

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

Mexanika – matematika fakulteti

«Hisoblash usullari» kafedrası

Mamatqulova Zarifa Mamarizayevna

**ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI MAPLE VA MATHCAD
MATEMATIK PAKETLARI YORDAMIDA TAQRIBIY YECHISH**

«5480100 – Amaliy matematika va informatika» ta’lim yo‘nalishi
bo‘yicha bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISH

Ilmiy rahbar _____ dots. A.Abdirashidov
2013 y. «__» _____

Bitiruv malakaviy ish «Hisoblash usullari» kafedrasida bajarildi, kafedraning
2013 yil «__» _____dagi majlisida muhokama qilindi va himoyaga tavsiya
etildi (____ -son bayonnoma).

Kafedra mudiri _____ dots. A.Abdirashidov

Bitiruv malakaviy ish YaDAKning 2013 yil «__» _____dagi majlisida
himoya qilindi va ____ ball bilan baholandi (____ -son bayonnoma).

YaDAK raisi: _____

A’zolari: _____

Samarqand – 2013

MUNDARIJA

KIRISH.	3
1. ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING ANALITIK YECHIMINI MAPLE VA MATHCAD DASTURI YORDAMIDA TOPISH.	7
1.1. Oddiy differensial tenglama va uning umumiy yechimini Maple dasturida topish.	7
1.2. Oddiy differensial tenglamaning darajali qatorlar yordamida yaqinlashuvchi yechimlari.	20
1.3. Oddiy differensial tenglama va uning umumiy yechimini Mathcad dasturida topish.	23
2. ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMANI MAPLE VA MATHCAD DASTURLARI YORDAMIDA SONLI YECHISH.	25
2.1. Oddiy differensial tenglamani Maple dasturida dsolve komandasi yordamida sonli yechish va uning yechimi grafigini odeplot komandasi yordamida qurish.	25
2.2. Differensial tenglama sonli yechimini grafik ko'rinishda ifodalash- ning Maple dasturidagi Detools paketi.	28
2.3. Oddiy differensial tenglamani Mathcad dasturida sonli yechish va uning yechimi grafigini qurish.	32
3. AMALIY MASALALARNI MATEMATIK PAKETLAR YORDAMIDA SONLI YECHISH.	36
3.1. Qiziqarli tarixiy masalalar yechimlari.	36
3.2. Mexanik tebranishlarga doir masalalar differensial tenglamalarni Maple dasturi yordamida sonli yechish.	41
3.3. Ba'zi amaliy masalalar differensial tenglamalarini Mathcad dasturi yordamida sonli yechish.	46
XULOSA.	49
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI.	50

KIRISH

Prezidentimiz I.A.Karimovning “Jahon moliyaviy-iqtisodiy inqirozi, O`zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo`llari va choralari” asarida “...korxonalarni modernizatsiya qilish, texnik va texnologik qayta jihozlashni yanada jadallashtirish, zamonaviy, moslashuvchan texnologiyalarni keng joriy etish” inqirozga qarshi choralardan biri sifatida ko`rsatilgan [1]. Prezidentimiz I.A.Karimovning «Vatanimizning kelajagi, xalqimizning ertangi kuni, mamlakatimizning jahon hamjamiyatidagi obro’-e’tibori, avvalambor farzandlarimizning o’nib-o’sib, ulg’ayib, qanday inson bo’lib hayotga kirib borishiga bog’liqdir. Biz bunday o’tkir haqiqatni hech qachon unutmasligimiz kerak» degan oqilona gaplariga amal qilmog’imiz lozim. Bu vazifalarni zamonaviy kompyuter texnologiyalarining tadbiqisiz bajarish mumkin emas. Ilmiy asoslangan rejalar tuzish, ularni amaliyotga joriy etish eng ilg’or axborot-kommunikatsiya texnologiyalardan foydalanishni taqozo etadi [2, 3]. Prezidentimizning 2002 yil 30 mayda qabul qilingan “Kompyuterlashtirishni yanada rivojlantirish va axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish” to’g’risidagi farmonida kompyuter texnologiyalaridan foydalanishning samaradorligini oshirish yo`nalishlari belgilab berilgan [4, 5].

Mavzuning dolzarbligi. Kompyuterning qo’llanilish sohalaridan biri mexanik jarayonlarni va ob’ektlarning matematik modellarini hisoblash usullari va kompyuterlarning dasturiy vositalari yordamida tadqiq etish bo`lib qolmoqda. Hisoblash matematikasi usullari va kompyuterlarning zamonaviy imkoniyatlari birgalikda mexanik jarayonlar va ob`yektlarning shu paytgacha noma`lum xususiyatlarini ochishga va, shu asnoda, texnologik jarayonlarni takomillashtirishga xizmat qilmoqda. Ushbu bitiruv malakaviy ishning mavzusi ham hisoblash matematikasi va kompyuterning ilmiy tadqiqot ishlarda qo’llanilishiga bog’liq bo’lib, ilmiy va amaliy jihatdan dolzarbdir [6, 14].

Hozirgi kunda fan-texnika rivojlanib borgan sari matematika va konpyuterning o'рни ortib bormoqda. Shu jumladan matematikadan fizika, mexanika, biologiya, kimyo va astronomiya hamda iqtisodiy masalalarni yechishda, mexanik jarayonlarni tahlil etishda va boshqa ko'p sohalarda foydalaniladi. Bu sohalardagi jarayonlarning matematik modeli oddiy differensial tenglamalar nomi bilan yuritiladi.

Ushbu ishda oddiy differensial tenglamani Maple va Mathcad dasturlari yordamida analitik va taqribiy yechish masalasi qoraladi. Quyida masalaning qo'yilishi va uni yechishning ketma-ket algoritmi keltirilgan. Oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun zarur bo'lgan hisoblash usullari tavsiflanadi.

Masalaning qo'yilishi. Quyida ana shunga erishish uchun avvalo oddiy differensial tenglama, chegaraviy masala, ularning umumiy va xususiy yechimlari, ularni analitik usulda topish, qay hollarda matematik paketlardan qanday foydalanish mumkinligi haqida so'z yuritish. Nochiziqli differensial tenglamalardan iborat bo'lgan bir qator mexanik jarayonlar modellari differensial tenglamalarini taqribiy yechish masalasi qoralib, taqribiy hisob usuli Runge-Kutta usuli bo'yicha aniq amaliy masalalar yechish.

Ishning maqsadi va vazifalari. Ushbu bitiruv malakaviy ishini yozishda oddiy differensial tenglamalarni, chegaraviy masalalarni analitik va sonli yechish usullari yordamida Maple va Mathcad matematik paketidan foydalanib, yechish, aniq amaliy masalalarda bu jarayonni ko'rsatish, masalani yechishning algoritmi va dasturini yaratish ko'zda tutilgan.

Muammoning ishlab chiqilish darajasi. Bitiruv malakaviy ishida nochiziqli differensial tenglamalardan iborat bo'lgan mexanikaning bir qator amaliy masalalarini taqribiy yechish masalasi qoralib, taqribiy hisob usuli Runge-Kutta usuli bo'yicha aniq amaliy masalalar yechish. Tadqiqotlar aniq misollarda bajarildi, ular uchun zarur algoritmlar va dasturlar tuzildi.

Ishning ilmiy yangiligi. Oddiy differensial tenglamalar, chegaraviy masalalar, Koshi masalasidagi masalalarni matematik paketlardan foydalanib

yechishda bu bo'limlarda qo'llaniladigan (ba'zaviy) metodlarni bilish zarur. Ular oliy matematikaning asosiy bo'limlarida qo'llaniladigan elementar almashtirishlar va hisoblashlarning buyruqlaridan (operatorlaridan) foydalanish imkonini beradi.

Amalda ixtiyoriy matematik paket yordamida amalga oshirish mumkin bo'lgan "elementar" hisoblashlar va almashtirishlar zanjiri murakkab masalalarni ham yechish imkonini beradi (masalan, oddiy differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarni yechish).

Tadqiqot predmeti. Maple va Mathcad dasturiy paketi oliy matematikaning maxsus bo'limlaridagi ko'pgina masalalarning yechimlarini topishga imkon beradi. Maple va Mathcad muhitida ishlash texnologiyasi bilan [6, 9, 10, 11, 13] larda tanishish mumkin.

Ushbu bitiruv malakaviy ishida Maple va Mathcad matematik paketning oddiy differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarning ba'zi turlarini yechish uchun qo'llash uslubi keltirilgan.

Tadqiqot obyekti. Oddiy differensial tenglamalar, chegaraviy masalalar bitiruv malakaviy ishining tadqiqot obyektidir. Oddiy differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarni aniq usullar bilan yechish [7, 8, 12, 15] adabiyotlarda va ularni taqribiy yechish usullari esa [6, 14] adabiyotlarda keltirilgan.

Ishning ilmiy ahamiyati. Bu bitiruv malakaviy ishida oddiy differensial tenglamalar, chegaraviy masalalarni Maple va Mathcad matematik paket yordamida analitik va taqribiy yechish usullari ko'rsatilgan.

Ishning amaliy ahamiyati. Bitiruv malakaviy ishidan «Differensial tenglamalar» fanidan bo'ladigan amaliy mashg'ulotlarda, seminar mashg'ulotlarida, oddiy differensial tenglama va tenglamalar sistemasi, chegaraviy masalalarni sonli yechish bo'yicha tanlov fanlari mashg'ulotlarida foydalanish mumkin.

Ishning tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi Kirish qismi, Asosiy qism, Xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib, jami 51 betdan iborat. Asosiy qism 3 ta bobdan iborat bo'lib, 1- bobda oddiy differensial tenglamalarni

Maple va Mathcad paketi yordamida analitik yechish berilgan va buning qo'llanilishi misollarda ko'rsatilgan. 2 - bobda oddiy differensial tenglamani Maple va Mathcad paketi yordamida sonli yechish usullari ko'rsatilgan. 3-bobda esa mexanikaning noxiziqli differensial tenglamalar sistemasidan iborat bo'lgan bir qator amaliy masalalari differensial tenglamalarini sonli yechish masalasi qaralib, taqribiy hisob usuli Runge-Kutta usuli bo'yicha aniq amaliy masalalar yechilgan. Xulosa qismida bitiruv ishining asosiy natijalari va uning amaliy tadbirlari bayon qilingan. Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati 20 ta adabiyotdan iborat.

Olingan natijalarning qisqacha mazmuni (annotatsiyasi). Bu ishda oddiy differensial tenglamalarni Maple va Mathcad matematik paketi yordamida analitik va taqribiy yechish hisob ketma-ketligi keltirilgan. oddiy differensial tenglamalar tadbirlarining, masalan, mexanik jarayonlar masalalarida qo'llanilishi ko'rsatilgan. Noxiziqli differensial tenglamalardan iborat bo'lgan bir qator amaliy masalalarni sonli yechish masalasi qaraladi. Differensial tenglamalarni yechishning bir qator taqribiy hisob usullar (Eyler usuli, Runge-Kutta usuli va boshqa usullar)dan iborat. Shulardan Runge-Kutta usuli bo'yicha aniq amaliy masalalar yechilgan, hisob algoritmi va blok-sxemasi tuzilgan, shunga ko'ra Maple va Mathcad matematik paketida dastur ishlab chiqilgan. Olingan natijalar analitik yechim funksiyasi ko'rinishida, grafiklarda ifodalanib, tegishli xulosalar chiqarilgan.

1-BOB.

ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING ANALITIK YECHIMINI MAPLE VA MATHCAD DASTURLARI YORDAMIDA TOPISH

Mexanikaning turli masalalarini o'rganish ko'p hollarda oddiy differensial tenglamalarni yechishga olib kelinadi. Aniq amaliy masala esa ixtiyoriy tartibli differensial tenglamani yechishni talab etadi. Bunday masalalarni ko'p hollarda analitik usullar bilan yechib bo'lmaydi. Ana shunday hollarda biz sonli usullarga murojaat qilamiz. Sonli usullar yordamida taqribiy yechim quriladi va tegishli xulosalar siqariladi. Mazkur ishda ana shunday masalalarni Maple va Mathcad matematik paketlari yordamida oddiy differensial tenglamalarni taqribiy yechish masalalari qaraladi.

1.1. Oddiy differensial tenglama va uning umumiy yechimini Maple dasturida topish

Masalaning qo'yilishi.

Hozirgi kunda fan-texnika rivojlanib borgan sari matematikaning roli ortib bormoqda. Shu jumladan matematikadan fizika, mexanika va astronomiya hamda iqtisodiy masalalarni yechishda, biologik jarayonlarni tahlil etishda va boshqa ko'p sohalarda foydalaniladi. Bu sohalardagi jarayonlarning matematik modeli differensial tenglamalar nomi bilan yuritiladi.

Noma'lum funksiyaning hosilasi yoki differensial qatnashgan tenglama differensial tenglama deyiladi.

Agar noma'lum funksiya bir argumentli bo'lsa, u holda tenglama oddiy differensial tenglama deb, agar noma'lum funksiya ko'p o'zgaruvchili bo'lsa, u holda tenglama xususiy hosilali differensial tenglama deb aytiladi.

Masalan, faraz qilaylik moddiy nuqta OX o'qi bo'ylab harakat qilsin. Harakat funksiyasi $f(t)$ bo'lsin. Bundan tashqari biror $t=t_0$ momentda uning absissasi x_0 qiymatni qabul qilsin. Shu moddiy nuqtaning harakat qonunini toping.

Bu masalaning matematik modeli ushbu

$$\frac{dx}{dt} = f(t), \quad x(t_0) = x_0$$

differensial tenglama va boshlang'ich shart ko'rinish bilan ifodalanadi.

Yana bir misol keltiraylik. Radiaktiv modda hisoblangan radiyning parchalanish tezligi uning miqdoriga to'g'ri proporsional. Faraz qilaylik, t momentda R_0g radiy bor bo'lsin. Ixtiyoriy t momentda Rg radiy miqdorini aniqlang.

Agar proporsionallik koeffitsiyenti c ($c>0$) ga teng bo'lsa, u holda masala ushbu differensial tenglamani yechishga keltiriladi.

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -cR$$

Bu tenglamani $t=t_0$ da $R=R_0$ ga teng bo'ladigan yechimi

$$R=R_0e^{-c(t-t_0)}$$

funksiya bilan ifodalanadi.

Yuqoridagi masalalardan ko'rinadiki, bitta differensial tenglamani bir necha funksiyalar qanoatlantirishi mumkin, shuning uchun differensial tenglamalar nazariyasining asosiy maqsadi berilgan tenglamaning barcha yechimlarini topish va ularning xususiyatlarini o'rganishdan iborat.

Bu maqsadga erishish uchun hozirgi kubda bizning qo'limizda maxsus matematik paketlar mavjud. Bular Maple, Mathcad, MathLab, Mathematica va hokazo. Ana shu paketlardan foydalangan holda oddiy differensial tenglamalarni yechishimiz mumkin bo'ladi.

Ammo yana bir masalani oydinlashtirish lozim bo'ladi. Bu ham bo'lsa shunday savolga javob berish kerak: har qanday differensial tenglamalarni ana shunday yo'l bilan yechish mumkinmi?

Albatta, yo'q.

Unda nima qilish kerak?

Ana shunday holda bizga taqribiy hisob usullari yordam beradi.

Ulardan unumli fodalangan holda qo'yilgan maqsadga yetarlicha aniqlikda erishish mumkin. Bunda albatta masalaning turi, undagi funksiyalarning xarakteriga qarab har xil taqribiy hisob usullarini qo'llash mumkin.

Quyida ana shunga erishish uchun avvali differensial tenglama, chegaraviy masala, ularning umumiy va xususiy yechimlari, ularni analitik usulda topish, qay hollarda matematik paketlardan qanday foydalanish mumkinligi haqida so'z yuritiladi.

Bularni bosqichma-bosqich qarab chiqaylik.

Chegaraviy masala va uni yechishda Maple dasturidan foydalanish maqsadi. Birinchi tartibli differensial tenglama oshkormas ko'rinishda

$$F(x, y, y') = 0$$

kabi va oshkor ko'rinishda esa

$$y' = f(x, y) \quad (1)$$

$[x_0, b]$ kesmada

$$y|_{x=x_0} = y_0 \quad (2)$$

boshlang'ich shart bilan berilgan bo'lsin. $x=b$ nuqtada noma'lum $y = y(x)$ funksiyaning qiymatini taqribiy hisoblash talab qilinsin.

Agar berilgan masalaning $y = \varphi(x)$ yechimini topish mumkin bo'lganda, $x=b$ nuqtada, ravshanki, $y|_{x=b} = \varphi(b)$ ni topishimiz mumkin bo'ladi. Lekin aksariyat hollarda masalaning umumiy yechimini topib bo'lmaydi. Bunday hollarda taqribiy (sonli) usullar qo'llaniladi.

Ikkinchi tartibli differensial tenglama berilgan bo'lsin:

$$F(x, y, y', y'') = 0 \quad (3)$$

Ikki nuqtali chegaraviy masala (3) uchun quyidagicha qo'yiladi: $[a, b]$ kesma ichida (3) tenglamani qanoatlantiruvchi va kesmaning oxirida esa

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1[y(a), y'(a)] &= 0 \\ \varphi_2[y(b), y'(b)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

chegaraviy shartlar qanoatlantiruvchi $y = y(x)$ funksiyani topish talab qilinadi.

(3) tenglama va (4) chegaraviy shartlar chiziqli bo'lgan holni qaraylik. Bunday chegaraviy masala chiziqli chegaraviy masala deyiladi. U holda differensial tenglama va chegaraviy shartlarni quyidagicha yozish mumkin:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) &= A \\ \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) &= B \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

bu yerda $p(x), q(x), f(x)$ - $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lgan berilgan funksiyalar, $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, A, B$ - berilgan o'zgarmaslar bo'lib

$$|\alpha_0| + |\alpha_1| \neq 0 \quad \text{va} \quad |\beta_0| + |\beta_1| \neq 0$$

shartni qanoatlantiradi.

Agar $A = B = 0$ bo'lsa, u holda (6) chegaraviy shart bir jinsli deyiladi.

Masalani yechish usullari. Masalani yechish usullarini 3 turga bo'lish mumkin, bular: aniq usullar, taqribiy-aniiq usullar, sonli usullar.

Aniq usullar bu yechimni elementar funksiyalar orqali ifodalash yoki elementar funksiyalar integrali orqali ifodalashdan iborat bo'lib, bu usullar oddiy differensial tenglamalar kursida o'rganilgan. Aniq usullar amaliyotda uchraydigan masalalarning ba'zi bir turlarinigina yechish imkonini beradi. Masalan, ushbu

$$\frac{dx(t)}{dt} = t^2 + x^2(t)$$

Differensial tenglamaning yechimini elementar funksiyalar orqali ifodalab bo'lmaydi. Ushbu

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{x(t) - t}{x(t) + t}$$

tenglamaning umumiy yechimi

$$0,5\ln(t^2 + x^2) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{t}\right) = C$$

Ko'rinishda, ammo bu transcendent formulali yechimdan $x(t)$ ning t dan bog'liq ifodasini chiqarish berilgan tenglamani yechisdanda oson emas.

Taqribiy-analitik usullarga $x(t)$ yechim funksiyani biror $x_k(t)$ – funksiyalar ketma-ketligi orqali ifodalash kiradi, bunda $x_k(t)$ lar elementar funksiyalar yoki ularning integrallari orqali ifodalangan bo'ladi. Shunday qilib, cheklangan k qiymat uchun $x(t)$ yechimga ega bo'lamiz. Bu usullarga misol qilib yechimni umumlashgan darajali qatorlarga yoyish usuli, Pikar usuli, kichik parametrlar usulini keltirish mumkin. Bu usullardan masalani yechishning boshlang'ich katta qismini aniq amalga oshirish mumkin bo'lgandagina foydalanish mumkin. Bunga faqat soddaroq masalalarni yechishdagina erishish mumkin.

Sonli usullarda esa $x(t)$ yechim funksiyaning taqribiy qiymatlari to'r tugunlari deb ataluvchi $t_1, t_2, \dots, t_N$ nuqtalarda taqribiy hisoblanadi. Bunda yechimlar jadval ko'rinishida olinadi.

Sonli usullar berilgan sistemaning umumiy yechimini topish imkonini bermaydi, balki qo'yilgan masalaning, masalan, Koshi masalasining, qaysidir bir xususiy yechiminigina topib beradi. Ana shu holar sonli usullarning asosiy kamchiligi hisoblanadi. Shunga qaramasdan bu usullar juda keng sinfdagi masalalarni yechish imkonini beradiki, keyingi paytlarda amaliyotda bu usullar samarali qo'llanilib kelinmoqda.

Shularni e'tiborga olib, mazkur ishda sonli usullardan biri Runge-Kutta yordamida oddiy differensial tenglamalar sistemasini yechishni Maple va Mathcad matematik paketlari yordamida amalga oshirishni ko'ramiz.

Runge-Kutta usulining g'oyasi:

Faraz qilaylik, ushbu

$$x'(t) = f(t, x), \quad t \in [a, b], \quad x(t_0) = x_0$$

oddiy differensial tenglamalar sistemasi va boshlang'ich shartlar bilan berilgan masalaning taqribiy yechimini h - teng qadamli ushbu

$$\omega_h = \{t_j = a + jh, \quad j = 0, 1, \dots, N\}, \quad h = (b - a) / N$$

to'rt tugunlarida topish talab etilsin. To'rtinchi j nomerli nuqtasida masalaning aniq yechimini $x_j = x_j(t_j)$ orqali, taqribiy yechimini esa y_j orqali belgilaylik.

Runge-Kutta usulining o'zgarish h qadam bilan 4-tartibli aniqlikdagi taqribiy hisob formulasi quyidagicha:

$$y_{j+1} = y_j + h(k_{1,j} + 2k_{2,j} + 2k_{3,j} + k_{4,j})$$

bu yerda

$$k_{1,j} = f(t_j, y_j),$$

$$k_{2,j} = f\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{2}k_{1,j}\right),$$

$$k_{3,j} = f\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{2}k_{2,j}\right),$$

$$k_{4,j} = f(t_j + h, y_j + hk_{3,j}),$$

Runge-Kutta usulining qo'llanilish dasturi matematik paketda ko'zda tutilgan, shuning uchun undan dasturda ko'rsatilgan tartibda foydalanilgan. Runge-Kutta usulining blok-sxemasi 1.1-rasmda tasvirlangan.

Maple da differensial tenglamalarning analitik yechimlarini topish uchun quyidagi komanda ishlatiladi:

$$\text{dsolve}(\text{eq}, \text{var}, \text{options}),$$

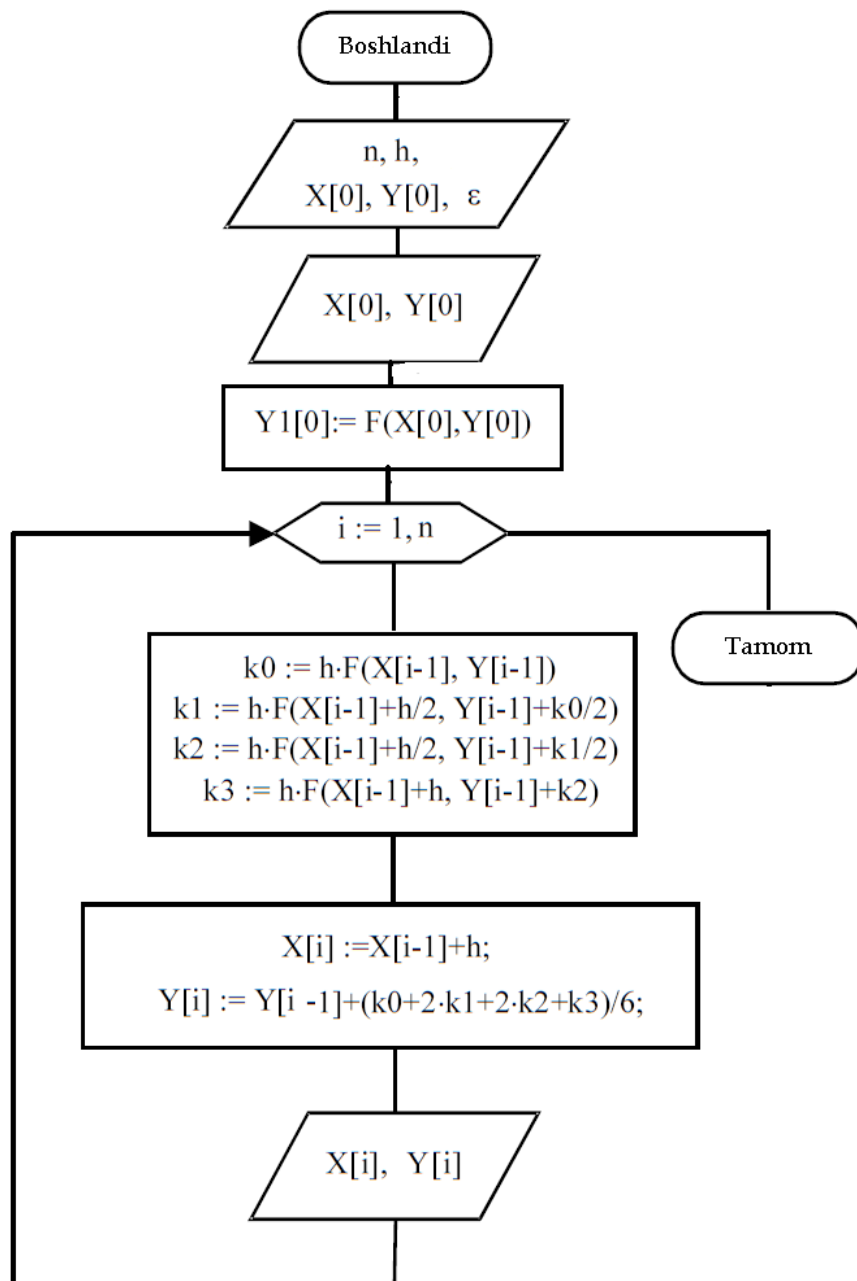
bu yerda

eq – differensial tenglama;

var – noaniq funksiyalar;

options – parametrlar.

Parametrlar masalaning yechilish metodini ko'rsatishi mumkin, masalan, jimgilik qoidasi bo'yicha analitik yechim quyidagicha izlanadi: type=exact.



1.1-rasm. Runge-Kutta usulining blok-sxemasi.

Differensial tenglamani kiritishda hosilani bildirish uchun diff komanda ishlatiladi, masalan,

$$y''+y=x$$

differensial tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\text{diff}(y(x), x^2) + y(x) = x.$$

Differensial tenglamalarning umumiy yechimi soni differensial tenglamaning tartibiga bog'liq bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmaslarga bog'liqdir. *Maple* da bunday o'zgarmaslar qoida bo'yicha $_C1$, $_C2$, va h.k.lar bilan belgilanadi.

Bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamaning umumiy yechimi hamma vaqt shunday chiqariladiki, ushbu yechimning strukturasi aniq ko'rinadi. Shu bilan birga bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamaning umumiy yechimi unga mos keluvchi bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimlari yig'indisiga hamda berilgan bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning xususiy yechimiga teng. Shuning uchun ham bir jinsli bo'lmagan chiziqli differensial tenglamaning yechimini chiqarish satri hamma vaqt ixtiyoriy o'zgarmaslarni o'z ichiga olgan qo'shiluvchilardan iborat (bu mos keluvchi differensial tenglamaning umumiy yechimi) va ixtiyoriy o'zgarmaslarsiz bo'lgan yig'indidan iborat (bu bir turli bo'lmagan differensial tenglamaning xususiy yechimi) bo'lishi mumkin.

`dsolve` komanda differensial tenglamaning yechimini hisoblanmaydigan shaklda beradi. Hosil bo'lgan yechim ustidan keyinchalik ishlash uchun (masalan, yechim grafigini yasash) hosil bo'lgan yechimning o'ng tomonini `rhs(%)` komanda bilan ajratish kerak.

Muammoni oydinlashtirishni mashqlarda bajarib ko'raylik va quyidagi tadbirlarni bajaraylik :

1-misol. Ushbu

$$y' + y \cos x = \sin x \cos x$$

birinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish:

> restart;

> de:=diff(y(x),x)+y(x)*cos(x)=sin(x)*cos(x);

$$de := \left(\frac{\partial}{\partial x} y(x) \right) + y(x) \cos(x) = \sin(x) \cos(x)$$

> dsolve(de,y(x));

$$y(x) = \sin(x) - 1 + e^{(-\sin(x))} _C1$$

Demak, izlanayotgan tenglamaning yechim funksiyasi

$$y(x) = \sin(x) - 1 + e^{(-\sin(x))} _C1.$$

Eslatma: Maple da differensial tenglamaning yechimini chiqarish satrida ixtiyoriy konstanta $_C1$ kabi belgilanadi.

2-misol. Ushbu

$$y'' - 2y' + y = \sin x + e^{-x}$$

ikkinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish:

> restart;

> deq:=diff(y(x),x\$2)-2*diff(y(x),x)+y(x)

=sin(x)+exp(-x);

$$deq := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) - 2 \left(\frac{\partial}{\partial x} y(x) \right) + y(x) = \sin(x) + e^{(-x)}$$

> dsolve(deq,y(x));

$$y(x) = _C1 e^x + _C2 e^x x + \frac{1}{2} \cos(x) + \frac{1}{4} e^{(-x)}$$

Eslatma: berilgan tenglama ikkinchi tartibli bo'lganligi sababli olingan natijada ikkita ixtiyoriy konstantalar mavjud, ular Maple da $_C1$ va $_C2$ kabi belgilanadi. Yechimda birinchi ikkita qo'shiluvchilar berilgan bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimi, qolgan ikkitasi esa bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning xususiy yechimidir.

3-misol. Ushbu

$$y'' + k^2 y = \sin(qx)$$

tartibda berilgan differensial tenglamaning $q \neq k$ va $q = k$ (rezonans) ikki holda umumiy yechimini toping.

Yechish:

> restart; de:=diff(y(x),x\$2)+k^2*y(x)=sin(q*x);

$$de := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) + k^2 y(x) = \sin(qx)$$

> dsolve(deq,y(x));

$$y(x) = \frac{\left(-\frac{1}{2} \frac{\cos((k+q)x)}{k+q} + \frac{1}{2} \frac{\cos((k-q)x)}{k-q} \right) \sin(kx)}{k} - \frac{\left(\frac{1}{2} \frac{\sin((k-q)x)}{k-q} - \frac{1}{2} \frac{\sin((k+q)x)}{k+q} \right) \cos(kx)}{k} + _C1 \sin(kx) + _C2 \cos(kx)$$

Endi yechimni rezonans holatda izlaymiz. Buning uchun esa **dsolve** komandani chaqirishdan oldin $q=k$ deb olish kerak.

> q:=k: dsolve(de,y(x));

$$y(x) = -\frac{1}{2} \frac{\cos(kx)^2 \sin(kx)}{k^2} - \frac{\left(-\frac{1}{2} \cos(kx) \sin(kx) + \frac{1}{2} kx \right) \cos(kx)}{k^2} + _C1 \sin(kx) + _C2 \cos(kx)$$

Eslatma: bu ikki holda ham bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning ixtiyoriy o'zgarmaslarni o'z ichiga olgan xususiy hamda umumiy yechimlar alohida qo'shiluvchilar ko'rinishida chiqariladi.

Yechimning fundamental (bazisli) sistema ko'rinishi. **dsolve** komanda differensial tenglama yechimining fundamental sistemali (bazisli funksiyalar) ko'rinishini topish imkonini beradi. Buning uchun **dsolve** komandaning parametrlarida **output=basis** ni ko'rsatish kerak [17, 19].

Muammoni oydinlashtirishni mashqlarda bajarib ko'raylik va quyidagi tadbirlarni bajaraylik:

1-misol. Quyidagi berilgan differensial tenglamaning fundamental sistema yechimini toping:

$$y^{(4)} + 2y'' + y = 0.$$

Yechish:

```
> de:=diff(y(x),x$4)+2*diff(y(x),x$2)+y(x)=0;
```

$$de := \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} y(x) \right) + 2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) + y(x) = 0$$

```
> dsolve(de, y(x), output=basis);
```

$$[\cos(x), \sin(x), x \cos(x), x \sin(x)]$$

Koshi masalasi yoki chegaraviy masalaning yechilishi. `dsolve` komanda Koshi masalasi yoki chegaraviy masalaning yechimini topishi mumkin, agarda berilgan differensial tenglama uchun noaniq funksiyaning boshlang'ich hamda chegaraviy shartlari berilsa. Boshlang'ich yoki chegaraviy shartlarda hosilalarni belgilash uchun differensial operator D ishlatiladi, masalan, $y''(0)=2$ shartni $(D@@2)(y)(0)=2$ kabi berishga to'g'ri keladi yoki $y'(1)=0$ shartni: $D(y)(1)=0$. Eslatib o'tamiz, n -chi tartibli hosila $(D@@n)(y)$ kabi yoziladi.

Muammoni oydinlashtirishni mashqlarda bajarib ko'raylik va quyidagi tadbirlarni bajaraylik:

1-misol. Koshi masalasining yechimini toping:

$$y^{(4)} + y'' = 2\cos x, y(0) = -2, y'(0) = 1, y''(0) = 0, y'''(0) = 0.$$

Yechish:

```
> de:=diff(y(x),x$4)+diff(y(x),x$2)=2*cos(x);
```

$$de := \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} y(x) \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) = 2 \cos(x)$$

> cond:=y(0)=-2, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=0,

(D@@3)(y)(0)=0;

cond:=y(0)=-2, D(y)(0)=1, (D⁽²⁾)(y)(0)=0, (D⁽³⁾)(y)(0)=0

> dsolve({de,cond},y(x));

$$y(x) = -2\cos(x) - x\sin(x) + x$$

2-misol. Quyidagi chegaraviy masalaning yechimini toping:

$$y'' + y = -2x - \pi, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Yechim grafigini yasang.

Yechish:

> restart; de:=diff(y(x),x\$2)+y(x)= -2*x-Pi;

$$de := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) \right) + y(x) = 2x - \pi$$

> cond:=y(0)=0,y(Pi/2)=0;

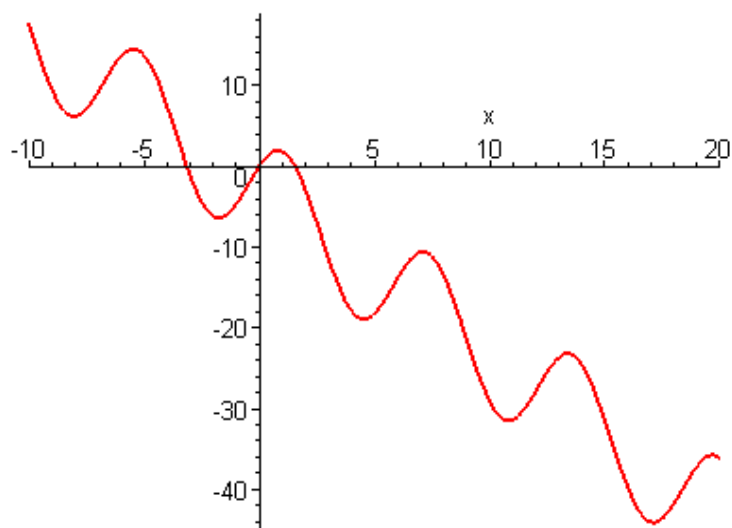
$$cond := y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

> dsolve({de,cond},y(x));

$$y(x) = 2x - \pi + \pi \cos(x)$$

Eslatma: yechim grafigini yasash uchun hosil bo'lgan ifodaning o'ng tomonini taxminan ajratishga to'g'ri keladi (1.2-rasm).

➤ y1:=rhs(%): plot(y1,x=-10..20,thickness=2);



1.2-rasm. Chegaraviy masala yechimining grafigi.

3-misol. Quyidagi oddiy differensial tenglamaning yechimini turli analitik usullar yordamida Maple dasturidan foydalanib yeching:

$$\sin(x) y'(x) - \cos(x) y(x) = 0.$$

Yechish:

> `ode_L:=sin(x)*diff(y(x),x)-cos(x)*y(x)=0;`

$$\text{ode_L} := \sin(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - \cos(x) y(x) = 0$$

> `dsolve(ode_L,[linear],useInt);`

$$y(x) = _C1 e^{\left(\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx \right)}$$

> `value(%);`

$$y(x) = _C1 \sin(x)$$

> `dsolve(ode_L,[separable],useInt);`

$$\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx - \int \frac{1}{_a} d_a + _C1 = 0$$

> `value(%);`

$$\ln(\sin(x)) - \ln(y(x)) + _C1 = 0$$

1.2. Differensial tenglamaning darajali qatorlar yordamida yaqinlashuvchi yechimlari

Ko'pchilik differensial tenglamalar turlarining aniq analitik yechimi topilmaydi. Bu holda differensial tenglamalarning yechimini yaqinlashuvchi metodlar yordamida topish mumkin, ya'ni noaniq funksiyani darajali qatorga yoyish orqali topish.

Differensial tenglamaning yechimini darajali qator ko'rinishida topish uchun dsolve komandada o'zgaruvchilardan keyin type=series (yoki shunchaki series) parametrini ko'rsatish kerak. n -chi yoyilma tartibini ko'rsatish uchun, ya'ni daraja tartibini yoyilma tugaguncha, dsolve komandadan oldin tartibni aniqlaydigan Order:=n komandani qo'yish kerak.

Agar differensial tenglamaning umumiy yechimi darajali qatorlar yoyilmasi ko'rinishida izlanayotgan bo'lsa, u holda topilgan yoyilmadagi x -chi daraja oldidagi koeffitsiyentlar noaniq qiymatli noldagi $y(0)$ funksiya va uning hosilalari $D(y)(0)$, $(D@@2)(y)(0)$ va h.k.lardan iborat bo'ladi. Chiqarish satrida hosil bo'lgan ifoda Makloren qatorida izlanayotgan yoyilmaga o'xshash bo'ladi x oldidagi koeffitsiyentlar boshqacha bo'ladi. Xususi yechimni ajratish uchun boshlang'ich $y(0)=u_1$, $D(y)(0)=u_2$, $(D@@2)(y)(0)=u_3$ va h.k. shartlarni berishga to'g'ri keladi. Ushbu boshlag'ich shartlarning soni mos differensial tenglamaning tartibiga to'g'ri kelishi kerak.

Darajali qatorlarga bo'lish series tipda bo'ladi, shuning uchun ham ushbu qator bilan yana ishlash uchun convert(%,polynom) komanda yordamida polinomga aylantirib, keyin esa hosil bo'lgan ifodaning o'ng tomonini rhs(%) komanda yordami bilan belgilash kerak.

Muammoni oydinlashtirishni mashqlarda bajarib ko'raylik va quyidagi tadbirlarni bajaraylik:

1-misol. Koshi masalasining yechimini toping:

$$y' = y + xe^y, \quad y(0) = 0$$

5-chi tartibli aniqlikda darajali qator ko'rinishida yechimni izlang.

Yechish:

> restart; Order:=5:

> dsolve({diff(y(x),x)=y(x)+x*exp(y(x)),
y(0)=0}, y(x), type=series);

$$y(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{6}x^4 + O(x^5)$$

Olingan natijada $O(x^5)$ qo'shiluvchi yoyilish aniqligining 5-chi tartibda bo'lganligini anglatadi.

2-misol. Ushbu

$$y''(x) - y^3(x) = ye^{-x} \cos x$$

differensial tenglamaning umumiy yechimini 4-chi tartibli darajali qator yoyilmasi ko'rinishida toping. Yoyilmani quyidagi boshlang'ich shartlar yordamida toping:

$$y(0)=1, y'(0)=0.$$

Yechish:

> restart; Order:=4: de:=diff(y(x),x\$2)-

y(x)^3=exp(-x)*cos(x):

> f:=dsolve(de,y(x),series);

$$f := y(x) = y(0) + D(y)(0)x + \left(\frac{1}{2}y(0)^3 + \frac{1}{2}\right)x^2 + \\ \left(\frac{1}{2}y(0)^2 D(y)(0) - \frac{1}{6}\right)x^3 + O(x^4)$$

Eslatma: hosil bo'lgan yoyilmada **D(y)(0)** noldagi hosilani bildiradi: $y'(0)$. Endi esa xususiy yechimni topish uchun boshlang'ich shartni berish qoldi:

> y(0):=1: D(y)(0):=0:f;

$$y(x) = 1 + x^2 - \frac{1}{6}x^3 + O(x^4)$$

3-misol. Koshi masalasining to 6-chi tartibli darajali qator ko'rinishida yaqinlashuvchi yechimini hamda aniq yechimlarini toping:

$$y''' - y' = 3(2 - x^2) \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1.$$

Aniq hamda yaqinlashuvchi yechimlarning grafigini bitta rasmda yasang.

Yechish:

> restart; Order:=6:

> de:=diff(y(x),x\$3)-diff(y(x),x)=3*(2-x^2)*sin(x);

$$de := \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} y(x) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} y(x) \right) = 3(2 - x^2) \sin(x)$$

> cond:=y(0)=1, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=1;

$$cond := y(0)=1, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=1;$$

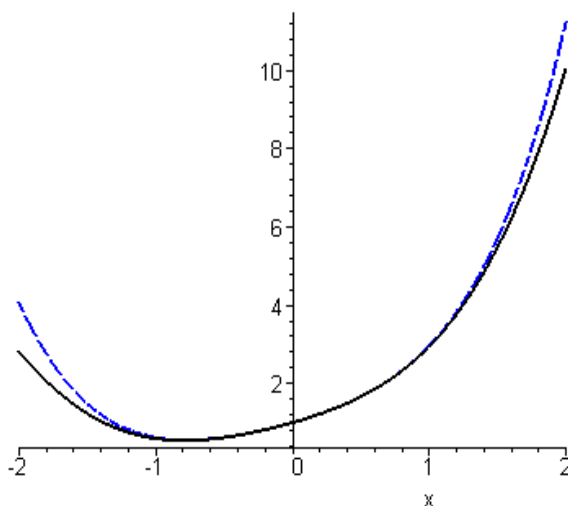
> dsolve({de,cond},y(x));

$$y(x) = \frac{21}{2} \cos(x) - \frac{3}{2} x^2 \cos(x) + 6x \sin(x) - 12 + \frac{7}{4} e^x + \frac{3}{4} e^{(-x)}$$

> y1:=rhs(%):

> dsolve({de,cond},y(x), series);

$$y(x) = 1 + x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{6} x^3 + \frac{7}{24} x^4 + \frac{1}{120} x^5 + O(x^6)$$



1.2-rasm. Differensial tenglama qator ko'rinishidagi yechimi grafigi.

Eslatma: Differensial tenglamaning qator ko'rinishidagi yechim tipi **series**, shuning uchun ham keyinchalik shunday yechimni ishlatish uchun (hisoblash yoki grafikni chizish) uni albatta **convert** komanda yordamida polinomga konvertlash kerak (1.2-rasm).

> convert(% ,polynom): y2:=rhs(%):

> p1:=plot(y1,x=-2..2,thickness=2,color=black):

> p2:=plot(y2,x=-2..2, linestyle=3,thickness=2,

color=blue):

> with(plots): display(p1,p2);

Ushbu rasmda, darajali qator yordamida yechimning eng aniq qiymati tanlangan $-1 < x < 1$ intervalda bo'lganligi.

1.3. Oddiy differensial tenglama va uning umumiy yechimini Mathcad dasturida topish

Mathcad dasturida oddiy differensial tenglamalarni yechish uchun **Given** blokiga tegishli **odesolve** funksiyasi mavjud bo'lib, u quyidagicha yoziladi:

$$y := \text{odesolve}(x, b)$$

bunda x – integrallash o'zgaruvchisi; b – **Yechish**.

integrallash intervalining oxirgi nuqtasi;

boshlang'ich shartlar quyidgicha

ifodalanadi:

$$y(a) = y_1 \text{ va } y'(a) = y_2$$

$$y''(x) + y'(x) + y(x) = 0$$

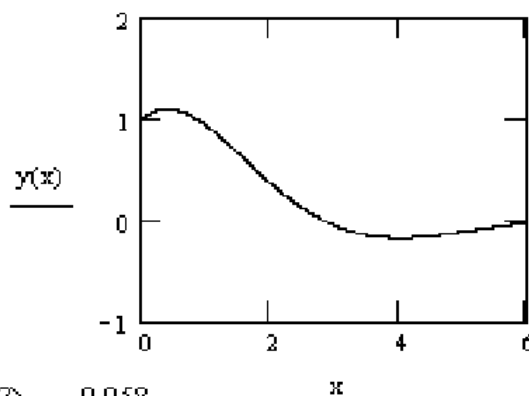
$$y(0) = 1 \quad y'(0) = .5$$

Oddiy differensial tenglamaning $y := \text{odesolve}(x, b)$ yechimi $[a, b]$ kesmada aniqlangan y funksiya ko'rinishida tiklanadi.

1-misol. Ushbu

$$y'' + y' + y = 0$$

oddiy differensial tenglamani $y(0)=1$ va $y'(0)=0,5$ boshlang'ich shartlar uchun $[0;6]$ intervalda Mathcad paketi yordamida yeching.



2-misol. Ushbu Koshi masalasini, ya'ni

$$x''' + x' + x = e^{-t} + \cos(t)$$

uchinchi tartibli oddiy differensial tenglamani $x(0)=1$, $x'(0)=0$ va $x''(0)=0,4$ boshlang'ich shartlar uchun Mathcad paketi yordamida yeching.

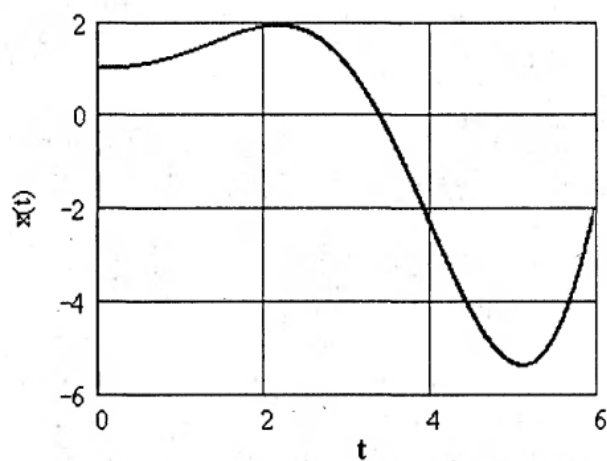
Yechish.

Given

$$\frac{d^3}{dt^3}x(t) + x'(t) + x(t) = e^{-t} + \cos(t)$$

$$x(0) = 1 \quad x''(0) = 0.4 \quad x'(0) = 0$$

$$x := \text{Odesolve}(t, 6)$$



$t := 0..6$

$x(t) =$

1
1.297
1.894
1.073
-2.336
-5.358
-1.851

2-BOB.

ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI MAPLE VA MATHCAD DASTURLARI YORDAMIDA SONLI YECHISH

2.1. Oddiy differensial tenglamani Maple dasturida dsolve komandasi yordamida sonli yechish va uning yechimi grafigini odeplot komandasi yordamida qurish

Differensial tenglama (Koshi masalasi yoki chegaraviy masala)ning sonli yechimini topish uchun **dsolve** komandasida **type=numeric** (yoki sodda qilib **numeric**) parametrni ko'rsatish kifoya. Bunday holda differensial tenglamani yechish komandasi quyidagicha bo'ladi [13, 17, 19]:

dsolve(eq, vars, type=numeric, options),

bu yerda

eq – tenglama;

vars – noma'lum funksiyalar ro'yxati;

options – Differensial tenglamani sonli yechishni ko'rsatuvchi parametrlar.

Maple da quyidagi usullar ishlab chiqilgan:

- **method=rk2** –Runge-Kuttaning 2-tartibli usuli;
- **method=rk3** –Runge-Kuttaning 3-tartibli usuli;
- **method=rk4** –Runge-Kuttaning 4-tartibli klassik usuli;
- **method=rkf45** – jimlik qoidasi bilan o'rnatilgan Runge-Kutta-Felbergning 4-5-tartibli usuli;
- **method=dverk78** –Runge-Kuttaning 7-8-tartibli usuli;
- **method=classical** – Runge-Kuttaning 3-tartibli klassik usuli;
- **method=gear** – Girning bir qadamli usuli;
- **method=mgear** – Girning ko'p qadamli usuli.

Differensial tenglama sonli yechimining grafigini qurish uchun ushbu

`odeplot(dd, [x,y(x)], x=x1..x2)`

komandadan foydalanish mumkin, bu yerda funksiya sifatida **dd:=dsolve({eq,cond}, y(x), numeric)** – sonli yechish komandasidan foydalanilgan, bundan keyin esa kvadrat qavsda o'zgaruvchi va noma'lum funksiya **[x,y(x)]** hamda grafik qurishning intervali **x=x1..x2** kabi ko'rsatilgan (I.1-rasm).

Muammoni oydinlashtirishni mashqlarda bajarib ko'raylik va quyidagi tadbirlarni bajaraylik:

1-misol. Quyidagi Koshi masalasining sonli va taqribiy yechimini 6-tartibli darajali qator ko'rinishida toping:

$$y'' + x \sin(y) = -\sin x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1.$$

Yechish: Avvalo Koshi masalasining sonli yechimini topamiz, keyin esa topilgan yechimning grafigini quramiz:

> restart; Ordev=6:

> eq:=diff(y(x),x\$2)+x*sin(y(x))= - sin(x):

> cond:=y(0)=-1, D(y)(0)=1:

> de:=dsolve({eq,cond},y(x),numeric);

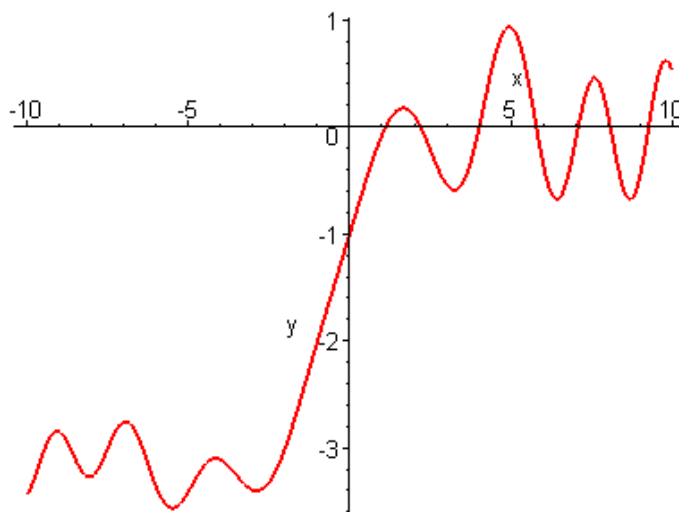
de:=proc(rkf45_x)...end proc

Eslatma: Natijani chiqarish qatorida *rkf45* usuldan foydalanilganlik haqida ma'lumot chiqadi. Agar satr kerakli ma'lumot bermasa, bu oraliq komandani ikki nuqta qo'yish bilan ajratib qo'yish lozim. Agar *x* ning biror fiksirlangan qiymati uchun natija olish (masalan, yechimning shu nuqtadagi hosilasi qiymatini chiqarish) zarur bo'lsa, masalan, *x=0.5* nuqtada, u holda quyidagilar teriladi (2.2-rasm):

> de(0.5);

$$\left[x = .5, y(x) = -.506443608478440388, \frac{\partial}{\partial x} y(x) = .954574167168752430 \right]$$

```
> with(plots):
> odeplot(de,[x,y(x)],-10..10,thickness=2);
```



2.2-rasm. Koshi masalasi sonli yechimining grafigi.

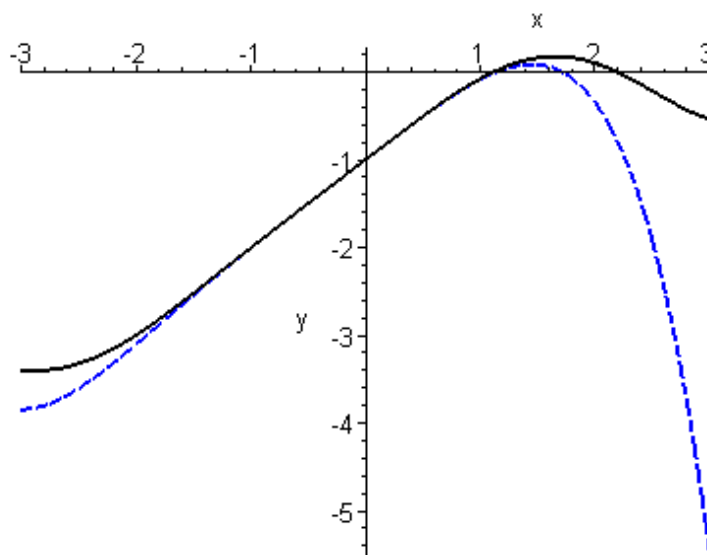
Endi Koshi masalasining yechimini darajali qator ko'rinishida topamiz hamda sonli yechim va olingan darajali qatorning grafigini ular mosroq tushishi mumkin bo'lgan interval uchun yasaymiz (2.3-rasm).

```
> dsolve({eq, cond}, y(x), series);
```

$$y(x) = -1 + x + \left(\frac{1}{6} \sin(1) - \frac{1}{6}\right) x^3 - \frac{1}{12} \cos(1) x^4 + \left(\frac{1}{120} - \frac{1}{40} \sin(1)\right) x^5 + O(x^6)$$

```
> convert(%, polynom):p:=rhs(%):
> p1:=odeplot(de,[x,y(x)],-3..3, thickness=2,
color=black):
> p2:=plot(p,x=-3..3,thickness=2,linestyle=3,
color=blue):
> display(p1,p2);
```

Yechimning darajali qator bilan juda yaqin qiymatlari $-1 < x < 1$ ekanligi grafikdan ko'rinib turibdi (buni yuqoridagi 1.3-bandning 3-misoli grafigida ham ko'rgan edik).



2.3-rasm. Koshi masalasi yechimining grafigi.

2.2. Differensial tenglama sonli yechimini grafik ko'rinishda ifodalashning Maple dasturidagi Detools paketi

Koshi masalasini sonli yechish, yechimning grafigini qurish va fazoviy portretini chizish uchun *Mapl*da maxsus paket **Detools** mavjud.

Detools paketning **DEplot** komandasi sonli usullar yordamida yechimning grafigini yoki fazoviy portretlarini chizadi. Bu komanda **odeplot** dan farqli rafishda, uning o'zi differensial tenglamani sonli yechadi [8, 12, 13].

DEplot ning asosiy parametrlari xuddi **odeplot** niki kabi:

$\text{DEplot}(\text{de}, \text{vars}, \text{range}, \text{x}=\text{x1}..\text{x2}, \text{y}=\text{y1}..\text{y2}, \text{cond}, \text{ptions}),$

bu yerda

de – differensial tenglama yoki differensial tenglamalar sistemasi;

vars – noma'lum funksiyalar ro'yxati;

range – erkli o'zgaruvchilarning o'zgarish intervali;

cond – boshlang'ich shartlar;

x=x1..x2 va **y=y1..y2** – funksiyalarning o'zgarish diapazoni;

options – qo'shimcha parametrlar.

Eng ko'p qo'llaniladigan parametrlar:

linecolor = chiziq rangi;

scene=[x,y] – grafikda qanday bog'lanishlarni chiqarish kerakligini ko'rsatuvchi parametr;

iterations = hisoblashlar aniqligini oshirish uchun zarur bo'lgan iteratsiyalar soni (jimlik qoidasiga ko'ra u 1 ga teng);

stepsize = grafikdagi nuqtalar orasidagi masofani ko'rsatuvchi son (jimlik qoidasiga ko'ra u $(x_2 - x_1)/20$ ga teng), bu parametr yechimning grafigini yetarlicha silliq chiqarish uchun zarur;

obsrange=true/false – agar yechimning grafigi ko'rsatilgan intervaldan tashqarida bo'lsa, yechimni to'xtatish yoki hisoblashlar yo'qligini ko'rsatish.

n -tartibli differensial tenglama uchun boshlang'ich shartlarni juda qulay shaklda berish mumkin:

$$[x_0, y_0, y'_0, y''_0, \dots],$$

bu yerda

x_0 – boshlang'ich shartlar beriladigan nuqta;

y_0 – berilga x_0 nuqtada izlanayotgan funksiyaning qiymati;

$y'_0, y''_0, \dots$ – berilga x_0 nuqtada izlanayotgan funksiyaning birinchi, ikkinchi va hokazi $(n-1)$ -tartibli hosilalari qiymatlari.

Muammoni oydinlashtirishni mashqlarda bajarib ko'raylik va quyidagi tadbirlarni bajaraylik:

2-misol. Quyidagi chegaraviy masalani yeching va uni analitik yechim bilan taqqoslang, natijalarning grafigini quring:

Yechish: Masalaning sonli yechimi (2.5-rasm):

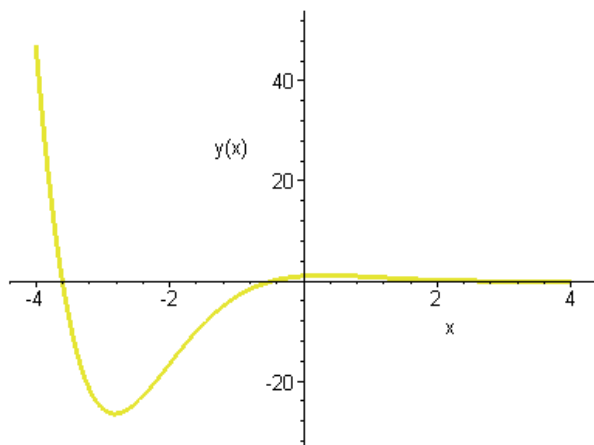
> restart; with(DEtools): with(DEtools):

DEplot(diff(y(x),x\$2)+2*diff(y(x),x)+2*y(x)=0,y(x),x=-

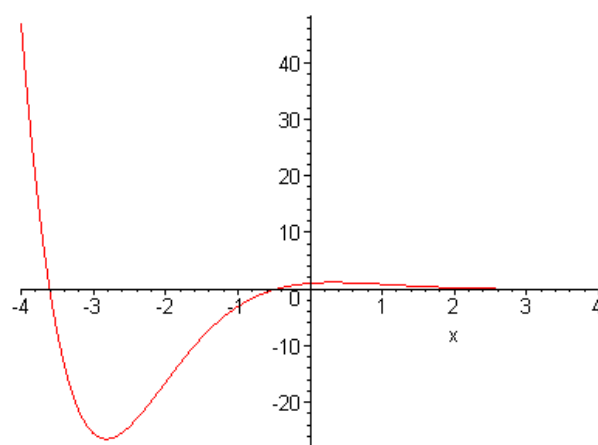
4..4,[[y(0)=1,D(y)(0)=1]],y=-30..50,stepsize=.005);

Masalaning analitik yechimi va grafigi: $y=e^{-x}(\cos x+2\sin x)$

`plot(exp(-x)*(cos(x)+2*sin(x)),x=-4..4);`



a) Sonli yechim grafigi



b) Analitik yechim grafigi

2.5-rasm. Sonli va analitik yechimlar grafiklari.

2-misol. Quyidagi chegaraviy masalaning $x \in [-4,5]$ intervaldagi yechimi grafigini quring:

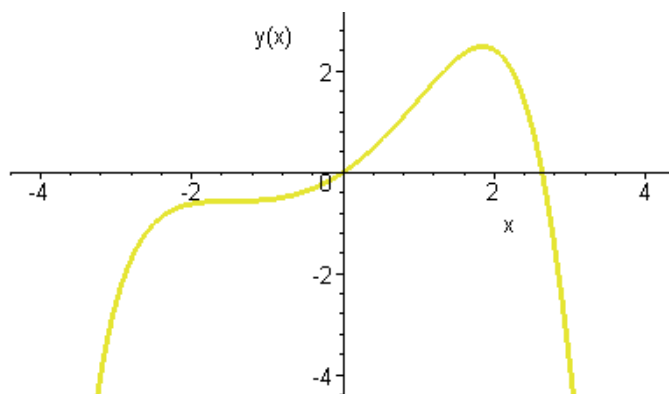
$$y''' + x\sqrt{|y'|} + x^2 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1.$$

Yechish (2.6-rasm):

> with(DEtools):

`Deplot(diff(y(x),x$3)+x*sqrt(abs(diff(y(x),x)))`

`+x^2*y(x)=0,y(x),x=-4..4,[[y(0)=0,D(y)(0)=1,(D@@2)(y)(0)=1]],y=-4..5,stepsize=.05);`



2.6-rasm. Chegaraviy masalaning $x \in [-4,5]$ intervaldagi yechimi grafigi.

3-misol. Quyidagi chegaraviy masalaning $x \in [-4,5]$ intervaldagi yechimi grafigini quring:

$$y' + y = \sqrt{y} e^{x/2}, \quad y(0) = 9/4.$$

Yechish. Masalaning analitik yechimi quyidagicha:

```
> Eq:=diff(y(x),x)+y(x)=sqrt(y(x))*exp(x/2); ics:=y(0)=9/4;
dsolve({Eq,ics});
```

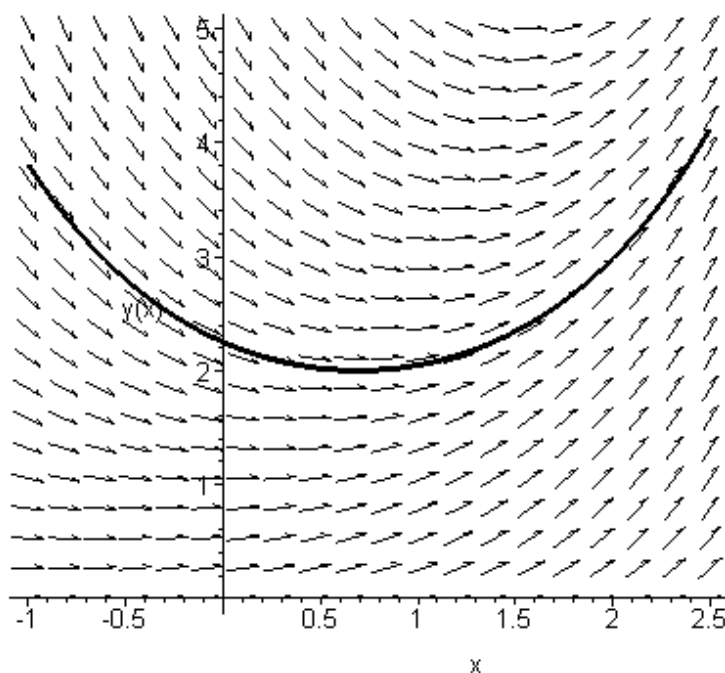
$$Eq := \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) + y(x) = \sqrt{y(x)} e^{\left(\frac{x}{2} \right)}$$

$$ics := y(0) = \frac{9}{4}$$

$$y(x) = \frac{1}{4} \left(e^{\left(\frac{x}{2} \right)} \right)^2 + e^{\left(\frac{x}{2} \right)} e^{\left(-\frac{x}{2} \right)} + \left(e^{\left(-\frac{x}{2} \right)} \right)^2$$

Endu shu masalani DEplot yordamida sonli yechamiz (2.7-rasm):

```
> Eqs:=diff(y(x),x)+y(x)=sqrt(y(x))*exp(x/2): icsc:=y(0)=9/4;
with(DEtools): DEplot(Eqs,y(x),x=-1..2.5,y=0..5,{icsc},
linecolor=black,stepsize=0.05,color=black);
```



2.7-rasm. Chegaraviy masalaning $x \in [-1; 2,5]$ intervaldagi yechimi va yo'nalishlari maydoni grafigi.

2.3. Oddiy differensial tenglamani Mathcad dasturida sonli yechish va uning yechimi grafigini qurish

1-misol. Ushbu

$$y' = \frac{3x - y}{x^2 + y}$$

oddiy differensial tenglamaning $y(2) = 1$ boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini $[2;3]$ kesmada $h=0,1$ qadam bilan Eyler usuli yordamida yechin, hisob dasturini Mathcad matematik paketida bajaring.

Yechish. Berilgan misolni Mathcad matematik paketi yordamida sonli yechish dasturi matni va uning natijalari quyidagicha:

x_k nuqtadagi yechim xatoligini baholash uchun $h/2$ qadam bilan hisoblashlarni qatta bajarib, natijalarni aniqlashtiramiz:

$$f(x, y) := \frac{3x - y}{x^2 + y}$$

$$a := 2 \quad b := 3 \quad x_0 := a \quad y_0 := 1 \quad h := 0.1$$

$$i := 0..10$$

$$x_{i+1} := x_0 + i \cdot h$$

$$y_{i+1} := y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$$

	0
0	1
1	1.1
2	1.1961
3	1.2871
4	1.3738
5	1.4568
6	1.5363
7	1.6129
8	1.6868
9	1.7583
10	1.8275
11	1.8946

$y =$

$$i := 0..20 \quad y1_0 := 1$$

$$x_{i+1} := x_0 + i \cdot \frac{h}{2}$$

$$y1_{i+1} := y1_i + \frac{h}{2} \cdot f(x_i, y1_i)$$

$y1 =$

	0
0	1
1	1.05
2	1.099
3	1.147
4	1.193
5	1.238
6	1.282
7	1.325
8	1.368
9	1.409
10	1.449
11	1.489
12	1.528
13	1.566
14	1.603
15	1.64
16	1.676
17	1.712
18	1.747
19	1.781
20	1.815

Xatolik

$$i := 0..10 \quad R_i := |y1_{2i} - y_i|$$

$R =$

	0
0	0
1	0.001
2	0.0031
3	0.0048
4	0.0063
5	0.0076
6	0.0087
7	0.0098
8	0.0107
9	0.0116
10	0.0123

2-misol. Ushbu

$$y' = \frac{3x - y}{x^2 + y}$$

oddiy differensial tenglamanining $y(2) = 1$ boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini $[2;3]$ kesmada $h=0,1$ qadam bilan Runge-Kutta usuli yordamida yeching, hisob dasturini Mathcad matematik paketida bajaring.

Yechish. Berilgan misolni Mathcad matematik paketi yordamida sonli yechish dasturi matni va uning natijalari quyidagicha:

$$f(x, y) := \frac{3x - y}{x^2 + y}$$

$$a := 2 \quad b := 3 \quad x_0 := a \quad y_0 := 1 \quad h := 0.1$$

$$i := 0..10$$

$$x_{i+1} := x_0 + i \cdot h$$

$$k1_i := f(x_i, y_i)$$

$$k2_i := f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k1_i}{2}\right)$$

$$k3_i := f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k2_i}{2}\right)$$

$$k4_i := f(x_i + h, y_i + k3_i)$$

$$y_{i+1} := y_i + \frac{h \cdot (k1_i + 2 \cdot k2_i + 2 \cdot k3_i + k4_i)}{6}$$

x =

	0
0	2
1	2
2	2.1
3	2.2
4	2.3
5	2.4
6	2.5
7	2.6
8	2.7
9	2.8
10	2.9
11	3

y =

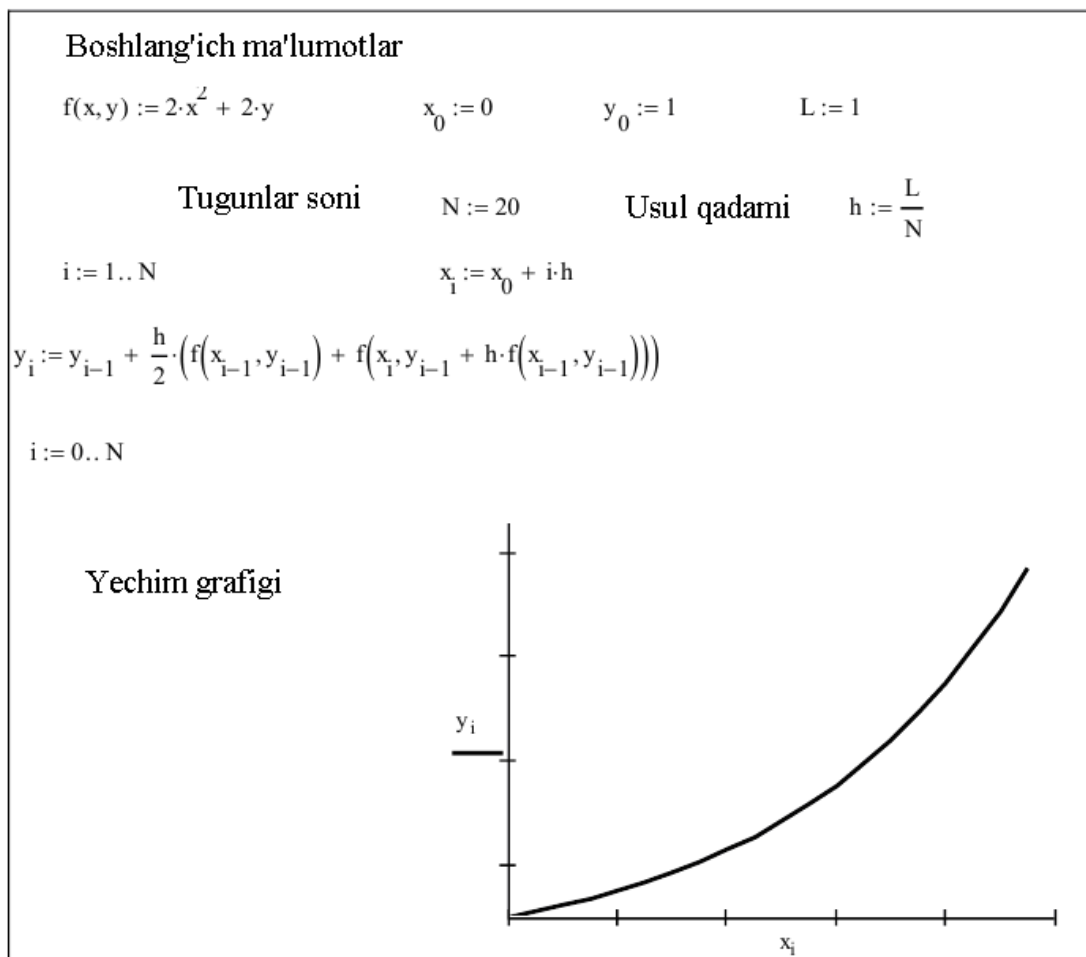
	0
0	1
1	1.0839
2	1.165
3	1.2432
4	1.3186
5	1.3916
6	1.4624
7	1.5312
8	1.5981
9	1.6632
10	1.7266
11	1.7885

3-misol. Ushbu

$$y' = 2x^2 + 2y$$

oddiy differensial tenglamanining $y(0) = 1$ boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini $[0;1]$ kesmada $h=0,05$ qadam bilan Eyler usuli yordamida yechin, hisob dasturini Mathcad matematik paketida bajaring.

Yechish. Berilgan misolni Mathcad matematik paketi yordamida sonli yechish dasturi matni va uning natijalari quyidagicha:

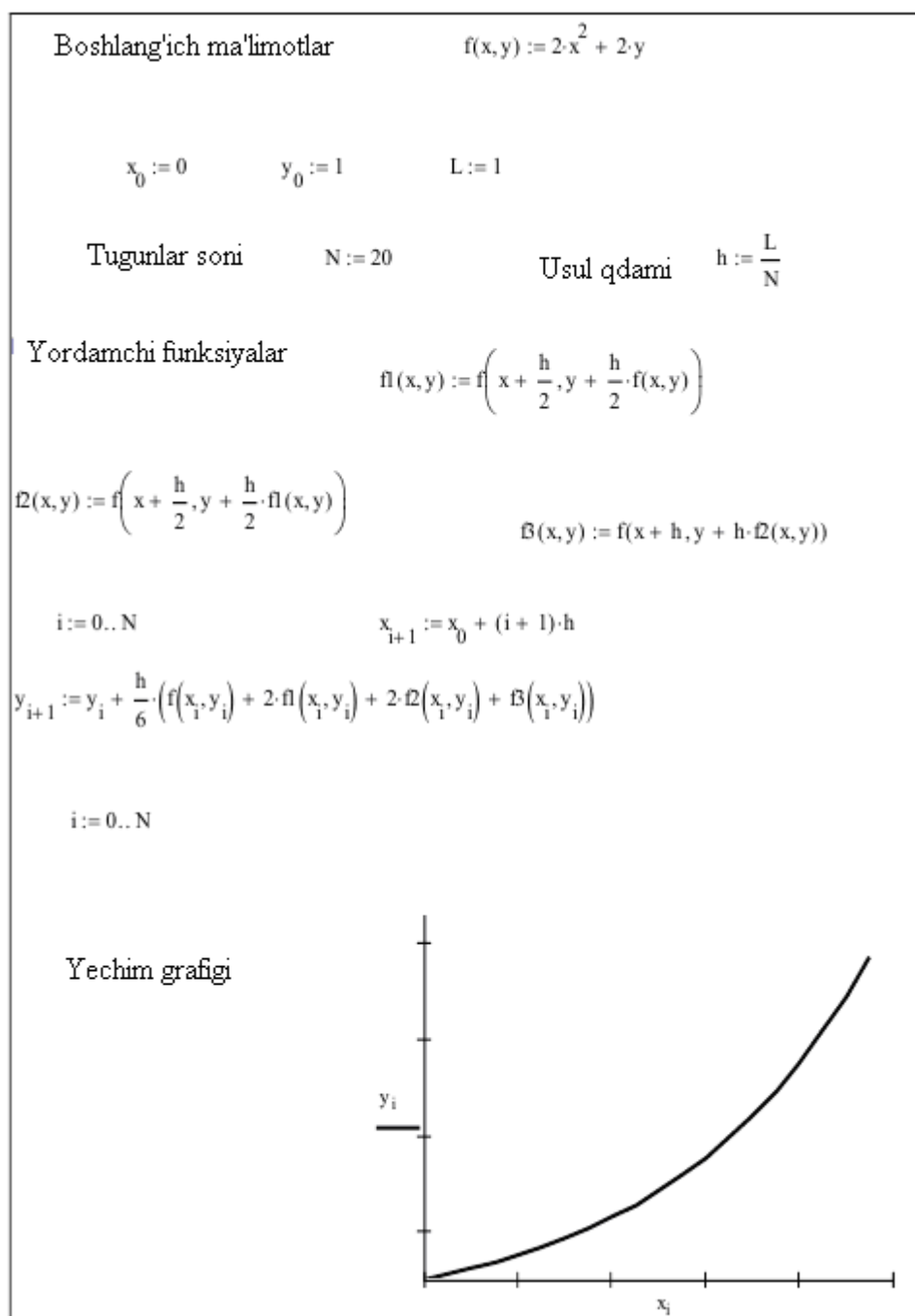


4-misol. Ushbu

$$y' = 2x^2 + 2y$$

oddiy differensial tenglamaning $y(0) = 1$ boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini $[0;1]$ kesmada $h=0,05$ qadam bilan Runge-Kutta usuli yordamida yechin, hisob dasturini Mathcad matematik paketida bajaring.

Yechish. Berilgan misolni Mathcad matematik paketi yordamida sonli yechish dasturi matni va uning natijalari quyidagicha:



1-misolda Eyler usuli bilan olingan natijalar 2-misollarda Runge-Kutta usuli bilan olingan natijalarga mos ekan. Xuddi shunday 3- va 4-misollar natijalari ham taqqoslanadi. Bu sodda misollar orqali taqribiy hisob usullari yordamida oddiy differensial tenglamalarni Mathcad matematik paketi yordamida yechish tartibi ko'rsatildi. Kelgusida murakkabroq amaliy masalalarni taqribiy yechishni shu tartibda amalga oshirish mumkin.

3-BOB.

AMALIY MASALALARNI MATEMATIK PAKETLAR YORDAMIDA SONLI YECHISH

3.1. Qiziqarli tarixiy masalalar yechimlari

1-misol (Nyuton misoli) [14, 11-bet]. Nyuton tomonidan o'rganilgan quyidagi differensial tenglamani $y(0)=0$ boshlang'ich shartda darajali qatorlar va Runge-Kutta sonli usuli bilan yeching.

$$\frac{dy}{dx} = 1 - 3x + y + x^2 + xy$$

Yechimlarning vektor maydonini quring.

Yechish. Avvalo chegaraviy masalani tuzamiz:

> restart; Order:=10;

de:=diff(y(x),x)=1-3*x+y(x)+x^2+x*y(x); cond:=y(0)=0;

$$de := \frac{d}{dx} y(x) = 1 - 3x + y(x) + x^2 + x y(x)$$

$$cond := y(0) = 0$$

Masalaning xususiy yechimini topamiz:

> dsolve({de,cond},y(x)); y1:=rhs(%);

$$y(x) = \left(3\sqrt{\pi} e^{(1/2)} \sqrt{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 4e^{(-x-1/2x^2)} - e^{(-x-1/2x^2)} x - 4 \right. \\ \left. - 3\sqrt{\pi} e^{(1/2)} \sqrt{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \right) e^{\left(\frac{x(2+x)}{2}\right)}$$

Differensial tenglamaning darajali qatorlardagi yechimi:

> dsolve({de,cond},y(x), series); convert(% ,polynom): y2:=rhs(%):

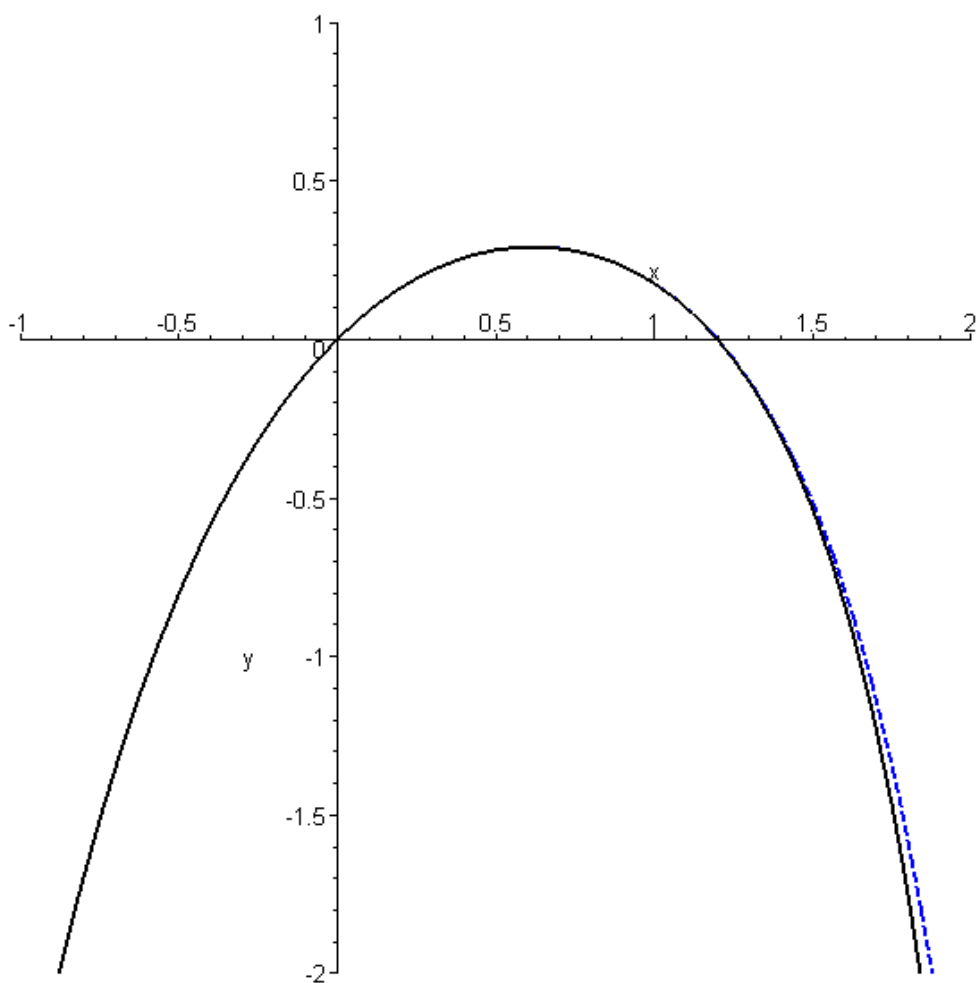
$$y(x) = x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{30}x^5 - \frac{1}{45}x^6 + \frac{1}{630}x^7 - \frac{13}{5040}x^8 - \frac{1}{9072}x^9 + O(x^{10})$$

Ikkala natijani grafiklarda taqqoslaylik (3.1-rasm):

p1:=plot(y1,x=-1..2,y=-2..1,thickness=2,color=black):

p2:=plot(y2,x=-1..2, y=-2..1,linestyle=3,thickness=2,color=blue):

```
with(plots): display(p1,p2);
```



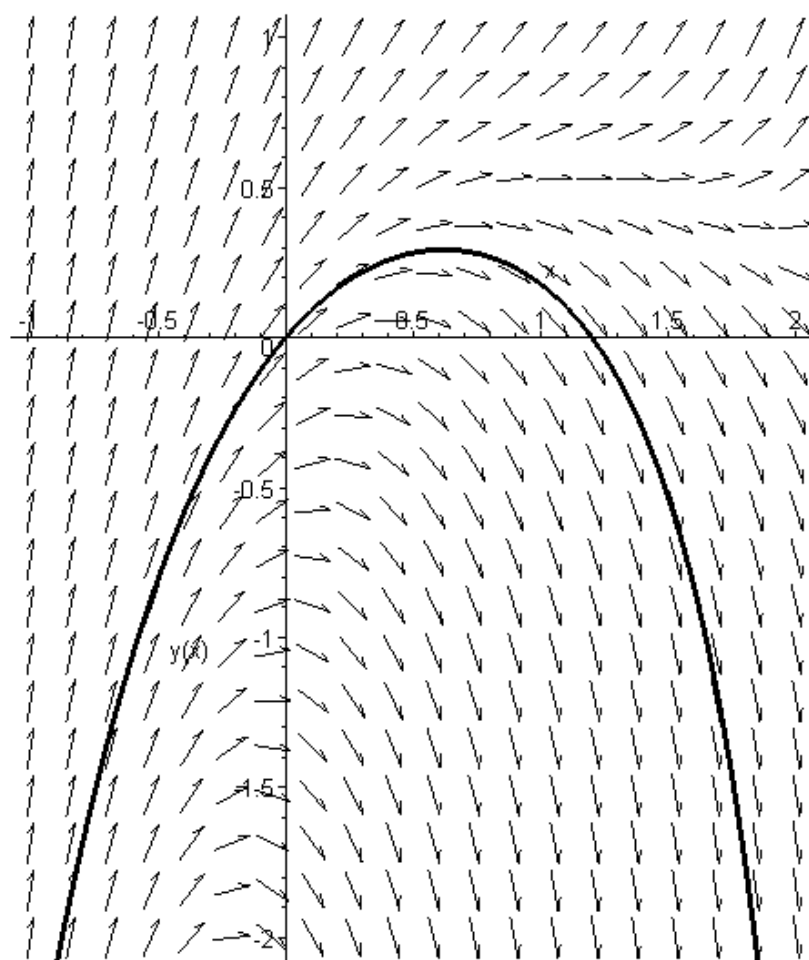
3.1-rasm. Tenglamaning analitik va darajali qator ko'rinishidagi yechimlarini taqqoslash grafiklari.

Endi tenglamani sonli yechib, yechimlarning vektor maydonini quraylik (3.2-rasm):

```
> Eqs:=diff(y(x),x)=1-3*x+y(x)+x^2+x*y(x); icsc:=y(0)=0;
with(DEtools): DEplot(Eqs,y(x),x=-1..2,y=-2..1,{icsc},
linecolor=black,stepsize=0.05,color=black);
```

$$Eqs := \frac{d}{dx} y(x) = 1 - 3x + y(x) + x^2 + x y(x)$$

$$icsc := y(0) = 0$$



3.1-rasm. Tenglamaning sonli yechimi grafigi va yechimlarning vektor maydoni.

Bu misolni har xil chegaraviy shartlarda qaraylik (3.3-rasm):

```
> restart;
```

```
de:=diff(y(x),x)=1-3*x+y(x)+x^2+x*y(x):
```

```
cond:=y(0)=0: dsolve({de,cond},y(x)): y1:=rhs(%):
```

```
cond:=y(0)=0.1: dsolve({de,cond},y(x)): y2:=rhs(%):
```

```
cond:=y(0)=0.2: dsolve({de,cond},y(x)): y3:=rhs(%):
```

```
cond:=y(0)=0.3: dsolve({de,cond},y(x)): y4:=rhs(%):
```

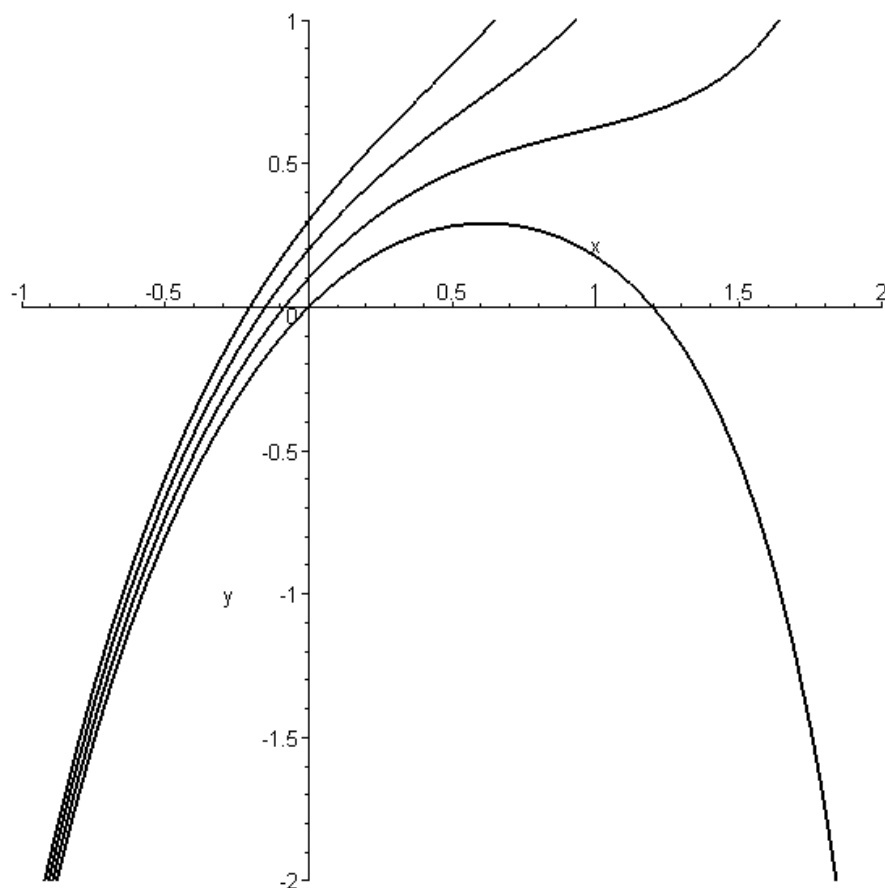
```
p1:=plot(y1,x=-1..2,y=-2..1,thickness=2,color=black):
```

```
p2:=plot(y2,x=-1..2,y=-2..1,thickness=2,color=black):
```

```
p3:=plot(y3,x=-1..2,y=-2..1,thickness=2,color=black):
```

```
p4:=plot(y4,x=-1..2,y=-2..1,thickness=2,color=black):
```

```
with(plots): display(p1,p2,p3,p4);
```



3.3-rasm. Tenglamaning har xil boshlang'ich shartlardagi yechimlari grafiklari:
 $y(0) = 0; 0.1; 0.2; 0.3$.

2-misol (Kuchsiz maxsuslikka ega bo'lgan tenglama) [14, 25-bet]. Kuchsiz maxsuslikka ega bo'lgan quyidagi differensial tenglamanisonli yeching:

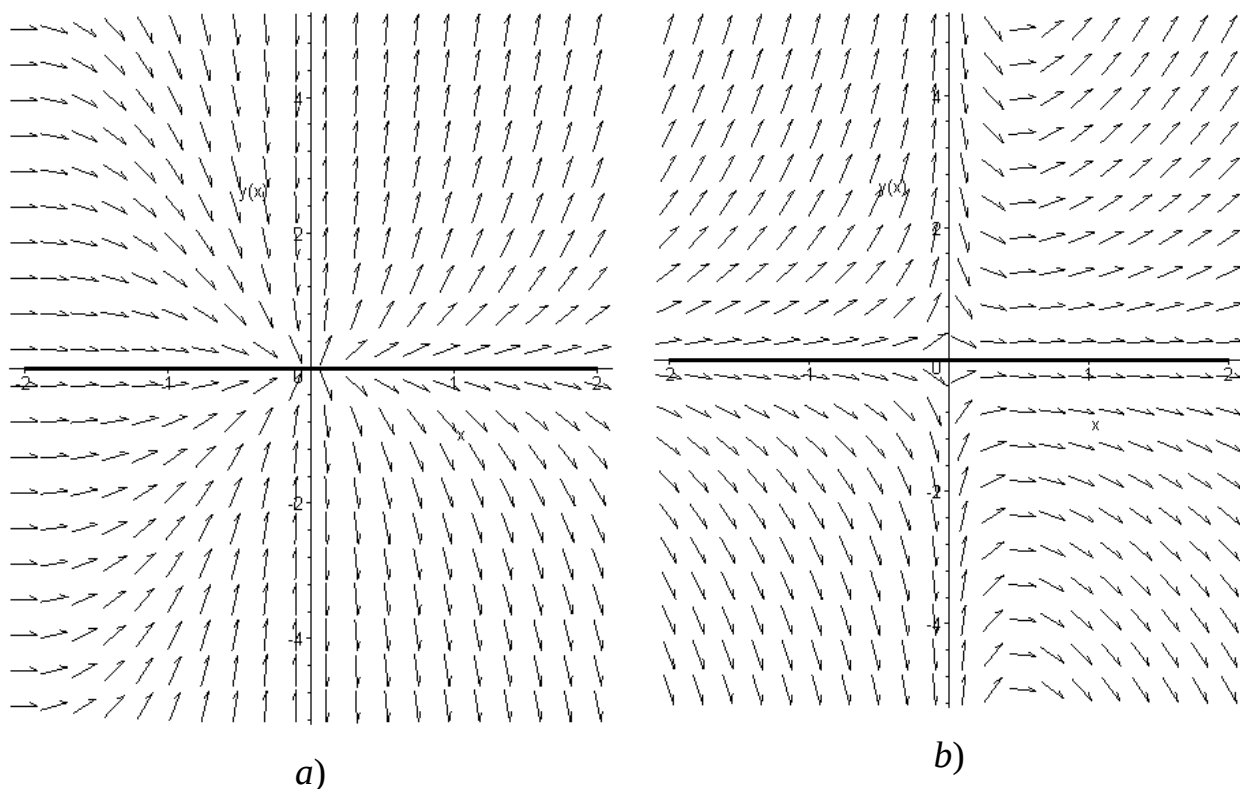
$$\frac{dy}{dx} = \frac{q + bx}{x} y; \quad y(0) = 0$$

Yechish. $x = 0$ da yechim maxsuslikka ega, ya'ni tenglamaning o'ng tarafidagi $f(x, y)$ funksiya $x = 0$ da cheksizga intiladi. Tenglamaning $q = 2$, $b = 1$ dagi yechimlari vektor maydoni 3.4-rasmda tasvirlangan.

```
> de:=diff(y(x),x)=(q+b*x)*y(x)/x; cond:=y(0)=0;
with(DEtools): DEplot(de,y(x),x=-2..2,y=-5..5,{cond},
linecolor=black,stepsize=0.05,color=black);
```

$$de := \frac{d}{dx} y(x) = \frac{(2 + x) y(x)}{x}$$

$$cond := y(0) = 0$$



3.4-rasm. Tenglamaning a) $q = 2$, $b = 1$ va b) $q = -1/2$, $b = 1$ dagi yechimlari vektor maydoni.

3-misol (Eylar tenglama) [14, 44-bet]. $x=0$ da cheksiz ko'p yechimga ega bo'lgan quyidagi differensial tenglamanisoli yeching:

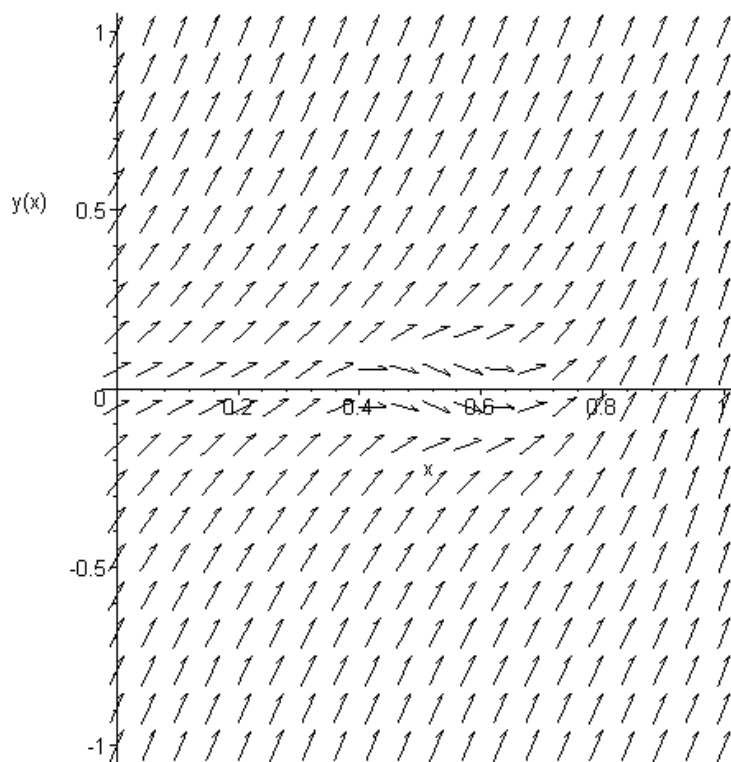
$$\frac{dy}{dx} = \frac{q + bx}{x} y; \quad y(0) = 0$$

Yechish. $x = 0$ da cheksiz ko'p yechimga ega bo'lgan tenglamaning berilgan boshlang'ich shartdagi vector maydoni 3.5-rasmda tasvirlangan:

```
> de:=diff(y(x),x)=4*(sign(y(x))*sqrt(abs(y(x)))+max(0,x-
abs(y(x))/x)*cos(Pi*ln(x)/ln(2)));
cond:=y(0)=0; with(DEtools): DEplot(de,y(x),x=0..1,y=-1..1,{cond},
linecolor=black,stepsize=0.05,color=black);
```

$$de := \frac{d}{dx} y(x) = 4 \sqrt{|y(x)|} + 4 \max\left(0, x - \frac{|y(x)|}{x}\right) \cos\left(\frac{\pi \ln(x)}{\ln(2)}\right)$$

$$cond := y(0) = 0$$



3.4-rasm. Tenglamaning yechimlari vektor maydoni.

3.2. Mexanik tebranishlarga doir masalalar differensial tenglamalarini sonli yechish

1-misol. Mexanik sistemaning ketma-ket yarim kosinusoidal kuchlar ta'sirida vertikal tebranishlari quyidagi oddiy differensial tenglama bilan ifodalanadi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = |F_m \cos(\omega t)|,$$

bu yerda x – sistemaning boshlang'ich holatidan chetlashishi; t – vaqt; m – sistemaning massasi; β - ishqalanish koefitsiyenti; k – amortizatorning bikrlilik koefitsiyenti; F_m va ω - majburiy kuchning parametrlari.

Misolni quyidagi ma'lumotlar uchun yeching: sistema massasi $m = 2$ kg; ishqalanish koefitsiyenti $\beta = 1$ kg/kuch; amortizatorning bikrlilik koefitsiyenti $k = 4$ N/m; $F_m = 3000$ N; $\omega = 0,1$ rad/s. Boshlang'ich shartlar: $t = 0$ da $x=0$ va $dx/dt = 0$.

Sistemaning tebranishi ustivor bo'lgan vaqt oraligi uchun yechimni aniqlang. $F(t)$
 $= |F_m \cos(\omega t)|$ va $x(t)$ funksiyalarning bog'lanishing grafigini quring.

Yechish. Berilgan tenglamani analitik usulda yechib bo'lmaydi:

> restart; m:=2; beta:=1; k:=4; Fm:=3000; omega:=0.1;

de:=m*diff(x(t),t\$2)+beta*diff(x(t),t)+k*x(t)=abs(Fm*cos(omega*t));

dsolve(de,x(t));

cond:=x(0)=0, D(x)(0)=0; dsolve({de,cond},x(t));

$$m := 2$$

$$\beta := 1$$

$$k := 4$$

$$Fm := 3000$$

$$\omega := 0.1$$

$$de := 2 \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) + \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) + 4 x(t) = 3000 |\cos(0.1 t)|$$

$$x(t) = e^{\left(-\frac{t}{4}\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) - C2 + e^{\left(-\frac{t}{4}\right)} \cos\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) - C1 + \frac{6000}{31} e^{\left(-\frac{t}{4}\right)} \sqrt{31} \left(\int \cos\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) \left| \cos\left(\frac{t}{10}\right) \right| e^{\left(\frac{t}{4}\right)} dt \sin\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) - \int \sin\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) \left| \cos\left(\frac{t}{10}\right) \right| e^{\left(\frac{t}{4}\right)} dt \cos\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) \right)$$

$$cond := x(0) = 0, D(x)(0) = 0$$

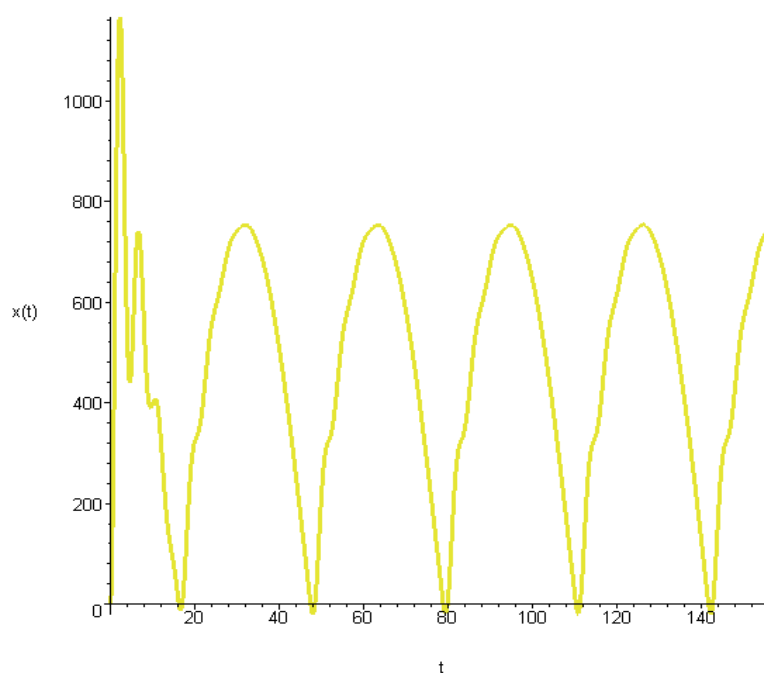
$$x(t) = \frac{6000}{31} e^{\left(-\frac{t}{4}\right)} \sqrt{31} \left(\int_0^t \cos\left(\frac{\sqrt{31} - z1}{4}\right) \left| \cos\left(\frac{z1}{10}\right) \right| e^{\left(\frac{z1}{4}\right)} d_{z1} \sin\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) - \int_0^t \sin\left(\frac{\sqrt{31} - z1}{4}\right) \left| \cos\left(\frac{z1}{10}\right) \right| e^{\left(\frac{z1}{4}\right)} d_{z1} \cos\left(\frac{\sqrt{31} t}{4}\right) \right)$$

Ammo uni sonli usulda yechsa bo'ladi:

> restart; m:=2: beta:=1: k:=4: Fm:=3000: omega:=0.1:

de:=m*diff(x(t),t\$2)+beta*diff(x(t),t)+k*x(t)=abs(Fm*cos(omega*t)):

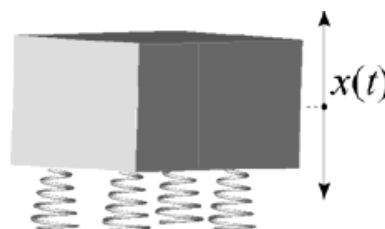
with(DEtools): DEplot(de,{x(t)},t=0..50*Pi,[[x(0)=0, D(x)(0)=0]],stepsize=0.1);



2-misol. Asbob blokini titrashdan himoyalash uchun unga mxsus elastik tayanchlar (amortizatorlar) oʻrnatilgan. Uning amortizatorlardagi harakati yonlama va buralma tebranishlari eʻtiborga olinmaganda ushbu

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

differensial tenglama bilan ifodalanadi,



bunda x – blokning dastlabki holatidan chetlanishi; t – vaqt; m – blok massasi; d^2x/dt^2 – tezlanish; β – amortizatorlarning ishqalanish koʻffisiyenti; dx/dt – blokning tebranishidagi harakat tezligi; kx – elastik elementlar (prujinalar)ning qarshiligini ifodalovchi had; k – amortizatorlarning bikrlilik koʻffisiyenti; Prujinalarning yigʻindi bikrligi x – deformatsiyadan quyidagicha bogʻliq: $k = k_0(1+ax^2)$. Berilgan oddiy differensial tenglamani tenglamani $\beta = 0,5$ kg/kuch, $m = 12$ kg, $k_0 = 0,5$ N/m, $a = 1$ 1/m² boshlangʻich shartlar: $t=0$ da $x(0) = 0$ sm va $dx/dt = 1$ hamda quyidagi jadval maʼlumotlari boʻyicha yeching. Tebranishning kamida beshta davrini oʻzida ifodalovchi yechim nuqtalarini toping va shu oraliq uchun $x(t)$ bogʻlanishning grafigini chizing.

Yechish. Avalo bu tenglamaning umumiy yechimini analitik usulda topaylik:

> restart; m:=12; beta:=0.5; k:=0.5;

de:=m*diff(x(t),t\$2)+beta*diff(x(t),t)+k*x(t)=0; dsolve(de,x(t));

$$m := 12$$

$$\beta := 0.5$$

$$k := 0.5$$

$$de := 12 \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) + 0.5 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) + 0.5 x(t) = 0$$

$$x(t) = _C1 e^{\left(-\frac{t}{48}\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{95} t}{48}\right) + _C2 e^{\left(-\frac{t}{48}\right)} \cos\left(\frac{\sqrt{95} t}{48}\right)$$

Tenglamaning xususiy yechimi quyidagicha:

cond:=x(0)=0, D(x)(0)=1; dsolve({de,cond},x(t));

$$cond := x(0) = 0, D(x)(0) = 1$$

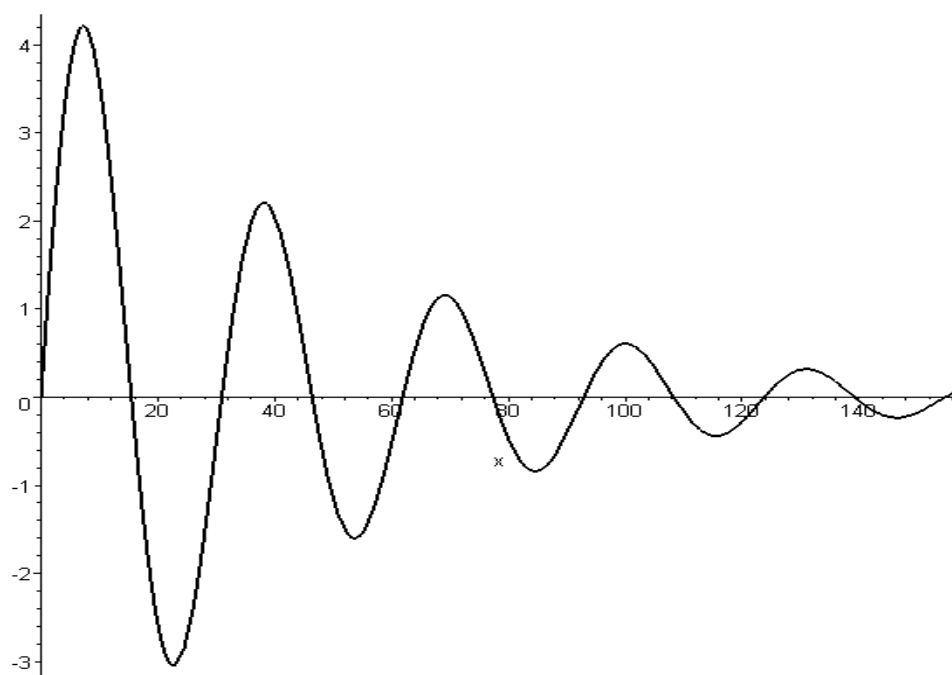
$$x(t) = \frac{48}{95} \sqrt{95} e^{\left(-\frac{t}{48}\right)} \sin\left(\frac{\sqrt{95} t}{48}\right)$$

Endu bu tenglamani sonli yechaylik:

> restart; m:=12: beta:=0.5: k:=0.5:

de:=m*diff(x(t),t\$2)+beta*diff(x(t),t)+k*x(t)=0:

with(DEtools): DEplot(de,{x(t)},t=0..50*Pi,[[x(0)=0, D(x)(0)=1]],stepsize=0.1);



3-misol. Konsol mahkamlangan bir jinsli balkaning sof og'irligi ostida egilishi ushbu

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{PL^2}{EJ} \left(\frac{1}{L} - \frac{x}{L^2} \right) \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} = 0$$


differensial tenglama bilan ifodalanadi, bunda L – balkaning uzunligi; P – balkaning solishtirma og'irligi (uzunlik birligiga mos); EJ – balkaning bikrligi; x – koordinata ($0 < x < L$); $L = 1$ m; $PL^2/EJ = 0,001$. Berilgan boshlang'ich shartlar: $x=0$ da $y=0$ va $dy/dx=0$ hamda jadvalda ko'rsatilgan parametrlar qiymatlari uchun balkaning butun uzunligi bo'ylab $y(x)$ yechim nuqtalarini toping.

Yechish. Berilgan tenglamani analitik usulda yechib bo'lmaydi:

> restart; a:=0.001; L:=1;

de:=diff(y(x),x\$2)+a*(1/L-x/L^2)*(1+(diff(y(x),x))^2)^1.5=0;

cond:=y(0)=0, D(y)(0)=0; dsolve({de,cond},y(x));

$a := 0.001$

$L := 1$

$$de := \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 0.001 (1 - x) \left(1 + \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2 \right)^{1.5} = 0$$

$$cond := y(0) = 0, D(y)(0) = 0$$

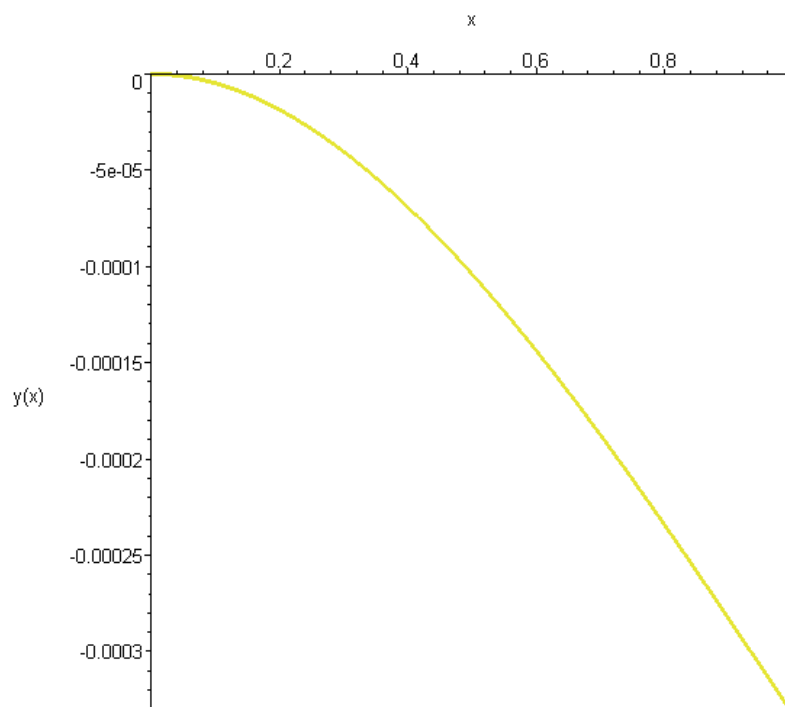
$$y(x) = \int_0^x \sqrt{-\frac{1}{4 _z1^2 - 4 _z1^3 - 4000000 + _z1^4}} (-2 _z1 + _z1^2) d_z1$$

Ammo bu differensial tenglamaning sjonli yechimi quyidagi natijani beradi:

> restart; a:=0.001; L:=1;

de:=diff(y(x),x\$2)+a*(1/L-x/L^2)*(1+(diff(y(x),x))^2)^1.5=0;

with(DEtools): DEplot(de,{y(x)},x=0..L,[[y(0)=0, D(y)(0)=0]],stepsize=0.1);



3.3. Ba'zi amaliy masalalar differensial tenglamalarini Mathcad dasturi yordamida sonli yechish

1) Birinchi tartibli hosilaga nisbatan yechilgan oddiy differensial tenglamalar yoki tenglamalar sistemasini yechish uchun o'zgarmas qadamli to'rtinchi tartibli Runge-Kutta usulini ifodalovchi **rkfixed** funksiyadan foydalaniladi, bu funksiya yozilishining umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$\text{rkfixed}(y, x1, x2, \text{npoints}, D)$$

bu yerda y – boshlang'ich shartlar vektori; $[x1, x2]$ – integrallash intervali; npoints – hisoblanadigan nuqtalar soni (boshlang'ich nuqta bunga kirmaydi); D – vektor (tenglamalar sistemasi o'ng tomonining vektor-funksiyasi).

1-misol. Mexanik sistema tebranishini ifodalovchi ushbu

$$\frac{dy}{dx} = \sin x + \frac{1}{y}$$

oddiy differensial tenglamani $y(0)=1$ boshlang'ich shart uchun $[0;6]$ intervalda Mathcad paketi yordamida yeching.

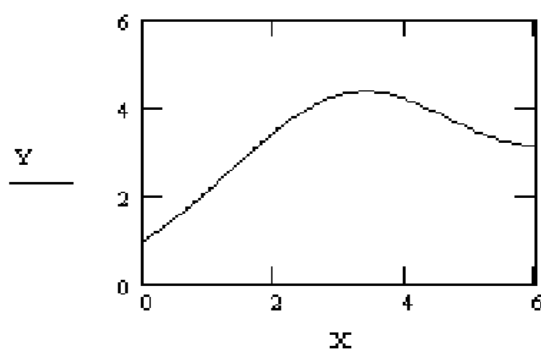
Yechish.

$$y_0 := 1$$

$$D(x, y) := \sin(x) + \frac{1}{y_0}$$

$$Z := \text{rkfixed}(y_0, 0, 6, 100, D)$$

$$X := Z^{(0)} \quad Y := Z^{(1)}$$



2-misol. Mexanik sistema tebranishini ifodalovchi ushbu

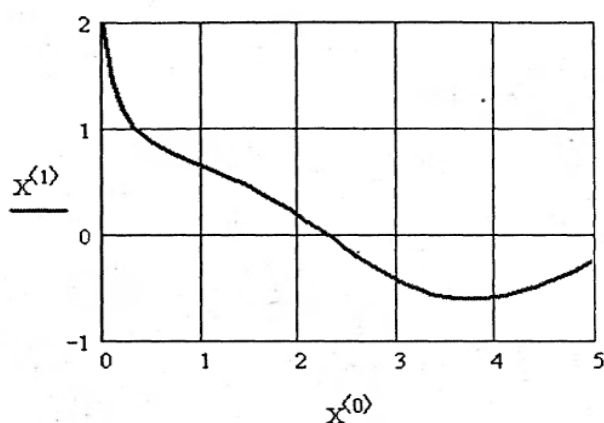
$$x' + x + x^3 = \cos(t)$$

oddiy differensial tenglamani $x(0)=2$ boshlang'ich shart Mathcad paketi yordamida yeching.

Yechish.

$$D(t, x) := -x - x^3 + \cos(t)$$

$$X := \text{rkfixed}(2, 0, 5, 50, D)$$



2) Birinchi tartibli hosilaga nisbatan yechilgan oddiy differensial tenglamalar yoki tenglamalar sistemasini yechish uchun avtomatik tanlanuvchan qadamli to'rtinchi tartibli Runge-Kutta usulini ifodalovchi **rkadapt** funksiyadan foydalaniladi, bu funksiya yozilishining umumiy ko'rinishi quyidagicha:

rkadapt(y, x1, x2, eps, D, kmax, nt)

bu yerda y – boshlang'ich shartlar vektori; $[x1, x2]$ – integrallash intervali; eps – hisoblash aniqligi; D – vektor (tenglamalar sistemasi o'ng tomonining vektor-funksiyasi); $kmax$ – natija matritsasidagi satrlar soni (bitta nuqtada hisoblash uchun $kmax=2$); nt – integrallash qadamining minimal qiymati.

3) Birinchi tartibli hosilaga nisbatan yechilgan oddiy differensial tenglamalar yoki tenglamalar sistemasini yechish uchun to'rtinchi tartibli Runge-Kutta usulini ifodalovchi **Rkadapt** funksiyadan foydalaniladi, bu funksiya yozilishining umumiy ko'rinishi quyidagicha:

Rkadapt(y, x1, x2, npoints, D)

bu yerda y – boshlang'ich shartlar vektori; $[x1, x2]$ – integrallash intervali; $npoints$ – hisoblanadigan nuqtalar soni (boshlang'ich nuqta bunga kirmaydi); D – vektor (tenglamalar sistemasi o'ng tomonining vektor-funksiyasi).

3-misol. Mexanik sistema tebranishini ifodalovchi ushbu

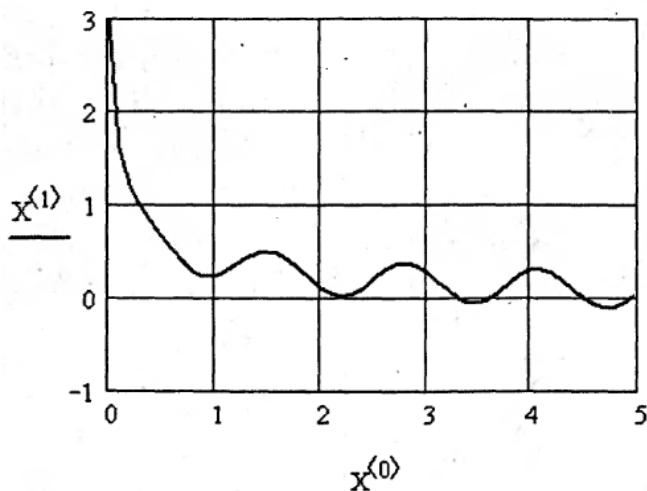
$$x' = -x^3 - x^2 + \cos(5t)$$

oddiy differensial tenglamani $x(0)=3$ boshlang'ich shart Mathcad paketi yordamida yeching.

Yechish.

$$D(t, x) := -x^3 - x^2 + \cos(5t)$$

$$X := \text{Rkadapt}(3, 0, 5, 50, D)$$



$X =$

	0	1
0	0	3
1	0.1	1.612
2	0.2	1.217
3	0.3	0.993
4	0.4	0.819
5	0.5	0.661
6	0.6	0.515
7	0.7	0.387
8	0.8	0.29
9	0.9	0.238
10	1	0.235
11	1.1	0.277
12	1.2	0.35
13	1.3	0.427
14	1.4	0.485
15	1.5	0.504

XULOSA

Mazkur bitiruv malakaviy ishining muhim natijalari quyidagilar:

- amaliy matematika masalalarini matematik modellashtirish jarayonida oddiy differensial tenglamalar o'rganildi, ularni Maple va Mathcad paketi yordamida yechishning muammolari o'rganildi, uni amalga oshirishning bosqichlari ishlab chiqildi;
- oddiy differensial tenglamalarning analitik yechimini Maple va Mathcad paketi yordamida yechish o'rganildi, hisob algoritmgiga oid tushunchalar bilan tanishildi, amaliy masalalar yechildi;
- oddiy differensial tenglamalarning sonli yechimini Maple va Mathcad paketi yordamida yechish o'rganildi, hisob algoritmgiga oid tushunchalar bilan tanishildi, amaliy masalalar yechildi;
- oddiy differensial tenglamalarning sonli yechimining Maple va Mathcad paketi yordamida grafiklarini qurish, fazoviy portretlarini chizish, har xil boshlang'ich shartlarda chegaraviy masalani yechishning algoritmi, dasturi, matematik paketlardan foydalanish bosqichlari bajarildi, har xil amaliy masalalar yechildi;
- aniq amali masalalar (birinchi va yuqori tartibli oddiy differensial tenglamalar bilan ifodalanuvchi masalalar) sonli yechildi, yechimlar grafiklari chizildi;
- qo'yilgan masalani matematik paket yordamida samarali yechishga oid tavsiyalar ishlab chiqildi, undan foydalanishning mumkin bo'lgan imkoniyatlari ketma-ket tahlil qilindi;
- olingan sonli yechimlar analitik yechimlar bilan taqqoslandi, hisob jarayonining to'g'ri ekanligi, algoritm va dasturdan samarali foydalanish mumkinli ko'rsatildi;
- ishlab chiqilgan hisob metodikasi va yaratilgan hisob dasturiy vositasidan har xil oddiy differensial tenglamalarga oid amaliy masalalarini yechishda samarali foydalanish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Karimov I. A. Jahon moliyaviy-iqtisodiy inqirozi, O'zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo'llari va choralari. – Toshkent, 2009 yil mart.
2. Karimov I. A. Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch. – Toshkent: «Ma'naviyat», 2008. – 220 b.
3. O'zbekiston Respublikasi «Ta'lim to'g'risida»gi Qonuni. – Toshkent, 1992.
4. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2002 yil 31 maydagi PF-3080-son «Kompyuterlashtirishni rivojlantirish va axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish to'g'risida»gi Farmoni. – Toshkent, 2002 yil 31 may.
5. O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2002.06.06 dagi 200-sonli qarori. – Toshkent, 2002.
6. Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad, Matlab, Maple (Самоучитель). – М.: ИТ Пресс, 2006. – 496 с.
7. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. - М.: Наука. 1989.
8. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. - М.: Наука, 1989.
9. Говорухин В.Н., Цибулин В.Г. Введение в Maple V. Математический пакет для всех. - М.: Мир, 1997.
10. Дьяконов В.П. Maple 6: учебный курс. - СПб.: Питер, 2001.
11. Манзон Б.М. Maple V Power Edition. - М.: Филинь, 1998.
12. Никольский С.М. Курс математического анализа (2 т.). - М.: Наука. 1991.
13. Прохоров Г.В., Леденев М.А., Колбеев В.В. Пакет символьных вычислений Maple V. - М.: Петит, 1997.

14. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1990. – 512 с.
15. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Эдиториал, 2000.
16. www.wikipedia.ru
17. www.ziynet.uz
18. www.edu.uz
19. www.edu.ru