

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ  
УЗБЕКИСТАН**

**ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**АВИАЦИОННЫЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра: "Конструкция и проектирование летательных  
аппаратов".**

**Магистрант: Зикиров Абдумутал Эркинович**

**РЕФЕРАТ**

**на тему  
«Самолеты».**

**Ташкент 2010 г**

## Самолеты

Числовая последовательность - это функция, заданная на множестве натуральных чисел и принимающая дискретные значения (не непрерывные).  $\{y_n\}$  - ограниченная, если существует такое  $M$  ( $M > 0$ ), что для всякого  $n$  выполняется нер-во:  $-M \leq y_n \leq M$ .  $\{y_n\}$  - возрастающая, если для всех  $n$ :  $y_{n+1} \geq y_n$ . Последовательность монотонна если она строго возрастает или убывает.

Число  $A$  называется пределом  $\{y_n\}$  при  $n$  стремящемся к бесконечности, если для всякого  $\epsilon > 0$ , как угодно малого, существует такой номер  $N$ , зависящий от  $\epsilon$  ( $N = N(\epsilon)$ ), что для всех  $n > N$  будет выполняться нер-во  $|y_n - A| \leq \epsilon$ . Достаточное условие: Если  $\{y_n\}$  возрастает (убывает) и ограничена сверху (снизу), то последовательность имеет предел.

Число  $A$  называется пределом  $f(x)$  при  $x$ , стремящемся к  $x_0$ , если для всякого сколь угодно малого числа  $\epsilon$  существует  $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ , что выполняется нер-во:  $|f(x) - A| \leq \epsilon$ , для всякого  $x$  принадлежащего:  $x_0 - \delta \leq x \leq x_0 + \delta$ .  $f(x)$  - бесконечно малая, если  $\lim f(x) = 0$ , при  $x$  стремящемся к  $x_0$ .  $f(x)$  - бесконечно большая, если  $\lim f(x) = \text{бесконечности}$ , при  $x$  стремящемся к  $x_0$ .  $f(x)$  - ограничена в данном интервале, если существует такое число  $M$  ( $M > 0$ ), что при всех значениях  $x$ , принадлежащих этому интервалу, выполняется  $|f(x)| \leq M$ . Функция называется ограниченной при  $x$  стремящемся к  $x_0$ , если в некоторой окрестности  $x_0$  она ограничена.

Пусть  $l, b$  - б.м. в некотором процессе и  $\lim l/b = C$  1)  $C \neq 0$  и бесконечности  $\Rightarrow l, b$  - одного порядка малости. 2)  $C = 0 \Rightarrow l$  - более высокого порядка малости. 3)  $C = \text{бесконечности} \Rightarrow b$  - более высокого порядка малости. Сумма двух, трех и вообще

конечного числа б.м. величин есть величина б.м. Произведение б.м. на ограниченную функцию есть б.м. Частное от деления б.м. на функцию, предел которой отличен от 0, есть величина б.м.

Предел суммы двух слагаемых = сумме пределов этих слагаемых. Предел произведения двух множителей = произведению пределов этих множителей. Предел частного = частному от деления пределов, если только предел знаменателя не 0.

Если функция имеет предел, то её можно представить как сумму постоянной, равной её пределу и б.м. величины. Если функцию можно представить как сумму постоянной и б.м. величины, то постоянное слагаемое есть предел функции. Пусть есть  $f(x)$  и  $g(x)$  и существуют их пределы при  $x$  стремящемся к  $x_0$ , равные соответственно  $A$  и  $B$ , и  $f(x) > g(x)$  в окрестности  $x_0 \Rightarrow A > B \Rightarrow \lim f(x) > \lim g(x)$ .

Если значения  $f(x)$  заключены между соответствующими значениями  $F(x)$  и  $\Phi(x)$ , стремящихся к одному и тому же пределу  $A$  (при  $x$  стремящемся к  $x_0$ ), то  $f(x)$  при  $x$  стремящемся к  $x_0$  также имеет предел  $=A$ . 1-ый замечательный предел:  $\lim \sin x/x = 1$  при  $x$  стремящемся к 0.

2-ой замечательный предел:  $\lim (1+1/n)^n = e$ , при  $n$  стремящемся к бесконечности.  $e = 2,718\dots$

Функция  $y=f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если эта функция определена в какой-нибудь окрестности точки  $x_0$  и если  $\lim \delta y = 0$ , при  $\delta x$  стремящемся к нулю.  $\delta y = f(x+x_0) - f(x_0)$ .

Пусть  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в точке  $a$ , тогда их сумма (произведение) (частное, если  $g(a) \neq 0$ ) тоже непрерывны в точке  $a$ .

Сложная функция - функция от функции. Сложная функция, состоящая из простых непрерывна, если непрерывны все простые функции. Функция непрерывная в замкнутом интервале, хотя бы в одной точке интервала принимает наибольшее значение и хотя бы в одной наименьшее. Функция, непрерывная в замкнутом интервале и принимающая на концах этого интервала значения разных знаков, хотя бы один раз обращается в ноль внутри интервала.

Если в какой-либо точке  $x_0$  функция не является непрерывной, то точка  $x_0$  называется точкой разрыва. Пусть  $x$  стремиться к  $x_0$ , оставаясь все время слева от  $x_0$ , т.е. будучи меньше  $x_0$ , и если при этом условии значение функции  $f(x)$  стремится к пределу, то он называется левым пределом (правый аналогично). Точкой разрыва 1-го рода  $f(x)$  называется такая точка  $x_0$ , в которой  $f(x)$  имеет левый и правый пределы, не равные между собой. (все остальные точки разрыва - 2-го рода).

Производной данной функции называется предел отношения приращения функции к приращению независимой переменной при произвольном стремление этого приращения к нулю:  $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ , при  $x$  стремящемся к 0. Производная характеризует скорость изменения какой-нибудь величины. Значение  $f'(x)$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y=f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ .

Производная суммы конечного числа функций = сумме производных слагаемых. Производная произведения двух функций равна сумме произведений производной 1-ой функции на 2-ую и производной 2-ой на 1-ую. Производная частного 2-х функций = дроби, знаменатель которой = квадрату делителя, а числитель - разности между производной делимого на делитель и произведением делимого на производную делителя.

Производная сложной функции равна производной заданной функции по промежуточному аргументу, умноженный на производную этого аргумента по независимой переменной. Задание функциональной зависимости между двумя переменными, состоящее в том, что обе переменные определяются каждая в отдельности как функция одной и той же вспомогательной переменной, называется параметрическим.

Дифференциал функции называется величина, пропорциональная бесконечно малому приращению аргумента  $\Delta x$  и отличающаяся от соответствующего приращения функции на бесконечно малую величину более высокого порядка чем  $\Delta x$  ( $dy=f'(x)dx$ ). Дифференциал  $dy$  функции  $y=f(x)$  в точке  $x$  изображается приращением ординаты точки касательной, проведенной к линии  $y=f(x)$  в соответствующей ее точке  $(x, f(x))$ . Дифференциал функции  $y=f(u)$  сохраняет одно и то же выражение независимо от того, является ли аргумент  $u$  независимой переменной или функцией от независимой переменной.

Касательной к графику  $f(x)$  в точке называется предельное положение прямой, проходящую через данную точку, когда эта точка стремится слиться с графиком  $f(x)$ . Если значение производной от функции  $y=f(x)$  при  $x=x_0$  равно  $f'(x_0)$ , то прямая, проведенная через данную точку с угловым коэффициентом, равным  $f'(x)$ , является касательной к графику функции в данной точке.  $(y-y_0=f'(x_0)(x-x_0))$ . Нормалью к линии ее данной точке называется прямая перпендикулярная касательной.  $(y-y_0=-1/f'(x_0)(x-x_0))$ .

Функция  $y=f(x)$  называется не дифференцируемой в точке  $x$ , если она не имеет в этой точке дифференциал.

Пусть  $f(x)$  непрерывна на замкнутом интервале  $[a, b]$  и дифференцируема во всех его точках и на концах отрезка она

принимает значения  $f(a)=f(b)$ , тогда существует такая точка  $C$ , что  $a$

Если  $f(x)$  непрерывна в замкнутом интервале  $[a,b]$  и дифференцируема во всех его точках, то в этом интервале существует хотя бы одно значение  $x=c$  для которого:  $f(b)-f(a)/b-a=f'(c)$ . Если выполняются условия Теоремы Лагранжа, то касательная в данной точке будет || хорде связывающей точки интервала.

Т. Коши: пусть  $f(x)$  непрерывна на  $[a,b]$  и дифференцируема на  $(a,b)$ ;  $g(x)$  - удовлетворяет тем же условиям и  $g'(x) \neq 0$  для всех  $x$  на этом промежутке, тогда существует точка  $C$  принадлежащая  $(a,b)$ , что  $f(b)-f(a)/g(b)-g(a)=f'(c)/g'(c)$ . Т. Лапидаталя: Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  при  $x$  стремящемся  $a$  (или к бесконечности) совместно стремятся к 0 или бесконечности. Если отношение их производных имеет предел, то отношение самих функций так же имеет предел = отношению производных.

Т. Тейлора: Если  $f(x)$  обладает в замкнутом промежутке  $(a,b)$  производными до  $n+1$ -го порядка включительно, то  $f(b)=f(a)+f'(a)/1!*(b-a)+f''(a)/2!*(b-a)^2+\dots+f^{(n)}(a)/n!*(b-a)^n+f^{(n+1)}(c)/(n+1)!(b-a)^{n+1}$ , где  $c$  - некоторое число лежащее между  $a$  и  $b$ .  $R_n = f^{(n+1)}(c)/(n+1)!(b-a)^{n+1}$  - остаточный член в форме Тейлора.

Формула Маклорена - формула Тейлора при  $a=0$ .  
 $f(x)=f(0)+f'(0)/1!*x+\dots+f^{(n)}(0)/n!*x^n+f^{(n+1)}(C)/(n+1)!*x^{n+1}$ .

Необходимое условие: Если  $f(x)$  в интервале возрастает (убывает), то ее производная  $f'(x) \geq 0$  ( $f'(x) \leq 0$ ). Достаточное условие: Если  $f'(x)$  от  $f(x)$  всюду на интервале положительна (отрицательна),  $f(x)$  в этом интервале возрастает (убывает).

Точка  $x=x_0$  называется глобальным минимумом (максимумом)  $f(x)$  на множестве  $m$ , если для всех  $x$ , принадлежащих  $m$   $f(x) \geq f(x_0)$  ( $f(x) \leq f(x_0)$ ). Точка  $x=x_0$  называется локальным минимумом функции  $f(x)$  если существует  $\delta$ -окрестность точки  $x_0$ , что для всех  $x$  кроме  $x_0$  из этой окрестности будет выполнено  $f(x_0 + \delta < x < x_0 + \delta) > f(x_0)$ . Необходимое условие: пусть функция  $f(x)$  дифференцирована в точке  $x_0$  и ее окрестности тогда  $f'(x_0) = 0$ .

Достаточное условие (1-го порядка): Точка  $x_0$  является точкой экстремума функции  $f(x)$ , если производная  $f'(x)$  при переходе  $x$  через  $x_0$  меняет знак.

Точки, где 1-ая производная обращается в 0 называют стационарными точками. Достаточное условие 2-го порядка: пусть точка  $x_0$  - стационарна и существует  $f''(x_0)$  - непрерывна, тогда если  $f''(x_0) > 0 \Rightarrow x_0$  - точка минимума. ( $f''(x_0) < 0 \Rightarrow x_0$  - точка максимума).

Дуга называется выпуклой, если она пересекается с любой своей секущей не более чем в двух точках. Точкой перегиба называется такая точка линии, которая отделяет выпуклую дугу от вогнутой. Если  $x_0$  - абсцисса точки перегиба, то либо  $f''(x_0) = 0$ , либо не существует.

Если  $f''(x)$  всюду в интервале отрицательна (положительна), то дуга линии  $y=f(x)$ , соответствующая этому интервалу, выпуклая (вогнутая).

Прямая линия называется асимптотой графика функции, если расстояние точки графика от нашей прямой стремится к нулю при неограниченном удалении этой точки от начала координат. Вертикальные асимптоты: если  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm \infty$  то линия  $y=f(x)$  имеет асимптоту  $x=x_0$ . Наклонные асимптоты: Если  $f(x)/x$  при  $x \rightarrow \infty$  стремится к бесконечности стремиться к конечному пределу а

и если  $f(x) - ax$  при  $x$  стремящемся к бесконечности стремиться к конечному пределу  $b$ , то линия  $y=f(x)$  имеет асимптоту  $y=ax+b$ .