дан $V_0 = D_1 \omega$ ёки $D_1 = \frac{V_0}{\omega}$ ни топамиз.



Демак, (17.30) формула куйидаги кўринишни олади:

$$v = \frac{V_0}{\omega} \sin \omega t + v_0 \cos \omega t \quad (17.32)$$

(17.13)-шаклда (17.32) тенгламанинг турлича бошланғич шартларга эга бўлган, яъни кўчишнинг вақт бўйича ўзгариш графиги кўрсатилган.

(17.31) тенгламадан кўринадики, $\omega t + \alpha$ ҳар 2π сек.вақт ўтиши билан жараён қайтадан такрорланади, яъни

$$\omega t + \alpha + 2\pi = \omega(t + T) + \alpha,$$

бундан тебраниш даврини топиш мумкин:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (17.33)$$

бир секунддаги тебраниш сони: $n = \frac{1}{T}$ бўлади;

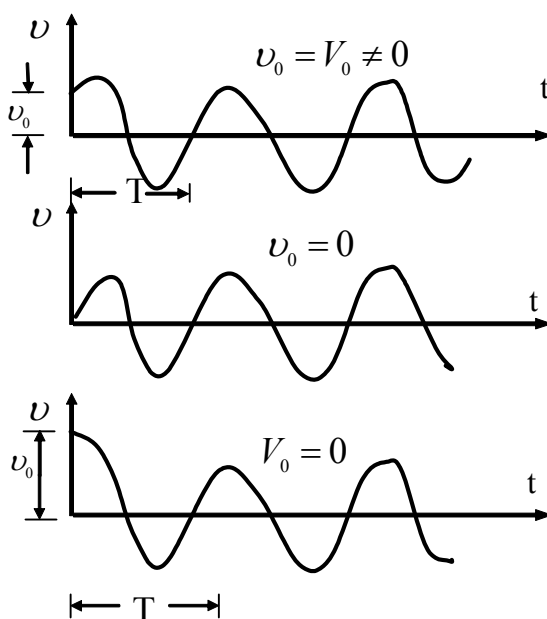
бунда n-одатдаги такрорлик.

Демак, куйидаги ифода келаб чиқади:

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T} \quad (17.34)$$

(17.24) ифодадан маълум бўлаяпдики, ω эластик системанинг 2π сек. ичида тебраниш сонини билдириб, у доиравий такрорлик ёки такрорлик деб аталади.

$\omega^2 = \frac{c}{m}$ ифодадан кўринадики, ω такрорлик тебранишни ўйғотувчи бошланғич сабабга эмас, балки эластик системанинг хусусиятига боғлиқ бўлиб, яна тебраниш даврига ҳам тааллуқлидир.



17.13 – шакл

Эластик системанинг фақат ўз хусусиятигагина боғлиқ бўлганлиги учун ω такрорлик, айрим ҳолларда, хусусий такрорлик деб ҳам аталади.

$\omega^2 = \frac{c}{m}$ ифодадан яна шуни айтиш керакки, системанинг массаси ортиши билан унинг такрорлиги камайиб, системанинг бикрлиги ортиши билан эса унинг такрорлиги ҳам ортади.

Хусусий такрорлик ифодасини (а) ни эътиборга олиб қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{g}{f_{CT}}} \quad (17.35)$$

Тебраниш даври қуйидагича бўлади:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}} = 2\pi\sqrt{\frac{f_{CT}}{g}} \quad (17.36)$$

Агар Q юк стерженнинг учига осилган бўлса, хусусий такрорлик ва тебраниш даври қуйидагича бўлади:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta t}} = \sqrt{\frac{gEF}{Q\ell}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{Q\ell}{gEF}} \quad (17.37)$$

Агар Q юк икки таянчда ётувчи оддий балканинг ўртасига қўйилган бўлса, юқоридаги формулалар қуйидагича ёзилади:

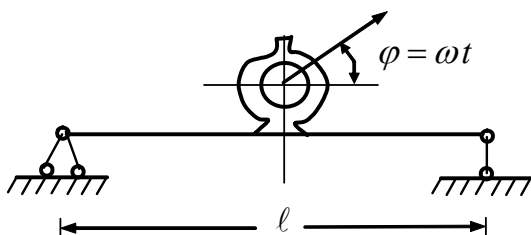
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{f_{\max}}} = \sqrt{\frac{48EJg}{Q\ell^3}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{f_{\max}}{g}} = \sqrt{\frac{Q\ell^3}{48EJg}} \quad (17.38)$$

Тебраниш даври ва хусусий такрорлик эластик система динамик хоссаларининг муҳим характеристикасидир.

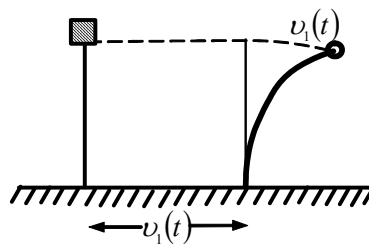
17.7- §. ЭРКИНЛИК ДАРАЖАСИ БИРГА ТЕНГ БЎЛГАН СИСТЕМАНИНГ МАЖБУРИЙ ТЕБРАНИШИ.

Агар машина ва иншоот қисмларига вақт бўйича, маълум қонун билан ўзгарувчи, яъни $P = P(t)$ ўйғотувчи куч таъсиридан маълум қонунлар бўйича тебранса, у ҳолдаги тебранишга мажбурий тебраниш деб аталади. Масалан, икки таянчда ётувчи оддий балкага ўрнатилган машина роторининг айланишидан унга инерция кучи таъсири ҳосил бўлиб, унинг вертикал ташкил этувчиси $P(t) = P_0 \sin \omega t$ таъсиридан балка мажбурий тебраниш ҳаракатида бўлади (17.14-шакл).

Иккинчи мисол тариқасида, эгилувчан иншоотнинг схемасини 17.15-шаклда кўрсатилгандек консоль деб тасаввур қилсак, зилзила



17.14-шакл



17.15-шакл

вақтида иншоот горизонтал йўналишда тебранма ҳаракатга келиб иншоотнинг ер устидаги қисми мажбурий тебрана бошлайди. Тебранувчи машина ва иншоот элементларида ҳосил бўладиган кучланишларни тебраниш амплитудасининг максимал қиймати орқали ифодалаш мумкин бўлганлигидан, мажбурий тебранишни ҳисоблашда лойиҳачилар шу факторларни эътиборга олиши лозим.

Эластик системанинг эркин тебраниш ҳаракат тенгламаси (17.29) нинг ўнг томонига ўйғотувчи кучни қўйиш билан мажбурий тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси ҳосил бўлади:

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \omega^2 v = \frac{p(t)}{m} \quad (17.39)$$

Эркинлик даражаси бирга тенг бўлган системанинг мажбурий тебранма ҳаракатининг дифференциал тенгламаси (17.39) тенглама билан ифодаланиб, унинг умумий интегралли қуйидагича бўлади:

$$v = v_0 \cos \omega t + \frac{V_0}{\omega} \sin \omega t + \frac{1}{m\omega} \int_0^t p(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau$$

Бу умумий интегралнинг биринчи ва иккинчи ҳади системанинг бошланғич сабабларидан ҳосил бўлган эркин тебранишини ифодалайди ва улар нолга тенг бўлса охириги ҳад эса ўйғотувчи кучдан ҳосил бўлган тебраниш бўлиб, юқоридаги тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$v = \frac{1}{m\omega} \int_0^t p(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (17.40)$$

бу ерда τ - ўзгарувчи вақт бўлиб, $(0 \leq \tau \leq t)$ ўзгарувчи ва маълум вақт учун $t = \text{const}$ ҳисобланади.

Агар ўйғотувчи куч гармоник қонун билан ўзгарса:

$$P = P_0 \sin \theta t, \quad (17.41)$$

бунда θ - роторнинг айланма бурчак тезлигини ифодалайди.

Юқоридаги иккинчи мисолдаги машина бўлса ҳам ўз мувозанатини йўқотса, инерция кучи ҳосил бўлиб, балка тебрана бошлайди. Бу ҳолда инерция кучининг вертикал тузувчиси (17.41) дан топилади. Инерция кучи таъсирида балканинг тебраниш характери (17.40) формулага кўра қуйидагича бўлади:

$$\vartheta = \frac{P_0}{m\omega_0} \int_0^z \sin \theta t \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (17.42)$$

Бу интегралнинг натижаси $\omega \neq \theta$ бўлганда қуйидагича бўлади:

$$\vartheta = \frac{P_0}{m(\omega^2 - \theta^2)} \left(\sin \theta t - \frac{\theta}{\omega} \sin \omega t \right)$$

Агар $\omega^2 = \frac{c}{m}$ ни ҳисобга олсак юқоридаги ифода қуйидаги кўринишни олади:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_{CT}}{\left[1 - \left(\frac{\theta}{\omega} \right)^2 \right]} \left(\sin \theta t - \frac{\theta}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (17.43)$$

бу ерда ϑ_{CT} -ўзгармас P_0 куч балкага статик равишда таъсир қилганда ҳосил бўлган салқиликни ифодалайди.

Бу формуладаги $\sin \theta t$ -ўйғотувчи куч такрорлиги бўйича балка тебранишини ифодалаб, у ҳаракат стационар бўлади. $\frac{\theta}{\omega} \sin \omega t$ эса эркин тебраниш такрорлиги бўйича балка характерини ифодалаб у тебраниш тез сўнади. Демак, тебранма ҳаракатнинг стационар қисминигина текшириш маъқулдир:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_{CT}}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega} \right)^2} \sin \theta t \quad (17.44)$$

Юқоридагилардан кўринадики, мажбурий тебранма ҳаракатнинг амплитудаси қуйидагича бўлади:

$$C = \frac{\vartheta_{CT}}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega} \right)^2} \quad (17.45)$$

бу ерда C -балканинг мажбурий тебранишидан ҳосил бўлган салқилик.

Буларни ҳисобга олиб, динамик коэффицентни қуйидагича ёзамиз:

$$K_{\theta} = \frac{C}{g_{CT}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} \quad (17.46)$$

(17.46) формуладан кўринадики, динамик коэффициент фақат $\frac{\theta}{\omega}$ нисбатга боғлиқ бўлар экан.

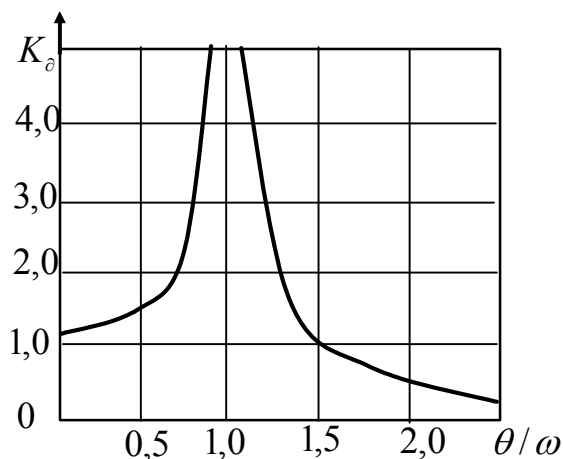
17.16-шаклда K_{θ} билан $\frac{\theta}{\omega}$ орасидаги боғланиш кўрсатилган бўлиб, ундан кўринадики уйғотувчи кучнинг такрорлиги кичик бўлса, $K_{\theta} > 1$ бўлади. θ такрорликнинг ўсиши билан K_{θ} жуда тез ўсади, $\frac{\theta}{\omega} = 1$ бўлганда эса у чексиз катталашиб у резонанс ҳодисасига тўғри келиб эластик система учун энг хавфли ҳолат ҳисобланади. Бу ҳолларда мажбурий ва эркин тебраниш такрорликларини бир-бирига яқин қийматга эга бўлмаслиги учун зарурий конструктив чоралар кўриш керак.

Агар ω, θ орасидаги фарқ етарлича бўлса, даврий ўзгарувчан уйғотувчи куч таъсирида бўлган иншоотларда резонанс ҳодисаси рўй бермайди.

ω, θ орасидаги фарқ тахминан қуйидагича топилади:

$$\theta \leq 0,7\omega$$

Машиналар тезланиш вақтида резонансдан сакраб ўтиб кетишини ҳисобга олиб, баъзан уларда $\theta \geq 1,3\omega$ қилиб олишга рухсат берилади. Машина ва иншоотлар учун резонанс ҳодисаси ўта хавфли бўлганлигидан унинг содир бўлишига йўл қўйилмайди.



17.16-шакл

МИСОЛЛАР.

17.5-мисол.

Кўндаланг кесими поғонали ёғоч брусга оғирлиги $Q=200\text{кг}$ бўлган юк 10 см баландликдан тушуши натижасида ҳосил бўладиган энг катта динамик кучланиш топилисин. Брус материалининг эластиклик модули $E=1\cdot 10^5\text{ ёғ/см}^2$, қолган ўлчамлари шаклда кўрсатилган (17.17-шакл).

Ечиш: Брусга юк статик равишда қўйилган деб ҳисоблаб унинг абсолют қисқаришини топамиз:

$$\Delta\ell_{CT} = \frac{Q\ell_1}{EF_1} + \frac{Q\ell_2}{EF_2} = \frac{Q}{E} \left(\frac{\ell_1}{F_1} + \frac{\ell_2}{F_2} \right) = \frac{200}{10\cdot 10^5} \left(\frac{80}{80} + \frac{100}{100} \right) = \frac{4,0}{10^3} \text{ см}$$

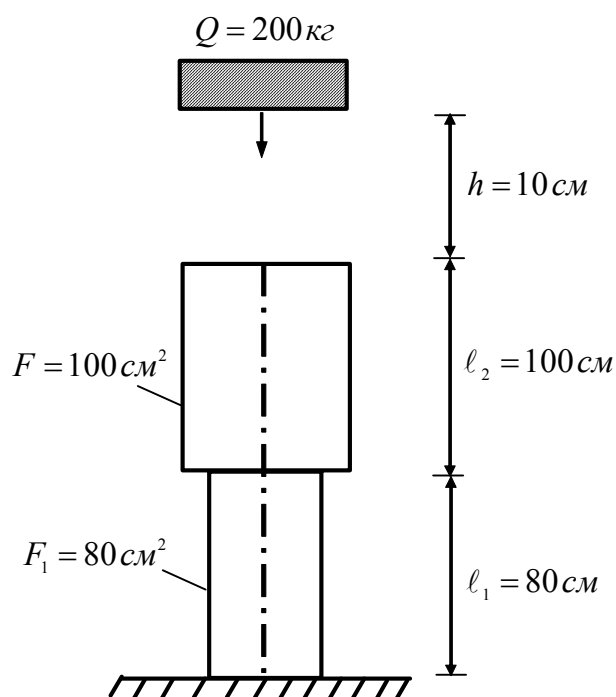
Бу қийматни динамик коэффициент формуласига қўйиб, K_δ нинг қийматини топамиз:

$$K_\delta = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta\ell_{CT}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2\cdot 10}{4,0} \cdot 10^3} = 71,7$$

Стержень пастки қисмидаги статик кучланиш $\delta_{CT} = \frac{200}{80} = 2,5\text{ кг/см}^2$ га тенг бўлади.

Динамик кучланиш қуйидаги тенгламадан топилади:

$$\delta_{CT} = K_\delta \cdot \delta_{CT} = 2,5 \cdot 71,7 = 179,25\text{ кг/см}^2$$



17.17-шакл

17.6-мисол.

17.18-шаклда кўрсатилган балканинг К-нуқтасига h -баландликдан юк тушиб урилади. Балканинг А-кесимида ҳосил бўладиган динамик реактив момент ҳамда В ва К нуқталардаги динамик салқиликлар топилсин.

Ечиш: Аввало балканинг юк уриладиган К нуқтанинг статик салқилигини топамиз. Уни иккита кўчишнинг йиғиндиси сифатида топиш мумкин: 1) ВС балкани деформацияланмайди деб ҳисоблаб, К нуқтанинг кўчишини В нуқтадаги салқиликни ярмиси сифатида топилади; 2) балканинг консоль қисми деформацияланмайди деб ҳисоблаб, ВС балка К нуқтасининг салқилигини топамиз.

Биринчи кўчиш $\frac{1}{2} \frac{(G/2)\ell^3}{3EJ_1}$ ифода билан аниқланади.

Иккинчи кўчиш $\frac{G\ell_2^3}{48EJ_2}$ ифодага тенг.

К-нуқтадаги натижавий статик салқилик $\vartheta_{CT} = G \left(\frac{\ell_1^3}{12EJ_1} + \frac{\ell_2^3}{48EJ_2} \right)$ га тенг.

Динамик коэффициент қуйидагича топилади:

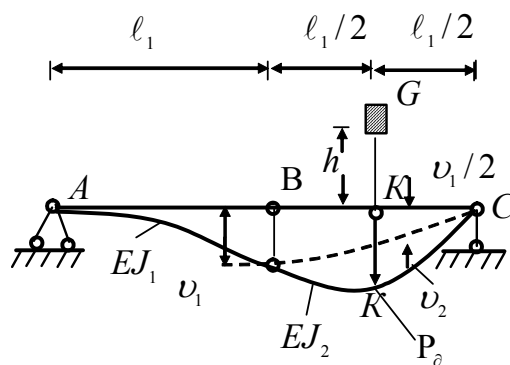
$$K_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{G \left(\frac{\ell_1^3}{12EJ_1} + \frac{\ell_2^3}{48EJ_2} \right)}}$$

Балканинг А-кесимидаги динамик момент қуйидагича бўлади:

$$M_{\partial} = K_{\partial} M_{CT} = \frac{G}{2} \ell_1 K_{\partial}$$

В нуқтадаги динамик салқилик қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\vartheta_{B,\partial} = K_{\partial} \vartheta_{B,CT} = \frac{G\ell_1^3}{6EJ_1} K_{\partial}$$



17.18-шакл

К нуқтадаги динамик салқилик қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\mathcal{G}_{K,\partial} = K_{\partial} \mathcal{G}_{CT} = G \left(\frac{\ell_1^3}{12EJ_1} + \frac{\ell_2^3}{48EJ_2} \right) K_{\partial}$$

17.7-мисол.

17.19-шаклда кўрсатилган балканинг учига $G = 500 \text{ ёғ}$ юк қўйилган. Агар юкка $P(t) = P_0 \sin \theta t$ вибратион куч таъсир қилса, таянчдаги энг катта кучланиш топилсин. $P_0 = 150 \text{ кг}, \theta = 10 \text{ сек}^{-1}$.

Ечиш: Балканинг массаси ва қаршилиқ кучларини ҳисобга олмасдан $\varphi = \sqrt{\frac{1}{m \cdot \delta_{11}}}$ формуладан хусусий тебранишлар частотасини топиш учун аввал массани топиб, кейин бирлик кучдан балка учига салқиликни топамиз:

$$m = \frac{G}{S} = \frac{500}{981} = 0,51 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{см}}; \quad \delta_{11} = \frac{\ell^3}{3EJ} = \frac{(500)^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1840} = 0,0113 \text{ см}.$$

Буларни юқоридаги формулага қўямиз:

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{0,51 \cdot 0,0113}} = 13,17 \text{ сек}^{-1}$$

Динамик коэффициент қуйидагича бўлади.

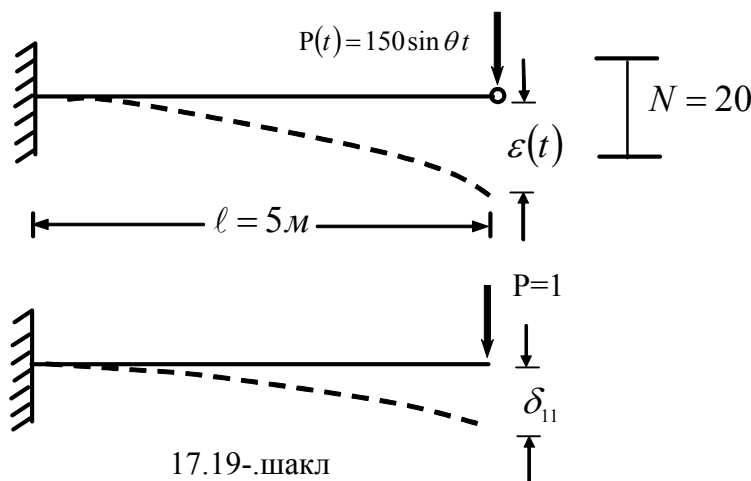
$$K_{\partial} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\varphi} \right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{10}{13,17} \right)^2} = 2,36$$

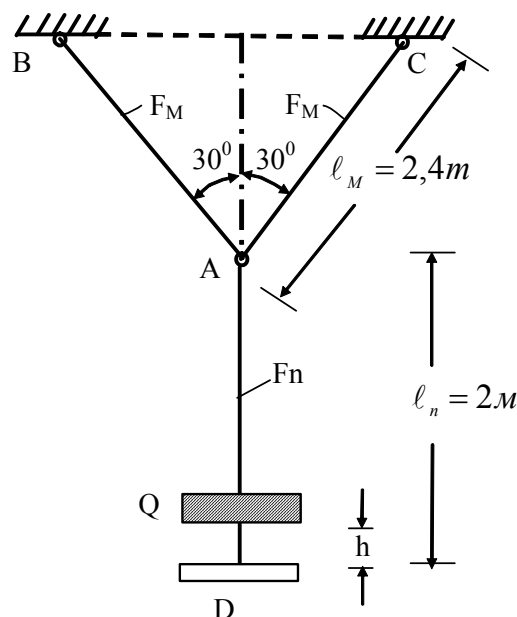
Таянчдаги момент қуйидагича

$$M = 500 \cdot 500 + 150 \cdot 500 \cdot 2,36 = 427000 \text{ кг} \cdot \text{см} \text{ бўлади.}$$

Максимал кучланишни топамиз:

$$\delta_{\max} = \frac{M}{W} = 427000 : 184 = 2320,65 \text{ кг} / \text{см}^2$$





17.20-шакл

17.8-мисол.

17.20-шаклда кўрсатилган шилдиروقга $h=1\text{см}$ баландликдан $Q=25$ кн юк тушганда стерженларда ҳосил бўладиган динамик кучланиш қиймати аниқлансин. ВА ва СА стерженларнинг материали мис бўлиб, кўндаланг кесим юзалари $F_M = 20\text{см}^2$, AD стержень пўлатдан ясалган бўлиб кўндаланг кесим юзаси $F_I = 25\text{см}^2$.

Ечиш: Пўлат стержень кўндаланг кесимидаги динамик кучланиш қуйидаги формуладан топилади:

$$\sigma_{\delta} = K_{\delta} \sigma_{CT}$$

Бу формулага кирган σ_{CT} , K_{δ} ларнинг қийматларини топамиз:

$$\sigma_{CT}^I = \frac{Q}{F_I} = \frac{25 \cdot 10^2}{25} = 100 \text{кг/см}^2; \sigma_{CT}^M = \frac{Q}{2F_M \cdot \cos 30^\circ} = \frac{250 \cdot 10^2}{2 \cdot 20 \cdot 0,866} = 72,17 \text{кг/см}^2;$$

$$\begin{aligned} \delta_{CT} &= \delta_{CT}^I + \frac{\delta_{CT}^M}{\cos 30^\circ} = \frac{Q \ell_I}{E_I F_I} + \frac{\frac{Q}{2} \ell_M}{E_M F_M \cos^2 30^\circ} = \\ &= \frac{25 \cdot 10^2 \cdot 240}{2 \cdot 10^6 \cdot 25} + \frac{12,5 \cdot 10^2 \cdot 240}{1 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot (0,866)^2} = 0,00287 \text{см}; \end{aligned}$$

$$K_{\delta} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{CT}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 1}{0,00287}} = 27,4;$$

$$\sigma_{\delta}^I = K_{\delta} \cdot \sigma_{CT}^I = 27,4 \cdot 100 = 2740 \text{кг/см}^2; \sigma_{\delta}^M = K_{\delta} \cdot \sigma_{CT}^M = 27,4 \cdot 72,17 = 1977,5 \text{кг/см}^2$$

17.9-мисол.

$\vartheta = 1\text{ м/сек}$ тезлик билан $Q = 50\text{ кН}$ юкни тушираётган пўлат трос, юк 20 м га тушганида бирдан тўхтаб қолган вақтида троснинг кўндаланг кесимидаги динамик кучланиш аниқлансин. Троснинг кўндаланг кесим юзаси $F = 20\text{ см}^2$ эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^6\text{ кг/см}^2$.

Ечиш: Троснинг статик деформациясини ҳисоблаймиз:

$$\delta_{CT} = \frac{Q\ell}{EF} = \frac{50 \cdot 10^2 \cdot 2000}{2 \cdot 10^6 \cdot 20} = 0,125\text{ см}.$$

Динамик коэффициентни қуйидаги формуладан топамиз:

$$K_{\delta} = 1 + \frac{\vartheta}{\sqrt{\delta_{CT} \cdot g}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,125 \cdot 9,81}} = 1,9$$

Динамик кучланиш қуйидагича бўлади:

$$\sigma_{\delta} = K_{\delta} \cdot \sigma_{CT} = K_{\delta} \frac{Q}{F} = 1,9 \cdot \frac{50 \cdot 10^2}{20} = 475\text{ кг/см}^2$$

Юк кўтарувчи троснинг тўсатдан тўхташида юқори қийматли динамик кучланишнинг ҳосил бўлиши троснинг узиб юбориши мумкинлигини ҳисобга олиш зарурдир.

17.10-мисол.

17.9-мисолдаги масалани юк билан трос орқали пружина жойлаштирилган деб ҳисоблаб ечинг. $Q = 50\text{ кН}$ юкнинг таъсирида 15 см статик узайишни беради.

Ечиш: троснинг (δ_{CT}^T) ва пружинанинг (δ_{CT}^I) деформациясини топамиз.

Динамик коэффициентни топамиз:

$$\kappa_{\delta} = 1 + \frac{\nu}{\sqrt{\delta_{CT} \cdot g}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{15,125 \cdot 9,81}} = 1,082.$$

Трос кўндаланг кесимидаги динамик кучланишни топамиз:

$$\sigma_{\delta} = \kappa_{\delta} \cdot \sigma_{CT} = \kappa_{\delta} \frac{Q}{F} = 1,082 \cdot \frac{50 \cdot 10^2}{20} = 270,5\text{ кг/см}^2.$$

Бундан кўринадики, трос билан юк ораллиғига пружина ўрнатиш натижасида тўсатдан тўхтаб қолган ҳолдаги динамик кучланишни (қарийб 2 марта) сезиларли даражада камайтириш мумкин экан. Бу ҳолда пружина амортизатор вазифасини бажариб, силкиниш вақтида ҳосил бўлган динамик кучланишни камайтиради.

17.11-мисол.

Унчалик катта бўлмаган тезлик билан кетаётган автомобилнинг ғилдираги $H = 20\text{см}$ лик чуқурчага тушиб кетган вақтида рессордаги динамик кучланиш ва чўкиши топилсин. Рессор узунлиги $\ell = 102\text{ см}$ ли 11та листдан иборат бўлиб, тенг қаршилиқ кўрсатувчи балкани ифодалайди ва унга $P = 7\text{кн}$ юк тушади. Листнинг қалинлиги $\delta = 6,5\text{см}$, баландлиги $h = 6\text{см}$. Рессор материалынинг эластиклик модули $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$.

Ечиш: Рессорнинг статик деформациясини аниқлаймиз:

$$f_{ст} = \frac{\beta P \ell^3}{48 E J_0} = \frac{\beta P \ell^3 \cdot 12}{48 E n h^3} = \frac{\beta P \ell^3}{4 E n \delta h^3} = \frac{1,35 \cdot 7 \cdot 10^2 \cdot (102)^3}{4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 11 \cdot 6,5 \cdot 6^3} = 0,81\text{см}$$

Бунда β – рессорнинг тенг қаршиликли балкага амалий яқинлигини кўрсатувчи коэффициент бўлиб ($\beta = 1,20 \div 1,40$) Шу ораликда олинади. Бу ҳол учун $\beta = 1,35$ деб олинди.

Статик кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_{ст} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{P \cdot \ell \cdot 6}{4 n \delta h^2} = \frac{3 P \cdot \ell}{2 n \delta h^2} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 10^2 \cdot 102}{2 \cdot 11 \cdot 6,5 \cdot 6^2} = 41,6 \text{ кг/см}^2$$

Динамик коэффициентни аниқлаймиз:

$$K_{\delta} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 20}{0,81}} = 8,09$$

Автомобил ғилдирагининг чуқурчага тушганда рессорнинг чўкишини топамиз: $f_{\delta} = K_{\delta} f_{ст} = 8,09 \cdot 0,81 = 6,55$.

Динамик кучланишни аниқлаймиз:

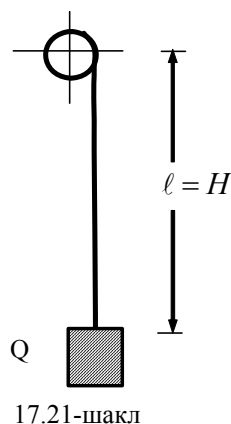
$$\sigma_{\delta} = K_{\delta} \cdot \sigma_{ст} = 8,09 \cdot 41,6 = 336,5 \text{ кг/см}^2$$

17.12-мисол.

17.21-шаклда кўрсатилгандек $Q = 0,6\text{кн}$ юк $d = 5\text{мм}$ ли пўлат симга боғланган бўлиб, А нуқтадан d тезланиш билан эркин тушади. Унинг юқори учи тўсатдан тўхтаганда, сим кўндаланг кесимидаги кучланиш аниқлансин. Симнинг массаси ҳисобга олинмасин.

Ечиш: Симнинг тўсатдан тўхтатишида А нуқтадаги кучланишни топамиз:

$$\sigma_{\delta} = \frac{Q}{F} + \sqrt{\frac{2QHE}{F\ell}} = \frac{4 \cdot 0,6 \cdot 10^2}{\pi \cdot (0,5)^2} + \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot 0,6 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^6}{\pi (0,5)^2}} = 35305,7 \text{ кг/см}^2.$$



17.13–мисол.

$n = 250$ айл/мин бурчак тезлик билан кичик қадамли винтсимон цилиндрик пружина вертикал текисликда қўзғалмас шарнир атрофида айланади. Q юк қўйилган ҳолатда $\ell = 27$ см, ўрамнинг радиуси $R = 3$ см, сим кесимининг радиуси $r = 0,3$ см, ўрамлар сони $n_1 = 9$, $G = 8 \cdot 10^5$ кг/см², $Q = 2,5$ кг, бўлганда пружина сими кесимидаги $\tau_{\delta}^{\max}$ ва юкнинг энг катта кўчиши (λ_{δ}) топилсин (17.22-шакл).

Ечиш : Q юкнинг энг пастки вазиятда бўлган ҳолатига пружинани чўзувчи динамик кучнинг энг катта қиймати тўғри келади ва қуйидагича аниқланади : $P_{\delta} = k_{\delta} Q$

Шунинг учун $k_{\delta} = 1 + \frac{a}{g} = 1 + \frac{\omega^2}{g} (\ell + \lambda_{\delta})$ бўлади.

бу ерда $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 250}{30} = 26,17$ рад/сек -

- пружинанинг бурчак тезлиги,

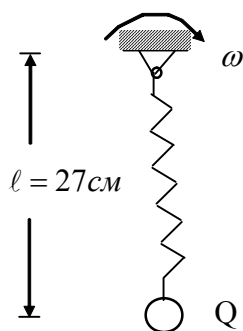
$$\lambda_{\delta} = \frac{4 P_{\delta} R^3 n_1}{G r^4} = \frac{4 P_{\delta} 3^3 \cdot 9}{8 \cdot 10^5 (0,3)^4} = 0,15 P_{\delta} \text{ см}$$

Шундай қилиб,

$$\begin{aligned} P_{\delta} &= Q \left[1 + \frac{\omega^2}{g} (\ell + \lambda_{\delta}) \right] = 2,5 \left[1 + \frac{(26,17)^2}{9,81} (27 + 0,15 P_{\delta}) \right] = \\ &= 2,5 [1 + 0,7(2,7 + 0,15 P_{\delta})] = 7,225 + 0,2625 P_{\delta}, \end{aligned}$$

бундан

$$P_{\delta} = \frac{7,225}{1 - 0,2625} = 9,8 \text{ кг}$$



17.22-шакл

Пружина симининг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган энг катта динамик уринма кучланишни аниқлаймиз:

$$\tau_{\delta}^{\max} = k \frac{2 P_{\delta} R}{\pi r^3} = k \frac{8 P_{\delta} D}{\pi d^3} = 1,14 \frac{8 \cdot 9,8 \cdot 6}{3,14 (0,6)^3} = 69,88 \text{ кг} / \text{см}^2$$

бу ерда $k=1,14$ ни жадвалдан олдик.

Пружинанинг узайиши ёки Q юкнинг максимал кўчиши :

$$\lambda_{\delta} = \frac{8 P_{\delta} D^3 n_1}{G d^4} = \frac{4 \cdot 9,8 \cdot 3^3 \cdot 9}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,3^4} = 1,47 \text{ см}$$

17.24 – мисол.

17.23–шаклда кўрсатилган пўлат стерженга юқоридан Q юк тушади ва унинг устиворлиги таъминланган деб ҳисоблаб кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган максимал сиқувчи кучланиш аниқлансин. Стерженнинг ўз оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Ечиш: Энг катта сиқувчи статик кучланиш стерженнинг устки қисмида ҳосил бўлади :

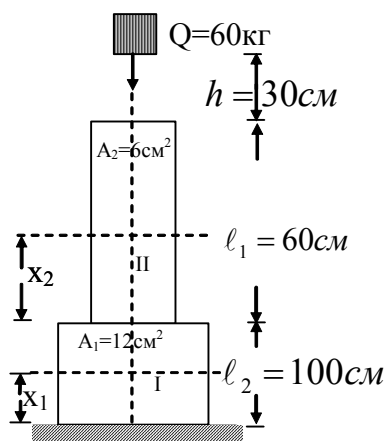
$$\sigma_{cm} = \frac{Q}{F_2} = \frac{60}{6} = 10 \text{ кг} / \text{см}^2$$

Q юкни статик кўйишда стерженнинг қисқариши зарб жойида статик кўчишга тенг бўлади :

$$\delta_{cm} = \sum \Delta \ell_{cm} = \frac{Q \ell_1}{E F_1} + \frac{Q \ell_2}{E F_2} = \frac{60 \cdot 60}{2 \cdot 10^6 \cdot 12} + \frac{60 \cdot 100}{2 \cdot 10^6 \cdot 6} = 0,00065 \text{ см}$$

$$\frac{h}{\delta_{cm}} = \frac{30}{0,00065} = 46153,8 \quad \text{бўлади, бу нисбат қиймати катта}$$

бўлганлиги сабабли динамик коэффицентни тақрибий формуладан топамиз.



17.23-шакл

$$k_{\partial} = \sqrt{\frac{2h}{\delta_{cm}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{0,00065}} = 303,8$$

Динамик кучланишни ҳисоблаймиз :

$$\sigma_{\partial} = k_{\partial} \sigma_{cm} = 303,8 \cdot 10 = 3038 \text{ кг} / \text{см}^2$$

17.25 –мисол.

17.24 –шаклда кўрсатилган балканинг эркин учига m массали юк қўйилган бўлиб, балканинг ўз массаси ҳисобга олинмасдан унинг хусусий тебраниш частотаси аниқлансин.

Ечиш : Балка таяч реакцияларини аниқлаб АВ участка учун эластик чизик тенгламаларини универсал формуладан фойдаланиб тузамиз : $f_0 = 0$ бўлади.

$$z_1(x) = \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EJ} \left[-R_A \frac{x^3}{6} \right] = \theta_0 \cdot x - \frac{Qx^3}{12EJ}.$$

Координата боши жойлашган кесимнинг бошланғич айланиш бурчаги θ_0 В таянчда салқилик нолга тенглик шартидан топилади.

$$z_1(2a) = \theta_0 \cdot 2a - \frac{Q(2a)^3}{12EJ} = 0 ; \text{ бундан } \theta_0 = \frac{Qa^2}{3EJ}.$$

Буларни $z_1(x)$ тенгламасига қўйиб, АВ участка учун эластик чизик тенгламаси қуйидагича бўлади :

$$z_1(x) = \frac{Qa^2}{3EJ} x - \frac{Q}{12EJ} x^3$$

Балканинг ВС участкаси учун

$$z_2(x) = \theta_0 \cdot x - \frac{Qx^3}{12EJ} + \frac{3Q}{2} \frac{(x-2a)^3}{6EJ} = \frac{Q}{EJ} \left[\frac{a^2}{3}x - \frac{x^3}{12} + \frac{3}{2} \frac{(x-2a)^3}{6} \right]$$

$x = 3a$ ни қўйиб С кесимнинг салқилигини топамиз :

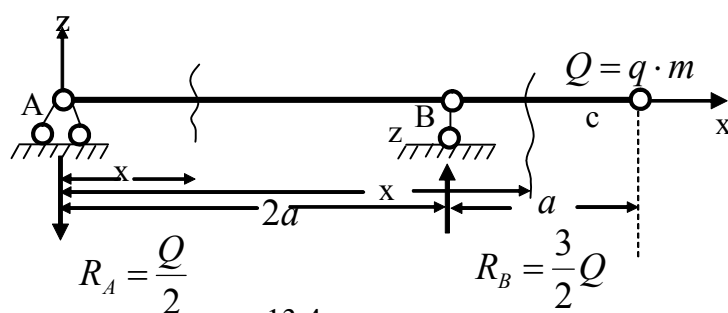
$$z_c(3a) = \frac{Q}{EJ} \left[\frac{a^2}{3} \cdot 3a - \frac{(3a)^3}{12} + \frac{a^3}{4} \right] = -\frac{Qa^3}{EJ}$$

Хусусий тебраниш частотасини (13.10) формуладан фойдаланиб аниқлаш учун олдин

$$\delta_{cm}(3a) = \frac{Qa^3}{EJ} = \frac{gma^3}{EJ}$$

ни топамиз.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\delta_{cm}}} = \sqrt{\frac{g}{\frac{gma^3}{EJ}}} = \sqrt{\frac{EJ}{ma^3}}$$



17.24 –шакл.

17.8-§ ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАР. ТОЛИҚИШДАГИ МУСТАҲКАМЛИК.

Конструкцияларнинг қисмлари миқдори ўзгариб турадиган ва жуда кўп марта такрорланувчи кучланишлардан вақт давомида ўзгармайдиган кучланишга қараганда анча кичик кучланишларда ҳам емирилади. Деталнинг энг кўп кучланган жойида жуда ҳам майда дарзлар (микродарз) пайдо бўлади, улар кенгая бориб, кесимни заифлаштиради ва детални емирилишга олиб келади. Материалларнинг ўзгарувчан кучланишлардан емирилиш ҳодисасига материалнинг толиқиши деб аталади. Материалнинг ўзгарувчан кучланишнинг кўп қаррали таъсирини емирилмасдан қабул қила олиш қобилиятига унинг чидамлилиги ёки циклик мустаҳкамлиги деб аталади.

Берилган материал намунасида циклнинг энг катта (чекли) максимал кучланиши таъсиридан ихтиёрий кўп сондаги цикл-лардан кейин толиқишдаги емирилиши содир бўлмаса, у ҳолда циклнинг бундай кучланишига чидамлилиқ чегараси деб аталади.

Материалнинг бу характеристикаси σ_R билан белгиланади.

Миқдори ўзгарувчан кучланишлар таъсиридаги детални мустаҳкамликка ҳисоблаш чидамлилиқка ҳисоблаш ёки толиқишдаги мустаҳкамликка ҳисоблаш деб аталади.

Ўзгарувчан кучланишлар икки хил бўлади: 1) симметрик цикл, бунда энг катта ва энг кичик кучланишлар (σ ёки τ) нинг катталиклари бир хил ва қарама-қарши ишорали (17.5-шакл). 2) симметрик бўлмаган (асимметрик) цикл (17.6-шакл), бунда энг катта ва энг кичик кучланишлар катталиги ҳар хил.

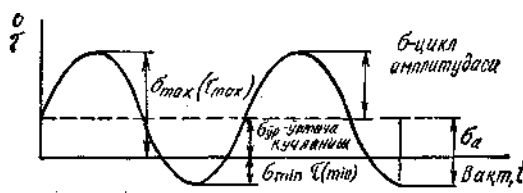
Кучланиш циклининг асосий параметрлари максимал ва минимал кучланишлар σ_{max} ва σ_{min} ёки (τ_{max} ва τ_{min}), шунингдек кучланиш амплитудаси

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad \text{ёки}$$

$$\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}$$



17.25-шакл.



17.26-шакл.

ва циклнинг ўртача кучланиши

$$\sigma_{\dot{y}p} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad \text{ёки} \quad \tau_{\dot{y}p} = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2}$$

бўлади.

Циклдаги минимал кучланишнинг максимал кучланишга нисбати циклнинг асимметриклик коэффиценти деб аталади.

$$R_{\sigma} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad \text{ёки} \quad R_{\tau} = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}}$$

R остидаги индекс кўпинча тушириб қолдирилади.

Цикл характеристикаси деб, қуйидаги нисбатга айтилади:

$$\rho = \frac{\sigma_{\alpha}}{\sigma_{\dot{y}p}} \quad \text{ёки} \quad \rho = \frac{\tau_{\alpha}}{\tau_{\dot{y}p}}$$

Максимал ёки минимал кучланишлари нолга тенг бўлган циклларга нолдан бошланувчи ёки пульсацияланувчи цикллар дейилади (17.7-шакл, а, б).

Симметрик циклда (17.5-шаклга қаранг)

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min}; \quad (\tau_{max} = -\tau_{min}); \quad \sigma_{\dot{y}p} = 0; \quad R = -1; \quad \sigma_R = \sigma_{-1}.$$

Ишораси ўзгарувчи симметрик циклда (17.26-шаклга қаранг)

$$\sigma_{max} > 0 \quad (\tau_{max} > 0); \quad \sigma_{min} < 0 \quad (\tau_{min} < 0); \quad -1 < R < 0.$$

Мусбат ўртача кучланишли нолдан бошланувчи циклда " (17.27-шакл, б):

$$\sigma_{max} \quad (\tau_{max}) > 0; \quad \sigma_{min} \quad (\tau_{min}) = 0;$$

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{\dot{y}p} = \frac{\sigma_{max}}{2} \quad \text{ёки} \quad \tau_{\alpha} = \tau_{\dot{y}p} = \frac{\tau_{max}}{2}; \quad R = 0; \quad \sigma_R = \sigma_0$$

Жуда кўп тажрибалар асосида симметрик эгилиш (σ_{-1}) даги симметрик ўқ бўйлаб чўзилиш-сиқилиш (σ_{-1q}) даги, симметрик буралиш (τ_{-1}) даги чидамлилик чегараси билан мустахкамлик чегараси (вақтли қаршилик) σ_m орасида қуйидаги тақрибий муносабат мавжудлиги аниқланган:

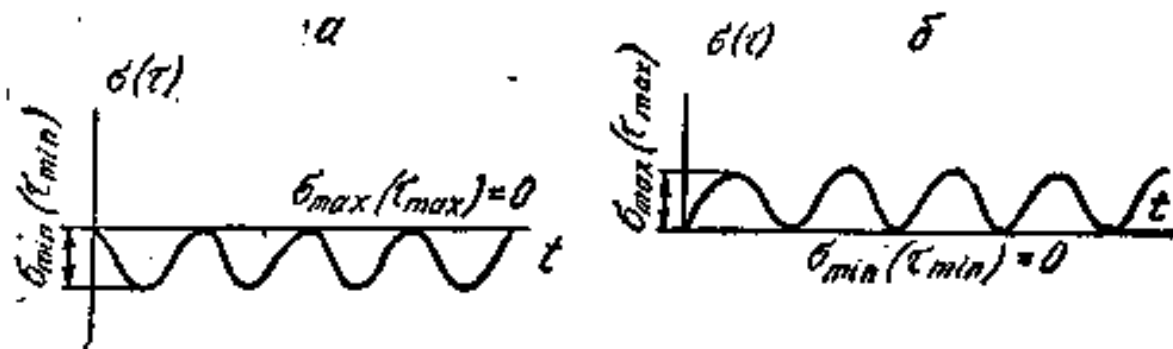
$$\text{Углеродли пўлат учун } \sigma_{-1} \approx (0,4 \div 0,45) \sigma_m$$

$$\text{Легирланган пўлат учун } \sigma_{-1} \approx 0,35 \sigma_m + (7 \div 12) \text{ кг / мм}^2.$$

$$\text{Чўян учун } \sigma_{-1} \approx 0,4 \sigma_{mч}.$$

$$\text{Пўлат учун } \sigma_{-1q} \approx (0,7 \div 0,9) \sigma_{-1}; \quad \tau_{-1q} \approx (0,5 \div 0,6) \tau_{-1}.$$

Иншоот ёки машина деталарининг чидамлилик чегараси тайёрланган материалнинг хоссасигагина боғлиқ бўлмасдан, балки деталнинг катта-кичиклигига, шаклига, тайёрлаш усулига ва эксплуатация шароитига ҳам боғлиқдир.

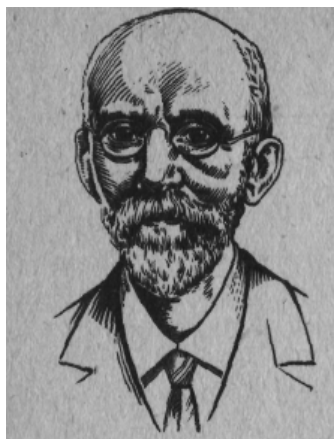


17.27-шакл.

Кучланишлар тўплами. Деталнинг кўндаланг ўлчамлари кескин ўзгарадиган жойларда, тешикларда, кертикларда, ўйим-ларда ва шунга ўхшаш жойларда кучланиш тўпланиши ҳодисаси содир бўлади. Кучланиш тўпланишини келтириб чиқарувчи конструкция элементлари (тешик, ўйим ва ҳ. к.) эса кучланиш тўп-лагичлар (концентраторлар) деб аталади.



Серенсен Сергей Владимирович (1905-1977), Иттифок давлат мукофотининг лауриати. Украина фанлар академиясининг академиги, механика соҳасининг таниқли олими. Мустаҳкамлик ва конструкциялар бузилиши масаласи бўйича етакчи эксперти. Конструкция элементларининг юк кўтариш қобилияти, материалларнинг мустаҳкамлик, толиқишдаги чегарасини ишлаб чиқди. Кучланиш цикл характеристикаси, конструктив ва технологик факторларни ҳисобга олган ҳолда такрорланадиган ўзгарувчан юклар таъсирида материаллар қаршилиги фанини ривожлантирди.

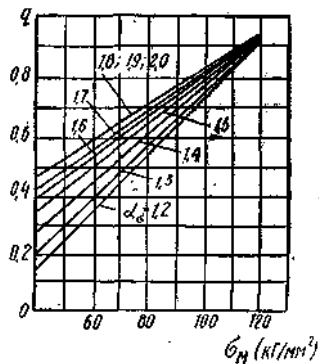


А. Вёллер (1819-1914), материаллар толиқиши бўйича илмий ўрганиш асосчиси, материаллар қаршилигида такрорий-ўзгарувчан юкни синаш учун яратилган илк машина яратувчиси.

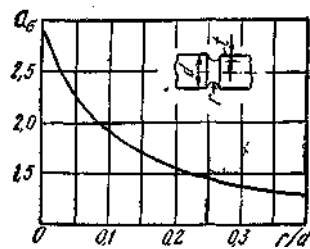
Статик юклашда кучланиш тўплагичлар заифлаштирган кесимдаги максимал кучланиш ($\sigma_{\max}$ ёки $\tau_{\max}$) нинг номинал кучланишга (σ ёки τ) нисбати кучланиш тўпламининг назарий коэффиценти деб аталади ва α_σ ёки α_τ) билан белгиланади. Кучланиш ўзгарувчан бўлганида кучланиш тўпламининг эффектив коэффиценти k_σ ёки k_τ тушунчаси киритилади:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}} \quad \text{ёки} \quad k_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1K}}$$

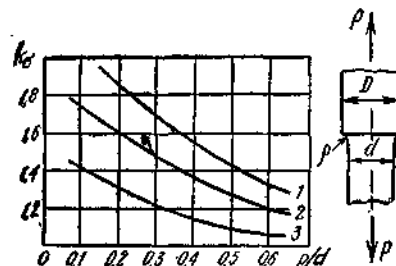
Кучланиш тўпламининг эффектив коэффиценти силлик намунанинг симметрик циклдаги чидамлилиқ чегараси (σ_{-1} ёки τ_{-1}) ни ўша ўлчамли, лекин кучланиш тўплагичи бўлган намунанинг



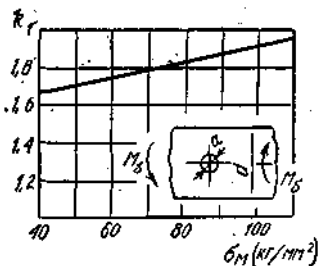
17.28-шакл.



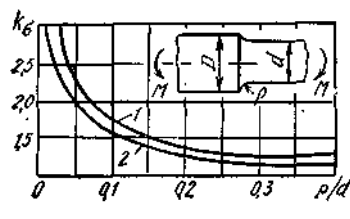
17.29-шакл.



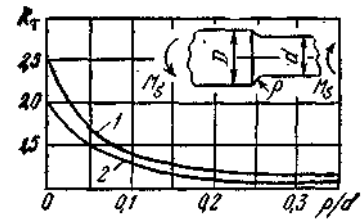
17.30-шакл.



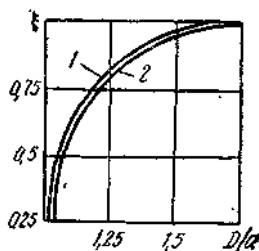
17.31-шакл.



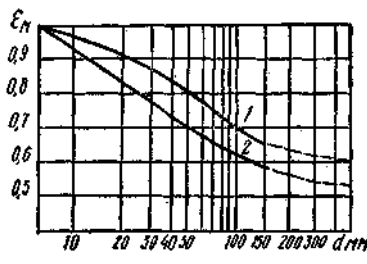
17.32-шакл.



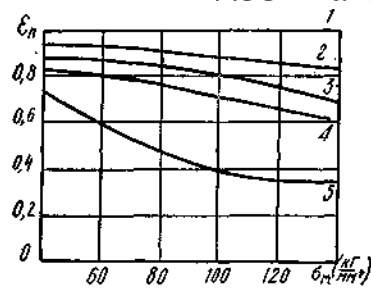
17.33-шакл.



17.34-шакл.



17.35-шакл.



17.36-шакл.

чидамлилиқ чегараси (σ_{-1q} ёки τ_{-1q}) га нисбатини ифода қилади. k_σ (k_τ) коэффициент чидамлилиқ чегарасига факатгина тўплагич геометриясининг таъсирини кўрсатмасдан, балки намуна материалининг таъсирини ҳам акс эттиради. Кучланиш тўпламининг назарий ва эффектив коэффициентлари орасидаги муносабат қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$k_\sigma = 1 + q(\alpha_\sigma - 1),$$

бу ерда q - материалнинг кучланиш тўпламига сезгирлик коэффициентини ифодалайди.

17.28-шаклда ҳар хил маркадаги пўлатлар учун q тақрибий қийматларининг кучланиш тўпламининг коэффициентини α_σ ва пўлатнинг мустаҳкамлик чегараси σ_m ларга боғлиқ бўлган графиклари келтирилган.

17.29-шаклда ўйимли вал учун кучланиш тўплами назарий коэффициентининг графиги берилган.

Кучланиш тўплами эффектив коэффициентининг миқдори тажриба натижалари асосида тузилган график ёки жадвалдан олинади.

17.30-17.33-шаклларда турли валлар учун кучланиш тўплами эффектив коэффициентларининг графиклари келтирилган.

17.34-шаклда $\frac{D}{d}$ нисбат учун тузатиш коэффициенти қийматларининг графиги берилган.

Масштаб эффекти. Чидамлилиқ чегараси деталларнинг абсолют ўлчамларига ҳам боғлиқ бўлади. Деталь ўлчамларининг ортиши билан чидамлилиқ чегараси камая боради.

Деталь ўлчамларининг ортиши билан чидамлилиқ чегарасининг камая бориши масштаб фактори ёки масштаб коэффициенти ($\varepsilon < 1$) билан баҳоланади, бу коэффициент берилган d диаметри намунасининг чидамлилиқ чегараси $\sigma_{-1d}(\tau_{-1d})$ нинг диаметри 7 мм бўлган стандарт намунасининг чидамлилиқ чегараси $\sigma_{-1}(\tau_{-1})$ га бўлган нисбатини ифодалайди.

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}} \quad \text{ёки} \quad \varepsilon_m = \frac{\tau_{-1d}}{\tau_{-1}}$$

17.35-шаклда углеродли ва легирланган пўлатлар учун ε_m қийматларининг графиклари келтирилган. Бу графиклардан ε_m нинг қийматини эгилишда ва буралишда тақрибан аниқлаш мумкин.

Сиртнинг ҳолати ва сифати. Деталь сиртининг ҳолати ва сифатининг чидамлилиқ чегарасининг миқдорига таъсири сиртнинг сифат коэффиценти деб аталади ва ε_c билан белгиланади. У берилган сирт ҳолатига мос қилиб тайёрланган намунанинг симметрик циклдаги чидамлилиқ чегараси σ_{-1c} ёки τ_{-1c} нинг сирти жилоланган шундай намунанинг чидамлилиқ чегарасига бўлган нисбатини ифодалайди:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{-1c}}{\sigma_{-1}} \quad \text{ёки} \quad \varepsilon_c = \frac{\tau_{-1c}}{\tau_{-1}}$$

Деталь сирти дағал ишланганда чидамлилиқ чегараси анча пасаяди. Металл сирти занглаганида чарчаш дарзи ҳосил бўлиши тезлашади, бу эса ўз навбатида чидамлилиқ чегарасининг анчагина пасайишига олиб келади.

17.36-шаклда деталь сиртининг ҳар хил ҳолатлари учун ε_c билан σ_m нинг боғлиқлик графиклари келтирилган. Термохимиявий ишлаш, масалан, азотлаш, шунингдек сиртларни ролик ёрдамида ишлаш ёки майда кукунларни пуркаш йўли билан пухталаш натижасида чидамлилиқ чегараси ортади ва бундай ҳолларда коэффицент $\varepsilon_c > 1$ бўлади.

Симметрик циклдаги чидамлилиқ чегараси. пасайишининг умумий коэффиценти, юқорида санаб ўтилган барча факторларни назарга олганда, кўрсатилган коэффицентлар билан қуйидаги муносабатлар ёрдамида боғланган:

$$K_{\sigma D} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_m \varepsilon_c} \quad \text{ёки} \quad K_{\tau D} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_m \varepsilon_n}$$

Шундай қилиб, симметрик циклдаги деталларнинг чидам-лилиқ чегараси сирти жилоланган, лабораторияда фойдаланадиган намунанинг чидамлилиқ чегараси билан қуйидаги муносабат ёрдамида боғланган:

$$\sigma_{-1D} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D}}, \quad \text{ёки} \quad \tau_{-1D} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D}}.$$

Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамликка ҳисоблашда кўпчилиқ ҳолларда, деталь чизмасидан олинган ўлчамлар бўйича текшириб кўрилади. Деталнинг тахминан хавфли деб ҳисобланган кесимлари учун мустаҳкамлик эҳтиёт ҳақиқий коэффицентлари аниқланади ва берилган конструкция учун талаб этилган эҳтиётлик коэффиценти билан солиштириб кўрилади.

Мустаҳкамлик шарти

$$n \geq [n].$$

Ҳисоблаш натижалари қониқарсиз чиқса, деталнинг ўлчам-лари (баъзан материали) ўзгартирилади, кейин яна қайтадан мустаҳкамликка текшириб кўрилади.

Вақт давомида ўзгармайдиган кучланишлар таъсиридаги пластик материалдан тайёрланган деталь учун мустаҳкамлик шарти қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$n_{\sigma,ok} = \frac{\sigma_{ok}}{\sigma} \geq [n_{\sigma}] ; \quad n_{\tau,ok} = \frac{\tau_{ok}}{\tau} \geq [n_{\tau}],$$

бу ерда $n_{\sigma,ok}$ ва $n_{\tau,ok}$ - деталнинг текширилаётган кесими учун нормал ва уринма кучланишларга мос эҳтиёт коэффициентлари; $[n_{\sigma}]$ ва $[n_{\tau}]$ - эҳтиёт коэффициентларининг талаб (рухсат) этилган қийматлари;

σ_{ok} ва τ_{ok} бир ўқли кучланиш ҳолати ва соф силжишдаги оқувчанлик чегаралари;

σ ва τ - деталнинг текширилаётган кесимида пайдо бўладиган энг катта кучланишлар.

Кучланиши симметрик цикл бўйича ўзгарганда мустаҳкамлик шарти чизикли кучланиш ҳолати ва соф силжиш (буралиш) да қуйидаги кўринишда бўлади:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma,D} \sigma_{\max}} \geq [n_{\sigma}] ; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\sigma,D} \tau_{\max}} \geq [n_{\tau}]$$

Охирги икки формуладан биринчиси эгилишга ишловчи деталга тааллуқлидир; чўзилиш-сиқилишнинг симметрик циклидаги σ_{-1} нинг ўрнига $\sigma_{-1\varphi}$ ни қўйиш керак.

Кучланишнинг асимметрик циклида ҳисоблашлар тегишли чидамлилик чегаралари тўғрисида экспериментал маълумотлари бўлмаганлиги сабабли мураккаблашади. Мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициентлари учун формулалар чекли амплитуда ёки чидамлилик чегарасининг схемалаштирилган диаграммалари асосида ҳосил қилинади. Бу диаграммаларни схемалаштиришнинг қатор усуллари мавжуддир.

Бу ерда мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициентларини аниқ-лаш учун Серенсен-Кинасошвили усули бўйича схемалаштирилган диаграммага ва кучланишларнинг ишчи ва чекли циклларини ўхшашлиги ҳақидаги фаразга асосланган формулалар келтирилган. Эгилишда

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma,D}\sigma_{\alpha} + \psi_{\sigma}\sigma_{\dot{y}p}};$$

чўзилиш-сиқилишда

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1\psi}}{K_{\sigma,D}\sigma_{\alpha} + \psi_{\sigma}\sigma_{\dot{y}p}};$$

буралишда

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\sigma,D}\tau_{\alpha} + \psi_{\sigma}\tau_{\dot{y}p}}.$$

Бу формулаларда $\psi_{\sigma}(\psi_{\tau})$ материалнинг цикл асимметрик-ли-гига сезгирлик коэффиценти. Унинг пўлат учун тахминий қиймати: $\psi_{\sigma} = 0,1 \div 0,3$; $\psi_{\tau} = 0,0 \div 0,15$; катта қийматлари таркибида углероди энг кўп пўлатларга ҳамда легирланган пўлатларга тўғри келади.

Келтирилган формулалардан дастлабки иккитаси мусбат ўртача кучланиши ($\sigma_{\dot{y}p} > 0$) циклларга мос келади. Ўртача кучланиши манфий циклларда $\psi_{\sigma}=0$ деб қараш керак.

Пластик материаллардан тайёрланган деталлар учун чарчаш мустаҳкамлиги эҳтиёт коэффицентида ташқари, одатда, кичик пластик деформацияга қаршилиқ кўрсатиши бўйича эҳтиёт коэффицентлари (оқувчанлик чегарасига нисбатан) яъни $n_{o,ok}(n_{\tau,ok})$ коэффицентлар аниқланади. Бунда агар $n_{o,ok} < n_a$ (ёки $n_{\tau,ok} < n_{\tau}$) бўлиб қолса, у ҳолда баъзан $n_{o,ok}(n_{\tau,ok})$ коэффицентлар деталнинг мустаҳкамлигини баҳолаш учун ҳал қилувчи ҳисобланди. Бошқа ҳолларда рухсат этилган $[n_{o,ok}]$ (ёки $[n_{\tau,ok}]$ эҳтиёт коэффиценти $[n_{\sigma}]$ (ёки $[n_{\tau}]$) дан бир қанча кичик қилиб олинади ва иккала эҳтиёт коэффиценти алоҳида-алоҳида ҳисоблаб текшириб кўрилади.

Брусни эгилиш билан буралишга, буралиш билан чўзилиш (ёки сиқилиш) га, шунингдек, буралиш ва чўзилиш (ёки сиқилиш) билан эгилишга ҳисоблашда, яъни хавфли нуқталарда соддалаштирилган текис кучланиш ҳолати деб аталувчи ҳолат пайдо бўлган ҳолларда n эҳтиёт коэффиценти қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_{\sigma}^2} + \frac{1}{n_{\tau}^2}.$$

Бу ерда n_{σ} ва n_{τ} нормал ва уринма кучланишларга мос эҳтиёт коэффицентлари. Улар юқорида кўрсатилгандек аниқланади. Улар толиқишдаги мустаҳкамлиги бўйича, ҳамда оқувчанлик чегараси бўйича умумий коэффицентни аниқлашга тўғри келади.

17.26-мисол.

715

45° ли бурчак ҳосил қилувчи CD тўғри чизиқни ўтказамиз; бу тўғри чизиқдан юқорида ётувчи барча нуқталар максимал кучланишлари оқувчанлик чегарасидан катта бўлган циклларга мос келади. Шундай қилиб, диаграмманинг $QALC$ қисми хавфсиз цикллар соҳасини ташкил қилади, бу цикллар учун максимал кучланишлар чидамлилиқ чегарасидан ҳам, оқувчанлик чегарасидан ҳам кичик бўлади. Координата бошидан ўтказилган ҳар қандай нур (тўғри чизиқ) учун унинг абсцисса ўқиға оғиш бурчагининг тангенсини цикл характеристикасига тенг бўлади:

$$\operatorname{tg} \theta = \rho = \frac{1-R}{1+R}.$$

AB ва CD чизиқларнинг кесишиш нуқтасига ўтказилган OL нур оқувчанлик чегараси чидамлилиқ чегарасидан кичик бўлган цикллар соҳасини (OLC) соҳа кўрсатилган характеристикалари орасида қарама-қарши муносабат мавжуд бўлган соҳадан (OAL) соҳа ажратади. AB ва CD тўғри чизиқларнинг тенгламаларини тузиб, L нуқтанинг координаталарини топа-миз.

$$AB \text{ тўғри чизиқнинг тенграмаси } \sigma_{\alpha} = \sigma_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{s} \sigma_{yp} = 43 - \frac{43}{143} \sigma_{yp}.$$

$$CD \text{ тўғри чизиқнинг тенграмаси } \sigma_{\alpha} = \sigma_{ок} - \sigma_{yp} = 75 - \sigma_{yp}.$$

AB ва CD тўғри чизиқларнинг кесишиш нуқтаси L нинг абсциссаси ва ординатаси:

$$43 - \frac{43}{143} (\sigma_{yp})_L = 75 - (\sigma_{yp})_L; (\sigma_{yp})_L \approx 45,8 \text{ кг/см}^2; (\sigma_{\alpha})_L \approx 29,2 \text{ з/см}^2.$$

$$OL \text{ нурга мос бўлган цикллар характеристикаси } \rho_0 = \frac{(\sigma_{\alpha})_L}{(\sigma_{yp})_L} = 0,64..$$

$$\text{Кўрсатилган циклларнинг асимметриклик коэффиценти} \\ \rho_0 = \frac{1-R_0}{1+R_0} = 0,64, \quad R_0 = 2195.$$

Шундай қилиб, асимметриклик коэффиценти 0,2195 дан катта бўлган цикллар учун оқувчанлик чегараси бўйича эҳтиёт коэффиценти чидамлилиқ бўйича эҳтиёт коэффицентида кичик бўлади.

Асимметриклик коэффиценти маълум бўлса, чидамлилиқ чегарасини аниқлаш учун аввал циклнинг мос характеристикаларини топамиз:

$$\rho_1 = \frac{1-R_1}{1+R_1} = \frac{1-(-0,4)}{1-0,4} = 2,33; \quad \rho_2 = \frac{1-R_2}{1+R_2} = \frac{1-0,4}{1+0,4} = 0,428.$$

Координата бошидан абсцисса ўқиға $\theta_1 = \arctg \rho_1 0$, ва $\theta_2 = \arctg \rho_2$ бурчаклар остида нурлар ўтказиб, асимметриклнк коэффициентлари мос равишда $R_1 = -0,4$ ва $R_2 = +0,4$ бўлган чекка циклларни „тасвирловчи“ K_1 ва K_2 нуқталарни ҳосил қиламиз (17.37-шаклга қаранг). K_1 нуқтанинг абсциссаси билан ординатасининг йиғиндиси унга мос циклнинг чидамлилиқ чегарасини беради. Диаграммадан бевосита $\sigma_{-0,4} = 55 \text{ кг} / \text{см}^2$ ни топамиз. Худди шунга ўхшаш K_2 нуқта учун $\sigma_{0,4} = 84,5 \text{ кг} / \text{см}^2$ ни топамиз. Аниқланиши лозим бўлган чидамлилиқ чегараларининг иккинчиси оқувчанлиқ чегарасидан катта эканлиги кўриниб турибди.

17.27-мисол.

Агар 45 маркали пўлатдан тайёрланган, диаметри $d = 36 \text{ мм}$ ли ўқ учун $\sigma_m = 60 \text{ кг} / \text{мм}^2$, $\sigma_{-1} = 24 \text{ кг} / \text{мм}^2$ бўлса ҳамда ўқнинг кўндаланг кесимида пайдо бўладигая эгувчи момент $M_{\max} = -M_{\min} = 350 \text{ кгм}$ чегараларида ўзгарса, ўқ учун мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти аниқлансин. Ўқнинг сирти тоза қилиб йўнилган. Ўқ аниқ цилиндрик шаклда (кучланиш тўплагичлар йўқ).

Ечиш. Циклнинг максимал кучланишини аниқлаймиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{\pi}{32} d^3} = \frac{350 \cdot 10^3}{\frac{\pi}{32} (36)^3} = 765 \text{ кг} / \text{см}^2.$$

Симметриқ циклда чидамлилиқ чегараси пасайишининг умумий коэффициенти

$$K_{\sigma,D} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_m \varepsilon_c}.$$

Берилган ҳолда $k_{\sigma} = 1,0$. ε_m ва ε_c ларнинг қийматларини 17.35 ва 17.36-шаклларда келтирилган графиклардан аниқлаймиз:

$$\varepsilon_m = 0,87; \quad \varepsilon_c = 0,89.$$

Деталнинг чидамлилиқ чегараси

$$\sigma_{-1D} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma,D}} = \frac{24}{\frac{1}{0,87 \cdot 0,89}} = 18,6 \text{ кг} / \text{мм}^2.$$

Мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти

$$n = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{\max}} = \frac{18,6}{7,65} = 2,44.$$



17.38-шакл.

17.28-мисол.

50Г2 маркали пўлат ($\sigma_m = 75 \text{ кг/мм}^2$) дан тайёрланган поғонали стержень симметрик цикл бўйича ўзгарадиган ўқ бўйлаб йўналувчи куч билан юкланган (17.38-шакл). Стержень сирти жилвирланган.

Мустаҳкамликнинг талаб этилган эҳтиёт коэффициенти $[n] = 2$ бўлганда ўқ бўйлаб йўналган куч амплитудасининг рухсат этилган миқдори $[P_{\max}]$ аниқлансин.

Ечиш. Стерженнинг мустаҳкамлик шарти

$$n = \frac{\sigma_{-1q}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1q}}{K_{\sigma,D} \frac{P_{\max}}{F}} \geq [n], \quad \text{бундан} \quad [P_{\max}] = \frac{\sigma_{-1q} \frac{\pi d^2}{4}}{K_{\sigma,D} [n]}.$$

17.30- шаклдаги графикдан кучланиш тўпламининг эффектив коэффициенти $k_\sigma \approx 1,62$ ни топамиз. Масштаб коэффициенти (17.35-шакл бўйича) $\varepsilon_m = 0,81$ бўлади.

Сиртнинг сезгирлик коэффициенти (17.36-шакл бўйича $\varepsilon_c = 0,93$).

Симметрик циклда чидамлик-лик чегараси пасайишининг умумий коэффициенти

$$K_{\sigma,D} = \frac{k_\sigma}{\varepsilon_m \varepsilon_c} = \frac{1,62}{0,81 \cdot 0,93} = 2,15.$$

Ўзирилиш-сиқилишнинг симметрик циклидаги чидамлик чегарасини юқорида келтирилган эмпирик боғланишдан аниқлаймиз.

$$\sigma_{-1} \approx 0,43 \sigma_m;$$

$$\sigma_{-1q} \approx 0,8 \sigma_{-1} = 0,8 \cdot 0,43 \sigma_m = 0,8 \cdot 0,43 \cdot 75 = 25,8 \text{ кг/мм}^2.$$

Оқибат натижада

$$[P_{\max}] = \frac{\sigma_{-1q} \frac{\pi d^2}{4}}{K_{\sigma,D} [n]} = \frac{25,8 \cdot \frac{3,14 \cdot 50^2}{4}}{2,15 \cdot 2} = 12 \cdot 10^3 \text{ кг}.$$

МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.

17.1. Узунлиги 60 м, материалнинг солиштирма оғирлиги $\gamma = 7 \text{ г/см}^3$, рухсат этилган кучланиши $[\sigma] = 600 \text{ кг/см}^2$ бўлган арқон 50 кН юкни дастлаб 3 секундда 9 м баландликка кўтаради Арқоннинг диаметри, унинг ўз оғирлигини ҳисобга олган ва олмаган ҳолларда аниқлансин.

Жавоби : 3,74 см ; 3,58 см .

17.2. Номери 22^а бўлган иккита қўштавр балкага ўрнатилган лебетка ёрдамида $P_1 = 45 \text{ кН}$ юк ўзгармас тезланиш билан кўтарилади. Дастлабки 3 секундда юк 12 м баландликка кўтарилади. $[\sigma] = 1600 \text{ кг/см}^2$ бўлганда балканинг мустаҳкамлиги, лебетканинг оғирлиги $P_2 = 7 \text{ кН}$ ни ҳисобга олган ҳолда текширилсин.

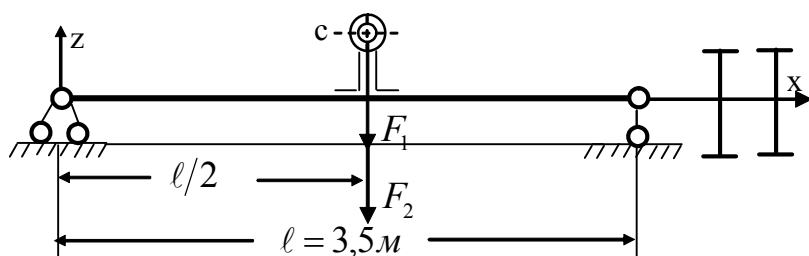
Жавоби : $\sigma_{\theta}^{\max} = 1100 \text{ кг/см}^2$

17.3. Кўндаланг кесим юзаси 5 см^2 , узунлиги 90 м, материалнинг ҳажмий оғирлиги $7,2 \text{ г/см}^3$ бўлган пўлат арқон ёрдамида текис тезланиш билан 30 кН юк кўтарилади. Биринчи 2 секундда юк 4 м баландликка кўтарилади. Арқондаги энг катта нормал кучланишни унинг ўз оғирлигини ҳисобга олган ва олмаган ҳолларда аниқлансин.

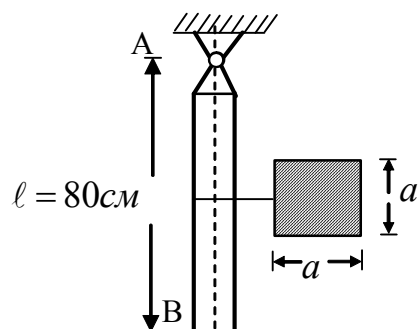
Жавоби : 800 кг/см^2 ; 722 кг/см^2

17.4. Материалнинг солиштирма оғирлиги $7,5 \text{ г/см}^3$, $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$ ва тугиннинг ўртача радиуси $r = 1,5 \text{ м}$, бўлган маховик минутага 100 марта айланади. Шу маховикнинг кучланиши билан радиусининг деформацияси аниқлансин.

Жавоби : $\sigma_{\theta} = 1980 \text{ кг/см}^2$; $\Delta r = 0,142 \text{ см}$



17.4-мисол учун.



17.5-мисол учун.

17.5. Шаклда кўрсатилган пўлат стежень шакл текислигига тик А ўқ атрофида текис айланади. Ундаги нормал кучланиш σ_n га етганда ω бурчак тезлик аниқлансин. Кучланишнинг бу қийматида стерженнинг абсолют чўзилиши аниқлансин.
 $\gamma = 7,85 \text{ г/см}^3$; $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$.

Жавоби : $\omega = 281 \text{ рад/сек}$; $\Delta \ell = 0,053 \text{ см}$.

17.6. Шаклда кўрсатилган пўлат стержень кўндаланг кесимида Q юкнинг таъсиридан, Q юк тўсатдан таъсир қилганда ва у h баландликдан дискага тушганда ҳосил бўладиган бўйлама чўзувчи зарбдан ҳосил бўладиган кучланишлар, стерженнинг массаси ҳисобга олинмаган ҳолда топилсин.

Жавоби : $\sigma_{cm} = 5,65 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_\delta = 11,3 \text{ кг/см}^2$; $\sigma'_\delta = 1944 \text{ кг/см}^2$.

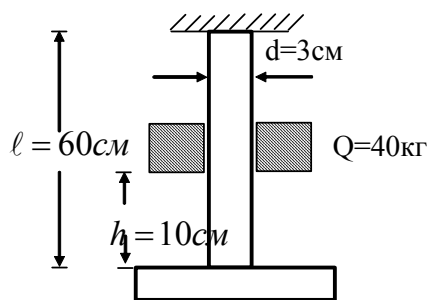
17.7. Шаклда кўрсатилган балканинг хавфли кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланиш ва салқилик балка массасини ҳисобга олмасдан ва ҳисобга олиб ҳисоблансин.

Жавоби : $\sigma_\delta = 350 \text{ кг/см}^2$; $\delta_\delta = f_\delta = 0,58 \text{ см}$.

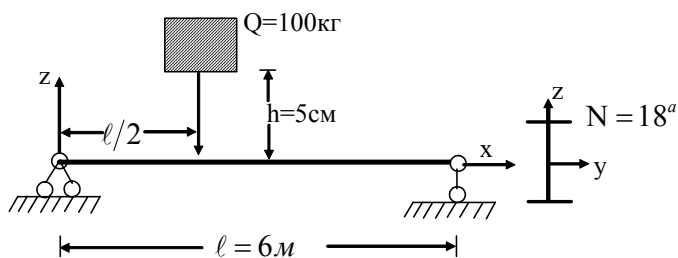
$\sigma_\delta = 304 \text{ кг/см}^2$; $\delta_\delta = f_\delta = 0,506 \text{ см}$.

17.8. Ст.3 маркали пўлатдан ясалган, кўндаланг кесим юзи $1 \times 1 \text{ см}$ ва узунлиги 1 м бўлган стерженнинг кесимидаги чўзувчи зарбдан ҳосил бўладиган кучланиш $\sigma_n = 2000 \text{ кг/см}^2$ га етиши учун $F = 100 \text{ кг}$ юк қанча баландликдан тушиши керак ?

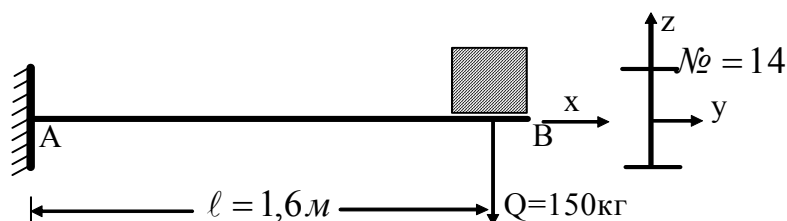
Жавоби : $h = 0,9 \text{ см}$.



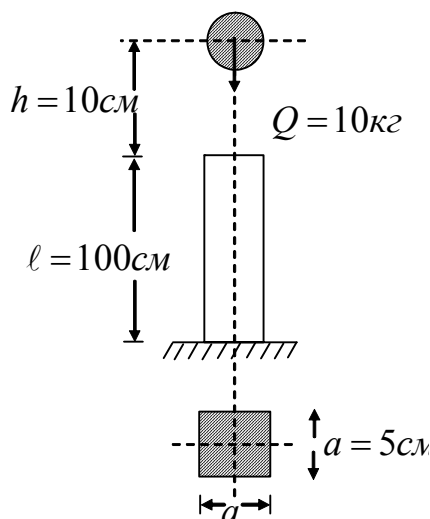
17.6-мисол учун



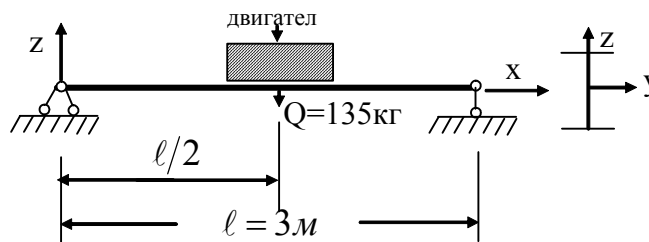
17.7-мисол учун



17.9-мисол учун



17.10-мисол учун



17.11-мисол учун

17.9. Шаклда кўрсатилган консолнинг эркин учига бошланғич тезлиги нолга тенг Q юк тўсатдан қўйилган. Балка эркин учининг салқилиги ва қистириб маҳкамланган кесимининг энг катта нормал кучланиши ҳисоблансин.

Жавоби: $f_b = 0,358 \text{ см}$; $\sigma_a = 587 \text{ кг/см}^2$.

17.10. Шаклда кўрсатилган пўлат стерженга h баландликдан Q юк тушади. Стержендаги энг катта сиқувчи кучланиш аниқлансин ва бу кучланиш $\sigma_n = 2000 \text{ кг/см}^2$ дан ошмаслиги учун Q юк қандай баландликдан тушиши керак. Масала стерженнинг оғирлиги ҳисобга олинмасдан ечилсин.

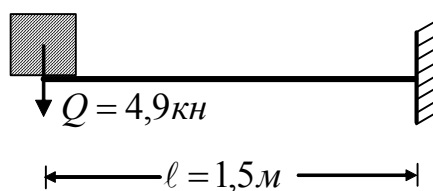
Жавоби: $\sigma_\delta = 400 \text{ кг/см}^2$; $h_1 = 250 \text{ см}$

17.11. Шаклда кўрсатилган балканинг ўртасига минутига 1200 марта айланувчи двигатель ўрнатилган. Агар балканинг эркин мажбурий тебраниш такрорлиги 20 % ортиқ бўлса, унинг учун қўштавр кесим номери топилсин.

Жавоби: қўштавр № 16.

17.12. Шаклда кўрсатилган консолнинг бикрлиги $E \cdot J = 22 \cdot 10^8 \text{ кг/см}^2$ бўлса, унинг ўз тебраниш такрорлиги топилсин.

Жавоби: $\omega = 62,5 \text{ 1/сек.}$



17.12-мисол учун

17.13. Пружинага бир-бирига тенг иккита юк илмоқ ёрдамида осилган ва бу юкларнинг биргаликдаги таъсирида пружина 25 мм га чўзилади. Агар юклардан бири тўсатдан олиб ташланса, қолган юкнинг бўйлама тебраниш даври, энг катта тезлиги ва тебраниши топилсин.

Жавоби : 0,224 сек ; 35 см/сек; 981 см / сек² .

17.14. Шаклда кўрсатилган валнинг хусусий кўндаланг ва айланган тебранишларининг частотаси топилсин.

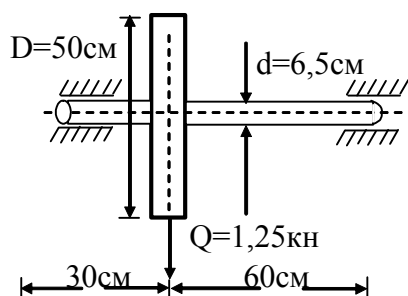
Жавоби : $\omega_{0, \text{кунд}} = 125 \text{ 1/сек}$; $\omega_{0, \text{айл}} = 200 \text{ 1/сек}$.

17.15. Шаклда кўрсатилган пўлат стерженнинг ўз оғирлигини ҳисобга олмасдан, унинг тебраниш такрорлиги ва даври аниқлансин.

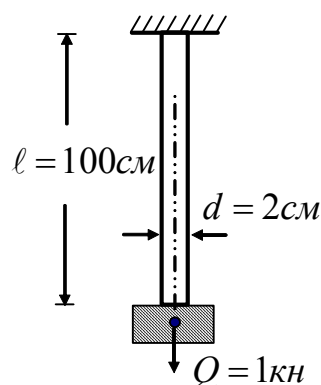
Жавоби : 785 1/сек ; 0,008 сек

17.16. Кўндаланг кесими диаметри $d = 40 \text{ мм}$ бўлган стерженнинг мустаҳкамлик эҳтиёт коэффиценти аниқлансин. Стержень углеродли пўлатдан ясалган ($\sigma_m = 50 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{-1} = 20 \text{ кг/см}^2$). Стержень симметрик кучлан ишлар циклида эгилишга ишлайди. Максимал эгувчи момент $M_{\text{max}} = 2560 \text{ кгсм}$. Стержень сирти силлиқланган. Стержень аниқ цилиндрик шаклда бўлиб, кучланиш тўплагичлардан холидир.

Жавоби. $n \approx 4$.



17.14-мисол учун



17.15-мисол учун

17.17. Эгилишга ишловчи поғонали, стержень углеродли пўлат ($\sigma_m = 50 \text{ кг/см}^2$ ва $\sigma_{ок} = 25 \text{ кг/см}^2$) дан тайёрланган бўлиб, $d = 3 \text{ см}$, $D = 6 \text{ см}$ ва галтел радиуси $r = 1,5 \text{ мм}$. Циклнинг асимметриклик коэффициенти $R = 0,4$; сирт сезгирлик коэффициенти маҳкамлашни ҳисобга олганда $\varepsilon_c = 1,3$. Цикл асимметриклигига сезгирлик коэффициенти $\psi_\sigma = 0,15$.

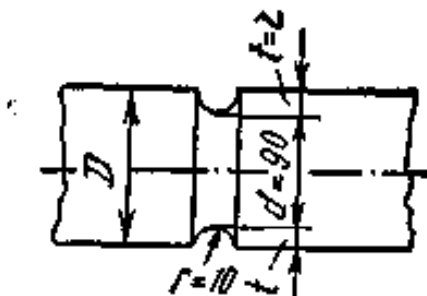
Мустаҳкамлик эҳтиёт коэффициенти $[n] = 1,4$ бўлганда стержень учун рухсат этилган кучланиш аниқлансин.

Жавоби. $[\sigma_{0,4}] \approx 29 \text{ кг/см}^2$.

17.18. Ҳалқасимон ўйимли вал эгилиш билан буралишнинг биргаликдаги таъсирида ишлайди (17.18-мисол учун); шу билан бирга эгувчи ва буровчи моментлар вақт бўйича ўзгариб туради. $M_{\max} = 500 \text{ кгсм}$; $M_{\min} = 100 \text{ кгсм}$; $M_{\max}^b = 500 \text{ кгсм}$; $M_{\min}^b = 500 \text{ кгсм}$; Вал 45 маркали пўлатдан ясалган бўлиб, унинг механик хара-
ктеристикалари: $\sigma_m = 60 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{ок} = 30 \text{ кг/см}^2$; $\sigma_{-1} = 26 \text{ кг/см}^2$;

$\tau_{ок} = 18 \text{ кг/см}^2$; $\tau_{-1} = 14 \text{ кг/см}^2$; $\psi_\sigma = 0,20$; $\psi_\tau = 0,10$. Вал сирти жилвирланган. Ҳалқасимон ўйим орқали ўтувчи кесим учун чарчаш мустаҳкамлиги ва оқувчанлик бўйича эҳтиёт коэффициентлари аниқлансин.

Жавоби: $n \approx 3,8$; $n_{ок} \approx 3,5$



17.18-мисол учун.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Қандай юкка динамик юк дейилади?
2. Инерция кучларининг интенсивлиги қандай топилади?
3. Зарб кучи деганда қандай кучни тушинасиз?
4. Динамик коэффициент нима?
5. Зарбдаги кўчишни аниқлашда нима асос қилиб олинади?
6. Юк тўсатдан қўйилган ҳолда динамик коэффициент қандай топилади?
7. Зарб таъсиридан ҳосил бўлган кўчиш ва кучланиш қандай топилади?
8. Статик ва динамик юклар орасида қандай фарқ бор?
9. Қандай ҳодисага зарб деб аталади?
10. Инерция кучи ва зарб ҳодисаларида динамик коэффициент нимага тенг?
11. Стерженлар системасининг текис айланма ҳаракатида марказдан қочирма инерция кучи қандай аниқланади?
12. Қандай юк тўсатдан қўйилган юк деб аталади ва бундай юк учун динамик коэффициент нимага тенг?
13. Қандай тебраниш эркин тебраниш дейилади?
14. Қандай тебраниш мажбурий тебраниш дейилади?
15. Эркинлик даражаси битта бўлган системанинг эркин тебранишининг дифференциал тенгламасини ёзинг?
16. Эркинлик даражаси битта бўлган системанинг мажбурий тебранишининг дифференциал тенгламасини ёзинг?
17. Толиқиш ҳодисасини тушунтиринг?
18. Кучланиш цикли деб нимага айтилади?
19. Цикл коэффициенти деб нимага айтилади?
20. Симметрик ва носимметрик циклларнинг фарқи нимада?
21. Толиқиш чегараси нима?
22. Ўзгарувчан кучланишлар қандай топилади?

Фойдаланилган адабиётлар

1. М.Т.Ўразбоев «Матераллар қаршилиги асосий курси» Т. «Ўқитувчи», 1973.
2. А.Ф.Смирнов «Материаллар қаршилиги» Т «Ўқитувчи»,1988.
3. К.М.Мансуров «Матераллар қаршилиги» Т. «Ўқитувчи», 1969, 1983 й.
4. А.В.Дарков, Г.С.Шпиро «Сопротивление материалов» М. Выш.школа. 1963 й.
5. Г.С.Писаренко, В.А.Агарев, А.Л.Квитка «Сопротивление материалов». Киев. Выш.школа. 1969 й.
6. Н.Б.Беляев «Сопротивление материалов» М. Наука 1976 й.
7. В.К.Качурин таҳрири остида «Материаллар қаршилигидан мисол ва масалалар» тўплами Т «Ўзбекистон», 1993 й.
8. Н.М. Беляев ва бошқалар «Материаллар қаршилиги фанидан масалалар тўплами Т. «Ўзбекистон» 1993 й.
9. А.В.Александрова Сборник задач по сопротивлению материалов. М. Стройиздат. 1977 й.
10. Под редакцией А.А.Уманского Сборник задач по сопротивлению материалов. М.Наука. 1973 й.
11. А.И.Винокуров. Сборник задач по сопротивлению материалов. М.Выш.школа 1990 й.
12. И.Н.Миролубов и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. М. Выш. Школа 1974 й.
13. Б.И.Феодосьев. Избранные вопросы и задачи по сопротивлению материалов. М. Наука. 1967 й
14. Б.А.Ободовский, С.Е.Ханин «Материаллар қаршилигидан мисол ва масалалар» Т. «Ўқитувчи» 1983 й.

15. Х.Т.Қарабоев «Материаллар қаршилигидан лаборатория ишлари». Т. «Ўқитувчи» 1983 й.
16. Н.М.Меликулов «Материаллар қаршилиги фани мисол ва масалаларда ».(1-қисм) С.Сам ДАҚИ 2007 й.
17. .Н.М.Меликулов «Материаллар қаршилиги».(1-қисм) С.Сам ДАҚИ 2008 й.
18. . Н.М.Меликулов «Материаллар қаршилигидан ҳисоблаш график ишлари». С.Сам ДАҚИ 2009 й.
19. . Н.М.Меликулов «Материаллар қаршилигидан мисол ва масалалар ечиш бўйича қўлланма». С.Сам ДАҚИ 2010 й.
20. . Н.М.Меликулов «Материаллар қаршилиги фанидан ўқув - услубий мажмуа». С.Сам ДАҚИ 2010 й.

М У Н Д А Р И Ж А

бетлар

Сўз боши.....3

I Б О Б К И Р И Ш

1.1-§. Материаллар қаршилиги фани ва унинг моҳияти.....	4
1.2-§. Конструкция элементлари ва уларнинг тузилмалари.....	10
1.3-§. Ташқи кучлар ва уларнинг классификацияси.....	12
1.4-§. Ички кучлар ва уларни аниқлаш. Кесиш усули. Кучланиш ва деформация ҳақида тушунчалар.....	13
1.5-§. Материаллар қаршилигида қабул қилинган асосий гипотезалар (чекланишлар).....	18
Назорат саволлари.....	22

II Б О Б. Ч Ў З И Л И Ш В А С И Қ И Л И Ш.

2.1-§. Бўйлама кучлар ва уларнинг эпюраларини қуриш.....	23
2.2-§. Чўзилиш(сиқилиш)да кучланиш, деформация ва кўчишлар.....	26
2.3-§. Чўзилган (сиқилган) стерженларнинг нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти.....	40
2.4-§. Чўзилиш (сиқилиш)да потенциал энергия	45
2.5-§. Чўзилган (сиқилган) стерженларнинг хусусий оғир- лигини эътиборга олиб кучланиш ва дефор- мацияни ҳисоблаш.....	48
2.6-§. Чўзилиш (сиқилиш)да статик аниқмас масалалар.....	63
2.7-§. Температуранинг ўзгаришидан ҳосил бўладиган кучланиш.....	67
2.8-§. Материалларнинг механик хоссаларни синов йўли билан ўрганиш	79
2.9-§. Рухсат этилган кучланишларни танлаш.....	89
2.10-§. Мустақил ечиш учун масалалар.....	91
Назорат саволлари.....	100

III Б О Б. МУРАККАБ КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИ.

3.1-§. Умумий тушунчалар.....	101
3.2-§. Чизикли кучланиш ҳолати.....	102
3.3-§. Текис кучланиш ҳолати.....	107
3.4-§. Бош кучланиш ва бош юзаларнинг йўналишини аниқлаш.....	111
3.5-§. Ҳажмий ва текис кучланиш ҳолатларида	

умумлашган Гук қонуни.....	114
3.6-§. Деформация натижасида ҳажмнинг ўзгариши.....	117
3.7-§. Ҳажмий кучланиш ҳолатида потенциал энергия.....	119
3.8-§. Кучланишлар концентрацияси тўғрисида умумий тушунчалар.....	121
?	
3.10-§. Контакт кучланишлар ҳақида тушунча.....	130
Мустақил ечиш учун масалалар.....	137
Назорат саволлари.....	143

IV БОБ СИЛЖИШ.

4.1-§. Умумий тушунчалар. Соф силжиш. Гук қонуни.....	144
4.2-§. Силжишдаги потенциал энергия.....	149
4.3-§. Силжишга ишлайдиган бирикмаларнинг амалий ҳисоби.....	151
Мустақил ечиш учун масалалар.....	160
Назорат саволлари.....	166

V БОБ ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ.

5.1-§. Асосий тушунчалар.....	167
5.2-§. Текис кесим юзаларининг статик ва инерция моментлари.....	168
5.3-§. Оддий кесим юзаларининг инерция моментлари.....	173
5.4-§. Марказий ўқлар параллел кўчирилганда инерция моментининг ўзгариши	177
5.5-§. Координата ўқлари бурилганда инерция моментининг ўзгариши.....	179
5.6-§. Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари.....	180
5.7-§. Мураккаб юзаларнинг инерция моментларини ҳисоблаш.....	184
Мустақил ечиш учун масалалар.....	194
Назорат саволлари.....	203

VI БОБ БУРАЛИШ.

6.1-§. Асосий тушунчалар.....	204
6.2-§. Доиравий кесимли стерженнинг буралишида кучланиш ва деформация.....	205
6.3-§. Валнинг буралишдаги мустаҳкамлик шарти.....	209

6.4-§. Буралишдаги деформациянинг потенциал энергияси...	209
6.5-§. Кесими доиравий бўлмаган стерженнинг буралиши....	211
6.6-§. Буралишда статик аниқмас масалалар.....	212
6.7-§. Кичик қадамли цилиндрик пружиналарнинг хисоби.....	214
Мустақил ечиш учун масалалар.....	230
Назорат саволлари.....	236

VII БОБ ТЕКИС ЭГИЛИШ.

7.1-§. Умумий тушунчалар.....	237
7.2-§. Балка таянчларининг хиллари ва реакцияларини аниқлаш.....	237
7.3-§. Балка кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган зўриқиш кучлари. Кесувчи куч ва эгувчи момент эпюраларини қуриш.....	242
7.4-§. Эгувчи момент, кесувчи куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал боғланишлар..	250
7.5-§. Статик аниқ текис рамалар учун Q, M, N эпюраларини қуриш.....	267
Мустақил ечиш учун масалалар.....	275
Назорат саволлари.....	285

VIII БОБ ЭГИЛИШДА КУЧЛАНИШЛАРНИ ҲИСОБЛАШ.

8.1-§. Соф эгилиш. Соф эгилишда нормал кучланишни аниқлаш.....	286
8.2-§. Балканинг нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти.....	292
8.3-§. Эгилишда уринма кучланишни аниқлаш.....	294
8.4-§. Балканинг уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти.....	301
8.5-§. Бош кучланишлар. Балканинг уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти.....	302
8.6-§. Эгилишда потенциал энергия.....	305
8.7-§. Эгилиш маркази ҳақида тушинча.....	307
Мустақил ечиш учун мисоллар.....	323
Назорат саволлари.....	331

IX БОБ БАЛКАНИНГ ЭГИЛИШДАГИ ДЕФОРМАЦИЯЛАРИ-

НИ АНИҚЛАШ.

9.1-§. Асосий тушунчалар.....	332
9.2-§. Эгилган ўқнинг дифференциал тенгламаси.....	334
9.3-§. Эластик чизиқнинг дифференциал тенгламасини интеграллаш.....	336
9.4-§. Бошланғич параметр усули (универсал формула).....	343
9.5-§. Графоаналитик усулда балка деформациясини аниқлаш.....	351
Мустақил ечиш учун мисоллар.....	361
Назорат саволлари.....	371

Х Б О Б СТАТИК АНИҚМАС БАЛКАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ.

10.1-§. Умумий тушунчалар.....	372
10.2-§. Деформацияларни солиштириш усули.....	373
10.3-§. Деформацияни эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини интеграллаш усулида аниқлаш.....	377
10.4-§. Деформацияни бошланғич параметр усулида аниқлаш.....	378
10.5-§. Туташ ёки кўп таянчли балкалар ҳисоби. Уч момент тенгламаси.....	380
10.6-§. Тенг қаршилик кўрсатувчи балкалар.....	383
10.7-§. Статик аниқмас оддий рамалар.....	396
Мустақил ечиш учун мисоллар.....	416
Назорат саволлари.....	422

Х I Б О Б ЭЛАСТИК КЎЧИШНИ ЭНЕРГЕТИК УСУЛДА АНИҚЛАШ ТЕОРЕМАЛАРИ.

11.1-§. Кўчишни энергетик усулда аниқлаш ва унинг универсал ишоралари.....	424
11.2-§. Ишлар орасидаги боғланиш (Бетти теоремаси).....	426
11.3-§. Кўчишларнинг ўзаро муносабати ҳақидаги теорема (Максвелл теоремаси).....	428
11.4-§. Мор усули ёрдамида кўчишларни аниқлаш.....	429
11.5-§. Мор интегралини Верешчагин усулида аниқлаш.....	434
11.6-§. Кастильяно теоремаси.....	438
Мустақил ечиш учун мисоллар.....	461
Назорат саволлари.....	462

Х II Б О Б МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯСИ.

12.1-§. Умумий тушунчалар.....	463
12.2-§. Мустаҳкамликнинг биринчи назарияси.....	464
12.3-§. Мустаҳкамликнинг иккинчи назарияси.....	465
12.4-§. Мустаҳкамликнинг учинчи назарияси.....	466
12.5-§. Мустаҳкамликнинг тўртинчи назарияси.....	467
12.6-§. Буралиш ва эгилишнинг, чўзилиш (сиқилиш) билан буралишнинг биргаликдаги таъсири.....	469
Мустақил ечиш учун мисоллар.....	482
Назорат саволлари.....	486

ХШ БОБ МУРАККАБ ҚАРШИЛИК (МУРАККАБ ДЕФОРМАЦИЯ).

13.1-§. Асосий тушунчалар.....	487
13.2-§. Синиқ стерженлар учун зўриқиш кучларининг эпюраларини қуриш.....	490
13.3-§. Қийшиқ эгилиш.....	492
13.4-§. Чўзилиш (сиқилиш) билан эгилишнинг биргаликдаги таъсири.....	499
13.5-§. Марказий бўлмаган сиқилиш (умумий ҳол).....	500
13.6-§. Кесим ядросини қуриш.....	506
13.7-§. Буралиш билан эгилишнинг бигаликдаги таъсири... Мустақил ечиш учун мисоллар..... Назорат саволлари.....	510 536 555

ХІV БОБ ОЧИҚ ПРОФИЛЛИ ЮПҚА ДЕВОРЛИ СТЕРЖЕНЛАРНИНГ ҲИСОБИ.

14.1-§. Асосий тушунчалар. Юпқа деворли стеженларнинг эркин ва эркинмас буралиши.....	558
14.2-§. Стержень деформациялари билан нуқталари кўчиши орасидаги боғланиш.....	564
14.3-§. Стержень кесим юзасида нормал ва уринма кучланишларнинг тақсимланиш қонуни.....	569
14.4-§. Кучланишлар ҳамда мос келувчи зўриқиш кучлари учун ҳисоблаш формулалари.....	573
14.5-§. Стержень буралиш бурчагининг дифференциал тенгламаси ва интеграллаш.....	575
14.6-§. Геометрик характеристикаларни ҳисоблаш.....	581
14.7-§. Юпқа деворли стерженга кучлар таъсирининг умумий ҳоли.....	585

Мустақил ечиш учун мисоллар.....	601
Назорат саволлари.....	604

XV Б О Б ЭГРИ БРУСЛАР ҲИСОБИ.

15.1-§. Асосий тушунчалар.....	605
15.2-§. Соф эгилиш.....	608
Мустақил ечиш учун мисоллар.....	623
Назорат саволлари.....	626

XVI Б О Б СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ УСТИВОРЛИГИ (БЎЙЛАМА ЭГИЛИШ).

16.1-§. Асосий тушунчалар.....	627
16.2-§. Сиқилган стержень учун критик кучни аниқлаш. Эйлер формуласи.....	630
16.3-§. Стержень учларининг маҳкамланиш турининг критик куч қийматига таъсири.....	634
16.4-§. Критик кучланиш. Эйлер формуласининг тадбиқ этилиш чегариси.....	636
16.5-§. Стерженларни устиворликка ҳисоблаш.....	640
16.6-§. Сиқилган стерженларнинг материали ва кўндаланг кесим юзасининг қулай шаклини танлаш.....	642
16.7-§. Бўйлама ва кўндаланг эгилишнинг бирга таъсири.....	644
Мустақил ечиш учун мисоллар.....	663
Назорат саволлари.....	678

XVII Б О Б ДИНАМИК ЮКЛАР ТАЪСИРИДАГИ ЭЛЕМЕНТ-ЛАРНИНГ МУСТАҲКАМЛИГИ.

17.1-§. Умумий тушунчалар.....	674
17.2-§. Машина ва иншоот қисмларига инерция кучларининг таъсири.....	674
17.3-§. Зарб ва ўзгарувчан юклар таъсири.....	679
17.4-§. Зарб юклар таъсирида ҳосил бўладиган кучланишлар.....	681
17.5-§. Машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган тебранма ҳаракат.....	688
17.6-§. Эркинлик даражаси бирга тенг бўлган системанинг эркин тебранма ҳаракати.....	690
17.7-§. Эркинлик даражаси бирга тенг бўлган системанинг мажбурий тебранма ҳаракати.....	693
17.8-§. Ўзгарувчан кучланишлар. Толиқишдаги мустаҳкамлик.....	706

Мустақил ечиш учун мисоллар.....	719
Назорат саволлари.....	724
Фойдаланилган адабиётлар.....	725
Мундарижа.....	727

Ўқув нашри

Мелиқулов Нормат Мелиқулович

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ

Компьютерда саҳифаловчи Н.Н. Азизова
Корректор А.Ибрагимова

Чоп этишга рухсат берилди 2011 йил. Адади 50 нусха. Нашр
босма табағи 46,0 б.т. Варақ шакли А.5 Буюртма №

Самарқанд Давлат Архитектура-Қурилиш институти
Самарқанд шаҳри Лолазор кўчаси, 70

640,601,638,603,636,605,634,607,632,609,630,611,628,613,626,615,624,617,622,619
602,639,604,637,606,635,608,633,610,631,612,629,614,627,616,625,618,623,620,621
680,641,678,643,676,645,674,647,672,649,670,651,668,653,666,655, 664,657,662,659
642,679,644,677,646,675,648,673,650,671,652,669,654,667,656,665,658,663,660,661
720,681,718,683,716,685,714,687,712,689,710,691,708,693,706,695,704,697,702,699
682,719,684,717,686,715,688,713,690,711,692,709,694,707,696,705,698,703,700,701
736,721,734,723,732,725,730,727
722,735,724,733,726,731,728,729