

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI XALQ TA'LIM VAZIRLIGI
AJINIYOZ NOMIDAGI NUKUS DAVLAT PEDAGOGIKA
INSTITUTI

Informatika va axborot texnologiyalari kafedrasi

A. Abdullaev, J. Juginisova, Z.Ilyasova, M.Urazbaeva

Matematik masalalarni yechishda Maple sistemasidan
foydalanish

(Bakalavr yunalishidagi talabalar uchun metodik qo'llanma)



NUKUS- 2009

*A. Abdullaev, J. Juginisova, Z. Ilyasova, M.Urazbaeva. **Matematik masalalarni echishda Maple sistemasidan foydalanish (Bakalavr yunalishidagi talabalar uchun metodik qo'llanma).** Nukus 2009-yil.*

Metodik qo'llanma bakalavr yunalishidagi ta'lim olayotgan talabalar uchun mo'ljallangan bo'lib, matematik masalalarni echishda avtomatlashtirilgan informatsion sistemalardan foydalanish texnologiyasini ko'rsatadi. Qo'llanmada zamonaviy avtomatlashtirilgan **Maple** sistemasi misolida arifmetik va algebraik ifodalarni, bir va ko'p o'zgaruvchili tenglamalarni, tengsizliklarni va ularning sistemalarini echish uslubiyati ko'rsatib berilgan.

Ushbu metodik qo'llanmadan ijtimoiy, iqtisodiy, ekologik va tabiiy masalalarni algoritmlashtirish va programmashtirishga qiziqadigan oliy o'quv yurtining talabalari, magistrlar, akademik litsey va kolledj talabalari, ilmiy tadqiqotchilar, aspirantlar foydalanishi mumkin.

Metodik qo'llanma NDPI ilmiy va o'quv-metodik Kengashi tamonidan nashrga tavsiya etildi.

Taqriz beruvchilar:

K.Dawletyarov - K.Ubaydullaev nomidagi kadrlarni qayta tayyorlash va malakasini oshirish institutining dotsenti, f-m.f.n.

M.Alatinov - Berdax nomidagi Qoraqalpoq Davlat universiteti dotsenti, f-m.f.n.

Mundarija

Kirish.....	4
1. Maple sistemasini yuklash	5
2. Ob'ektlar, o'zgaruvchilar va ifodalar.....	9
3. Tenglamalar, tengsizliklar va ularning sistemasini echish.....	13
4. Ikki o'lshovli grafika.....	19
5. O'ch o'lshovli grafika.....	27
6. Amaliy mashqlarni bajarish.....	30
Foydalanilgan adabiyotlar.....	35

Kirish

Matematik masalalarni analitik ko'rinishda echishda **MAPLE** dasturidan foydalanish sifatli va tez bajariladi. Bu sistemada matematik masalalarni echishda sonli usulda ham davom ettirish mumkun. Agar da sonli malumotlarni talqilash zarur bo'lsa, **MAPLE** sistemasi bilan birgalikda MS EXCEL elektron jadvalidan ham foydalanish mumkun. Bu holda grafik interfeys har xil matematik va statistika funktsiyalarning grafiklarini jadvalli malumotlarni qayta ishlash usuli bilan hisoblab beradi.. Murakkab funktsiyalarning grafiklarin fazoda ham **MAPLE** sistemasi yordamida tez chiqarib olinadi. **MAPLE** sistemasi matematik modellar bilan ishlashni ham bajaradi. **MAPLE** sistemasi bazasida analitik hisoblashlar yoki kompyuter algebrasi yordamida matematik masalalarni echishni oddiy tilda programmashtirishga olib keladi. SHuningdek bu sistema matematik masalalarni echishda funktsiyalar kutubxonasidan foydalanishni tavsiya etadi. Har bir foydalanuvchining masalasini echishda **MAPLE** sistemasi boshqa amaliy mutaxassislikdagi foydalanuvchilarni ham tavsiya etadi. SHuningdek bu sistemada matematik masalalar bilan birgalikda texnik masalalar ham ko'riladi. Masalan mexanikaning har xil masalalarin echish: nazariy mexanika, materiallar qarshiligi, qurilish mexanikasi, kvant mexanikasi va x.k. Sistemada grafik animatsiya o'rgatuvchi programmalarni yoki jismning harakatin yoki ular orasidagi alohani tuliq ko'rsatish imkoniyati bor.

Bu sistema **Windows** operatsion tizimining imkoniyatlari bilan butunlay bog'liq. Barcha ishlar **MAPLE** sistemasida ishchi betda bajariladi.

MAPLE sistemasi yuklangandan sung foydalanuvchi ishchi betida interaktiv rejimda ishlaydi. Bu ishchi betda birinchi ustunga {>} simvol kiritiladi.

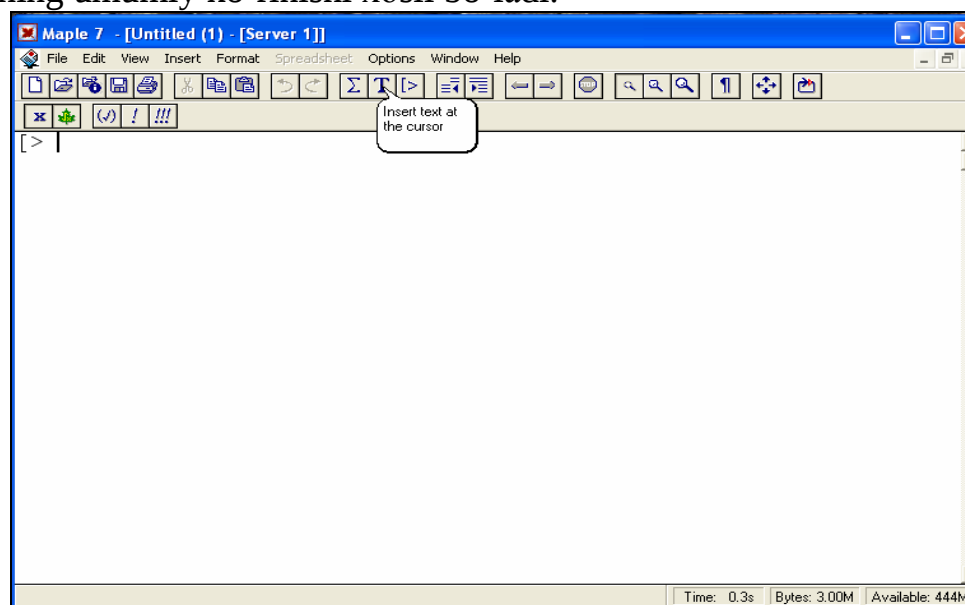
MAPLE sistemasining interpretatori shu vaqtning ichida kiritilgan bo'yruq uchun natijani ekranga chiqaradi.

1. Maple sistemasiga kirish

Maple dasturi **Windows** operatsion sistemasi boshqarilishida ishlovchi dasturi uchun standart grafik interfeysiga ega.

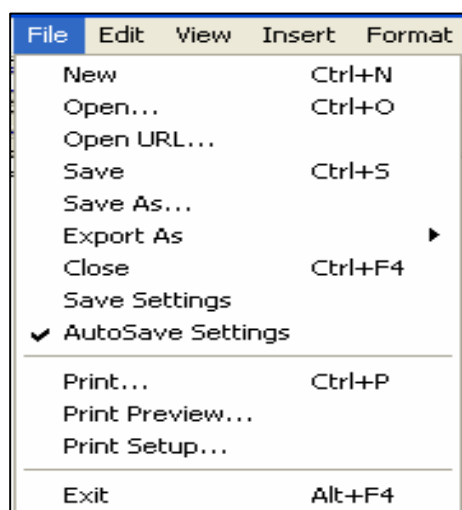


Dasturni yuklash uchun **Windows** ish stolidagi **Maple 7** yarligiga sichqoncha ko'rsatkichi olib borilib sichqonchaning chap tugmasin ikki marta bosamiz. Ekranda Maple dasturining umumiy ko'rinishi xosil bo'ladi.

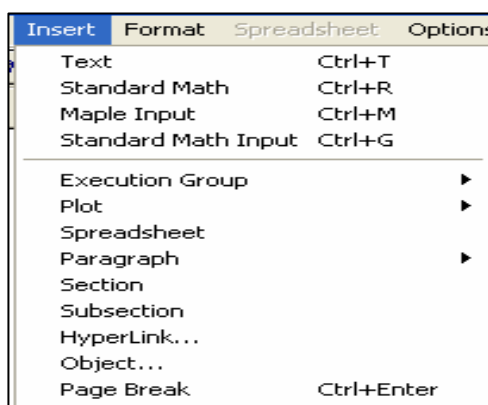
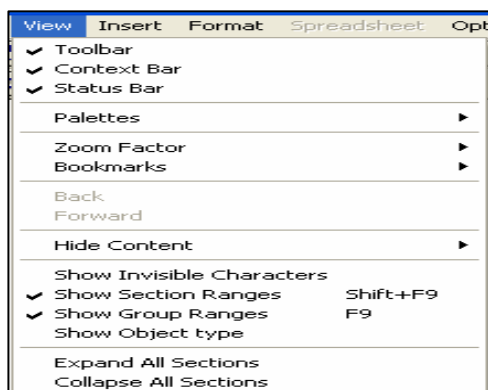
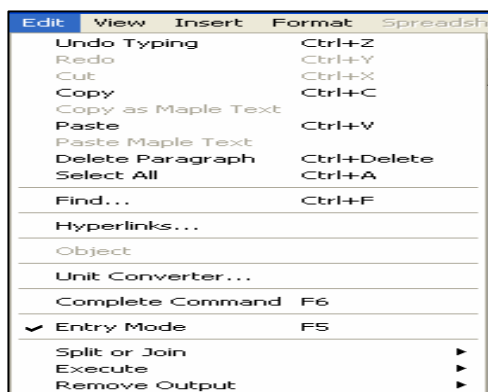


Oynaning yuqorisida sarlavha satri, standart menyu satri va uskunalar paneli joylashgan.

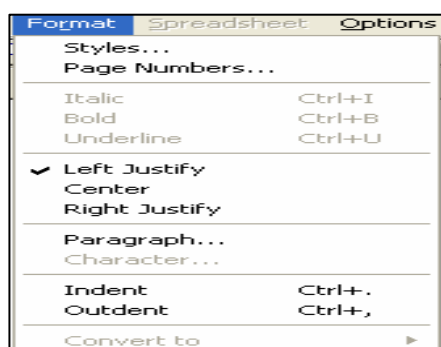
Maple dasturining standart menyu satri quyidagilardan iborat



Fayl (File) bo'limi erdamida yangi ishchi bet tuzish, xotiradagi ishchi betni ochish, ishchi betni saqlash, ishchi betni qayerda qanday saqlash, bosmoni oldindan ko'rish, bosmani sozlash, bosmaga chiqarish, dasturdan chiqish buyruqlari bajariladi.



Buyruqlarning katta guruhi ishchi betida maxsus Ob'ektlarni qo'yishga imkon yaratadi. SHuningdek bu menyu buyrug'i erdamida jadvallar qo'yish, ikki o'lchovli va uch o'lchovli grafigini ishchi betiga chiqarish, giper murojaatni o'rnatish va boshqa ishlarni ishlash mumkin.

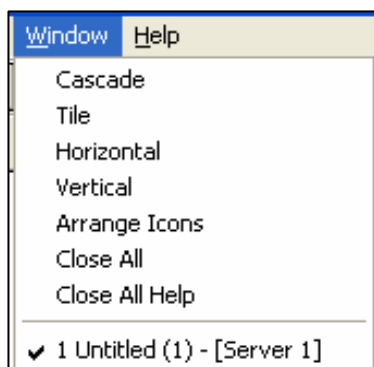


Pravka (Edit) bo'limi erdamida nusqa olish, ko'chirish, o'chirish, hammasini tanlash, oqirgi harakatni bekor qilish, bekor qilingan harakatni orqaga qaytarish, izlab topish, giper ssylka o'rnatish kabi ishlarni bajaramiz.

Vid (View) bo'lim kontekst uskunalar paneli, holat qatori buyruqlarini ulaydi eki o'chiradi. Ishchi betning masshtablarini tug'rileydi. Bosilmagan simvollarni ko'rsatish rejimini ulaydi eki o'chiradi.

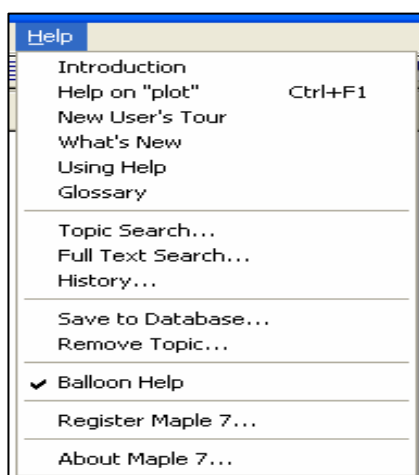
Vstavka (Insert) bo'limi ishchi betlar bilan ishlashga maxsuslangan. Buyruqning birinchi buyrug'i (Maple Input) Maple sintaksisida ezilgandek (Standar Math Input) xuddi ko'nikma matematik muloqatlarning o'zaro undagi matnli kommentariyaga (Text) qo'shilishga ulanuvchini aniqlaydi.

Format (Format) bo'limi yordamida betning stilini, betning nomerini, nomerning qo'yilishini shapga, o'rtaga, o'ngga joylashtirish, parametrlarini o'rnatishga bo'ladi.



Okno (Window) bo'limi Maple hujjatlarining ochilgan bir qancha ishlari uchun mo'ljallangan. Ular Maple interfeys oynasida hujjatlar oynalarining joylashishini beradi. Ularni kaskadli, plitka, eniga, va bo'yiga joylashtirish mumkin. Arrange Icons (belgilarni qo'yish)

bo'yug'i erdamida hujjatlar oynasining yig'ilgan belgilarni tartibga keltirishga bo'ladi. Ikkita buyruq (Slose All) barcha ochilgan oynalarni yopadi (Slose All Helr) spravka malumotiga ega oynalarni yopadi.



Spravka (Help) bo'limida biz dastur haqida yordam va bo'yruqlar, ishning qanday bajarilishi tug'risida ham yordam olishimizga bo'ladi.

Asosiy menyuning pastki qatorida standart menyuning tez-tez qo'llaniladigan bo'yruqlarni bajaruvchi yonidagi tugmalar bilan uskunalar paneli joylashgan. Tugma ustida sichqonchani bossak u buyruqning bajarilishiga olib keladi. Bu panel betidagi Ob'ektlari bo'yicha ajralganga adaptirlash xususiyatiga ega, uning tugmalar tarkibi doymiy va ishchi beti bo'ylab kursorni almashtirishda o'zgarmaydi. U Nelr menyu buyrug'idagi Maple sistemasi malumotli chaqiruvda to'la o'zgaradi.

Asosiy uskunalar panelida kontekstli uskunalar paneli joylashgan. Uning ko'rinishi kursor ishchi betining qaysi betda joylashganiga va bu sohada akslanishiga bog'liq. Kontekstli uskunalar panelining t ko'rinishi mavjud: Ikki o'lchovli grafik uchun ajratilgan, uch o'lchovli ajratilgan, animatsion grafik uchun ajratilgan, chiqarish sohasi uchun va ishchi betning kiritish sohasi uchun bunda oxirgi holatda kontekstli menyu ko'rinishi Maple bo'yrug'ining standart matematikasi yozmasi yoki Maple ning standart notatsiyasidagi buyruqning ezmasidan foydalanishda ajraladi.

1-rasmda bo'yruqni ezish uchun Maple ning standart notatsiyasini qo'llanishda ishchi betning kiritish sohasi kontekstli uskunalar paneli ko'rsatilgan.

Interfeys oynasining ko'p qismini ishchi soha egallaydi. Aynan unda bo'yruqlar kiritilib ularning bajarilish natijalari akslanadigan ishchi betlar joylashgan. Maple «hujjatlari» hisoblangan bir qancha ishchi betlar bilan bir vaqtda ishlab va ochadigan interfeys qo'shimchasi ko'p hujjatli hisoblanadi.

Bundan tashqari **Maple** qo'shimchasi ishchi beti orasida ulanadigan unda boshqa ishchi betlarga eki malumot fayllarga giper murojaatini bog'liq qiladi, lekin bu haqida boshqa bo'limda aniqroq aytiladi.

Interfeysning pastki qismida **Maple** sistemasi ijrochisiga bog'liq bazi parametrlar akslanadigan holat qatori joylashgan. SHuningdek uskunalar paneli tugmalari yoki tanlangan menyu bo'yruqlariga bog'liq qisqacha malumot joylashgan.

Ishchi betning barcha jarayonlari uchun ishlash paytida (grafikning bo'yruq bajarilish natijalari chiqarishda, kiritish sohasidagi buyruqlar) berilgan jarayonda qo'llanadigan bo'yruqlarning mavjud majmui kontekstli menyu tasvirlanishi mumkin. Buning uchun ushbu Ob'ektlarning ustida sichqoncha ko'rsatkichini joylab va uning o'ng tugmasini bosish etarli. Sichqoncha ko'rsatkichi yonida ko'pincha foydalaniladigan bo'yruqlarning berilgan Ob'ektiga qo'llaniladigan majmui bilan kichik panel menyusi g'arazli konteksti hosil bo'ladi.

2. Ob'ektlar, o'zgaruvchilar va ifodalar

Har bir interaktiv sistemadagidek Maple ning o'z tili bor. O'ning yordamida foydalanuvchi bilan sistema o'rtasida muloqat o'rnatiladi. Asosiy tushunchalar Ob'ektlar, o'zgaruvchilar bo'ladi. SHularning yordamida matematik amallarning yordamida ifodalar tuziladi. Maple sistemasi ishlaydigan sodda Ob'ektlar bular son, konstanta va qatorlar bo'ladi.

Sonlar. Sonlar butun sodda, kasr, radikal, o'zgaruvchi va kompleks sonlar bo'ladi. Birinchi o'sh tipdagi sonlar orasida aniq hisoblashlarni bajarishga bo'ladi. Aniq arifmetikani foydalanish orqali har xil matematik ifodalarni keltirib chiqarishga bo'ladi.

Butun sonlar. 0 dan o ga cha raqamlarning ketma-ketligida beriladi. Manfiy sonlar sonning oldida (-) belgisi bilan beriladi. Nol emas sonning oldidagi nol manoga ega emas va sonning kattaligiga tasir etmaydi. Maple sistemasi butun sonlarning hoqlagan kattaligida ishlay oladi, raqamlarning sonini w^{wi} darajasi bilan kifoyalanadi. Butun sonlar orasidagi hisoblashlar soda va o'lar r arifmetik amallar bilan (qo'shish +, ayirish -, ko'paytirish H, bo'lish /) va faktorial (E) hisoblanadi.

Misol. Butun sonlar ustida amallar.

Matematik ko'rinishda yozilishi	Maple sistemasida yozilishi	Natija
7-10	> 7-10;	-3
6*8	> 6*8;	48
45/9	45/9;	5
20!	> 20!;	2432902008176640000
	> length(%);	65

Butun sonlar ustida oddiy arifmetik amallardan boshqa, Maple katta komandalar naborini ham taklif etadi, putun sonlarni qayta ishlash spetsifikasini bajarishni uddalaydi: oddiy ko'paytiruvchilarga yoyish (ifactor), karralikni hisoblash va qoldiqni (irem) bo'tun soni bo'lishdagi, ikki sonning eng kata umumiy bo'luvchisini topish(igcd), sonning oddiy (isprime) ekanligini tekshirish. SHu komandalarning bajarilishi qo'yida keltirilgan.

Misol. Butun sonlar bilan ishlash uchun komandalar.

Maple sistemasida yozilishi**Natija**

Tub ko'paytuvchilarga ajratish

> **ifactor(54);**(2) (3)³

Bo'linmani hisoblash

> **iquo(45, 7);**

6

Qoldiqni hisoblash

> **irem(45, 7);**

3

> **7*%%+%;**

45

Ikki sonning eng katta umumiy bo'luvchisini topish

> **igcd(678, 456);**

6

Berilgan butun sonning tub son ekanligini tekshirish

> **isprime(5678945691);***false*

Bu misolda bo'linmani hisoblashda va ikki butun sonning qaldirig'ini hisoblash amalining natijasini hisoblashda oldingi va undan oldingi (qoldiqni) hisoblash komandalari bajarilgan. **Isprime()** komandasining natijasi bo'lib bul konstantasi true (chinlik) yoki false (yolg'on). Barcha komandalarning butun sonlar bilan ishlash tizimini olish uchun, kirishda ish betida **?intejer** komandasini terish kerak.

Sodda kasrlar ikki bo'tun sonning bo'linish amali bilan beriladi. Maple da qisqartirish amali avtomatik ravishda bajariladi. Sodda kasrlar bilan hamma arifmetik amallar bajariladi.

Misol. Oddiy kasrga misollar va ular ustida amallarning bajarilishi.

Matematik ko'rinishda yozilishi	Maple sistemasida yozilishi	Natija
64/24	> 64/24;	$\frac{8}{3}$
5/8+4/7	> 5/8+4/7;	$\frac{67}{56}$
2+9/5	> 2+9/5;	$\frac{19}{5}$
4+8/2	> 4+8/2;	8

Misol. Oddiy kasrning o'nlik kasr turida tasvirlanishi.

> **evalf(456/789);**

.5779467681

> **evalf(456/789, 35);**

.57794676806083650190114068441064639

Konstanta. Foydalanuvchi taklif etayotgan sonlardan boshqa Maple oldindan belgilangan konstant-manosiga otalgan konstanta yordamida murojat etish mumkin. Bu konstantalarning bazilariga o'zgartirish kiritishga bo'ladi, bazilariga esa o'zgartirish kiritishga bo'lmaydi.

O'zgartirish kiritilmaydigan konstantalar qo'yilagi jadvalda keltirilgan.

Konstanta	Manosi
Catalan	$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(2i+1)^2}$ ning manosi taqribiy bilan 0,0qtoyttrw... teng
false	«yolg'on» manosi bul o'zgaruvchilari bilan ishlashganda.
true	«chin» manosi bul o'zgaruvchilari bilan ishlashganda
FAIL	O'ch mantiqli funktsiyalarni hisoblashda o'shinshi manoni bildirishda foydalaniladi.
gamma	Eyler konstantasi $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{j} - \ln(n) \right) \approx 0.5772156649...$
Pi	$\pi = 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494159809120081058284726$
I	Mavhum birlik $\sqrt{-1}$
infinity	Cheksizlik ∞

Manosi qaytadan aniqlanadigan konstantalar bu ishlash programmalarining parametrlarini beradigan konstantalar. Eng muxim konstanta bu hisoblashning aniqligiga tasir etadi: **Digits va Order**. Birinshi konstanta-o'zgaruvshi nuxtali sonlar orasidagi amallarning manoli tsifrlarni bildiradi. Hesh qanday xabar berilmasa unda u o'n manosi bildiradi. Konstanta **Order** funktsiyani **Taylor** qatoriga tarqatgandagi azolarining sonini aniqlaydi. (Hesh qanday xabar berilmasa unda u oltiga teng).

Maple da aniqlangan konstantalarning hammasini ko'rish uchun **?ininame** komandasini bajarish kerak.

Qatorlar. Maple sonlardan boshqa qatorlar bilan ishlash imkoniyatiga ega. Simvollarining hoqlagan nabori bilan, ikki qo'shtirnoq ishiga olingan, masalan «bu Maple da qatorlar misoli».

Qatordagi har bir simvol o'z-o'zini bildiradi. Maple da qator o'zunligi sheklanmagan va u 32 bitlik kompyuterlarga etishi mumkun, uzunligi 268435439 simvoldan iborat uzunlikga etishi mumkun.

Mashqlar: Hisoblang:

1. $\sin^2(\beta - 45^\circ) - \cos^2(\beta - 45^\circ)$.

2. $\sin(\pi/4 - \alpha) \cos(\pi/4 - \alpha)$.

3. $1/(1 - \operatorname{tg} \alpha) - 1/(1 + \operatorname{tg} \alpha)$.

4. $(\sin \alpha/4 + \cos \alpha/4)(\sin \alpha/4 - \cos \alpha/4)$.

5. $\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha)/(1 - \operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha))$.

6. $\sin \alpha/2 \cos \alpha/2 \cos \alpha$.

3. Tenglamalar, tengsizliklar va ularning sistemasini echish

Amaliyotda hech bir misol tenglama yoki tenglamalar sistemasi, tengsizlik yoki tengsizliklar sistemasiz echilmaydi. Maple sistemasida **solve ()** komandasi universal muhit bo'lib, algebrik tenglama, tengsizlik va ularning sistemalarini echib beradi. Avval biz bu komandaning sintaksisiga o'tmasimizdan burun, bu komanda ishlaydigan Ob'ektlarga to'qtab o'tishimiz kerak-tenglama va tengsizliklarda.

Ikki ifoda tenglik(=) belgisi bilan tutashtirilgan, Maple da o'zicha anglatilgan tipni bildiradi-tenglama (**equation**). Tenglikni Maple da oddiy o'zgaruvchi bilan berish mumkin. Olar bilan har xil o'zgartirishlarni bajarishga bo'ladi, arifmetik amallarni qo'llab, ung tarafiga bo'lak va tenglamaning chap tarafiga bo'lak, bu amallar tenglamani qo'llanish uchun qulayli to'rga keltirishga va Maple da echimni topishga yordam beradi.

Misol. Tenglamalar bilan amallar.

Matematik ko'rinishda yozilishi	Maple sistemasida yozilishi	Natija
$2x^2+5=x+x^4$	> 2*x^2+5=x+x^4;	$2x^2+5=x+x^4$
	> whattype(%);	=
$2x^2+5=x+x^4$	> f:=2*x^2+5=x+x^4;	$f:=2x^2+5=x+x^4$
	> whattype(f);	=
$\sin x + \cos x = \cos x^2$	> eq1:=sin(x)+cos(x)=cos(x)^2;	$eq1:=\sin(x)+\cos(x)=\cos(x)^2$
	> eq1-(cos(x)=cos(x));	$\sin(x) = \cos(x)^2 - \cos(x)$
	> eq1+(cos(x)=cos(x));	$\sin(x) + 2\cos(x) = \cos(x)^2 + \cos(x)$

O'zgaruvchilarning tipini tekshirishda, tenglamalar qiymati, **whattype ()** komandasi yordamida natija = bo'lib hisoblanadi,

SHuningdek, tenglamadagi topshiriq kabi, ikki ifoda, bog'lovchi belgi >=(katta yoki teng). <= (kishik yoki teng), >(katta) yoki < (kishik), berilganlarning yangi tipi – tengsizlik (**inequation**).

Misol. Tengsizlik.

```
> x<y;
                                 $x < y$ 
> whattype(%);
                                <
> f:=x>y;
                                 $f := y < x$ 
> whattype(f);
                                <
> f-(z>4);
                                 $y - z < x - 4$ 
> f-(z<4);
                                 $y - 4 < x - z$ 
> solve((x+2)/(3-x)>2,x);
                                 $\text{RealRange}\left(\text{Open}\left(\frac{4}{3}\right), \text{Open}(3)\right)$ 
> solve((x+2)/(3-x)>2,{x});
                                 $\left\{\frac{4}{3} < x, x < 3\right\}$ 
> solve(abs(z-3+1)<4);
                                 $\text{RealRange}(\text{Open}(-2), \text{Open}(6))$ 
> solve(5*x-2*x+3*x-4*x<=1,{x});
                                 $\{x \leq \frac{1}{2}\}$ 
> solve(5*x+3*x-x>=3,{x});
                                 $\{\frac{3}{7} \leq x\}$ 
> solve(x+3*x-9*x-x>=2,{x});
                                 $\{x \leq -\frac{1}{3}\}$ 
```

Berilgen tengsizlikdagi Ob'ektni tekshirishda <>,yoki <, yoki >, yoki <= belgilar tasvirlanadi, Bu uchta tipni faqat Maple «tushunadi».

Solve() komandasi

Tenglamalarni va tenglamalar sistemasini, tengsizlik va tengsizliklar sistemasini eshichda Maple dasturida ananaviy hisoblashlarda **solve()** komandasi eng foydali komanda bo'lim hisoblanadi. U ananaviy shaklda (тууық) natija olishga harakat qiladi. Maple dasturida boshqa sintaksis komandalari kabi uning sintaksisi etarli darajada oddiy va oson xotirada saqlanadi.

solve (tenglama, uzgaruvchi);

`solve ({tenglamaq, tenglamaw, . . . }, {uzgaruvchiq, uzgaruvchiw, . . . });`

Birinchi formadagi komanda berilgan o'zgaruvchiga nisbatan bir tenglamani echishga muljallangan, ikkinchi forma qo'yidagicha echadi:

`> F(1);`

`> k:=1`

`> F(0);F(1);F(2);`

Bunda tenglama sistemasi va namalum o'zgaruvchilar ko'plik ko'rinishida beriladi. Agar tenglamalar o'rniga namalum ifodalar berilsa, unda tenglamaning chap qismi qaraladi. U holda tenglamaning ung qismi 0 ga teng bo'ladi.

Misol. Tenglamalar va tenglamalar sistemasini echish.

`> eq:=x^2-2*x+y^2=0;`

$$eq := x^2 - 2x + y^2 = 0$$

`> solve(eq, x);`

$$1 + \sqrt{1 - y^2}, 1 - \sqrt{1 - y^2}$$

`> solve({eq}, x);`

$$\{x = 1 + \sqrt{1 - y^2}\}, \{x = 1 - \sqrt{1 - y^2}\}$$

`> eq1:=x+y=0;`

$$eq1 := x + y = 0$$

`> solve({eq, eq1}, {x, y});`

$$\{y = 0, x = 0\}, \{x = 1, y = -1\}$$

`> solve(eq);`

$$\{y = \sqrt{-x^2 + 2x}, x = x\}, \{y = -\sqrt{-x^2 + 2x}, x = x\}$$

Agar, Maple dasturida bitta ham echim topilmasa, unda **solve()** komandasi **NULL** bo'sh ketma-ketligini qaytaradi. Bu yoki echim yo'qligini yoki Maple uni topa olmaganligini bildiradi.

Agar barcha echim topilmasa unda, **_SolutionsMayBeLost** bosh o'zgaruvchi **true** teng bo'ladi.

Maple dasturida tenglamaga kiruvchi barcha nomalum kattaliklarni nisbiy darajada echadi. (x=x) parametri sifatida x o'zgaruvchini tanglaydi.

Trigonometrik tenglamalarni **solve()** komandasi yordamida echishni aytish kerak. $[-\pi, \pi]$ oralig'ini Maple o'sish buyicha hisoblaydi. Trigonometrik tenglamalarning barcha echimini olish uchun

_ **EnvAllSolutions** bosh o'zgaruvchi **true** teng bo'ladi.

_ **EnvAllSolutions** bosh o'zgaruvchiga misol ko'raylik:

```
> eq:=sin(x)^2+2*sin(x)+1=0;
```

$$eq := \sin(x)^2 + 2 \sin(x) + 1 = 0$$

```
> s:=solve(eq, x);
```

$$s := -\frac{1}{2}\pi, -\frac{1}{2}\pi$$

```
> EnvAllSolutions:=true;
```

$$EnvAllSolutions := true$$

```
> s:=solve(eq, x);
```

$$s := -\frac{1}{2}\pi, -\frac{1}{2}\pi$$

Biz tenglama yoki tenglamalar sistemasining echimini olganimizdan so'ng, uni o'rniga qo'yib tekshirib ko'ramiz. Maple ham shunday qiladi.

eval() funktsiyasi tekshirishning eng qulay va ason usuli. Masalan tenglamalar sistemasini echaylik.

```
> eqns:={x+2*y=3, y+1/x=1};
```

$$eqns := \{x + 2y = 3, y + \frac{1}{x} = 1\}$$

```
> sols:=solve(eqns, {x, y});
```

$$sols := \{x = -1, y = 2\}, \{x = 2, y = \frac{1}{2}\}$$

O'zgaruvchi **sols** ta olingan ikki echim saqlanadi. Endi olingan echimning tug'riligini tekshirish uchun qiymatni kiritib hisoblaymiz.

```
> eval(eqns, sols[1]);
```

$$\{1 = 1, 3 = 3\}$$

```
> eval(eqns, sols[2]);
```

$$\{1 = 1, 3 = 3\}$$

Biz ko'rib turganimizdek tenglamalar sistemasidagi olingan ikkala qiymat ham tug'ri ekan. Agar biz o'zgaruvchilarning birinchi echimini hisoblaydigan bo'lsak, u holda ham **eval()** komandasidan foydalanib namalum x va u ning birinchi echimini hisoblaymiz.

```
> x1:=eval(x, sols[1]);
```

$$x1 := -1$$

> **y1:=eval(y, sols[2]);**

$$y1 := \frac{1}{2}$$

Olingan echimni tekshirish uchun **map()** funktsiyasini **subs()** funktsiyasi bilan birga ishlatamiz. Bu usul echimlar ko'p bo'lganda va har birini **eval()** komandasi bilan hisoblaganda etarlicha qulayli bo'ladi. **map()** komandasi sistema echimi uchun quyidagidek chaqiriladi:

> **map(subs, [sols], eqns);**

$$[\{1 = 1, 3 = 3\}, \{1 = 1, 3 = 3\}]$$

solve() komandasi tenglamalarda nomalumlarni kam bulgan tenglamalar sistemasini echadi. Bu holda Maple sistemasini qaysi nomalumlarni parametrlar uchun, qaysi nomalumlarni qo'yidagicha nisbatan echish yo'llarin tuzadi.

> **eqn1:=x+2*y+3*z+4*t=41:**

> **eqn2:=5*x+5*y+4*z+3*t=20:**

> **sols:=solve({eqn1, eqn2});**

$$sols := \{y = 37 - \frac{11}{5}z - \frac{17}{5}t, x = -33 + \frac{7}{5}z + \frac{14}{5}t, t = t, z = z\}$$

Bunda echim sistema tomonidan tanlangan **z** va **t** parametrlariga nisbatan olingan.

Mashqlar:

Tenglamalar

1. $\frac{\lg \sqrt{x+7} - \lg 2}{\lg 8 - \lg(x-5)} = -1$
2. $2\ln(x-3) = \ln x - \ln 4$
3. $x \lg x = x^{10}$
4. $0,1x \lg x - 4 = 1003$

Tenglamalar sistemasi

1. $\begin{cases} xy - y^2 = 7 \\ x^2 + xy - 3 = 0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x^2(y+5) - xy^2 = -1 \\ x^2y + x - y - 2 = 0 \end{cases}$

$$3. \begin{cases} -x^2 + xy^2 = 17 \\ xy - y - 12y^2 = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 1, \\ x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x + \frac{7}{2}y - 2z = -\frac{13}{2}, \\ \frac{15}{2}y - 9z = -\frac{51}{2}, \\ 20y - 9z = -38 \end{cases}$$

Tengsizliklar

$$1. \quad 5x + 0,7 > 3x - 15,3$$

$$6. \quad x^2 - 9|x| - 36 \leq 0$$

$$2. \quad 7x - 3(2x + 3) > 2(x - 4)$$

$$7. \quad 4x^2 - 5|x| + 1 < 0$$

$$3. \quad \frac{6-5x}{5} + \frac{3x-1}{2} > 5-x$$

$$8. \quad 3x^2 - 8|x| + 4 \leq 0$$

$$4. \quad \frac{x+1}{4} < 2^{\frac{1}{2}} - \frac{1-2x}{3}$$

$$9. \quad 7x^2 - 12|x| - 4 < 0$$

$$5. \quad \frac{7x}{4} < 0.3(x+7) + 2^{\frac{1}{5}}$$

$$10. \quad x^2 - 41|x| + 420 \leq 0$$

Tengsizliklar sistemasi

$$1. \quad \begin{cases} |x| \geq 1 \\ |x-1| < 3 \end{cases}$$

$$4. \quad \begin{cases} |x-y| > 2 \\ |x| + |y| < 4 \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} |x^2 + 5x| < 6 \\ |x+1| < 2 \end{cases}$$

$$5. \quad 2 < |x-y| < 4$$

$$3. \quad \begin{cases} |x^2 - 4x| < 5 \\ |x+1| < 3 \end{cases}$$

4. Ikki o'lshovli grafika

Plot() komandasi

Maple sistemasining kutubxanasida ko'p funktsiyali ikki o'lshovli grafikaning **plot()** komandasi joylashgan, va shuning uchun hamma vaqtda ruxsat etilgan.

Biz Maple sistemasida analitik hisoblashning grafik imkoniyatlari bilan tanishamiz.

Bu komanda yordamida bir yoki bir nechta bir o'zgaruvchili funktsiyaning grafigini qurishadi, aniq yoki parametrik ko'rinishda, yana nuqtalar ko'pligini dekart yoki polyar koordinata sistemasida ham tasvirlaydi. **plot()** komandasi sintaksisti qo'yidagicha`

plot(f, h, v, optsii)

Bu erda f- funktsiya, h va v – funktsiya grafigining vertikal va gorizontal o'qidagi eriksiz o'zgaruvchi diapozoni.

h eriksiz o'zgaruvchining o'zgarish diapozoni $x=a..b$ turida beriladi. a va b – o'zgaruvchining eng kishik va eng katta qiymatlarining o'zgarishi.

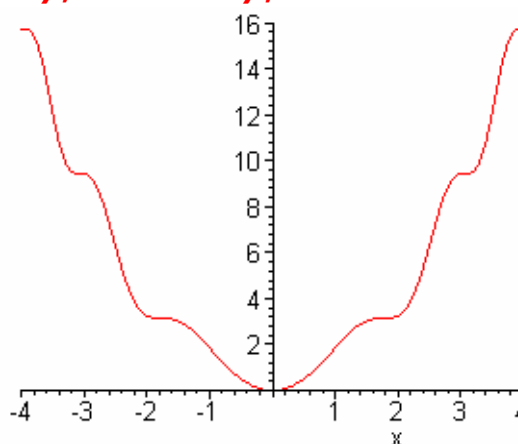
x- eriksiz o'zgaruvchi nomi.

plot() komandasi bilan ishlaganda qiyinchilik tug'ilmaydi. Bir ikki misollarni ason keltirishimiz mumkun.

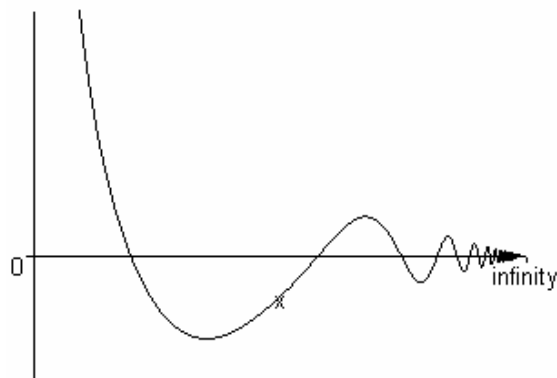
Bizning birinshi misolimiz $[-4,4]$ oralig'ida $y(x)=x^2+\sin(x^2)$ funktsiyasining grafigini x eriksiz o'zgaruvchi uchun chizing.

Misol. Funktsiya grafigining chizmasi

> **plot(x^2+sin(x^2), x=-4..4);**

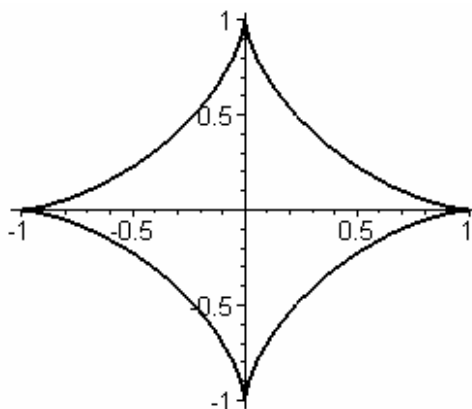


```
> plot(cos(x)/x,x=0..infinity,-
0.5..1,color=black,numpoints=800);
```



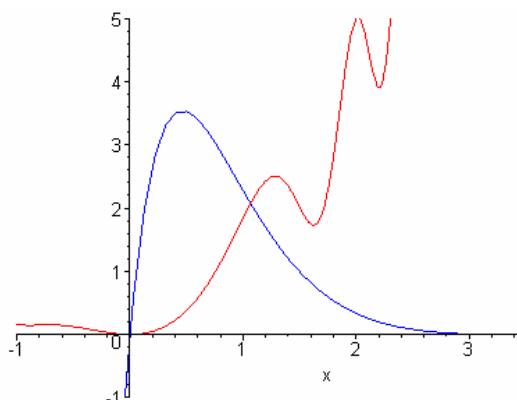
Misol. Parametrlari bilan berilgan funktsiyaning grafigining ko'rinishi

```
> plot([cos(t)^3,sin(t)^3,t=0..2*Pi],
color=[black], xtickmarks=4, thickness=2);
```

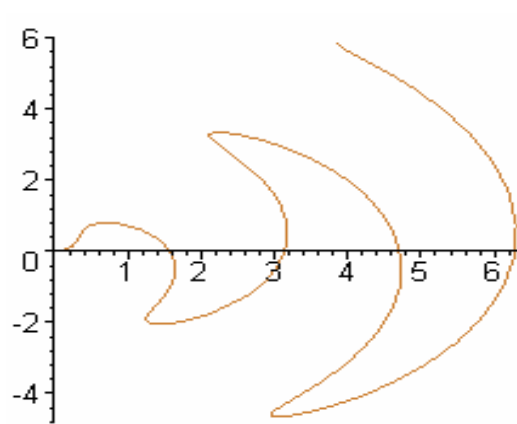


Misol. Bir nechta funktsiyaning grafik ko'rinishi.

```
> plot([x^2+sin(x^3), 20*exp(-2*x)*sin(x)],x=-1..3.5, -
1..5, color=[red,blue], style=[line,line]);
```

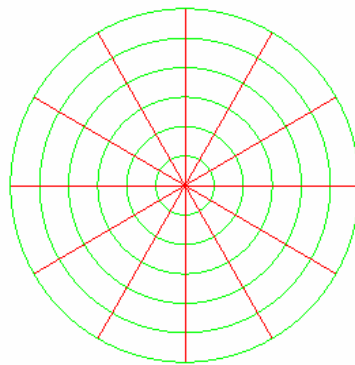


```
> polarplot([r,sin(2*r),r=0..7],color=gold);
```

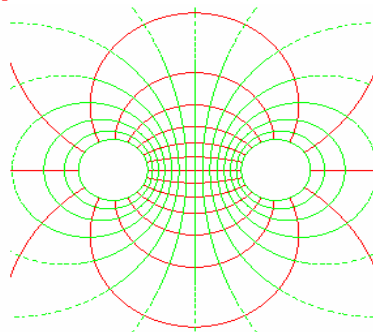


Cords komandasi orqali **plot()** komandasini quvvatlab, **Maple** de **coordplot()** komandasi koordinatalar sistemasida «chiziqliq pog'onasi» ni chizishi mumkin.

> **coordplot(polar, color=[red, green], scaling=CONSTRAINED);**



> **coordplot(bipolar, color=[green, red], scaling=CONSTRAINED);**



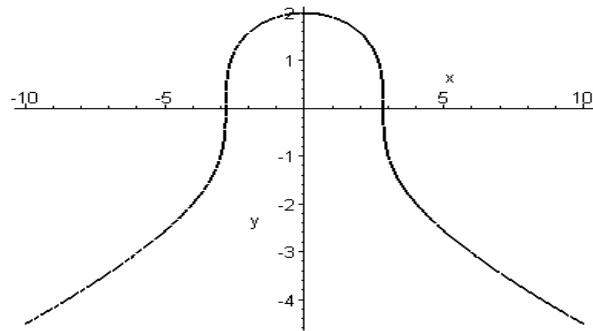
implicitplot(expr, x=a..b, y=c..d, options);

implicitplot(f, a..b, c..d, options);

Bu erda birinchi formada ikki o'zgaruvchi x va y dan iborat parametr **expr** komandasi tenglamani chaqiradi, ikkinchi formada **f** – tenglama, ham chapki, ham o'nggi bo'limi faqat ikki o'zgaruvchili prtsedura-funktsiya va operatorga kiradi. Qo'shimcha barcha malum izox **plot()** komandasi **grid=[m,n]** izoxdan surashi mumkun, qiya chizishni **m x n** nuqtasidan aniqlovchi setkani.

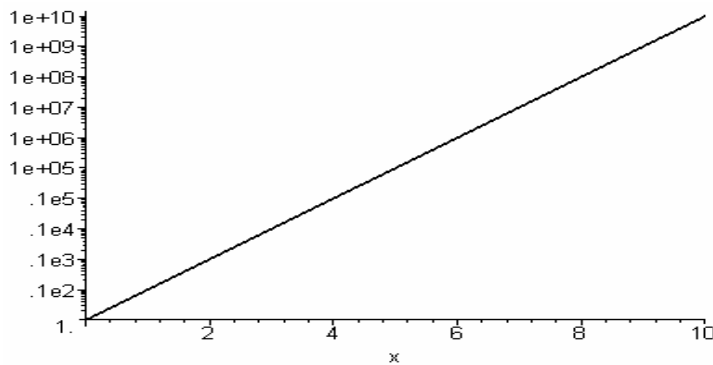
Misol. Aniq eman funktsiyaning grafigi.

```
> implicitplot(x^2+y^3-8=0,x=-10..10,  
y=-8..8,color=black,grid=[60,60],thickness=2);
```



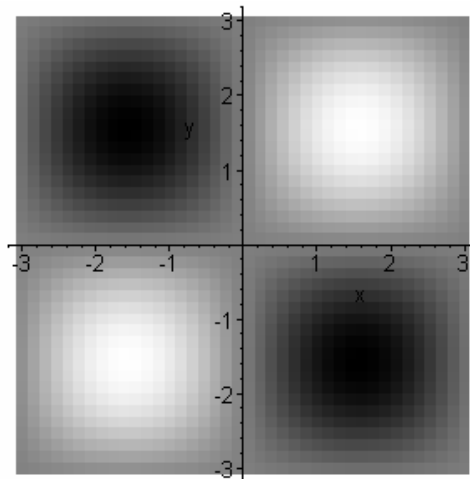
Misol. Logarifm ko'rsatkichi 10^x dagi funktsiyaning tasvirlanishi

```
> logplot(10^x,x=0..10,color=black,thickness=2);
```



Misol.

```
> densityplot(sin(x)*sin(y),x=-3..3,y=-3..3,  
grid=[40,40],scaling=CONSTRAINED, style=patchnogrid);
```

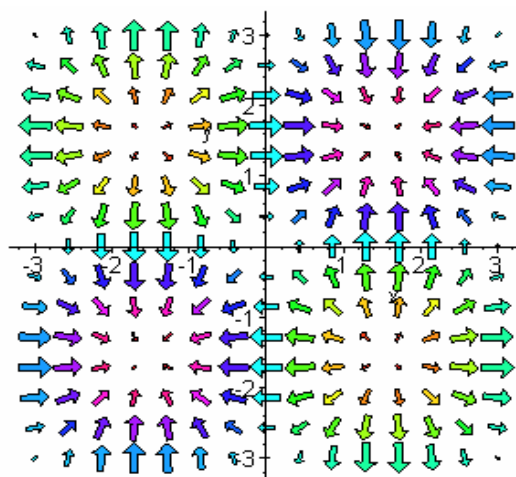


gradplot() komandasi bir-biriga uqshashki yoki ikkisi ham tekislikda vektor maydonda tasvirlanadi. Birishchisi ikki o'zgaruvchili berilgan funktsiyaning gradientlar maydoni, ikkinchisi esa oddiy vektorning maydoni. U maydonning

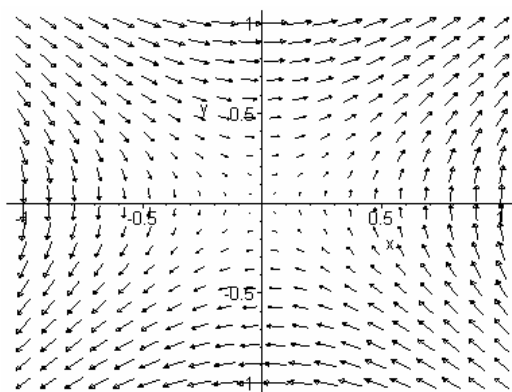
berilgan nuqtasida vektorning koordinatalari yordamida aniqlanadi. Bu ikki komanda ham tasvirlanuvchi vektorning o'lshamini berish uchun **arrows** opsiyasini qo'llanadi. U qo'yidagi qiymatni qabul qilishi mumkun. THEN (indamaydigan qiymat), LINE, SLIM va THICK **color** opsiyası ikki o'zgaruvchili funktsiyaning nuqtadagi vektorning rangini aniqlashi uchun qullaniladi. **Fieldplot()** komandasi uchun vektor maydon vektor koordinatasining ikki elementli tizimi ko'rinishida beriladi. Ular ikki beg'araz o'zgaruvchidan iborat funktsiyadan turadi.

Misol. Funktsiyaning grafiyent maydoni va vektorning maydonining tekislikda tasvirlanishi.

```
> gradplot(sin(x)*sin(y), x=-3..3, y=-3..3, grid=[15,15], arrows=THICK, color=sin(x)*sin(y), scaling=CONSTRAINED);
```



```
> gradplot(sin(x*y), x=-1..1, y=-1..1, arrows=SLIM);
```



Maple kesilgan funktsiyalar bilan ham ishlay oladi. Uning uchun **piecewise ()** komandasi qo'llaniladi:

> **piecewise (условие1, значение1, условие2, значение2, ...,**

условиен, значениен, значение-иначе);

Beg'araz o'zgaruvchiga nisbatan, bu komandaning parametri juft bo'lib yuradi va beg'araz o'zgaruvchining o'zgarish intervalini услови **n** bulev ifodasi turida, значение **n** intervalidagi funktsiyasining qiymatin aniqlaydi.

Oxirgi parametr значение-иначе qolgan zatlik o'qi paramertidagi funktsiya to'rini aniqlaydi.

$$f(x) = \begin{cases} -1 & x \leq 1 \\ x^2 & -x < -1 \text{ va } x < 2 \\ 3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

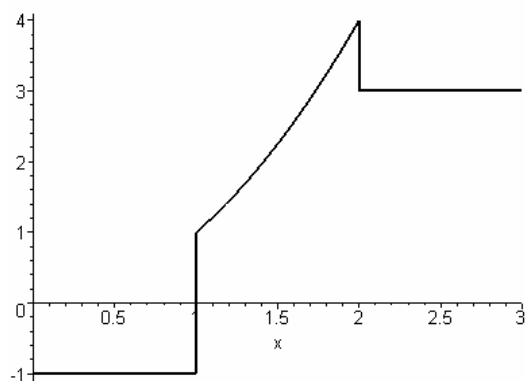
Komandani bajarish qo'yidagicha

> **f:=x->piecewise(x<=1, -1, 1<x and x<2, x^2, 3);**

f:= x → piecewise(x ≤ 1, -1, 1 < x and x < 2, x², 3)

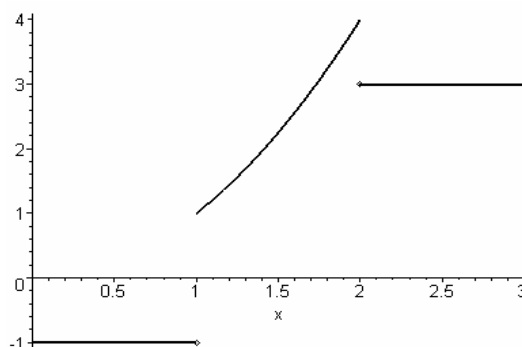
SHu funktsiyaning grafigini tasvirlayik

> **plot(f(x), x=0..3, color=black, thickness=2);**

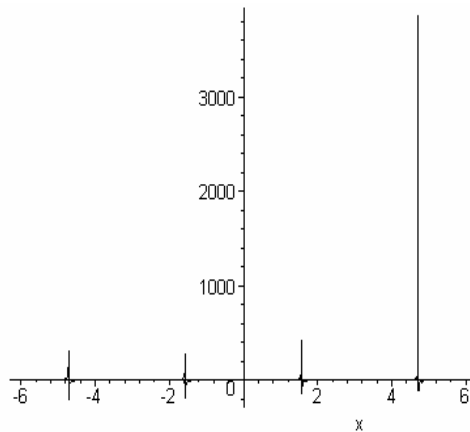


Maple bo'linish nuqtasidan vertikal chiziqni chizib, kesish nuqtasi dan ung va shap funktsiya qiymatini biriktiradi. Bunda biz **discont,true** opsiyasini foydalanamiz.

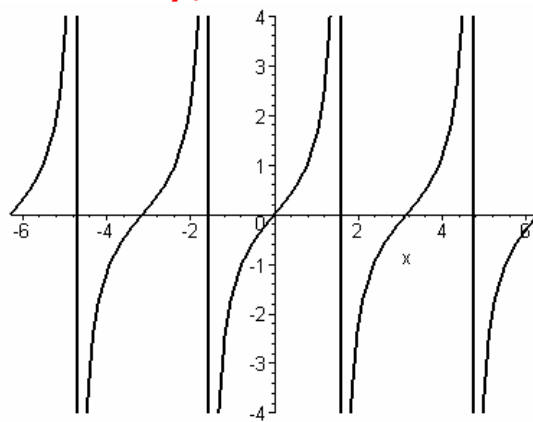
> **plot(f(x), x=0..3, color=black, thickness=2, discont=true);**



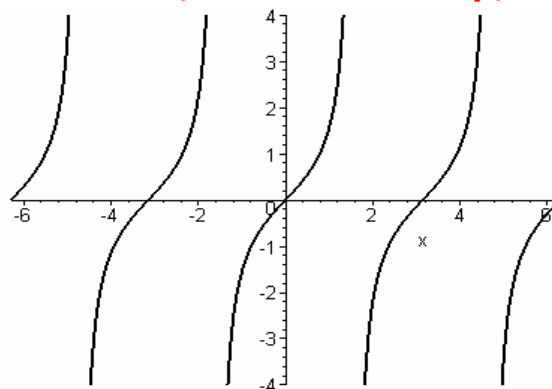
```
> plot(tan(x),x=-2*Pi..2*Pi, color=black);
```



```
> plot(tan(x),x=-2*Pi..2*Pi, -4..4,
color=black,thickness=2);
```



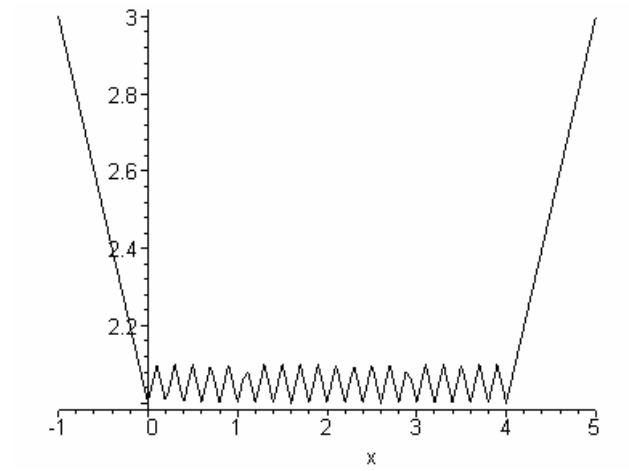
```
> plot(tan(x),x=-2*Pi..2*Pi, -4..4,
color=black,thickness=2,discont=true);
```



```
> s:=Sum((-1)^i*abs(x-i/10),i=0..40);
```

$$s := \sum_{i=0}^{40} (-1)^i \left| -x + \frac{1}{10} i \right|$$

```
> plot(value(s), x=-1..5, color=black);
```



5. O'ch o'lshovli grafika

Plot3d() komandasi

Ikki o'zgaruvchili funktsiya fazoda o'ch uzgaruvchili funktsiyaning xususiy holidir, bu erda ikki o'qi ikki nomalunga mos keladi, al o'shunchi o'qi esa funktsiyaning qiymatiga mos keladi. Maple da ikki o'zgaruvchili vizual funktsiya ustida manna shunday amallar **plotqd()** komandasi bilan bajariladi. Uning bajarilishi bir uzgaruvchili funktsiyaning tasvirlanishining **plot()** komandasida bajarilganidek, standart kutubxonada joylashgan, shuning uchun hoqlagan vaqtda qullanish mumkun. Bu komanda funktsiyaning aniq turda va parametr ko'rinishida berilsa ham grafigini aniq tasvirlaydi.

plot3d (expr,x=a..b,y=c..d, options)

expr algabrik ifodani yoki ikki uzgaruvchili funktsiyani tasvirlaydi, bu erda ikkinchi va o'shunchi parametrlari orqali aniqlanuvchi x va u o'zgaruvchilarining nomlarini atash kerak.

```
> plot3d((x,t)->cos(x)*sin(t),-1..1,-1..1);
```

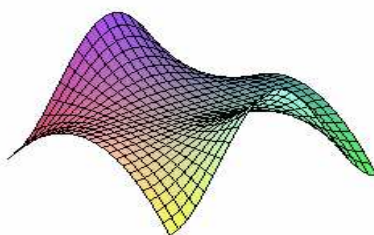
Bunda aytish lozimki **expr** parametrli ifoda ham, funktsiya ham o'zida aniqlanmagan uzgaruvchilarni saqlamasligi kerak. Diapozonning shegaralari sonlar bilan beriladi. Bu erda birinchi o'zgaruvchiga bog'liq holotda, ikkinshi eriksiz o'zgaruvchi ifoda bulishi mumkun. Bu holda ikki uzgaruvchili funktsiyaning grafigi tug'ri burchakli sohada emas, balki to'rt burchakda tasvirlanadi. Bunda karama-qarshi shegaralari igri chiziqlardan tashkil topadi. Masoli qo'yidagi komanda

```
> plot3d(cos(x)*sin(t),x=-1..1,t=-5..x^2);
```

Bu komanda bir shegarasi paraboladan iborat funktsiyaning grafigini tasvirlaydi.

```
> f:=cos(x)*y^2:  
> plot3d(f(x,y),x=-3..3,y=-3..3,title="график  
функции\nz=cos(x)*y^2");
```

график функции
 $z = \cos(x) * y^2$



plots paketining o'ch o'lshovli komandasi

Fazoda Dekart koordinatalar sistemasidan boshqa da koordinatalar sistemasi qo'llaniladi. Ko'p hollarda tsilindrik va sferik koordinatalar sistemi qo'llaniladi. **Plots** paketida shu koordinatalar sistemasida ikki beg'araz o'zgaruvchi funktsiyaning grafigini tasvirlavchi maxsus komandalar mavjud. **Cylipdrplot()** va **sphereplot()**

TSilindrik koordinatalar sistemasida nuxtaning holidagi uning radiusi vektorning xy tekisligiga proektsiyaning burilish burchagi θ ning holi bilan belgilanadi. xy tekisligiga proektsiya, x o'qining o'ng yo'nalishi shu proektsiyaning r uzunligi va z nuqtasining koordinatalarining qiymatiga nisbatan aniqlanadi. **cylipderplot()** komandasi aniq ko'rinishda berilgan funktsiyaning ko'rinishini tekislikda tasvirlaydi, yoki u r ning koordinatalari θ va z dan parametrik ko'rinishdagi g'arazsigin ifodalaydi.

Bunda har bir koordinata ikki parametrlarning funktsiyasi sifatida aniqlaydi. Funktsiya ravshan ko'rinishda berilgan holda komanda qo'yidagi sintaksisga ega bo'ladi.

cylinderplot(r-exp,theta=диапазон, z=диапазон)

Bunda birinchi argument **r exp**– ikki o'zgaruvchining **theta** va **z** funktsiyasining ravshan ko'rinishda berilgan ifodasi.

Parametrik funktsiya uchun uning boshqa shakli qullaniladi yoki u erda birinchi argument o'shunchi elementli sintaksisdan turadi. U betlikning tsilindrik koordinatalar sistemasi bulgan betlikning o'shunchi koordinatasini ikki parametrga

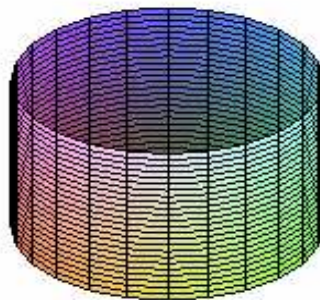
g'arazli ko'rsatadi. Al kelgusi ikki argument betlikning o'zgarish parametrining diapozonin aniqlaydi.

cylinderplot([r-exp,theta-expr,z-expr],param1=диапозан, param2=диапозан)

Barcha grafik komandalar singari ko'rsatilgan argumentdan boshqa o'sh o'lshamli grafikaning hoqlagan operatsiyalarin qo'llanish mumkun. Qo'yidagi misolda betlikning tsilindrik koordinatalar sistemasida yasalishi demanstratsiyalangan.

Misol. Tsilindrik koordinatalar sistemasining betlik yasalishi.

```
>#Круговой цилиндр радиуса 1 и высотой 2.  
> with(plots):  
cylinderplot(1, theta=0..2*Pi, z=-1..1);
```



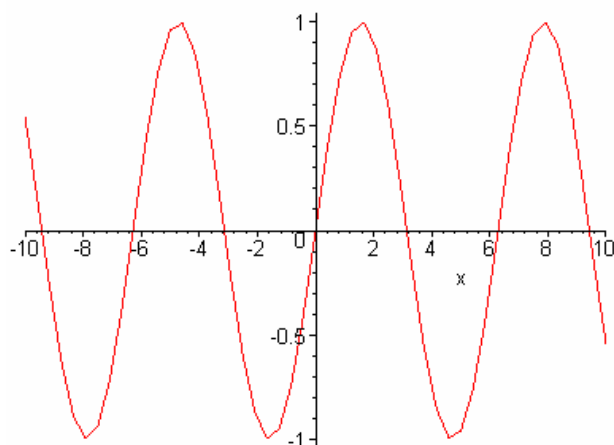
6. Amaliy mashqlarni bajarish

1. $y = \sin xt$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash.

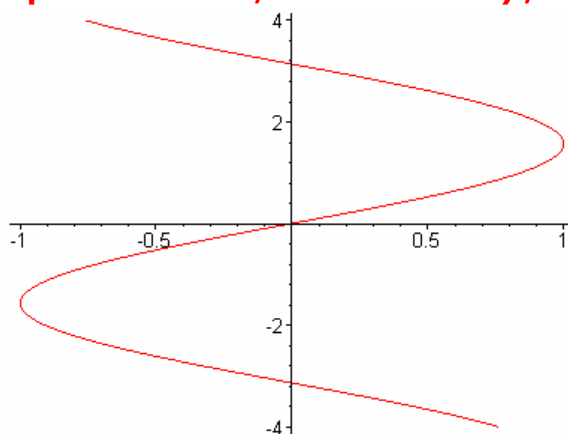
> **with(plots):**

> **animate(sin(x*t), x=-10..10, t=1..2, frames=50);**

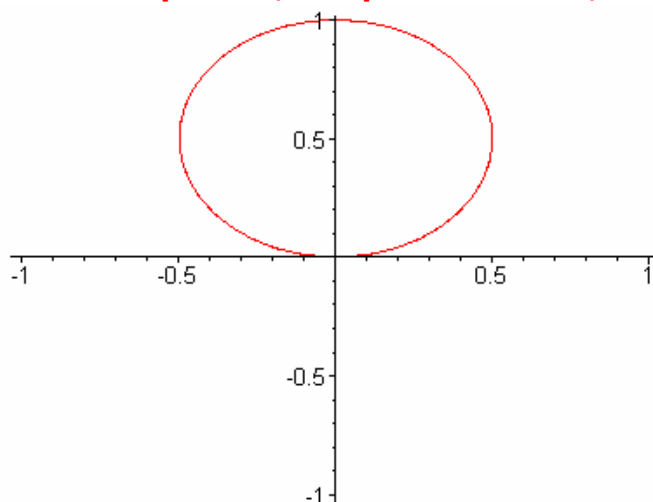
Warning, the name changecoords has been redefined



> **animate([sin(x*t), x, x=-4..4], t=1..4, numpoints=100, frames=100);**

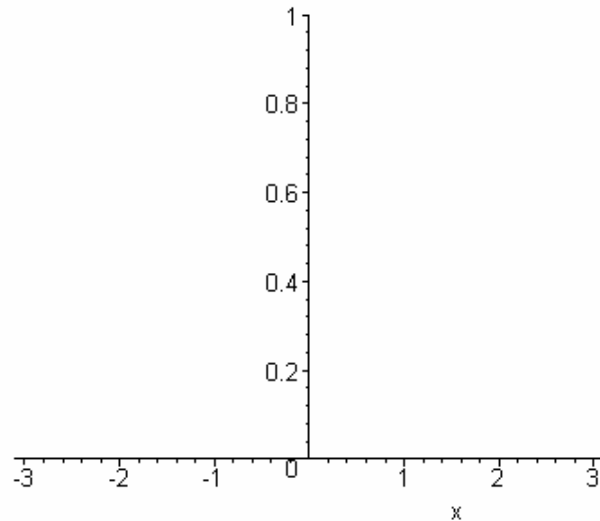


> **animate([sin(x*t), x, x=-4..4], t=1..4, coords=polar, numpoints=100, frames=100);**



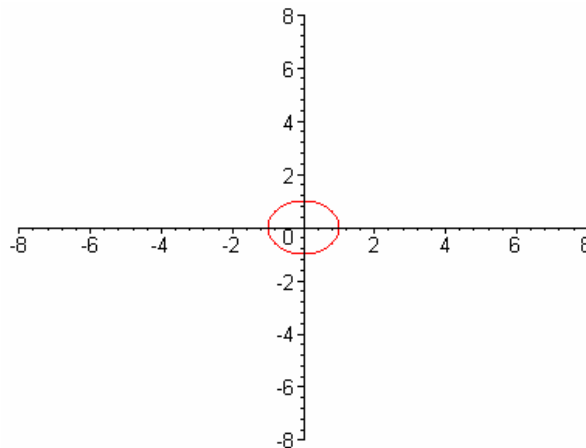
2. $y = \sin 5xt$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

> **animate(sin(5*x*t), x=-3..3, t=0..1, view=0..1);**



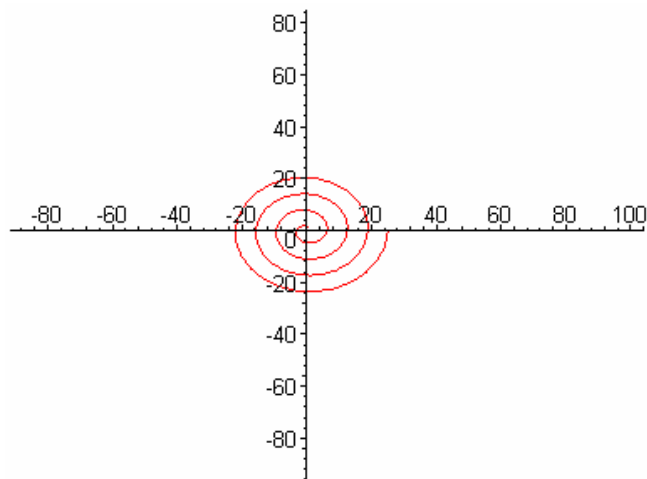
3. $y = u \sin t, y = u \cos t$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

> **animate([u*sin(t), u*cos(t), t=-Pi..Pi], u=1..8, view=[-8..8, -8..8]);**



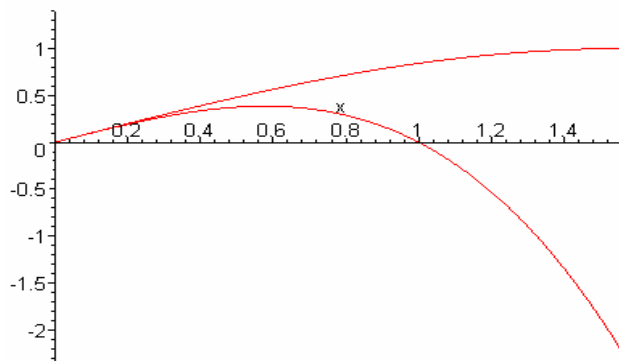
4. $y = ut$ funktsiyaning grafigini yasash va animtsiyalash

> **animate([u*t, t, t=1..8*Pi],
u=1..4, coords=polar, frames=60, numpoints=100);**



5. $y = \begin{cases} x - x^3/u \\ \sin ux \end{cases}$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

```
> animate( {x-x^3/u,sin(u*x)}, x=0..Pi/2,u=1..16 ,color=red);
```



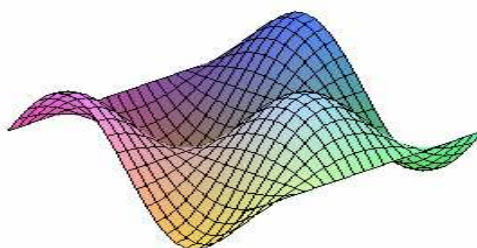
6. $s = 100/(100 + (t - p_i/2)^2)$, $r = s(t)(2 - \sin 7t - \cos(30t)/2)$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

```
> s := t->100/(100+(t-Pi/2)^8): r := t -> s(t)*(2-  
sin(7*t)-cos(30*t)/2):  
animate([u*r(t)/2,t,t=-  
Pi/2..3/2*Pi],u=1..2,numpoints=200,coords=polar,axes=no  
ne,color=black);
```



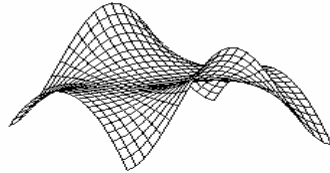
7. $f(x,y) = \cos xy^2$ funktsiyaning grafigini yasash va animtsiyalash

```
> with(plots):  
animate3d(cos(t*x)*sin(t*y),x=-Pi..Pi, y=-  
Pi..Pi,t=1..2);
```



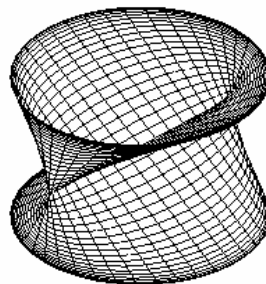
```
> plot3d(f(x,y),x=-3..3,y=-3..3,style=hidden,color=black,orientation=[60,65],title="график функции\nz=cos(x)*y^2");
```

график функции
z=cos(x)*y^2



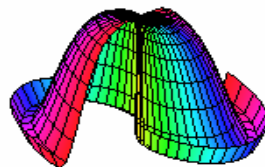
8. $y = \sin x$, $z = \cos x \sin y$, $t = \sin y$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

```
> plot3d([sin(x),cos(x)*sin(y),sin(y)],x=-Pi..Pi,y=-Pi..Pi,style=hidden,color=black,grid=[40,40]);
```

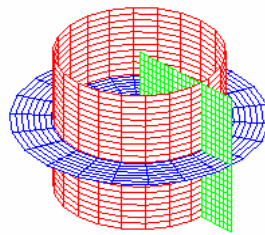


9. $y = z\theta$, $y = \cos z^2$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

```
> cylinderplot([z*theta,theta,cos(z^2)],theta=0..Pi,z=-2..2, color = theta);
```

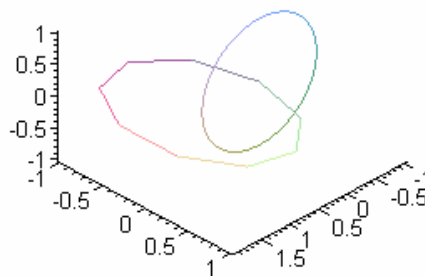


```
> #Цилиндрическая система координат.  
> coordplot3d(cylindrical);
```



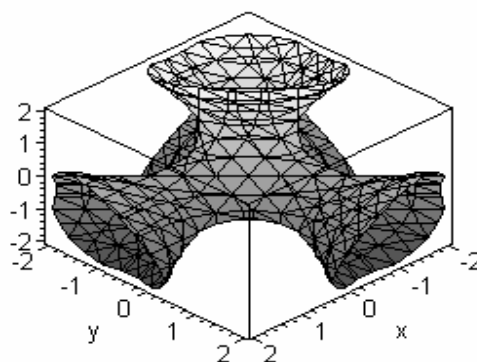
10. $y = \sin t, y = \cos t$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

```
> with(plots):
spacecurve([sin(t), 0, cos(t), t=0..2*Pi], [cos(t)+1, sin(t), 0, numpoints=10]), t=-Pi..Pi, axes=FRAME);
```



11. $f = x^3 + y^3 + z^3$ funktsiyaning grafigini yasash va animatsiyalash

```
> with(plots):
implicitplot3d( x^3 + y^3 + z^3 + 1 = (x + y + z + 1)^3, x=-2..2, y=-2..2, z=-2..2, shading
=ZGRAYSCALE, axes=BOXED, grid=[13,13,13]);
```



Foydalanilgan adabiyotlar

1. А. Матросов MAPLE 6 . Решение задач высшей математики и механики. М., 2001, 526 с.
2. М. Aripov Informatika va hisoblash texnikasi asoslari. Т., 2001, 370 б.
3. А. Abdullaev, J.Juginisova, М. Allamberganova, М. Urazbaeva MAPLE sistemasida hujjatlarni yaratishni o'rgatish metodikasi (uslubiy qo'llanma) Nukus, 2005y
4. О.О. Замков. Математические методы в экономике. М., 1999, 365 с.
5. Д. Кристофер. Введение в эконометрику. М., 1999, 402 с.
6. А. Ахмедов, Н. Тайлаков. Информатика. Т., 2001, 272 б.

