

**O`ZBEKSTAN RESPUBLIKASI JOQARI HA`M ORTA ARNAWLI
BILIMLENDIRIW MINISTRLIGI**

NO`KIS MA`MLEKETLIK PEDAGOGIKALIQ INSTITUTI

MEXANIKA

pa`ni boyınsha lektsiya tekstleri

Pa`n oqitiwshisi:

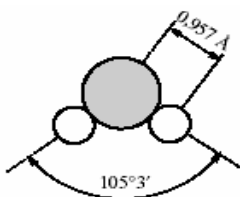
Orinbetov N

No`kis 2010

KIRISIW

Fizika ta'biyat haqqındag'ı ilim bolıp tabıladı. Bul ilim bizdi qorshap turg'an du'n`yanı tu'siniw ha'm ta'riplewge umtılwıların` saldarınan payda boldı. Al bizin` du'n`yamız bolsa og`ada quramalı ha'm qızıqlı: Qu'yash ha'm Ay, ku`ndiz ham tu'n, bultlar, ten`izler, tereklerdin` shawqımları, samal, tawlar, jer silkiniwleri, jamg`ır, hayu`anlar ha'm o`simlikler du'n`yası, okenlardag'ı tasıwlar menen qaytıwlar, en` aqırında adam. Adamlar usı du'n`yanın` bir bo`legi retinde usı du'n`yanın` qanday du`ziliske ha'm qa`siyetlerge iye ekenligin biliwge umtıladı. Bul mu`mkin be? Bul sorawg'a mu`mkin dep juwap beriwdin` durıs ekenligin biz bilemiz. Biz ku`ndelikli ta`jiriybelerden du'n`yanın` biliwge bolatug`ınlıg`ın, bizin` a`tirapımızda bolıp aturg'an ko`p tu`rli kubılıslardın` tiykarında jatatug`ın fizikalıq nızamlar haqqında ko`p na`rsenin` belgili ekenligin bilemiz.

Al biz ne bilemiz? Biz bizdi u`qorshap turg'an denelerdin` barlıg`ının` da **atomlardan** turatug`ınlıg`ın bilemiz. Atomlar du'n`yanın` du`zilisindegi gerbishler bolıp tabıladı. Olar zliksiz kozg`alısta boladı, u`lken qashıqlıqlarda bir birine tartıladı, al olardı jaqınlatsaq bir biri menen iyterisedi. Atomnın` o`lshemi shama menen  $10^{-8}$  sm  $\approx 1$  Å (angstrem, eger almanı Jerdin` u`lkenligindey etip u`lkeytsek, usı almanın` atomlarının` o`zlerinin` u`lkenligi almaday boladı). Suw molekulası  $N_2O$  vodorodtın` eki atomınan ha'm kislorodtı bir atomınan turadı



Suw molekulası

Atomlardı ko`re alamız ba? Tunnellik mikroskop dep atalıwshı mikroskoptın` ja`rdeminde 1981-jıllardan baslap ko`re alatug`ın boldıq.



Tunnellik mikroskop. Tunnellik toqtın` shaması iynenin` ushı menen bet arasındag'ı qashıqlıqqa baylanıslı.

Du'n`yanın` atomlardan turatug`ınlıg`ın biliwden qanday payda alamız? Mısalı qattı, suıyq, gaz ta`rizli zatların` ne sebepli bar ekenligin, sestin` kanday tezlik penen tarqalatug`ınlıg`ın, samolettın` nelikten usha alatug`ınlıg`ın, temperaturanın` ne ekenligin ha'm basqalardı bile alamızba?

Al atomlardın` o`zleri nelerden turadı? Bizler atomlardın` on` zaryadlang`an yadrodan ha'm onnı` do`gereginde qozg`alıp ju`retug`ın teris zaryadlang`an elektronlardan turatug`ınlıg`ın bilemiz. Elektronnın` o`lshemleri ha`zirgi waqıtlarg'a shekem o`lshengen joq. Tek g`ana onnı`  $10^{-16}$  sm den kishi ekenligi belgili. Yadronın` o`lshemleri og`an salıstırg`anda a`dewir u`lken – shama menen  $10^{-12}$  –  $10^{-13}$  sm. O`z gezeginde yadrolar protonlar menen

neytronlardan turadı. Atomnıń massasınıń derlik barlıg`ı yadroda toplang`an. Elektron bolsa proton yamasa neytronnan derlik 2000 ese jen`il:

$$m_p \approx m_n \approx 1,67 \cdot 10^{-28} \text{ г.}$$

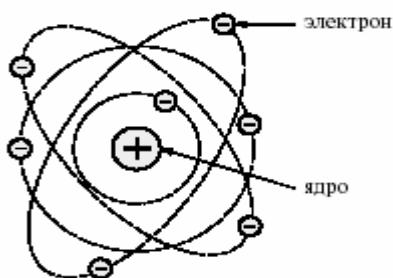
Da`l ma`nisleri:

$$m_e = 9,10938188(72) \cdot 10^{-25} \text{ g.}$$

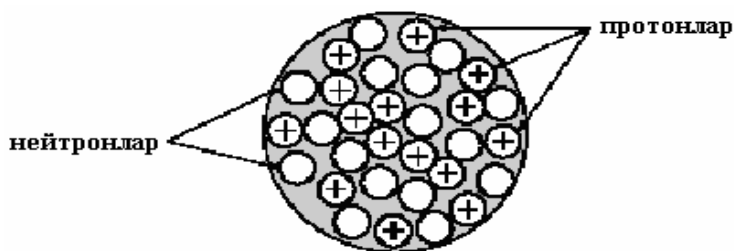
$$m_p = 1,67262158(13) \cdot 10^{-24} \text{ g.}$$

$$m_n = 1,67492716(13) \cdot 10^{-24} \text{ g.}$$

Bul an`latpalardan neytronnıń massasınıń protonnıń massasına u`lken ekenligi ko`rinip tur. Usıg`an baylanıslı neytron o`zinen o`zi protong`a, elektrong`a ha`m antineytrinog`a ıdıraydı (bul haqqında to`mende ga`p etiledi).



Atomnıń qurılısı.



Yadronıń qurılısı.

Protonlar menen neytronlardıń o`zleri nelerden turadı? dep soraw beriw mu`mkin. Juwap belgili. Olar kvarklerden turadı. Al elektron she? Elektron bolsa o`zinen baska hesh na`rseden turmaydı.

Biz usı jerde ha`zirshe neden turadı dep soraw beriwdi toqtatamız. Sebebi usınday sorawlar beriw arqalı adamzat biletug`ın sheklerge tez jetemiz ha`m bunnan keyin «bilmeymen, bilmeymiz» dep juwap beriwge tuwra keledi. Sonlıqtan atomlarga kayta kelemiz.

Atom degenimiz boslıq bolıp tabıladı. Eger atom yadrosın almanıń u`lkenligindey etip u`lkeytsek, onda yadro menen og`an jaqın elektron arasındag`ı qashıqlıq 1 km dey boladı. Eger yadro menen elektronlar zaryadlanbag`an bolg`anda atomlar bir biri arqalı biri birine hesh qandpay kesentsiz arqayın o`te alg`an bolar edi.

Joqarıda ayılğanlardıń barlıg`ı qay jerde (qay orında) jaylasqan? Ta`biyattıń barlıq kubılısları ju`zege keletug`ın «U`lken qutını» **A`lem** dep ataymız. A`lemnin` o`lshemleri  $10^{28} \text{ sm} \approx 10^{10}$  jaqtılıq jılı (jaqtılıqtıń 1 jıl dayaamında o`tken jolın`n` uzınlıg`ın jaqtılıq jılı dep ataydı). Salıstırıw ushın mınaday shamalardı keltiremiz: Quyash penen Jer arasındag`ı qashıqlıq $1,5 \cdot 10^{13} \text{ sm}$ yamasa 150 mln. km, Jerdin` radiusı bolsa  $6,4 \cdot 10^8 \text{ sm}$  (6400 km). A`lemnin` bizge baqlanıwı mu`mkin bolgan bo`limindegi protonlar menen neytronlardıń ulıwmalıq sanı shama menen  $10^{78}$ - $10^{82}$  aralıg`ında. Quyashtıń quramında $\approx 10^{57}$, al Jerdin` quramında  $\approx 4 \cdot 10^{51}$  proton menen neytron bar. A`lemnin baqlanıyay mu`mkin bolg`an

bo'limidagi Quyashning massasiday massaga iye juldizlarning sanı shama menen 10^{234} ke ten. En jen'il juldizlarning massası Quyashning massasının 0,01 in, al massası u'iken juldizlarning massası Quyashning massasınan ju'zlegen ese ulken.

Ha'mme na'rseler de, sonın ishin de bizler de atomlardan turamız. Tirishilik A'lemdegi en quramalı qubılıs bolıp tabıladı. Adam en bir kuramalı tirishilik iyesi bolıp, ol shama menen 10^{16} kletkadan turadı. Al kletka bolsa 10^{12} - 10^{14} atomnan turıp, elementar fiziologiyalıq kutisha bolıp tabıladı. Qa'legen tiri organizmnin kletkasına keminde bir dana DNK nın (dezoksiribonuklein kislotasının) uzın molekulası sabag'ı kiredi. DNK molekulasında 10^8 - 10^{10} atom boladı. Bul atomlarning bir birine salıstırğandag'ı da'l jaylasıwı individuumnan individuumga o'tkende o'zgeredi. DNK molekulasın genetikalıq informatsiyalardı alıp ju'riwshi dep atawg'a boladı.

Ta'sirlesiw tu'sinigin atom tu'siniginen ayırıwğ'a bolmaydı. Qattı denelerdegi atomlar bir biri menen kalay baylanısqan, ne sebepli Jer Quyashı taslap ketpey, onın do'gereginde aylanıp ju'redi (basqa so'z benen aytqanda nelikten alma u'zilip Jerge tu'sedi). Yadrodag'ı on zaryadlang'an protonlar bir biri menen iyterisetug'in bolsa da nenin ta'sirinde tarqalıp ketpeydi? Olardı bir jerde (yadroda) qanday ku'sh uslap turadı?

Usı waqıtlag'a shekem ta'biyatta ta'sirlesiwding to'rt tiykarg'ı tu'ri tabılğ'an:

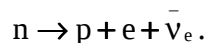
elektromagnit, gravitatsiyalıq, kushli ha'm a'zzi.

Birinshi ta'sirlesiw zaryadlang'an bo'leksheler arasındag'ı ta'sirlesiwdi ta'miyinleydi. Eger siz barmag'ınız benen stoldı basatug'in bolsanız, siz elektromagnitlik ta'biyatqa iye bolgan ta'sirlesiwdi sezesiz. Bunday ta'sirlesiwde tartısıw menen iyterisiw orın aladı.

Gravitatsiyalıq ta'sirlesiw tiykarınan pu'tkil du'n'yalıq tartısıw nızamı tu'rinde ko'rinip, barlıq waqıtta da tartısıwdı ta'miyindeyli (gavitatsiyalıq iyterisiw hazirshe baqlang'an joq). Almanın u'zilip Jerge tu'siwi bug'an da'lil bola aladı. Jer menen Quyash arasındag'ı tartısıw Jerdi Quyash a'tirapındag'ı orbita boyınsha aylanıp ju'riwge ma'jbu'rleydi. Salmaq qushi de juldizlarning janıwına alıp keletug'in ku'sh bolıp tabıladı. Bul tartılıs ku'shi atom yadrolarının bir birine jakınlawı ushın za'ru'rli bolğ'an kinetikalıq energiyanı beredi. Al usı kinetikalıq energiyanın esabınan termoyadroliq sintez reaksiyası baslanadı. Al termoyadroliq sintez reaksiyası bolsa A'lemdegi juldizlarning ko'pshiliginin energiyalarının deregi bolıp tabıladı.

Tek qısqa aralıqlarda g'ana ta'sirlesiwdi boldırıwı ku'shli ta'sirlesiwding basqa ta'sirlesiwlerden parqı bolıp tabıladı. Onın ta'sir etiw radiusı shama menen 10^{12} - 10^{13} sm ke ten (yag'ny atom yadrolarının o'lsheplerindey aralıqlar). Bul protonlar menen neytronlar (olardı ulıwma tu'rde nuklonlar dep ataydı) arasındag'ı ta'sirlesiw barlıq waqıtta da tartısıw xarakterine iye boladı.

En akırg'ı ta'sirlesiw a'zzi ta'sirlesiw bolıp tabıladı. A'zzi ta'sirlesiw arqalı baqlanıwı dım kıyın bolğ'an (baska so'z benen aytqanda tuttırmaytug'in) neytrino zatlar menen ta'sirlesedi. Bul bo'lekshe kosmos ken'liginde qozğ'alısı barısında Jer menen soqlıg'ısqanda Jerdi sezbeydi ha'm Jer arkalı o'tip kete beredi. A'zzi ta'sirlesiw ko'rinetug'in protsesstin misalı retinde neytronning β -ıdırayın atap o'tiwge boladı. A'zzi baylanıstı esapqa alg'anda neytron turaqlı bo'lekshe emes, al shama menen 15 minut o'tkennen keyin proton, elektron ha'm antineytrinog'a ıdıraydı:



Son'g'ı waqıtları teoretiklerdin tırısıwları menen elektromagnit ha'm a'zzi ta'sirlesiwlerdi biriktiriw sa'ti tu'sti. Bul tiykarg'ı ta'sirlesiwlerdin sanın u'shke kemeytedi. Bul ta'sirlesiwlerdin salıstırmalı ku'shi to'mendegidey: eger yadrodag'ı nuklonlar (protonlar menen neytronlar) arasındag'ı salıstırmalı ta'sirlesiwdi birge ten dep alsaq, onda kelesi

ku'shke elektromagnit ta'sirlesiw iye bolıp, ol 10^{-2} ge ten', bunnan keyin a'zzi baylanis ju'redi (10^{-5}). Usınday ma'niste gravitatsiyalıq ta'sirlesiw en' a'zzi baylanis bolıp tabıladı ha'm onın salıstırmalıq ma'nisi shama menen 10^{-40} ka iye.

Qu'shli ta'sirlesiwidin' ta'biyatı usı waqıtlarg'a shekem tolıq tu'sinikli emes bolıp qalmaqta. Durısırag'ı onın' teoriiyası usı waqıtlarg'a sheke qurılmag'an. Biraq usıg'an qaramastan adamzat atom bombasın sogıp yadrolıq ku'shlerdi paydalanıwdı u'yrendi. Atom bombasın yadro bombası dep atasaq durıs bolg'an bolar edi. Sebebi sol bombanın' partlanıwı yadroda bolatug'ın protsessler – yadrolardıń bo'liniwi ha'm birigiwi menen baylanisli. Al ta'biyat bolsa bul ku'shlerdi paydalanıwdı a'lle qashan-aq u'yrengen. Quyashtag'ı termoyadrolıq reaksiya Jerdegi jıllılıqtın' deregi.

Ha'zirgi zaman fizikasına kirgizilgen a'hmiyetli tu'siniklerdin' biri **maydan** tu'sinigi bolıp tabıladı. Hesh qanday bo'lekshelerge iye emes, sonlıqtan bos dep esaplanatug'ın ken'islikler shın ma'nisinde «bos» bolıp tabılmaydı. Mısalı bo'lekshelerden bos ken'islikte ha'r qıylı maydanlardın' bolıwı mu'mkin. Usının' mısalı elektromagnitlik maydan bolıp tabıladı. Bul maydanlar o'zlerin payda etken bo'lekshelerden g'a'rezsiz o'zinje jasay aladı. Ha'zir jaqsı belgili bolgan elektromagnit tolqındarı maydannın' jasawının' forması bolıp tabıladı. Bul elektromagnit tolqınları bizin' turmısımızg'a teren'nen endi. Usının' saldarınan radio menen televidenie bizge avtomobil' sıyaqlı ta'biyiy bolıp ko'rinedi.

Gravitatsiyalıq tolqınlar eksperimentte ele tabılğ'an joq. Biraq Eynshteynnin' salıstırmalıq teoriiyasına muwapıq bunday tolqınlar ta'biyatta boladı. Shaması, ko'p uzamay gravitatsiyalıq tolqınlar eksperimentte so'zsiz tabıladı.

Jerge qayıtp kelemiz. Jerdegi og'ada ko'p bolg'an qubılıslardı qanday tasirlesiw anıqlaydı? degen sorawg'a itibar bereyik. Gravitatsiyalıq ta'sirlesiw en' a'zzi ta'sirlesiw bolıp tabıladı, biraq bul ta'sirlesiw bizin' Jer betinen Kosmos ken'isligine uship ketpewimizdi ta'miyinleydi. Bunday ma'niste gravitatsiyalıq ta'sirlesiw Jerdin' betinde bizdi, suwdı, hawanı uslap turadı. Jerdegi yadrolıq ta'sirlesiw og'ada ku'shli. Eger onday bolmag'anda usı ta'sirlesiw menen baylanisli bolg'an og'ada gigant energiya barlıq tirishilikti joq kılıp jiberen bolar edi.

Solay etip Jerde bolıp atırg'an derlik barlıq protsesslerdi qozg'alısqa keltiretug'ın tiykargı ku'sh elektromanit ta'sirlesiw ha'm usı ta'sirlesiwidin' saldarınan ju'zege kelgen qubılıslar bolıp tabıladı. Bul ku'shlerdi biliw ximiyalıq reaksiyalardı, biologiyalıq protseslerdi (demek tirishilikti de), hawa menen suwdın' qozg'alısın, ha'tte jer silkiniwdi de tu'siniwdin' tiykarı bolıp tabıladı. Usı aytilganlar ishindegi keyingi u'shewinin' ju'zege keliwinde gravitatsiyalıq ku'shler ahmiyetli orındı iyeleydi (mısalı hawanın' atmosferadag'ı konvektivlik ag'ısların payda etiwde). Al usı aytilg'anlardın' barlıg'ı da atom sıyaqlı kishi bo'lekshelerde yamasa sistemalarda a'hmiyetke iye bolmay qaladı. Bul jerde elektromagnitlik ta'sirlesiw tiykarg'ı orındı iyeleydi.

Elektronlar menen yadro tartısatug'ın bolsa da nelerdin' sebebinen sol elektronlar yadrog'a qulap tu'speydi? dep soraw beriledi. Ra'sında da atomnın' o'lishemin (shama menen 1 angstromge ten') ne anıqlaydı? Usının' sebebin Quyashtın' do'geregindegi Jerdin' aylanıp ju'riwi menen birdey dep oylaw mu'mkin. Jer aylanadı ha'm Quyashqa qulap tu'speydi. Biraq bul jerde bir a'hmiyetli problema tur. Problema sonnan ibarat, tezleniw menen qozg'alıwshı zaryadlang'an bo'lekshe o'zinen elektromagnit tolqını tu'rinde energiyanı nurlandıırıwı kerek. Radio esittiriwlerdi, televiziyalıq ko'rsetiwlerdi tarqatıyashı antennalar tap usınday etip sog'ılğ'an. Bul antennalar arqalı o'zgermeli toq o'tkeredi ha'm sonlıqtan olar elektromagnit toqınların nurlandıradı. Bul nurlardı bolsa bizler televizorlarımız yamasa radioqabıllag'ıshlarımızdın' ja'rdeminde tutamız. Bul toqınlar o'zleri menen energiya alıp ketedi. Usının' saldarınan elektronnın' aqır-ayag'ında yadrog'a qulap tu'siwi kerek. Biraq bunday kubılıs baqlanbaydı. Atom salıstırmalı tu'rde turaqlı. Bunın' da'lili bizin' du'n'yada

bar ekenligimiz. Al atomnıń stabilliginıń sebebi nede? Sebep sonnan ibarat, elektronlardıń yadro do`geregindegi qozg`alısların basqaratug`ın nızamlar Jerdin` Quyash do`gereginde aylanıwın basqaratug`ın nızamlar emes. Atomlarda kvant mexanikasının` nızamları hu`kimlik qıladı.

Kvant mexanikası yamasa kvant fizikası XX a`sirdin` en` ullı ilimiy jetiskenliklerinin` biri bolıp tabıladı. Bul ilim mikrodu`n`yadag`ı bo`lekshelerdin` (yag`nıy elektron, atom usag`an kishi massag`a iye bo`lekshelerdin` ken`isliktin` kishi uchastkalarındag`ı qozg`alısları) qozg`alıslar nızamların ta`ripleydi. Kvant mexanikası o`z ishine dara jag`dayı sıpatında klassikalıq mexanikanı da alatug`ın ulıwmalıq ilim bolıp tabıladı. Al kvant mexanikasının` tiykarg`ı tastıyıqlawı nege alıp kelinedi? degen sorawdın` beriliwi mu`mkin. Bul soraw mına jag`dayg`a alıp kelinedi: bo`leksheler bir waqıtta koordinata menen impul`sın` anıq ma`nislerine iye bola almaydı. Yag`nıy kvant mexanikasında bo`lekshenin` traektoriyası tu`sinigi bolmaydı. Eger bo`lekshenin` koordinatasındag`ı anıqsızlıq Δx , al onın` impul`sının` anıqsızlıg`ı Δp bolsa, onda bul shamalar kvant mexanikasında

$$\Delta x * \Delta p \geq \hbar / 2$$

ten`sizligi menen sheklengen (bul 1927-jılı V.Geyzenberg ta`repinen ashılğ`an). $\hbar$ arqalı Plank turaqlısı belgilengen.

$$\hbar = 1,054571596(82) * 10^{-27} \text{ erg} * \text{sek}.$$

Anıqsızlıq qatnası dep atalatug`ın bul qatnas bizge bilay deydi: eger elektron yadrog`a qulap tu`sse (yadro ju`da` kishi bolg`anlıqtan) biz onın` koordinatasın bilgen bolar edik ha`m $\Delta x = 0$, al bunday jag`dayda impul`sın` anıqsızlıg`ı Δp sheksiz u`lken bolg`an bolar edi (∞) ha`m sonlıqtan elektron bul jag`dayda tartılıs ku`shlerin` jen`ip yadrodan ushıp ketken bolar edi. Al elektrondı lokalizatsiyalawdın` mu`mkinshiliginin` joqlıg`ı (yag`nıy elektrondı bir oring`a jaylastırıw haqqında ayılmaqta) aqırğ`ı esapta elektronnın` haqıykatında bo`lekshe emes, al tolqın ekenligi menen baylanıslı (ba`ri bir elektrondı bo`lekshe dep esaplag`an qolaylı, biraq bul bo`lekshe o`zin tolqıng`a uqsas etip ko`rsetetug`ınday ayırıqsha qa`siyetlerge iye). Bul tolqındı de Broyl` tolqını dep ataydı ha`m onın` tolqın uzınlıg`ı

$$\lambda = \frac{\hbar}{p}$$

g`a ten`. Bul formulada p arqalı elektronnın` impul`sı belgilengen. Al tolqındı bolsa ken`islikte tolqın uzınlıg`ınan kishi o`lshemlerge shekem lokalizatsiyalawg`a bolmaydı.

Endi atomnıń o`lshemlerin` bahalayıq. Bunın` ushın  $\Delta r * \Delta p \approx \hbar$  anıqsızlıq printsipinen paydalanamız. Bul an`latpada Δr arqalı elektronnın` koordinatasının` anıqsızlıg`ı belgilengen, al  $\Delta p$  onın` impul`sının` anıqsızlıg`ı. Shamasının` u`lkenligi boyınsha  $\Delta r \approx r$  ha`m $\Delta p \approx p$. Bul an`latpalardag`ı r yadrodan elektrong`a shekemgi xarakterli qashıqlıq (yag`nıy atomnıń u`lkenligi), al  $p$  bolsa elektronnın` impul`sının` xarakterli ma`nisi. Kulon maydanındag`ı qozg`alısta potentsial energiyanın` shaması kinetikalıq energiyanın` shamasına barabar boladı. Sonlıqtan  $r$  ha`m p di anıqlaw ushın eki qatnasqa iye bolamız:

$$\begin{cases} \frac{e^2}{r} \approx \frac{p^2}{2m}, \\ r * p \approx \hbar. \end{cases}$$

Birinshi an`latpadan  $p = \sqrt{2me^2/r}$  ekenligine iye bolamız. Bul shamalı ekinshi ten`lemege koyıp mınanı alamız:

$$r \approx \frac{h^2}{2me^2}.$$

Juwiq tu`rde  $h \approx 10^{-27}$  erg\*sek,  $m \approx 10^{-27}$  g ha`m $e \approx 5 \cdot 10^{-10}$ SGSE. Bul shamalardı aling`an an`latpalarg`a qoysaq

$$r \approx 10^{54} / (10^{-27} \cdot 25 \cdot 10^{-20}) \text{ sm} = 10^{-7} / 25 \text{ sm} = 0,4 \text{ \AA}$$

shamasın alamız. Solay etip anıqsızlıq printsipinin` arqasında atomnın` turaqlı ekenligine iye bolamız.

Kvant mexanikası ximiyalıq ha`m biologiyalıq protseslerdi tu`siniw ushın za`ru`rli. Demek kant mexanikası bizin` du`zilimizdi tu`siniw ushın za`ru`rli degen so`z. Biraq bul mexanikanı u`yreniw salıstırmalı kuramalı bolg`anlıqtan a`piwayı bolg`an klassikalıq mexanikanı u`yreniwden baslaw kerek. Al biz bul kursta bolsa sol klassikalıq mexanikanı u`yrenemiz.

Mexanika denelerdin` qozg`alısı menen ten` salmaqlıg`ı haqqındag`ı ilim bolıp tabıladi.

Ulıwma fizika kursının` «Mexanika» bo`limi boyınsha lektsiyalar O`zbekstan Respublikası universitetlerinin` fizika qa`nigeligi studentleri ushın du`zilgen oqıw bag`darlaması tiykarında du`zildi. Kurstı u`yreniw barısında studentler noqat kinematikasınan baslap materiallıq noqatlar sisteması kinematikası, dinamikanın` barlıq tiykarg`ı nızamları ha`m da`stu`rge aylang`an joqarı oqıw orınları mexanikası materialları menen tanısadı.

Kurstı o`tiw barısında relyativistlik mexanikag`a a`dewir itibar berilgen. Studentler Lorents tu`rlendiriwleri ha`m onnan kelip shıg`atug`ın na`tiyjeler, relyativistlik qozg`alıs ten`lemesi, joqarı tezlikler ushın saqlanıw nızamların tolıg`ıraq u`yrenedi.

Lektsiyalar tekstlerinde za`ru`rli bolg`an formulalar tiykarınan SI ha`m SGS sistemalarında jazılğ`an.

Matematikalıq an`latpalardı jazıw kitaplarda qollanılatug`ın shriftlarda a`melge asırılğ`an. Vektorlar juwan ha`riplerde jazılğ`an. Mısalı $\mathbf{v}$ tezlik vektorına sa`ykes keletug`ın bolsa, $\mathbf{v}$ sol vektordın` san ma`nisin beredi.

Bo`lshek belgisi retinde ko`birek / belgisi qollanılg`an. Biraq tiyisli orınlarda  $\frac{1}{\mu}$  yamasa  $\frac{1}{2}$  tu`rdegi jazıwlar da paydalanıladi. Sol sıyaqlı tuwındılardı belgilew ushın da eki tu`rli

jazıw usılı keltirilgen. Mısalı $\frac{d}{dt}$ yamasa $\frac{\partial}{\partial t}$ (dara tuwındılar jag`dayında  $\frac{\partial}{\partial t}$ ) belgileri. Bul jazıwların` barlıg`ı da lektsiya tekstlerin oqıwdı jen`illestiriw ushın paydalanılğ`an.

Lektsiyalardı du`ziwde tariyxıy a`debiyat ken` tu`rde paydalanıldı. Ma`selen N`yuton nızamları bayan etilgende onın` 1686-jılı birinshi ret jarıq ko`rgen «Natural filosofıyanın` matematikalıq baslaması» («Natural filosofiya baslaması» dep te ataladı) kitabınan aling`an mag`lıwmatlar paydalanıladi. Sonın` menen birge lektsiya kursı 19-a`sirdin` aqırında jazılğ`an Petrograd universiteti professorı O.D.Xval`sonnın` «Fizika kursı» kitabınan mag`lıwmatlar keltirilgen. Bul mag`lıwmatlar fizika ili mine bolg`an ko`z-qaraslardın` qanday o`zgerislerge ushırag`anlıg`ın ayqın sa`wlelendiredi.

Joqarıda ayılğ`anlar menen bir qatarda lektsiya tekstlerin tayarlawda son`g`ı waqıtları rawajlang`an eller joqarı oqıw orınları menen kolledjlerinde ken`nen tanılğ`an a`debiyatlar da qollanıldı. Olardın` ishinde ekewin atap o`temiz:

1. David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker. Fundamentals of Physics. John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore. 1184 p.

2. Peter J. Nolan. Fundamentals of College Physics. WCB. Wm. C. Brown Publishers. Dubuque, Iowa. Melbourne, Australia. Oxford, England. 1070 p.

Sonın menen birge lektsiyalar testleri tayarlang`anda internet arqalı aling`an jan`a materiallar da paydalanıldı (mısalı gravitatsiya turaqlısı ushın aling`an en` keyingi da`l ma`nis).

Lektsiyalar kursın tayarlawda tiykarınan to`mendegi oqıw quralları menen sabaqlıqlar bassılıqqa alındı:

A.N.Matveev. Mexanika i teoriya otnositel`nosti. «Vısshaya shkola». Moskva. 1976. 416 s.

I.V.Savel`ev. Kurs obshey fiziki. Kniga I. Mexanika. Moskva. "Nauka". 1998. 328 s.

I.V.Sivuxin. Kurs fiziki. T. 1. Mexanika. Molekulyarnaya fizika. Spb.: TOO «Mifril», 1996, 304 s.

D.V.Sivuxin. Obshiy kurs fiziki. Tom I. Mexanika. Izd. «Nauka». Moskva. 1974. 520 s.

S.P.Strelkov. Mexanika. Izd. «Nauka». Moskva. 1975. 560 s.

S.E.Xaykin. Fizicheskie osnovı mexaniki. Izd. «Nauka». Moskva. 1971. 752 s.

Qosımsha a`debiyatlar:

L.D.Landau, A.I.Axiezer, E.M.Lifshits. Kurs obshey fiziki. Mexanika i molekulyarnaya fizika. Iz. «Nauka». Moskva. 1969. 399 s. (Qaraqalpaqsha awdarması L.D.Landau, A.I.Axiezer, E.M.Lifshits. Ulıwma fizika kursı. Mexanika ha`m ha`m molekulalıq fizika. B.A`bdikamalov ta`repinen 2002-jılı awdarılǵan. Elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında).

D.A.Parshin., G.G.Zegrya. Lektsii po mexanike. Rossiyskaya Akademiya nauk, Fiziko-texnicheskiy institut im.A.F.Ioffe, Nauchno-obrazovatel`niy tsentr (Internetten aling`an, elektronlıq versiyası universitet kitapxanasında).

1-sanlı lektsiya.

§ 1. Fizika iliminin` ma`seleleri, modelleri ha`m usılları

1. Fizikanın` ma`seleleri.

2. Abstraktsiyalar ha`m fizikalıq modellerdin` sheklengenligi.

3. Fizikanın` metodları (usılları).

Fizikanın` ma`seleleri. Ku`ndelikli turmısta ha`m a`meliy xızmet etiw barısında ha`r qıylı fizikalıq ob`ektler, qubılıslar, situatsiyalar ha`m olar arasındag`ı baylanıslar menen ushırasıwının` na`tiyjesinde adam o`z sanasında usı ob`ektlerdin`, qubılıslardın`, situatsiyalardın`, olar arasındag`ı baylanıslardın` obrazlarınan turatug`ın model` payda etedi. Fizikalıq haqıyqatlıqtın` modelleri adam sanasında sananın` o`zinin` qa`lipleıwi menen birgelikte qa`lipleısti. Sonlıqtan usı modellerdin` bazı bir elementleri (mısalı ken`islik ha`m waqt tu`sinikleri) bizin` sanamızda teren`nen orın alg`an ha`m geypara filosoflar olardı sananın` formaları dep esapladı (al shın ma`nisinde sanadag`ı sırtqı du`n`ya elementlerinin` sa`wleleniwi bolıp tabıladı). Fizikanı ilim sıpatında u`yreniwde onın` du`zilislerinin` modellik xarakterge iye ekenligin umıtpaw kerek. **Fizikanın` aldında du`n`yanın` qa`siyetlerin en` tolıq sa`wlendiretug`ın fizikalıq du`n`yanın` kartinasın du`ziw ma`selesi tur.**

Abstraktsiyalar ha`m fizikalıq modellerdin` sheklengenligi. Real fizikalıq du`n`yada qubılıslar menen predmetler arasındag`ı baylanıslar og`ada ko`p, bul baylanıslardın` barlıg`ın praktikalıq jaqtan da, teoriyalıq jaqtan da tolıq qamtıw mu`mkin emes. Sonlıqtan **modeller**

du`zilgende berilgen (qarap atırılǵ'an) qubılıslar ushın tek en` a`hmiyetli qa`siyetler ha`m baylanıslar itibarg`a alınadı. Usınday sheklengenliktin` na`tiyjesinde g`ana modeldin` du`ziliwi mu`mkin. Qarap atırılǵ'an qubılıs ushın a`hmiyeti kem bolǵ'an ta`replerdi alıp taslaw fizikalıq izertlewde a`hmiyetli elementlerinin` biri bolıp esaplanadı. Mısalı Quyash do`geregindegi planetalardıń qozǵalıstı nızamların izertlegende Quyash nurlarının` basımı menen Quyash samalının` planetalardıń qozǵalıstısına ta`siri esapqa alınbaydı. Al kometalardıń quyırıqlarının` payda bolıwı menen formasın izertlegende Quyash nurlarının` basımı menen Quyash samalı a`hmiyetli orındı iyeleydi. Izertlew barısında a`hmiyeti og`ada to`men bolǵ'an qubılıslardı esapqa alıwdın` na`tiyjesinde ko`plegen ilimpazlardın` na`tiyjege erise almag`anlıǵı ken`nen ma`lim.

Tek a`hmiyetlei bolǵ'an faktorlardı esapqa alıw abstraktsiyalawǵa mu`mkinshilik beredi. Bul jag`dayda qabıl etilgen abstraktsiya ramkalarında modeller du`ziledi.

Qolanılutug`ın modeller tek juwıq tu`rde alıng`an modeller bolıp tabıladı. Bul modellerdin` durılıǵına paydalanıp atırg`an abstraktsiya sheklerinde kepillik beriw mu`mkin. Bul sheklerden tısta qabıl alıng`an model` qollanıwǵa jaramsız ha`tte aqlǵa muwapıq kelmeytug`ın bolıp ta qaladı.

Sonlıqtan fizikalıq izertlewde qollanılıp atırg`an modeldin` ha`r bir etapta jaramlı ekenligin tu`siniw u`lken a`hmiyetke iye. **Bul jerde bir fizikalıq ob`ektin` ha`r qıylı situatsiyalarda ha`r qıylı model` menen beriliwinin` mu`mkin ekenligin atap aytamız.** Mısalı Jerdin` Quyash do`gereginde qozǵalıstın izertlegende Jerdi massasın Jerdin` massasında, onın` orayında jaylasqan materiallıq noqat tu`rinde qaraw mu`mkin. Eger Jerdin` do`gereginde qozǵalıstı Jerdin` jasalma joldaslarının` qozǵalıstın izertlegende Jer menen jasalma joldas arasındag`ı qashıqlıq u`lken bolǵanda Jerdi materiallıq noqat dep juwıq tu`rde qarasa boladı. Biraq jasalma joldaslardın` qozǵalıstın da`l izertlew ushın Jerdi materiallıq noqat dep qaray almaymız. Sebebi Jer da`l shar ta`rizli emes ha`m onın` massası ko`lemi boyınsha birdey bolıp bo`listirilgen emes. Na`tiyjede Jer ta`repinen jasalma joldasqa ta`sir etetug`ın tartıw ku`shi materiallıq noqattın` tartıw ku`shindey bolmaydı.

**Fizikanın` metodları (usılları).** Fizika ilimi aldında turg`an ma`sele bizin` sanamızda sırtqı du`n`yanın` qurılısı menen qa`siyetlerin sa`wlelendiretug`ın modelin du`ziwden ibarat bolǵanlıqtan, bul ma`sele du`n`yanı biliw ha`m tu`rlendiriw barısındag`ı adamlardıń a`meliy xızmetleri protsessinde sheshiliwi kerek. Adam du`n`yag`a shıqqanda sırtqı du`n`yanın` modellerinin` elementleri haqqında hesh na`rse bilmeytug`ın bolıp tuwıladı. Du`n`yanın` modelleri adamzat ta`repinen tariyxtın` rawajlanıw barısında qa`liplestiriledi. Jeke adam bolsa du`n`yanın` modellerin oqıw ha`m xızmet etiw barısında o`zinin` sanasının` elementlerine aylandıradı.

Ilmiy izertlewler du`n`yanın` fizikalıq modelin turaqlı tu`rde ken`eytip ha`m teren`lestirip baradı. Bul tek g`ana eksperiment ha`m baqlawlardın` na`tiyjesinde a`melge asırıladı. **Sonlıqtan fizika eksperimentallıq ilim bolıp tabıladı.** Onın` modelleri baqlawlar ha`m eksperimentlerde anıqlang`an qa`siyetlerin durıs sa`wlelendiriwi kerek. Sonın` menen birge fizikanın` modellerinin` qollanıw shegaraları eksperimentlerdin` ja`rdeminde anıqlanadı.

Solay etip fizikanın` eksperimentallıq metodı to`mendegilerden turadı: Eksperimentler menen baqlawlar na`tiyjeleri boyınsha model` du`ziledi. Bul model` sheklerinde (ramkalarında) eksperiment penen basqlawlarda tekserilip ko`riletug`ın boljawlar ayıladı. Usının` na`tiyjesinde modeldin` durılıǵı tekseriledi ha`m gezektegi jan`a boljawlar ayıladı, olar da o`z gezeginde tekseriledi h.t.b.

Fizika iliminde u`lken progress to`mendegidey eki jag`dayda ju`z beredi:

Birinshiden qabıl etilgen model` tiykarında ju`rgizilgen boljawlar eksperimentte tastıyqlanbay qalsa.

Ekinshiden modeli ele du`zilmegen jan`a fizikalıq qubılıslar ashılsa.

Birinshi jag`dayda modeldi durıslaw yamasa onı pu`tkilley basqa model` menen almasırw kerek. Eger modeldin` almasırlıwı tiykarg`ı jag`daylardın` durıslıg`ın qaytadan qarap shıg`ıwdı talap etetug`ın bolsa fizikada revolyutsiyalıq o`zgerisler boldı dep aytıladı. Al ekinshi jag`dayda fizikanın` jan`a tarawı payda boladı.

Birinshi jag`day boyınsha misal retinde ken`islik ha`m waqıt haqqındag`ı N`yuton modelin qaytadan qarap shıg`ıwdın` za`ru`rliginin` payda bolıwının` na`tiyjesinde salıstırmalıq teoriyasının` payda bolıwın keltiriwge boladı. Al ekinshi jag`day misalda fizikanın` pu`tkilley jan`a bo`limi (tarawı) bolg`an kvant mexanikasının` payda bolıwın atap o`temiz. Eki jag`dayda da ga`p da`slepki modellerdi biykarlaw haqqında emes, al olardıń qollanıwının` shekli ekenligi haqqında bolıp atır.

2-sanlı lektsiya.

§ 2. Fizikalıq shamalar ha`m olardı o`lshew haqqında

1. Salıstırıw ha`m ayırıw.
2. Salıstırıw ha`m o`lshew.
3. O`lshew.
4. Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın` ma`nisi ha`m o`lshemi.
5. Fizikalıq shamalardıń birlikleri sistemaları.
6. Fizikalıq shamalardıń o`lshemleri.
7. Xalıqaralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılg`an birlikler sistemaları.
8. Birliklerdin` xalıqaralıq sisteması (SI sisteması).

Salıstırıw ha`m ayırıw.** Adamzat biliwindegi en` birinshi qa`dem du`n`yadag`ı ha`r qanday ob`ektler arasındag`ı bir birinen o`zgeshelikti ko`re biliw ha`m tabıw bolıp tabıladı. Usının` na`tiyjesinde u`yrenilip atırg`an ob`ektler tanıladı. Biraq ob`ektlerdi salıstırıw ushın olar arasında qanday da bir ulıwmalıq bar bolg`anda g`ana a`melge asırıw mu`mkin. Sonlıqtan ha`r qanday o`zgeshelikler arasında da belgili bir ulıwmalıqtın` tabılıwı kerek. **Demek ulıwmalıq ha`m o`zgeshelik arasında ma`lim da`rejede birlik bolıwı sha`rt. Misal retinde qawın menen almanı alayıq. Olar o`zlerinin` ren`i, iyisi, u`lkenligi ha`m basqa da qa`siyetleri boyınsha ha`r qanday ob`ektler bolıp tabıladı. Qawın menen almanı salıstırıw olar arasındag`ı ulıwmalıq boyınsha ju`rgiziliwi mu`mkin. Onda ulıwmalıq, misalı olar iyelep turg`an ko`lemdi salıstırıw arqalı ju`rgiziledi. Na`tiyjede «qawın almadan u`lken» degen juwmaqqa kelemiz. Al ren`i menen olardı salıstırıw qıyın. Sonın` menen birge iyisi menen de qawın menen shiyeni salıstırıw mu`mkinshiligi joq. Sonlıqtan da biz qawın menen shiye arasında tek g`ana usı **eki ob`ekt ushın da ulıwma bolg`an qa`siyet yamasa ko`rsetkish arqalı salıstırıw ju`rgiziw mu`mkin.**

Salıstırıw ha`m o`lshew. «Qawın almadan u`lken» degen juwmaq ha`r birimiz ushın jetkilikli da`rejede tu`sinikli. Bunday salıstırıw tek g`ana sapalıq jaqtan salıstırıw ushın qollanıladı ha`m az mag`lıwmatqa iye. Ma`selen biz qarap atırg`an qawının` basqa bir almadan u`lken ekenligin de ko`riw mu`mkin. Biraq hesh waqıtta da qawın bes almadan u`lken degen juwmaq shıg`ara almaymız. Sonlıqtan qawın menen almalar arasındag`ı salıstırıw na`tiyjesinde eki alma arasındag`ı ayırmanı anıqlaw za`ru`rligi kelip shıg`adı. **Bul na`tiyjesi san menen belgilenetug`ın o`lshew protsedurası arqalı a`melge asırıladı.**

**O`lshew.** Biz ha`zir ha`r qanday qubılıslardag`ı, ob`ektlerdegi, predmetlerdegi birdey bolg`an sapanı salıstırıw haqqında ga`p etip atırız. Misalı materiallıq denelerdin` en`

ulıwmalıq qa'siyeti bolıp olardıń o'lshepleri, al protsessler ushın en' ulıwmalıq - usı protsesslerdin' o'tiw waqtı bolıp tabıladı. Ayqınlıq ushın o'lsheplerdi alıp qarayıq. Tek g'ana uzınlıqtı o'lshewge itibar beremiz. Uzınlıqtı o'lshewshi deneni sızg'ısh dep atayıq. Usınday eki sızg'ısh o'z ara bılayınsha salıstırıladı: eki sızg'ısh bir birinin' u'stine ushları ten'lestirilip qoyıladı. Bunday eki jag'daydın' bolıwı mu'mkin: sızg'ıstın' ushları bir birinin' u'stine da'l sa'ykes keledi yamasa sa'ykes kelmey qaladı. Birinshi jag'dayda sızg'ıshlardın' uzınlıqları ten' dep juwmaq shıg'aramız. Al ekinshi jag'dayda bir sızg'ısh ekinshisinen uzın dep esaplaymız.

Fizikalıq qa'siyetlerdi o'lshew dep qa'siyetlerdi salıstırıw sanlardı salıstırıw jolı menen a'melge asırıwǵa alıp keletug'ın usı qa'siyetke belgili bir sandı sa'ykeslendiriw protsedurasın aytamız. Biz joqarıda qarap o'tken mısalda ma'sele ha'r bir sızg'ıshqa onın' uzınlıg'ın ta'ripleytug'ın belgili bir sandı sa'ykeslendiriwden ibarat boladı. Sonlıqtan da bunday jag'dayda berilgen san birqansha sızg'ıshlar ishinde uzınlıg'ı usı sang'a sa'ykes keliwshi sızg'ıstı ayırıp alıwǵa mu'mkinshilik beredi. Usınday usıl menen anıqlang'an qa'siyet fizikalıq shama dep ataladı. Al fizikalıq shama bolıp tabılatug'ın sandı anıqlaw ushın qollanılǵan protsedura o'lshew dep ataladı.

O'lshew boyınsha en' a'piwayı protsedura to'mendegidey boladı:

Bir neshe sızg'ısh alamız. Solardıń ishindegi en' uzının biz etalon sıpatında qarayıq. Usı etalon sızg'ıstın' bir ushınan baslap ten'dey aralıqlarda noqatlar belgilep shıg'amız. Al sızg'ıstın' usı ushındag'ı noqatqa belgili bir san belgileymiz (mısalı nol menen belgileniwi mu'mkin). Bunnan keyin qon'ısı noqattan baslap sızg'ıstın' ekinshi ushına qarap noqatlardı iqtıyarlı nızam boyınsha o'siwshi sanlar menen belgilep shıg'amız (mısalı 1, 2, 3 h.t.b. sanlar). A'dette sızg'ıshtag'ı bir birinen birdey qashıqlıqta turg'an noqatlardı shkala dep ataydı. Endi basqa sızg'ıshlardı alıng'an etalon sızg'ısh penen salıstırıw mu'mkinshiligi payda boldı. Na'tiyjede o'lshep atırg'an ha'r bir sızg'ıstın' uzınlıg'ı ushın anıq san alıladı. Usınday usıl menen en' ko'p sang'a iye bolǵan sızg'ısh en' u'lken uzınlıqqa, al birdey sanlarga iye sızg'ıshlar birdey uzınlıqqa iye dep juwmaq shıg'aramız. Sonın' menen birge sızg'ıstın' uzınlıg'ına o'lshepleri joq san sa'ykes keledi.

Biz qarap shıqqan usılda uzınlıqtı o'lshegende etalon retinde qabıl etilgen sızg'ıshtag'ı noqatlar sanın qosıp shıg'ıw talap etiledi. Bul bir qansha qolaysızlıqtı tuwdıradı. Sonlıqtan da a'dette qolaylı shkalanı payda etiw ushın to'mendegidey ha'reket etedi. Bazı bir sızg'ısh alınıp, onın' uzınlıg'ın 1 ge ten' dep qabıl etedi. Bul 1 sanın o'lshew birligi dep ataymız. Basqa sızg'ıshlardın' uzınlıqları uzınlıg'ı 1 ge ten' etip alıng'an sızg'ıstın' uzınlıg'ı menen salıstırıw arqalı anıqlanadı.

Bunday jag'dayda uzınlıq 1 ge ten' etip alıng'an uzınlıq birligi menen salıstırıw arqalı a'melge asırıladı. Al endi o'lshew protsedurasının' ma'nisi salıstırıw ha'm sa'ykes san alıwdan turadı. Usınday jollar menen anıqlang'an sızg'ıstın' uzınlıg'ı $l = n l_0$ formulası menen anıqlanadı. Bul formuladag'ı n o'lshepi joq san bolıp, bir birlikke ten' etip alıng'an uzınlıq o'lshep atırg'an sızg'ıstın' boyında neshe ret jaylasatug'ınlıg'ın bildiredi. l_0 arqalı qabıl etilgen uzınlıq birligi belgilengen. A'dette bul birlik belgili bir at penen ataladı (biz qarap shıqqan uzınlıqtı anıqlawda santimetr, metr, kilometr h.t.b.).

Demek fizikalıq qa'siyetti o'lshew ushın shaması 1 ge ten' bolǵan ayqın fizikalıq qa'siyet saylap alıladı. O'lshew ma'selesini fizikalıq shamanın' san ma'nisin anıqlawǵa alıp kelinesi.

Fizikalıq shama. Fizikalıq shamanın' ma'nisi ha'm o'lshepi. Fizikalıq shama dep sanı boyınsha ko'plegen fizikalıq ob'ektlerge qarata ulıwma, sonın' menen birge ha'r bir ob'ekt ushın jeke bolǵan fizikalıq ob'ektin' (fizikalıq sistemanın', qubılıstın' yamasa protsesstin') qanday da bir qa'siyetinin' ta'riplemesin aytamız.

Fizikalıq shamanın` o`lshemi dep ayqın materiallıq ob`ektke, sistemag`a, qubılısqa yamasa protsesske tiyisli bolg`an fizikalıq shamanın` sanlıq jaqtan anıq bolıwına ayıladı.

Fizikalıq shamanın` ma`nisi dep usı shama ushın saylap alıng`an birlikte alıng`an fizikalıq shamanın` o`lsheminin` bahası ayıladı. Bul ma`nis esaplawlardın` yamasa o`lshewlerdin` ja`rdeminde alınadı.

Fizikalıq parametr dep qarap atırılğ`an fizikalıq shamanı o`lshewde usı shamanın` ja`rdemshi ta`riplemesi tu`rinde qabıl etiletug`ın ma`nisi ayıladı. Ma`selen o`zgermeli toq ushın elektr kernewi o`lshengende toqtın` jiyiligi kernewdin` parametri sıpatında qabıl etiledi.

Ta`sir etiwshi fizikalıq shama dep berilgen o`lshew quralları ja`rdeminde o`lshew ko`zde tutılmağ`an, biraq o`lshewge na`tiyjelerine usı o`lshew quralları qollanılğ`anda ta`sir etiwshi fizikalıq shamag`a ayıladı.

Additiv shama dep ha`r qanday ma`nisleri o`z ara qosılatug`ın, sanlıq koeffitsientke ko`beytiletug`ın, biri birine bo`linetug`ın fizikalıq shamanı aytamız. Bunday shamalarg`a uzınlıq, massa, ku`sh, basım, waqıt, tezlik ha`m basqalar kiredi.

Additiv emes shama dep sanlıq koeffitsientke ko`beytiw yamasa ma`nisleri biri birine bo`liw fizikalıq ma`niske iye bolmaytuın shamag`a ayıladı. Bunday shamalarg`a Xalıqaralıq praktikalıq (a`meliy) temperaturalıq shkala boyınsha alıng`an temperaturanı, materiallardın` qarsılığ`ın, vodorod ionlarınin` aktivliligin ha`m basqalarđı kirgiziwge boladı.

Fizikalıq shamanın` birligi dep bir tekli fizikalıq shamalardı sanlıq jaqtan an`latıw ushın qollanılatug`ın 1 ge ten` bolg`an san shaması berilgen belgili o`lshemdegı fizikalıq shama ayıladı.

Fizikalıq shamanın` birligi usı shamanın` o`zinin` a`wladınan boladı.

To`mendegi kestede bazı bir qashıqlıqlar (uzınlıqlar) haqqında mag`lıwmatlar keltirilgen (10 nın` da`rejesi aldındag`ı ko`beytiwshinin` tek pu`tin ma`nisi alınıp juwıq tu`rde berilgen):

Ob`ekter atları	Qashıqlıq, metrlerde
En` alıs kvazarg`a shekemgi aralıq (1990-jıl)	$2 \cdot 10^{26}$
Andromeda dumanlıg`ı	$2 \cdot 10^{22}$
En` jaqın juldız (Proksima)	$4 \cdot 10^{16}$
Quyash sistemasının` en` alıs planetası (Pluton)	$6 \cdot 10^{12}$
Jer sharı radiusı	$6 \cdot 10^6$
Everesttin` biyikligi	$9 \cdot 10^3$
Usı bettin` qalın`lıg`ı	$1 \cdot 10^{-4}$
Jaqtılıq tolqını uzınlıg`ı	$5 \cdot 10^{-7}$
A`piwayı virustın` o`lshemi	$1 \cdot 10^{-8}$
Vodorod atomı radiusı	$5 \cdot 10^{-11}$
Protonnın` radiusı	$\sim 10^{-15}$

Fizikalıq shamalardıń birlikleri sistemaları. Fizikalıq shamalardıń birlikleri sisteması dep fizikalıq shamalardıń berilgen sisteması ushın qabıl etilgen printsiplerge sa`ykes du`zilgen tiykarğ`ı ha`m tuwındı fizikalıq shamalardıń jıynag`ı bolıp tabıladı.

Birlikler sistemasının` tiykarğ`ı birligi retinde berilgen birlikler sistemasındag`ı tiykarğ`ı fizikalıq shamanın` birligi qabıl etiledi.

**Fizikalıq shamalardıń o`lshemleri.** Fizikalıq shamanın` o`lshemleri a`dette da`rejeli bir ag`zalıq tu`rindegı an`latpa bolıp tabıladı. Ma`selen uzınlıqtın` o`lshemi L, massaniki - M ha`m t.b.

Tezlik formulası $v = ds/dt$ da ds tin` ornına uzınlıqtın` o`lshemi L di, dt nın` ornına waqıttın` o`lshemi t nı qoyıp v nın` o`lshemi retinde to`mendegini alamız

$$\dim v = L/T = LT^{-1}.$$

Tap sol sıyaqlı $a = dv/dt$ formulasına sa'ykes o'lishemlerdi qoyıw arqalı

$$\dim a = LT^{-2}$$

formulasın alamız. Al ku'sh $F = ma$ ushın

$$\dim F = M \cdot LT^{-2} = LMT^{-2}.$$

Xalıqaralıq sistema qabıl etilgennen burın qollanılg'an birlikler sistemaları:

• **O'lishewlerdin` metrlik sisteması** uzınlıq birliğı metr menen massa birliğı kilogramm tiykarǵı etip alıng'an fizikalıq shamalardıń birliklerinin` jıynag'ı bolıp tabıladı¹. Da'slep Frantsiyada qabıl etilgen bul sistema XIX a'sirdin` ekinshi yarımına kele xalıqaralıq moyınlawg'a eristi. Biraq metrlik sistema ushın ha'zir qabıl etilgen anıqlamag'a sa'ykes kelmeydi. Sebebi bul sistemag'a tek g'ana sheklengen sandag'ı shamalar kiredi (uzınlıq, massa, waqıt, maydan, ko'lem).

• **Gauss sisteması.** Fizikalıq shamalardıń sisteması tu'sinigi birinshi ret 1832-jılı nemets matematigi K.Gauss ta'repinen kirgizildi. Gausstın` ideyası to'mendegilerden ibarat: Da'slep biri birinen g'a'rezsiz bolg'an bir neshe shama kirgiziledi. Bul shamalar tiykarǵı shamalar, al olardıń birlikleri birlikler sistemasının` tiykarǵı birlikleri dep ataladı. Sonın` menen birge tiykarǵı birlikler fizikalıq shamalar arasındag'ı baylanıslardı ta'riplewshi formulalar ja'rdeminde basqa da shamalardıń birliklerin anıqlawg'a mu'mkinshilik beredi. Usınday ideya tiykarında Gauss magnitlik shamalardıń birliklerinin` sistemasın du'zdi. Bul sistemanın` tiykarǵı birlikleri retinde uzınlıq birliğı millimetr, massanın` birliğı milligramm, waqıt birliğı sekund qabıl etildi. Tiykarǵı shamalardıń kishi bolıwına baylanıslı Gauss sisteması ken` tu'rde tarqalmasa da basqa sistemalardı du'ziwde u'lken unamlı ta'sirin jasadı.

• **SGS sisteması.** Bul sistema LMT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Uzınlıq birliğı retinde santimetr, massa birliğı retinde gramm, waqıt birliğı retinde sekund qabıl etilgen. Usınday birlikler menen mexanikalıq ha'm akustikalıq shamalardıń tuwındı birlikleri alınadı. Termodinamikalıq temperatura kel'vindi ha'm jaqtılıq ku'shi birliğı kandelanı qosıw arqalı SGS sisteması jıllılıq ha'm optikalıq shamalarg'a qollanıladı.

• **MKS sisteması.** Bul sistemada LMT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Tiykarǵı birlikleri metr, kilogramm, sekund. Tiykarǵı birlikler retinde termodinamikalıq temperatura kel'vindi ha'm jaqtılıq ku'shi birliğı kandelanı qosıw arqalı MKS sisteması jıllılıq ha'm jaqtılıq shamalarına qollanıladı.

• **MTS sisteması.** Bul sistemada LMT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Tiykarǵı birlikleri metr, tonna, sekund.

• **MKGSS sisteması.** Bul sistema LFT shamaları sisteması tiykarında du'zilgen. Tiykarǵı birlikleri: metr, kilogramm-ku'sh, sekund. Ha'zirgi waqıtları bul sistema a'hmiyetin tolıg'ı menen jog'alttı.

• **SGSE elektrostatikalıq birlikler sisteması.** SGS sisteması tiykarında elektrlik ha'm magnitlik shamalar sistemaların du'ziwdin` to'mendegidey eki usılı bar: birinshisi u'sh tiykarǵı birlikler (santimetr, gramm, sekund) tiykarında, ekinshisi to'rt tiykarǵı birlikler tiykarında (santimetr, gramm, sekund ha'm elektrlik yamasa magnitlik bir birlik). Birinshi usıl tiykarında birliklerdin` elektrostatikalıq sisteması (SGSE sisteması), birliklerdin` elektromagnit sisteması (SGSM sisteması) ha'm birliklerdin` simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması) du'zilgen.

SGSE sistemasın du'ziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Kulon nızamınan kelip shıg'atug'ın elektr zaryadı birliğı kiritiledi. Usının` menen birge absolyut dielektrlik turaqlısı 1 ge ten` etip alınadı. Na'tiyjede elektromagnit shamaların baylanısturatug'ın ayırım ten'lemelerde kvadrat tu'bir astında vakuumdegi jaqtılıq tezliğı qatnasadı.

¹ Дәслеп килограмм массаның емес, ал салмақтың бирлиги сыпатында киргизилди.

•**Birliklerdin` elektromagnitlik sisteması (SGSM sisteması).** SGSM sistemasın du`ziwde birinshi tuwındı elektrlik birlik retinde Amper nızamınan kelip shıg`atug`ın toq ku`shi birliği kiritiledi. Al absolyut magnit sin`irgishlik o`lshemleri joq shama retinde qaraladı. Na`tiyjede elektromagnit shamaların baylanıstıratug`ın ayırım ten`lemelerde kvadrat tu`bir astında vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.

•**Birliklerdin` simmetriyalıq sisteması (SGS sisteması).** Bul sistema SGSE ha`m SGSM sistemalarınin` jıynag`ı bolıp tabıladı. Bul eki sistemanın` kombinatsiyası elektr ha`m magnit shamaların baylanıstırıwshı ayırım ten`lemelerde anıq tu`rde vakuumdegi jaqtılıq tezligi payda boladı.

**Birliklerdin` xalıqaralıq sisteması (SI sisteması).** Bul sistema LMT8O`JN shamaları sisteması tiykarında du`zilgen. SI sistemasının` tiykarg`ı shamaları to`mendegilerden ibarat:

- metr (m) - uzınlıq birliği
- kilogramm (kg) - massa birliği
- sekund (s) - waqt birliği
- amper (A) - toq ku`shi birliği
- kel`vin (K) - termodinamikalıq temperatura birliği
- kandela (kd) - jaqtılıq ku`shi birliği
- mol` (mol`) - zatların` mug`darı birliği

Bul sistema universal bolıp, o`lshewlerdin` barlıq oblastların o`z ishine qamtıydı. Onın` jeti tiykarg`ı birliği ja`rdeminde ilim ha`m texnikada qollanılatug`ın qa`legen fizikalıq shamanın` birliklerin anıqlaw mu`mkin.

3-sanlı lektsiya.

§ 3. Ken`islik ha`m waqt

- | | |
|---|---|
| 1. Ken`islik ha`m geometriya. | 2. Geometriya ha`m ta`jiriybe. |
| 3. Materiallıq noqat ha`m materiallıq dene.             | 4. Noqatlar arasındag`ı aralıq. |
| 5. Absolyut qattı dene. | 6. Esaplaw sisteması. |
| 7. Koordinatalar sisteması. | 8. Ken`isliktegi o`lshemler sanı. |
| 9. A`hmiyetli koordinatalar sisteması.                  | 10. Koordinatalardı tu`rlendiriw. |
| 11. Vektorlar. | 12. Vektorlardı qosıw ha`m vektordı sang`a ko`beytiw. |
| 13. Vektorlardı skalyar ko`beytiw.                      | 14. Vektorlıq ko`beyme. |
| 15. Vektorlardı birlik vektorlar ja`rdeminde ko`rsetiw. | 16. Radius-vektor. |
| 17. Waqt tu`sinigi.                                     | 18. Da`wirli protsessler. |
| 19. Saatlardı sinxronizatsiyalaw. | |

Ken`islik ha`m geometriya. Barlıq materiallıq zatlar belgili bir uzınlıqqa iye, belgili bir ko`lemde iyeleydi, bir birine salıstırg`anda belgili bir ta`rtipte jaylasadı. Materiallıq denelerdin` bul ulıwmalıq qa`siyeti ko`plegen da`wirler barısında adamlar sanasında ken`islik tu`sinigi tu`rinde qa`liplesti. Bul qa`siyetlerdin` matematikalıq formulirovkası geometriyalıq tu`sinikler sisteması ha`m olar arasındag`ı baylanıslar tu`rinde anıqlandı. Geometriyanın` ilim sıpatında Evkilid ta`repinen bunnan 2.5 mın` jıl burın juwmaqlastırıldı.

Materiallıq denelerdin` qa`siyeti sıpatında adamnın` sanasında qa`liplesken ken`islik tu`sinigi keyinirek ko`plegen ilimpazlar menen filosoflar ta`repinen materiallıq denelerden tıs o`zinshe bolmısqa iye tu`rde sa`wlendirele baslandı. Usının` na`tiyjesinde geometriya materiallıq denelerdin` qa`siyetleri haqqındag`ı ilimnen zatlardan tıs jasay alatug`ın

ken'isliktin` qa'siyetleri haqqındag`ı ilimge aylandırıldı. İlimpazlar menen filosoflardin` basqa bir bo`legi ken'islik tu'sinigin materiallıq denelerdin` qa'siyetlerinen ayırmadı. Ken'islik tu'sinigine usınday etip eki tu'rli ko`z-qaras penen qaraw ilim tariyxında barlıq waqıtta bir birine qarsı qaratılıp keldi.

Tariyxtan birin` eramızdan buring`ı V a`sirlerde ha`reket etken pifogorshılardı (Pifogor ta`limatınin` ta`repedarlari) bilemiz. Olar ken'islikti materiallıq du`n`yadan pu`tkilley bo`lek alıp qaradı. Tap sol da`wirlerde o`mir su`rgen Platon A`lemnin` ishinde denelerden tis boslıq bolmaydı degen ko`z qarasta boldı (biraq Platon boyınsha A`lemnin` tis boslıqtın` bolıwı mu`mkin). Al Aristotel` (bizin` eramızdan buring`ı IV a`sir) denelerden g`a`rezsiz bolg`an ken'isliktin` bolatug`ınlıg`ının maqullamadı.

Oraylıq Aziyada jasag`an ilimpazlarga kelsek (mısalı 973-jılı tuwılıp 1048-jılı qaytus bolg`an a`l-Beruniy), olar ken'eslik ha`m geometriya boyınsha Pifagordın` ko`z-qarasın tolıg`ı menen qabıl etti.

Materiallıq deneler menen ken'isliktin` o`z-ara baylanıslı ekenligi salıstırmalılıq teoriyasında tolıq ko`rinishin taptı. Ken'islik ha`m tap sol sıyaqlı waqıt materiyanın` jasaw forması bolıp tabıladı. Sonlıqtan ken'islik te, waqıt ta materiyaadan tis ma`niske iye bolmaydı. Demek ***geometriyalıq qatnaslardın` o`zi aqırg`ı esapta materiallıq deneler arasındag`ı qatnaslar bolıp tabıladı.***

Geometriya ha`m ta`jiriybe. Geometriyalıq tu`sinikler materiallıq deneler arasındag`ı haqıyqıy qatnaslardın` abstraktsiyaları bolıp tabıladı. Sonlıqtan o`zinin` kelip shıg`ıwı boyınsha geometriya ta`jiriybelik ilim bolıp tabıladı. O`zinin` "qurılıs materialı" sıpatında geometriya haqıyqıy du`n`yanın` materiallıq ob`ektlerinen` noqat, sıızıq, bet, ko`lem h.t.b. sıyaqlı ideallastırılğ`an obrazların paydalanadı. Usınday obrazlardın` ja`rdeminde haqıyqıy du`n`yanın` modeli jaratıladı. Ko`p waqıtlarga shekem geometriya menen haqıyqıy du`n`ya arasındag`ı qatnas haqqındag`ı ma`sele payda bolg`an joq. Sebebi haqıyqıy du`n`yanın` aqılğ`a muwapıq keletug`ın modeli Evklid geometriyası dep esaplanıp keldi. Biraq biraz waqıtlardın` o`tiwi menen evklidlik emes bolg`an ha`m bir biri menen qayshı kelmeytug`ın geometriyalardın` bar ekenligi ilimpazlar ta`repinen da`lillendi. Sonlıqtan qaysı geometriyanın` bizdi qorshap turg`an haqıyqıy du`n`yanı durıs sa`wlelendiretug`ınlıg`ın ko`rsetiw geometriyalıq na`tiyjelerdi A`lemde orın alg`an jag`daylar menen eksperimenttin` ja`rdeminde salıstırıp ko`riw menen g`ana a`melge asırılıp tekserip ko`riliwi mu`mkin.

Mısalı Evklid geometriyası boyınsha u`sh mu`yeshliktin` ishki mu`yeshlerinen` qosındısı  $\pi$  ge ten` bolıwı kerek. Bunday dep taıstıyqlawdın` durıslıg`ın ta`jiriybede anıqlawg`a boladı. Haqıyqatında da tuwrı sıızıq eki noqat arasındag`ı en` qısqa aralıqqa sa`ykes keledi. Sonlıqtan materiallıq dene menen baylanısqa u`sh noqattı alıp, to`beleri usı noqatlarda jaylasqa u`sh mu`yeshlikti payda etiw mu`mkin. Al usı mu`yeshlerdi o`lshegende usı u`sh mu`yeshtin` de birdey jag`daylarda turg`ın yamasa turmag`anlıg`ı, materiallıq denenin` usı u`sh noqatqa salısturg`anda o`zgermesligi haqqında sorawlar payda boladı. Sonday-aq uzınlıqtı o`lshew uzınlıq birligi sıpatında qabıl etilgen shama menen salıstırıw bolıp tabıladı. Biraq 1 ge ten` etip qabıl etilgen uzınlıq bir orınnan ekinshi orıng`a ko`shkende turaqlı ma`niske iye bolıp qalama degen soraw ma`niske iye bolama? Al bul soraw u`lken ha`m qatan` a`hmiyetke iye. Sonlıqtan bir deneni bir birlikke ten` dep qabıl etilgen ekinshi dene menen o`lshew ekinshi deneni birinshi denenin` ja`rdeminde o`lshew menen barabar boladı.

Ha`zirgi waqıtları Evklid geometriyasının` atom yadrosının` o`lshemlerinen on ese kem aralıqlardan (10^{-16} metrden) A`lemnin` o`lshemlerine ten` bolg`an  $10^{26}$  metr (shama menen  $10^{10}$  jaqtılıq jılı) aralıqlarg`a shekemgi o`lshemlerde durıs bolatug`ınlıg`ı da`lillengen. Al salıstırmalılıq teoriyası boyınsha 10^{26} metrden u`lken qashıqlıqlarda ken'isliktin` evklidlik emesligi ko`rine baslaydı.

Materiallıq noqat. Mexinakalıq sistemalardın` modelleri du`zilgende materiallıq noqat tu`sinigi a`hmiyetli abstraktsilardın` biri bolıp tabıladı. **Materiallıq noqat dep o`lshemleri ara qashıqlıqlarına salıstırğ`anda salıstırmaz kishi bolğ`an materiallıq deneni tu`sinemiz.** Shektegi jag`daylarda bul tu`sinik **matematikalıq noqatqa** aylanadı.

Materiallıq dene. Materiallıq dene dep materiallıq noqatlardın` jıynag`ına ayıladı. Bul materiallıq noqatlar bir birinen ayrılatug`ın (mısalı ken`isliktegi jaylasıwı boyınsha) bolıwı kerek. Usıg`an baylanıslı materiallıq denenin` ha`r qıylı noqatlarının` bir birine salıstırğ`andag`ı jaylasıwları haqqında aytıw mu`mkin. Ta`jiriybeler bazı bir materiallıq denelerdin` bo`leklerinin` bir birine salıstırğ`anda erkinlikke iye ekenligin, olardın` bir birine salıstırğ`anda qozg`ala alatug`ınlğı`n ko`rsetedi. Bunday deneler suyıq deneler bolıp tabıladı. Al attı denelerde bolsa ha`r qıylı bo`limlerdi bir birine salıstırğ`anda iyelegen orınlarınn` turaqlılıg`ı menen ta`riplendi. Iyelegen orınlarınn` turaqlılıg`ı denenin` o`lshemlerinin` turaqlı ekenligin aytıwg`a mu`mkinshilik beredi. Na`tiyjede ha`r qıylı qattı denelerdin` o`lshemlerin salıstırıw mu`mkinshiligin alamız ha`m denelerdin` uzınlıqları haqqında sanlıq informaciyalarg`a iye bolamız.

**Noqatlar arasındag`ı aralıq.** Joqarıda ga`p etilgenindey materiallıq dene materiallıq noqatlardın` jıynag`ınan turadı. Uzınlıqtın` o`lshem birligin saylap alıw arqalı bir o`lshemli ken`likti, yag`nıy uzınlıqtı o`lshew mu`mkin. Bul sızıqlar materiallıq denenin` noqatları arqalı o`tkerilgen bolıwı mu`mkin. Materiallıq denenin` eki noqatı bir biri menen sheksiz ko`p sızıqlar menen tutastırıwg`a boladı. Bul sızıqlardın` uzınlıqları o`lshenedi. Eger usı sızıqlardı alıp tallasaq, olardın` ishindegi en` uzının ha`m ken` keltesin tabıw mu`mkin. Bul en` kishi uzınlıqqa iye sızıq eki noqat arasındag`ı aralıq (qashıqlıq) dep ataladı, al sızıqtıo` o`zi bolsa tuwrı (tuwrı sızıq) dep ataladı. Noqatlar arasındag`ı aralıq tu`sinigi materiallıq dene tu`sinigi menen tıg`ız baylanıslı. Eger qanday da bir materiallıq denenin` bo`limleri bolıp tabılamytug`ın eki noqat bar bolatug`ın bolsa, bul eki noqat ko`z aldımızg`a keltirilgen materiallıq du`n`yanın` eki noqatı bolıp tabıladı.

Absolyut qattı dene. Absolyut qattı dene dep qa`legen eki noqatı arasındag`ı aralıq o`zgermeytug`ın denegge aytamız.

Esaplaw sisteması. Oyda aling`an absolyut qattı dene. Bul absolyut qattı denegge salıstırğ`anda u`yrenilip atırg`an izolyatsiyalang`an yamasa denegge kiriwshi materiallıq noqatın` awhalı (tegislıktin`, ken`isliktin` qay noqatında jaylasqanlğı`ı) anıqlanadı. Esaplaw sisteması barlıq ken`islikti iyeleydi. Ken`isliktin` noqatın ta`riplew degenimiz esaplaw sistemasının` sa`ykes noqatın beriw bolıp tabıladı. U`yrenilip atırg`an materiallıq noqatlardın` awhalı saplaw sistemasının` noqatının` jaylasqan ornı menen anıqlanadı. Sonlıqtan esaplaw sistemasının` noqatlarının` awhalların qalay anıqlaw kerek degen ma`sele payda boladı. Bul koordinatalar sistemasın endiriw menen a`melge asadı.

Koordinatalar sisteması. Berilgen esaplaw sistemasında aralıq (qashıqlıq), sızıqlar, tuwrılar, mu`yeshler h.t.b. tu`sinikler anıqlang`an bolsın. Olar arasındag`ı qatnaslardı anıqlaw ma`selesi eksperimentallıq ma`sele bolıp tabıladı. Geypara qatnaslar o`z-o`zinen tu`sinikli, ayqın, da`llilewdi talap etpeytug`ın bolıp tabıladı qatnaslar bolıp tabıladı. Bunday bolğ`an qatnaslar (qatnaslar haqqındag`ı anıqlamalar) aksiomalar dep ataladı. Aksiomalardın` ha`r qıylı sistemaları ha`r qıylı geometriyag`a alıp keledi. Geometriyalardın` ha`r biri real du`n`yada bar bola alatug`ın qatnaslardın` geometriyalıq modeli bolıp tabıladı. Tek eksperiment g`ana sol geometriyalardın` qaysısının` real fizikalıq du`n`yanın` geometriyalıq modeli ekenligin ko`rsete aladı. U`lken qashıqlıqlarda ( $10^{-16}$  metrden  $10^{25}$  metr aralıqlarında) Evklid geometriyasının` u`lken da`llikte durıs ekenligin joqarıda aytıp o`tken edik. Endigiden bılay qaysı geometriyanın` qollanılp atırg`anlğı`ı atap aytıp o`tilmese Evklid geometriyası qollanılp atır dep tu`siniwimiz kerek.

Materiallıq noqat yamasa qattı denelerdin` qozg`alısın ta`riplew ushın noqatlardın` awhalın beriw usılın kelisip alıw kerek. Materiallıq noqattın` «adresinin» esaplaw sistemasındag`ı oyımızdag`ı noqattın` «adresi» menen anıqlanatuğ`nılg`ın aytıp edik. Solay etip esaplaw sistemasında ha`r bir noqattın` «adresin» anıqlaw ma`selesi payda boladı. Sonın` menen birge ha`r bir noqat basqa noqattikinen basqa anıq «adreske» iye bolıwı kerek. Al ha`r bir «adres» belgili bir noqatqa sa`ykes keliwi kerek. Mısalı ku`ndelikti turmista ha`r bir u`y adreske iye (ma`mleket, qala, ko`she h.t.b.). Usınday etip «adresti» beriw u`yler, ma`kemeler, oqıw orınları h.b. ushın qanaatlanırarlıq na`tiyje beredi. Biraq bunday etip «adresti» beriw esaplaw sistemasın` barlıq ob`ektleri ushın qollanılmaıdı. Mısalı ayqın joldın` boyındag`ı ayqın oyda jıylang`an suwdın` adresi berilmeydi. Al fizikag`a bolsa oblastlardın` emes, al noqatlardın` adresin anıqlaytuğ`ın sistema kerek. Bunın` ushın koordinatalar sisteması paydalanıladı.

Koordinatalar sistemasın kirgiziw (izertlewler ju`rgiziw ushın a`melge endiriw) esaplaw sistemasındag`ı ha`r qıylı noqatlarg`a «adresler» jazıp shıg`ıwdın` usılın kelisip alıw degen so`z. Mısalı Jer betindegi noqattın` «adresi» o`lshemi mu`yeshlik gradus bolg`an sanlar ja`rdeminde beriledi dep kelisip alıng`an. Birinshi sandı ken`lik, al ekinshisin uzınlıq dep ataydı. Jer betindegi ha`r bir noqat meridian menen paralleldin` kesilisiwinde jaylasadı. Sonlıqtan sol noqattın` «adresi» palallel menen meridiang`a jazılğ`an eki san menen beriledi. Usınday etip «adres» anıqlang`anda bir ma`nislilik ta`miyinleniwi tiyis. Bul ha`r bir meridian menen ha`r bir parallelge anıq bir sannın` jazılıwı menen a`melge asadı.

Ken`isliktin` o`lshemler sanı.** Biz joqarıda ko`rgen jer betindegi noqattın` «adresin» anıqlaw ma`selesi sa`ykes eki sandı anıqlaw menen sheshiledi. Bul jerde za`ru`r bolg`an sanlardın` sanının` eki bolıwı u`lken a`hmiyetke iye. Sebebi noqattın` awhalı (turg`an ornı) Jer betinde anıqlanadı. **Noqattın` tegisliktegi awhalı eki san ja`rdeminde anıqlanadı. Basqa so`z benen aytqanda tegislik eki o`lshemli ken`islik bolıp tabıladı.

Biz jasaytuğ`ın ken`islik u`sh o`lshemli. Bul ha`r bir noqattıw awhalı u`sh sannın` ja`rdeminde anıqlanatuğ`nılg`ınan derek beredi.

Ko`p o`lshemli ken`isliktn` de bolıwı mu`mkin. Eger ken`isliktegi noqattın` awhalı n dana san menen anıqlanatuğ`ın bolsa, onda n o`lshemli ken`islik haqqında ga`p etemiz. Fizika iliminde ken`islikke tiyisli bolmag`an o`zgeriwshiler haqqında aytqanda ko`p jag`daylarda usı ken`isliklik emes o`zgeriwshiler ken`isligi haqqında ayıladı. Mısalı fizikada bo`lekshenin` impul'si a`hmiyetli orın iyeleydi. Sonlıqta bir qansha jag`daylarda impul'slar ken`isligi haqqında aytqan qolaylı. Bunday ken`islikke bo`lekshenin` impul'sın ta`ripleytuğ`ın bir birinen g`a`rezsiz bolg`an shamalardı jazamız («adresti» anıqlaw ushın sonday shamalar qolanıladı). Usınday etip ulıwmalastırılğ`an tu`siniklerdi paydalanıw so`zlerdi qollanıwdı kemeytedi, barlıq talqılawlar tu`siniklirek ha`m ko`rgizbelirek boladı.

**A`hmiyetli koordinatalar sistemaları.** Koordinatalar sistemasın` og`ada ko`plegen tu`rleri belgili. Biraq solardın` ishinde a`sirese fizika iliminde en` a`piwayıları ha`m a`hmiyetlileri qolanıladı. Bunday koordinatalar sistemaların` sanı ko`p emes ha`m olar haqqındag`ı mag`lıwmatlar spravochniklerde berilgen. Solardın` ishinde fizika ilimin u`yreniw ushın este to`mendegi koordinatalar sistemaları saqlanıwı tiyis:

1). Tegisliktegi koordinatalar sistemaları:

1a). Tuwrı mu`yeshli Dekart koordinatalar sisteması. Noqattın` awhalı (x, u) eki sanının` ja`rdeminde beriledi. Bul jerde x ha`m  $u$  uzınlıqlar bolıp tabıladı (1-a su`wret).

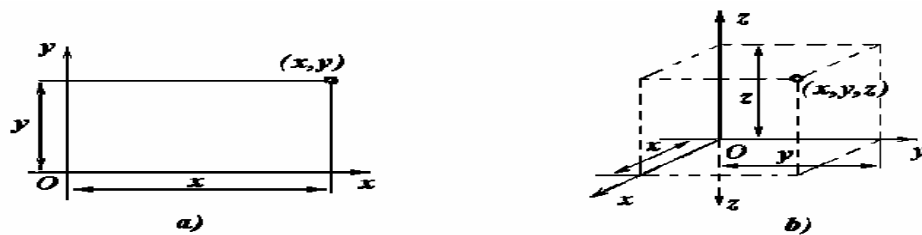
1b). Polyar koordinatalar sistemasında tegislikte noqattın` awhalın ta`ripleytuğ`ın eki san  $(\rho, \varphi)$  uzınlıq  $\rho$  ha`m mu`yesh  $\varphi$  bolıp tabıladı (2-su`wret).

2). Ken`islikte:

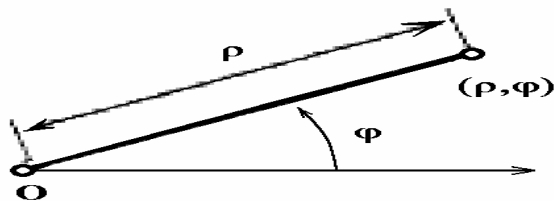
2a). Tuwrı mu'yeshli Dekart koordinatalar sisteması. Bunday jag`dayda noqattın` ken`isliktegi awhalın ta`ripleytug`ın  $(x, u, z)$  shamalarının` u`shewi de uzınlıqlar bolıp tabıladı (1b su`wret).

Eki tu`rli tuwrı mu'yeshli Dekart koordinatalar sistemasının` bar ekenligin atap o`temiz. Bunday koordinatalar sistemaların qozg`altıw arqalı bir biri menen betlestiriw mu`mkin emes. Bul sistemalardıń biri **on`**, al ekinshisi **teris koordinatalar sisteması** dep ataladı. On` sistemada  $z$  ko`sherinin` bag`ıtı x ha`m  $u$  ko`sherlerinin` bag`ıtlarına salıstırg`anda **on` vint qa`desi** boyınsha anıqlanadı (su`wrette on` sistema keltirilgen).

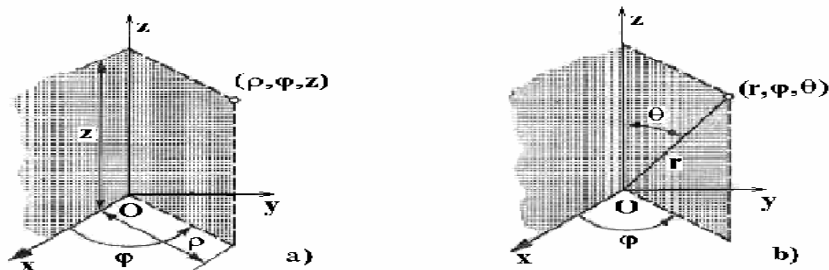
2b). Tsilindrlik koordinatalar sistmasındag`ı noqattın` ken`isliktegi awhalı anıqlanatug`ın u`sh shama  $(\rho, \varphi, z)$  lerdin` ekewi uzınlıq (ρ ha`m  $z$ ), birewi mu'yesh ( $\varphi$ ) bolıp tabıladı (3a su`wrette keltirilgen).



1-su`wret. Tuwrı mu'yeshli Dekart koordinatalar sisteması.
a) tegisliktegi, b) ken`isliktegi.



2-su`wret. Polyar koordinatalar sisteması.



3-su`wret. Tsilindrlik (a) ha`m sferalıq (b) koordinatalar sisteması.

2v). Sferalıq dep atalatug`ın koordinatalar sistemasında noqattın` awhalın anıqlaytug`ın  $(r, \varphi, \theta)$  u`sh sanının` birewi uzınlıq ( $r$ ), al qalg`an ekewi mu'yesh bolıp tabıladı (φ ha`m  $\theta$ ) (3b su`wret).

Bazı bir koordinatalar sistemasındag`ı noqattın` awhalın anıqlaytug`ın u`sh sanlar noqattın` koordinataları dep ataladı.

**Koordinatalardı tu`rlendiriw.** Bir koordinatalar sistemasındag`ı noqattın` koordinataları menen ekinshi koordinatalar sistemasındag`ı sol noqattın` koordinataların baylanıstıratug`ın formulalar koordinatalardı tu`rlendiriw dep ataladı. Usı paragrafta keltirilgen su`wretler ja`rdeminde bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına tu`rlendiriw formulaların an`sat keltirip shıg`arıwǵa boladı.

Tsilindrlik koordinatalardan Dekart koordinatalar sistemasına o`tiw formulaları

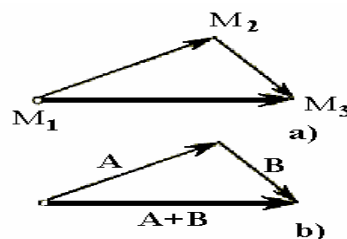
$$x = \rho \cos \varphi, \quad u = \rho \sin \varphi, \quad z = z.$$

Sferalıq koordinatalardan dekart koordinatalarına o'tiw

$$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi, \quad u = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi, \quad z = r \cdot \cos\theta.$$

Vektorlar. Ko'p fizikalıq shamalar bir sannın ja'rdeminde beriledi. Bunday shamalar qatarına massa ha'm temperatura kiredi. Bunday shamalar skalyarlar dep ataladı. Al bir qansha fizikalıq shamalardı beriw ushın bir neshe san talap etiledi. Mısalı tezlik tek san shaması boyınsha emes, al bag'ıtı boyınsha da anıqlanadı. Sferalıq koordinatalar sistemasında bag'ıttın ken'islikte eki sannın - φ ha'm θ mu'yeshlerinin ja'rdeminde beriletug'ınlıg'ı ko'rinip tur. Sonlıqtan tezlik u'sh sannın ja'rdeminde ta'riplenedi. Bunday shamalardı **vektorlar** dep ataymız. Vektordı absolyut ma'nisi ha'm bag'ıtı boyınsha anıqlanadı dep aytadı. **Biraq u'sh san menen anıqlanatuğ'ın barlıq fizikalıq shamalar vektorlar bolıp tabılmaydı.** Vektor bolıwı ushın bul u'sh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshisine o'tkende tu'rleniwi sha'rt.

Vektorlar basqa oqıwlıqlag'ılar sıyaqlı bul lektsiyalar tekstlerinde juwan ha'ripler menen berilegen. Mısalı **A** vektor, onın absolyut ma'nisi **A** yamasa **|A|** tu'rinde belgilengen.



4-su'wret. Vektorlardı qosıw. Vektorlardı qosıw qa'desi awısıwlardı qosıwdın ta'biyiy tu'rdegi ulıwmalastırıwı bolıp tabıladı.

Vektorlardı qosıw ha'm vektordı sang'a ko'beytiw. Vektor tu'sinigin fizikada qollanıwdın en' a'hmiyetlilerenin biri bul vektordın awısıwı bolıp tabıladı. Eger bazı bir materiallıq noqat M_1 awhalınan M_2 awhalına ornın almastıratuğ'ın bolsın (4-su'wret), onın ornın almasıwı $\vec{M_1M_2}$ vektordı menen ta'riplenedi. Bul vektor M_1 ha'm M_2 noqatların baylanıstıratuğ'ın kesindi ja'rdeminde sa'wlelenldiriledi ha'm M_1 den M_2 ge qaray bag'ıtlang'an. Eger bunnan keyin noqat M_2 noqatınan M_3 noqatına ornın almasıwı bolsa bul eki ornın almasıwdın izbe-izligi (yamasa bul eki awısıwdın qosındısı) $\vec{M_1M_3}$ bir ornın almasıwına ten boladı ha'm bul bılayınsha jazıladı:

$$\vec{M_1M_2} + \vec{M_2M_3} = \vec{M_1M_3}$$

Bul formula vektorlardı qosıw qa'desin beredi ha'm ko'pshilik jag'dayda parallelogramm qa'desi dep te ataladı. **Parallelogramm qa'desi boyınsha vektorlardın qosındısı usı vektorlar ta'repleri bolıp tabılatuğ'ın parallelogrammnın diagonalına ten.**

Ornın almasıwıwlr mısasında vektorlardın qosındsın ornın almasıwıwıwların izbe-izliginen g'a' rezsiz ekenligin ko'riwge boladı. Solıqtan

$$\mathbf{A} + \mathbf{V} = \mathbf{V} + \mathbf{A}.$$

Vektordı on belgige iye sang'a ko'beytiw vektordın absolyut shamasın vektordın bag'ıttın o'zgeripey sol sang'a ko'beytiwge alıp kelinedi. Eger vektordı belgisi teris sang'a ko'beytsek vektordın bag'ıtı qarama-qarsı bag'ıtqa o'zgeredi.

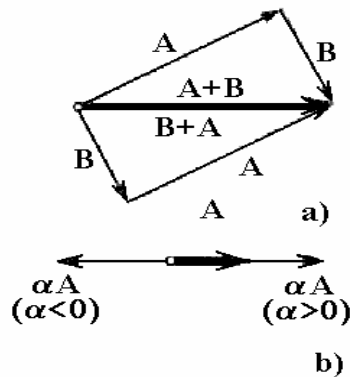
Vektorlardı skalyar ko'beytiw. Eki **A** ha'm **V** vektorların skalyar ko'beymesi **(A,V)** dep vektorlardın absolyut ma'nislerinin ko'beymesin sol vektorlar arasındag'ı mu'yeshstin kosinusın ko'beytkende alınatuğ'ın sang'a ten shamag'a aytamız. Yag'ıny

$$(A, V) = |A| * |V| * \cos \left(\hat{A, B} \right).$$

Skalyar ko`beyme ushın to`mendegidey qag`ıydaldarın` durıs bolatug`ınlıg`ın an`sat tekseriwge boladı:

$$\begin{aligned} (A, V) &= (V, A); \\ (A, V+S) &= (A, V) + (A, S); \\ (A, \alpha V) &= \alpha (A, V). \end{aligned}$$

Bul jerde α arqalı ıqtıyarlı san belgilengen (5-su`wret).



5-su`wret. Vektorlardı qosıwdın` kommutativliligi (a) ha`m vektordı sang`a ko`beytiw (b)

**Vektorlıq ko`beyme.**  $A$  ha`m V vektorların` vektorlıq ko`beymesi $[A, V]$ dep to`mendegidey usılda anıqlanatug`ın D vektorın aytamız (6-su`wret):

1. D vektorı A ha`m  $V$  vektorları jatırğ`an tegislikke perpendikulyar, bag`ıtı eger  $A$  vektorın  $V$  vektorının` u`stine jatqızıw ushın en` qısqa jol boyınsha burg`anda on` burg`ının` jıljiw bag`ıtı menen bag`ıtlas. Solay etip A , V , D vektorları bir birine salıstırğ`anda on` koordinatalar sistemasının`  $x, y, z$  ko`sherlerinin` on` bag`ıtlarınday bolıp bag`ıtlang`an.

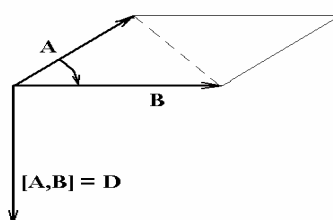
2. Absolyut shaması boyınsha D vektorı o`z-ara ko`beytiliwshi vektorların` absolyut ma`nislerinin` ko`beymesin usı vektorlar arasındag`ı mu`yeshtin` sinusına ko`beytkende alınatug`ın sang`a ten`:

$$|D| = |A, V| = |A| * |V| * \sin \left(\hat{A, B} \right).$$

Bul jerde A ha`m  $V$  vektorları arasındag`ı mu`yeshtin` A dan V g`a qaray en` qısqa jol bag`ıtında alınatug`ınlıg`ını u`lken a`hmiyetke iye. 6-su`wrette vektorlıq ko`beymenin` absolyut ma`nisi o`z-ara ko`beytiliwshi eki vektordan du`zilgen parallelogramnıń` maydanına ten` ekenligi ko`rinip tur.

Vektorlıq ko`beymenin` to`mendegidey qa`siyetlerge iye bolatug`ınlıg`ın an`sat da`lillewge boladı:

$$\begin{aligned} [A, V] &= - [V, A]; \\ [A, V+S] &= [A, V] + [A, S]; \\ [A, \alpha V] &= \alpha [A, V]. \end{aligned}$$



6-su`wret.  $[A, V] = D$  vektorlıq ko`beymesi.

D vektorı o`z-ara ko`beytiletug`ın vektorlar jatqan tegislikke perpendikulyar bag`itlang`an.

Vektorlardı birlik vektorlar ja`rdeminde ko`rsetiw. Vektordın bag`ıtın **birlik o`lshem birligi joq** vektordın ja`rdeminde ko`rsetiw mu`mkin. Qa`legen **A** vektorın bilayınsha jazıw mu`mkin:

$$\mathbf{A} = \frac{A}{|\mathbf{A}|} |\mathbf{A}| = n * |\mathbf{A}| = n\mathbf{A}.$$

Bul jerde $n = \frac{A}{|\mathbf{A}|}$ bag`ıtı **A** vektorı menen bag`ıtlas birlik vektor bolıp tabıladı.

Radius-vektor. Noqattın awhalı sa`ykes koordinatalar sistemasında u`sh sannın ja`rdeminde anıqlanadı. Ha`r bir noqattı esaplaw bası dep atalıwshı bazı bir noqattan orın almasırdın na`tiyjesinde payda bolg`an punkt dep ko`z aldımızg`a keltiriwimiz mu`mkin. Sol ushın bul noqattı da`slepki noqat (esaplaw bası) penen usı noqattı tutastratug`ın awısıw vektorı menen ta`riplew mu`mkin. Bul vektor **radius-vektor** dep ataladı. Eger noqattın awhalı (ken`islikte iyelegen ornı) radius-vektor menen belgilenetug`ın bolsa qanday da bir koordinata sistemasın qollanıwdın za`ru`rligi qalmaydı. Usınday jollar menen ko`p sanlı fizikalıq qatnaslar a`piwayılasadı ha`m ko`rgizbeli tu`rge enedi. Za`ru`r bolg`an jag`daylarda koordinatalar sistemalarına o`tiw tayar formulalar ja`rdeminde a`melge asırıladı. Mısalı Dekart koordinatalar sistemasında **r** radius-vektorın koordinata ko`sherlerine parallel bolg`an u`sh vektordın (**ix**, **ju**, **kz** vektorları) qosındısı tu`rinde bilayınsha jazıladı:

$$\mathbf{r} = \mathbf{ix} + \mathbf{ju} + \mathbf{kz}.$$

x,u,z sanları **r** radius-vektorının qurawshıları dep ataladı.

Bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o`tkende radius-vektorlardın qurawshıları sa`ykes tu`rlendiriwlerge ushıraydı. A`piwayı misal keltiremiz ha`m bul misalda bir Dekart koordinatalar sistemasınan (xuz koordinatalar sisteması) ekinshi Dekart koordinatalar sistemasına (x'u'z' koordinatalar sisteması, bunday eki koordinatalar sisteması bir birine salıstırg`anda burılğ`an bolıwı mu`mkin) o`tkendegi tu`rlendiriw formulaların keltiremiz:

xuz sistemasında vektordı bilayınsha jazamız

$$\mathbf{r} = \mathbf{ix} + \mathbf{ju} + \mathbf{kz}.$$

x'u'z' koordinatalar sistemasında bilayınsha jazıw kerek:

$$\mathbf{r} = \mathbf{ix'} + \mathbf{ju'} + \mathbf{kz'}.$$

Tu`rlendiriw formulaların a`piwayılastırıw ushın belgilewler qabıl etemiz:

$$x = x_1, \quad u = x_2, \quad z = x_3;$$

$$x' = x_1', \quad u' = x_2', \quad z' = x_3';$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{j} = \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{k} = \mathbf{e}_3;$$

$$\mathbf{i}' = \mathbf{e}_1', \quad \mathbf{j}' = \mathbf{e}_2', \quad \mathbf{k}' = \mathbf{e}_3';$$

$$\cos \left(\hat{\mathbf{e}}_m, \hat{\mathbf{e}}_{n'} \right) = \alpha_{mn'} \quad (m = 1, 2, 3; n' = 1, 2, 3).$$

Koordinatalar basları bir noqatta bolg`an eki Dekart koordinatalar sistemaları ushın tu`rlendiriw formulaları endi bilayınsha jazıladı:

$$x_1 = \alpha_{11'} x_1' + \alpha_{12'} x_2' + \alpha_{13'} x_3';$$

$$x_2 = \alpha_{21'} x_1' + \alpha_{22'} x_2' + \alpha_{23'} x_3';$$

$$x_3 = \alpha_{31'} x_1' + \alpha_{32'} x_2' + \alpha_{33'} x_3';$$

Usı tu`rde tu`rlendiriw formulaların este saqlaw ju`da` an`sat.

Fizikalıq shamanın` vektor bolıwı ushın bul u`sh san bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o`tkende

$$x_1 = \alpha_{11} \cdot x_1' + \alpha_{12} \cdot x_2' + \alpha_{13} \cdot x_3';$$

$$x_1 = \alpha_{11} \cdot x_1' + \alpha_{12} \cdot x_2' + \alpha_{13} \cdot x_3';$$

$$x_1 = \alpha_{11} \cdot x_1' + \alpha_{12} \cdot x_2' + \alpha_{13} \cdot x_3';$$

formulaların` ja`rdeminde tu`rlendiriliwi kerek.

Bazı bir a`hmiyetli juwmaqlar:

Orın almasıw traektoriya kesindisi emes.

Vektorlardı qosıw qa`desi maqsetke muwapıqlıg`ı bir qatar fizikalıq shamalardıń qa`siyetleri boyınsha tastıyqlanatuğ`ın anıqlama bolıp tabıladı.

U`sh san menen ta`riplenetuğ`ın fizikalıq shama ko`pshilik jag`daylarda vektor bolıp tabıladı. Usınday u`sh sannın` vektor bolıwı ushın (durısırag`ı vektordın` qurawshıları bolıwı ushın) bir koordinatalar sistemasınan ekinshi koordinatalar sistemasına o`tkende belgili bir ta`rtipte tu`rleniwi sha`rt.

Radius-vektor qanday da bir koordinatalar sistemasının` bar bolıwınan g`a`rezli emes.

Eger qanday da bir koordinatalar sisteması saylap alınatuğ`ın bolsa, radius-vektordı usı koordinatalar sistemasında an`latıw mu`mkin.

**Waqt tu`sinigi.** Bizdi qorshap turg`an waqt barqulla o`zgerip turadı. Protsessler bir birinen son` belgili bir izbe-izlikte o`tedi, ha`r bir protsess belgili bir uzaqlıqqa (bunnan bılay waqt boyınsha uzaqlıq na`zerde tutiladı) iye. O`zgeriwshi, rawajlanıwshı du`n`yanın` ulıwmalıq qa`siyeti adamlar sanasında waqt tu`sinigi tu`rinde qa`liplesken.

Waqt dep materiallıq protsesslerdin` anıq uzaqlıqqa iye bolıwın, bir birinen keyin qandayda bir izbe-izlikte ju`zege keliwin, etaplar ha`m basqışlar boyınsha rawajlanıwın tu`sinemiz.

Solay etip waqıttın` materiyadan ha`m onın` qozg`alısınan ajratılıwı mu`mkin emes. Sol sıyaqlı ken`islikte de waqıttan ajratıwğ`a bolmaydı. Materiallıq protsesslerden tis ajratıp alıng`an waqt mazmung`a iye emes. Tek g`ana ken`islik penen waqıttı bir birine baylanışlı etip qaraw fizikalıq ma`niske iye.

Da`wirli protsessler.** Ta`biyatta ju`retuğ`ın ko`p sanlı protsessler ishinde birinshi gezekte **qaytalanatuğ`ın protsessler ko`zge tu`sedi. Ku`n menen tu`nnin`, jl ma`wsimlerinin`, aspanda juldızlardın` qozg`alısılarının` qaytalanıwı, ju`rekin` sog`ıwı, dem alıw ha`m basqa da ko`p sanlı qubılıslar qaytalanıwshı protsesslerge kiredi. Usı qubılıslardı u`yreniw ha`m salıstırıw materiallıq protsesslerdin` uzaqlıg`ı ideyasın payda etedi, al uzaqlıqlardı salıstırıw usı uzaqlıqlardı o`lshew ideyasının` payda bolıwına alıp keledi. Mu`mkin bolg`an protsesslerdi o`lshew usı protsesslerdin` ishindegi en` turaqlı tu`rde qaytalanatuğ`ın protsessti ayırıp alıwğ`a mu`mkinshilik beredi. Bul ayırıp alıng`an protsess o`lshew etalonı xızmetin atqaradı.

Da`wirli protsessti o`lshew ushın qabıl etilgen etalon saat dep ataladı.

Saattı qabıl etiw menen birge da`rha`l ha`r qanday esaplaw noqatlarındag`ı saatlar birdey bolıp ju`re me dep soraw beriledi. Bul to`mendegini bildiredi: Meyli bazı bir fizikalıq protsess bir noqattan ekinshi noqatqa informaciya jetkerip beretuğ`ın bolsın. Bunday protsessti **signal** dep ataymız. Signal bolıp jarq etip jang`an jaqtılıq, mıttıqtan atılg`an oq xızmet etiwı mu`mkin. Bul signallardıń tarqalıw nızamların anıq bilip otırıwdın` qa`jeti joq. Tek g`ana signaldı jiberiw, qabıl etiw o`zgermeytuğ`ın birdey jag`daylarda a`melge asatuğ`ınlig`ın biliw kerek. Usınday sha`rtler orınlanatuğ`ın jag`dayda bir noqattan birdey waqt aralıqları o`tiwi

menen signal jiberip otıramız. Eger ekinshi noqatta usı signallar birinshi noqattag`ıday waqıt aralıqlarında kelip jetetug`ın bolsa eki noqatta da saatlardın` ju`riw tezligi birdey dep esaplaymız. Bunday salıstırıwları qa`legen eki noqatlar arasında ju`rgiziwge boladı. Meyli A menen V noqatlarındag`ı saatlardın` ju`riw tezlikleri ha`m V menen S noqatlarındag`ı saatlardın` ju`riw tezlikleri birdey bolıp shıqqan bolsın. Bunday jag`dayda A ha`m S noqatlarındag`ı saatlardın` da ju`riw tezlikleri birdey dep juwmaq shıg`aramız.

Printsipinde bul ta`jiriybeler eki na`tiyje beredi: 1) qarap atırılğ`an sistemanın` ha`r qanday noqatlarındag`ı saatlardın` ju`riw tezlikleri birdey yamasa 2) sistemanın` ha`r qıylı noqatlarındag`ı saatlar ha`r qanday tezliklerde ju`redi. ***Eksperimentler usı eki jag`daydın` da haqıyqatta da orın alatug`ınlıg`ın ko`rsetedi.*** Misalı etalon sıpatında basım, temperatura ha`m basqa da sırtqı ta`sirlerden g`a`rezsiz bolğ`an yadrolıq protsessti qabıl eteyik ha`m joqarıda ga`p etilgen usıl menen bul saatlardın` ju`riw tezliklerinin` birdey yamasa birdey emesligin tekserip ko`reyik. Meyli qarap atırılğ`an protsesstin` basında Jer betinen bazı bir biyiklikte turg`an noqattan Jer betindegi tap usınday protsess ju`rip atırğ`an ekinshi orıng`a signal jiberilsin. Bul signal Jer betindegi noqatqa bul noqatta protsess baslang`an waqıtta jetip kelgen bolsın. Ekinshi signal birinshi noqattan usı noqattag`ı protsess toqtag`an waqıtta jiberilsin. Birinshi noqattan ekinshi noqatqa signaldın` qozg`alıw nızamı bizdi qızıqtırmaydı. Bul nızamnın` barlıq signallar ushın birdey bolıwı sha`rt. Eksperiment ekinshi signaldın` Jer betindegi noqatqa usı noqatta bolıp atırğ`an protsesstin` tamam bolıw momentinde emes, al erterek keletug`ınlıg`ın ko`rsetedi.

Bul eksperimentallıq situatsiya berilgen esaplaw sistemasındag`ı birden bir waqıttın` joqlıg`ın, sistemanın` ha`r bir noqatında waqıttın` o`tiwinin` tezliginin` ha`r qıylı ekenligin ko`rsetedi.

Bunday situatsiya, misalı, Jer menen baylanısqa esaplaw sistemasında orın aladı. Eger Jer betinde ornatılğ`an birinshi saat ekinshisine salıstırğ`anda 10 m biyiklikte jaylastırılğ`an bolsa, onda bazı bir protsesstin` uzınlıg`ı bir birinen usı waqıt uzınlıg`ının`  $10^{-15}$  ine ten`dey shamag`a ayırıladı. Og`ada az bolğ`an bunday ayırma birinshi ret 1960-jılı baqlandı. Bunday az ayırmanı esapqa almaytug`ın bolsaq, Jer menen baylanıslı bolğ`an esaplaw sistemasında birden bir waqıt bar dep esaplaymız.

Biz qarap o`tken misalda saatlardın` ha`r qıylı tezlik penen ju`riwine Jer payda etken gravitatsiyalıq (tartılıs) maydan sebepshi boladı. Biraq tartılıs maydanı birden bir sebep emes. Misalı esaplaw sisteması aylanbalı qozg`alısta bolıwı mu`mkin. Bunday qozg`alıslar da saatlardın` ju`riw tezliginin` o`zgeriwine alıp keledi.

Saatlardı sinxronizatsiyalaw. Berilgen noqatta o`tiwshi protsesstin` uzaqlıg`ı usı noqatta jaylastırılğ`an saattın` ja`rdeminde o`lshenedi. Demek bul jag`dayda bir noqatta jaylasqa protsesslerdin` uzaqlıqları salıstırıladı. Uzaqlıqtı o`lshew bul protsesstin` baslanıwın ha`m aqırın etalon etip qabıl etilgen protsess shkalası boyınsha anıqlawdan turadı. Bul o`lshewlerdin` na`tiyjeleri ha`r qıylı noqatlarda ju`zege keletug`ın protsesslerdin` uzaqlıqların salıstırıwğ`a mu`mkinshilik beredi. Biraq bul jag`dayda ha`r bir protsess belgili bir noqatta ju`riwi kerek.

Biraq bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta pitetug`ın protsesste jag`day qalay boladı? Bul protsesstin` uzaqlıg`ı dep neni tu`sinemiz? Qaysı orında turg`an saat penen bunday protsesstin` uzaqlıg`ın o`lsheymiz?

Bunday protsesstin` uzaqlıg`ın bir saattın` ja`rdeminde o`lshewdin` mu`mkin emes ekenligi o`z-o`zinen tu`sinikli. Tek g`ana ha`r qıylı noqatlarda jaylastırılğ`an saatlardın` ja`rdeminde protsesstin` baslanın` ha`m pitiw momentlerin belgilep qalıw mu`mkin. Bul belgilew bizge hesh na`rse bermeydi, sebebi ha`r qıylı saatlardag`ı waqıttı esaplawdın` baslang`ısh momenti bir biri menen sa`ykeslendirilmegen (basqa so`z benen aytqanda saatlar sinxronizatsiyalanbag`an).

En` a`piwayı sinxronizatsiya bılay islenedi: barlıq saatlardın` tilleri belgili bir waqıtta belgili bir belgige alıp kelip qoyladı. Biraq «belgili bir waqıtta» degen so`zdin` ma`nisi ele belgisiz.

Sonlıqtan saatlardı sinxronizatsiyalawg`a belgili bir tu`sinikler arqalı emes, al usı sinxronizatsiya baylanısqa fizikalıq protseduralarg`a su`yenip anıqlama beriw kerek.

En` da`slep ha`r qıylı noqatlarda jaylasqa saatlar arasındag`ı fizikalıq baylanıstı anıqlaw sha`rt. Bunday jag`daylarda ja`ne de signallardı paydalanıwg`a tuwra keledi. Sonlıqtan sinxronizatsiyanı a`melge asırıw ushın signallardı ha`r qıylı noqatlar arasındag`ı tarqalıw nızamları da belgili bolıwı kerek.

Saatlardı sinxronlastırıw ha`m ha`r qanday fizikalıq signallardı tarqalıw nızamların u`yreniw bir birin tolıqtırıw jolı menen tariyxıy jaqtan birge alıp barıldı. Bul ma`seleni sheshiwde jaqtılıqtın` tezligi en` a`hmiyetli orındı iyeledi. Sebebi jaqtılıq a`yemgi waqıtlardan baslap ta`biyiy signal bolıp keldi, onın` tezligi basqa belgili bolg`an signallardı tezliklerine salıstırg`anda sheksiz u`lken dep esaplandı. Sonlıqtan sheksiz u`lken tezlik penen qozg`alıwshı signal ja`rdeminde saatlardı sinxronlastırıw ideyası payda boldı. Bul sinxronlastırıwdı a`melge asırıw ushın da`slep barlıq noqatlarda jaylasqa saatlardın` tilleri birdey awhallarg`a qoyladı. Keyin bir noqattan barlıq noqatlarg`a qaray jaqtılıq signalları jiberiledi ha`m usı signal kelip jetken waqıt momentlerinde saatlar ju`rgizilip jiberiledi. Bunday etip sinxronlastırıw a`hmiyetke iye. Eger A noqatında jaylasqa saat penen V noqatında jaylasqa saat, V noqatındag`ı saat penen S noqatındag`ı saat sinxronlasqa bolsa, A noqatındag`ı saat penen S noqatındag`ı saat ta sinxronlastıqan bolıp shıg`adı. Bul A, V ha`m S noqatların` o`z-ara jaylasıwlarına baylanıslı emes.

Saatlardı jaqtılıq signalları ja`rdeminde sinxronlastırıw en` qolaylı usıl bolıp shıqtı. Sebebi

inertsial esaplaw sistemalarındag`ı jaqtılıqtın` tezligin` jaqtılıq dereginin` de, jaqtılıqtı qabıllawshı du`zilistin` tezligine de baylanıslı emes, ken`isliktin` barlıq bag`ıtları boyınsha birdey ha`m universal turaqlı shama s g`a ten` ekenligin ko`p sanlı eksperimentler da`lilledi.

Bul universal turaqlı shamanın` ma`nisi jaqında 1.1 m/s da`lliginde anıqlandı:

$$s = 299792.4562 \text{ km/s} \pm 1.1 \text{ m/s}.$$

Endi sinxronlastırıwdı bılay a`melge asıramız. Baslang`ısh non`qat dep atalatug`ın noqatta saatnı` tili 0 ge qoyladı. Bul saat usı noqattan sferalıq jaqtılıq tolqını tu`rindegi jaqtılıq signalı ketken waqıt momentinde ju`rgizilip jiberiledi. Usı noqattan r qashılıqta turg`an ekinshi noqatqa signal r/s waqıt o`tkennen keyin kelip jetedi. Sonlıqtan da ekinshi noqattag`ı saat birinshi noqattan jaqtılıq signalı kelip jetkende r/s nı ko`rsetiwı kerek.

Sorawlar:

1. Ken`isliktin` geometriyalıq qa`siyetleri haqqındag`ı tastıyıqlawlardın` ma`nisi neden ibarat?

2. Anaw yamasa minaw geometriyanın` haqıyqatlıg`ı yaki jalg`anlıg`ı haqqındag`ı ma`selenin` ma`nisi neden ibarat?

3. Ha`zirgi waqıtları Evklid geometriyasının` durıslıg`ı qanday sheklerde da`lillengen?

4. Absolyut qattı dene degenimiz ne ha`m bul tu`siniktin` geometriyalıq ko`z-qaraslardın` rawajlanıwında tutqa ornı neden ibarat?

5. Waqıt ha`m da`wirli protsessler dep neni tu`sinemiz?

6. Saatlardı sinxronizatsiyalaw za`ru`rliliginin` ma`nisi neden ibarat?

§ 4. Materiallıq noqat kinematikasi

1. Mexanika ha'm onun bo'limlari.
2. Orin almastiruv vektori.
3. Tezlik.
4. Tezleniw.
5. Noqattin shen'ber boyinsha qozg'alıwı. Mu'yeshlik tezlik.
6. Orayg'a umtılıwshı tezleniw.
7. Mu'yeshlik tezleniw.
8. Mu'yeshlik tezlik ha'm mu'yeshlik tezleniw vektorlari.

Fizikanın bo'limlari ishinde **mexanika** burınıra q rawajlana basladı. **Mexanika denelerdin qozg'alısı menen ten salmaqlıg'ı haqqındag'ı ilim bolıp tabıladı.** Ken'irek ma'niste aytqanda materiyanın qozg'alısı onun o'zgerisi bolıp tabıladı. Biraq mexanikada qozg'alıs haqqında ga'p etilgende qozg'alıstın en a'piwayı forması bolg'an bir denenin basqa denelerge salıstırg'andag'ı orin almastırwı na'zerde tutiladı. Mexanikanın printsiplari birinshi ret I.N'yuton (1643-1727) ta'repinen onun «Natural filosofiyanın matematikalıq baslaması» dep atalatug'ın biykarg'ı miynetinde bayanlandı.

Qozg'alıs degenimiz ne ha'm onı qalayınsha ta'riplew mu'mkin? Bul sorawg'a denelerdin qozg'alısın ta'riplewshı kinematika juwap beredi. Qozg'alıs degenimiz denenin basqa denelerge salıstırg'andag'ı orin almastırwı (ken'isliktegi onun ornının o'zgeriwi) bolıp tabıladı. Solay etip denenin qozg'alısın ta'riplewde usı denenin orin almastırwın salıstırw maqsetinde biz barlıq waqıtta da qanday da bir koordinatalar sistemasın (yamasa esaplaw sistemasın) paydalanamız. Denenin qozg'alısı onun barlıq noqatlarının (denenin kishi bo'limlerinin, da'neshelerinin) qozg'alısı menen anıqlanadı. Sonlıqtan bizler materiallıq noqattın qozg'alısın ta'riplewden baslaymız. Al joqarıda ga'p etilgenindey **materiallıq noqat dep o'lshemleri esapqa alınbaytug'ın denege aytamız.** Bunday jag'dayda denenin massası bir noqatka toplanan dep esaplanadı.

Materiallıq noqattın orin awıstırwı, tezligi ha'm tezleniwi. Qozg'alıstı ta'riplew dep

$$x_1 = x_1(t), \quad x_2 = x_2(t), \quad x_3 = x_3(t) \quad (4-2)$$

funktsiyaların biliw degen so'z. Vektorlıq formada

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (4-2a)$$

tu'rinde qozg'alıstı matematikalıq jaqtan ta'ripleymiz.

Qozg'alıstı traektoriya parametrlari menen de ta'riplew mu'mkin.

Orin almasıw vektori. Bul vektor uzınlıg'ı boyınsha keyingi noqat penen da'slepki noqat arasındag'ı qashılıqqa ten, al bag'ıtı da'slepki noqattan keyingi noqatqa qaray bag'ıtlang'an: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)$. Bul vektor materiallıq noqattın t ha'm $t+\Delta t$ waqıt momentleri arasında bolg'an traektoriyanın noqatların tutastıradı.

Tezlik. Tezlik dep waqıt birliginde materiallıq noqattın o'tken jolına aytamız. Eger materiallıq noqat Δt waqıt ishinde ΔS jolın o'tken bolsa ortasha tezlik

$$\Delta v = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (4-3)$$

Δt waqıtın sheksiz kishireytsek tezliktin aling'an ma'nisi bir zamatlıq tezlik dep ataladı, yag'nıy:

$$\mathbf{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (4-4)$$

Dekart koordinatalar sistemasında

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} x(t) + \mathbf{j} y(t) + \mathbf{k} z(t). \quad (4-5)$$

Demek

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt = \mathbf{i} (dx/dt) + \mathbf{j} (dy/dt) + \mathbf{k} (dz/dt). \quad (4-6)$$

Tezliktin` qurawshıları:

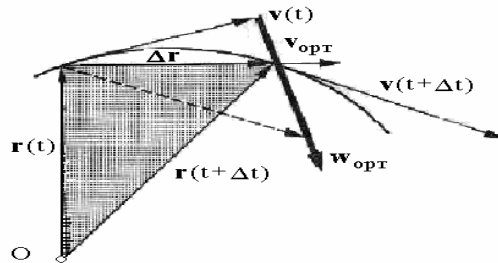
$$v_x = dx/dt; \quad v_y = dy/dt; \quad v_z = dz/dt.$$

Qozg`alıs traektoriya parametrleri arqalı berilgen jag`dayda traektoriya menen o`tilgen joldın` waqıtqa g`a`rezliligi belgili boladı. Jol da`slepki dep qabıl etilgen noqattan baslap alınadı. Traektoriyanın` ha`r bir noqatı s shamasının` belgili bir ma`nisi menen anıqlanadı. Demek noqattın` radius-vektori s tin` funktsiyası bolıp tabıladı ha`m $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ ten`lemesi menen beriledi. Olay bolsa

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt = (d\mathbf{r}/ds) * (ds/dt). \quad (4-7)$$

Δs - traektoriya boylap eki noqat arasındag`ı qashıqlıq,  $|\Delta \mathbf{r}|$  - usı eki noqat arasındag`ı tuwrı sıızıq boyınsha qashıqlıq. Eki noqat bir birine jaqınlasqan sayın usı eki shama arasındag`ı ayırma jog`ala baslaydı. Sonlıqtan:

$$d\mathbf{r}/ds = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{r} / \Delta s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} (\Delta \mathbf{r} / |\Delta \mathbf{r}| * |\Delta \mathbf{r}| / \Delta s) = \boldsymbol{\tau}. \quad (4-8)$$



7-su`wret. Orın awıstırıw, tezlik ha`m tezleniw tu`sinigi ushın Traektoriyanın` eki noqatı arasındag`ı ortasha tezlik bag`ıtı boyınsha awısıw vektorına ten`. Ortasha tezlik traektoriyag`a urınba bag`ıtında da emes. O - esaplaw bası.

Bul jerde $\boldsymbol{\tau}$ traektoriyag`a urınba bolg`an birlik vektor. Anıqlama boyınsha $ds/dt = v$ traektoriya boyınsha tezliktin` absolyut ma`nisi. Sonlıqtan

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau} v. \quad (4-9)$$

Bul jerde tezliktin` traektoriyag`a urınba bag`ıtında ekenligi ko`rinip tur.

Tezleniw. Tezleniw dep tezliktin` o`zgeriw tezligine aytaımız. t ha`m  $t + \Delta t$  waqıt momentlerindeki tezlikler  $\mathbf{v}(t)$  ha`m $\mathbf{v}(t + \Delta t)$ bolsın. Demek Δt waqıtı ishinde tezlik $\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)$ o`cimin aladı. Δt waqıtı ishindeki ortasha tezleniw:

$$\mathbf{a}_{ort}(t, t + \Delta t) = \Delta \mathbf{v} / \Delta t. \quad (4-10)$$

Ha`r qıylı waqıt aralıqlarındag`ı $\mathbf{v}(t)$ vektorının` su`wretin bir ulıwmalıq da`slepki noqattan shıg`atug`ın etip salamız. Usı vektordın` ushı **tezliklerdin` godografi** dep atalatug`ın iymeklikti sıızadı (su`wrette ko`rsetilgen). Δt waqıtın sheksiz kishireytip tezleniwdi alamız:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \right) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \quad (4-11)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y + \mathbf{k}z \text{ ekenligin esapqa alıp tezleniwdi } \mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

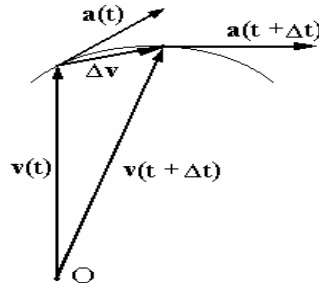
$$\mathbf{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \mathbf{k} \quad (4-12)$$

tu`rinde ko`rsetiw mu`mkin.

Demek Dekart koordinatalar sistemasında tezleniwdin` qurawshıları:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}, \quad (4-13)$$

Endi tezleniwdin` tezlikke ha`m qozg`alis traektoriyasına salıstırğ`andag`ı bag`ıtın anıqlawımız kerek. Su`wrette tezleniwdin` tezlik godografına urınba bag`ıtta ekenligin, biraq onın` menen qa`legen mu`yesh jasap bag`ıtlanatug`ınlıg`ın da ko`rsetedi. Usı ma`seleni ayqınlastırıw ushın $\mathbf{v} = \tau \mathbf{v}$ formulasınan paydalanamız:



8-su`wret. Tezlikler godografi.

Belgilenip alıng`an da`slepki noqattan (O noqatı) baslap tezlik vektorının` aqırğ`ı noqatı basıp o`tken noqatlardıń` geometriyalıq orńı bolıp tabıladı.

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = \frac{d}{dt} (\tau \mathbf{v}) = (d\tau/dt)\mathbf{v} + \tau(d\mathbf{v}/dt). \quad (4-14)$$

Bul jerde $\tau = \tau(s)$ - o`tilgen joldın` funktsiyası bolıp tabıladı. O`z gezeginde s waqıt t nın` funktsiyası. Sonlıqtan $d\tau/dt = (d\tau/ds)(ds/dt)$. τ vektorı absolyut ma`nisi boyınsha o`zgergen. Bunnan $(d\tau/ds)$ vektorının`  $\tau$  vektorına perpendikulyar ekenligi ko`rinip tur. τ vektorı traektoriyag`a urınba bag`ıtında. Demek $(d\tau/ds)$ vektorı traektoriyag`a perpendikulyar, yag`nıy bas normal dep atalıwshı normal boyınsha bag`ıtlang`an. Usı normal bag`ıtındag`ı birlik vektor $\mathbf{n}$ arqalı belgilenedi. $(d\tau/ds)$ vektorının` ma`nisi $1/r$ ge ten`.  $r$  traektoriyanın` iymeklik radiusı dep ataladı.

Traektoriyadan $\mathbf{n}$ bas normalının` bag`ıtında r qashılıqta turg`an O noqatı traektoriyanın` iymeklik radiusı dep ataladı. Sonlıqtan

$$d\tau/ds = \mathbf{n}/r \quad (4-15)$$

dep jazıw mu`mkin.

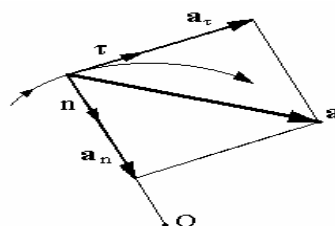
$ds/dt = v$ ekenligin esapqa alıp $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = \frac{d}{dt} (\tau \mathbf{v}) = (d\tau/dt)\mathbf{v} + \tau(d\mathbf{v}/dt)$ formulasın bilay ko`shirip jazamız:

$$\mathbf{a} = \mathbf{n} (v^2/r) + \tau (d\mathbf{v}/dt). \quad (4-16)$$

Demek tolıq tezleniw o`z-ara perpendikulyar bolg`an eki vektordan turadı: traektoriya boylap bag`ıtlang`an $\tau (d\mathbf{v}/dt) = a_t$ tezleniwi tangensial tezleniw dep ataladı, al ekinshisi traektoriyag`a perpendikulyar ja`ne bas normal boyınsha bag`ıtlang`an tezleniw $a_n = \mathbf{n} (v^2/r)$ normal tezleniw dep ataladı.

Tolıq tezleniwdin` absolyut ma`nisi

$$a = (\mathbf{a}^2)^{1/2} = [(v^2/r)^2 + (d\mathbf{v}/dt)^2]^{1/2}. \quad (4-17)$$



9-su`wret. Toliq tezleniwdi ( $a$ ) qurawshıları bolg`an tangensial (a_t) ha`m normal ( $a_n$ ) qurawshılarg`a jiklew.

Endi qozg`alıstın`en` a`piwayı tu`rlerinín` biri bolg`an tuwrı sıızıqlı tezlenbeli qozg`alıstı haqqında ga`p etemiz. Bunday jag`dayla tezleniwdi bılay jazamız

$$a = \Delta v / \Delta t = (v - v_0) / (t - t_0).$$

Bul jerde v_0 da`slepki tezlik,  $t_0$  da`slepki waqıt (waqıttın` da`slepki momenti), v waqıt t bolg`an momenttegi tezliktin` ma`nisi. Bul formuladan

$$v = v_0 + a(t - t_0).$$

Eger $t_0 = 0$ bolsa $v = v_0 + at$.

Tezliktin` o`simi Δv nın` belgisi qanday bolsa tezleniwdin` belgisi de sonday boladı.

Endi ten` o`lshewli tezlenbeli qozg`alıstı ju`rip o`tilgen joldın` ma`nisi esaplayıq.

A`piwayılıq ushın  $v_0 = 0$  dep esaplayıq. Tezliktin` o`siwi OA tuwrısı menen sa`wlelendiriledi. Sonlıqtan ju`rip o`tilgen jol OVA u`sh mu`yeshliginin` maydanına ten` boladı:

$$OA \cdot AV / 2 = v \cdot t / 2 = at^2 / 2.$$

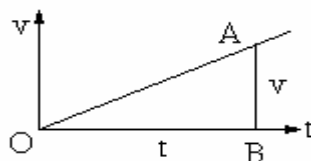
Eger da`slepki tezlik nolge ten` bolmasa

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Noqattın` shen`ber boyınsha qozg`alıwı. Mu`yeshlik tezlik. Noqattın` shen`ber boyınsha qozg`alıstı tsilindrlik koordinatalar sistemasında qarag`an an`sat. Bul jag`dayda koordinata basın shen`berdin` orayına, al x penen u ko`sherlerin usı shen`ber tegisligine jaylastıramız. (x, u) tegisliginde bul polyar koordinatalar sisteması boladı. Shen`berdin` radiusın r arqalı belgileyemiz. Traektoriya boyınan A noqatın alıp $s = r\varphi$ dep jaza alamız.

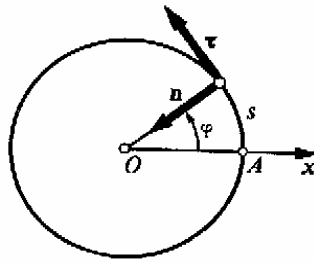
Tezliktin` absolyut ma`nisi $v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt}$. Mu`yeshtin` o`zgeriw tezligi  $\frac{d\varphi}{dt}$  mu`yeshlik tezlik dep ataladı ha`m  $\omega$  ha`ripi menen belgilenedi. **Eger bul tezlik turaqlı bolsa, onda ol aylanbalı jiyilik dep ataladı.** Mu`yeshlik tezlik aylanıw da`wiri T menen bılay baylanısqa:

$$\Omega = 2\pi / T. \quad (4-18)$$



10-su`wret. Ten` o`lshemli tezlenbeli qozg`alıstı ju`rip o`tilgen jol OAV u`sh mu`yeshliginin` maydanına ten`.

**Orayg`a umtılwshı tezleniw. Bul jag`dayda normal tezleniw orayg`a umtılwshı tezleniw dep ataladı.** Shen`berdin` barlıq noqatlarının` iymeklik orayları shen`berdin` orayı bolıp tabıladı. Iymeklik radiusı shen`berdin` radiusına ten`. Orayg`a umtılwshı tezleniw $\omega_n = (v^2 / R) = \omega^2 r$. Bul jerde $v = R\omega$ ekenligi esapqa alıng`an.



11-su`wret. Shen`ber boyınsha qozg`als parametrleri.

**Mu`yeshlik tezleniw.**  $v = R(d\varphi/dt)$  formulasınan tangensial tezleniwdin` $a_t = (dv/dt) = R(d\omega/dt) = R/(d^2\varphi/dt^2)$ ekenligi kelip shıg`adı.  $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$  shaması noqattın` mu`yeshlik tezligi dep ataladı. Toliq tezleniwdi bilay jazamız:

$$\omega = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = R\sqrt{\omega^4 + \dot{\omega}^2}. \quad (4-19)$$

**Mu`yeshlik tezlik ha`m mu`yeshlik tezleniw vektorları.** Shen`ber boyınsha qozg`als tek g`ana shen`berdin` radiusı ha`m mu`yeshlik tezlik penen ta`riplenip qoymay, shen`ber jatqan tegisliktin` bag`ıtı menen de ta`riplenedi. Tegisliktin` bag`ıtı usı tegislikke tu`sirilgen normaldin` bag`ıtı menen anıqlanadı. Sonlıqtan shen`ber boyınsha qozg`als shen`berdin` orayı boyınsha o`tiwshi ha`m shen`ber tegisligine perpendikulyar sıziq penen ta`riplenedi. Bul sıziq aylanıw ko`sheri bolıp tabıladı.

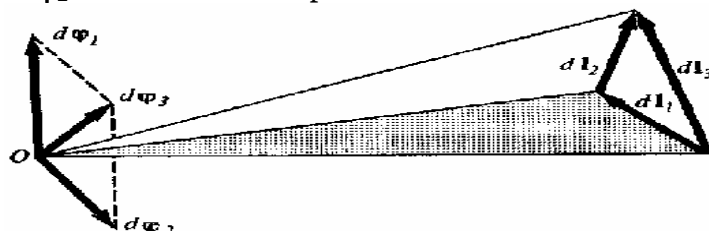
$d\varphi$ shaması elementar mu`yeshlik awısıw dep ataladı.  $v$  menen  $ds$  qalay baylanısqa bolsa ( $v = ds/dt$  formulası na`zerde tutılmaqta) ω menen $d\varphi$ de sonday bolıp baylanısqa. biraq tezliktin` ta`riplmesi ushın tek onın` shaması emes, al bag`ıtı da kerek. Eger awısıw vektorı ds arqalı belgilengen bolsa, tezlik vektorı ushın an`latpa  $ds/dt$  tu`rine iye.

Elementar mu`yeshlik awısıw  $d\varphi$  tek o`zinin` ma`nisi menen g`ana emes, al sol o`zgeris ju`z beretug`ın tegislik penen de ta`riplenedi. Usı tegislikti belgilep alıw ushın  $d\varphi$  di usı tegislikke perpendikulyar bolg`an vektor dep qarawımız kerek. Onın` bag`ıtı on` burg`ı qa`desi ja`rdeminde anıqlanadı; eger burg`ını  $\varphi$  din` u`lkeyiw bag`ıtında aylandırsaq, onda burg`ının` qozg`als bag`ıtı $d\varphi$ vektorının` bag`ıtına sa`ykes keliwi kerek. Biraq  $d\varphi$  di vektor dep esaplaytug`ın bolsa, onda onın` haqıyqatında da vektor ekenligin da`lillewimiz kerek.

Meyli $d\varphi_1$ ha`m  $d\varphi_2$  arqalı eki mu`yeshlik awısıw belgilengen bolsın. Usı shamalardın` vektorlarday bolıp qosilatug`ınlıg`ın da`lilleymiz. Eger O noqatınan (orayı O noqatı) radiusı bir birlikke ten` bolg`an sfera payda etetug`ın bolsaq usı mu`yeshlerge sferanın` betinde sheksiz kishi  $d\mathbf{l}_1$  ha`m $d\mathbf{l}_2$ kishi dog`aları sa`ykes keledi (to`mengi su`wrette sa`wlelengen).  $d\mathbf{l}_3$  dog`ası bolsa u`shmu`yeshliktin` u`shinshi ta`repi payda etedi. Sheksiz kishi bolg`an bul u`shmu`yeshlikti tegis u`shmu`yeshlik dep esaplawg`a boladı.  $d\varphi_1$ ,  $d\varphi_2$  ha`m $d\varphi_3$ vektorları usı u`shmu`yeshliktin` ta`replerine perpendikulyar bolıp jaylasqa ha`m onın` tegisliginde jatadı. Olar ushın to`mendegidey vektorlıq ten`liktin` orın alatug`ınlıg`ına ko`z jetkeriw qıyın emes:

$$d\varphi_3 = d\varphi_1 + d\varphi_2.$$

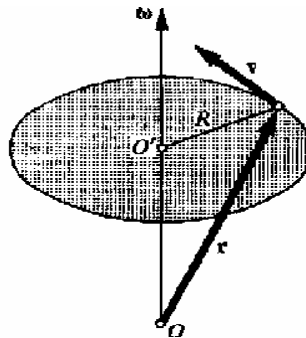
Demek $d\varphi_1$ ha`m  $d\varphi_2$  ler vektorlar bolıp tabıladı eken. Usını da`lillewimiz kerek edi.



12-su`wret. Elementar mu`yeshlik awısıwların` ( $d\phi_1$  ha`m $d\phi_2$ eki mu`yeshlik awısıwların`) vektorlıq shama ekenligin da`llewdi tu`sindiretug`ın su`wret.

Bul vektorlardı koordinata ko`sherleri boyınsha qurawshılarg`a jiklewimiz kerek. $d\phi_3 = d\phi_1 + d\phi_2$ g`a baylanıslı bul qurawshılar vektordın` qurawshılarınday boladı. Sonlıqtan **elementar mu`yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı dep esaplaymız.**

Vektor bolıw qa`siyetine tek g`ana elementar (sheksiz kishi) mu`yeshlik awısıwdın` iye bolatug`ınlıg`ın seziwimiz kerek. Shekli mu`yeshke awısıw vektor bolıp tabılmaydı. Sebebi olardı awısıw a`melge asatug`ın tegislikke perpendikulyar bolg`an tuwrılardıń kesindisi dep qarasaq, bul kesindiler parallelogramm qa`desi boyınsha qosılmaı qaladı.



13-su`wret. Radiusı R bolg`an shen`ber boyınsha qozg`alıwshı noqattın` mu`yeshlik tezliginın` vektorı qozg`alıstı tegisligine perpendikulyar bag`ıtta bag`ıtlang`an.

Materiallıq noqattın` sheksiz kishi awısıwı  $d\phi$  sheksiz kishi  $dt$  waqıt aralıg`ında ju`zege keledi. Sonlıqtan mu`yeshlik tezlik

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}$$

vektor bolıp tabıladı. Sebebi $d\phi$ vektor, al dt skalyar shama. ω menen $d\phi$ lardıń bag`ıtları birdey ha`m on` burg`ı qag`ıydası (qa`desi) tiykarında anıqlanadı.

Eger esaplaw basın aylanıw ko`sherinin` ıqtıyarlı noqatına ornalastırısaq (joqarıdag`ı su`wrette ko`rsetilgen), materiallıq noqattın` tezligin mu`yeshlik tezlik vektorı formulası arqalı an`latıwımız mu`mkin:

$$\mathbf{v} = [\omega, \mathbf{r}].$$

Mu`yeshlik tezleniw dep  $d\omega/dt$  vektorın ataymız. Shen`ber boyınsha qozg`alısta  $\omega$  vektorının` tek ma`nisi o`zgeredi, al bag`ıtı boyınsha o`zgermeytug`ın aylanıw ko`sherine parallel bolıp qaladı. $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ formulasın qollanıp noqattın` tolıq tezleniwin alamız:

$$\omega = d\mathbf{v}/dt = [d\omega/dt, \mathbf{r}] + [\omega, d\mathbf{r}/dt] = [d\omega/dt, \mathbf{r}] + [\omega, \mathbf{v}].$$

Bul jerde $(d\mathbf{r}/dt) = \mathbf{v}$ ekenligi esapqa alıng`an. biz qarap atırg`an jag`dayda mu`yeshlik tezleniw vektorı $d\omega/dt$ aylanıw ko`sherine parallel bolg`anlıqtan joqarıdag`ı formuladag`ı $[\omega, \mathbf{v}]$ vektorı traektoriyag`a urınba bag`ıtında bag`ıtlang`an. Demek:

$$\text{tangensial tezleniw } \omega_t = [d\omega/dt, \mathbf{r}],$$

$$\text{normal tezleniw } \omega_n = [\omega, \mathbf{v}].$$

$$\text{Al ulıwma tezleniw } \omega = \omega_t + \omega_n.$$

Bul formulalar aylanıw ko`sheri ken`islikte bag`ıtın o`zgeretpeytug`ın bolg`an jag`daylarda durıs na`tiyje beredi.

Bir qansha mısallar keltiremiz.

Da`slep ten` o`lshewli tezleniwshi qozg`alıstı qaraymız. Biyikligi 20 m bolg`an jaydın` basınan tas tu`sirilgen, onın` da`slepki tezligi nolge ten`. Hawanın` qarsılıg`ın esapqa almay

tastın` Jer betine qanshama waqıtta kelip jetetug`ınlıg`ın ha`m Jer betine qanday tezlik penen tu`setug`ınlıg`ın esaplaymız.

Bul jag`dayda tastın` tu`siwi erkin tu`siw bolıp tabıladı. Da`slepki tezligi nolge ten` bolg`an denenin` ten` o`lshewli tezleniwshi qozg`alıstında o`tilgen jol $h = at^2/2$ ge ten` (eger da`slepki tezlik v_0 nolge ten` bolmasa  $h = v_0t + at^2/2$ ). Erkin tu`siwshi dene ushın tezleniw $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ - erkin tu`siw tezleniwi dep ataladı. Bul formuladan tastın` tu`siw waqıtı

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

bolıp shıg`adı. Sonlıqtan  $t \approx 2 \text{ s}$ , al aqırg`ı tezlik $v_t = gt = 19.6 \text{ m/s}$.

Endi vertikal bag`ıtta ılaqtırılğ`an denenin` qozg`alısnı qaraymız. Meyli vertikal bag`ıtta ılaqtırılğ`an dene 30 m biyiklikke ko`terilsin. Usı biyiklikke tastın` qansha waqıtta jetetug`ınlıg`ın ha`m Jer betine qansha waqıttan keyin qayıp keletug`ınlıg`ın esaplayıq.

Bul jag`dayda

$$h = v_0t - gt^2/2.$$

30 m biyiklikke ko`terilgen waqıttag`ı tastın` aqırg`ı tezligi nolge ten`, yag`nıy

$$v_5 = v_0 - gt = 0.$$

Bunnan $v_0 = gt$. Demek $h = gt \cdot t - gt^2/2 = gt^2/2$. Sonlıqtan $t = (2h/g)^{1/2}$. Bul na`tiyjeni joqarıdag`ı keltirilgen misal dag`ı aling`an na`tiyje menen salıstırsaq joqarıg`ı erkin ko`terilgendegi waqıt penen to`menge erkin tu`skendegi waqıt penen ten` ekenligin ko`remiz.  $t$  nın` ma`nisin anıqlag`annan keyin $v_0 = gt = (2hg)^{1/2}$ formulası kelip shıg`adı. Sonlıqtan $v_0 \approx 24.2 \text{ m/s}$, $t \approx 2.48 \text{ s}$ shamaların alamız.

Endi iymek sıızılıq qozg`alıslardı qarayıq.

Bir dene gorizontqa A mu`yeshin jasap  $v_0$  da`slepki tezligi menen ılaqtırılğ`an. Usı denenin` traektoriyasını`n tu`rin, denenin` en` joqarıg`a ko`teriliw mu`yeshin ha`m qansha aralıqqa barıp Jer betine tu`setug`ının anıqlayıq.

Ma`seleni bilayınsha sheshemiz:

Su`wretten

$$v_x = v_0 \cos \alpha,$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

ekenligi ko`rinip tur.  $x$  ha`m y koordinataları waqıtın` funktsiyaları tu`rinde bilay jazıladı:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - gt^2/2$$

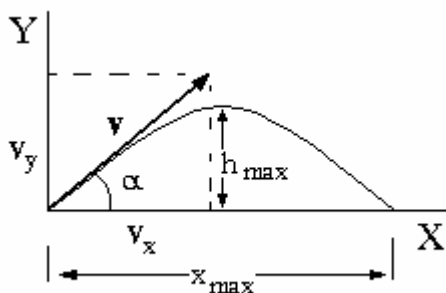
Bul ten`lemeler sistemasınan waqıt  $t$  nı alıp taslasaq traektoriya ten`lemesin alamız:

$$y = \tan \alpha \cdot x - \{g/(2v_0^2 \cos^2 \alpha)\} \cdot x^2.$$

x penen x^2 lar aldında turg`an shamalar turaqlı shamalar bolıp tabıladı. Olardı  $a$  ha`m b ha`ripleri menen belgilesek

$$y = ax - bx^2$$

ten`lemesi alamız. Bul parabolanın` formulası. Demek Jer betine mu`yesh jasap ılaqtırılğ`an denenin` parabola boyınsha qozg`alatug`ınlıg`ın ko`remiz.



14-su`wret. Gorizontqa mu`yesh jasad ılaqtırılğ`an denenin` qozg`alısı.

Traektoriyasının` en` joqarg`ı noqatında  $v_u = 0$ . Demek  $v_0 \sin \alpha - gt = 0$ . Olay bolsa ılaqtırılğ`an denenin` ko`teriliw waqtı

$$t' = v_0 \sin \alpha / g.$$

En` joqarı ko`teriliw biyikligi

$$u_{\max} = v_0 \sin \alpha * (v_0 \sin \alpha / g) - (g/2) * (v_0 \sin \alpha / g)^2 = v_0^2 \sin^2 \alpha / (2g).$$

Dene Jer betine $t = 2t'$ waqtı ishinde kelip tu`sedi. Olay bolsa

$$t = v_0 \sin \alpha / g.$$

Demek

$$x_{\max} = v_0 \cos \alpha * t = v_0 \cos \alpha * v_0 \sin \alpha / g = (v_0^2 / g) * \sin 2\alpha.$$

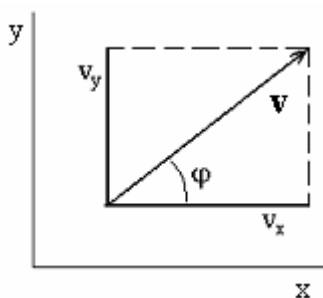
$\sin 2\alpha$ nın` en` u`lken ma`nisi 1 ge ten`. Bul jag`dayda $2\alpha = 90^\circ$. Demek $\alpha = 45^\circ$ ta dene en` u`lken alıslıqqa ushıp baradı eken.

Tap sonday-aq 2α nın` ha`r qıylı ma`nislerinde  $x$  tın` birdey ma`nislerinin` bolıwı mu`mkin. Mısalı $\alpha = 63^\circ$ penen $\alpha = 27^\circ$ larda birdey x alınadı.

**Ma`sele:** Gorizontqa  $\alpha$  mu`yeshi jasad ılaqtırılğ`an denenin` traektoriyasının` eki noqatının` ja`rdeminde denenin` da`slepki tezligi  $v$  menen sol mu`yesh α nın` ma`nisin tabıw.

Berilgenleri: Koordinata x_1 bolg`anda  $u$  koordinata  $u_1$  ma`niske, al koordinata x_2 bolg`anda  $u$  tın` ma`nisi  $u_2$  bolg`an.

$u_{\max}$, $x_{\max}$, v_0 ha`m  $\alpha$  nın` ma`nislerin tabıw kerek.



Sızılmadan

$$v_x = v * \cos \varphi, \quad v_u = v_0 * \sin \varphi$$

Bunnan

$$\begin{cases} x = v_0 * t * \cos \varphi, \\ y = v_0 * t * \sin \varphi - \frac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

ten`lemeler sistemasın alamız.

Bul ten`lemeler sistemasındag`ı birinshi ten`lemeden

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \varphi}.$$

Bul an`latpanı sistemadag`ı ekinshi ten`lemege qoysaq

$$y = \frac{v_0 \sin \varphi}{v_0 \cos \varphi} * x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi} x^2$$

ten`lemesın alamız ha`m bul ten`lemenı bılayınsha jazamız:

$$y = \alpha x - \beta x^2.$$

Bul an`latpanı da`slepki an`latpa menen salıstıraraq

$$\alpha = \tan \varphi \quad \text{ha`m} \quad \beta = \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

an`latpalarına iye bolamız.

Endi ma`selenin` sha`rtleri boyınsha to`mendegidey ten`lemeler sistemasın du`zemiz:

$$\begin{cases} y_1 = \alpha x_1 - \beta x_1^2, \\ y_2 = \alpha x_2 - \beta x_2^2. \end{cases}$$

Bul ten`lemelerdin` birinshisin x_1 g`a, al ekinshisin  $x_2$  ge ko`beytemiz ha`m birinshisin ekinshisinen alamız. Sonda:

$$y_1 x_2 - y_2 x_1 = \beta x_1^2 x_2 - \beta x_2^2 x_1 = \beta (x_1^2 x_2 - x_2^2 x_1).$$

Bunnan

$$\beta = \frac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_1^2 x_2 - x_2^2 x_1}.$$

Demek

$$\alpha = \frac{y_1 + \beta x_1^2}{x_1}.$$

Ja`ne $\varphi = \arctg \alpha$ ham $v_0 = \sqrt{\frac{g}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi} \cdot \frac{1}{\beta}}.$

$u_{\max}$ noqatında $\frac{dy}{dx} = 0$. Sonlıqtan $\alpha - 2\beta x = 0$. Demek $u_{\max}$ g`a sa`ykes keliwshi x tın` ma`nisi bilayınsha anıqlanadı:

$$x = \frac{\alpha}{2\beta}$$

Demek $y_{\max} = \alpha x - \beta x^2 = \alpha \frac{\alpha}{2\beta} - \beta \frac{\alpha^2}{4\beta^2}.$

Al $x_{\max}$ bolsa $x_{\max} = 2 \frac{\alpha}{2\beta}.$

Solay etip traektoriyanın` eki noqatı boyınsha da`slepki tezlik v_0 di, mu`yesh φ di, $u_{\max}$ menen $x_{\max}$ shamaların anıqlay aladı ekenbiz.

Esaplaw ushın Mathcad tilinde to`mendegidey programma du`zemiz ha`m na`tiyjelerdi alamız:

$$x1 := 5 \quad y1 := 90 \quad x2 := 10 \quad y2 := 150 \quad g := 9.83$$

$$\beta := \frac{(y1 \cdot x2 - y2 \cdot x1)}{x1^2 \cdot x2 - x2^2 \cdot x1} \quad \alpha := \frac{(y1 + \beta \cdot x1^2)}{x1}$$

$$\alpha = 15 \quad \varphi := \operatorname{atan}(\alpha) \quad \beta = -0.6$$

$$v0 := \left[\frac{g}{2 \cdot (\beta \cdot \cos(\varphi))^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad v0 = 55.548 \quad x_a := \frac{-\alpha}{(2 \cdot \beta)}$$

$$y_{\max} := \alpha \cdot x_a - \beta \cdot x_a^2 \quad x_a = 12.5 \quad y_{\max} = 281.25$$

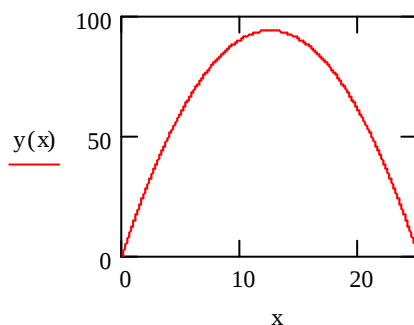
$$y(x) := \alpha \cdot x + \beta \cdot x^2 \quad x_{\max} := x_a^2 \quad x_{\max} = 25$$

Tezlik barlıq waqıtta traektoriyag`a urınba bag`ıtında bag`ıtlang`an.

Tezleniw menen tezlik arasındag`ı mu`yesh qa`legen ma`niske iye bolıwı mu`mkin. Yag`nıy tezleniw traektoriyag`a salıstırg`anda qa`legen bag`ıtqa iye boladı.

Tezleniwdin` normal qurawshısı tezlikтин` absolyut ma`nisin o`zgertpeydi, al tek onın` bag`ıtın o`zgertedi.

Tezlikтин` absolyut ma`nisinin` o`zgerisi tezleniwdin` tangensial qurawshısının` ta`sirinde boladı.



Tek sheksiz kishi mu'yeshlik awısıw vektor bolıp tabıladı. Shekli mu'yeshke aylanıw vektor emes.

Mu'yeshlik tezlik vektor bolıp tabıladı. Sebebi ol vektor bolıp tabılatug`ın elementar mu'yeshlik awısıw ja`rdeminde anıqlanadı. Shekli mu'yeshke burılğ`andag`ı ortasha mu'yeshlik tezlik absolyut ma`nisine ha`m bag`ıtına iye bolsa da vektor emes.

Sorawlar:

1. Qozg`alıstı ta`riplewdin` qanday usılların bilesiz?
2. Qozg`alıstı vektorlar arqalı belgilewdin` ha`m vektorlıq jazıwdın` qanday artıqmashları bar?
3. Elementar mu'yeshlik awısıw menen shekli mu'yeshlik awısıwların` ayıması nelerden ibarat?
4. Orayg`a umtılwshı tezleniwdin` fizikalıq ma`nisi neden ibarat?
5. Qanday sebeplerge baylanıslı ortasha mu'yeshlik tezlik vektor bolıp tabılmaydı?

5-sanlı lektsiya.

§ 5. Qattı deneler kinematikası

1. Erkinlik da`rejesi.
2. Tegis qozg`alıs.
3. Aylanbalı qozg`alıs.
4. Aylanıwdın` birzamatlıq ko`sheri.

Erkinlik da`rejesi.** Qattı dene dep ara qashıqlıqları turaqlı bolatug`ın materiallıq noqatlardın` jıynag`ına aytamız. Sonlıqtan qattı denenin` qozg`alısı onı qurawshı noqatlardın` qozg`alısına alıp kelineı. Ha`r bir noqattın` qozg`alısı u`sh funksiyanın` (u`sh koordinatanın`) ja`rdeminde beriledi. Sog`an sa`ykes, eger qattı dene N dana materiallıq noqattan turatug`ın bolsa onın` qozg`alısın  $3N$  koordinata menen ta`riplew mu`mkin. Biraq sol noqatlar arasındag`ı qashıqlıqlar o`zgermeytug`ın bolğ`anlıqtan bul funksiya bir birinen g`a`rezsiz emes. Sonlıqtan qattı denenin` qozg`alısın ta`riplew ushın $3N$ dana ten`lemenı sheship otırıw kerek emes. **Materiallıq noqatlar sistemasının` (jıynag`ının`) qozg`alısın ta`ripleytug`ın bir birinen g`a`rezsiz bolğ`an funksiya (ko`binese parametrler dep ataladı) sanı usı sistemasının` erkinlik da`rejesi dep ataladı.

Materiallıq noqattın` qozg`alısı u`sh parametrdin` ja`rdeminde ta`riplenedi. Sonlıqtan da onın` erkinlik da`rejesi 3 ke ten`. Bir birine baylanıssız qozg`alatug`ın eki materiallıq noqattın` erkinlik da`rejesi 6 g`a ten`. Al usı eki noqat bir biri menen baylanıstırlğ`an bolsa,

onda usı 6 funksiya bir birinen g`a`rezsiz bolıp qalmaydı. Olar arasında $l^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$ baylanısı bar. Usı an`latpa ja`rdeminde altı koordinatanın` birewin 1 arqalı anıqlaw mu`mkin. Demek bir biri menen baylanısqa eki materiallıq noqattan turatug`ın sistemanın` erkinlik da`rejesi 5 ke ten`.

Qattı denelerdin` erkinlik da`rejesi 6 g`a ten`. Sebebi qattı deneni bekkem etip bekitiw ushın bir tuwrının` boyında jatpaytug`ın u`sh noqat kerek. Ha`r qaysısı u`sh koordinatag`a iye. Bul u`sh noqattın` ha`r qaysısın basqaları menen baylanısturatug`ın u`sh  $l^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$  sıyaqlı ten`lemege iye bolamız. Bul g`a`rezsiz shamalardın` sanın 6 g`a tu`siredi. Na`tiyjede qattı denenin` erkinlik da`rejesi $i = 6$ dep juwmaq shıg`aramız.

Noqatqa bekitilgen qattı denenin` qozg`alısın qaraymız. Onı ta`riplew Eyler mu`yeshelerinin` ja`rdeminde a`melge asırıladı.

Qattı dene birlik vektorları $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ bolg`an  $(x', y', z')$  koordinatalar sisteması menen qattı etip bekitilgen bolsın. Bul koordinatalar sistemasının` bası ha`m qozg`alıs qarap atırılğ`an  $(x, y, z)$  koordinatalar sistemasının` bası bir noqatta bolsın (12-su`wretti qaran`ız). Onın` awhalı  $(x', y', z')$  ko`sherlerinin`  $(x, y, z)$  ko`sherlerine salıstırğ`andag`ı jaylasıwları menen tolıq anıqlanadı.

Su`wrette Eyler mu`yeshlerinin`  $\varphi, \theta$  ha`m Ψ ekenligi ko`rinip tur. Denenin` qa`legen qozg`alısın

$$\varphi = \varphi(t), \theta = \theta(t) \text{ ha`m } \Psi = \Psi(t)$$

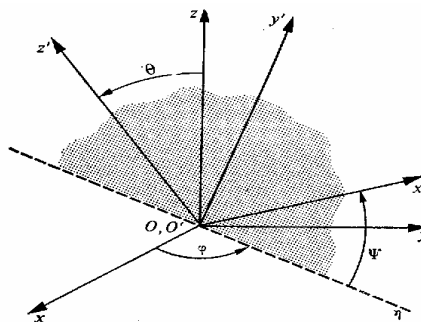
funktsiyaları ja`rdeminde anıqlaw mu`mkin.

**Tegis qozg`alıs.** Traektoriyaların` barlıq noqatları o`z-ara parallel tegisliklerde jatatug`ın qozg`alıs tegis qozg`alıs dep ataladı. Bunday jag`dayda qattı denenin` qozg`alısı parallel tegisliklerdin` birinin` qozg`alısı ja`rdeminde anıqlanadı. Al bul tegisliktin` (kese-kesimnin`) awhalı usı kese-kesimde alıng`an eki noqattın` ja`rdeminde anıqlanadı. Eki noqattın` tegisliktegi awhalı to`rt parametrdin` (koordinatanın`) ja`rdeminde anıqlanadı. Usı parametrlar arasında noqatlardın` ara qashılıg`ının` turaqlılıg`ına sa`ykes keletug`ın bir qatnas boladı. Demek bir birinen g`a`rezsiz 3 parametr boladı, yag`nıy erkinlik da`rejesi u`shke ten`.

**Aylanbalı qozg`alıs.** Aylanbalı qozg`alısta qattı denenin` eki noqatı barlıq waqıtta qozg`almay qaladı. Usı eki noqat arqalı o`tiwshi tuwrı aylanıw ko`sheri dep ataladı. Ko`sher boyında jatırğ`an qattı denenin` barlıq noqatları qozg`alıssız qaladı. Basqa noqatlar ko`sherge perpendikulyar bolg`an tegislikte de aylanbalı qozg`alıs jasaydı. Bul shen`berlerdin` orayları ko`sherde jatadı. Qattı denenin` qa`legen noqatın` tezligi  $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]$  ge ten`.

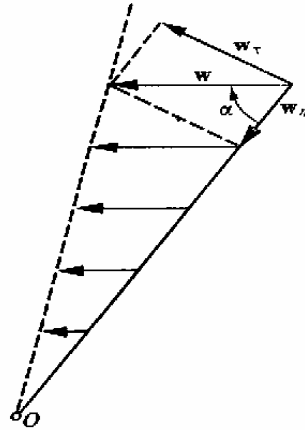
Eger noqattan ko`sherge shekemgi aralıq 4 ge ten` bolsa normal, tangensial ha`m tolıq tezleniwler bılay anıqlanadı:

$$\omega_n = \omega^2 R, \omega_t = \dot{\omega} R, \omega = R[\omega^4 + \dot{\omega}^2]^{1/2}.$$



15-su`wret. Eyler mu`yeshleri eki dekart koordinatalarının` o`z-ara jaylasıwın tolıg`ı menen ta`ripleydi (x', y') tegisligi (x, y) tegisligin η tuwrısı boyınsha kesedi.

Bul formulalardan qattı denelerdin` aylanıw ko`sherine perpendikulyar bolg`an radiustın` boyında alıng`an noqatlarının` tolıq tezleniwiniń vektorları o`z-ara parallel ha`m aylanıw ko`sherine qashıqlıg`ına proporsional o`sedı (su`wrette ko`rsetilgen). Radiusqa salıstırğ`andag`ı tezleniwdin` bag`ıtın ta`ripleytug`ın  $\alpha$  mu`yeshi $\operatorname{tg}\alpha = (\omega_t/\omega_n) = \dot{\omega}/\omega^2$, yag`nıy **R** ge g`a`rezli emes.



16-su`wret. Aylanıw ko`sherinen qashıqlag`anda da tolıq tezleniw bag`ıtı boyınsha o`zgermey qaladı, biraq absolyut ma`nisi boyınsha o`sedı.

Aylanıw ko`sheri ken`islikte o`zgermey qalatug`ın jag`dayda qattı denenin` noqatlarının` tezleniwi vektorlıq formada  $\omega_t = [d\omega/dt, r]$ ,  $\omega_n = [\omega, v]$ ,  $\omega = \omega_t + \omega_n$  tu`rinde beriledi (usı paragraftan aldın`g`ı paragraftı qaraw kerek).

Aylanıwdın` birzamatlıq ko`sheri. Tegis qozg`alısta qattı denenin` awhalı usı qattı denenin` barlıq noqatları parallel qozg`alatug`ın bir kese-kesiminin` awhalı menen tolıq anıqlanadı. Al tegisliktegi bul kese-kesimnin` awhalı (turg`an ornı) usı kese-kesimdegi noqatlardı baylanıstıratug`ın kesindinin` awhalları (turg`an orınları) ja`rdeminde anıqlanadı. Usı kesindinin` bazı bir waqıt ishindegi  $A_0V_0$  awhalınan AV awhalına ko`shiwin (orın almasırwın) qaraymız (to`mendegi su`wrette keltirilgen). Bul awısıwdı eki awısıwg`a jikleymiz:

1) A_0V_0 awhalınan AV awhalına ilgerilemeli ko`shiw, bunday jag`dayda sızıq o`z-o`zine parallel qalıp ko`shedi;

2) aylanbalı qozg`alıs, bunday qozg`alıstın` na`tiyjesinde O' noqatı arqalı o`tiwshi, qattı denenin` qozg`alıs bag`ıtına perpendikulyar ko`sher do`gereginde α mu`yeshine burladı.

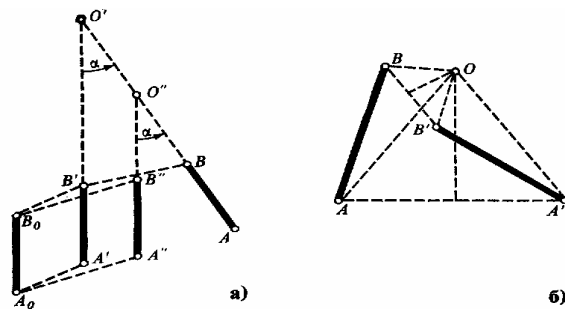
Orın almasırwı bunday etip eki qozg`alısqa bo`liw bir ma`nisli emes: tuwrını  $A_0V_0$  awhalınan A''V'' awhalına ilgerilemeli qozg`alıs penen alıp keliw ha`m  $\alpha$  mu`yeshine burıwdı O'' noqatı arqalı o`tiwshi ko`sherdin` do`gereginde burıw mu`mkin.

Solay etip **orın almasırwı ilgerilemeli ha`m aylanbalı qozg`alıslarg`a bo`liw bir ma`nisli a`melge aspaydı**, biraq **burılıw mu`yeshi  $\alpha$  nin` ma`nisi barlıq waqıtta birdey**. dt waqıtı ishinde qattı denenin` barlıq noqatları dl aralıg`ına ilgerilemeli ja`ne O' noqatı a`tırapında d $\alpha$  elementar mu`yeshlik orın almasıradı. Sonlıqtan barlıq noqatlardıń tezligi eki qosılıwshıdan turadı:

1) ilgerilemeli $v_0 = dl/dt$;

2) aylanbalı $v' = [\omega, r]$, bul jerde $\omega = d\alpha/dt$, r vektorı ushın esaplaw bası aylanıw ko`sheri o`tetug`ın O' noqatı bolıp tabıladı. Bul noqat qattı denenin` noqatlarının` biri bolıp qalıp v_0 ilgerilemeli tezligine iye boladı.. Demek

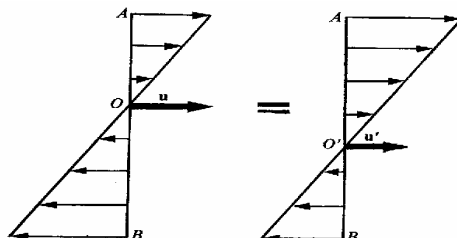
$$v = v_0 + [\omega, r].$$



17-su`wret. Orın almasırdı (awısırdı) ilgerilemeli ha`m aylanbalı dep ekige bo`liw bir ma`nisli emes, al bunday bolıp bo`liwdi sheksiz ko`p usıl menen a`melge asırıw mu`mkin. Biraq barlıq jag`daylarda da aylanıw mu`yeshi bir ma`niske iye.

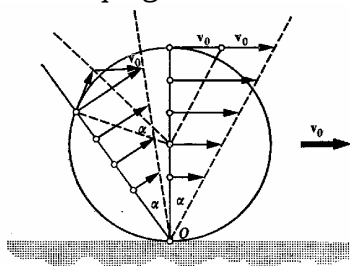
Orın almasırdı ilgerilemeli ha`m aylanbalı dep bo`liw bir ma`nisli a`melge asırıw`a bolmaytug`ınlıg`ına ko`z jetkerdik. Tap sol sıyaqlı tezlikte ilgerilemeli ha`m aylanbalı qozg`alıslar tezlikleri dep qurawshılarg`a jiklew de birma`nisli emes. Bul tu`mendegi su`wrette keltirilgen.

Denenin` ilgerilemeli tezligin o`zgertiw arqalı aylanıw ko`sherinin` turg`an ornın da o`zgeritemiz. Qozg`alıstı tegisligine perpendikulyar bolg`an qa`legen ko`sherdin` aylanıw ko`sheri bolatug`ınlıg`ın ko`rsetiwge boladı. **Ilgerilemeli qozg`alıstı tezligi nolge ten` bolg`an ko`sher aylanıwdın` birzamatlıq ko`sheri dep ataladı.** Usı momentte **denenin` barlıq noqatların` tezligi birzamatlıq ko`sher do`geregindegi aylanbalı qozg`alıstı tezligi sıpatında qaralıwı kerek.** Denenin` birzamatlıq ko`sheri boyındag`ı barlıq noqatların` ilgerilemeli qozg`alıstı tezligi nolge ten`. Aylanıw ko`sherinin` boyında ornasqanlıqtan bul noqatlardıń aylanbalı tezligi de nolge ten`. Sonlıqtan qattı denenin` birzamatlıq ko`sheri boyında ornasqan barlıq noqatların` tezligi nolge ten` boladı eken. Eger qaralıp atırg`an qattı dene shekli o`lshemlerge iye bolsa birzamatlıq aylanıw ko`sheri deneden tısta jaylasqan bolıwı da mu`mkin.



18-su`wret. Qattı denenin` tezligin ilgerilemeli ha`m aylanbalı qozg`alıslar tezliklerine jiklewdin` birma`nisli emes ekenligin ko`rsetetug`ın su`wret.

Shep ta`reptegi su`wrette qozg`alıstı tezligi  $u$  bolg`an ilgerilemeli ha`m On oqatı do`geregindegi aylanbalı qozg`alıslardan turadı. Al on` ta`reptegi qozg`alıstı tezligi u' bolg`an ilgerilemeli ha`m orayı O' bolg`an aylanbalı qozg`alıslardan turadı.



19-su`wret. Aylanıwdın` birzamatlıq ko`sherin tu`sindiriw ushın arnalg`an sızılma.

Alti erkinlik da`rejesine iye sistemanın` awhalı (turg`an ornı) koordinatalar dep atalatug`ın alti sandı beri menen anıqlanadı. Olar ıqtıyarlı. Olardıń bir birinen g`a`rezsi ekenligin tekseriw a`hmiyetke iye. Eyler mu`yeshleri belgili bir qolaylıqtarg`a iye usıllardıń biri.

Digirshiktin` jer menen tiyisken noqatı qozg`almaydı. Avtomobildin` digirshiginen artqı ta`repke ptashıqlar sol digirshiktin` jerge tiyisken noqatınan joqarıda jaylasqan noqatlar ta`repinen ılaqtılıladı.

Qattı denenin` ıqtıyarlı qozg`alısın materiallıq noqattın` qozg`alısı ha`m usı noqat arqalı o`tiwshi birzamatlıq ko`sher do`geregindegi qozg`alıs sıpatında qaraw mu`mkin.

- Sorawlar: Mexanikalıq sistemanın` erkinlik da`rejesi qalay anıqlanadı?
Ha`r qanday qozg`alıslarda qattı denenin` erkinlik da`rejesi qanday ma`nislerge iye boladı?
Eyler mu`yeshlerinin` geometriyalıq anıqlamaları qanday?
Qattı denenin` tegis qozg`alısında tezlikti ilgerilemeli ha`m aylanbalı qozg`alıslar tezliklerinin` qosındısı tu`rinde ko`rsetiwdin` mu`mkinshiligi qalay da`lillenedi?
Birzamatlıq aylanıw ko`sheri degenimiz neW Siz a`piwayı qozg`alıslar jag`daylarında birzamatlıq ko`sherlerge mısallar keltire alasız ba?

6-sanlı lektsiya.

§ 6. N`yuton nızamları

1. N`yuton ta`repinen berilgen anıqlamalar.
2. Massa. Impul`s. Impul`stın` saqlanıw nızamı.
3. N`yuton nızamların sa`wlelendiretug`ın mısallar.

Dinamikanın` tiyarg`ı nızamları ushın N`yuton ta`repinen to`mendegidey anıqlamalar usınıldı:

1-anıqlama. Materiyanın` mug`darı (massa) onın` tıg`ızlıg`ı menen ko`lemine proporsional tu`rde anıqlanatug`ın o`lshem.

N`yutonnın` hesh bir anıqlaması usı anıqlamaday sing`a alınbadı. Bul jerde “materiia mug`darı” ha`m “massa” so`zleri birdey ma`niske iye. N`yuton ta`repinen usınılg`an “Materiya mug`darı” termini ilimde ko`p waqıt saqlanbadı ha`m ha`zirgi ilimde “massa” termini menen tolıq almasırlıg`an.

Sonın` menen birge N`yuton zamanında qanday da bir shamanın` o`lshemin anıqlag`anda usı shamanın` qanday shamalg`a proporsional ekenligine tiyarg`ı kewil bo`lingen. Mısalı ha`zirgi waqıtları biz “u`sh mu`yeshliktin` maydanı onın` ultanı menen biyikliginin` yarım ko`beymesine ten`” dep aytamız. Al N`yuton zamanında “u`sh mu`yeshliktin` maydanı onın` ultanı menen biyikligine proporsional” dep aytlıg`an.

2-anıqlama. Qozg`alıs mug`darı tezlik penen massag`a proporsional etip alıng`an shamanın` o`lshemi.

N`yuton ta`repinen birinshi bolıp qabıl etilgen “Qozg`alıs mug`darı” tu`sinigi de “Materiya mug`darı” tu`sinigine sa`ykes keledi. Biraq bul tu`sinik ha`zirgi waqıtlarg`a shekem saqlanıp keldi.

3-anıqlama. Materiyanın o`zine ta`n ku`shi onın qarsılıq etiw qa`biletligi boladı. Sonlıqtan ayırıp alıng`an qa`legen dene o`zinin` tınıshlıq halın yamasa ten` o`lshewli qozg`alısın saqlaydı.

4-anıqlama. Sırttan tu`sirilgen ku`sh denenin` tınıshlıq halın yamasa ten` o`lshewli tuwrı sızıqlı qozg`alısın o`zgertetug`ın ta`sir bolıp tabıladı.

Qozg`alısın birinshi nızamı retinde N`yuton Galiley ta`repinen ashılğ`an inertsiya nızamın qabıl etti.

1-nızam. Qa`legen dene eger de sırttan ku`shler ta`sir etpese o`zinin` tınıshlıq yamasa ten` o`lshewli tuwrı sızıqlı qozg`alıs halın saqlaydı.

Bunday qozg`alıs a`dette erkin qozg`alıs yamasa inertsiya boyınsha qozg`alıs dep ataladı. Erkin qozg`alatug`ın deneni erkin dene dep ataymız.

Erkin denelerdi ta`biyatta tabıw mu`mkin emes. Sonlıqtan bunday tu`sinikti qabıl etiw abstraktsiya bolıp tabıladı.

N`yutonnın` ekinshi nızamı boyınsha

$$m \frac{dv}{dt} = F. \quad (6-1a)$$

Bul formuladag`ı  $m$  - denenin` massası, dv/dt - tezleniw. Bul nızam boyınsha eger $F = 0$ bolsa $v = \text{const}$. Usınnan N`yutonnın` birinshi nızamı kelip shıqpay ma degen soraw kelip tuwadı. Bir qatar fizika ilimin u`yreniwshilerde usınday pikirdin` payda bolıwı mu`mkin. Biraq N`yutonnın` birinshi nızamının` o`zinshe g`a`rezsiz nızam ekenligin ha`r qanday inertsiyal esaplaw sistemaların saylap alıw arqalı ayqın ko`rsetiwge boladı. Sonın` na`tiyjesinde bul nızamnın` g`a`rezsiz ekenligin, qozg`alısardı dinamikalıq ha`m kinematikalıq ma`niste qaraw ushın qabıl etilgen esaplaw sistemasının` paydalanıwğ`a bolatug`ınlıg`ın yamasa bolmaytug`ınlıg`ın bildiretug`ın kriteriyi bolıp sanaladı.

Massa. Impul`stın` saqlanıw nızamı. Qa`legen dene qozg`alısqa keltirilse yamasa onın` tezliginin` shamasın yaki bag`ıtın o`zgerter bolsaq qarsılıq ko`rsetedi. Denelerdin` bul qa`siyetin *inertlik* dep ataymız. Ha`r qanday denelerde inertlik ha`r qanday bolıp ko`rinedi. :lken tasqa tezleniw beriw, kishi topqa tap sonday tezleniw beriwden a`dewir qıyın. ***Inertlik o`lshemi massa dep ataladı.***

Denenin` massasın  $F/a = \text{const} = m$  an`latpası arqalı anıqlaymız.

Massa **denenin` inertlik qa`siyetinin` ta`riplemesinen basqa ma`niske iye emes.** Usıg`an baylanıslı bul massanı geyde **inert massa** dep te ataydı.

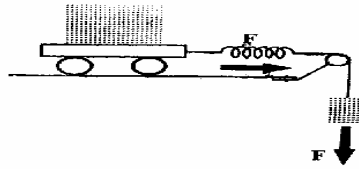
19-a`sirdin` aqırına kele fizika menen shug`ıllanıwshılar denenin` massası menen sol denenin` inertliginin` bir tu`sinik ekenligin ayqın moyınladı. Bul haqqında O.D.Xval`sonnın` "Fizika kursı" kitabının` I tominin` sa`ykes paragrafın oqıp iseniwge boladı.

Massanı da`l anıqlaw ushın *izolyatsiyalang`an yamasa jabıq sistema* dep atalıwshı tu`siniklerdi kirgizemiz. Basqa denelerde jetkilikli da`rejede alıslatılğ`an, basqa denelerdin` ta`siri joq etilgen deneler sistemasın usınday sistema dep qaraymız. Sistemag`a kiriwshı deneler bir biri menen ta`sirlese aladı. Eki materiallıq noqattan turatug`ın sistemanı qarayıq. Bul noqatlardın` tezlikleri jaqtılıq tezliginen kishi dep esaplaymız. Usı materiallıq noqatlar bir biri menen ta`sir etiskende olardın` tezlikleri o`zgeredi. Yag`nıy

$$m_1 \Delta v_1 = - m_2 \Delta v_2 \quad (6-1)$$

Bul an`latpadag`ı m_1 ha`m  $m_2$  shamaları turaqlı bolıp qaladı. Usı shamalar 1- ha`m 2-materiallıq noqatlardın` o`z-ara ta`sir etisiw o`zgesheliklerine pu`tkilley baylanıslı emes. Ta`sir etisiw waqtı Δt nı qa`legenimizshe o`zgertiw mu`mkin. Usının` menen birge Δv_1 ha`m  $\Delta v_2$  vektorları da o`zgeredi. Biraq m_1 ha`m  $m_2$  koeffitsientleri (da`liregi olar arasındag`ı qatnas) turaqlı bolıp qaladı. Bul na`tiyjeni ta`jiriybenin` juwmag`ı dep qaraw kerek.  $m_1$  ha`m

m_2 koeffitsientleri tek g'ana usı 1- ha'm 2-denelerdin' o'zlerine baylanıslı boladı. Olardı massa dep, anıg'ırag'ı 1- ja'ne 2-denelerdin' inertlik massaları dep ataymız.



20-su`wret. Tezleniwdin' ku`shten g'a`rezli ekenligin demonstratsiyalaw.

Solay etip eki materiallıq denenin' massaların' qatnası olar bir biri menen ta'sir etiskende tezlikleri alatug'ın o'simlerdin' minus belgisi menen alıng'an qatnaslarınday boladı eken.

Massalar qatnasınan massanın' o'zine o'tiw ushın *massa etalonı* kerek boladı. Bunday jag`dayda barlıq deneler massaları bir ma'niste anıqlanadı. Sonday-aq etalon on' belgige iye bolsa barlıq massalar da on' belgige iye boladı. Fizika iliminde tiykarg'ı birlik retinde *kilogramm* qabıl etilgen. Ol Frantsiyadag'ı Sevre qalasındag'ı Xalıqaralıq salmaqlar ha'm o'lshemler byurosında saqlanıp turg'an iridiydin' platina menen quymasınan islengen etalonnın' massasına ten'. Kilogramnınn' mın'nan bir u'lesine gramm dep aytamız.

Ta'jiriybenin' na'tiyjesi bolg'an ja'ne de bir jag`dayg'a dıqqat qoyamız.  $m_2/m_1$  qatnasın usı eki denenin' massaların' qatnasları tu'rinde esaplanıp qoymay, u'shinshi deneni de qollanıw mu'mkin. Bunday jag`dayda usı massalardınn' u'shinshi denenin' massasına qatnasın tabamız. Bul qatnaslardı bir birine bo'lsek m_2/m_1 qatnası kelip shıg'adı. Eger (6-1) qatnastın' eki ta'repin de ta'sir etisiw waqtı Δt g'a bo'lsek

$$m_1 a_{1ortasha} = - m_2 a_{2ortasha} \quad (6-2)$$

an'latpasın alamız. Al shektegi jag`dayg'a o'tsek

$$m_1 a_1 = - m_2 a_2 \quad (6-3)$$

formulasına iye bolamız.

Bul formula menen massalardınn' qatnasın anıqlaw, usı denelerdin' *ortasha* yamasa *haqıyqıy tezleniwlerinin'* qatnasların anıqlawg'a alıp klinedi.

(6-1) ge basqa tu'r beremiz. $\Delta v_1 = v_1' - v_1$ ha'm $\Delta v_2 = v_2' - v_1$ dep belgileyik. Bunday jag`dayda

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'. \quad (6-4)$$

$m\mathbf{v} = \mathbf{p}$ bolg'an massa menen tezliktin' ko'beymesinen turatug'ın vektordı materiallıq noqattın' *impul'sı* yamasa *qozg'alis mug'darı* dep atayıq. Materiallıq noqatlar sistemasının' *impul'sı* yamasa *qozg'alis mug'darı* dep ha'r bir materiallıq noqattın' impul'sların' vektorlıq qosındısına ten', yag'nıy

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2. \quad (6-5)$$

(6-4) ten

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' \quad (6-6)$$

ekenligi kelip shıg'adı. Bul jerde $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ ha'm $\mathbf{P}' = \mathbf{p}_1' + \mathbf{p}_2'$ - sistema impul'sının' o'z-ara ta'sirlesiwden burıng'ı ha'm keyingi impul'sları.

Demek jabıq sistemadag'ı eki materiallıq noqattın' impul'sların' qosındısı turaqlı bolıp qaladı eken. Bul awhal *impul'stınn' saqlanıw nızamı* dep ataladı. Bul nızam relyativistlik emes ha'm relyativistlik jag`daylar ushın da durıs keledi.

Eger materiallıq noqatqa sırttan ta'sirler tu'setug'ın bolsa, onda onın' impul'sı saqlanbaydı. Usıg'an baylanıslı o'z-ara ta'sir etisiwdin' intensivligi sıpatında impul'stan

waqt boyınsha alıng'an tuwındını alamız $\frac{dp}{dt} = \dot{P}$. Fizikada $\dot{P}$ ja'rdeminde materiallıq noqattın' basqa denelerge salıstırg'anda ornı g'ana emes, al onın' tezliginin' de

aniqlanatuğ`ınlıg`ı fundamentallıq ma`niske iye. Bul tuwındı materiallıq noqattın` radius-vektori $\mathbf{r}$ din`, tezligi  $\mathbf{v}$  nın` funksiyası bolıp tabıladı ha`m sonın` menen birge qorshap turg`an materiallıq noqatlardıń koordinataları menen tezliklerine baylanışlı boladı. Bul funktsiyanı $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ dep belgileybiz. Onda

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}. \quad (6-7)$$

Materiallıq noqattın` koordinataları menen tezliklerinin` funksiyası bolg`an, impul`stın` waqıt boyınsha aling`an tuwındısına ten`  $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  **ku`sh** dep ataladı. **Ku`sh vektor bolıp tabıladı ha`m vektor $\mathbf{r}$ nı skalyar waqıt t boyınsha aling`an tuwındıg`ı ten`.**

Solay etip **materiallıq noqattın` impul`sinan waqıt boyınsha aling`an tuwındı og`an ta`sir etiwshi ku`shke ten`.**

Bul jag`day N`yutonnnın` ekinshi nızamı dep ataladı. Bul nızamnın` matematikalıq an`latpası bolg`an $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$ ten`lemesi **materiallıq noqattın` qozg`alıs ten`lemesi** dep ataladı. Relyativistlik emes tezliklerde N`yutonnnın` ekinshi nızamı bilay jızılıwı mu`mkin

$$m \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F} \quad (6-8)$$

yamasa

$$m \ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}. \quad (6-8a)$$

Demek massa menen tezleniwdin` ko`beymesi ta`sir etiwshi ku`shke ten`.

**N`yutonnnın` u`shinshi nızamı.** Eki materiallıq bo`leksheden turatug`ın jabıq sistemanı qaraymız. Bul jag`dayda impul`stın` saqlanıw nızamı orınlanadı:

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = \text{const}. \quad (6-9)$$

Bul an`latpanı waqıt boyınsha differentialsalasaq

$$\dot{\mathbf{p}}_1 + \dot{\mathbf{p}}_2 = 0. \quad (6-10)$$

N`yutonnnın` ekinshi nızamı tiykarında

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2. \quad (6-11)$$

Bul formuladag`ı  $\mathbf{F}_1$  ha`m $\mathbf{F}_2$ materiallıq noqatlar ta`repinen bir birine ta`sir etetug`ın ku`shler. Bul ten`likke ta`jiriybede tastıyqlang`an faktti qosamız:  $\mathbf{F}_1$  ha`m $\mathbf{F}_2$ ku`shleri materiallıq noqatlardı baylanıstratug`ın sızıq boyınsha bag`darlang`an. Usı ayılğ`anlar tiykarında N`yutonnnın` u`shinshi nızamına kelemiz:

Eki materiallıq noqatlar arasındag`ı o`z-ara ta`sirlesiw ku`shleri o`z ara ten`, bag`ıtları boyınsha qarama-qarsı ha`m usı materiallıq noqatlardı baylanıstratug`ın sızıqtın` boyı menen bag`darlang`an.

$\mathbf{F}_1$ ha`m  $\mathbf{F}_2$  ku`shlerinin` birin ta`sir, al ekinshisin qarsı ta`sir dep ataydı. Bunday jag`dayda u`shinshi nızam bilayınsha ayıladı: ha`r bir ta`sirge shaması jag`ıman ten`, al bag`ıtı boyınsha qarama qarsı ta`sir etedi. Ha`r bir «ta`sirdin» fizikalıq ta`biyatı jag`ıman «qarsı qarap bag`ıtlang`an ta`sirden» parqının` joqlıg`ına ayırıqsha itibar beriw kerek.

Materiallıq noqatlarg`a ta`sir etiwshi ku`shlerdi **ishki ha`m sırtqı ku`shler** dep bo`liw kerek. Ishki ku`shler - bul sistema ishindegi materiallıq noqatlar arasındag`ı ta`sir etisiw ku`shleri. Bunday ku`shlerdi  $\mathbf{F}_{ik}$  dep belgileybiz. Sırtqı ku`shler - bul sistemanı qurawshı materiallıq noqatlarg`a sırttan ta`sir etiwshi ku`shler.

N`yutonnnın` u`shinshi nızamı boyınsha

$$\mathbf{F}_{ik} = -\mathbf{F}_{ki}, \quad (6-11a)$$

yag`nıy $\mathbf{F}_{ik} + \mathbf{F}_{ki} = 0$.

Bunnan sistemadag`ı ishki ku`shlerdin` geometriyalıq qosındısı nolge ten` ekenligi kelip shıg`adı. Bul jag`daydı bilay jazamız:

$$\mathbf{F}_1^{(i)} + \mathbf{F}_2^{(i)} + \mathbf{F}_3^{(i)} + \dots + \mathbf{F}_n^{(i)} = 0 \quad (6-12)$$

Bul an`latpadag`ı to`mengi indeks materiallıq noqattın` qatar sanın beredi. (i) indeksi arqalı ku`shlerdin` ishki ku`shler ekenligi belgilengen. Sonlıqtan

$$\frac{d}{dt} (r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n) = F_1^{(e)} + F_2^{(e)} + F_3^{(e)} + \dots + F_n^{(e)}, \quad (6-13)$$

yamasa

$$dp/dt = F^{(e)}. \quad (6-14)$$

Bul an`latpada  $r$  - barlıq sistemanın` impul`si,  $F^{(e)}$  barlıq sırtqı ku`shlerdin` ten` ta`sir etiwshisi. Solay etip ***materiallıq noqatlar sistemasının` impul`sinan waqıt boyınsha alıng`an tuwındı sistemag`a ta`sir etiwshi barlıq sırtqı ku`shlerdin` geometriyalıq qosındısına ten`.***

Eger barlıq sırtqı ku`shlerdin` geometriyalıq qosındısı nolge ten` bolsa (bunday jag`day jabıq sistemalarda orın aladı) $dp/dt = 0$ ha`m  $r = \text{const.}$  Demek sırtqı ku`shlerdin` geometriyalıq qosındısı nolge ten` bolsa impul`s waqıtqa baylanıslı o`zgermey qaladı eken.

Ku`shler tezleniwden g`a`resiz ta`biyatta bar bolıp tabıladı. Onın` ma`nisin tezleniw arqalı o`lshewge bolatug`ın bolsa da ku`sh tu`sinigin tezleniwge baylanıssız kirgiziw kerek. Biraq usı ko`z-qarasqa qarama-qarsı ko`z qaras ta orın alg`an.

Elektromagnit ta`sirlesiw jag`daylarında N`yutonnın` u`shinshi nızamı orınlanbaydı. Bul nızamdı tuyıq sistemadag`ı impul`stin` saqlanıw nızamı sıpatında ko`rsetiw`din` na`tiyjesinde g`ana onın` da`rıslıg`ına ko`z jetkeriw mu`mkin.

7-sanlı lektsiya.

§ 7. Jumıs ha`m energiya

1. Jumıs.
2. Energiya. Kinetikalıq ha`m potentsial energiyalar.
3. Relyativistlik energiya.
4. Quwatlılıq.
5. Konservativlik ha`m konservativlik emes ku`shler.
6. Bir tekli awırlıq maydanındag`ı potentsial energiya.
7. Sozılğ`an prujinanın` potentsial energiyası.
8. Ishki energiya.

F ku`shinin` ds orın almasırwında islegen jumısı dep ku`shstin` orın almasırw bag`ıtındag`ı proektsiyası F_s tin` orın almasırwın` o`zine ko`beymesine ten`:

$$dA = F_s ds = F \cos \alpha ds. \quad (7-1)$$

α arqalı F penen ds arasındag`ı mu`yesh belgilengen. ds kishi ma`niske iye bolg`anlıqtan dA *elementar jumıs* dep te ataladı. Skalyar ko`beyme tu`siniginen paydalanatug`ın bolsaq, onda elementar jumıs ku`sh F penen orın almasırw ds tin` skalyar ko`beymesine ten`:

$$dA = (F \cdot ds). \quad (7-2)$$

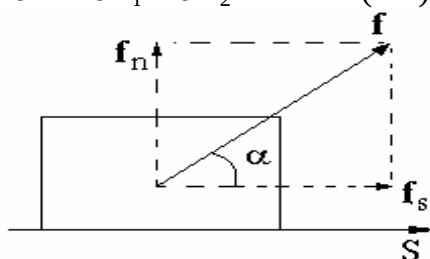
Orın almasırw shekli uzınlıqqa iye bolg`an jag`dayda bul joldı sheksiz kishi ds orın almasırwlarına bo`lip sa`ykes jumısların` ma`nislerin esaplawg`a boladı. Son` ulıwma jumıs esaplang`anda barlıq elementar jumıslar qosıladı. Yag`nıy:

$$A = \int_L (F \cdot ds). \quad (7-3)$$

Bul integral F ku'shinin L traektoriyası boyınsha iymek sızıqlı integralı dep ataladı. Anıqlama boyınsha bul integral F ku'shinin L iymekligi boyınsha islegen jumısına ten`.

Eger $F = F_1 + F_2$ bolsa

$$dA = dA_1 + dA_2 \quad (7-4)$$



21-su`wret. Jumıstı ku'shtin` tek s orın almasırw boyı menen bag`ıtlang`an f_s qurawshısı g`ana isleydi.

Demek eki yamasa birneshe ku'shlerdin` islegen elementar jumısları sol ku'shler islegen elementar jumıslardın` qosındısına ten`. Bunday tastıyıqlaw jumıslardın` o`zleri ushın da orınlanadı:

$$A = A_1 + A_2. \quad (6-5)$$

Jumıstın` o`lshem birligi SI birlikler sistemasında 1 Dj (Djoul`). 1 Dj jumıs 1 n`yuton ku'shtin` ta`sirinde 1 m ge orın almasırg`anda islenedi.

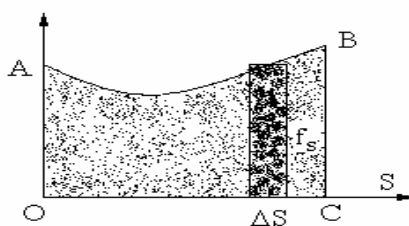
1) SGS birlikler sistemasında jumıstın` o`lshem birligi erg (1 dina ku'shtin` 1 sm aralıg`ında islegen jumısı).

$$1 \text{ Dj} = 10^7 \text{ erg}.$$

2) MKS sistemasında jumıs birligi etip 1 n`yuton ku'shtin` 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. $1 \text{ n`yuton} = 10^5 \text{ dina}$ .  $1 \text{ m} = 100 \text{ sm}$ . Sonlıqtan jumıstın` usı birligi 10^7 ergke , yag`nıy 1 djoul`g`a ten`.

3) Praktikalıq texnikalıq sistemada jumıs birligi etip 1 kG ku'shtin` 1 m jol boyında islegen jumısı alınadı. Jumıstın` bul birligi kilogrammometr (qısqasha kGm) dep ataladı.

$1 \text{ kG} = 981000 \text{ dina}$, $1 \text{ m} = 100 \text{ sm}$, sonlıqtan $1 \text{ kGm} = 9810009100 \text{ erg} = 9.81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9.81 \text{ djoul`}$ boladı.



22-su`wret. Grafik ja`rdeminde ko`rsetkende jumıs OAVS figurası maydanı menen su`wretlenedi.

$$1 \text{ djoul`} = (1/9.81) \text{ kGm} = 0.102 \text{ kGm}.$$

Bir birlik waqt ishinde islengen jumıs

$$p = \frac{dA}{dt} \quad (7-6)$$

quwatlılıq dep ataladı.

SGS sistemasındag`ı quwatlılıq birligi etip 1 erg jumıstı 1 s waqt aralıg`ında isleytug`ın mexanizmnin` quwatlılıg`ı alınadı. Quwatlılıqtın` usı birligi erg/s dep belgilenedi.

Quwatlılıqtın` erg/s birligi menen qatar vatt dep atalatug`ın irilew quwatlılıq birligi de qollanıladı:

$$1 \text{ vatt} = 10^7 \text{ erg/s} = 1 \text{ djoul`/s}.$$

Sonin` menen birge 1 dj jumıstı 1 s ishinde orınlaytug`ın mexanizmnin` quwatlılıg`ı 1 vt boladı.

100 vatt = 1 gektovatt (qısqasha 1 gvt).

1000 vatt = 1 kilovatt (qısqasha 1 kvt).

MKS sistemasında quwatlılıq birligi etip 1 djoul` jumıstı 1 s waqtı ishinde isleytug`ın mexanizmnin` quwatlılıg`ı, yag`nıy 1 vatt alınadı.

Texnikalıq sistemada quwatlılıq birligi etip 1 kGm jumıstı 1 s ishinde isleytug`ın mexanizmnin` quwatlılıg`ı alınadı. Quwatlılıqtın` bul birligi qısqasha kGm/s dep belgilenedi.

Solay etip

1 kGm/s = 9.81 vatt.

1 vatt = (1/9.81) kGm/s = 0.102 kGm/s.

Bunnan basqa “at ku`shi“ dep atalatug`ın tariyxıy payda bolg`an quwatlılıqtın` birligi de bar. 1 at ku`shi 75 kGm/s qa ten`. Sonin` menen birge

1 a.k. = 75 kGm/s = 736 vatt = 0.736 kilovatt.

At uzaq waqt jumıs islegende ortasha 75 kGm/s shamasında quwatlılıq ko`rsetedi. Biraq az waqt ishinde at bir neshe “at ku`shine” ten` quwatlılıq ko`rsete aladı.

Usı ku`nnin` praktikasında jumıstın` to`mendegidey eki birligi jiıy qollanıladı:

a) jumıs birligi etip quwatı 1 gektovatqa ten` mexanizmnin` 1 saatta isleytug`ın jumısı alınadı. Jumıstın` bul birligi gektovatt-saat dep ataladı.

1 gektovatt-saat = 100 vatt*3600 s = 3.6*10⁵ djoul`.

b) jumıs birligi retinde quwatlılıg`ı 1 kilovatqa ten` mexanizmnin` 1 saatta isleytug`ın jumısı alınadı. Jumıstın` bul birligi kilovatt-saat dep ataladı.

1 kilovatt-saat = 1000 vatt*3600 s = 3.6*10⁶ djoul`.

(7-3) ke $F = dr/dt$ an`latpasın qoysaq

$$A = \int (v dp). \quad (7-7)$$

Bul integraldı esaplaw ushın materiallıq bo`lekshenin` tezligi v menen impul`sı  $r$  arasındag`ı baylanıstı biliw kerek. Anıqlama boyınsha $r = mv$. Relyativistlik emes mexanikada massa tezlikten g`a`rezsiz bolg`anlıqtan $vdr = mv dv$.

Bul jerde dv vektorı v vektorının` elementar o`simine ten`. Bul o`sim bag`ıtı boyınsha tezlik vektorı menen sa`ykes kelmewi de mu`mkin. Eger  $v$  dep  $v$  vektorının` uzınlıg`ın tu`sinetug`ın bolsaq  $v^2 = \mathbf{v}^2$ . Su`wretten $dv = AV$ (vektor), $dv = AS$. Sonday-aq $v dv = v dv$. $v dv = v \cdot AV$ sosα = $v \cdot AS = v dv$. Bul $v dv = v dv$ ekenligi ja`ne bir ret da`lilleıydi.

$$A_{12} = m \int v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (7-8)$$

v_1 da`slepki ha`m v_2 aqırg`ı tezlikler.

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad (7-9)$$

materiallıq noqattın` kinetikalıq energiyası dep ataladı. Bul tu`siniktin` ja`rdeminde alıng`an na`tiyje bılay jazıladı:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \quad (7-10)$$

Solay etip orın almastırıwda ku`shtin` islegen jumısı kinetikalıq energıyanın` o`simine ten`.

Materiallıq noqatlar sistemasının` kinetikalıq energiyası dep usı sistemanı qurawshı ha`r bir materiallıq noqattın` kinetikalıq energıyasının` qosındısına aytamız. Sonlıqtan eger usı sistema u`stinen ku`sh (ku`shler) jumıs islese ha`m bul jumıs sistemanın` tezligin

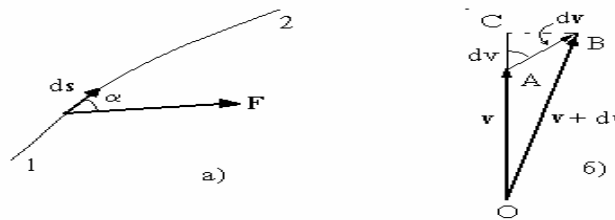
o'zgertiw ushın jumalatug'ın bolsa islegen jumıstın` mug'darı kinetikalıq energıyanın` o'simine ten` boladı.

Eger sistema bir biri menen F_1 ha'm F_2 ku'shleri menen tartısatug'ın eki materiallıq noqattan turatug'ın bolsa, onda bul ku'shlerdin` ha'r biri on` jumıs isleydi (iyterisiw bar jag'dayındag'ı jumıslardın` ma'nisi teris boladı). Bul jumıslar da kinetikalıq energıyanın` o'simine kiredi. Sonlıqtan qarap atırılğ'an jag'daylarda kinetikalıq energıyanın` o'simi sırtqı ha'm ishki ku'shlerdin` islegen jumıslardın` esabınan boladı.

Endi relyativistlik mexanikadag'ı jag'daydı qaraymız. Massa

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (7-11)$$

formulası menen anıqlanadı. Bul an'latpag'a $v = r/m$ formulasın qoyamız ha'm kvadratqa ko'teremiz:



23-su`wret.

- a) F ku'shi, ds orın alması ha'm α mu'yeshleri arasındag'ı baylanıs.
b) v vektorının` o'simi dv bag'ıtı boyınsha v menen bag'ıtlas bolmawı da mu'mkin.

$$r^2 + (m_0 s)^2 = (ms)^2. \quad (7-12)$$

Bul an'latpanı differentialsıllaw ja'rdeminde

$$r dr = s^2 m dm \quad (7-13)$$

$r dr = r dr$ ha'm $r = mv$ bolg'anlıg'ı sebepli

$$v dr = s^2 dm.$$

Sonlıqtan

$$A_{12} = \int v dp = \int_{m_1}^{m_2} c^2 dm. \quad (7-14)$$

Bunnan

$$A_{12} = s^2 (m_2 - m_1) = s^2 \Delta m. \quad (7-15)$$

Bul jerde m_1 ha'm m_2 da'slepki ha'm aqırğ'ı awhaldag'ı materiallıq noqattın` massaları.

Demek relyativistlik mexanikada jumıs tek massanın` o'simi menen anıqlanadı. Bul na'tiyje relyativistlik emes mexanikanın` na'tiyjesinen quramalı emes.

$$E = mc^2 \quad (7-16)$$

belgilewin qabıl etemiz ha'm E ni materiallıq noqattın` (bo'lekshenin`) *tolıq* yaqi *relyativistlik energıyası* dep ataymız. Onda jag'dayda

$$A_{12} = E_2 - E_1 \quad (7-17)$$

Eger bo'lekshe tınıshlıqta turg'an bolsa onın` relyativistlik energıyası

$$E_0 = m_0 s^2. \quad (7-18)$$

Bul energıya *tınıshlıq energıyası* dep ataladı. Kinetikalıq energıya qozg'alısqa baylanıslı bolg'an relyativistlik energıyanın` bo'limi bolıp tabıladı. Onın` ma'nisi

$$K = E - E_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \quad (7-19)$$

ayırmasına ten`.

Sonday-aq jumıstı bılayınsha da esaplaw mu`mkin:

$$A_{12} = K_2 - K_1. \quad (7-20)$$

Eger $p^2 + (m_0c)^2 = (mc^2)$ formulasına E ha`m E_0 shamaların kirgizsek

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2 \quad (7-21)$$

an`latpasına iye bolamız. Bul formula relyativistlik mexanikada bo`lekshenin` impul`sı menen tolıq energiyası arasındag`ı baylanıstı beredi.

Atom fizikasında energiyanın` qolaylı birligi *elektronvol`t* (eV) bolıp esaplanadı. L eV energiya elektron potentsialları ayırması 1 vol`t bolg`an elektr maydanında qozg`alg`anda alg`an energiyanın` o`simine ten`:

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-12} \text{ erg.}$$

Sonın` menen birge u`lken birlikler de qollanıladı:

$$1 \text{ kiloelektronvol`t (keV)} = 1000 \text{ eV.}$$

$$1 \text{ megaelektronvol`t (MeV)} = 1\,000\,000 \text{ eV} = 10^6 \text{ eV.}$$

$$1 \text{ gigaelektronvol`t (GeV)} = 1\,000\,000\,000 \text{ eV} = 10^9 \text{ eV.}$$

$$1 \text{ tetraelektronvol`t (TeV)} = 10^{12} \text{ eV.}$$

Elektron ha`m proton ushın tınıshlıqtag`ı energiya

$$\text{elektron ushın } m_0e^2 = 0.511 \text{ MeV.}$$

$$\text{proton ushın } m_0p = 938 \text{ MeV.}$$

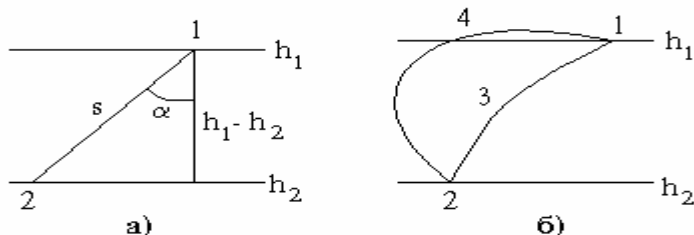
Konservativlik ha`m konservativlik emes ku`shler. Makroskopiyalıq mexanikadag`ı barlıq ku`shler *konservativlik* ha`m *konservativlik emes* dep ekige bo`linedi. Bir qansha mısallar ko`remiz.

Materiallıq noqat 1-awhaldan 2-awhalg`a 12 tuwrı sıızıg`ı boylap aparılğ`anda ku`shnin` islegen jumısın esaplaymız. Bunday jumısqa qıya tegislik boyınsha su`ykelissiz qozg`alg`anda islengen jumıstı ko`rsetiwge boladı. Jumıs  $A_{12} = mgs$  sosα ge ten` yamasa

$$A_{12} = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2. \quad (7-22)$$

Bul an`latpadag`ı h_1 menen h_2 materiallıq noqat da`slep ha`m aqırında iyelegen biyiklikler.

24-a) ha`m b) su`wretlerde ko`rsetilgen jag`daylardı talqılap salmaq ku`shinin` islegen jumısınin` o`tilgen joldan g`arezsiz ekenligin, al bul jumıstın` tek g`ana da`slepki ha`m aqırğ`ı orınlarg`a baylanıslı ekenligin ko`riwge boladı.



24-su`wret. Salmaq ku`shinin` jumısınin` ju`rip o`tken joldın` uzınlıg`ınan g`arezsiz ekenligin ko`rsetetug`ın su`wret.

Ekinshi mısal retinde *oraylıq ku`shler maydanında* islengen jumıstı esaplaymız. *Oraylıq ku`sh* dep barlıq waqıtta oray dep atalıwshı bir noqatqa qaray bag`darlang`an, al shaması sol orayg`a deyingi aralıqqa baylanıslı bolg`an ku`shti aytamız. Bul oraydı *ku`shler orayı* yamasa *ku`shlik oray* dep ataydı. Mısal retinde Quyash penen planeta, noqatlıq zaryadlar arsındag`ı ta`sirlesiw ku`shlerin aytıwg`a boladı. Anıqlama boyınsha elementar jumıs $dA = Fdssos$ (F,

ds). Bul jerde $d\vec{s} = F(r)dr$ elementar orın almasıw $d\vec{s}$ ının ku'shtin bag'ıtındag'ı (radius-vektordın bag'ıtı menen birdey) proektsiyası. Sonlıqtan $dA = F(r)dr$ jumısı tek g'ana r qashılıg'ına g'a'rezli boladı. Sonlıqtan jumısı A_{12} bılay anıqlanadı:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr. \quad (7-23)$$

Bul integraldın ma'nisi tek 1- ha'm 2-noqatlar arasındag'ı qashılıqlar r_1 ha'm r_2 ge baylanıslı.

Joqarıda keltirilgen mısallardag'ı ku'shler konservativ ku'shler dep ataladı. Bunday ku'shler jag'dayında islengen jumıs jolg'a g'a'rezli bolmay, tek g'ana da'slepki ha'm aqırğ'ı noqatlar arasındag'ı qashılıqqa baylanıslı boladı. Joqarıda keltirilgen awırlıq ku'shleri menen oraylıq ku'shler konservativ ku'shler bolıp tabıladı.

Konservativ bolmag'an barlıq ku'shler *konvervativ emes* ku'shler dep ataladı.

Bir tekli awırlıq maydanındag'ı potentsial energiya. Materiallıq noqat h biyikliginen Jer betine qulap tu'sse awırlıq ku'shleri $A = mgh$ jumısın isleydi. Biz Jerdin betindegi biyiklikti $h = 0$ dep belgiledik. Demek h biyikliginde m massalı materiallıq noqat $7 = mgh + C$ potentsial energiyasına iye boladı. S turaqlısının ma'nisi nollik qa'ddige sa'ykes keletug'ın orınlardag'ı potentsial energiya. A'dette $S = 0$ dep alınadı. Sonlıqtan potentsial energiya

$$U = mgh \quad (7-25)$$

formulası menen anıqlanıladı.

Sozılğ'an prujinanın potentsial energiyası. Prujinanın sozılmastan (qısılmastan) buring'ı uzınlıg'ın l_0 menen belgileybiz. Sozılğ'annan (qısılg'annan) keyingi uzınlıg'ı l . $x = l - l_0$ arqalı prujinanın sozılıwın (qısılıwın) belgileybiz. Serpimli ku'sh deformatsıyanın shaması u'iken bolmag'anda serpimli ku'sh F tek g'ana sozılıw (qısılıw) x qa baylanıslı boladı, yag'nıy $F = kx$ (Guk nızamı). Al islengen jumıs

$$A = \int_0^x Fdx = k \int_0^x xdx = \frac{1}{2}kx^2. \quad (7-26)$$

Eger deformatsıyalanbag'an prujinanın serpimli energiyasın nolge ten dep esaplasaq potentsial energiya:

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \quad (7-27)$$

Ishki energiya. Joqarıda quramalı sistemanın qozg'alısı ushın onın tutası menen alg'andag'ı tezligi tu'siniginin kirgiziletug'ınlıg'ı tu'sindirilgen edi. Bunday jag'dayda usınday tezlik ushın sistemanın inertsıya orayının tezligi alınadı. Bul sistemanın qozg'alısının eki tu'rli qozg'alıstan turatug'ınlıg'ın bildiredi: sistemanın tutası menen alg'andag'ı qozg'alısı ha'm sistemanın inertsıya orayına salıstırg'andag'ı sistemanı qurawshı bo'lekshelerdin «ishki» qozg'alısı. Usıg'an sa'ykes sistemanın energiyası E tutası menen

alınğ'an sistema ushın kinetikalıq energiya $\frac{MV^2}{2}$ (M sistemanın massası, V onın inertsıya orayının tezligi) menen sistemanın ishki energiyası E_{ishki} nın qosındısınan turadı. Ishki energiya o'z ishine bo'lekshelerdin ishki qozg'alısına sa'ykes keliwshi kinetikalıq energıyanı ha'm olardıń ta'sirlesiwine sa'ykes keliwshi potentsial energıyanı aladı.

$$E = \frac{MV^2}{2} + E_{ishki}.$$

Bul formulanın kelip shıg'ıwı o'z-o'zinen tu'sinikli, biraq bir usı formulanı tuwrıdan tuwrı keltirip shıg'arıwda da ko'rsetemiz.

Qozg'almaytug'in esaplaw sistemadag'ı qanday da bir bo'lekshenin tezligin (i-bo'lekshenin tezligin) v_i+V dep jaza alamız (V sistemanın inertiya orayının qozg'alıs tezligi, v_i bo'lekshenin inertiya orayına salıstırg'andag'ı tezligi). Bo'lekshenin kinetikalıq energiyası mınag'an ten:

$$\frac{m_i}{2} (v_i+V)^2 = \frac{m_i V^2}{2} + \frac{m_i v_i^2}{2} + m_i(Vv_i).$$

Barlıq bo'leksheler boyınsha qosındı alg'anda bul an'latpanın birinshi ag'zaları $\frac{MV^2}{2}$ ni beredi (bul jerde $M = m_1+m_2+. . .$). Ekinshi ag'zalardın qosındısı sistemadag'ı ishki qozg'alıslardın tolıq kinetikalıq energiyasına sa'ykes keledi. Al u'shinshi ag'zalardın qosındısı nolge ten boladı. Haqıyqatında da

$$m_1(Vv_1) + m_2(Vv_2)+. . . = V(m_1v_1+m_2v_2+. . .).$$

Keyingi qawsırma ishindegi qosındı bo'lekshelerdin sistemanın inertiya orayına salıstırg'anlag'ı anıqlama boyınsha nolge ten tolıq impul'si bolıp tabıladı. En aqırında kinetikalıq energıyanı bo'lekshelerdin ta'sirlesiwinin potentsial energiyası menen qosıp izlep atırg'an formulamızdı alamız.

Energiyanın saqlanıw nızamın qollanıp quramalı denenin stabilligin (turaqlılıg'ın) qarap shıg'a alamız. Bul ma'sele quramalı denenin o'zinen o'zi quramlıq bo'limlerge ajırılıp ketiwinin sha'rtlerin anıqlawdan ibarat. Mısal retinde quramalı denenin eki bo'lekke ıdırawın ko'reyik. Bul bo'leklerdin massaların m_1 ha'm m_2 arqalı belgileyik. Ja'ne da'slepki quramalı denenin inertiya orayı sistemasındag'ı sol bo'leklerdin tezlikleri v_1 ha'm v_2 bolsın. Bunday jag'dayda usı esaplaw sistemasındag'ı energıyanın saqlanıw nızamı mına tu'rge iye boladı:

$$E_{ishki} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + E_{1ishki} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + E_{2ishki}.$$

Bul jerde E_{ishki} da'slepki denenin ishki energiyası, al E_{1ishki} ha'm E_{2ishki} denenin eki bo'leginin ishki energiyaları. Kinetikalıq energiya barqulla on ma'niske iye, sonlıqtan jazılğ'an an'latpadan

$$E_{ishki} > E_{1ishki} + E_{2ishki}$$

ekenligi kelip shıg'adı. Bir denenin eki denegge ıdırawının sha'rti usınnan ibarat. Eger da'slepki denenin ishki energiyası onın quramlıq bo'limlerinin ishki energiyalarının qosındısınan kishi bolsa dene ıdıramaydı.

Sorawlar:

1. Jumıs ha'm energiya arasındag'ı baylanıs neden ibarat?
2. Kishi tezliklerdegi energiya menen relyativistlik energiya arasındag'ı parq nelerden ibarat?
3. Konservativlik ha'm konvservativlik emes ku'shlerge mısallar keltire alasız ba?
4. Awırlıq maydanındag'ı denenin potentsial energıyasın esaplag'anda $h = 0$ bolğ'an noqattı saylap alıw ma'selesı payda boladı. Bul ma'sele qalay sheshiledi?
5. Sozılğ'an prujinanın potentsial energiyası menen tutas deneni sazğ'andag'ı potentsial energiya arasındag'ı baylanıs (yamasa ayırma) nelerden ibarat?

8-sanlı lektsiya.

§ 8. Qozg'alıstın relyativistlik ten'lemesi

1. Qozg`alstın` relyativistlik ten`lemesi.
2. Boylıq ha`m ko`ldenən` massalar tu`siniginin` payda bolıwı.
3. Tezleniw menen deneye ta`sir etiwshi ku`shtin` bag`ıtlarının` bir birine sa`ykes kelmewi.
4. Relyativistlik jag`daylarda massalar orayı tu`siniginin` o`zgeshelikleri.

Joqarıda qozg`alıstın` ten`lemesinin` $\dot{P} = F$ tu`rindegi ten`leme ekenligin ko`rdik. Ku`shler berilgen bolsa bul ten`leme tiykarında usı ku`shtin` ta`sirindegi denenin` qozg`alıstın` tolıq ta`riplewge boladı (qa`legen waqıt momentindegi materiallıq noqattın` koordinataları menen tezlikleri tolıg`ı menen anıqlanadı). Endi relyativistlik jag`daylarda (yag`nıy u`lken tezliklerde) qozg`alıstın` ten`lemesinin` qanday bolatug`ınlıg`ın ko`remiz.

N`yutonnnın` ekinshi nızamı boyınsha

$$F/a = m = \text{const.} \quad (8-1)$$

Arbanı paydalanıw boyınsha eksperimentti dawam etemiz. Kishi tezliklerde (8-1) an`latpa durıs boladı. Biraq tezlik artqan sayın  $F/a$  qatnası turaqlı bolıp qalmay, tezlikke baylanıslı bola baslaydı. Biraq ta bunday baylanıstı seziw ushın u`lken tezlikler kerek. Sonlıqtan da bunday eksperimentlerdi elektromagnit maydanında qozg`alıwshı zaryadlang`an elektr zaryadları menen islegen an`sat boladı.  $v$  tezligi menen qozg`alıwshı elektr zaryadına ta`sir etiwshi ku`sh

$$F = q\{E + [v, V]\} \quad (8-2)$$

formulası menen an`latıladı.

Meyli proton V magnit maydanında tsikllı tezletkishtegi sıyaqlı shen`ber ta`rizli orbita menen qozg`alatug`ın bolsın (sızılmaq`a qaran`ız). Protonnın` jolında  $E$  elektr maydanı bar aralıq bolsın. Bul aralıqta proton tezleniw alatug`ınday bolıp elektr maydanı E o`zgeriwi kerek.

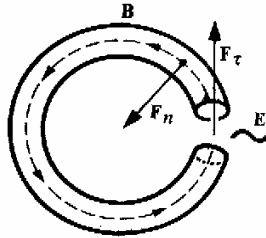
Tezletiwshi aralıqtan tısta proton $F_n = e[v, V]$ ku`shinin` ta`sirinde radiusı  $r$  bolg`an shen`ber ta`rizli orbita boyınsha qozg`aladı. Magnit maydanı  $V$  nın` ma`nisin berip, al protonnın` tezligin shen`berdi aylanıp shıg`ıw waqtı boyınsha anıqlap, shen`ber ta`rizli orbita boyınsha qozg`alg`anda orayg`a umtılwshı ku`shtin` shamasının` $(v^2/r) = R_n$ ekenligin esapqa alıp $(F_n/R_n) = (evVr/v^2)$ qatnasın tabıwg`a boladı. Eksperiment

$$(F_n/R_n) = \text{const}/\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (8-3)$$

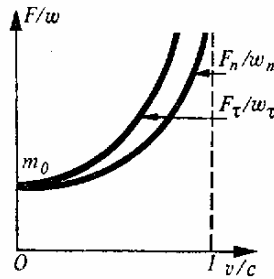
ekenligin beredi.

Tezletiwshi aralıqta $F_\tau = eE$ ku`shinin` ta`sirinde protonnın` tezligi artadı. Sa`ykes tezleniw  $R_\tau$  dı o`lshew mu`mkin. Na`tiyjede F_τ/R_τ qatnasın anıqlaw mu`mkin. Eksperiment to`mendegidey g`a`rezlilikti beredi:

$$F_\tau/R_\tau = \text{const}/\sqrt[3]{1 - v^2/c^2} . \quad (8-4)$$



25-a su`wret. Zaryadlang`an bo`lekshenin` tezletkishtegi qozg`alısı;



25-b su`wret. Boylıq ha`m ko`ldenen` massalardın` tezlikke g`a`rezliligi.

(8-3) ha`m (8-4) te  $v/s \ll 1$  bolg`an jag`daylarda (8-1) ge o`tedi. Sonlıqtan da eki an`latpadag`ı sons5 lar denenin` tınıshlıqta turg`andag`ı massasına ten`. Sonlıqtan da bul massanı tınıshlıqtag`ı massa dep ataymız. Demek (8-3) ha`m (8-4) an`latpaların bılayınsha qaytadan jazamız:

$$\frac{F_n}{R_n} = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad \frac{F_\tau}{R_\tau} = \frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}. \quad (8-5)$$

Bul baylanıslar grafikalıq tu`rde su`wrette ko`rsetilgen (25-b su`wret).

R_τ tezleniwi tangensial tezleniw bolıp tabıladı, F_τ ku`shi traektoriyag`a tu`sirilgen urınbag`a kolliniar. R_n tezleniwi ha`m  $F_n$  ku`shi traektoriyag`a perpendikulyar. (8-5) tezlik bag`ıtındag`ı bo`lekshenin` inertliligi tezlikke perpendikulyar bag`ıttag`ı inertlikten ayırılutug`ınıg`ın ko`rsetedi. Sa`ykes bolg`an massalar ko`ldenen` ha`m boylıq massalar dep

ataladı. Bo`lekshenin` boylıq massası $\frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}}$, al ko`ldenen` massası $\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ g`a ten`.

Bo`lekshe bazı bir traektoriya boyınsha qozg`alatug`ın bolsın. Traektoriyag`a tangentsial bolg`an birlik vektordı  $\tau$ , al normal bag`ıtlang`an birlik vektordı  $n$  arqalı belgileyik. Bo`lekshege ta`sir etiwshi  $F$  ku`shin eki ku`shke jikleyimiz:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_\tau + \mathbf{F}_n \quad (8-6)$$

Ku`shtin` ha`r bir qurawshısı bo`lekshenin` inertliligine baylanıslı sa`ykes bag`ıtta tezleniw payda etedi. Normal tezleniw  $v^2/r$ , tangentsial tezleniw  $dv/dt$  ge ten` bolg`anlıqtan (8-5) bılayınsha jazılıwı mu`mkin:

$$\tau \frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}} \frac{dv}{dt} = F_\tau, \quad n \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{v^2}{r} = F_n. \quad (8-7)$$

Demek

$$\tau \frac{m_0}{\sqrt[3]{1-v^2/c^2}} \cdot [dv/dt] + n \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \cdot (v^2/r) = \mathbf{F}. \quad (8-8)$$

(8-8) an`latpanı a`piwaylastırıw mu`mkin.  $(d\tau/dt) = (d\tau/ds) (ds/dt) = v(d\tau/ds)$  ha`m $d\tau/dt = \sqrt{1-v^2/c^2}$ ekenligin esapqa alamız, $\sqrt{1-v^2/c^2}$ di $v d\tau/dt$ menen almastıramız, sonda

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tau [dv/dt] + \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} * v(d\tau/dt) = F. \quad (8-9)$$

Tuwrıdan tuwrı differentialsıllaw arqalı

$$\frac{d}{dt} \{v/(1-v^2/c^2)^{3/2}\} = 1/(1-v^2/c^2)^{3/2} \frac{d}{dt} v \quad (8-10)$$

ten`ligin tekserip ko`remiz. Alıng`an an`latpag`a sa`ykes (7-9)-ten`lemenin` shep ta`repin bılayınsha tu`rlendiremiz:

$$\begin{aligned} \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{d}{dt} v + \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} v(d\tau/dt) &= \tau \frac{d}{dt} \left\{ v \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right\} + v \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} (d\tau/dt) = \\ \frac{d}{dt} \left\{ v \tau \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right\} &= \frac{d}{dt} \left\{ v \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (8-11)$$

Bul an`latpalarda  $v\tau = \mathbf{p}$  - bo`lekshenin` tezligi ekenligi esapqa alıng`an. Solay etip bo`lekshenin` qozg`alısının` relyativistlik ten`lemesin alamız:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{v m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = F. \quad (7-12)$$

Alıng`an formuladag`ı

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = F, \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v}. \quad (8-13)$$

Bul an`latpalarda  $m$  arqalı denenin` massası, al $\mathbf{p}$ arqalı relyativistlik impul`s belgilengen.

Massa denenin` inertiliginin` o`lshemi bolıp tabıladı. Sonlıqtan «boyılıq massa» ha`m «ko`ldeneni` massa» tu`sinikleri tezlikтин` bag`ıtında ha`m og`an perpendikulyar bag`ıttag`ı denenin` inertlilik qa`siyetinin` ha`r qıylı ekenliligin bildiredi. Denege baylanışlı bolg`an koordinata sistemasında bunday ayırma jog`aladı.

Eger bo`lekshenin` tezligi jaqtılıq tezligine jaqın bolsa onın` tezliginin` absolyut ma`nisin o`zgertiw ushın onın` qozg`alıw bag`ıtın o`zgertiwge qarag`anda a`dewir u`lken ku`sh kerek boladı. Yag`nıy tez qozg`alatug`ın bo`lekshe o`zinin` bag`ıtın absolyut tezligine qarag`anda jen`il o`zgertedi.

Relyativistlik jag`daylarda tezleniw menen ku`shtin` bag`ıtları bir birine sa`ykes kelmeydi. Relyativistlik jag`daylarda massalar orayı tu`sinigi ma`niske iye bolmaydı. Sebebi massa orayı Lorents tu`rlendiriwinin` invariantı bolıp tabılmaydı. Biraq massalar orayı sisteması tu`sinigi da`l ma`niske iye ha`m fizikalıq ma`selelerdi tallag`anda paydalı ha`m a`hmiyetli boladı.

9-sanlı lektsiya.

§ 9. Materiallıq noqatlar sistemasının` qozg`alısı ha`m energiyası

Materiallıq noqattın` impul`s momenti. Materiallıq noqatlar sistemasının` impul`s ha`m impul`s momenti. Materiallıq noqatlardan turatug`ın sistemag`a ta`sir etiwshi ku`sh. Materiallıq noqatlar sistemasının` qozg`alıs ten`lemesi. Massalar orayı. Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten`lemesi. Aylanıwshı qattı denelerdin` kinetikalıq energiyası.

Impul's momenti. O noqatına salıstırg`andag`ı materiallıq noqattın` impul's momenti:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{R}, \mathbf{p}]. \quad (9-1)$$

Bul anıqlama barlıq (relyativistlik ha`m relyativistlik emes) jag`daylar ushın durıs boladı. Eki jag`dayda da  $\mathbf{p}$  impul'sı bag`ıtı boyınsha materiallıq noqattın` tezligi bag`ıtı menen sa`ykes keledi.

Ku'sh momenti. O noqatına salıstırg`andag`ı materiallıq noqatqa ta`sir etiwshi ku'sh momenti dep

$$\mathbf{M} = [\mathbf{R}, \mathbf{F}]. \quad (9-2)$$

vektorına aytamız.

Momentler ten`lemesi. Impul's momenti (9-1) di waqıt boyınsha differentziallaymız:

$$d\mathbf{L}/dt = [d\mathbf{R}/dt, \mathbf{p}] + [\mathbf{R}, d\mathbf{p}/dt], \quad (9-3)$$

yamasa $\dot{\mathbf{L}} = [\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}] + [\mathbf{r}, \dot{\mathbf{p}}]$. $(d\mathbf{R}/dt) = \mathbf{v}$ - bag`ıtı  $\mathbf{p}$  impul'sı menen sa`ykes keletug`ın tezlik ekenligin esapqa alamız. O`z-ara kolliniar eki vektordın` vektorlıq ko`beymesi nolge ten`.

Sonlıqtan (9-3) tin` on` jag`ındag`ı birinshi ag`za  $[\dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p}]$  nolge ten`, al ekinshi ag`za ku'sh

momentin beredi. Na`tiyjede (9-3) momentler ten`lemesine aylanadı: $[\mathbf{r}, \dot{\mathbf{p}}] = \dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$. Bul ten`leme materiallıq noqatlar menen denelerdin` qozg`alısı qaralg`anda u`lken a`hmiyetke iye boladı.

Materiallıq noqatlar sisteması. Materiallıq noqatlar sisteması dep shekli sandag`ı materiallıq noqatlardıń jıynag`ına aytamız. Sonlıqtan da bul materiallıq noqatlardı nomerlew mu`mkin. Bul noqatlardı  $i, j, \dots$  ha`m basqa da ha`ripler menen belgilewimiz mu`mkin. Bul sanlar 1, 2, 3, ..., n ma`nislerin qabıl etedi ( $n$ -sisteması qurawshı bo`leksheler sanı). Bunday jag`dayda, mısalı,  $\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i$  shamaları sa`ykes i-bo`lekshenin` radius-vektorın, impul'sın ha`m tezligin beredi. Bunday sistemalg`a mısal retinde gazdi, Quyash sistemasın yamasa qattı deneni ko`rsetiwge boladı. Waqıttın` o`tiwi menen sisteması qurawshı materiallıq noqatlardıń orınları o`zgeredi.

Sisteması qurawshı noqatlardıń ha`r birine ta`biyatı ha`m kelip shıg`ıwı jaqınan ha`r qıylı bolg`an ku'shlerdin` ta`sir etiwı mu`mkin. Sol ku'shler sırttan ta`sir etiwshi (sırtqı ku'shler) yamasa sisteması qurawshı bo`leksheler arasındag`ı o`z-ara ta`sir etisiw bolıwı mu`mkin. Bunday ku'shlerdi ishki ku'shler dep ataymız. Ishki ku'shler ushın N`yutonnıń u`shinshi nızamı orınlanadı dep esaplaw qabıl etilgen.

Sistema impul'sı: Sistemanın` impul'sı dep usı sisteması qurawshı materiallıq noqatlardıń impul'slarınń qosındasına aytamız, yag`nıy

$$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \dots + \mathbf{p}_n. \quad (9-4)$$

**Cistemasın` impul's momenti:** Baslang`ısh dep qabıl etilgen O noqatına salıstırg`andag`ı sistemasın` impul's momenti dep sol O noqatına salıstırg`andag`ı materiallıq noqatlardıń impul's momentlerinin` qosındısına aytamız, yag`nıy

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^n \mathbf{L}_i = \sum_{i=1}^n [\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]. \quad (9-5)$$

Sistemag`a ta`sir etiwshi ku'sh momenti: O noqatına salıstırg`andag`ı sisemag`a ta`sir etiwshi ku'shtin` momenti dep sol O noqatına salıstırg`andag`ı noqatlarg`a ta`sir etiwshi momentlerdin` qosındısına ten`, yag`nıy

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i = \sum_{i=1}^n [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i]. \quad (9-6)$$

N'yutonnnn` u`shinshi nizamına sa`ykes ishki ku`shler momentleri birin biri joq etedi. Sonlıqtan keyingi ten`lemenin` on` ta`repi birqansha a`piwayılasadı. Usı jag`daydı da`lillew ushın sistemanın` i-noqatına ta`sir etiwshi ku`shti F_i arqalı, al usı ku`sh sırttan ta`sir etiwshi ku`sh bolg`an $F_{isirtqı}$ dan ha`m qalg`an barlıq bo`leksheler ta`repinen tu`setug`ın ku`shten turadı dep esaplayıq. i-noqattan j-noqatqa ta`sir etiwshi ishki ku`shti  $f_{ji}$  dep belgileyik. Sonday jag`dayda tolıq ku`shti

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{isirtqı} + \sum_{j \neq i} \mathbf{f}_{ji}. \quad (9-7)$$

Summadag`ı  $j \neq i$  ten`sizligi $j = i$ bolmag`an barlıq jag`daylar ushın qosındının` alınatug`ınlig`ın bildiredi. Sebebi noqat o`zi o`zine ta`sir ete almaydı. Keyingi an`latpanı aldın`g`ı an`latpag`a qoyıp ku`sh momentinin` eki qosılıwshıdan turatug`ınlig`ın ko`remiz:

$$\mathbf{M} = \sum_i [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_{isirtqı}] + \sum_{i,j} [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ji}]. \quad (9-8)$$

Alıng`an an`latpadag`ı ekinshi summanın` nolge ten` ekenligin ko`rsetiw mu`mkin. N'yutonnnn` u`shinshi nizamına muwapıq  $\mathbf{f}_{ij} + \mathbf{f}_{ji} = 0$ . Su`wrette ko`rsetilgen sızılmaq`a muwapıq i ha`m j noqatlarına ta`sir etiwshi ku`shlerdin` O noqatlarına salıstırg`andag`ı momentlerin esaplaymız. Bul noqatlardı tutastratug`ın  $\mathbf{r}_{ij}$  vektori i noqatınan j noqatına qarap bag`ıtlang`an. O noqatına salıstırg`andag`ı  $\mathbf{f}_{ij}$  ha`m $\mathbf{f}_{ji}$ momentleri

$$\mathbf{M}' = [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ji}] + [\mathbf{r}_j, \mathbf{f}_{ij}] \quad (9-9)$$

**Materiallıq noqatlar sistemasının` qozg`alıs ten`lemesi.**  $\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \dots + \mathbf{p}_n$  ten`liginen waqıt boyınsha tuwındı alamız ha`m i-noqattın` qozg`alıs ten`lemesinin` ( $d\mathbf{p}_i/dt = \mathbf{F}_i$  ekenligin esapqa alg`an halda

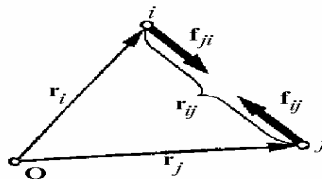
$$d\mathbf{p}/dt = \sum d\mathbf{p}_i/dt = \sum \mathbf{F}_i, \quad d\mathbf{p}/dt = \sum \mathbf{F}_i = \mathbf{F}. \quad (9-10)$$

ekenligine iye bolamız.

an`latpası menen an`latıladı. $\mathbf{f}_{ij} = -\mathbf{f}_{ji}$, $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = \mathbf{r}_{ji}$ ha`m  $\mathbf{r}_{ij}$  menen  $\mathbf{f}_{ji}$  vektorlarının` o`z-ara parallel ekenligin esapqa alıp $\mathbf{M}' = [\mathbf{r}_i, \mathbf{f}_{ji}] - [\mathbf{r}_j, \mathbf{f}_{ij}] = [\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \mathbf{f}_{ji}] = [\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{f}_{ji}] = 0$ ekenligine iye bolamız.

Demek sistemag`a ta`sir etiwshi ku`shlerdin` momenti haqqında ayılğ`anda tek g`ana sırtqı ku`shlerdin` momentlerin tu`siniwimiz kerek.

Alıng`an ag`latpadag`ı  $\mathbf{F}$  sistema noqatlarına sırttan tu`sililgen ku`shlerdin` qosındısı. Bul ku`shti a`dette sırtqı ku`sh dep ataydı. Alıng`an $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$ ten`lemesi sırtqı ko`rinisi boyınsha bir materiallıq noqat ushın qozg`alıs ten`lemesine $\{d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}, \mathbf{p} = m\mathbf{v}\}$ uqsas. Biraq sistema ushın impul`s  $\mathbf{p}$  nı alıp ju`riwshiler ken`islik boyınsha tarqalg`an, $\mathbf{F}$ ti qurawshı ku`shler de ken`islik boyınsha tarqalg`an. Sonlıqtan noqat ushın alıng`an ten`leme menen sistema ushın alıng`an ten`lemelerdi tek g`ana relyativistlik emes jag`daylar ushın salıstırıw mu`mkin.



26-su`wret. i ha`m j noqatlarına tu`sililgen ishki ku`shlerdin` momenti.

N'yutonnnn` u`shinshi nizamına sa`ykes bul moment nolge ten`.

Massalar orayı. Relyativistlik emes jag`daylarda massa orayı tu`siniginen paydalanıwğ`a boladı. Impul`s ushın relyativistlik emes jag`daylar ushın jazılğ`an impul`stan paydalanayıq.

$$\mathbf{p} = \sum m_{0i} \mathbf{v}_i = \sum m_{0i} (d\mathbf{r}_i/dt) = d/dt \sum m_{0i} \mathbf{r}_i = m^* d/dt [(1/m) \sum m_{0i} \mathbf{r}_i]. \quad (9-11)$$

Bul an`latpadag`ı massa $m = \sum m_{0i}$ dep noqatlardın` tınıshlıqtag`ı massası alıng`an.

$\mathbf{R} = (1/m) \sum m_{0i} \mathbf{r}_i$ radius-vektori sistemanın` massalar orayı dep atalatug`ın noqattı beredi. $d\mathbf{R}/dt = \mathbf{V}$ - usı noqattın` (massalar oranın`) qozg`alıs tezligi. Demek sistemanın` impul`sı keyingi an`latpanı esapqa alg`anda bılay jazıladı:

$$\mathbf{p} = m (d\mathbf{R}/dt) = m\mathbf{V} \quad (9-12)$$

ha`m sistemanın` massası menen onın` massalar orayının` qozg`alıs tezliginin` ko`beymesine ten`. Sonlıqtan da massalar orayının` qozg`alısı materiallıq noqattın` qozg`alısına sa`ykes keledi.

Joqarıdag`ıları esapqa alg`an halda sistemanın` qozg`alıs ten`lemesi bılay jazamız:

$$m (d\mathbf{V}/dt) = \mathbf{F}. \quad (9-13)$$

Alıng`an an`latpa materiallıq noqat ushın alıng`an an`latpa menen ekvivalent. Ayırma sonnan ibarat, bul jag`dayda massalar massa orayına toplan`an, al sırtqı ku`shlerdin` qosındısı bolsa sol noqatqa tu`sedi.

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n [\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i]$$

Materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten`lemesi.

an`latpasın waqıt boyınsha differentsiallasaq materiallıq noqatlar sisteması ushın momentler ten`lemesin alamız:

$$\begin{aligned} dL/dt &= \sum [\mathbf{r} d\mathbf{r}_i/dt, \mathbf{p}_i] + \sum [\mathbf{r}_i, d\mathbf{p}_i/dt] = \sum [\mathbf{v}_i, \mathbf{p}_i] + \sum [\mathbf{r}_i, \mathbf{F}_i] = \\ &= 0 + \sum \mathbf{M}_i = \mathbf{M}. \end{aligned} \quad (9-14)$$

Demek $dL/dt = \mathbf{M}$.

$\mathbf{M}$ nin` sistemag`a ta`sir etiwshi sırtqı ku`shler momenti ekenligin umıtpaymız.

Materiallıq noqattın` impul`s momenti menen sektorlıq tezlik arasındag`ı baylanıs.

Maydanlar teoreması. Materiallıq noqattın` impul`s momentin qaraymız. t waqıt momentinde bul materiallıq noqattın` awhalı  $\mathbf{r}$  radius-vektori menen anıqlanatuğ`ın bolsın. dt waqıtı ishinde radius-vektor $v dt$ o`simin aladı. Sonın` menen birge radius-vektor sheksiz kishi

u`sh mu`yeshlikti basıp o`tedi. Usı u`sh mu`yeshliktin` maydanı $dS = \frac{1}{2} [\mathbf{r} \mathbf{v}] dt$. Sonlıqtan $\dot{S} = \frac{dS}{dt}$. Bul shama waqıt birligindegi radius-vektordın` basıp o`tetug`ın maydanına ten` ha`m

sektorlıq tezlik dep ataladı. Anıqlama boyınsha $\mathbf{L} = m[\mathbf{r} \mathbf{v}]$ bolg`anlıqtan $\mathbf{L} = 2m\dot{S}$.

Relyativistlik tezliklerde m turaqlı, sonlıqtan da impul`s momenti sektorlıq tezlik $\dot{S}$ ke proporsional.

Eger materiallıq noqatqa ta`sir etiwshi ku`sh oraylıq ha`m onın` bag`ıtı  $O$  polyusı arqalı o`tetug`ın bolsa  $\mathbf{L}$  vektori waqıt boyınsha o`zgermeydi. Sog`an sa`ykes relyativistlik emes tezliklerde sektorlıq tezlik $\dot{S}$ te o`zgermeydi. Bul jag`dayda impul`s momentinin` saqlanıw nızamı maydanlar nızamına o`tedi:

$$\dot{S} = \text{const}. \quad (9-15)$$

Bul nızamnan eki juwmaq kelip shıg`adı.

Birinshiden $\mathbf{r}$ ha`m  $\mathbf{v}$  vektorları jatatuğ`ın tegislik $\dot{S}$ vektorına perpendikulyar. Bul vektorlardın` bag`ıtı o`zgermeytuğ`ın bolg`anlıqtan sol tegisliktin` o`zi de o`zgermeydi. Demek **oraylıq ku`shler maydanında qozg`alatug`ın materiallıq noqattın` traektoriyası tegis iymeklik** bolıp tabıladı.

Ekinshiden $\dot{S}$ vektori uzınlıg`ının` turaqlılıg`ınan **birdey waqıt aralıqlarında radius-vektor birdey maydanlardı basıp o`tetug`ınılıg`ı kelip** shıg`adı. Bul jag`daydı a`dette

maydanlar nızamı dep ataydı. Maydan tek g`ana shaması menen emes al ken`isliktegi orientatsiyası menen de ta`riplenedi. Sonlıqtan da maydanlar nızamına ken`irek mazmun beriw kerek.

**Qozg`almaytug`ın ko`sherge salıstırg`andag`ı impul`s momenti menen ku`sh momenti.**  $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{M}$  ten`lemesi to`mendegidey u`sh skalyar ten`lemelerge ekvivalent:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{\text{sırtqı}}, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_y^{\text{sırtqı}}, \quad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{\text{sırtqı}}. \quad (9-16)$$

Bul ten`lemeler  $d\mathbf{L}/dt = \mathbf{M}$  ten`lemesinen dekart koordinatalar sistemasının` ko`sherlerine proektsiyalar tu`siriw jolı menen alınadı. «Sırtqı» indeksi ku`sh momentin esaplag`anda ishki ku`shler momentlerinin` dıqqatqa alınbaytug`ınlıg`ın an`g`artadı. Sonlıqtan da momentler ten`lemesindegi $\mathbf{M}$ sırtqı ku`shlerdin` momentin beredi. L_x ha`m  $M_x$  lar  $X$  ku`shlerine salıstırg`andag`ı impul`s momenti ha`m ku`sh momenti dep ataladı.

Ulıwma bazı bir X ko`sherine salıstırg`andag`ı  $L_x$  ha`m M_x impul`s ha`m ku`sh momenti dep  $\mathbf{L}$  menen  $\mathbf{M}$  nin` usı ko`sherge tu`sirilgen proektsiyasın aytamız. Sonın` menen birge  $O$  koordinata bası usı ko`sherdin` boyında jatadı dep esaplanadı.

$\frac{dL_x}{dt} = M_x$ **ten`lemesi qozg`almaytug`ın  $X$  ko`sherine salıstırg`andag`ı momentler ten`lemesi** dep ataladı. Qanday da bir qozg`almaytug`ın ko`sherge salıstırg`andag`ı ku`sh momenti nolge ten` bolg`an jag`dayda sol ko`sherge salıstırg`andag`ı impul`s momenti turaqlı bolıp qaladı. Bul **qozg`almaytug`ın ko`sherge salıstırg`andag`ı impul`s momentinin` saqlanıw nızamı** bolıp tabıladı (ken`isliktin` izotropılıg`ının` na`tiyjesi).

Qozg`almaytug`ın ko`sher do`geregindegi aylanıw ushın impul`s momenti ten`lemesi. Inertiya momenti. Ko`sherge salıstırg`andag`ı momentler ten`lemesin aylanbalı qozg`alıstı qarap shıg`ıwg`a qollanamız. Qozg`almaytug`ın ko`sher retinde aylanıw ko`sherin saylap alıw mu`mkin. Eger materiallıq bo`lekshe radiusı  $r$  bolg`an shen`ber boyınsha qozg`alsa, onın`  $O$  aylanıw ko`sherine salıstırg`andag`ı impul`s momenti  $L = mvr$ . Meyli  $\omega$  - aylanıwshın` mu`yeshlik tezligi bolsın. Onda  $L = mr^2\omega$ . Eger  $O$  ko`sherinin` do`gereginde materiallıq noqatlar sisteması birdey mu`yeshlik tezlik penen aylanatug`ın bolsa, onda $L = \sum mr^2\omega$. Summa belgisinen ω nı sırtqa shıg`arıw mu`mkin. Bunday jag`dayda

$$L = I\omega \quad (9-17)$$

ha`m

$$I = \sum mr^2.$$

I shaması ko`sherge salıstırg`andag`ı sistemanın` inertiya momenti dep ataladı. Keyingi ten`leme sistema aylanğ`anda ko`sherge salıstırg`andag`ı impul`s momenti inertiya momenti menen mu`yeshlik tezliginin` ko`beymesine ten`.

O`z gezeginde  $\frac{d}{dt}(I\omega) = M$ . Qozg`almaytug`ın ko`sher do`gereginde aylanbalı qozg`alıstı **dinamikasının` bul tiykarg`ı ten`lemesindegi  $M$  aylanıw ko`sherine salıstırg`andag`ı sırtqı ku`shler momenti.** Bul ten`leme materiallıq noqatın` qozg`alıstı ushın N`yuton ten`lemesin eske tu`siredi. Massanın` ornında inertiya momenti I , tezliktin` ornına mu`yeshlik tezlik, al ku`shin` ornında ku`sh momenti tur. Impul`s momenti L di ko`pshilik jag`daylarda **sistemanın` aylanıw impul`sı** dep ataydı.

Eger aylanıw ko`sherine salıstırg`andag`ı ku`shler momenti $M = 0$ bolsa aylanıw impul`sı $I\omega$ saqlanadı.

A`dette qattı deneler ushın **I** turaqlı shama. Sonlıqtan bunday sistemalar ushın

$$I \frac{d\omega}{dt} = M \quad (9-18)$$

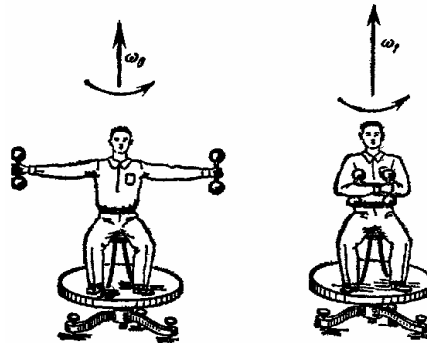
Demek qattı denenin qozg'almaytug'ın ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsia momenti $\frac{d\omega}{dt}$ din ko'beymesi sol ko'sherge salıstırg'andag'ı sırtqı ku'shlerdin momentine ten'.

Aylanıw impul'sının saqlanıw nızamına misallar.

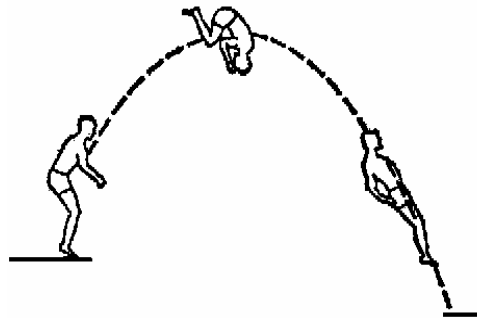
1. Jukovskiy (1847-1921) otırg'ışı (27-su`wret).
2. Balerina menen figurashının pirueti.
3. Sekiriwshi ta`repinen orınlag'an sal'to (28-su`wret).

Gyuygens-Shteyner teoreması: Qanday da bir ko'sherge salıstırg'andag'ı denenin inertsia momenti usı denenin massa orayı arqalı o'tiwshi parallel ko'sherge salıstırg'andag'ı inertsia momentine ma^2 shamasın qosqang'a ten' (a-ko'sherler arasındag'ı aralıq). Yag'nıy $I_A = I_C + ma^2$.

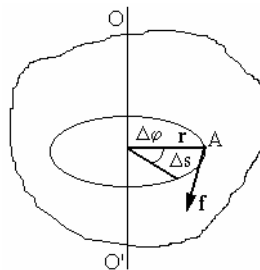
Aylanıwshi qattı denelerdin kinetikalıq energiyası. Qattı dene jıljımaytug'ın OO' ko'sheri do`gereginde aylanıp  $\varphi$  mu`yeshine burılğ'andag'ı ku'shler momenti M nin islegen jumısın anıqlayıq (29-su`wrette ko`rsetilgen). Qattı denege f ku'shi



27-su`wret. Jukovskiy otırg'ışı



28-su`wret. Sekiriwshi ta`repinen orınlag'an sal'to.



29-su`wret. Ku'shler momenti M nin islegen jumısın esaplawg'a.

tu'sirilsin. Bul ku'sh o'zi tu'sirilgen traektoriyag'a urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an, al OO' ko'sherine salıstırg'andag'ı momenti $\mathbf{M} = \mathbf{fr}$ bolsın.

Dene $\Delta\varphi$ mu`yeshine burılğ'anda ku'sh tu'sirilgen A noqatı Δs dog'ası uzınlıg'ına jıljıydı. Sonda f ku'shinin islegen jumısı $\Delta A = f \cdot \Delta s$ ke ten' boladı. $\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$. Demek $\Delta A =$

$\mathbf{fr} \cdot \Delta\varphi$. $\mathbf{fr} = \mathbf{M}$ bolg'anlıqtan $\Delta A = M \cdot \Delta\varphi$. Solay etip dene $\Delta\varphi$ mu'yeshine burılǵanda islengen jumıs san jag'ınan ku'sh momenti menen buralıw mu'yeshinin ko'beymesine ten bolatug'ınlıǵın ko'remiz.

Eger $\mathbf{M}$ turaqlı shama bolatug'ın bolsa dene shekli φ mu'yeshine burılǵanda islenetug'ın jumıs

$$A = M \cdot \varphi$$

ge ten boladı.

Endi berilgen ω mu'yeshlik tezligi menen qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanatug'ın qattı deneni qarayıq. Onın i-elementinin kinetikalıq energiyası:

$$\Delta E_{ki} = \Delta m_i v_i^2 / 2.$$

Bul an'latpada Δm_i denenin i-elementinin massası, v_i onın sıızılıq tezligi. $v_i = r_i \omega$ bolg'anlıqtan

$$\Delta E_{ki} = \Delta m_i r_i^2 \omega^2 / 2.$$

Denenin aylanbalı qozg'alısın kinetikalıq energiyası onın jeke elementlerinin kinetikalıq energiyaların qosındısına ten:

$$E_k = \sum (\Delta m_i r_i^2 \omega^2 / 2) = (\omega^2 / 2) \sum \Delta m_i r_i^2.$$

$\sum \Delta m_i r_i^2 = I$ denenin inertsia momenti ekenligin esapqa alsaq

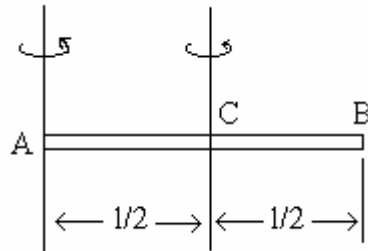
$$E_k = I \omega^2 / 2$$

an'latpasın alamız.

Demek qozg'almaytug'ın ko'sher do'gereginde aylanıwshı qattı denenin kinetikalıq energiyası formulası materiallıq noqattın ilgerilemeli qozg'alısın kinetikalıq energiyası formulasına uqsas eken. Ilgerilemeli qozg'alıstag'ı massa m nin ornına aylanbalı qozg'alısta inertsia momenti I keledi.

Ha'r qanday denelerdin inertsia momentlerin esaplaw.

1. Jin'ishke bir tekli sterjennin perpendikulyar ko'sherge salıstırǵandag'ı inertsia momenti.



30-su'wret.

Meyli ko'sher sterjennin sheti bolg'an A arqalı o'tsin (30-su'wret). Inertsia momenti $I_A = kml^2$, l - sterjennin uzınlıǵı. Sterjennin orayı S massa orayı da bolıp tabıladı. Gyuygens-

Shteyner teoreması boyınsha $I_A = I_C + m \left(\frac{l}{2}\right)^2$. I_C inertsia momentin uzınlıqları $l/2$ ha'm ha'r qaysısının massası $m/2$ bolg'an eki sterjennin inertsia momentlerinin qosındısı sıpatında

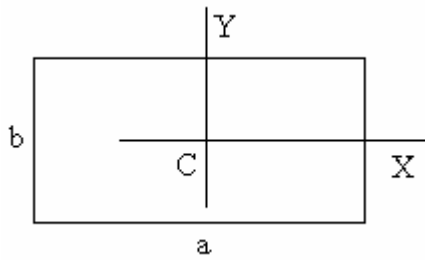
qaraw mu'mkin. Demek inertsia momenti $k \frac{m}{2} \left(\frac{l}{2}\right)^2$ qa ten. Sonlıqtan $I_C = km \left(\frac{l}{2}\right)^2$. Bul an'latpanı aldın'g'ı an'latpag'a qoysaq

$$kml^2 = km \left(\frac{l}{2}\right)^2 + m \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

Bul an'latpadan $k = 1/3$. Na'tiyjede

$$I_A = \frac{1}{3}ml^2, \quad I_C = \frac{1}{12}ml^2.$$

2. Tuvrı mu'yeshli plastinka ha'm tuvrı mu'yeshli parallelepiped ushın inertsiya momenti (31-su'wret).



31-su'wret.
inertsiya momenti

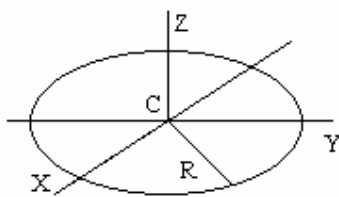
Meyli X ha'm 6 koordinatalar ko'sherleri S plastinkanın ortası arqalı o'tetug'ın ha'm ta'replerine parallel bolsın. Bul jag'dayda da joqarıdag'ı jag'day sıyaqlı $[I_C = (1/12)ml^2]$

$$I_x = (1/12)b^2, \quad I_y = (1/12)a^2.$$

Z ko'sherine salıstırg'andag'ı plastinkanın

$$I_z = (m/12)(a^2 + b^2).$$

3. Sheksiz juqa do'n'gelek saqıyna (shen'ber) ushın inertsiya momenti (32-su'wret).



32-su'wret.

Inertsiya momenti Z ko'sherine salıstırg'anda

$$I_z = mR^2$$

bolıwı kerek (4-saqıyna radiusı). Simmetriyag'a baylanıslı

$$I_x = I_y. \text{ Sonlıqtan } I_x = I_y = \frac{1}{2} mR^2.$$

4. Sheksiz juqa diywalı bar shardın inertsiya momenti.

Da'slep massası m bolg'an, koordinataları x,u,z bolg'an materiallıq noqattın tuvrı mu'yeshli koordinatalar sisteması ko'sherlerine salıstırg'andag'ı inertsiya momentin esaplayıq (su'wrette ko'rsetilgen).

Bul noqattın X, U, Z ko'sherlerine shekemgi qashıqlıqlarının kvadratları sa'ykes u^2+z^2 , z^2+x^2 ha'm x^2+u^2 qa ten'. Usı ko'sherlerge salıstırg'andag'ı inertsiya momentleri

$$I_x = m(u^2+z^2),$$

$$I_u = m(z^2+x^2),$$

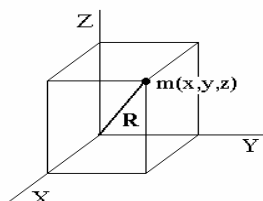
$$I_z = m(x^2+u^2)$$

shamalarına ten'. Bul u'sh ten'likti qosıp $I_x+I_u+I_z = 2m(x^2+u^2+z^2)$ ten'ligin alamız. $x^2+u^2+z^2 = 4^2$ ekenligin esapqa alsaq $I_x+I_u+I_z = 2\Theta$ ekenligine iye bolamız. Bul jerde Θ arqalı massası m bolg'an materiallıq noqattın noqatqa salıstırg'andag'ı inertsiya momenti belgilengen.

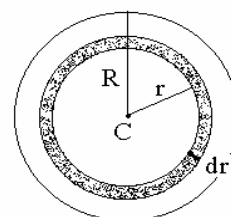
Endi da'slep shardın orayına salıstırg'andag'ı inertsiya momenti Θ nı tabamız. Onın ma'nisi $\Theta = mR^2$ ekenligi tu'sinikli. $I_x+I_u+I_z = 2\Theta$ ten'liginen paydalanamız ha'm $I_x = I_u = I_z = I$ dep belgileyміз. Na'tiyjede juqa shardın orayınan o'tetug'ın ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti ushın

$$I = (2/3)mR^2$$

formulasın alamız.



33-su'wret. Sheksiz juqa diywalg'a iye shardın inertsiya momentin esaplawg'a



34-su'wret. Tutas bir tekli shardın inertsiya momentin esaplawg'a

5. *Tutas bir tekli shardın` inertsia momenti.* Tutas birtekli shardı ha`r qaysısının` massası  $dm$  bolg`an sheksiz juqa qatlamlardıń jıynag`ı dep qarawg`a boladı (su`wrette ko`rsetilgen). Bir tekli bolg`anlıqtan  $dm = m(dV/V)$ , al  $dV = 4\pi r^2 dr$  - sferalıq qatlamnıń ko`lemi, $V = (4/3)\pi r^3$. Joqarıda keltirilip shıg`arılǵan  $I = (2/3)mR^2$  formulasın paydalanamız. Bunday jag`dayda $dI = (2/3)dmr^2 = 2mr^4 dr/R^3$. Bul an`latpanı integrallap bir tekli tutas shardın` inertsia momentin alamız:

$$I = (2/5)mR^2.$$

10-sanlı lektsiya.

§ 10. Galiley tu`rlendiriwleri

Koordinatalardı geometriyalıq jaqtan almasıw. Ha`r qanday esaplaw sistemaları arasındag`ı fizikalıq o`tiwler. Inertsial esaplaw sistemaları ha`m salıstırmalıq printsipi.

Koordinatalardı tu`rlendiriw ma`selesi a`dette geometriyalıq ma`sele bolıp tabıladı. Mısalı dekart, polyar, tsilindrlik, sferalıq ha`m basqa da koordinatalar sistemaları arasında o`z-ara o`tiw a`piwayı matematikalıq tu`rlendiriw ja`rdeminde a`melge asırıladı. Bul haqqında «Ken`islik ha`m waqıt» dep atalatug`ın 1-2 paragrafta tolıq aytılıp o`tildi.

Koordinatalardı fizikalıq tu`rlendiriw.** Ha`r qıylı esaplaw sistemaları baylanısqa ha`r qıylı materiallıq deneler bir birine salıstırg`anda qozg`alısta bolıwı mu`mkin. Ha`r bir esaplaw sistemasında o`z koordinata ko`sherleri ju`rgizilgen, al sol sistemaların` ha`r qıylı noqatlarındag`ı waqıt sol noqat penen baylanısqa saatlardın` ja`rdeminde o`lshenetug`ın bolsın. Bir birine salıstırg`anda qozg`alısta bolatug`ın esaplaw sistemalarındag`ı koordinatalar menen waqıt qalayınsha baylanısqa degen soraw kelip tuwadı. **Qoyılǵan sorawg`a juwaptın` tek geometriyalıq ko`z-qarastın` ja`rdeminde beriliwi mu`mkin emes. Bul fizikalıq ma`sele. Bul ma`sele ha`r qıylı sistemalar arasındag`ı salıstırmalı tezlik nolge ten` bolg`anda ha`m sol esaplaw sistemaları arasındag`ı fizikalıq ayırma jog`alg`anda (yag`nıy bir neshe sistemalar bir sistemag`a aylang`anda) g`ana geometriyalıq ma`selege aylanadı.

**Inertsial esaplaw sistemaları ha`m salıstırmalıq printsipi.** Qattı denenin` en` a`piwayı bolg`an qozg`alısı onın` ilgerilemeli ten` o`lshewli tuwrı sızıqlı qozg`alısı bolıp tabıladı. Usı jag`dayg`a sa`ykes esaplaw sistemasının` en` a`piwayı salıstırmalı qozg`alısı ilgerilemeli, ten` o`lshewli ha`m tuwrı sızıqlı qozg`alısı bolıp tabıladı. Sha`rtli tu`rde sol sistemaların` birewin qozg`almaytug`ın, al ekinshisin qozg`alıwshı sistema dep qabıl etemiz. Ha`r bir sistemada dekart koordinatalar sistemasın ju`rgizemiz.  $K$  qozg`almaytug`ın esaplaw sistemasındag`ı koordinatalardı (x, y, z) dep, al qozg`alıwshı  $K'$  sistemasındag`ı koordinatalardı (x', y', z') ha`ripleri ja`rdeminde belgileymiz. Qozg`alıwshı sistemadag`ı shamalar qozg`almaytug`ın sistemadag`ı shamalar belgilengen ha`riplerdin` ja`rdeminde shtrix belgisin qosıp belgileymiz dep kelisip alamız. Endi bir birine salıstırg`anda qozg`alıwshı ha`r bir esaplaw sistemasında fizikalıq qubılıslar qalay ju`redi degen a`hmiyetli sorawg`a juwap beriwimiz kerek.

Bul sorawg`a juwap beriwimiz ushın sol esaplaw sistemalarındag`ı fizikalıq qubılıslardıń o`tiwin u`yreniwimiz kerek. Ko`p waqıtlardan beri Jerdin` betine salıstırg`anda ten` o`lshewli tuwrı sızıqlı qozg`alatug`ın koordinatalarg`a salıstırg`andag`ı mexanikalıq qubılıslardıń o`tiw izbe-izligi boyınsha sol qozg`alıs haqqında hesh na`rseni

aytıwǵa bolmaytug`nılg`ı ma`lim boldı. Jag`ag`a salıstırg`anda tınısh qozg`alatug`ın korabldın` kabinaları ishinde mexanikalıq protsessler jag`adag`ıday bolıp o`tedi. Al, eger Jer betinde anıg`ıraq ta`jiriybeler o`tkerilse Jer betinin` juldızlarg`a salıstırg`andag`ı qozg`alısnın` bar ekenligi ju`zege keledi (mısalı Fuko mayatnigi menen o`tkerilgen ta`jiriybe). Biraq bul jag`dayda Jer betinin` juldızlarg`a salıstırg`andag`ı tezligi emes, al tezleniwi anıqlanadı. Al **ko`p sandag`ı ta`jiriybeler qozg`almaytug`ın juldızlarg`a salıstırg`anda, yag`nıy bir birine salıstırg`anda ten` o`lshewli tuwrı sızıq boyınsha qozg`alatug`ın barlıq esaplaw sistemalarında barlıq mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp o`tedi. Usının` menen birge tartılıs maydanı esapqa almas da`rejede kishi dep esaplanadı. N`yutonnnın` inertsıya nızamı orınlanatug`ın bolg`anlıqtan bunday esaplaw sistemaların inertsialıq esaplaw sistemaları dep ataladı.**

Galiley ta`repinen birinshi ret usınılg`an barlıq inertsialıq esaplaw sistemalarında mexanikalıq qubılıslar birdey bolıp o`tedi (barlıq mexanikalıq nızamlar birdey tu`rge iye boladı) degen tastıyıqlaw **Galileydin` salıstırmalıq printsipi** dep ataladı.

Erterek waqıtları ko`pshilik avtorlar usı ma`seleni tu`sindirgende “Galileydin` salıstırmalıq printsipi” tu`siniginin` ornına “N`yuton mexanikasındag`ı salıstırmalıq printsipi” degen tu`sinikten paydalandı (mısalı O.D.Xvol`son).

Keyinirek basqa da ko`pshilik, sonın` ishinde elektromagnitlik qubılıslar u`yrenilgennen keyin bul printsiptin` qa`legen qubılıs ushın orın alatug`nılg`ı moyınlana basladı. Usınday ulıwma tu`rde bul printsip arnawlı salıstırmalıq teoriyasının` salıstırmalıq printsipi yamasa a`piwayı tu`rde salıstırmalıq printsipi dep ataladı. Ha`zirgi waqıtları bul printsiptin` mexanikalıq ha`m elektromagnit qubılısları ushın da`l orınlanatug`nılg`ı ko`p eksperimentler ja`rdeminde da`lillendi. Sog`an qaramastan **salıstırmalıq printsipi postulat bolıp tabıladi.** Sebebi ele ashılmag`an fizikalıq nızamlar, qubılıslar ko`p. Sonın` menen birge fizika ilimi qanshama rawajlang`an sayın ele ashılmag`an jan`a mashqalalardıń payda bola beriwi so`zsiz. Sonlıqtan salıstırmalıq printsipi barqulla postulat tu`rinde qala beredi.

Salıstırmalıq printsipi sheksiz ko`p sanlı geometriyası evklidlik bolg`an, birden-bir waqıtqa iye esaplawlar sistemaları bar degen boljawg`a tiykarlang`an. Ken`islik-waqt boyınsha qatnaslar ha`r bir esaplaw sistemasında birdey, bul belgisi boyınsha koordinatalar sistemalarınin` bir birinen parqı joq. Usınday boljawdın` durıslıg`ı ko`p sanlı eksperimentlerde tastıyıqlang`an. Ta`jiriybe bunday sistemalarda N`yutonnnın` birinshi nızamının` orınlanatug`nılg`ın ko`rsetedi. Sonlıqtanda bunday sistemalar inertsialıq sistemalar dep ataladı. Bunday sistemalar bir birine salıstırg`anda ten` o`lshewli tuwrı sızıq boyınsha qozg`aladı.

**Galiley tu`rlendiriwleri.** Qozg`alıwshı koordinatalar sisteması qozg`almaytug`ın koordinatalar sistemasına salıstırg`anda ha`r bir waqıt momentinde belgili bir awhalda boladı². Eger koordinatalar sistemalarınin` basları  $t = 0$  waqıt momentinde bir noqatta jaylasatug`ın bolsa, t waqıttan keyin qozg`alıwshı sistemanın` bası $x = vt$ noqatında jaylasadı. Sonlıqtan da, eger qozg`alıstı tek  $x$  ko`sherinin` bag`ıtında bolg`anda

$$x' = x - vt, u' = u, z' = z, t' = t. \quad (10-4)$$

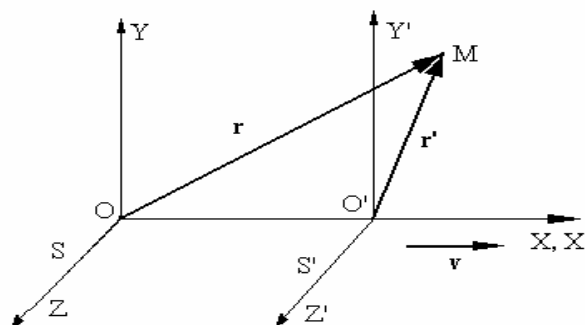
Bul formulalar Galiley tu`rlendiriwleri dep ataladı.

Eger shtrixları bar koordinatalar sistemasınan shtrixları joq sistemag`a o`tetug`ın bolsaq tezliktin` belgisin o`zgeritwimiz kerek. Yag`nıy $v = -v$. Sonda

$$x = x' + vt, u = u', z = z', t = t'. \quad (10-5)$$

formulaların alamız.

(10-5) (10-4) ten ten'lemelerdi sheshiw jolı menen emes, al (10-4) ke salıstırmalılıq printsipin qollanıw arqalı alıng'anlıg'ına itibar beriw kerek.



35-su'wret. Shtrixlang'an ha'm shtrixlanbag'an koordinatar sistemaların bir birine salıstırg'andag'ı qozg'alısı. X ha'm X' ko'sherlerin o'z-ara parallel etip alıw en' a'piwayı jag'day bolıp tabıladı.

Koordinatar sistemasın burıw yamasa esaplaw basın o'zgertiw arqalı koordinatar sistemasının ju'da' a'piwayı tu'rdegi o'z-ara jayg'asıwların payda etiwge boladı.

11-sanlı lektsiya.

§ 11. Tu'rlendiriw invariantları

Koordinatalardı tu'rlendirgende ko'pshilik fizikalıq shamalar o'zlerinin san ma'nislerin o'zgertiwi kerek. Ma'selen noqattın ken'isliktegi awhalı (x, y, z) u'sh sanının ja'rdeminde anıqlanadı. A'lbette ekinshi sistemag'a o'tkende bul sanlardın ma'nisleri o'zgeredi.

Eger fizikalıq shama koordinatalardı tu'rlendirgende o'z ma'nisin o'zgertpese, onday shamalar saylap alıng'an koordinatar sistemalarına g'a'rezsiz bolg'an ob'ektiv a'hmiyetke iye boladı. Bunday shamalar tu'rlendiriw invariantları dep ataladı.

Invariant shamalar to'mendegiler bolıp tabıladı:

Uzunlıq

$$l = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = l'. \quad (11-1)$$

Galiley tu'rlendiriwine qarata invariant.

Bir waqıthlıq tu'siniginin absolyutligi. (11-1) menen (11-2) degi keyingi ten'likke itibar bersek ($t = t'$) eki koordinatar sistemasında da saatlar birdey tezliklerde ju'retug'inlıg'ına iye bolamız. Demek bir sistemada belgili bir waqıt momentinde ju'z беретug'ın waqıyalar ekinshi sistemada da tap sol waqıt momentlerinde ju'z beredi. Sonlıqtan saylap alıng'an sistemadan g'a'rezsiz eki waqıyanın bir waqıtta ju'z bergenligin tastıyıqlaw absolyut xarakterge iye boladı.

Waqıt intervalının invariantlıg'ı. $t = t'$ waqıttı tu'rlendiw formulasının ja'rdeminde waqıt intervalın tu'rlendiriw mu'mkin. Meyli qozg'alıwshı sistemada t_1 ha'm t_2 waqıt momentlerinde eki waqıya ju'z bersin. Usı eki waqıya arasındag'ı interval

$$\Delta t = t_2 - t_1. \quad (11-2)$$

Qozg`almaytug`ın esaplaw sistemasında bul waqıyalar $t_1 = t_1'$, ha`m  $t_2 = t_2'$ , waqıt momentlerinde bolıp o`tti. Sonlıqtan

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t'. \quad (11-3)$$

Demek waqıt intervalı Galiley tu`rlendiriwlerinin invariantı bolıp tabıladı.

**N`yuton ten`lemelerinin Galiley tu`rlendiriwlerine qarata invariantlıg`ı. Tezliklerdi qosıw ha`m tezleniwdin` invariantlıg`ı.** Shtrixları bar esaplaw sistemasında materiallıq noqat qozg`alatug`ın, al koordinatalar waqıtqa g`a`rezliligi

$$x' = x'(t'), \quad u' = u'(t'), \quad z' = z'(t'). \quad (11-4)$$

formulaları menen berilgen bolsın. Bunday jag`dayda tezliktin` qurawshıları

$$u_x' = dx' = dx'/dt', \quad u' = du'/dt', \quad u_z' = dz'/dt'. \quad (11-5)$$

Qozg`almaytug`ın esaplaw sistemasına kelsek

$$x(t) = x'(t) + vt, \quad u(t) = u'(t), \quad z(t) = z'(t), \quad t' = t, \quad (11-6)$$

al tezliktin` qurawshıları

$$\begin{aligned} u_x &= dx/dt = dx'/dt + v \cdot dt'/dt = dx'/dt' + v \cdot dt'/dt = u_x' + v, \\ u_u &= du/dt = du'/dt' = u_u', \quad u_z = dz/dt = dz'/dt' = u_z'. \end{aligned} \quad (11-7)$$

formulaları menen anıqlanadı.

Bul formulalar klassikalıq relyativistlik emes mexanikanın tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı.

Keyingi formulalar ja`rdeminde biz tezleniw ushın an`latpalar alıwımız mu`mkin. Olardı differentialsılaw arqalı ha`m $dt = dt'$ dep esaplasaq

$$d^2x/dt^2 = d^2x'/dt'^2, \quad d^2u/dt^2 = d^2u'/dt'^2, \quad d^2z/dt^2 = d^2z'/dt'^2. \quad (11-8)$$

ekenligine iye bolamız. Bul formulalar tezleniwdin` Galiley tu`rlendiriwlerine qarata invariant ekenligi ko`rsetedi.

Demek N`yuton nızamları Galiley tu`rlendiriwlerine qarata invariant eken.

Tu`rlendiriw invariantları koordinatalar sistemaların saylap alıwg`a baylanışlı emes, al u`yrenilip atırg`an ob`ektlerdegi en` a`hmiyetli haqıyqıy qa`sietlerin ta`ripleydi.

12-sanlı lektsiya.

§ 12. Jaqtılıq tezliginin` shekliligi

1. Jaqtılıq haqqındag`ı ko`z-qaraslardın` rawajlanıwı.
2. Jaqtılıqtın` tezligin Remer ta`repinen o`lshew.
3. Du`n`yalıq efir tu`sinigi.
4. Maykel`son-Morli ta`jiriybesi.

5. Fizo ta`jiriybesi.

6. Galiley tu`rlendiriwlerinin` sheklengenligi.

Galiley tu`rlendiriwlerinin` durıs-nadurılıg`ı eksperimentte tekserilip ko`riliwi mu`mkin. Galiley tu`rlendiriwleri boyınsha alıng`an tezliklerdi qosıw formulasının` juwıq ekenligi ko`rsetildi. Qa`teliktin` tezlik joqarı bolg`an jag`daylarda ko`p bolatug`ınılg`ı ma`lim boldı. Bul jag`daylardın` barlıg`ı da jaqtılıqtın` tezligin o`lshew barısında anıqlandı.

Jaqtılıqtın` tezligi haqqındag`ı ko`z-qaraslardın` rawajlanıwı:

A`yemgi da`wirlerdegi oyshıllardıń pikirleri boyınsha:

Platon (b.e.sh. 427-347) - ko`riw nurları teoriyasın qolladı. Bul teoriya boyınsha ko`zden nurlar shıg`ıp, predmetlerdi barıp «barlastırıp ko`rip» ko`zge qayıp keledi.

Demokrit (b.e.sh. 460-370) - atomistlik teoriya ta`repinde bolıp, ko`zge jaqtılıq nurları kelip tu`sedi.

Aristotelde (b.e.sh. 384-322) Demokritke sa`ykes pikirde boldı.

Bul eki tu`rli ko`z qaraslar Evklid (b.e.sh. 300-jıllar) ta`repinen biri birine ekvivalent etti. Ol jaqtılıqtın` tuwrı sıızılı tarqalıw ha`m shag`ılısıw nızamların ashtı.

Jan`a fizikanın` tiykarın salıwshı Galiley (1564-1642) jaqtılıqtın` tezligi shekli dep esapladı. Tezlikti o`lshew boyınsha ol qollang`an a`piwayı usıllar durıs na`tiyje bere almadı. R.Dekart (1596-1650) bolsa pu`tkilley basqasha ko`z-qarasta boldı. Onın` pikirinshe jaqtılıq sheksiz u`lken tezlik penen taralatug`ın basım.

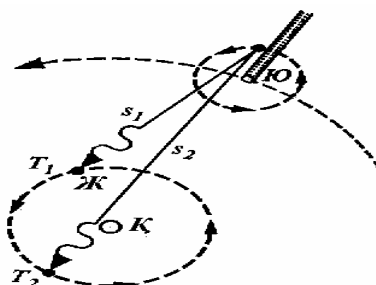
Grimal`di (1618-1660) ha`m Guk (1625-1695) jaqtılıqqa tolqınlıq ko`z-qarasta qaradı. Olardıń pikirinshe jaqtılıq bir tekli ortalıqtag`ı tolqınlıq qozg`alı.

Jaqtılıqtın` tolqınlıq teoriyasının` tiykarın salıwshı Xristian Gyuygens (1629-1695) bolıp tabıladı.

I.N`yuton (1643-1727) «a`ytewir oylardan gipoteza payda etpew» maqsetinde jaqtılıqtın` ta`biyatı haqqında shın kewli menen pikir aytpadı. Biraq ol jaqtılıqtın` korpuskulalıq teoriyasın ashıq tu`rde qabıl etti.

**Jaqtılıqtın` tezligin Rëmer ta`repinen o`lshew.** Jaqtılıqtı tezligi birinshi ret 1676-jılı Rëmer ta`repinen o`lshendi. Sol waqıtlarg`a shekem Yupiter planetasının` joldaslarınan` aylanıw da`wirinin` Jer Yupiterge jaqınlasqanda kishireyetug`ının, al Jer Yupiterden alıslag`anda u`lkeyetug`ınılg`ın ta`jiriybeler anıq ko`rsetti. Su`wrette Yupiterdin` bir joldasınan` tutılıwdın keyingi momenti ko`rsetilgen. Yupiterdin` Quyash do`geregine aylanıp shıg`ıw da`wiri Jerdin` Quyash do`geregine aylanıp shıg`ıw da`wirinen a`dewir u`lken bolg`anlıg`ına baylanıslı Yupiterdi qozg`almaydı dep esaplaymız. Meyli bazı bir t_1 momentinde Yupiterdin` joldası sayadan shıqsın ha`m Jerdegi baqlawshı ta`repinen  $T_1 = t_1 + s_1/s$  waqıt momentinde belgilensin. Bul jerde  $s_1$  baqlaw waqtındag`ı Jer menen joldastın` sayadan shıqqan jerine shekemgi aralıq. Yupiterdin` joldası ekinshi ret sayadan shıqqan waqıtı Jerdegi baqlawshı $T_2 = t_2 + s_2/s$ waqıt momentinde baqladım dep belgilep qoyadı. Sonlıqtan Jerdegi baqlawshı Yupiterdin` joldası ushın aylanıw da`wirine

$$T_{baql.} = T_2 - T_1 = T_{haqıyqıy} + (s_2 - s_1)/s$$



shamasın aladı. Bul jerde $T_{\text{haqıyqıy}} = t_2 - t_1$. Demek ha`rqanday  $s_2 - s_1$  lerdin` bolıwının` na`tiyjesinde joldastın` Yupiterdi aylanıw da`wiri ha`r qıylı boladı. Biraq ko`p sanlı o`lshewlerdin` na`tiyjesinde (Jer Yupiterge jaqınlap kiyatırğ`anda alıng`an ma`nisler «-» belgisi menen alınadı ha`m barlıq s ler bir birin joq etedi) usı ha`r qıylılıqtı joq etiw mu`mkin.

$T_{\text{haqıyqıy}}$ dı bile otırıp keyingi formula ja`rdeminde jaqtılıqtın` tezligin anıqlaw mu`mkin:

$$s = (s_2 - s_1) / (T_{\text{baql}} - T_{\text{haqıyqıy}}). \quad (12-1)$$

s_2 ha`m s_1 shamaları astronomiyalıq baqlawlardan belgili.

Na`tiyjede Rëmer  $s = 214\,300$  km/s na`tiyjesin aldı.

1727-jılı Bradley jaqtılıqtın` aberratsiyası qubılısın paydalanıw jolı menen alıng`an na`tiyjenin` da`lligin joqarılattı.

N`yutonnın` jeke abırayı jaqtılıqtın` korpuskulalardın` ag`ımı degen pikirdi ku`sheytti. Gyuygenstin` jaqtılıqtın` tolqınlıg`ı haqqındag`ı ko`z-qarası ta`repdarlarınin` bar bolıwına qaramastan ju`z jıllar dawamında dıqqattan sırtta qaldı. 1801-jılı Yung interferentsiya printsipin keltirip shıg`ardı. Al 1818-jılı Frenel korpuskulalıq teoriyag`a ku`shli soqqı berdi. Ol jaqtılıqtın` tolqınlıq qa`siyeti haqqındag`ı ko`z-qarastan difraktsiya ma`selesin sheshti. Korpuskulalıq teoriya ko`z-qarasınan bul ma`selelerdi sheshilmedi. Sonlıqtan 1819-jıldan keyin jaqtılıq belgili bir ortalıqta tarqalatug`ın tolqın sıpatında qarala basladı. Korpuskulalıq teoriya qısıp shıg`arıldı. Na`tiyjede jaqtılıq taralatug`ın serpimli ortalıq - du`n`yalıq efir haqqında pikir qa`liplesti. A`lemdi toltırıp tınıshlıqta turatug`ın bul efir «Du`n`yalıq efir» dep atala basladı. Usınday efir teoriyasın do`retiwge, efir ha`m onın` fizikalıq qa`siyetleri haqqında gipotezalar usınıwda o`tken a`sirdin` ko`p sandag`ı belgili ilimpazları qatnastı.

Mısallar keltiremiz.

1. Gerts gipotezası: efir o`zinde qozg`alıwshı deneler ta`repinen tolıg`ı menen alıp ju`riledi, sonlıqtan qozg`alıwshı dene ishindegi efirdin` tezligi usı denenin` tezligine ten`.

2. Lorents (H.A.Lorentz) gipotezası: efir qozg`almaydı, qozg`alıwshı denenin` ishki bo`limindegi efir bul qozg`alısqa qatnaspaydı.

3. Frenel` ha`m Fizo gipotezası: efirdin` bir bo`limi qozg`alıwshı materiya ta`repinen alıp ju`riledi.

4. Eynshteyn gipotezası (O.D.Xval`son boyınsha Eynshteyn ha`m Plank gipotezası) boyınsha heshqanday efir joq.

Eynshteyn gipotezası keyinirek payda bolg`anlıqtan (19-a`sirdin` bası) da`slepki waqıtları turg`an efirge salıstırğ`andag`ı jaqtılıqtın` tezligin anıqlaw mashqalası pisip jetti. Tınısh turg`an «Du`n`yalıq efir» ge salıstırğ`andag`ı qozg`alıs absolyut qozg`alıs bolıp tabıladı. Sonlıqtan o`tken a`sirdin` (19-a`sir) 70-80 jıllarına kele «Absolyut qozg`alıs», «Absolyut tezliklerdi» anıqlaw fizika ilimindegi en` a`hmiyetli mashqalalarg`a aylandı.

Payda bolg`an pikirler to`mendegidey:

1. Jer, basqa planetalar qozg`almay turg`an du`n`yalıq efirge salıstırğ`anda qozg`aladı. Bul qozg`alısarg`a efir ta`sir jasamaydı (Lorentstin` pikirin qollawshılar).

2. Efir qozg`alıwshı dene menen birge belgili bir da`rejede alıp ju`riledi (Frenel` ta`limatın qollawshılar).

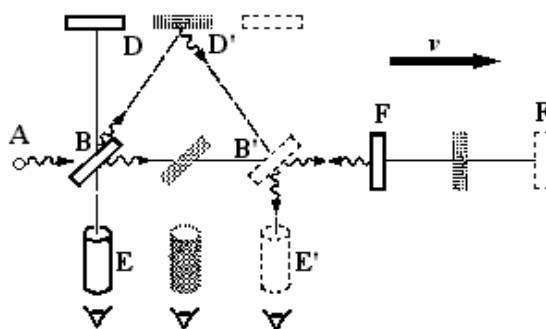
Bul ma`selelerdi sheshiw ushın 1881-jılı Maykel`son (Michelson`a), 1887-jılı Maykel`son Morli (Morley) menen birlikte, 1904-jılı Morli ha`m Miller (Miller) interferentsiya qubılısın baqlawg`a tiykarlang`an Jerdin` absolyut tezligin anıqlaw boyınsha tariyxıy ta`jiriybeler ju`rgizdi. Maykel`son, Morli ha`m Millerler Lorents gipotezası (efirdin` qozg`almaslıg`ı) tiykarında Jerdin` absolyut tezligin anıqlawdı ma`sele etip qoydı. Bul ta`jiriybeni a`melge asırıwdın` ideyası interferometr ja`rdeminde biri qozg`alıs bag`ıtındag`ı, ekinshisi qozg`alıs bag`ıtına perpendikulyar bag`ıttag`ı eki joldı salıstırıw bolıp tabıladı.

Interferometrдин` islew printsipi, sonın` ishinde Maykel`son-Morli interferometri ulıwma fizika kursının` «Optika» bo`liminde tolıq talqılanadı.

Biraq bul tariyxıy ta`jiriybeler ku`tilgen na`tiyjelerdi bermedi: Orınlang`an eksperimentten Jerdin` absolyut tezligi haqqında hesh qanday na`tiyjeler alınbadı. Jıldın` barlıq ma`wsiminde de (barlıq bag`ıtlarda da) Jerdin` «efirge» salıstırg`andag`ı tezligi birdey bolıp shıqtı.

Ta`jiriybeler basqa da izertlewshiler ta`repinen jaqın waqıtlarg`a shekem qaytalanıp o`tkerilip keldi. Lazerlardin` payda bolıwı menen ta`jiriybelerdin` da`lligi joqarılatıldı. Ha`zirgi waqıtları “efir samalı” nın` tezliginin` (eger ol bar bolsa) 10 m/ s tan kem ekenligi da`lillendi.

Maykel`son-Morli ha`m “efir samalı” nın` tezligin anıqlaw maqsetinde o`tkerilgen keyingi ta`jiriybelerden to`mendegidey na`tiyjelerdi shıg`arıw mu`mkin:



37-su`wret. Efirge baylanışlı bolg`an koordinatalar sistemasındag`ı Maykel`skon-Morli ta`jiriybesinin` sxeması. Su`wrette interferometrдин` efirge salıstırg`andag`ı awhallarının` izbe-izligi ko`rsetilgen.

1. Ylken massag`a iye deneler o`z a`tirapındag`ı efirdi tolıg`ı menen birge qosıp alıp ju`redi (demek Gerts gipotezası durıs degen so`z). Sonlıqtan usınday deneler a`tirapında “efir samalı” nın` baqlanbawı ta`biyiy na`rse.

2. Efirde qozg`alıwshı denelerdin` o`lshemleri turaqlı bolıp qalmaydı. Bul jag`dayda Gerts gipotezasın durıs dep esaplay almaymız.

Al efirdin` bir bo`limi (bir bo`limi, al tolıg`ı menen emes) Jer menen birge alıp ju`rile meW degen sorawg`a juwap beriw ushın 1860-jılı Fizo ta`repinen ta`jiriybeler ju`rgizildi.

Fizo ta`jiriybesinin` ideyası qozg`alıwshı materiallıq denedegi (mısalı suwdag`ı) jaqtılıqtın` tezligin o`lshewden ibarat. Meyli usı ortalıqtag`ı jaqtılıqtın` tezligi $u' = s/n$ (n ortalıqtın` sınırıw ko`rsetkishi) bolsın. Eger jaqtılıq tarqalatug`ın ortalıqtın` o`zi  $v$  tezligi menen qozg`alatug`ın bolsa qozg`almaytug`ın baqlawshıg`a salıstırg`andag`ı jaqtılıqtın` tezligi  $u' \pm v$  g`a ten` bolıwı tiyis. Bul an`latpada + belgisi ortalıq penen jaqtılıq bir bag`ıtta qozg`alatug`ın jag`dayg`a tiyisli. O`zinin` ta`jiriybesinde Fizo ortalıqtın` qozg`alıw bag`ıtındag`ı ha`m bul bag`ıtqa qarama-qarsı bolg`an bag`ıttag`ı jaqtılıqtın` tezliklerin salıstırdı.

Ortalıqtın` qozg`alıw bag`ıtındag`ı ($u^{(+)}$) ha`m bul bag`ıtqa qarama-qarsı bag`ıttag`ı ($u^{(-)}$) jaqtılıqtın` tezlikleri bilay esaplanadı:

$$u^{(+)} = u' + kv, \quad u^{(-)} = u' - kv.$$

Bul an`latpalardag`ı k eksperimentte anıqlanıwı kerek bolg`an koeffitsient. Eger  $k = 1$  bolsa tezliklerdi qosıwdın` klassikalıq formulası orınlı boladı. Eger $k \neq 1$ bolıp shıqsa bul klassikalıq formula durıs na`tiyje bermeydi.

1 arqalı suyıqlıqtag`ı jaqtılıq ju`rip o`tetug`ın uzınlıqtı belgileyik. t_0 arqalı suyıqlıq arqalı o`tken waqıttı esaplamag`anda jaqtılıqtın` eksperimentallıq du`zilis arqalı o`tetug`ın waqtın belgileymiz. Bunday jag`dayda eki nurdın` (birewi suyıqlıqtın` qozg`alıw bag`ıtında, ekinshisi

og`an qarama-qarsı) eksperimentallıq du`zilis arqalı o`tiw waqtı to`mendegidey an`latpalar ja`rdeminde esaplanadı:

$$t_1 = t_0 + 1/(u' + kv), \quad t_2 = t_0 + 1/(u' - kv).$$

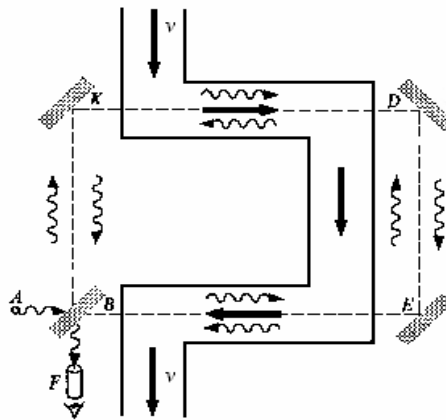
Bul an`latpalardan eki nurdın` ju`risleri arasındag`ı ayırma waqt boyınsha to`mendegi formulalar boyınsha esaplanatug`ınlıg`ı kelip shıg`adı:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2lkv/(u'^2 - k^2v^2)$$

Interferentsiyalıq jolaqlar boyınsha ju`risler ayırmasın o`lshep, l , v , t' lardın` ma`nislerin qoyıp keyingi formuladan k nı anıqlaw mu`mkin. Fizo ta`jiriybesinde

$$k = 1 - 1/n^2$$

ekenligi ma`lim bolg`an. Suw ushın $n = 1.3$. Demek $k = 0.4$ ekenligi kelip shıg`adı. Sonlıqtan  $u^{(+)} = u' + kv$ ,  $u^{(-)} = u' - kv$  formulalarından  $u = u' \pm 0.4v$  an`latpası kelip shıg`adı (klassikalıq fizika boyınsha  $u = u' \pm v$  bolıp shıg`ıwı kerek edi). Na`tiyjede Fizo ta`jiriybesinde tezliklerdi qosıw ushın tezliklerdi qosıwdın` klassikalıq formulasınan paydalanıw`a bolmaytug`ınlıg`ı da`lillenedi. Sonın` menen birge bul ta`jiriybeden qozg`alıwshı dene ta`repinen efir jarım-jartı alıp ju`riledi degen juwmaq shıg`arıw`a boladı ha`m deneler ta`repinen a`tırıpındag`ı efir tolıq alıp ju`riledi degen gipoteza (Gerts gipotezası) tolıg`ı menen biykarlanadı.



38-su`wret. Fizo ta`jiriybesinin` sxeması.

Fizo ta`jiriybesinin` juwmaqları baspadan shıqqannan keyin eki tu`rli pikir qaldı:

1. Efir qozg`almaydı, yag`nıy ol materiya qozg`alısına pu`tkilley qatnaspaydı.
2. Efir qozg`alıwshı materiya ta`repinen alıp ju`riledi, biraq onın` tezligi qozg`alıwshı materiyanın` tezliginen o`zgeshe boladı.

A`lbette, ekinshi gipotezanı rawajlandırıw ushın efir menen qozg`alıwshı materiyanı baylanıstıratug`ın qanday da bir jag`daydı qa`liplestiriw kerek boladı.

Fizo jasag`an da`wirde bunday na`tiyje tan`lanıw payda etpedi. Sebebi joqarıda ga`p etilgenindey Fizo ta`jiriybesi o`tkerilmesten a`dewir burın Frenel` qozg`alıwshı materiya ta`repinen efir tolıq alıp ju`rilmeytug`ınlıg`ı haqqında boljaw aytqan edi. A`lbette Frenel` qozg`alıwshı materiya efirdi qanshama alıp ju`redi degen sorawg`a juwap bergen joq. Usının` na`tiyjesinde joqarıda aytıp o`tilgen Frenel` ha`m Fizo gipotezası payda boldı.

Al`bert Eynshteyn o`zinin` 1920-jılı jarıq ko`rgen “Efir ha`m salıstırmalılıq teoriyası” maqalasında bılay dep jazadı:

«Jaqtılıqtıq qa`siyetleri menen materiallıq denelerde tarqalatug`ın serpimli tolqınlar qa`siyetleri arasındag`ı uqsaslıqtın` bar ekenligi anıq ko`ringenlikten XIX a`sirdin` birinshi yarımında efir gipotezası qaytadan ku`shli tu`rde qollap-quwatlanıw basladı. Jaqtılıqtı inert massag`a iye ha`m A`lemdi tolıg`ı menen toltırıp turatug`ın serpimli ortalıqtıqta terbelmeli protsess dep qarawdın` durıslıg`ı gu`man payda etpedi. Og`an qosımsha jaqtılıqtın` polarizatsiyası usı ortalıqtın` qattı denelerdin` qa`siyetlerine uqsaslıg`ın keltirip shıg`ardı.

Sebebi suyuqlıqta emes, al qattı denelerde g`ana ko`ldenentolqınlar tarqala aladı. Solay etip bo`leksheleri jaqtılıq tolqınlarına sa`ykes kishi deformatsiyalıq qozg`alıs penen qozg`ala alatug`ın “kvaziserpimli” jaqtılıq efiri haqqındag`ı teoriyag`a kelip jetti.

Qozg`almaytug`ın efir teoriiyası dep te atalg`an bul teoriya keyinirek Fizo ta`jiriybesinde tirek taptı. Bul ta`jiriybeden efirdin` qozg`alısqa qatnaspaydı dep juwmaq shıg`arıwg`a boladı. Fizo ta`jiriybesi arnawlı salıstırmalıq teoriiyası ushın da fundamentallıq a`hmiyetke iye. Jaqtılıqtın` aberratsiyası qubılısı da tap sonday bolıp kvaziqattı efir teoriiyasının` paydası ushın xızmet etti”.

A.Eynshteyn 1910-jılı jarıq ko`rgen “Salıstırmalıq printsipi ha`m onın` saldarları” miynetinde Fizo ta`jiriybesinin` jıldın` ha`r qıylı ma`wsimlerinde qaytalang`anlǵın, biraq barlıq waqıtları da birdey na`tiyjelerge alıp kelgenligin atap o`tedi. Sonın` menen birge Fizo ta`jiriybesinen qozg`alıwshı materiya ta`repinen Gerts gipotezası jarım-jartı alıp ju`riletug`ını kelip shıg`atug`ınlıg`ı, al basqa barlıq ta`jiriybelerdin` bul gipotezanı biykarlaytug`ınlıg`ı aytlıg`an.

Tek salıstırmalıq teoriiyası payda bolg`annan keyin g`ana ***Fizo ta`jiriybesinin` tezliklerdi qosıwdın` klassikalıq formulasının` ha`m Galiley tu`rlendiriwlerinin` durıs emes ekenliginin` da`lilleytug`ın ta`jiriybe ekenligi anıqlandı.***

Solay etip jaqtılıqtın` tezligi haqqındag`ı ko`z-qaraslar 200-300 jıllar dawamında u`lken o`zgerislerge ushıradı ha`m o`tken a`sirdin` aqırında onın` turaqlılıg`ı haqqında pikirler payda bola basladı.

Jaqtılıqtın` vakuumdegi tezliginin` turaqlılıg`ı (jaqtılıq tezliginin` derektin` yamasa jaqtılıqtı qabıl etiwshinin` tezligine baylanıssızlıg`ı) ko`p sanlı eksperimentallıq jumislardın` ta`biyiy juwmag`ı bolıp tabıladı. Maykel`son-Morli ha`m Fizo ta`jiriybeleri tariyxıy jaqtan birinshi ta`jiriybeler boldı. Keyin ala bul ta`jiriybeler basqa da ta`jiriybeler menen tolıqtırıldı. Biraq sog`an qaramastan jaqtılıq tezligin turaqlı dep tastıyıqlaw tuwrıdan-tuwrı eksperimentallıq tekseriwler mu`mkinshilikleri sheklerinenshıg`ıp ketetug`ın postulat bolıp tabıladı.

Eger ju`rip baratırg`an poezdda ha`r bir sekundta bir retten mıltıq atılıp tursa (poezddag`ı mıltıq atıwdın` jiyiligi 1 atıw/s), poezd jaqınlap kiyatırg`an platformada turg`an baqlawshıg`a mıltıq dawısların` jiyiligi ko`birek bolıp qabıl etiledi ($\omega > 1$ atıw/s). Al poezd alıslap baratırg`an jag`dayda platformada turg`an baqlawshıg`a mıltıq dawısları siyreksiydi ($\omega < 1$ atıw/s).

Maykel`son-Morli ta`jiriybesinde birdey uzınlıqtag`ı «iyinlerdi» alıw mu`mkinshiligi bolg`an joq. Sebebi «iyinlerdi» birdey etip alıw uzınlıqtı metrдин` millionnan bir u`lesindey da`llikte o`lshewdi talap etedi. Bunday da`llik Maykel`son-Morli zamanında bolg`an joq.

13-sanlı lektsiya.

§ 13. Lorents tu`rlendiriwleri ha`m onın` na`tiyjeleri

1. Tiykarg`ı printsipler.
2. Koordinatalardı tu`rlendiriwdin` sıızıqlılıg`ı.
3. y ha`m z ushın tu`rlendiriwler
4. x penen t ushın tu`rlendiriw.
5. Bir waqıtlılıqtın` salıstırmalılıg`ı.
6. Intervaldın` invariantlılıg`ı.
7. Ken`islikke megzes ha`m waqıtqa megzes intervallar.

8. Qozg'alistagi saatlarning ju'riw tempi. Menshikli waqıt.
9. Tezliklerdi qosıw.
10. Tezleniwdi tu'rlendiriw.

Tiykargı printsipler. Galiley tu'rlendiriwleri u'ken tezliklerde durıs na'tiyjelerdi bermeydi. Bul tu'rlendiriwlerden jaqtılıq tezliginin turaqlılıgı kelip shıqpaydı, inertsiyal koordinatalar sistemasındagı koordinatalar menen waqıt arasındagı baylanıslardı durıs sa'wlelendirmeydi. Sonlıqtan eksperimentattıq faktlerdi durıs sa'wlelendiretug'ın, jaqtılıqtın tezliginin turaqlılıgına alıp keletug'ın tu'rlendiriwlerdi tabıw kerek. Bul tu'rlendiriwler Lorents tu'rlendiriwleri dep ataladı. Bul tu'rlendiriwler to'mendegidey printsipler tiykarında keltirilip shıg'ıwı mu'mkin:

- 1) salıstırmalılıq printsiپی;
- 2) jaqtılıqtın tezliginin turaqlılıq printsiپی.

Koordinatalardı tu'rlendiriwdin sıızılıgı. Ulıwmalıq jag'daylarda tu'rlendiriwler to'mendegidey ko'riniske iye boladı:

$$x' = F_1(x,y,z,t), \quad y' = F_2(z,y,z,t), \quad z' = F_3(x,y,z,t), \quad t' = F_4(x,y,z,t). \quad (13-1)$$

Bul an'latpalardıń on ta'repinde tu'rin anıqlaw za'ru'r bolg'an geypara F_i funktsiyaları tur.

Bul funktsiyalardıń ulıwma tu'ri ken'islik penen waqıttın qa'siyetleri menen anıqlanadı. Biz saylap alg'an esaplaw sistemasındagı noqatlar bir birinen ayırılmaydı dep esaplaymız. Demek koordinata basın ken'isliktin qa'legen noqatına ko'shiriw mu'mkin. Usınday jag'dayda qa'legen geometriyalıq ob'ektler arasındagı barıq geometriyalıq qantaslar o'zgerissiz qalıwı kerek. Bul qa'siyet ken'isliktin bir tekiligi dep ataladı (ken'isliktin qa'sietinin bir noqattan ekinshi noqatqa o'tkende o'zgermey qalıwı). Sonın menen birge ha'r bir noqatta koordinata ko'sherlerin ıqtıyarlı tu'rde bag'ıtlaw mu'mkin. Bul jag'dayda da qa'legen geometriyalıq ob'ektler arasındagı barıq geometriyalıq qatnaslar o'zgerissiz qaladı. ***Bul ken'isliktin qa'siyetinin barlıq bag'ıtlar boyınsha birdey ekenligi bildiredi. Bunday qa'siyetti ken'isliktin izotropılıgı dep ataymız.***

Inertsiyal esaplaw sistemalarındagı bir tekiligi menen izotropılıgı ken'isliktin en' baslı qa'siyetlerinin biri bolıp tabıladı.

Waqıt ta bir tekililik qa'siyetke iye. Fizikalıq jaqtan ol to'mendegidey ma'niske iye:

Meyli belgili bir fizikalıq situatsiya bazı bir waqıt momentinde payda bolsın. Waqıttın bunnan keyingi momentlerinde situatsiya rawajlana baslaydı. Meyli usınday situatsiya basqa bir waqıt momentinde payda bolsın. Bul jag'dayda da tap birinshi jag'daydagıday bolıp situatsiya rawajlanatug'ın bolsa waqıt bir tekli dep esaplanadı. Solay etip ***waqıttın bir tekiligi dep fizikalıq situatsiyanın qaysı waqıt momentinde payda bolg'anlıgına g'a'rezsiz birdey bolıp rawajlanıwına ha'm o'zgeriwine aytamız.***

Ken'islik penen waqıttın bir tekiliginen

$$x' = F_1(x,y,z,t), \quad y' = F_2(z,y,z,t), \quad z' = F_3(x,y,z,t), \quad t' = F_4(x,y,z,t). \quad (13-2)$$

tu'rlendiriwlerinin sıızılıq bolıwının kerekligi kelip shıg'adı. Da'lillew ushın x' tın sheksiz kishi o'simi dx' tı qaraymız. Bul o'zgeriske shtrixı joq sistemada sheksiz kishi dx , dy , dz ha'm dt o'simleri sa'ykes keledi. Toliq differentsial formulasınan

$$dx' = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} dy + \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} dz + \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} dt \quad (13-3)$$

anlatpasın alamız. Kenislik penen waqıttın bir tekliliginen bul matematikalıq qatnaslar kenisliktin barlıq noqatlarında ha'm barlıq waqıt momentlerinde birdey bolıwı kerek. Sonlıqtan $\partial F_1/\partial x$, $\partial F_1/\partial y$, $\partial F_1/\partial z$, $\partial F_1/\partial t$ shamaları waqıttan g'a'rezsiz turaqlı sanlar bolıwı sha'rt. Sonlıqtan F_1 funktsiyası

$$F_1(x, y, z, t) = A_1x + A_2y + A_3z + A_4t + A_5. \quad (13-4)$$

tu'rinde bolıwı kerek. Bul formuladagı A_1 , A_2 , A_3 ha'm A_4 shamaları turaqlılar. Solay etip $F_1(x, y, z, t)$ funktsiyası o'zinin argumentlerinin sızıqlı funktsiyası bolıp tabıladı. Tap usınday etip F_2 , F_3 ha'm F_4 funktsiyalarının da sızıqlı ekenligi da'lillewge boladı.

y ha'm z ushın tu'rlendiriwler. Ha'r bir koordinatalar sistemasında noqatlar $x = y = z = 0$, $x' = y' = z' = 0$ ten'likleri menen berilgen bolsın. $t = 0$ waqıt momentinde koordinatalar basları bir noqatta turadı dep esaplayıq. Bunday jag'dayda $A_5 = 0$ bolıwı kerek ha'm u ja'ne z ko'sherleri ushın tu'rlendiriwler to'mendegishe jazıladı:

$$u' = a_1x + a_2y + a_3z + a_4t, \quad z' = b_1x + b_2y + b_3z + b_4t. \quad (13-5)$$

y ha'm y' , z ha'm z' ko'sherleri o'z-ara parallel bolsın. x' ko'sheri barlıq waqıtta x ko'sheri menen betlesetug'in bolg'anlıqtan $y = 0$ ten'liginen $y' = 0$ ten'ligi, $z = 0$ ten'liginen $z' = 0$ ten'ligi kelip shıg'adı. Yag'nıy qalegen x, y, z ha'm t ushın

$$0 = a_1x + a_3z + a_4t, \quad 0 = b_1x + b_3z + b_4t. \quad (13-6)$$

Bul $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, $b_1 = 0$, $b_2 = 0$, $b_3 = 0$ bolg'anda orınlanadı. Sonlıqtan

$$y' = ay, \quad z' = az. \quad (13-7)$$

Bul ten'lemeler shtrixlanbag'an sistemadagıg'a qarag'anda bazı bir masshabtın uzunlıg'ı shtrixlang'an sistemada neshe ese u'iken ekenliginen derek beredi. Sonın menen birge $y = (1/a)y'$, $z = (1/a)z'$. Bul o'z gezeginde shtrixlang'an sistemadagıg'a qarag'anda bazı bir masshabtın uzunlıg'ı shtrixlanbag'an sistemada neshe ese u'iken ekenliginen ko'rsetedi. Salıstırmalılıq printsipi boyınsha eki esaplaw sisteması da ten'dey huqıqlı. Sonlıqtan birinshisinen ekinshisine o'tkende de, keri o'tkende de masshtab uzunlıg'ı birdey bolıp o'zgeriwi kerek. Demek

$$y' = y, \quad z' = z. \quad (13-8)$$

bolıwı sha'rt.

x penen t ushın tu'rlendiriw. y ha'm z o'zgeriwshileri o'z aldına tu'rletug'in bolg'anlıqtan, x ha'm t lar sızıqlı tu'rlendiriw boyınsha tek bir biri menen baylanısqa bolıwı kerek. Onday jag'dayda qozg'almaytug'ı sistemag'a qarag'anda qozg'alıwshı sistemalıq koordinata bası $x = vt$ koordinatasına, al qozg'alıwshı sistemada $x' = 0$ koordinatasına iye bolıwı kerek. Tu'rlendiriwdin sızıqlılıg'ına baylanışlı

$$x' = \alpha(x-vt). \quad (13-9)$$

Bul anlatpadagı α - anıqlanıwı kerek bolg'an proporsionallıq koeffitsienti.

Qozg`alıwshı esaplaw sistemısın qozg`almaydı dep esaplap joqarıdag`ıday talqılawdı dawam ettiriwimiz mu`mkin. Bunday jag`dayda $x' = -vt'$.

$$x = \alpha'(x' + vt'). \quad (13-10)$$

Bul an`latpada da α' -proportsionallıq koeffitsienti. Salıstırmalılıq printsipi boyınsha $\alpha = \alpha'$.

Endi jaqtılıqtın tezliginin turaqlılıg`ı postulatına kelemiz. Meyli koordinata basları bir noqatta turg`an jag`dayda ha`m saatlar $t = t' = 0$ waqtın ko`rsetken momentte sol koordinata basları jaqtılıq jiberilgen bolsın. Eki koordinatalar sistemasında da (shtrixlang`an ha`m shtrixlanbag`an) jaqtılıqtın taralıwı

$$x' = st, x = st \quad (13-11)$$

ten`likleri menen beriledi. Bul jerde eki sistemada da jaqtılıqtın birdey tezlikke iye bolatug`ınlıg`ı esapqa alıng`an. Bul an`latpadag`ı ma`nislerdi (13-8) ha`m (13-9) larg`a qoysaq

$$st' = \alpha(s-v), st = \alpha t'(s+v) \quad (13-12)$$

an`latpaların alamız. Bul an`latpalardıń shet ta`repin shep ta`repini menen, on` ta`repini on` ta`repini menen ko`beytip t`t g`a qısqartsaq

$$A = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (13-13)$$

formulasın alamız. $x = \alpha'(x' + vt')$ ten`liginen  $x' = \alpha(x-vt)$  ten`ligin paydalanıw arqalı

$$vt' = x/\alpha - x' = x/\alpha - \alpha(x-vt) = \alpha vt + x(1/\alpha - \alpha). \quad (13-14)$$

Bunnan (13-13) ti esapqa alıp

$$t' = \alpha[t + (x/v)(1/\alpha^2 - 1)] = [t - \frac{v}{c^2} x] \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (13-15)$$

ekenligine iye bolamız.

$$y' = y, z' = z, x' = \alpha(x-vt) \quad (13-16)$$

ha`m

$$t' = [t - \frac{v}{c^2} x] \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (13-17)$$

tu`rlendiriwleri bir birine salıstırg`anda v tezligi menen qozg`alıwshı sistemalardıń koordinataların baylanıstıradı. Olar Lorents tu`rlendiriwleri dep ataladı. Tu`rlendiriw formulaların ja`ne bir ret jazamız:

$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$	$y' = y$	$z' = z$	$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$
--	----------	----------	---

Calıstırmalılıq printsipi boyınsha keri o`tiw de tap usınday tu`rge iye boladı, tek g`ana tezliktin belgisi o`zgeredi:

$x = \frac{x' + vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$	$y = y'$	$z = z'$	$t = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
--	----------	----------	---

Galiley tu`rlendiriwleri Lorents tu`rlendiriwlerinin` dara jag`dayı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da $v/c \ll 1$ bolg`anda (kishi tezliklerde) Lorents tu`rlendiriwleri tolıg`ı menen Galiley tu`rlendiriwlerine o`tedi.

Bir waqıtlılıqtın` salıstırmalılg`ı. Koordinata sistemasının` ha`r qanday x_1 ha`m  $x_2$  noqatlarında waqıyalar usı sistema saati boyınsha bir waqıt momentinde ju`z berse bir waqıtta bolatug`ın waqıyalar dep ataladı. Ha`r bir noqatta ju`z beretug`ın waqıya sol noqatta turg`an saat ja`rdeminde belgilenedi. Eki waqıya qozg`almaytug`ın koordinatalar sistemasında t_0 waqıt momentinde baslandı dep esaplaymız.

Qozg`alıwshı koordinatalar sistemasında bul waqıyalar  $x_1'$  ha`m x_2' noqatlarında t_1' ha`m  $t_2'$  waqıt momentlerinde baslanadı. Waqıtlar  $t_1'$  ha`m t_2' usı x_1' ha`m  $x_2'$  noqatlarında turg`an saatlar ja`rdeminde belgilenedi. Shtrixlang`an ha`m shtrixlanbag`an koordinatalar arasındag`ı baylanıs Lorents tu`rlendiriwleri ja`rdeminde beriledi:

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad t_1' = \frac{t_0 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad t_2' = \frac{t_0 - (v/c^2)x_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (13-18)$$

Waqıyalar x ko`sheri boyınsha ju`z bergenlikten y ha`m  $z$  ler eki koordinata sistemalarında da birdey boladı. Keyingi an`latpalar qozg`alıwshı sistemada bul waqıyalardıń bir waqıt momentinde bolmaytug`ınlıg`ı ko`rinip tur. Haqıyqatında da

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{(v/c^2)(x_1 - x_2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (13-19)$$

Demek bir koordinatalar sistemasında bir waqıtta ju`z beretug`ın waqıyalar ekinshi sistemada bir waqıtta ju`z bermeydi.

Bir waqıtlılıq tu`sinigi koordinatalar sistemasınan g`a`rezsiz absolyut ma`niske iye bolmaydı. Qanday da bir waqıyalardıń bir waqıtta bolg`anlıg`ın aytıw ushın qaysı koordinatalar sistemasında usı waqıyalardıń bolıp o`tkenligin aytıw sha`rt.

Intervaldın` invariantlılg`ı. Meyli waqıyalar t_1 waqıt momentinde x_1, y_1, z_1 ha`m  $t_2$  waqıt momentinde  $x_2, y_2, z_2$  noqatlarında ju`z bersin. Usı waqıyalar arasındag`ı interval dep  $(x_1, y_1, z_1, t_1)$  ha`m (x_2, y_2, z_2, t_2) noqatları arasındag`ı interval dep te ataladı)

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 \quad (13-20)$$

shamasına aytamız. Barlıq koordinatalar sistemasında bul shama bir ma`niske iye boladı ha`m Lorents tu`rlendiriwinin` invariantı. Usı jag`daydı da`lilleymiz ha`m formulanı shtrixlang`an sistema ushın jazamız.

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= \frac{(x_2' - x_1') + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ y_2 - y_1 &= y_2' - y_1', \\ z_2 - z_1 &= z_2' - z_1', \\ t_2 - t_1 &= \frac{t_2' - t_1' + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned}$$

Bul an`latpalardan

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = \\ = (x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = s'^2. \quad (13-21)$$

Bul an`latpalar intervaldın invariant ekenligi ko`rsetedi, yag`nıy $s^2 = s'^2 = \text{inv}$.

Ken`islikke megzes ha`m waqıtqa megzes intervallar. Interval ushın formulanı bılay jazamız:

$$s^2 = l^2 - c^2(t_2 - t_1)^2. \quad (13-22)$$

Bul jerde $l^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$.

Meyli bazı bir koordinatalar sistemasında waqıyalar sebeplilik penen baylanıspag`an bolsın. Bunday jag`dayda $l > ct$ ha`m sog`an sa`ykes  $s^2 > 0$ . Intervaldın invariantlıg`ınan basqa koordinatalar sistemasında da qarap atırg`an waqıyaların sebeplilik penen baylanıslı bolıwı mu`mkin emesligi kelip shıg`adı. Tap sol sıyaqlı sebeplilik penen baylanısqa waqıyalar basqa koordinatalar sistemasında da sebeplilik penen baylanısqa bolıp shıg`adı.

$$s^2 > 0 \quad (13-23)$$

bolg`an interval ken`islikke megzes interval dep ataladı.

$$s^2 < 0 \quad (13-24)$$

bolg`an interval waqıtqa megzes interval dep ataladı.

Eger interval ken`islikke megzes bolsa, onda eki waqıya bir waqıt momentinde ken`esliktin` eki noqatında ju`z beredi. Sonın` menen birge usı eki waqıya bir noqatta ju`z beretug`ın koordinatalar sistemaları bolmaydı ($s^2 = l^2 > 0$, $t = 0$).

Eger interval waqıtqa megzes bolsa, onda bir biri menen sebeplilik boyınsha baylanısqa eki waqıya bir noqatta, biraq ha`r qıylı waqıt momentlerinde ju`z beretug`ın koordinatalar sistemasın saylap alıw mu`mkin ($l = 0$, $s^2 = -c^2t^2 < 0$).

Qozg`alıstagh`ı saatlardın` ju`riw tempi. Menshikli waqıt. Meyli qozg`alıwshı koordinatalar sistemasının` x_0' noqatında t_1' ha`m  $t_2'$  waqıt momentlerinde eki waqıya ju`z bersin. Usı eki waqıyalar arasındagh`ı waqıt intervalları qozg`alıwshı sistemada $\Delta t' = t_2' - t_1'$, al tınıshlıqta turg`an sistemada  $\Delta t = t_2 - t_1$  bolsın. Lorents tu`rlendiriwleri tiykarında

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad t_2 = \frac{t_2' + (v/c^2)x_0'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ten`liklerine iye bolamız.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (13-25)$$

Solay etip qozg`alıwshı saatlar menen o`lshengen waqıyalar arasındagh`ı waqıt intervalı

$$\Delta t' = \Delta t \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (13-26)$$

tınıshlıqta turg`an saatlar menen o`lshengen waqıtqa qarag`anda kem bolıp shıg`adı. Demek *tınıshlıqta turg`an saatlardın` ju`riwine qarag`anda qozg`alıstagh`ı saatlardın` ju`riw tempi kem boladı.*

Tezliklerdi qosıw. Qozg`alıwshı koordinatalar sistemasında materiallıq noqattın` qozg`alıwı

$$x' = x'(t'), y' = y'(t'), z' = z'(t'), \quad (13-27)$$

al tınıshlıqta turg`an sistemada bolsa

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (13-28)$$

funktsiyaları menen berilgen bolsın. Qozg`alıwshı ha`m qozg`almaytug`ın sistemalardagh`ı materiallıq noqattın` tezliginin` to`mende keltirilgen qurawshıları arasında baylanıstı tabıwımız kerek:

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad u'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'}. \quad (13-29)$$

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u_y = \frac{dy}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt}. \quad (13-30)$$

$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{dt'(1 + \frac{vu'_x}{c^2})}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (13-31)$$

Differentsiallardın bul ma`nislerin (13-4) ke (13-3) ti esapqa alıp qoysaq

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2}, \quad u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}, \quad u_z = \frac{u'_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}. \quad (13-32)$$

Bul salıstırmalıq printsipinın tezliklerdi qosıw formulaları bolıp tabıladı. Shtrixlang`an sistema koordinatalarınan shtrixlanbag`an sistema koordinatalarına da o`tiw mu`mkin. Bunday jag`dayda v tezligi -v menen, shtrixlang`an shamalar shtrixlanbag`an shamalar, shtrixlang`anları shtrixlanbag`anları menen almastrıladı. Bul formulalardan, misalı, jaqtılıq tezliginin turaqlılıg`ı kelip shıg`adı. Usı jag`daydı da`lilleymiz. Meyli $u_y' = u_z' = 0$. $u_x' = c$ bolsın. Onda

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2} = u_x = \frac{c + v}{1 + vc/c^2} = c, \quad u_y = 0, \quad u_z = 0. \quad (13-33)$$

**Tezleniwdi tu`rlendiriw.** Meyli shtrixlang`an sistemada materiallıq noqat, qurawshıları R_x' , R_y' ha`m  $R_z'$  bolg`an tezleniw menen qozg`alısn. Tezligi usı waqıt momentinde nolge ten` bolsın. Sonlıqtan shtrixlang`an koordinatalar sistemasında noqattın qozg`alısn to`mendegidey formulalar ja`rdeminde ta`riplenedi:

$$\frac{du'_x}{dt'} = R'_x, \quad \frac{du'_y}{dt'} = R'_y, \quad \frac{du'_z}{dt'} = R'_z, \quad u'_x = u'_y = u'_z = 0. \quad (13-34)$$

Shtrixlanbag`an sistemadag`ı tezleniw

$$R_x = \frac{du_x}{dt}, \quad R_y = \frac{du_y}{dt}, \quad R_z = \frac{du_z}{dt}. \quad (13-35)$$

dt, du_x , du_y , du_z shamaları (13-31)-(13-32) formulalar ja`rdeminde anıqlanadı. Tezlikler  $u_x' = u_y' = u_z' = 0$  dep differentsiallardı esaplap bolg`annan keyin de qabıl etiw mu`mkin. Misalı du_x ushın

$$du_x = du'_x / [1 + vu'_x/c^2] - [(u'_x + v) \frac{v}{c^2} du'_x] / (1 + vu'_x/c^2)^2 = [1 + vu'_x/c^2 - vu'_x/c^2 - v^2/c^2] du'_x / (1 + vu'_x/c^2)^2 = [1 - v^2/c^2] du'_x / (1 + vu'_x/c^2)^2. \quad (13-36)$$

Bunnan (13-31) di esapqa alıw menen

$$R_x = du_x/dt = \sqrt[3]{1 - v^2/c^2} (du'_x/dt') = \sqrt[3]{1 - v^2/c^2} * R'_x. \quad (13-37)$$

Bul formulada $u_x' = 0$ dep esaplang`an.

Usınday jollar menen du_y ha`m du_z differentsialları esaplanadı.

$$R_x = \sqrt[3]{1 - v^2/c^2} * R'_x, \quad R_y = \sqrt{1 - v^2/c^2} * R'_y, \quad R_z = \sqrt{1 - v^2/c^2} * R'_z. \quad (13-38)$$

Shtrixlanbag`an sistemada noqat v tezligi menen qozg`aladı. Sonlıqtan keyingi formulalar to`mendegi ma`nisti an`g`artadı:

Qozg`alıwshı materiallıq noqat penen usı noqat tınıshlıqta turatug`ın inertsiyal koordinatalar sistemasın baylanıstırıw mu`mkin. Usınday koordinatalar sisteması alıp ju`riwshı koordinatalar sisteması dep ataladı. Eger usı koordinatalar sistemasında noqat

tezleniw menen qozg`alsa, onda bul noqat basqa da qa`legen koordinatalar sistemasında tezleniw menen qozg`aladı. Biraq tezleniwdin` ma`nisi basqa sistemada basqa ma`niske, biraq barlıq waqıtta da kishi ma`niske iye boladı. Qozg`alis bag`ıtında tezleniw qurawshısı  $\sqrt[3]{1-v^2/c^2}$  ko`beytiwshisine proporsional kishireyedi (v tezleniw qarap atırlg`an sistemadag`ı tezlik). Tezlikke perpendikulyar bag`ıttag`ı tezleniwdin` ko`ldenən` qurawshısı  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  ko`beytiwshisine proporsional bolg`an kemirek o`zgeriske ushıraydı.

**Qozg`alıwshı denenin` uzınlıg`ı.** *Qozg`alıstag`ı sterjennin` uzınlıg`ı dep usı sterjennin` eki ushına sa`ykes keliwshi qozg`almaytug`ın sistemada usı sistemanın` saatı boyınsha bir waqıt momentinde aling`an eki noqat arasındag`ı qashıqlıqtı aytamız.* Demek qozg`alıwshı sterjennin` ushları bir waqıtta qozg`almaytug`ın sistemada belgilenip alınadı eken.

Sterjennin` uzınlıg`ı $x_2' - x_1' = l$. Uzınlıq l shtrixsız jazılğ`an. Sebebi ol qozg`almaytug`ın sistemada aling`an.

Lorents tu`rlendiriwlerinen

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (13-39)$$

Bunnan

$$l = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (13-40)$$

Bul formulada $l' = x_2 - x_1$ - qozg`alıwshı sterjennin` uzınlıg`ı. Demek

$$l' = \frac{l}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (13-41)$$

Bul formuladan qozg`alıwshı sterjennin` qozg`alis bag`ıtındag`ı uzınlıg`ının` qozg`almay turg`an halındag`ıg`a qarag`anda kishi bolatug`ınlıg`ın ko`rsetedi.

Mısal retinde Jer sharının` qozg`alis bag`ıtındag`ı diametrin alıp qaraymız. Onın` uzınlıg`ı 12 mın` kilometrdey, orbita boyınsha tezligi 30 km/s. Bunday tezlikte diametr 6 sm ge qasqaradı.

Qozg`alıwshı denenin` o`lshemlerinin` qozg`alis bag`ıtında o`zgeretug`ınlıg`ı haqqındag`ı batıl usınıs birinshi ret bir birinen g`a`rezsiz Fitjeral`d (Fitzgerald) ha`m Lorents (Lorentz) ta`repinen berildi. Olar qa`legen denenin` qozg`alis bag`ıtındag`ı sızıqlı o`lshemleri tek usı qozg`alisqa baylanıslı o`zgeredi ha`m bul o`zgeris (12-41)-formula menen anıqlanadı dep boljadı. Bul boljaw durıs bolıp shıqtı ha`m Maykel`son ta`jiriybesinin` ku`tilgen na`tiyjelerdi bermewinin` sebebin tolıq tu`sindirdi.

Qosımshalar:

Lorents tu`rlendiriwleri to`rt o`lshemli tu`rde bılayınsha jazıladı:

$$\begin{aligned} x_i &= \alpha_{ik} x_k^i, \\ x_i' &= \alpha_{ki} x_k. \end{aligned} \quad (13.42)$$

Bul jerdegi α_{ik} bılayınsha jazıladı (Lorents matritsası)

$$\alpha_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -v/c \\ \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{0} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (13.43)$$

To`rt o`lshemli ken`islik-waqıtta koordinata ko`sherlerin bılayınsha beremiz

$$M = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}. \quad (13.44)$$

Endi Mathcad programmalaw tilinen paydalanatug`ın bolsaq to`mendegilerge iye bolamız:

$$\alpha(v, c) := \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{v}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{v}{c} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix} \quad M(x, y, z, t) := \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

$$\alpha(v, c) \cdot M(x, y, z, t) \rightarrow$$

Bul matritsanın` birinshi qatarı x` tı, ekinshi ha`m u`shinshi qatarları u` penen z` ti (olar o`zgerissiz kaladı, al to`rtinshi qatarı t` tı beredi.

Salıstırmalılıq teoriyası sebeplilik printsipin da`lillemeydi. Bul teoriya sebeplilik printsipi barlıq koordinatalar sistemasında orın aladı dep esaplaydı. Usı jag`day tiykarında fizikalıq ta`sirlerdin` tarqalıw tezligine shek qoyladı.

Lorents tu`rlendiriwleri tek inertsiyal esaplaw sistemalarında durıs na`tiyje beredi. Sonlıqtan Jer sharın batıstan shıg`ısqa ha`m shıg`ıstan batısqa qarap qozg`alg`an jag`daylardag`ı saatlardın` ju`riw tempin salıstırg`anda Jerdin` beti menen baylanısqa qoordinatalar sistemasın paydalanıwǵa bolmaydı.

Sorawlar:

1. Qozg`alıwshı denelerdin` uzınlıg`ın anıqlaw klassikalıq mexanikada ha`m salıstırmalılıq teoriyasında ayırmag`a iye me?
2. Qozg`alıwshı denelerdin` uzınlıg`ının` qısqaratug`ınıg`ın tastıyıqlawdın` fizikalıq ma`nisi nelerden ibarat?
3. Jer sharın batıstan shıg`ısqa ha`m shıg`ıstan batısqa qarap qozg`alg`an jag`daylardag`ı saatlardın` ju`riw tempin salıstırg`anda Jerdin` beti menen baylanısqa qoordinatalar sistemasın paydalanıwǵa bolmaytug`ınıg`ın qalay da`lillewge boladı?

4. Egizekler paradoksının` ma`nisi neden ibarat ha`m bul paradoks qalay sheshiledi?

§ 14. Saqlanıw nızamları

1. Saqlanıw nızamlarının` mazmunı.
2. Saqlanıw nızamlarının` orın alıwına alıp keletug`ın sebepler.
3. Qozg`alıs ten`lemeleri ha`m saqlanıw nızamları.
4. Saqlanıw nızamlarının` matematikalıq ma`nisi.

**Saqlanıw nızamlarının` mazmunı.** Joqarıda u`yrenilgen qozg`alıs nızamları printsipinde materiallıq bo`leksheler menen denelerdin` qozg`alısı boyınsha qoyılğ`an barlıq sorawlarg`a juwap bere aladı. Qozg`alıs ten`lemelerin sheshiw arqalı materiallıq bo`lekshenin` qa`legen waqıt momentinde ken`isliktin` qaysı noqatında bolatug`ınlıg`ın, usı noqattag`ı onın` impul`sın da`l anıqlaw mu`mkin (qozg`alıs ten`lemelerin sheshiwdin` ko`p jag`daylarda qıyın ekenligin ha`m sawat penen taqattı talap etetug`ınlıg`ın eske alıp o`temiz). Elektron-esaplaw mashinalarının` rawajlanıwı menen bunday ma`selelerdi sheshiwdin` mu`mkinshilikleri joqarıladı.

Biraq barlıq jag`daylarda qozg`alıs ten`lemelerin sheshiw arqalı qoyılğ`an ma`selelerdi sheshiw mu`mkinshiligine iye bolmaymız. Meyli bizge sheshiw mu`mkinshiligi joq qozg`alıs ten`lemesi berilgen bolsın. Ma`selen qozg`alıs barısında berilgen dene Jerde qala ma yamasa kosmos ken`isligine jerdi taslap kete alama? degen soraw qoyılsın. Eger usınday jag`dayda biz qozg`alıs ten`lemesin sheshpey-aq denenin` Jer betinen (mısalı) 10 km den joqarı biyiklikke ko`terile almaytug`ınlıg`ın anıqlay alsaq, bul a`dewir alg`a ilgerilegenlik bolıp tabıladı. Al eger 10 km biyiklikte denenin` tezliginin` nolge ten` bolatug`ınlıg`ı anıqlansa, sonın` menen birge denenin` 10 km biyiklikke ko`teriliwi ushın qanday baslang`ısh tezlikke iye bolğ`anılıg`ı da belgili bolsa onda belgili bir maqsetler ushın bul qozg`alıs haqqında tolıq ma`lim boladı ha`m qozg`alıs ten`lemesin sheshiwdin` za`ru`rligi qalmaydı.

Saqlanıw nızamları qozg`alıs ten`lemelerin sheshiwsiz, protsesslerdin` waqıt boyınsha da`l rawajlanıwın talap etpey qozg`alısın` ulıwmalıq qa`siyetlerin qarap shıg`ıwg`a mu`mkinshilik beredi. Qozg`alısın` ulıwmalıq qa`siyetlerin izertlew qozg`alıs ten`lemelerin sheshiw sheklerinde ju`rgiziledi ha`m qozg`alıs ten`lemesine kirgizilgen informatsiyalardan artıq informatsiyalardı bermeydi. Sonlıqtan saqlanıw nızamlarında qozg`alıs ten`lemelerine qarag`anda ko`p informatsiya bolmaydı. Biraq saqlanıw nızamlarında birden ko`rinbeytug`ın jasırın tu`rdegi kerekli bolğ`an informatsiyalardin` bolıwı mu`mkin. Sonın` menen birge birqansha jag`daylarda saqlanıw nızamlarının` ja`rdeminde bunday informatsiyalar paydalanıw ushın an`sat tu`rde ko`rinedi. Usı informatsiyanın` a`hmiyetli ta`repi to`mendegilerden turadı: ol ayqın ayırmashılıqlarınan g`a`rezsiz qa`legen ayqın qozg`alıs ushın qollanılardı.

Saqlanıw nızamlarının` ulıwmalıq xarakteri bul nızamlardı qozg`alıs ten`lemeleri bar bolğ`an jag`dayda da, joq bolğ`an jag`dayda da qollanıwg`a mu`mkinshilik beredi. Saqlanıw nızamların qollanıw ushın ko`pshilik jag`daylarda tek g`ana ku`shlerdin` ta`sir etiw simmetriyasın biliw jetkilikli, al sol ku`shlerdin` ta`sir etiw nızamların biliw sha`rt emes. Usının` saldarınan qozg`alısın` ju`da` a`hmiyetli bolğ`an o`zgesheliklerin ku`shlerdin` ta`sir etiw nızamların bilmey-aq anıqlawg`a boladı.

Ha`r bir fizikalıq shamanın` saqlanıwı ken`islik penen waqıttın` qa`siyetlerinin` tikkeley na`tiyjesi bolıp tabılardı. Mısal retinde to`mendegidey kesteni keltiremiz:

Saqlanıw	Nızamnın` orın alıwına
----------	------------------------

nızamı	alıp keletug`ın sebep
Energiyanın` saqlanıw nızamı	Waqıttın` bir tekliligi
Impul`sın` saqlanıw nızamı	Ken`isliktin` bir tekliligi
Impul`s momentinin` saqlanıw nızamı	Ken`isliktin` izotropılıg`ı

Biraq, mısalı, ken`isliktin` bir tekliliginen energiyanın` saqlanıw nızamı, al ken`isliktin` izotropılıg`ınan impul`s momentinin` saqlanıw nızamı kelip shıqpaydı. Keltirilgen eki nızam da ta`sir etiwshi ku`shler haqqında qosımshalar kiritilgendegi N`yutonnnın` ekinshi nızamının` na`tiyjesi bolıp tabıladı. Impul`s penen impul`s momentinin` saqlanıw nızamların keltirip shıg`arg`anda ***ku`shler ta`sir menen qarsı ta`sirdin` ten`ligi nızamın paydalanıw jetkilikli. Demek N`yutonnnın` ekinshi nızamına ken`islik penen waqıttın` simmetriyası qa`siyetin qossaq (atap aytqanda ken`islik penen waqıttın` bir tekliligi, ken`isliktin` izotropılıg`ı) joqarıda keltirilgen saqlanıw nızamların keltirip shıg`arıwg`a boladı.***

Waqıttın` bir tekliligi haqqında aytqanımızda barlıq waqıt momentlerinin` birdey huqıqqa iye ekenligi na`zerde tutıladı. Ken`isliktin` bir tekliligi ken`islikte ayrıqsha awhallardıń joqlıg`ın bildiredi, ken`isliktin` barlıq noqatları ten`dey huqıqqa iye. Al ken`isliktin` izotropılıg`ı ken`islikte o`zgeshe qa`siyetke iye bag`ıtlardıń joqlıg`ın bildiredi. Ken`isliktegi barlıq bag`ıtlar da birdey huqıqqa iye.

Solay etip saqlanıw nızamları ten`lemeler sheshiw arqalı emes, sonın` menen birge protsesslerdin` waqıt boyınsha rawajlanıwın teren` tallawsız qozg`alıslardan` ulıwmalıq qa`siyetlerin` qarap shıg`ıwg`a mu`mkinshilik beredi. Qozg`alıslar ten`lemeleri fizikalıq shamalardıń waqıt boyınsha ha`m ken`isliktegi o`zgeriwin beriwshi ten`lemeler bolıp tabıladı. Bizin` oyımızda sheksiz ko`p sandag`ı fizikalıq situatsiyalar o`tedi. Sonın` menen birge bizdi ayqın waqıt momentinde ju`z беретug`ın situatsiyalardıń birewi emes, al sol qozg`alıstın` ju`riwine alıp keletug`ın situatsiyalardıń izbe-izligi ko`birek qızıqtıradı. Situatsiyalardıń izbe-izligin qarag`anımızda bizdi sol situatsiyalar bir birinen nesi menen ayırılutug`ınlıg`ı g`ana emes, al qanday fizikalıq shamalardıń saqlanıtug`ınlıg`ı qızıqtıradı. ***Saqlanıw nızamları bolsa qozg`alıw ten`lemeleri menen ta`riplenitug`ın fizikalıq situatsiyalardıń barısında nelerdin` o`zgermey turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ına*** juwap beredi.

Qozg`alıslar ten`lemeleri ha`m saqlanıw nızamları.** Qozg`alıslar ten`lemeleri fizikalıq shamalardıń waqıt boyınsha ha`m ken`isliktegi o`zgeriwinin` ten`lemeleri bolıp tabıladı. Bizin` ko`z aldımızda fizikalıq situatsiyalardıń sheksiz izbe-izligi o`tedi. Shin ma`nisinde qanday da bir waqıt momentindegi qozg`alıstı o`z ishine almaytug`ın ayqın fizikalıq situatsiya bizdi qızıqtırmaydı. Bizdi (fiziklerdi) sol qozg`alısqı alıp keletug`ın situatsiyalardıń izbe-izligi qızıqtıradı. Al situatsiyalar izbe-izliklerin` qarag`anda olardıń ne menen bir birinen ayırılutug`ınlıg`ın biliw menen qatar, olar arasındag`ı ulıwmalıqtı, olarda nelerdin` saqlanıtug`ınlıg`ın biliw a`hmiyetke iye. **Saqlanıw nızamları qozg`alıslar ten`lemeleri ta`repinen ta`riplenitug`ın fizikalıq situatsiyalardıń ju`zege keliw izbe-izliginde nelerdin` o`zgerissiz, turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ı haqqındag`ı sorawg`a juwap beredi.

Saqlanıw nızamlarının` matematikalıq ma`nisi. N`yutonnnın` to`mendegi bir o`lshemli ten`lemelerin` mısıl retinde ko`remiz:

$$a) \quad m_0(dv_x/dt) = F_x; \quad b) \quad dx/dt = v_x.$$

Materiallıq noqattın` ken`islikte iyelegen ornı qa`legen waqıt momentinde belgili bolsa ma`sele sheshiledi dep esaplanadı. Al ma`seleni sheshiw ushın a) ten`lemenı integrallap v_x tı tabıw kerek, al onnan keyin v_x tın` sol ma`nisin b) g`a qoyıp $x(t)$ nı anıqlaymız.

Ko`pshilik jag`daylarda birinshi integrallaw ulıwma tu`rde islenedi ha`m fizikalıq shamalardıń belgili bir kombinatsiyalarınin` sanlıq ma`nisinin` turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ı tu`rinde beriledi. Sonlıqtan da ***mexanikada matematikalıq ma`niste saqlanıw nızamları qozg`alıslar ten`lemelerinin` birinshi integralına alıp kelinedi.***

A`dette turaqlı bolıp saqlanatuǵın bir qansha fizikalıq shamalar mexanikadan sırtqa shıǵıp ketedi; olar mexanikanın sırtında da a`hmiyetli orın iyeleydi. saqlanatuǵın fizikalıq shamalar fundamentallıq fizikalıq shamalar, al saqlanıw nızamları fizikanın fundamentallıq nızamları bolıp esaplanadı.

Impul'stın saqlanıw nızamı. Izolyatsiyalang`an sistema. Sırttan ku'shler ta'sir etpese materiallıq noqat yamasa materiallıq noqatlar sisteması izolyatsiyalang`an dep ataladı.

Sırttan ku'shler ta'sir etpegenlikten $\mathbf{F} = 0$, $dp/dt = 0$. Bul ten`lemenı integrallap

$$\mathbf{r} = \text{const}, p_x = \text{const}, p_y = \text{const}, p_z = \text{const}$$

ekenligine iye bolamız. Bul ten`likler impul'stın saqlanıw nızamın an`g`artadı: **izolyatsiyalang`an sistemanın impul'sı usı sistemanın ishinde ju`retuǵın qa`legen protsesste o`zgermey qaladı.** Materiallıq noqat ushın bul nızam **sırttan ku'shler ta'sir etpegende materiallıq noqattın tuwrı sıızqlı, ten` o`lshewli qozg`alatuǵınlıǵın** bildiredi. Relyativistlik emes jag`daylarda materiallıq noqatlar sisteması ushın bul nızam sistemanın massa orayının tuwrı sıızqlı ten` o`lshewli qozg`alatuǵınlıǵın an`latadı.

Impul'stın saqlanıw nızamı relyativistlik emes ha`m relyativistlik jag`daylar ushın da orınlanadı.

Impul's qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı bar.

15-sanlı lektsiya.

§ 15. Impul's momentinin saqlanıw nızamı

Impul's momenti, onın proektsiyaları boyınsha saqlanıw nızamı. Energiyanın saqlanıw nızamı. Ku'shtin jumısı. Potentsial ku'shler ha`m jumıs. Potentsial energiya. O`z-ara ta'sirlesiw energiyası. Toliq ha`m tınısh haldag`ı energiya. Kinetikalıq energiya. Energiya ha`m massa arasındag`ı baylanıs. Baylanıs energiyası.

Impul's momentinin saqlanıw nızamı. Izolyatsiyalang`an sistemanı qarawdı dawam etemiz. Bunday sistema ushın sırtqı ku'shlerdin momenti  $\mathbf{M}$  nolge ten` ha`m momentler ten`lemesi $d\mathbf{N}/dt = 0$.

Bul ten`lemenı integrallasaq

$$\mathbf{L} = \text{const}, \quad L_x = 0; \quad L_y = 0; \quad L_z = 0 \quad (15-1)$$

ten`lemeler sistemasın alamız.

Bul ten`likler impul's momentinin saqlanıw nızamın an`latadı: **Izolyatsiyalang`an sistema ishindegi qa`legen protsesste sistemanın impul's momenti o`zgerissiz qaladı.**

Impul's momentinin ayırım qurawshıları ushın da saqlanıw nızamı orın aladı.

**Relyativistlik emes jag`daylar ushın energiyanın saqlanıw nızamı. Ku'shtin jumısı.** Eger ku'shtin ta'sirinde tezliktin absolyut shaması o`zgerse ku'sh jumıs isledi dep esaplaydı. Eger tezlik artsa ku'shtin jumısı on`, al tezlik kemeyse ku'shtin jumısı teris dep qabıl etilgen.

Jumıs penen tezliktin o`zgeriwi arasındag`ı baylanıstı anıqlaymız. Bir o`lshemli qozg`alıstı qaraymız. Noqattın qozg`alıstı ten`lemesi

$$m_0 \frac{dv_x}{dt} = F_x. \quad (15-2)$$

Ten`lemenin eki jag`ın da v_x qa ko`beytip, $v(dv/dt) = (1/2)[d(v^2)/dt]$ ekenligin esapqa alıp

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v_x^2}{2} \right) = F_x v_x \quad (15-3)$$

ten`ligine iye bolamiz. Bul ten`likin` on` jag`ının` $v_x = dx/dt$ ekenligin esapqa alamiz ha`m ten`likin` eki ta`repine de dt g`a ko`beytemiz

$$d\left(\frac{m_0 v_x^2}{2}\right) = F_x dx. \quad (15-4)$$

(14-4)-ten`lemede anıq ma`nis bar. Noqat dx aralıg`ına ko`shirilgende $F_x dx$ ku`sh jumısın isleydi. Na`tiyjede qozg`alıstı ta`ripleytug`ın kinetikalıq energiya  $m_0 v_x^2/2$ , ha`m sog`an sa`ykes tezlikin` absolyut ma`nisi o`zgeredi.  $m_0 v_x^2/2$  shaması **denenin` kinetikalıq energiyası** dep ataladı. Dene x_1 noqatınan x_2 noqatına ko`shedi, na`tiyjede onun` tezligi  $v_{x1}$  shamasınan  $v_{x2}$  shamasına shekem o`zgeredi.

Joqarıda aling`an ten`lemenı integrallaw arqalı

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m_0 v_x^2}{2}\right) = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \quad (15-5)$$

ten`lemesın alamız.

$$\int_{v_x=v_{x1}}^{v_x=v_{x2}} d\left(\frac{m_0 v_x^2}{2}\right) = \frac{m_0 v_{x2}^2}{2} - \frac{m_0 v_{x1}^2}{2} \quad (15-6)$$

ekenligin esapqa alıp

$$\frac{m_0 v_{x2}^2}{2} - \frac{m_0 v_{x1}^2}{2} = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx \quad (15-7)$$

an`latpasına iye bolamız. Demek materiallıq noqat bir awhaldan ekinshi awhalg`a o`tkende kinetikalıq energiyasının` o`simi ku`shtin` islegen jumısına ten`.

Ku`sh bar waqıtta kinetikalıq energiyanın` ma`nisi o`zgeredi. Kinetikalıq energiya $F_x = 0$ bolg`anda saqlanadı. Haqıyqatında da joqarıda keltirilgen keyingi ten`lemeden

$$\frac{m_0 x_{x2}^2}{2} = \frac{m_0 x_{x1}^2}{2} = \text{const.} \quad (15-8)$$

Bul kinetikalıq energiyanın` saqlanıw nızamının` matematikalıq an`latpası bolıp tabıladı.

Eger materiallıq noqattın` qozg`alıw bag`ıtı menen ku`sh o`z-ara parallel bolmasa islegen jumıs

$$dA = F * dl * \cos \alpha. \quad (15-9)$$

α arkalı F penen dl vektorları arasındag`ı mu`yesh belgilengen. Islegen tolıq jumıs

$$A = \lim_{\Delta l_i \rightarrow 0} \sum_i F_i \cdot dl_i = \int_{(x_1)}^{(x_2)} (F, dl). \quad (15-10)$$

Ulıwmalıq jag`daydı qarag`anımızda $m_0(dv_x/dt) = F_x$ ten`lemesinin` ornına

$$m_0 \frac{dv}{dt} = F \quad (15-11)$$

ten`lemesinen paydalanıwımız kerek. Bunday jag`dayda

$$d\left(\frac{m_0 v_0^2}{2}\right) = (F, dr) \quad (15-12)$$

dep jaza alamız.

Tezlik ku`shtin` ta`sirinde  $v_1$  den  $v_2$  shamasına shekem o`zgeretug`ın bolsa

$$\frac{m_0 v_2^2}{2} - \frac{m_0 v_1^2}{2} = \int_{(1)}^{(2)} (F dl) \quad (15-13)$$

formulasın alamız.

Bul ten`leme energiyanın` saqlanıw nızamın an`latadı.

Potentsial ku'shler. Islegen jumısı tek g`ana traektorıyanın` baslang`ısh ha`m aqırğ`ı noqatlarına baylanıslı bolg`an ku'shler potentsial ku'shler dep ataladı. Bunday ku'shlerge, mısalı, tartılıs ku'shleri kiredi. «Potentsial maydan» ha`m «potentsial ku'shler» tu`sinikleri bir ma`niste qollanıladı.

Matematikalıq jaqtan maydan $\int_{(1)}^{(2)} (F, dl)$ integralı tek g`ana 1- ha`m 2 noqatlarg`a baylanıslı bolg`an maydang`a aytiladı.

Ulıwma jag`dayda potentsial maydan ushın $\oint (F, dl) = 0$.

Usı ten`lemeden kelip shıg`atug`ın tastıyıqlaw to`mendegidey anıqlama tu`rinde beriliwi mu`mkin: *qa`legen tuyıq kontur boyınsha maydan ku'shi jumısı nolge ten` bolatug`ın maydan potentsial maydan dep ataladı.* Maydannın` potentsiallıg`ı kriteriyi bılayınsha beriledi:

2) *maydannın` potentsiallıq bolıwı ushın tuyıq kontur boyınsha usı maydan ku'shinin` jumısının` nolge ten` bolıwı za`ru`r ha`m jetkilikli.*

Potentsial maydanda islengen jumıs $\int_{(1)}^{(2)} (F, dl) = -(U_2 - U_1)$.

Yamasa $\frac{m_0 v_2^2}{2} - \frac{m_0 v_1^2}{2} = -(U_2 - U_1)$.

Bul ten`lemeni bılayınsha qaytadan ko`shirip jazıw mu`mkin:

$$\frac{m_0 v_2^2}{2} + U_2 = \frac{m_0 v_1^2}{2} + U_1.$$

Demek ulıwma jag`day ushın

$$\frac{m_0 v^2}{2} + U = \text{const} \quad (15-14)$$

ekenligi kelip shıg`adı. Bul ten`lik energiyanın` saqlanıw nızamı dep ataladı. U - potentsial energiya bolıp tabıladı. Sonın` menen birge bul ten`leme energiyanın` bir tu`rden ekinshi tu`rge o`tiw nızamın da beredi.

16-sanlı lektsiya.

§ 16. Relyativistlik jag`daylar ushın energiyanın` saqlanıw nızamı

1. Toliq energiya ha`m tınıshlıq energiyası.
2. Massa menen energiya arasındag`ı baylanıs.

**Toliq energiya ha`m denenin` tınıshlıqtag`ı energiyası.** Relyativistlik jag`day ushın qozg`alıstı ten`lemesi bılayınsha jazıladı

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right) = F. \quad (16-1)$$

Bul ten`liktin` eki ta`repine de tezlik  $v$  g`a ko`beytip to`mendegidey an`latpag`a iye bolamız:

$$v \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right) = (F, v). \quad (16-2)$$

Aling`an an`latpanın` shep ta`repin differentsiallaymız. Na`tiyjede

$$v \frac{d}{dt} \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{d}{dt} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (16-3)$$

ten`ligine iye bolamız. Demek (16-2) nin` ornına

$$d\left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = (F, dr) \quad (16-4)$$

ten`ligin alamız. Bul an`latpada $v = (dr/dt)$ ekenligi esapqa alıng`an.

Bul ten`lemenı relyativistlik emes jag`daylar ushın alıng`an  $d(mv_0^2/2) = (F, dr)$  formulası menen salıstıramız. Na`tiyjede ku`shtin` ta`sirinde islengen jumısta kinetikalıq energiya emes,

al $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ shamasının` o`zgeretug`ınılg`ı ko`rinip tur.

Meyli bo`lekshe potentsial ku`shler maydanında qozg`alatug`ın bolsın ha`m og`an ta`sir etiwshi ku`sh $F_x = -\partial U/\partial x$; $F_y = -\partial U/\partial y$; $F_z = -\partial U/\partial z$.

Olay bolsa

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + U = \text{const} \quad (16-5)$$

formulasın alamız. Bul formula relyativistlik jag`dayda energiyanın` saqlanıw nızamının` matematikalıq jazılıwı bolıp tabıladı. Potentsial energiya  $U$  relyativistlik emes jag`daylardag`ıday ma`nıske iye.

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (16-6)$$

shaması **denenin` tolıq energiyası**, al dene tınıshlıqta turg`anda

$$E = m_0 c^2 \quad (16-7)$$

shaması tınıshlıqtag`ı energiya dep ataladı.

Relyativistlik jag`daylarda «tolıq energiya» denenin` kinetikalıq ha`m potentsial energiylarının` qosındısın an`latadı. Al relyativistlik jag`dayda bul tu`sinik penen (16-7) shamasın atap qoymastan, bul shama menen denenin` potentsial energiyanın` qosındısın da ataymız.

**Massa menen energiya arasındag`ı baylanıs.** (16-6) an`latpası menen relyativistlik

massa $\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ shamaların salıstırıp tolıq energiya ushın an`latpanı bılay jazamız

$$E = mc^2. \quad (16-8)$$

(16-8) ha`m (16-7) formulaları materiyanın` eki a`hmiyetli ta`riplemeleri bolg`an energiya menen intertiliktin` (yag`nıy massa) o`z-ara baylanıslı ekenligin ko`rsetedi. (16-8) ten`ligi universal bolıp shıqsa (yag`nıy energiyanın` barlıq tu`rleri ushın durıs) ol fizikanın` en` fundamentallıq nızamlarının` biri bolıp tabıladı. Eksperiment haqıyqatında da $E = mc^2$ formulasının` fundamentallıq ekenligin da`lilleydi. Bul ten`lik massa menen energiya arasındag`ı qatnas dep ataladı ha`m A.Eynshteyn ta`repinen anıqlandı. Geypara jag`daylarda massa menen energiyanın` ekvivalentligi degen tu`sinikti de aytadı. Biraq bul tu`sinik sa`tli emes ha`m sonlıqtan da paydalanbaymız.

Qosımsha:

Impul`s

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

ha`m tolıq energiya ushın jazılğ`an

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

formulaların bir biri menen salıstırıp massa ushın jazılğ`an to`mendegidey formulanı alamız:

$$m^2c^2 = \frac{E^2}{c^2} - p^2.$$

Bo`lekshenin` tezligi artqanda impul`s  $r$  da,  $\frac{E^2}{c^2}$  qatnası da artadı. Usıg`an baylanıslı m^2c^2 ko`beymesi, al sog`an sa`ykes massa  $m$  o`zgermey qaladı qaladı. Demek massanın` tezlikke baylanıslılıg`ı haqqındag`ı ko`z-qaras pu`tkilley naduris bolıp tabıladı.

17-sanlı lektsiya.

§ 17. Inertsial emes esaplaw sistemaları

1. Inertsial emes esaplaw sistemalarının` anıqlaması.
2. Inertsial emes esaplaw sistemalarındag`ı ken`islik penen waqıt.
3. Inertsiya ku`shleri.
4. Tuwrı sıızıqlı qozg`alıwshı inertsial emes esaplaw sisteması.
5. Arba u`stindegi mayatnik.
6. Lyubimov mayatnigi.
7. Salmaqsızlıq.

**Inertsial emes esaplaw sistemalarının` anıqlaması.** *Esaplawdın` inertsial emes sisteması dep inertsial esaplaw sistemasına salıstırğ`anda tezleniwshi qozg`alatug`ın esaplaw sistemasına aytamız.* Esaplaw sisteması absolyut qattı dep qabıl etilgen dene menen baylanıstırıladı. Qattı denenin` tezlenbeli qozg`alısı ilgerilemeli ha`m aylanbalı qozg`alısılardı qamtıydı. Sonlıqtan en` a`piwayı inertsial emes esaplaw sistemaları bolıp tuwrı sıızıqlı tezlenbeli ha`m aylanbalı qozg`alıs jasaytug`ın sistemalar bolıp tabıladı.

Inertsial emes esaplaw sistemalarındag`ı ken`islik penen waqıt. Inertsial esaplaw sistemasında ha`mme ushın ortağ bolğ`an waqıt tu`sinigi joq. Sonlıqtan da bir noqatta baslanıp, ekinshi noqatta tamam bolatug`ın waqıyalardıñ qansha waqıt dawam etkenligin aytıw anıq emes. Ha`r qanday noqatlardag`ı ornatılğ`an saatlardın` ju`riw tezligi ha`r qıylı bolğ`anlıqtan usınday protsesslerdin` o`tiw waqtı da ma`niske iye bolmay shıg`adı. Sonın` menen birge denelerdin` uzınlıqların o`lshew mashqalası da quramalasadı.

**Inertsiya ku`shleri.** Inertsial esaplaw sistemasındag`ı tezleniwge alıp keletug`ın sebep basqa deneler ta`repinen ta`sir etetug`ın ku`sh bolıp tabıladı. Ku`sh barlıq waqıtta da materiallıq deneler ta`repinen o`z-ara ta`sir etisiwdin` na`tiyjesi bolıp tabıladı.

Inertsial emes sistemalarda jag`day basqasha. Mısal retinde avtomobilge baylanıslı bolğ`an esaplaw sistemasın alıwg`a boladı.

Bunday sistemalarda **a`dettegi ku`shler menen birlikte inertsiya ku`shleri dep atalatug`ın ku`shler** orın aladı. Sonlıqtan inertsial emes sistemalar ushın N`yutonnnın` ekinshi nızamı bilayınsha jazıladı:

$$ma' = F + F_{in}, \quad (17-1)$$

a' - inertsial emes esaplaw sistemasındag`ı tezleniw,  $G_{in}$  - inertsiya ku`shi.

Inertsiya ku`shlerine misallar: avtomobil` ha`m temir jol vagonları ishindegi jag`daylar.

Inertsial esaplaw sistemasına salıstırğ`andag`ı a tezleniwdi *absolyut tezleniw* dep ataladı. Al inertsial emes esaplaw sistemalarına salıstırğ`andag`ı a' tezleniwdi *salıstırmalı tezleniw* dep ataymız.

**Tuwrı sıızqlı qozg`alıwshı inertsiyal emes esaplaw sisteması.** A`dettegıdey

$$x = x_0 + x', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'.$$

Bunnan

$$dx/dt = dx_0/dt + dx'/dt, \quad v = v_0 + v'.$$

Bul formulalarda $v = dx/dt$, $v_0 = dx_0/dt$, $v' = dx'/dt$. *Bul tezlikler sa`ykes absolyut, ko`shirmeli ha`m salıstırmalı tezlikler dep ataladı.*

Tezleniwge o`tssek

$$dv/dt = dv_0/dt + dv'/dt, \quad a = a_0 + a'.$$

Bul formulalardag`ı  $a = dv/dt$ ,  $a_0 = dv_0/dt$ ,  $a' = dv'/dt$  tezleniwleri sa`ykes *absolyut, ko`shirmeli ha`m salıstırmalı* tezleniwler dep ataladı.

$$G_{in} = m(a' - a) = -ma_0$$

yamasa vektorlıq tu`rde

$$\mathbf{G}_{in} = -m\mathbf{a}_0. \quad (17-2)$$

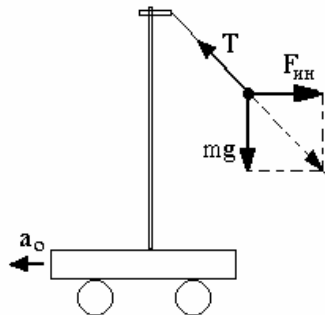
Demek inertsiya ku`shi inertsiyal emes sistemanın` ko`shirmeli tezleniwine qarama-qarsı bag`ıtlang`an.

**Arba u`stindegi mayatnik.** Meyli arba  $a_0$  tezleniwi menen qozg`alatug`ın bolsın. Arba u`stindegi mayatniktin` qozg`alıw ten`lemesi

$$m\mathbf{a}' = \mathbf{T} + \mathbf{P} + \mathbf{F}_{in} = \mathbf{T} + \mathbf{P} - m\mathbf{v}_0 = 0,$$

yag`nıy  $\mathbf{a}' = 0$ . Ja`ne $\tan \alpha = a_0/g$. Bul jerdegi α - mayatnik ilinip turg`an jip penen vertikal arasındag`ı mu`yesh.

Inertsiyal koordinatalar sistemasında ta`sir etiwshi ku`shler ha`m qozg`alıw ten`lemesi o`zgeredi. Inertsiya ku`shi bul jag`dayda bolmaydı. Bul jag`dayda keriw ku`shi $\mathbf{T}$ menen salmaq ku`shi  $\mathbf{P} = m\mathbf{g}$  g`ana bar boladı. Ten` salmaqlıq sha`rti $m\mathbf{a} = \mathbf{T} + \mathbf{P} = m\mathbf{a}_0$ ekenligi ko`rsetedi. Tap sol sıyaqlı $\tan \alpha = a_0/g$ ekenligi anıq.



39-su`wret.

Lyubimov mayatnigi. Tuwrı sıızqlı qozg`alıwshı inertsiyal emes sistemalardag`ı qubılıslardı Lyubimov mayatnigi ja`rdeminde ko`rgizbeli tu`rde ko`rsetiw mu`mkin. Mayatnik massalı ramkag`a ildirilgen. Al bul ramka bolsa vertikal bag`ıtlawshı tros ja`rdeminde erkin tu`sedi. Ramka qozg`almay turg`anda mayatnik o`zinin` menshikli jiyiligi menen terbeledi (40-a su`wret). Ramka terbelistin` qa`legen fazasında erkin tu`sirilip jiberiliwi mu`mkin. Mayatniktin` qozg`alıwı terbelistin` qanday fazasında erkin tu`siwdin` baslang`anlıg`ına baylanıslı. Eger erkin tu`siwdin` baslang`ısh momentinde mayatnik maksimal awısıw noqatında jaylasqan bolsa, ol tu`siw barısında ramkag`a salıstırg`andag`ı o`zinin` orın o`zgermeydi. Al tu`siwdin` baslanıw momentinde mayatnik o`zinin` maksimal awısıw noqatında jaylaspag`an bolsa, ramkag`a salıstırg`anda bazı bir tezlikke iye boladı. Ramkanın` tu`siw barısında tezliktin` ramkag`a salıstırg`andag`ı absolyut ma`nisi o`zgermey qaladı da, onın` ramkag`a salıstırg`andag`ı qozg`alıw bag`ıtı o`zgerip baradı. Na`tiyjede tu`siw barısında mayatnik asıw noqatı do`gereginde aylanbalı qozg`alıw jasaydı.

Lyubimov mayatnigini qozg'alısın inertsiyalı emes ha'm inertsiyalı koordinatalar sistemasında tallaymız.

Usı qubılıstı ramkag'a baylanıslı bolg'an inertsiyalı emes esaplaw sistemasında qaraymız (b su'wret). Qozg'alıs ten'lemesi to'mendegidey tu'rge iye boladı:

$$ma' = T + R + F_{in} = T + mg - mg = T.$$

Solay etip bul materiallıq noqattın' jiptin' keriw ku'shi ta'sirindegi usı jip bekitilgen noqattın' a'tirapındag'ı qozg'alısı bolıp tabıladı. Qozg'alıs shen'ber boyınsha da'slepki sıızıqlı tezliktey tezlik penen boladı. Jiptin' keriw ku'shi mayatniktin' shen'ber boyınsha qozg'alısın ta'miyinlewshi orayg'a umtılwshı ku'sh bolıp tabıladı. Bul ku'shtin' shaması mv'^2/l ge ten' (l mayatnik ildirilgen jiptin' uzınlıg'ı, v' ramkag'a salıstırğ'andag'ı myatniktin' qozg'alıs tezligi).

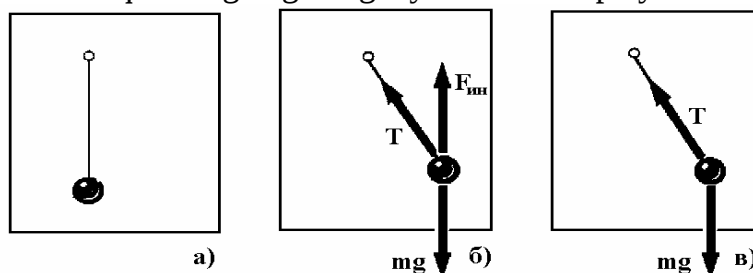
Inertsiyalı koordinatalar sistemasında inertsiya ku'shleri bolmaydı. (40-v) su'wrette ko'rsetilgen mayatnikke ta'sir etiwshi ku'shler jiptin' keriw ku'shi menen salmaq ku'shi bolıp tabıladı. Qozg'alıs ten'lemesi bılay jazıladı:

$$ma = R + T = mg + T.$$

Bul ten'lemenin' sheshimin tabıw ushın mayatniktin' tolıq tezleniwın eki tezleniwge jikleymiz: $a = a_1 + a_2$. Bunday jag'dayda $ma = R + T = mg + T$ ten'lemesi eki ten'lemenin' jıynag'ı sıpatında bılayınsha jazıladı:

$$ma_1 = T, \quad ma_2 = mg.$$

Bul ten'lemelerdin' ekinshisi $a_2 = g$ sheshimine iye (yag'nıy mayatniktin' erkin tu'siwın ta'ripleydi), al birinshisi bolsa $ma' = T + R + F_{in} = T + mg - mg = T$ ten'lemesine tolıq sa'ykes keledi ha'm asıw noqatı do'geregindegi aylanıwdı ta'ripleydi.



40-su'wret. Mayatnik penen baylanısqa inertsiyalı emes (a), mayatnik erkin tu'setug'ın inertsiyalı (b) koordinatalar sistemasındag'ı ha'm ten' salmaqılıq halındag'ı Lyubimov mayatnigine ta'sir etiwshi ku'shlerdin' sxeması.

Keltirilgen misallarda qozg'alıstı tallaw inertsiyalı emes koordinatalar sistemasında da, inertsiyalı koordinatalar sistemasında da a'piwayı ha'm ko'rgizbeli. Sebebi misallar inertsiyalı emes ha'm inertsiyalı koordinatalar sistemasarı arasındag'ı baylanıstı ko'rsetiw ushın keltirilgen edi. Biraq ko'pshilik jag'daylarda ma'selelerdi inertsiyalı emes esaplaw sistemasında sheshiw inertsiyalı esaplaw sistemasında sheshiwge qarag'anda a'dewir jen'il boladı.

Salmaqsızlıq. Lyubimov mayatnigi misalında erkin tu'siwshi inertsiyalı emes esaplaw sistemasında inertsiya ku'shleri salmaq ku'shin tolıg'ı menen kompensatsiyalaytug'ınlig'ı anıq ko'rindi. Sonlıqtan qarap o'tilgen jag'dayda qozg'alıs inertsiya menen salmaq ku'shleri bolmaytug'ın jag'daylardag'ıday bolıp ju'redi. Salmaqsızlıq halı ju'zege keledi. Bul misal jer betinde ko'plep qollanıladı (misalı kosmonavtlardıń trenirovkasında).

Eger lift kabinası erkin tu'rde to'menge qozg'alsa ishinde turg'an adam salmaqsızlıqta boladı. Bunday jag'daydı samolet ishindegi adamlar ushın da ornatiwg'a boladı.

18-sanlı lektsiya.

§ 18. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar

1. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar haqqında tu'sinik.
2. Gravitatsiyalıq ha'm inert massalar arasındag'ı baylanıs.
3. Ekvivalentlik printsip.
4. Qızılǵ'a awısıw.

Erkin tu'siw barısındag'ı calmaqsızlıq halının` ornawı a`hmiyetli fizikalıq faktor bolıp tabıladı. Bul denenin` inert ha'm gravitatsiyalıq massaların` bir ekenliginen derek beredi. Inert massa denenin` inertlik qa'siyetin sıpatlaydı. Gravitatsiyalıq massa bolsa usı denenin` N'yutonnın` nızamı boyınsha basqa deneler menen tartısıw ku'shin ta`ripleydi. Gravitatsiyalıq massa elektr zaryadı sıyaqlı ma`niske iye. Ulıwma aytqanda denenin` inert massası menen gravitatsiyalıq massası bir yamasa bir birine proporsional boladı degen so`z hesh qaydan kelip shıqpaydı (eki fizikalıq shama bir birine proporsional bolg`an jag`dayda o`lshem birliklerin proporsionallıq koeffitsientin` ma`nisi 1 ge ten` bolatug`ınday etip saylap alıw arqalı ten`lestiriwge boladı). *Inert ha'm gravitatsiyalıq massalardıń bir birine proporsional ekenligin da`lilleymiz.* Jerdin` gravitatsiyalıq massasın  $M_g$  dep belgileyik. Bunday jag`dayda Jer betindegi gravitatsiyalıq massası m_g bolg`an dene menen ta`sirlesiw ku'shi

$$F = G \frac{M_r m_r}{R^2}. \quad (18-1)$$

R arqalı Jerdin` radiusı belgilengen.

Inert massası m bolg`an dene Jerge qaray g tezleniwi menen qozg`aladı

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M_r}{R^2} \frac{m_r}{m} = \text{const} \frac{m_r}{m}. \quad (18-2)$$

Tezleniw g Jer betindegi barlıq deneler ushın birdey bolg`anlıqtan  $m_g/m$  qatnası da barlıq deneler ushın birdey boladı. Sonlıqtan inert ha'm gravitatsiyalıq massalar bir birine proporsional dep juwmaq shıg`aramız. Al proporsionallıq koeffitsientin birge ten` dep alıp eki massanı bir birine ten`lestiriwimiz mu`mkin.

Inert ha'm gravitatsiyalıq massalardıń o`z-ara ten`ligi eksperimentte teren` izertlengen. Ha`zirgi waqıtlardag'ı olar arasındag'ı ten`lik  $10^{-12}$  ge ten` da`llikte da`lillendi (Moskva ma`mleketlik universitetinin` fizika fakul'tetinde professor V.Braginskiy basqarg`an topar alg`an na`tiyje). Yag`nıy

$$\frac{m_r - m}{m_r} \leq 10^{-12}.$$

Inert ha'm gravitatsiyalıq massalardıń ten`ligi basqa na`tiyjege alıp keledi: eger esaplaw sisteması inertsial esaplaw sistemasına salıstırğ`anda tuwrı sızıqlı ten` o`lshewli tezleniwshi qozg`alatug`ın bolsa bunday sistemadag'ı mexanikalıq qubılıslar gravitatsiya maydanındag'ıday bolıp o`tedi. Bul tastıyqlawdı barlıq fizikalıq qubılıslarg`a ulıwmalastırıw **ekvivalentlik printsipi** dep ataladı.

Ekvivalentlik printsipi dep bazı bir esaplaw sistemasındag'ı tezleniwdin` bolıwı sa`ykes tartılıs maydanı bar bolıwı menen birdey dep tastıyqlawdı aytamız. Biz bul haqqında tolıg`ıraq ga`p etemiz.

Tartılıs ku'shinin` usı ku'sh ta`sir etetug`ın bo`lekshenin` massasına proporsionallıg'ı ( $F=mg$ ) og`ada teren` fizikalıq ma`niske iye.

Bo`lekshe ta`repinen alınatug`ın tezleniw usı bo`lekshege ta`sir etiwshi ku'shti bo`lekshenin` massasına bo`lgenge ten` bolg`anlıqtan gravitatsiyalıq maydandag'ı bo`lekshenin` tezleniwi w usı maydannın` kernewliligi menen sa`ykes keledi:

$$w = g,$$

yag`nıy bo`lekshenin` massasınan g`a`rezli emes. Basqa so`z benen aytqanda gravitatsiyalıq maydan og`ada a`hmiyetli qa`siyetke iye boladı: bunday maydanda barlıq deneler massalarınan g`a`rezsiz birdey tezleniw aladı (bul qa`siyet birinshi ret Galiley ta`repinen Jerdin` salmaq maydanındag`ı denelerdin` qulap tu`siwin izertlew`din` na`tiyjesinde anıqlandı).

Denelerdin` tap sol sıyaqlı qa`siyetin eger olardın` qozg`alısların inertsiyal emes esaplaw sisteması ko`z-qarasında qarag`anda sırtqı ku`shler ta`sir etpeytug`ın ken`islikte de baqlag`an bolar edik. Juldızlar aralıq ken`islikte erkin qozg`alatug`ın raketanı ko`z aldımızg`a keltireyik. Bunday jag`daylarda raketag`a ta`sir etetug`ın tartısıw ku`shlerin esapqa almawg`a boladı. Usınday raketanın` ishindegi barlıq deneler raketanın` o`zine salıstırg`anda qozg`almay tınıshlıqta turg`an bolar edi (raketanın` ortasında hesh na`rsege tiymey-aq tınıshlıqta turg`an bolar edi). Eger raketa w tezleniwi menen qozg`ala baslasa barlıq deneler raketanın` artına qaray –w tezleniwi menen «qulap» tu`ser edi. Raketanın` ishindegi deneler raketanın` tezleniwsiz-aq, biraq kernewliligi –w g`a ten` bolg`an gravitatsiyalıq maydanda qozg`alg`anda da –w tezleniwi menen tap joqarıdag`ıday taqlette «qulag`an» bolar edi. Hesh bir eksperiment bizin` tezleniwshi raketada yamasa turaqlı gravitatsiyalıq maydanda turg`anımızdı ayıra almag`an bolar edi.

Denelerdin` gravitatsiyalıq maydan menen inertsiyal emes esaplaw sistemasındag`ı qa`siyetleri arasındag`ı uqsashlıq *ekvivalentlik printsipti* dep atalatug`ın printsiptin` mazmunın quraydı (bul uqsashlıqtın` fundamentallıq ma`nisi salıstırmalılıq teoriyasına tiykarlang`an tartılıs teoriyasında tu`sindiriledi).

Joqarıdag`ı bayanlawdın` barısında tartılıs maydanınan erkin bolg`an ken`islikte qozg`alatug`ın raketa haqqında ga`p ettik. Bul talqılawlardı, mısalı, Jerdin` gravitatsiyalıq maydanında qozg`alıwshı raketanı qaraw arqalı dawam ettiriwimiz mu`mkın. Usınday maydanda ‘erkin’ (yag`nıy dvigatelsiz) qozg`alatug`ın raketa maydannın` kernewliligi **g** g`a ten` bolg`an tezleniw aladı. Bunday jag`dayda raketa inertsiyal emes esaplaw sisteması bolıp tabıladı. Bul jag`dayda raketag`a salıstırg`andag`ı qozg`alısqı inertsiyal emesliktin` ta`sirin tartılıs maydanınan` ta`siri kompensatsiyalaydı. Na`tiyjede «salmaqsızlıq» halı ju`zege keledi, yag`nıy raketadag`ı predmetler tartılıs maydanı joq jag`daydag`ı inertsiyal esaplaw sistemasında qozg`alg`anday bolıp qozg`aladı. Solay etip saylap alıng`an inertsiyal emes esaplaw sistemasın saylap alıw arqalı (biz qarag`an jag`dayda tezleniw menen qozg`alıwshı raketag`a salıstırg`anda) gravitatsiyalıq maydandı «joq» qılıw mu`mkın. Bul jag`day sol ekvivalentlik printsiptinın` basqa aspekti bolıp tabıladı.

Tezleniwshi qozg`alıstıg`ı raketanın` ishindegi tartılıs maydanı bir tekli, yag`nıy raketanın` ishindegi barlıq orınlarda kernewlilik **w** birdey ma`niske iye. Biraq usıg`an qaramastan haqıyqıy gravitatsiya maydanı barlıq waqıtta bir tekli emes. Sonlıqtan inertsiyal emes esaplaw sistemalarına o`tiw arqalı gravitatsiyalıq maydandı joq etiw maydan ju`da` kishi o`zgeriske ushıraytug`ın ken`isliktin` u`lken emes bo`limlerinde a`melge asırıladı. Bunday ma`niste gravitatsiyalıq maydan menen inertsiyal emes esaplaw sistemasının` ekvivalentlilik «jergilikli» («lokallıq») xarakterge iye.

Qızılǵa awısıw. *Jaqtılıqtın` jiyiliginin` salmaq maydanında o`zgeriwi ekvivalentlilik printsiptinen kelip shıg`adı.* Meyli vertikal bag`ıtta jiyiligi  $\omega$  bolg`an jaqtılıq tarqalatug`ın bolsın. Onın` jiyiligi h biyikliginde qanday boladı degen soraw tuwıladı. Ulıwma ko`z-qaras boyınsha bul sorawg`a juwap beriw mu`mkın emes. Sebebi tartılıs maydanı menen jiyilik arasındag`ı baylanıs belgisiz. Bul sorawg`a ekvivalentlilik printsipti tiykarında juwap beriwge boladı.

Eynshteyn qatnası boyınsha foton energiyası massası m bolg`an bo`lekshe energiyasına ten`, yag`nıy:

$$mc^2 = \hbar\omega.$$

Demek fotonning massası $m = \hbar\omega/s^2$ an'latpası boyınsha aniqlanadı.

Eger jaqtılıq gravitatsiyalıq maydanda tarqalatug'ın bolsa, onıń orın awıstırıwı potentsial energıyanıń o'zgerisi menen (yag'ni jumıstın isleniwi menen) baylanıslı boladı. Energiyanıń saqlanıw nızamın jazamız. Eger E arqalı foton energıyasın, al φ_1 menen φ_2 arqalı da'slepki ha'm aqırğ'ı orınlardag'ı salmaq ku'shlerinin potentsialları belgilengen bolsa, onda

$$E = m(\varphi_2 - \varphi_1).$$

$E = \hbar\omega$, $m = \hbar\omega/s^2$. Sonlıqtan

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{1}{c^2}(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Bul formula qızılğ'a awısıwdın belgili formulası bolıp tabıladı ha'm kishi gravitatsiyalıq potentsialg'a iye orınlardan u'ken gravitatsiyalıq potentsialg'a iye orınlarg'a o'tkende (gravitatsiyalıq maydanda φ din ma'nisinin teris ekenligin esapqa alamız) spektr sızıqlarının qızılğ'a awısatug'ınlıg'ın ko'rsetedi.

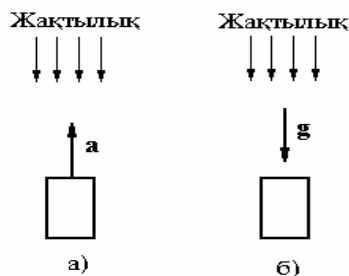
Endi ma'seleni birqansha basqasha qarayıq.

41-a su'wretti qaraymız. Baqlawshı inertsiyal esaplaw sistemasında jaylasqan jag'dayda qabıl etetug'ın jaqtılıg'ının jiyiligi v_0 bolatug'ın bolsın. Al eger baqlawshı jaqtılıqtın tarqalıw bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıtta a tezleniwi menen qozg'alsa, onda qabıl etiletug'ın jaqtılıqtın jiyiligi u'lkeyedi (Doppler effekti).

A'piwayı esaplawlar boyınsha jiyiliktin salıstırmalı o'zgerisi to'mendegi formula boyınsha esaplanadı:

$$\frac{v - v_0}{v_0} = \frac{v}{c}.$$

Bul an'latpadag'ı v baqlawshının tezligi. v menen a nın on bag'ıtı dep jaqtılıqtın tarqalıw bag'ıtına qarama-qarsı bag'ıtta qabıl etemiz. Eger baqlawshı t waqıtı dawamında qozg'alatug'ın bolsa, onda $v = at$. Usı waqıt aralıg'ında jaqtılıq $l = st = sv/a$ aralıg'ın o'tedi. Sonlıqtan usı waqıt aralıg'ındag'ı jiyiliktin o'zgerisi bılayınsha aniqlanadı:



41-su'wret. Jaqtılıq ushın Doppler effektin tu'sindiriwshi su'wret.

$$\frac{v - v_0}{v_0} = \frac{al}{c^2}.$$

Endi ma'seleni basqasha qaraymız. Endi baqlawshı qozg'almaytug'ın bolsın (41-b su'wret). Biraq baqlawshı otırg'an jerde kernewliligi g bolg'an gravitatsiya maydanı bar bolsın. Eger g nı shaması jag'ınan $-a$ g'a ten dep alsaq ekvivalentlilik printsipi boyınsha gravitatsiya maydanı da'slepki qarag'an jag'daydag'ıday o'zgeris payda etedi. *Gravitatsiyalıq maydan g bag'ıtında jaqtılıq tarqalatug'ın bolsa jaqtılıq tolqınının jiyiligi u'lkeyedi, al jaqtılıq qarama-qarsı bag'ıtta tarqalg'an jag'dayda jiyiligi kemeyedi.* Eynshteyn ta'repinen birinshi bolıp boljang'an qızılğ'a awısıw qubılısının mazmunı usınnan ibarat boladı. Awısıw

$$\frac{v - v_0}{v_0} = \frac{gl}{c^2}$$

formulası ja'rdeminde beriledi.

Ayrıma 10 metrge ten bolg'andag'ı Jer betindegi jiyilik alatug'ın o'sim

$$\Delta\omega = \Delta v \cdot 2\pi \approx 10 \cdot 10 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \approx 10^{-15}.$$

Bul ju`da` kishi shama. Bul shama Messbauer effekti ja`rdeminde o`lshendi.

Tartilis maydani ta`repinen payda etilgen qizilg`a awisiw menen A`lemnin` ken`eyiwi saldarinan payda bolg`an kosmologiyaliq qizilg`a awisiwdi aljastırıwg`a bolmaydı.

Salmaqsızlıq inert ha`m gravitatsiyalıq massalar bir birine ten` bolg`an jag`daylarda ju`zege keledi. Ha`zirgi waqıtları bul ten`lik joqarı da`llikte tekserilip ko`rilgen.

«Qizilg`a awisiw» tu`sinigi eki jag`dayda qollanıladı: bir jag`day - bul nurlanıw deregi qashıqlasıp baratırğ`andag`ı Doppler effekti (misalı uzaq qashıqlıqlardag`ı galaktikalardıń spektrindegi qizilg`a awisiw), ekinshi jag`daydag`ı qizilg`a awisiw jiyiliktin` o`zgeriwi salmaq ku`shinin` ta`sirinde boladı.

19-sanlı lektsiya.

§ 19. Inertsial emes koordinatalar sistemaları

1. Kariolis tezleniwi ha`m Kariolis ku`shi.
2. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag`ı inertsia ku`shleri.
3. Fuko mayatnigi.
4. Giroskoplıq ku`shler.

Aylanıwshı sistemalardıń ha`r noqatındag`ı ko`shirmeli tezlik ha`r qıylı ma`niske iye boladı. Absolyut tezlik burıng`ıday ko`shirmeli ha`m salıstırmalı tezliklerdin` qosındısınan turadı:

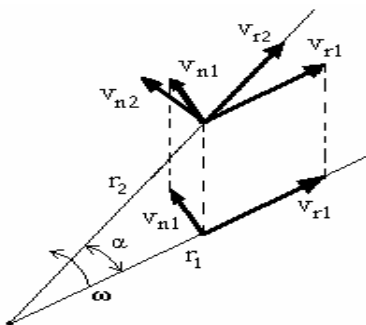
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'. \quad (19-1)$$

Absolyut tezleniw bolsa bunday a`piwayı tu`rge iye bolmaydı.

Aylanıwshı sistemanın` bir noqatınan ekinshi noqatına ko`shkende noqattın` ko`shirmeli tezligi o`zgeredi. Sonlıqtan ha`tte eger qozg`alıw barısında noqattın` salıstırmalı tezligi o`zgermey qalg`an jag`dayda da noqat ko`shirmeli tezleniwden o`zgeshe tezleniw aladı. Aylanıwshı koordinatalar sistemaları ushın absolyut tezleniw ushın jazılğ`an an`latpada ko`shirmeli ha`m salıstırmalı tezleniwden basqa Kariolis tezleniwi dep atalıwshı tezleniw boladı:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}' + \mathbf{a}_K. \quad (19-2)$$

$\mathbf{a}_K$ - Kariolis tezleniwi.



42-su`wret. Kariolis tezleniwi inertsial emes sistemanın` ha`r qıylı noqatlarındag`ı ko`shirmeli tezleniwdin` ha`r qıylı bolg`anlıg`ınan payda boladı.

Kariolis tezleniwinin` fizikalıq ma`nisin tu`siniw ushın aylanıw tegisligindegi qozg`alıstı qaraymız. Birinshi gezekte bizdi noqattın` radius boylap turaqlı salıstırmalı tezlik penen

qozg`alıwın qaraymız. Su`wrette noqattın` eki waqıt momentindegi awhalı ko`rsetilgen (waqıt momentleri arasındag`ı ayırma  $\Delta t$ ).  $\Delta t$  waqıtı dawamında radius  $\Delta A = \Omega \Delta t$  mu`yeshine burıladı. Radius boyınsha tezlik v_r usı waqıt ishinde bag`ıtı boyınsha o`zgeredi. Al radiusqa perpendikulyar bolg`an  $v_n$  tezligi bag`ıtı boyınsha da, absolyut ma`nisi boyınsha da o`zgeriske ushıraydı. Radiusqa perpendikulyar bolg`an tezliktin` qurawshısının` tolıq o`zgerisi

$$\begin{aligned}\Delta v_n &= v_{n2} - v_{n1} \cos \alpha + v_r \Delta \alpha = \omega r_2 - \omega r_1 \cos \alpha + v_r \Delta \alpha \approx \\ &\approx \omega(r_2 - r_1) + v_r \omega \Delta t = \omega \Delta r + v_r \omega \Delta t.\end{aligned}\quad (19-3)$$

Bul jerde $\cos \alpha \approx 1$ ekenligi esapqa alıng`an.

Demek, Kariolis tezleniwi

$$a_K = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta v_n / \Delta t) = \omega * (dr/dt) + v_r \omega = 2v_r \omega. \quad (19-4)$$

Bul an`latpa vektorlıq tu`rde bılayınsha jazıladı:

$$\mathbf{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}']. \quad (19-5)$$

$\mathbf{v}'$ radius bag`ıtındag`ı salıstırmalı tezlik.

Noqat radiusqa perpendikulyar bag`ıtta qozg`alg`anda da  $\mathbf{a}_K = 2[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}']$  an`latpasına iye bolamız. Al noqat aylanıw ko`sheri bag`ıtında qozg`alg`anda hesh qanday Kariolis tezleniwi payda bolmaydı.

Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag`ı inertiya ku`shleri. Aylanıwshı koordinatalar sistemasındag`ı ko`shirmeli tezlik penen baylanıslı bolg`an ku`sh inertiyanın` oraydan qashıwshı ku`shi dep ataladı:

$$G_{o,q} = m\omega^2 R. \quad (19-6)$$

Bul ku`sh aylanıw ko`sherinen vektor bag`ıtı boyınsha bag`ıtlang`an.

Kariolis tezleniwi menen baylanıslı bolg`an inertiya ku`shi

$$\mathbf{G}_K = 2m[\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}'] \quad (19-7)$$

Kariolis ku`shi dep ataladı.

Fuko mayatnigi. Kariolis ku`shinin` gorizont boyınsha bag`darlang`an qurawshısı ta`sir etetug`ın mayatnikti qarayıq.

Eger mayatnik o`zinin` ten` salmaqlıq awhalınan awıstırılğ`annan keyin bosatılıp jiberilse, ol o`zinin` ten` salmaqlıq halına qaray qozg`ala baslaydı. Biraq Kariolis ku`shi onı on` ta`repke qaray iyteredi, sonlıqtan da ol ten` salmaqlıq halına sa`ykes keletug`ın noqat arqalı o`tpeydi. Keyin qaytarda mayatnik shep ta`repke qaray awıtqıydı.

Mayatnikti basqa usıl menen de qozg`alta baslawg`a boladı. Bunda mayatnikke ten` salmaqlıq halında turg`anda tezlik beriledi. Onın` qozg`alısınin` barısı o`zgeredi. Oraydan qashıqlag`anda Kariolis ku`shi mayatnikke on` ta`repke bag`ıtlang`an ku`sh penen ta`sir etedi. Al keyinge qaytarda ku`sh qarama-qarsı bag`ıtqa o`zgeredi ha`m usınin` saldarınan mayatnik ten` salmaqlıq noqatı arqalı o`tedi.

Bir terbelis dawamında mayatniktin` alatug`ın awısıwının` ko`p emes ekenligi ta`biyiy. Sonlıqtan u`lken awıtqıwdı mayatniktin` ko`p sandag`ı terbelisleri barısında alıw mu`mkin.

Mayatniktin` terbelis tegisliginin` mu`yeshlik tezligi  $\omega_v$  bolsın. Jer sharı polyusında tolıq bir aylanıw bir sutkada boladı. Al  $\varphi$  ken`liginde $1/\sin \varphi$ sutkada tolıq bir aylanadı. Al ekvatorda Fuko mayatniginin` terbelis tegisliginin` aylanıwı baqlanbaydı.

**Giroskoplıq ku`shler.** Endi giroskoplıq ku`shler ta`biyatın talqılaymız. Bul ku`shler ta`biyatı jag`ınan Kariolis ku`shleri bolıp tabıladı.

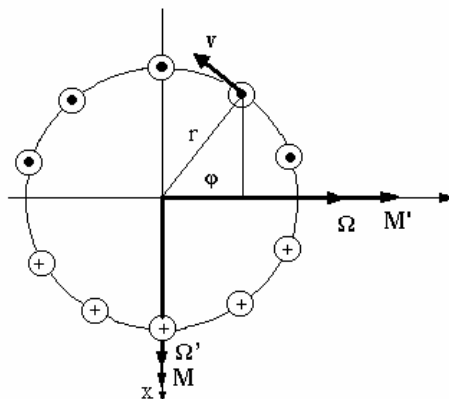
Meyli su`wrette ko`rsetilgendey mu`yeshlik tezligi  $z$  ko`sheri menen bag`ıtlas bolg`an aylanıwshı disk berilgen bolsın. Disk massası m bolg`an materiallıq noqatlardan tursın. Diskke  $x$  ko`sherinin` on` ma`nisleri ta`repine qaray bag`ıtlang`an $\mathbf{M}$ ku`sh momenti tu`sirilsin. Usı momenttin` ta`sirinde disk x ko`sheri do`gereginde bazı bir Ω' mu`yeshlik tezligi menen aylana baslaydı. Na`tiyjede qozg`alıwshı noqatlarg`a $\mathbf{G}_K = -2m[\boldsymbol{\Omega}', \mathbf{v}']$ Kariolis ku`shi ta`sir ete baslaydı. Bul ku`shler u ko`sheri bag`ıtında ku`sh momentin payda

Giroskopiyaııq ku shlerdin` payda bolıwın tolıg`ıraq talqılaw ushın Kariolis ku`shin esaplaymız. Su`wrette qozg`alıwshı diskтин` noqatlarının` z ko`sherinin` on` ta`repindegi tezliklerinin` tarqalıwı ko`rsetilgen. u ko`sherinin` joqarısında diskтин` ha`r qıylı noqatlarında Kariolis ku`shleri sızılmag`a perpendikulyar ha`m bizge qaray bag`ıtlang`an. Al u ko`sherinen to`mende bizden arman qaray bag`ıtlang`an. Bunnan keyin $G_K = -2m[\Omega', v']$ ekenligi esapqa alg`an halda ( $v' = \Omega r$ ) to`mendegi an`latpanı jazamız:

Kariolis ku`shinin` u ko`sherine salıstırg`andag`ı momenti ushın

Toliq bir aylanıw barısındaǵı $\sin^2 \varphi$ funksiyaǵınıń ortasha mańisi $1/2$ ekenligin esapqa alıp ($\langle \sin^2 \varphi \rangle = 1/2$)

Bul an`latpada  $m r^2 = I$  ekenligi esapqa aling`an.



Kariolis ku`shi inertsiya ku`shi sıyaqlı Kariolis tezleniwine qarama-qarsı bag`ıtlang`an ha`m deneye ta`sir etedi.

Sorawlar:

1. Aylanıwshı inertsial emes koordinatalar sistemasında qanday inertiya küshleri payda boladı?
2. Kariolis küshinin` payda bolıwına qanday faktorlar alıp keledi?

3. Kariolis ku`shleri jumis isleyme?
4. Oraydan qashıwshı ku`shler jumis isleyme?

20-sanlı lektsiya.

§ 20. Qattı deneler dinamikası

1. Anıqlamalar.
2. Mu`yeshlik tezlik vektor sıpatında.
3. Eyler teoreması.

Massa orayının` qozg`alıs ten`lemesi

$$m(dv/dt) = F_{sırtqı}. \quad (20-1)$$

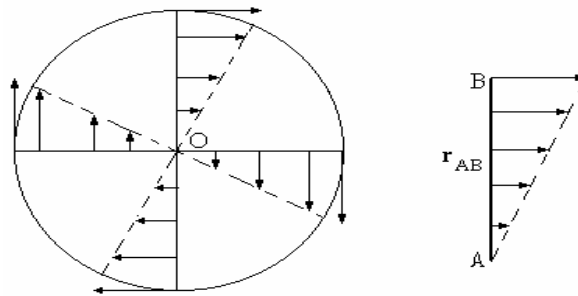
Momentler ten`lemesi

$$dL/dt = M_{sırtqı} \quad (20-2)$$

ekenligi ma`lim.

$G_{sırtqı} = 0$ ha`m  $M_{sırtqı} = 0$  ten`likleri qattı denenin` ten` salmaqlıqta turıwının` za`ru`rli bolg`an sha`rtleri bolıp tabıladı.

Meyli qattı dene qozg`almaylug`ın ko`sher do`gereginde aylanatug`ın bolsın. Usı denedegi tezliklerdin` noqatlar boyınsha tarqalıwın izertlew ushın aylanıw ko`sherine perpendikulyar bolg`an tegisliktegi tezliklerdi ko`rip shıqqan maqul boladı. Tezliklerdin` tarqalıwı su`wrette ko`rsetilgen. Aylanıw ko`sheri o`tetug`ın O noqatı qozg`almaydı. Basqa noqatlardın` barlıg`ı da O orayı a`tirapında aylanadı. Olardın` tezlikleri sa`ykes radiuslarg`a tuwra proporsional.



45-su`wret.

Meyli A ha`m V qattı denenin` eki ıqtıyarlı tu`rde alıng`an noqatı bolsın. Olar arasındag`ı qashıqlıq turaqlı bolıp qaladı. Sonlıqtan  $(r_V - r_A)^2 = \text{const}$ . Bul an`latpanı waqıt boyınsha differentialsıllap

$$(r_V - r_A)(dr_B/dt - dr_A/dt) = 0 \text{ yamasa } r_{AV}(v_B - v_A) = 0 \quad (20-3)$$

ten`lemelerin alamız. Bul jerde $r_{AV} \equiv AV$.

Meyli biz qarap atırg`an waqıt momentinde tezligi nolge ten` noqat bolsın. Usı noqattı A noqatı dep qabıl eteyik. Onda usı waqıt momenti ushın V noqatının` qay jerde bolıwına qaramastan

$$r_{AV}v_V = 0 \quad (20-4)$$

ten`ligin alamız. Eki vektordın` ko`beymesi nolge ten` degen so`z olardın` o`z-ara perpendikulyar ekenliginen derek beredi. Demek  $v_V$  orayı A bolg`an shen`berge urınba bag`ıtında. Bunday jag`day A ha`m V noqatların tutastırıwshı barlıq noqatlar ushın da durıs. Biz qarap atırg`an momentte A noqatı qozg`almay turadı, al v_V tezliginin` shaması AV

aralığına proporsional. Usı tiykarda bilay juwmaq shıǵ`aramız: *qarap atırǵ`an momentte denedegi tezliklerdin` tarqalıwı A noqatı arqalı o`tiwshi qozǵ`almaytug`ın ko`sher do`gereginde aylanǵ`andag`ı jag`daydag`ıday boladı.* Denenin` usınday qozǵ`alı sı bir zamatlıq aylanıs dep ataladı. Biz qarag`an jag`dayda bir zamatlıq ko`sher A noqatı arqalı o`tedi. «Bir zamatlıq» so`zi berilgen «*waqıt momentinde*» ekenligin bildiredi.

Bir zamatlıq ko`sher tek g`ana tezliklerdin` bir zamatlıq tarqalıwın u`yreniw ushın qollanıladı.

**Mu`yeshlik tezlik vektor sıpatında.** Meyli qattı dene qozǵ`almaytug`ın ko`sher do`gereginde yamasa bir zamatlıq ko`sher do`gereginde  $\omega$  mu`yeshlik tezligi menen aylanatug`ın bolsın. Usı denenin` ko`sherden  $r_{\perp}$  qashıqlıqta turg`an ıqtıyarlı bir M noqatın alamız. Bul noqattın` sızıqlı ha`m mu`yeshlik tezlikleri

$$\mathbf{v} = \omega \mathbf{r}_{\perp} \quad (20-5)$$

qatnası menen baylanısqa.

$$\omega = [\mathbf{r}_{\perp}, \mathbf{v}] / r_{\perp}^2 \quad (20-6)$$

aksial vektorı kirgizemiz.

(20-5) ten ω vektorının` uzınlıǵ`ı aylanıwdın` mu`yeshlik tezligine ten` ekenligi kelip shıǵ`adı. Al bag`ıtı aylanıw ko`sheri bag`ıtı menen sa`ykes keledi. Ulıwma

$$\mathbf{v} = [\omega, \mathbf{r}_{\perp}] \quad (20-7)$$

u`sh vektorı o`z-ara perpendikulyar.

ω vektorı mu`yeshlik tezlik vektorı dep ataladı. Sonlıqtan mu`yeshlik tezlikti vektor sıpatında qaraw kerek. Onın` bag`ıtı on` burg`ı qag`ıydası ja`rdeminde anıqlanadı.

(20-7)-formulag`a qolaylıraq tu`r beriw mu`mkin. Ulıwma jag`dayda a`piwayı matematikalıq talqılawlardan keyin

$$\mathbf{v} = [\omega, \mathbf{r}] \quad (20-8)$$

ekenligin ko`rsetiwge boladı.

Demek ω vektorlıq shama bolıp tabıladı. Sonlıqtan da mu`yeshlik tezlikler vektorları ushın barlıq geometriyalıq qatnaslar orınlanadı. Ma`selen eki ko`sher do`gereginde aylanǵ`anda qattı denede aling`an ıqtıyarlı M noqatı birinshi ko`sher do`gereginde $\mathbf{v} = [\omega_1, \mathbf{r}]$ tezligi menen aylanısın. Al ekinshi ko`sher do`gereginde $\mathbf{v} = [\omega_2, \mathbf{r}]$ sızıqlı tezligi menen aylanadı. Na`tiyjede

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 = [(\omega_1 + \omega_2), \mathbf{r}] \quad (20-9)$$

tezligi menen qozǵ`aladı. Keyninde

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 \quad (20-10)$$

ekenligine iye bolamız. Demek ha`r qıylı mu`yeshlik tezlik penen bolatug`ın aylanbalı qozǵ`alıslar o`z-ara qosıladı eken.

Eyler teoreması: *Tegis qozǵ`alısta qattı dene qa`legen awhaldan onnan basqa awhalg`a bazı bir ko`sher do`geregindegi bir burıwdın` na`tiyjesinde alıp keliniwi mu`mkin.*

Bul teoremanı talqılap *bir qozǵ`almaytug`ın noqatqa iye qattı denenin` qa`legen qozǵ`alısnı usı noqat arqalı o`tetug`ın bir zamatlıq ko`sher do`geregindegi aylanıs dep qarawg`a boladı. Waqıttın` o`tiwi menen bul bir zamatlıq ko`sher denede de, ken`islikte de orın almastıradı* degen juwmaqqa kelemiz.

21-sanlı lektsiya.

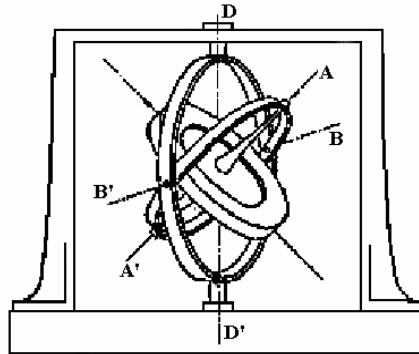
§ 21. Giroskoplar

Aylanıp turg`an qattı denenin` aylanıw ko`sheri bag`ıtın saqlaw qa`siyeti, sonday-aq sırttan ta`sir tu`sirilgende denenin` ko`sheri ta`repinen tirewge ta`sir etiwshi ku`shlerdin` o`zgeriwi ha`r qıylı texnikalıq maqsetler ushın paydalanıladı. Texnikada qollanılattug`ın joqarı tezlik penen aylanatug`ın simmetriyalı deneler a`dette giroskop (zırıldawıq) dep ataladı.

Ko'pshilik jag'daylarda giroskop dep aylanıw ko'sheri ken'islikte bag'ıtın o'zgartetug'ın aylanıp turıwshı qattı denegge aytamız (giroskop so'zi aylanbalı qozg'alıstı anıqlawshı a'sbap ma'nisin beredi). Giroskoplardın tez aylanıwına baylanıslı bolg'an barlıq qubılıslar **giroskoplıq qubılıslar** dep ataladı.

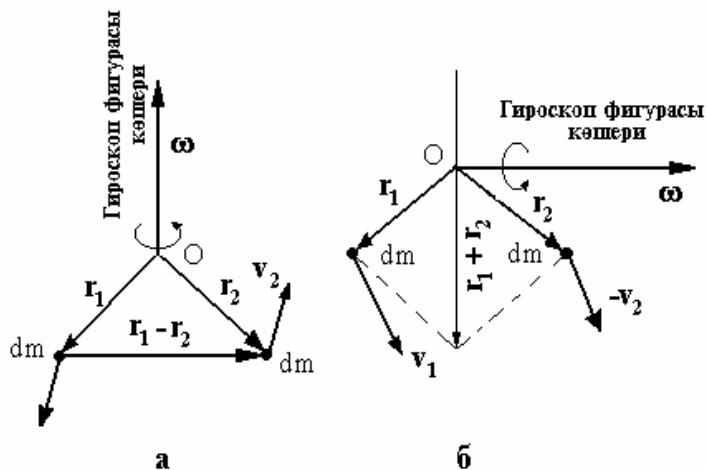
Geometriyalıq ko'sherge salıstırg'anda simmetriyag'a iye giroskoplar simmetriyalıq giroskoplar dep ataladı. Bul ko'sherdi **geometriyalıq ko'sher** yamasa **giroskop figurasının ko'sheri** dep ataladı. Simmetriyalıq ha'm simmetriyalıq emes giroskoplar teoriyası bar. Solardın ishinde simmetriyalıq giroskoplar teoriyası a'piwayı mazmung'a iye. A'dette giroskop figurasının bir noqatı bekitilgen boladı. Bul noqattı giroskoptın su'yeniw noqatı dep ataymız. Ulıwma jag'dayda su'yeniw noqatı dep atalıwı ushın qozg'alıs usı noqatqa salıstırg'anda qaralıwı kerek.

Giroskop ken'islikte erkin tu'rde qozg'alıwı ushın *kardan asıwı* kerek (46-su'wret).



46-su'wret. Kardan asıwındag'ı giroskop.

Eyler teoreması boyınsha qozg'almaytug'ın O su'yewi bolg'andag'ı qozg'alıs usı noqat arqalı o'tiwshı bir zamatlıq ko'sher do'geregidegi qozg'alıs dep qarawg'a boladı. Ω arqalı giroskoptın bir zamatlıq aylanıw tezligin belgileybiz. O noqatına salıstırg'andag'ı impul's momenti L arqalı belgilensin. Simmetriyalı giroskop ushın ω ha'm L vektorları arasındag'ı baylanıstı tabamız. Eger ω giroskop figurası ko'sheri bag'ıtında yamasa og'an perpendikulyar bolsa bul eki vektor (L ha'm ω) o'z-ara parallel. Bul jag'daydın durıs ekenligine an'sat tu'rde ko'z jetkeriwge boladı. Giroskop denesin oyımızda birdey bolg'an ha'm giroskop figurası ko'sherine salıstırg'anda simmetriyalı jaylasqan materiallıq noqatlar juplarına bo'lemiz (47-a ha'm 47-b su'wretlerde ko'rsetilgen). Usınday jup noqatlardıń O noqatına salıstırg'andag'ı impul's momenti $dL = dm [r_1 v_1] + dm [r_2 v_2]$. Bul an'latpada dm ha'r bir noqat massası. Eger giroskop o'z figurası ko'sheri do'gereginde aylanatug'ın bolsa (47-a su'wret) v_1 ha'm v_2 tezlikleri o'z ara ten' ha'm bag'ıtları boyınsha qarama-qarsı. Bul jag'dayda $dL = dm [v_2 (r_2 - r_1)]$. v_2 ha'm $(r_2 - r_1)$ vektorları aylanıw ko'sherine perpendikulyar. Sonlıqtan dL vektorı ha'm sonın menen birge giroskoptın o'zinin impul's momenti L aylanıw ko'sherinin bag'ıtı menen bag'ıtlas. Shaması boyınsha L aylanıw ko'sherine salıstırg'andag'ı impul's momentine ten'. Sonlıqtan $L = I_{||}\omega$, bul jerde $I_{||}$ giroskoptın figurası ko'sherine salıstırg'andag'ı inertiya momenti. Eger giroskop o'z figurası ko'sherine perpendikulyar ko'sher do'gereginde aylanatug'ın bolsa (47-b su'wret) $v_2 = v_1$, sonlıqtan $dL = dm [v_1 (r_2 + r_1)]$. Bul jerde dL menen L din aylanıw ko'sheri boyınsha bag'ıtlang'anlıg'ı ko'rinip tur. Qala berse $L = I_{\perp}\omega$, $I_{\perp}$ giroskoptın figurasına perpendikulyar ko'sherge salıstırg'andag'ı inertiya momenti.



47-su`wret. Girooskop figurası ko`sheri.

Al girooskop figurası ıqtıyarlı ko`sher do`gereginde aylanatug`ın bolsa  $\omega$  vektorın girooskop ko`sherine parallel bolg`an  $\omega_{||}$  ha`m perpendikulyar $\omega_{\perp}$ bolg`an eki qurawshıg`a jikleybiz (47-su`wrette ko`rsetilgen). Anıqlama boyınsha impul`s momenti giroskoptı qurawshı materiallıq noqatlardıń sızıqlı tezlikleri arqalı an`latıladı. O`z gezeginde bul tezlikler giroskoptıń ha`mme noqatlarında birdey ma`niske iye bolg`an mu`yeshlik tezlik vektorı  $\omega$  arqalı esaplanadı. Demek  $L$  vektorı  $\omega$  vektorı ja`rdeminde anıqlanadı eken. Olay bolsa $L = L(\omega) = L(\omega_{||} + \omega_{\perp})$ dep jazamız. $L(\omega_{\perp}) = I_{\perp} \omega_{\perp}$, $L(\omega_{||}) = I_{||} \omega_{||}$. Na`tiyjede

$$L = I_{\perp} \omega_{\perp} + I_{||} \omega_{||} \quad (21-1)$$

ten`ligin alamız.

Biz giroskoptıń kinetikalıq energiyası ushın

$$K = \frac{1}{2} (I_{\perp} \omega_{\perp}^2 + I_{||} \omega_{||}^2) = \frac{1}{2} (L_{\perp}^2 / I_{\perp} + L_{||}^2 / I_{||}) \quad (21-2)$$

Demek **simmetriyalıq giroskoptıń kinetikalıq energiyası eki aylanıwdıń kinetikalıq energiyalarının qosındısınan turadı: birinshi aylanıs figura ko`sheri do`gereginde, ekinshisi og`an perpendikulyar ko`sher do`gereginde boladı.**

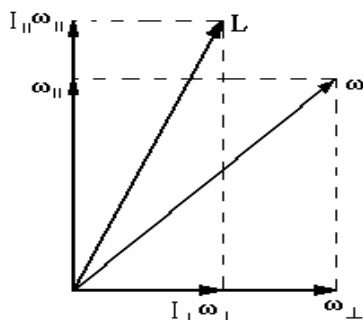
Girooskop teoriyası tolıg`ı menen momentler ten`lemesine tiykarlang`an:

$$\dot{L} = M. \quad (21-3)$$

Qala berse L ha`m  $M$  momentleri giroskoptıń su`yenishi O g`a salıstırg`anda alınadı. Eger sırtqı ku`shler momenti $M = 0$ bolsa girooskop *erkin girooskop* dep ataladı. Erkin girooskop ushın

$$L = I_{\perp} \omega_{\perp} + I_{||} \omega_{||} = \text{sonst.} \quad (21-4)$$

Bul ten`leme girooskop impul`sı momentinin` saqlanıwın beredi.



48-su`wret.

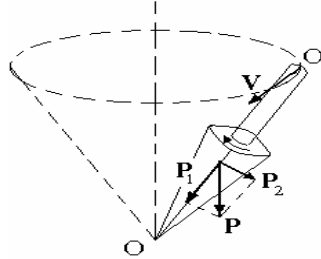
Bul ten`lemege energiyanın` saqlanıw nızamın baylanıstırıw kerek:

$$K = \frac{1}{2} (I_{\perp} \omega_{\perp}^2 + I_{\parallel} \omega_{\parallel}^2) = \text{const.} \quad (21-5)$$

Eger $L = I_{\perp} \omega_{\perp} + I_{\parallel} \omega_{\parallel} = \text{const}$ ten`lemesi kvadratqa ko`tersek

$$I_{\perp}^2 \omega_{\perp}^2 + I_{\parallel}^2 \omega_{\parallel}^2 = \text{const} \quad (21-6)$$

ten`lemesi alamız.



49-su`wret. Giroskoptın` pretsessiyası.

Demek giroskop qozg`alg`anda $\omega_{\perp}$ ha`m  $\omega_{\parallel}$  vektorlarının` uzınlıqları turaqlı bolıp qaladı eken. Sonın` menen birge impul`s momentinin` eki qurawshıları da turaqlı bolıp qaladı:  $L_{\perp} = I_{\perp} \omega_{\perp}$  ha`m $L_{\parallel} = I_{\parallel} \omega_{\parallel}$. Demek L ha`m  $\omega$  vektorları arasındag`ı mu`yeshler de turaqlı bolıp qaladı.  $L_{\perp}$  ha`m $L_{\parallel}$ lardıń turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ınan L vektorı menen giroskop figurası ko`sheri arasındag`ı mu`yeshtin` turaqlı bolatug`ınlıg`ı kelip shıg`adı. Giroskop figurasının` ko`sheri bir zamatlıq ko`sher do`gereginde  $\omega$  mu`yeshlik tezligi menen aylanıs jasaydı. L ha`m  $\omega$  vektorlarının` giroskop figurası menen bir tegislikte jatatug`ınlıg`ın ko`rip edik.  $L$  vektorı ken`islikte o`zinin` bag`ıtın o`zgertpeytug`ınlıg`ına baylanıslı bir zamatlıq aylanıw ko`sheri sol ko`sherdin` do`gereginde ω mu`yeshlik tezligi menen aylanıwı sha`rt. Usılardın` barlıg`ı da to`mendegi na`tiyjelerge alıp keledi:

Ha`r bir waqıt momentindegi erkin giroskoptın` aylanıwı su`yeniw noqatı arqalı o`tiwshi bir zamatlıq ko`sher do`gereginde aylanıw bolıp tabıladı. Waqıttın` o`tiwi menen bir zamatlıq ko`sher ha`m L vektorı denedegi ornın o`zgertedi ja`ne giroskop figurası ko`sheri do`gereginde ω mu`yeshlik tezligi menen konuslıq bet sızadı. Ken`isliktegi L vektorının` bag`ıtı turaqlı bolıp qaladı. Giroskop figurasının` ko`sheri ha`m bir zamatlıq ko`sher usı bag`ıt do`gereginde sol mu`yeshlik tezlik penen ten` o`lshemli qozg`aladı. Usınday qozg`alıw giroskoptın` pretsessiyası dep ataladı.

A`dettegi zırıldawıq qozg`alg`andag`ı baqlanatug`ın pretsessiya su`wrette ko`rsetilgen. Zırıldawıq en`keyip aylanğ`anda awırlıq ku`shinin`  $R_2$  qurawshısı ko`sherdi ko`birek en`keytiwge tırsadı. Biraq giroskoplıq effekt na`tiyjesinde  $OO'$  ko`sheri V strelkası ja`rdeminde ko`rsetilgen perpendikulyar bag`ıt boyınsha awıtqıydı ha`m giroskop qozg`alg`anda (pretsessiyalang`anda) onın` ko`sheri konuslıq bet penen qozg`aladı. Pretsessiya na`tiyjesinde zırıldawıq qulamaydı.

Pretsessiyanın` mu`yeshlik tezligi Ω bılay anıqlanadı:

$$\Omega = M/L.$$

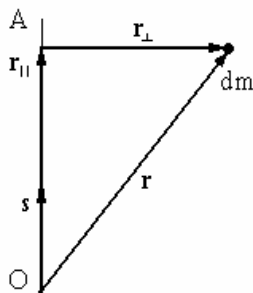
Bul an`latpadag`ı L - giroskoptın` impul`s momenti, M su`yeniw noqatına salısturg`andag`ı salmaq ku`shi momenti.

22-sanlı lektsiya.

§ 22. Inertiya tenzori ha`m ellipsoidi

Bazı bir ıqtıyarlı OA ko`sherine salısturg`andag`ı qattı denenin` inertiya momenti 8 di esaplaymız (sızılmadan paydalanamız). Ko`sher koordinata bası O arqalı o`tedi dep

esaplaymız. Koordinatalardı x, y, z yamasa x_1, x_2 ha'm x_3 dep belgileymiz (eki tu'rli bolıp belgilew sebebi keyinirek ma'lim boladı). Sonlıqtan



50-su'wret.

$$x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, x_3 \equiv z.$$

dm massalı denenin radius-vektori eki qurawshıǵ'a jikleymiz. Sonda

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\perp} + \mathbf{r}_{\parallel}. \quad (22-1)$$

Inertsiya momentinin anıqlaması boyınsha

$$I = \int r_{\perp}^2 dm = \int (r^2 - r_{\parallel}^2) dm. \quad (22-2)$$

$\mathbf{s}$ OA baǵıtındagı birlik vektor. Sonlıqtan

$$\mathbf{r}_{\parallel} = (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) = xs_x + ys_y + zs_z.$$

Bunnan basqa

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2. \text{ Bul jag`daydı ha'm } xs_x^2 + ys_y^2 + zs_z^2 = 1 \text{ ekenligin esapqa alıp}$$

$$I = I_{xx}s_x^2 + I_{yy}s_y^2 + I_{zz}s_z^2 + 2I_{xy}s_xs_y + 2I_{xz}s_xs_z + 2I_{yz}s_ys_z. \quad (22-3)$$

Bul jerde $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy} \equiv I_{yx}, I_{yz} \equiv I_{zy}, I_{zx} \equiv I_{xz}$ turaqlı shamalar bolıp, to'mendegishe anıqlanadı:

$$I_{xx} = \int (y^2 + z^2) dm,$$

$$I_{yy} = \int (z^2 + x^2) dm,$$

$$I_{zz} = \int (x^2 + y^2) dm,$$

$$I_{xy} \equiv I_{yx} = \int xy dm,$$

$$I_{yz} \equiv I_{zy} = \int yz dm, \quad (22-4)$$

$$I_{zx} \equiv I_{xz} = \int xz dm.$$

Bul alıng'an shamalar ushın basqasha belgilew qollanamız, mısalı $I_{xy} = I_{12}$ h.t.b. Sonda alıng'an tog'ız shama inertsiya momenti tenzorın payda etedi:

$$\begin{matrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{matrix} \quad (22-5)$$

Bul tenzor denenin` O noqatına salıstırğ`andag`ı inertiya tenzori dep ataladı. Bul tenzor simmetriyalı, yag`nıy $I_{ij} = I_{ji}$. Sonlıqtan da ol altı qurawshısı ja`rdeminde tolıg`ı menen anıqlanadı.

(22-5) formulasın geometriyalıq jaqtan su`wretlew mu`mkin. Eger de koordinata ko`sherlerin ju`rgizip, ko`sherlerge  $r = l/(I)^{1/2}$  ma`nislerin qoysaq *inertiya ellipsoidi* dep atalıwshı figuranı alamız.

23-sanlı lektsiya.

§ 23. O`zgermeli massalı denelerdin` qozg`alısı

1. Reaktiv qozg`alıs.
2. Mesherskiy ten`lemesi.
3. Tsiolkovskiye formulası.
4. Xarakteristikalıq tezlik.
5. Relyativistlik raketalar.

**Reaktiv qozg`alıs.** Reaktiv dvigatelde janar maydın` janıp atlıg`ıp shıg`ıwının` na`tiyjesinde tartıw ku`shi payda boladı. Bul ku`sh reaksiya ku`shi sıpatında N`yuton nızamı boyınsha payda boladı. Sonlıqtan payda bolg`an ku`sh ti reaktiv ku`sh, al dvigatel di reaktiv dvigatel` dep ataymız. Sonı atap o`tiw kerek, *tartıw payda etetug`ın qa`legen dvigatel` ma`nisi boyınsha reaktiv dvigatel` bolıp tabıladı*. Mısalı a`piwayı pa`rrigi bar samolettın` tartıw ku`shi de reaktiv ku`sh. Bunday samolettın` tartıw ku`shi pa`rrikler ta`repinen artqı ta`repke hawa massasın iyterilgende payda bolatug`ın ku`shke ten`.

Biraq raketanın` reaktiv qozg`alısı menen basqa denelerdin` qozg`alısı arasında u`lken ayırma bar. Raketa janıw produktların` atılıp shıg`ıwınan alg`a qaray iyteriledi. Sonın` menen birge janbastan burın bul produktların` massası raketanın` ulıwmalıq massasına kiretug`ın edi. Basqa mısallarda bunday jag`day bolmaydı. Pa`rrik ta`repinen artqı iyterilgen hawa massası samolettın` massasına kirmeydi. Sonlıqtan da reaktiv qozg`alıs haqqında ga`p bolg`anda reaktiv dvigatelde bolatug`ın jag`day na`zerde tutıladı. Bul o`zgermeli massag`a iye denenin` qozg`alısın` dıqqatqa alınatug`ınlıg`ın, sonın` menen birge tartıw ku`shi raketanın` o`zine tiyisli bolg`an zatların` janıwınan payda bolatug`ınlıg`ınan derek beredi.

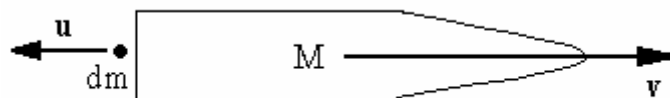
**Mesherskiy ten`lemesi.** N`yutonın` u`shinshi nızamının` en` ulıwma tu`rdegi an`latpası impul`stın` saqlanıw nızamı bolıp tabıladı.

Meyli $t = 0$ waqıt momentinde $M(t)$ massasına iye ha`m  $v$  tezligi menen qozg`alatug`ın raketa tezligi  $u$  bolg`an dM' massasın shıg`arg`an bolsın. M ha`m  $dM'$  massaları relyativistlik massalar bolıp tabıladı, al tezlikler  $v$  ha`m u inertsial esaplaw sistemasına qarata alınadı.

Massanın` saqlanıw nızamı to`mendegidey tu`rge iye:

$$dM + dM' = 0. \quad (23-1)$$

$dM < 0$ ekenligi anıq, sebebi raketanın` massası kemeydi.  $t$  waqıt momentinde sistemanın` tolıq impul`sı  $Mv$  g`a ten`, al  $(t + dt)$  waqıt momentinde impul`s $(M + dM)(v + dv) + u dM'$ shamasına ten`. Sonlıqtan berilgen jabıq sistema ushın impul`stın` saqlanıw nızamı



51-su`wret. Raketadag`ı reaktivlik ku`shlerdin` payda bolıwın tu`sindiretug`ın su`wret.

$$(M + dM)(v + dv) + u dM' = Mv. \quad (23-2)$$

tu`rinde jazıladı. Bul jerden dv dM kishi ma`niske ten` dep esaplanıp

$$M dv + v dM + u dM' = 0 \quad (23-3)$$

ten`ligin shıg`arıw mu`mkin.

$dM + dM' = 0$ ekenligin esapqa alıp qozg`alıs ten`lemesin shıg`aramız:

$$\frac{d}{dt}(Mv) = u \frac{dM}{dt}. \quad (23-4)$$

Bul ten`leme relyativistlik ha`m relyativistlik jag`daylar ushın durıs boladı.

Kishi tezlikler jag`dayında klassikalıq mexanikanın` tezliklerdi qosıw formulasınan paydalanamız

$$u = u' + v, \quad (23-5)$$

bul jerde u' raketag`a salıstırg`andag`ı atılıp shıqqan massa. (23-5) ti  $\rho$  ke qoyamız ha`m (23-4) tin` shep ta`repın waqıt boyınsha differentsiallap

$$M \frac{dv}{dt} = (u - v) \frac{dM}{dt} = u' \frac{dM}{dt}. \quad (23-6)$$

Bul ten`leme sırttan ku`shler ta`sir etpegen ha`m relyativistlik emes jag`daylar ushın Mesherskiy ten`lemesi dep ataladı.

Eger raketag`a sırttan ku`sh tu`setug`ın bolsa (23-6)-ten`leme to`mendegidey tu`rge iye boladı:

$$M \frac{dv}{dt} = F + u' \frac{dM}{dt}. \quad (23-7)$$

Ha`r sekund sayın sarplanatug`ın janırg`ının` massasın μ arqalı belgileymiz. $\mu = -\frac{dM}{dt}$. Sonlıqtan Mesherskiy ten`lemesin bilay ko`shirip jazıwg`a boladı:

$$M \frac{dv}{dt} = F - \mu u'. \quad (23-8)$$

$\mu u'$ reaktiv ku`shke sa`ykes keledi. Eger $u' v$ g`a qarama-qarsı bolsa raketa tezlenedi.

Tsiolkovskiye formulası. Tuwrı sıızıqlı qozg`alıstıg`ı raketanın` tezleniwın qaraymız. Raketa ta`repınen atıp shıg`arılatus`ın gazlerdin` tezligi turaqlı dep esaplaymız. (23-6)-ten`leme bilay jazıladı:

$$M \frac{dv}{dt} = -u' \frac{dM}{dt}. \quad (23-9)$$

Bul formuladag`ı minus belgisi  $v$  menen  $u'$  tezliklerinin` qarama-qarsı ekenliginen kelip shıqqan. v_0 ha`m  $M_0$  arqalı tezleniw almastan burıng`ı raketanın` tezligi menen massası belgilengen bolsın. Bul jag`dayda (23-9) dı bilay jazıp

$$\frac{dM}{M} = -\frac{dv}{u'} \quad (23-10)$$

ha`m integrallap

$$\ln M - \ln M_0 = -\frac{v - v_0}{u'} \quad (23-11)$$

ten`ligin alamız. Bul Tsiolkovskiý formulası bolıp tabıladı ha`m ko`bine se to`mendegideý tu`rlerde jazadı:

$$v - v_0 = u' \ln \frac{M_0}{M}, \quad (23-12a)$$

$$M = M_0 \exp\left(-\frac{v - v_0}{u'}\right). \quad (23-12b)$$

(23-12a) raketanın` massası  $M_0$  den  $M$  ge shekem azayg`anda tezliginin` qansha o`sim alatug`ınlıg`ın ko`rsetedi. Al (23-12b) tezligi  $v_0$  den  $v$  g`a shekem ko`terilgende raketanın` massasının` qansha bolatug`ınlıg`ın beredi.

Qanday jag`dayda en` kishi janılg`ı ja`rdeminde u`lken tezlik alıw mashqalası a`hmiyetli ma`sele bolıp tabıladı. (23-12a) dan *bunın` ushın gazlerdin` raketadan atılıp shıg`ıw tezligin` ( $u'$ ) ko`beytiw arqalı a`melge asırıw g`a bolatug`ınlıg`ın ko`rsetedi.*

Xarakteristikalıq tezlik. Raketanın` Jerdi taslap ketiwi ushın 11.5 km/s tezlik beriw kerek (ekinshi kosmoslıq yamasa parabolalıq tezlik). Keyingi formulalardag`ı raketanın` massasının` qansha bo`leginin` kosmos ken`ligine ushıp ketetug`ınlıg`ın esaplaw mu`mkin. $u' \approx 4$ km/s bolg`an jag`dayda $M \approx M_0 \exp(-3) \approx M_0/22$. Demek ekinshi kosmoslıq tezlik alaman degenshe raketanın` da`slepki massasının` shama menen 4 protsenti g`ana qaladı eken. Al haqıyqatında da raketa biz esaplag`an jag`daydan a`sterek tezlenedi. Bul situatsiyanı quramalaştıradı, sebebi janılg`ının` sarıplanıwı artadı. Sonlıqtan janılg`ı janatug`ın waqıttı mu`mkin bolg`anınsha kishireytedi. Bul o`z gezeginde raketag`a tu`setug`ın salmaqtın` artıwına alıp keledi. Na`tiyjede ha`r bir raketa ushın tezleniw o`zgeshelikleri saylap alınadı.

Kosmos ken`isliginen Jerge qayıtıp kelgende tezlikti 11.5 km/s tan nolge shekem kemeytiwge tuwra keledi. Usı maqsette dvigateller iske tu`siriledi. Bul Jerge qayıtıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik bolıp tabıladı. Sonlıqtan Jerden sırtqa shıg`ıp ketiw, keyninen qayıtıp keliw ushın xarakteristikalıq tezlik shama menen 23 km/s ke ten`. Bul jag`dayda (23-12b)-formuladan  $M \approx M_0 \exp(-6) \approx M_0/500$  (demek da`slepki massanın` 1/500 bo`legi qayıtıp keledi).

Ay ushın xarakteristikalıq tezlik 5 km/s. Al Ayg`a ushın ha`m Jerge qayıtıp keliw ushın 28 km/s. Bunday jag`dayda raketanın` tek 1/1500 g`ana massası qayıtıp keledi.

Relyativistlik raketalar.

$$M = \frac{M'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (23-13)$$

M' - raketanın` tınıshlıqtag`ı o`zgermeli massası. (4) tin` ornına

$$\frac{d}{dt} \frac{M'v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = u' \frac{d}{dt} \frac{M'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (23-14)$$

Bul ten`lemenı (23-6) ten`leme tu`rine keltiremiz. Bul maqsette shep ta`repın t boyınsha differentsiallaymız ha`m  $v$  g`a proporsional bolg`an ag`zalardın` birin on` ta`repke o`tkeremiz:

$$\frac{M'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} * \frac{dv}{dt} = (u - v) \frac{d}{dt} \frac{M'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (23-15)$$

Bul ten`leme (23-6)-ten`lemege sa`ykes keledi. Bul jerde ayırma tek  $M = \frac{M'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$  g`a rezliliginin` qosıl g`anl g`ınan ibarat. Biraq  $(u-v)$  ayırması raketag`a salıstırg`andag`ı gazdin` atılıp shıg`ıw tezligi emes. Sonlıqtan da relyativistlik jag`dayda tezliklerdi qosıwdın` sa`ykes formulasınan paydalanıw kerek.

Bazı bir sistemanı ta`riplewshi bir birinen g`a rezsiz bolg`an o`zgeriwshiler sanı usı sistemanın` erkinlik da`rejesine ten` bolıwı kerek. Sonlıqtan absolyut qattı denenin`

qozg`alısın ta`riplewimiz ushın altı g`a`reziz o`zgeriwshi kerek. Olardın` ma`nislerin anıqlaw ushın bir birinen g`a`rezsiz bolg`an altı qozg`alıs ten`lemesi kerek boladı.

- Sorawlar:
1. Eger ishinde suwı bar shelektin` to`meninen tesik tessek usı shelekten to`men qaray suw ag`a baslaydı. Suwı bar ıdısqa ag`ıp atırg`an suw ta`repinen reaktiv ku`sh tu`seme? Ku`sh tu`sedi dep tastıyıqlawdın` qa`te ekenligin tu`sindirin`iz.
 2. Reaktiv dvigatel`din` tartıw ku`shi qanday faktorlarga baylanıslı boladı?
 3. Kosmoslıq ushıwdın` xarakteristikalıq tezligi degenimiz ne?

24-sanlı lektsiya.

§ 24. Awırlıq maydanındag`ı qozg`alıs

1. Kepler nızamları.
2. Kepler nızamları tiykarında pu`tkil du`n`yalıq tartılıs nızamın keltirip shıg`arıw.
3. Gravitatsiya turaqlısının` sanlıq ma`nisin anıqlaw boyınsha islengen jumıslar.
4. Erkin tu`siw tezleniwın esaplaw.
5. Orbitaları ellips, parabola ha`m giperbola ta`rizli bolg`an qozg`alıs shartleri.
6. Orbitalardın` parametrlerin esaplaw.
7. Kosmoslıq tezlikler.
8. Shar ta`rizli denenin` gravitatsiyalıq energiyası.
9. Gravitatsiyalıq radius.
10. A`lemnin` o`lshemleri.
11. A`lemnin` kritikalıq tıg`ızlıg`ın esaplaw.
12. Ma`seleler.

Daniya astronomı Tixo Bragenin` (1546-1601) ko`p jıllıq baqlawlarınan` na`tiyjelerin talqılaw na`tiyjesinde Kepler (1571-1630) planetalar qozg`alısınan` emperikalıq u`sh nızamın ashtı. Bul nızamlar to`mendegidey mazmun`a iye:

- 1) *ha`r bir planeta ellips boyınsha qozg`aladı, ellipstin` bir fokusında Quyash jaylasadı;*
- 2) *planeta radius-vektori ten`dey waqıtlar aralıg`ında birdey maydanlardı basıp o`tedi;*
- 3) *planetalardın` Quyash do`geregini aylanıp shıg`ıw da`wirlerinin` kvadratlarının` qatnasları ellips ta`rizli orbitalardın` u`lken yarım ko`sherlerinin` kublarının` qatnaslarınday boladı.*

Birinshi eki nızam Kepler ta`repinen 1609-jılı, u`shinshisi 1619-jılı ja`riyalandı. Bul nızamlar N`yuton ta`repinen pu`tkil du`n`yalıq tartılıs nazımınan` ashılıwına alıp keldi.

Keplerdin` birinshi nızamınan planeta traektoriyasının` tegis ekenligi kelip shıg`adı. Materiallıq noqattın` impul`s momenti menen sektorlıq tezligi arasındag`ı baylanıstan planetanı tuyıq orbita boyınsha qozg`alıw`a ma`jbu`rleytug`ın ku`shtin` Quyashqa qarap bag`ıtlang`anlıg`ı kelip shıg`adı. Endi usı ku`shtin` Quyash penen planeta arasındag`ı qashılıqqa baylanıslı qalay o`zgeretug`ınıg`ın ha`m planetanın` massasına qanday g`a`rezli ekenligi anıqlawımız kerek. A`piwayılıq ushın planeta ellips boyınsha emes, al orayında Quyash jaylasqan shen`ber boyınsha qozg`aladı dep esaplayıq. Quyash sistemasındag`ı planetalar ushın bunday etip a`piwayılastırıw u`lken qateliklerge alıp kelmeydi. Planetalardın` ellips ta`rizli orbitalarınan` shen`berden ayırması ju`da` kem. Usınday  $r$  radiuslı shen`ber ta`rizli orbita boyınsha ten` o`lshewli qozg`alg`andag`ı planetanın` tezleniwi

$$a_r = -\omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r \quad (24-1)$$

formulası menen anıqlanadı. Shen`ber ta`rizli orbitalar boyınsha qozg`alıwshı planetalar ushın Keplerdin` u`shinshi nızamı bilay jazıladı

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 \dots = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 \dots \quad (24-2)$$

Yamasa $r^3/T^2 = K$, bul formuladag`ı  $K$  Quyash sistemasındag`ı barlıq planetalar ushın birdey bolg`an turaqlı san ha`m *Kepler turaqlısı* dep ataladı. Ellips ta`rizli orbitalar parametrleri arqalı bul turaqlı bilay esaplanadı:

$$K = \frac{a^3}{T^2}, \quad (24-3)$$

bul an`latpadag`ı a - orbitanın` u`lken yarım ko`sheri.

T nı K ha`m  $r$  ler arqalı an`latıp shen`ber ta`rizli orbita boyınsha qozg`alıwg`a sa`ykes tezleniwdi bilay tabamız:

$$a_r = -\omega^2 r = -\frac{4\pi^2}{T^2} r = -\frac{4\pi^2}{r^2} K. \quad (24-4)$$

Olay bolsa planetag`a ta`sir etiwshi ku`sh

$$F = -\frac{4\pi^2}{r^2} Km \quad (24-5)$$

ge ten`. Bul jerde  $m$  - planetanın` massası.

Biz Quyash do`gereginde shen`ber ta`rizli orbita boyınsha aylanıwshı eki planetanın` tezleniwinin` Quyashqa shekemgi aralıqqa kerı proporsional o`zgeretug`ınlıg`ın da`lilledik. Biraq Quyash do`gereginde ellips ta`rizli orbita boyınsha qozg`alatug`ın bir planeta ushın bul jag`daydı da`lillegenimiz joq. Bul jag`daydı da`lillew ushın shen`ber ta`rizli orbitalardan ellips ta`rizli orbitalardı izertlewge o`tiw kerek ha`m sol ma`seleni keyinirek sheshemiz.

Joqarıdag`ı formuladag`ı $4\pi^2 K$ proporsionallıq koeffitsienti barlıq planetalar ushın birdey, sonlıqtan da ol planetalardıń massasına baylanıslı bolıwı mu`mkin emes. Bul koeffitsient planetalardı orbitalar boyınsha qozg`alıwg`a ma`jbu`rleytug`ın Quyashtı ta`ripleytug`ın fizikalıq parametrlerge baylanıslı bolıwı mu`mkin. Biraq o`z-ara ta`sir etisiwde *Quyash ha`m planeta birdey huqıqqa iye deneler* sıpatında orın iyelewi sha`rt. Olar arasındag`ı ayırmashılıq tek *sanlıq jaqtan* bolıwı mu`mkin. Al Quyash penen planetalar tek massaları menen parqlanadı. Ta`sirlesiw ku`shi planetanın` massası m ge proporsional bolg`anlıg`ı ushın bul ku`sh Quyashtıń massası  $M$  ge de proporsional bolıwı lazım (yag`nıy $4\pi^2 K = GM$). Sonlıqtan ku`sh ushın

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (24-6)$$

formulasın jaza alamız. Bul formuladag`ı  $G$  Quyashtıń massasına da, planetalardıń massasına da g`a`rezsiz bolg`an jan`a turaqlı. Alıng`an formulalardı o`z-ara salıstırıw arqalı Kepler turaqlısı ushın

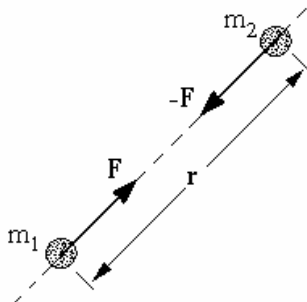
$$K \equiv \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (24-7)$$

an`latpasın alamız.

Quyash ha`m planetalar bir birinen tek sanlıq jaqtan - massaları boyınsha parqlanadı. Sonlıqtan planetalar, basqa da deneler arasında da o`z-ara tartısıw orın aladı dep boljaw ta`biyiy na`rse. Bunday boljawdı birinshi ret N`yuton usındı ha`m keyinirek ta`jiriyyede da`lillendi. N`yuton mazmunı to`mendegidey bolg`an pu`tkil du`n`yalıq tartılıs nızamın

usındı: *qa`legen eki dene (materiallıq noqatlar) bir birine massaların` ko`beymesine tuwra proportsional, aralıqlarının` kvadratına kerı proportsional ku`sh penen tartıadı*. Bunday ku`shler *gravitatsiyalıq ku`shler* yamasa *pu`tkil du`n`yalıq tartılıs ku`shleri* dep ataladı. Joqarıdag`ı formulag`a kiriwshi  $G$  proportsionallıq koeffitsienti barlıq deneler ushın birdey ma`niske iye. Bunday ma`niste bul koeffitsient universal turaqlı bolıp tabıladı. Haqıyqatında da *gravitatsiya turaqlısı* dep atalatug`ın du`n`yalıq turaqlılır qatarına kiredi.

Joqarıda keltirilip shıg`arılğ`an pu`tkil du`n`yalıq tartılıs nızamında o`z-ara ta`sirlesiwshi deneler noqatlıq dep qaraladı. Fizikalıq jaqtan bul denelerdin` o`lshemlerine salıstırg`anda olar arasındag`ı qashıqlıq a`dewir u`lken degendi an`latadı. Usı jerde «a`dewir u`lken» so`zi fizikanın` barlıq bo`limlerindegidey salıstırmalı tu`rde qollanılg`an. Usınday salıstırıw Quyash penen planetalardın` o`lshemleri menen ara qashıqlıqları ushın durıs keledi. Biraq, mısalı, o`lshemleri 10 sm, ara qashıqlıg`ı 20 sm bolğ`an deneler ushın bunday salıstırıw kelispeydi. Onday denelerdi noqatlıq dep qaray almaymız. Bul jag`dayda sol denelerdin` ha`r birin oyımızda ko`lemi sheksiz kishi bolğ`an bo`leklerge bo`lip, sol bo`lekler arasındag`ı gravitatsiyalıq ta`sir etisiw ku`shlerin esaplap, keyin bul ku`shlerdi geometriyalıq qosıw (integrallaw) kerek. Materiallıq denenin` sheksiz kishi bo`limi materiallıq noqat sıpatında qaralıwı mu`mkin. Bunday esaplawlardın` tiykarında *gravitatsiyalıq maydanlardı superpozitsiyalaw printsipti* turadı. Bul printsip boyınsha qanday da bir massa ta`repinen qozdırılğ`an gravitatsiya maydanı basqa da massalardın` bolıw-bolmawına g`a`rezli emes. Bunnan basqa *bir neshe deneler ta`repinen payda etilgen gravitatsiyalıq maydan olardın` ha`r biri ta`repinen payda etilgen maydanlardın` geometriyalıq qosındısına ten`*. Bul printsip ta`jiriybeni ulıwmalastırıwdın` na`tiyjesinen kelip shıqqan.



52-su`wret. Eki dene arasındag`ı tartılıs

ku`shleri bag`ıtın ko`rsetetug`ın su`wret

Superpozitsiya printsiptin paydalanıw arqalı *eki bir tekli sharlardın` massaları olardın` oraylarında jaylasatug`ın bolğ`an jag`daydag`ıday ta`sir etisetug`ınlıg`ın an`sat da`lillewge boladı*.

N`yuton da`wirinde pu`tkil du`n`yalıq tartısıw nızamı tek g`ana astronomiyalıq baqlawlar ja`rdeminde tastıyıqlandı. Bul nızamnın` Jer betindegi deneler ushın da durıs ekenligi, sonday-aq gravitatsiya turaqlısının` ma`nisi juwıq tu`rde 1798-jılı G.Kavendish (1731-1810) ta`repinen da`lillendi ha`m anıqlandı.

Kevendish ta`jiriybesinin` sxeması to`mendegi su`wrette ko`rsetilgen.

Gorizont bag`ıtında qoyılğ`an A sterjeninin` ushlarına ha`r qaysısının` massası 158 kg bolğ`an M_1 ha`m  $v_2$  qorg`asın sharları ildirilgen. V noqatında jin`ishke S sımına uzınlıg`ı 1 bolğ`an sterjen bekıtilgen. Sterjennin` ushlarına massaları m_1 ha`m  $m_2$  bolğ`an qorg`asın sharları ildirilgen. bul sharlardın` ha`r qaysısının` massası Kevendish ta`jiriybesinde 730

gramnan bolg'an. A sterjenin buriw arqalı u'iken sharlardı kishi sharlarga jaqınlastırg'anda M_1 ha'm m_1 ja'ne M_2 ha'm m_2 sharları tartısıp uzınlıg'ı 1 bolg'an sterjen burıladı. Bunday jag'dayda S sımının serpimlilik qa'siyetlerin bile otırıp tartılıs ku'shlerin o'lsheuge boladı ha'm gravitatsiya turaqlısı G nın ma'nisin esaplawg'a boladı. Na'tiyjede Kevendish

$$G = 6.685 \cdot 10^{-8} \text{ sm}^3 / (\text{g} \cdot \text{s}^2)$$

shamasın alg'an. Bul shama ha'zirgi waqıtları qabıl etilgen ma'nisinen az parqlanadı.

Gravitatsiya turaqlısının ma'nisin o'lshewdin' basqa usılı 1878-jılı Jolli (1809-1880) ta'repinen usınıldı.

Gravitatsiya turaqlısının ha'zirgi waqıtları alıng'an ma'nisi (2000-jıl, Physics News Update, Number 478, Internettegi adres <http://www.hep.net/documents/newsletters/pnu/>):

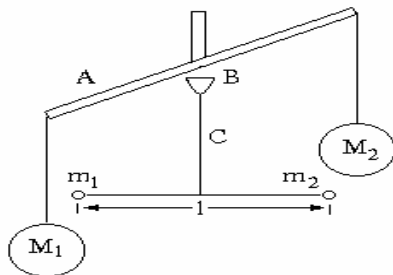
$$G = 6.67390 \cdot 10^{-8} \text{ sm}^3 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \quad (0.0014 \text{ protsent qa'telik penen anıqlang'an})$$

Bul an'latpadan gravitatsiya turaqlısının ma'nisinin og'ada kishi ekenligi ko'rinip tur. Ha'r qaysısının massası 1 kg bolg'an bir birinen 1 m qashıqlıqta turg'an eki dene $F = 6.6739 \cdot 10^{-11} \text{ N} = 6.6739 \cdot 10^{-6}$ dina ku'sh penen tartısağı.

Gravitatsiyalıq tartısıw ku'shin elektr maydanındag'ı ta'sirlesiw menen salıstırayıq. Mısal ushın eki elektrondı alıp qaraymız. Massası $m = 9.1 \cdot 10^{-28} \text{ g} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Zaryadı $e = -4.803 \cdot 10^{-10} \text{ SGSE birl.} = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ K}$. Bunday jag'dayda $F_{\text{grav}}/F_e \approx 2.4 \cdot 10^{-43}$.

Eki proton ushın ($m_{\text{proton}} = 1.6739 \cdot 10^{-24} \text{ g}$) $F_{\text{grav}}/F_e \approx 8 \cdot 10^{-37}$.

Demek zaryadlang'an bo'leksheler arasındag'ı elektrlik ta'sir etisiw gravitatsiyalıq ta'sir etisiwge salıstırg'anda salıstırmas ese u'iken. Sonlıqtan yadrolıq o'lsheplerden u'iken (yadrolıq o'lshepler dep 10^{-13} sm den kishi o'lsheplerdi aytamız), al astronomiyalıq o'lsheplerden kishi bolg'an ko'lemlerde tiykarg'ı orındı elektromagnitlik ta'sirlesiw iyeleydi.



53-su'wret. Kevendish ta'jiriybesinin sxeması

Gravitatsiya turaqlısı G nın ma'nisin anıqlag'annan keyin Jerdin' massası menen tıg'ızlıg'ın, basqa da planetalardıń massaların esaplaw mu'mkin. Haqıyqatında da Jer betindegi berilgen zattın salmag'ı

$$mg = GmM/R^2$$

formulası ja'rdeminde esaplanadı. Bul formulada m zattın massası, g erkin tu'siw tezleniwi, M Jerdin' massası.

Demek $g = GM/R^2$ ha'm $M = gR^2/G \approx 5.98 \cdot 10^{27} \text{ g} = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ shaması alınadı.

Jerdin' ko'lemi $V = (4/3)\pi R^3$ formulası menen anıqlanadı. Bunday jag'dayda $\rho = M/V = 5.5 \text{ g/sm}^3$. Bul Jerdin' ortasha tıg'ızlıg'ı bolıp tabıladı.

Quyash penen Jer arasındag'ı qashıqlıqtı R arqalı belgileyik. Bunday jag'dayda usı eki dene arasındag'ı gravitatsiyalıq tartılıs ku'shi $F_g = GM_J M_Q / R^2$. Jerge ta'sir etiwshi orayg'a umtılwshı ku'shtin' shaması $F_o = M_J v^2 / R$. Bul jerde v Jerdin' orbita boyınsha qozg'alısının tezligi. Jerdin' Quyash do'gereginde aylanıp shıg'ıw da'wirin T arqalı belgilesek $v = 2\pi R / T$.

Sonlıqtan $F_0 = 2\pi R M_J / T$. $F_g = F_0$ sha`rtinen Quyashtın` massası ushın $M_Q = 4\pi^2 R^3 / (GT^2) \approx 2 \cdot 10^{30}$ kg shamasın alamız. Tap sol sıyaqlı Aydın` da massasın esaplawımız mu`mkin.

Erkin tu`siw tezleniwiniń ma`nisi R ge g`a`rezli $g = GM/R^2$. Usıg`an beylanıslı g nın` Jer betinen biyiklikke baylanıslı qalay o`zgeretug`ınıg`ın ko`rsetetug`ın keste keltiremiz:

Biyiklik, kilometrlerde	g, m/s ²
0	9.83
5	9.81
10	9.80
50	9.68
100	9.53
400 ¹⁾	8.70
35 700 ²⁾	0.225
380 000 ³⁾	0.0027

1) Jerdin` jasalma joldasları orbitalarının` biyikligi.

2) Jerdin` statsionar jasalma joldasının` biyikligi.

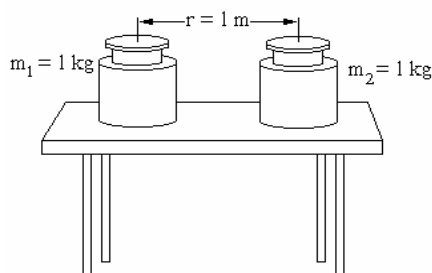
3) Jer menen Ay arasındag`ı qashıqlıq.

Endi joqarıda keltirilgen formulalar tiykarında Jerdin` betindegi gravitatsiyalıq maydanının` kernewliligi N_0 menen potentsialı φ_0 di tabamız. Massası m bolg`an denenin` gravitatsiyalıq maydanının` r qashıqlıqtag`ı kernewliliginin`  $N = Gm/r^2$ , potentsialının` $\varphi = -Gm/r$ ekenligin an`sat keltirip shıg`ara alamız. Al gravitatsiyalıq maydanının` kernewliligi dep

$$\mathbf{N} = \mathbf{F}/m'$$

vektorlıq shamasına aytamız. Bul jerde $\mathbf{F}$ arqalı berilgen noqatqa ornalastırılğ`an massası m' bolg`an denegge ta`sir etiwshi ku`sh belgilengen. Demek N`yutonnın` ekinshi nızamı boyınsha $\mathbf{N} = \mathbf{a}$ eken. Jerdin` betinde bul tezleniw erkin tu`siw tezleniwine ten` ( $a = g$ ). Solay etip  $N_0 = g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$ . Al gravitatsiya maydanının` Jer betindegi potentsialı

$$\varphi_0 = N_0 r = -9.8 \cdot 6.4 \cdot 10^6 \text{ Dj/kg} = -6.2 \cdot 10^7 \text{ Dj/kg}.$$



54-su`wret. Gravitatsiya turaqlısının` fizikalıq ma`nisin tu`sindiriwge arnalğ`an su`wret.

S.Xoking: Bizin` ha`zirgi teoriyalarımız benen N`yutonnın` tartılıs teoriyası arasında hesh qanday ayırma joq. Ha`zirgi teoriyalar tek a`dewir quramalıg`ı menen ayrılıp turadı. Biraq olardıń` barlıg`ı da bir na`rseni an`latadı.

**Orbitaları ellips, parabola ha`m giperbola ta`rizli bolg`an qozg`alıslar sha`rtleri.** Traektoriyası ellips ta`rizli bolg`an planetanın` (Jerdin` jasalma joldasının`) qozg`alısları finitlik

dep ataladı. Bunday jag`dayda planeta ken`isliktin` sheklengen bo`leginde qozg`aladı. Kerisinshe, parabolalıq ha`m giperbolalıq orbitalar boyınsha planetalar infinitli qozg`aladı. Bul jag`dayda planetalar ken`islikte sheksiz u`lken aralıqlarg`a qashıqlasadı. Sonlıqtan planetalar qozg`alıslarının` finitlik yamasa infinitlik sha`rtlerin anıqlaw za`ru`rligi kelip shıg`adı.

Eger E arqalı planetanın` tolıq energiyası belgilengen bolsa, onda

$$\frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{r} = E = \text{const.} \quad (24-8)$$

Quyashtın` kinetikalıq energiyasın esapqa almaymız (yag`nıy Quyash qozg`almaydı dep esaplaymız). Quyashqa salıstırg`anda planetanın` impul`s momentin L ha`ripi menen belgilesek

$$L = mr^2 \dot{\varphi} = \text{const.} \quad (24-9)$$

Bul ten`lemedegi  $\dot{\varphi}$  mu`yeshlik tezlikti jog`altamız. Bunın` ushın tolıq tezlik v nı radial v_r ha`m azimutal  $r\dot{\varphi}$  qurawshılarg`a jikleymız. Na`tiyjede:

$$mv^2/2 = (m/2) v_r^2 + (m/2) r^2 \dot{\varphi}^2 = (m/2) v_r^2 + L^2/(2mr^2). \quad (24-10)$$

Endi $mv^2/2 - GMm/r = E = \text{const}$ ten`lemesi

$$(m/2) v_r^2 - GMm/r + L^2/(2mr^2) = E = \text{sonst} \quad (24-11)$$

yamasa $(m/2) v_r^2 + V(r) = E = \text{sonst}$ tu`rine enedi.

Bul formulada

$$V(r) = -G \frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} \quad (24-12)$$

potentsial energiya bolıp tabıladı. Kinetikalıq energiya $(m/2)v_r^2 > 0$. Sonlıqtan baylanısқан haldın` ju`zege keliwi ushın barlıq waqıtta $V(r) \leq E$ ten`sizligi orınlanadı.

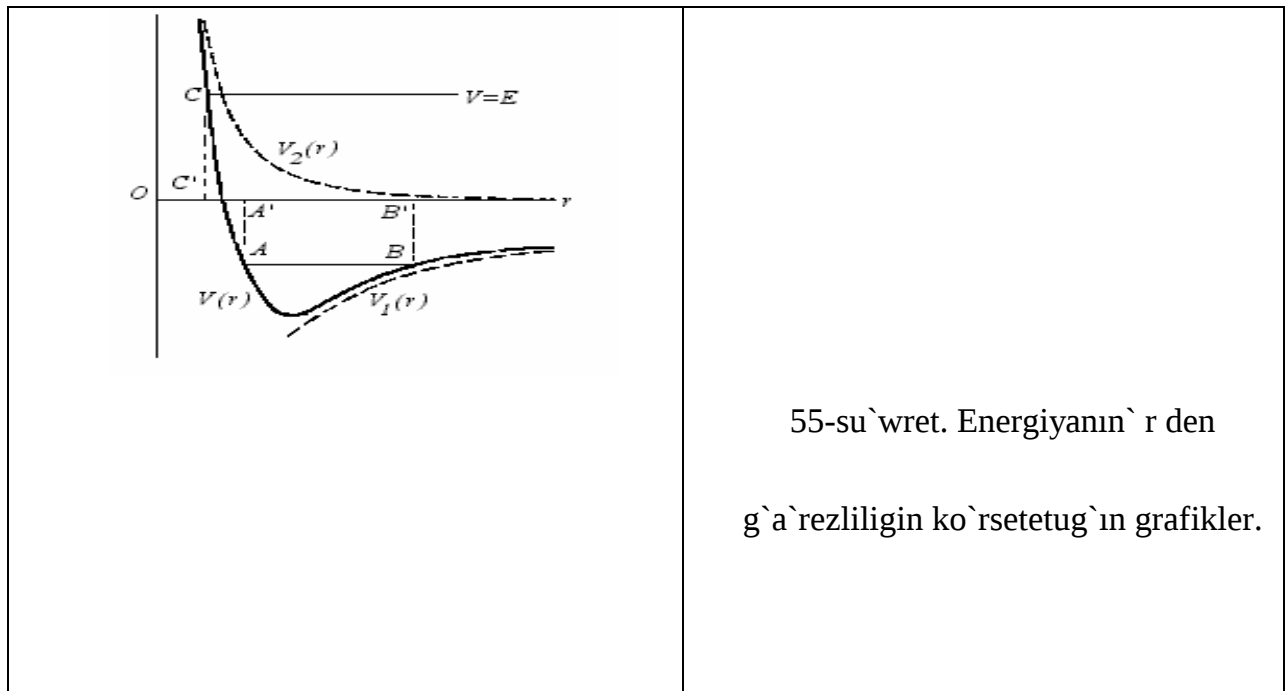
Joqarıda alıng`an ten`leme radial tezlik bolg`an  $v_r$  belgisizine iye boladı. Formal tu`rde bul keyingi ten`lemege noqatın` bir o`lshemli bolg`an radial bag`ıttag`ı qozg`alısının` ten`lemesi sıpatında qarawg`a boladı.

Endi ma`sele  $V(r)$  potentsial energiyasına iye bir o`lshemli qozg`alstın` finitlik yamasa infinitlik sha`rtlerin tabıwdan ibarat boladı. Sol maqsette

$$V(r) = -G \frac{Mm}{r} + \frac{L^2}{2mr^2}, \quad V_1(r) = -G \frac{Mm}{r} \quad V_2(r) = \frac{L^2}{2mr^2} \quad (24-13)$$

funktsiyaların` grafiklerin qaraymız. L di nolge ten` emes dep esaplaymız. $r \rightarrow 0$ de $V_2(r)$ $V_2(r)$ ge salıstırg`anda sheksizlikke tezirek umtıladı. Kishi r lerde  $V(r)$  funktsiyası o`n` ma`niske iye boladı ha`m  $r \rightarrow 0$  de sheksizlikke asimptota boyınsha umtıladı. Kerisinshe eki funktsiyanın` qosındısı (su`wrette tutas sızıq) eger $r \rightarrow \infty$ te bul funktsiya asimptota boyınsha nolge umtıladı.

Na`tiyjede  $E > 0$  bolg`an jag`daylarda giperbolalıq,  $E = 0$  bolg`anda parabolalıq ha`m  $E < 0$  bolg`anda ellips ta`rizli orbita menen qozg`alstın` orın alatug`ınıg`ın da`lillewge boladı.



Demek oraylıq maydanda qozg`alıwshı denelerden` traektoriyaları olardıń energiyasına baylanıslı boladı eken.

Baylanısqa hal tek g`ana baylanıs energiyasının` (potentsial energiyanın`) ma`nisi nolden kishi bolg`anda orın aladı. Al baylanıs energiyasının` nolden u`lken ma`nislerine iytirilıs ku`shleri sa`ykes keledi.

$$r \rightarrow \infty \text{ de } V(r) = 0, \text{ sonlıqtan } E = -GMm/r + mv^2/2 = (m/2)*v_{\infty}^2.$$

Demek giperbolalıq qozg`alısta materiallıq dene sheksizlikke shekli  $v$ , tezligi menen jetip keledi. Al parabolalıq qozg`alısta nollik tezlik penen (sebebi $E = 0$ ha`m sa`ykes $v_{\infty} = 0$). Parabolalıq qozg`alıw ushın materiallıq noqatqa beriliwi kerek bolg`an da`slepki tezlik parabolalıq tezlik dep ataladı.

$$\frac{mv_{\pi}^2}{2} - G \frac{Mm}{r_0} = E = 0 \quad (24-14)$$

ten`lemesinen

$$v_{\pi} = \sqrt{2G \frac{M}{r_0}}. \quad (24-15)$$

Parabolalıq tezlik «shen`ber» ta`rizli tezlik v_{sh} menen a`piwayı baylanısqa iye. Quyashtın` do`gereginde shen`ber ta`rizli orbita boyınsha qozg`alatug`ın planeta usınday tezlikke iye boladı. Bunday tezliktin` shaması mv_{sh}^2/r_0 orayg`a umtılwshı ku`sh GMm/r_0^2 gravitatsiyalıq ku`sh penen ten` bolg`an sha`rt orınlang`anda alınadı.

$$v_{\pi} = \sqrt{G \frac{M}{r_0}}. \quad (24-16)$$

Demek

$$v_{\pi} = v_{\pi} \sqrt{2}. \quad (24-17)$$

Orbitalardıń parametrlerin esaplaw. Planetanın` ellips ta`rizli orbitasının` uzın ha`m kishi ko`sherlerin energiyanın` ha`m impul`s momentinin` saqlanıw nızamları ja`rdeminde anıqlaw mu`mkin. Perigeliy R ha`m afeliy A noqatlarında planetalardıń radial tezligi nolge ten`. $v_r = 0$ dep esaplap

$$(m/2) v_r^2 - GMm/r + L^2/(2mr^2) = E = \text{sonst} \quad (24-18)$$

ten`lemesinen sol noqatlar ushın

$$v^2 - GMm/r + L^2/(2mE) = 0 \quad (24-19)$$

anlatpasın alamız. $E < 0$ bolg`anda bul tenleme eki haqıyqıy on`ma`niske iye  $r_1$  ha`m r_2 tu`birlerine iye boladı. Sol tu`birlerdin` biri perigeliy R noqatına, ekinshisi A afeliy noqatına sa`ykes keledi. $r_1 + r_2$ qosındısı ellipstin` u`lken ko`sherinin` uzınlıg`ına ten`. Bul uzınlıqtı $2a$ dep belgilep

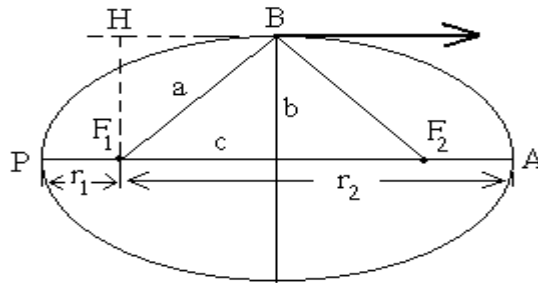
$$2a = r_1 + r_2 = -GMm/E = -GM/\varepsilon. \quad (24-20)$$

Bul formuladag`ı  $\varepsilon = E/m$  - planetanın` massa birligine sa`ykes keliwshi tolıq energiyası. Ellips boyınsha qozg`alı ushın $\varepsilon < 0$ bolg`anlıqtan keyingi jazılğ`an an`latpa on`ma`niske iye.

Shen`ber ta`rizli orbitalar ellips ta`rizli orbitalardan  $r_1 = r_2 = r$  bolg`an jag`dayda alınadı. Bunday jag`dayda $2E = GMm/r$ yamasa $2E = U$. Bul an`latpanı $E = U - E$ dep jazıp, $E = K + U$ qatnasınan paydalanıp

$$E = -K \quad (24-21)$$

ekenligin` jaga alamız. Demek shen`ber ta`rizli orbita boyınsha qozg`alısta tolıq ha`m kinetikalıq energiyalardın` qosındısı nolge ten`.



56-su`wret. Orbitanın` parametrlerin` anıqlaw ushın qollanılutug`ın su`wret.

Endi ellipstin` kishi ko`sheri b nın` uzınlıg`ın tabamız. Bul ma`seleni sheshiw ushın energiyadan basqa planetanın` impul`s momenti ha`m onın` sektorlıq tezligi  $\omega = \dot{\sigma}$  kerek. tek energiyanın` ma`nisi arqalı kelip shıg`atug`ın ellipstin` u`lken ko`sheri belgili dep esaplaymız. Meyli V kishi ko`sherdin` ellips penen kesilesetug`ın noqatlardın` biri bolsın. F_1 ha`m  $F_2$  noqatlarınan ellipstin` qa`legen noqatına shekemgi aralıqlardın` qosındısı turaqlı ha`m  $2a$  g`a ten` bolatug`ınlıg`ınan  $F_1V = a$  ekenligi kelip shıg`adı. V noqatındag`ı sektorlıq tezlik

$$\sigma = vb/2$$

b F_1N perpendikulyarının` uzınlıg`ına ten`.  $V$  noqatındag`ı tezlik v energiya ten`lemesi ja`rdeminde anıqlanadı. $r = a$ dep shamalap

$$\frac{v^2}{2} - G \frac{M}{a} = \varepsilon.$$

Bul formulag`a $\varepsilon = E/m$ ekenligi esapqa alıp

$$b = 2\sigma \sqrt{\frac{a}{GM}}$$

Kosmoslıq tezlikler. Joqarıda keltirilip o`tilgen finitli ha`m infinitli qozg`alıslar teoriyası Jerdin` jasalma joldaslarının` ushıwı ushın da qollanılwı mu`mkin.

Jerdin` jasalma joldasının` massasın m al Jerdin` massasın  $M$  ha`ripi menen belgileyemiz.

Jerdin` awarlıq maydanındag`ı jasalma joldastın` yamasa kosmos kemesinin` tolıq energiyası

$$E = \frac{mv^2}{2} - G \frac{Mm}{r}, \quad (24-22)$$

yamasa $E = mv^2/2 - mrg_{abs}$ (sebebi $GMm/r = mrg_{abs}$, endigiden bilay g_{abs} nın ornına tek g ha`ripin jazamız).

Eger E nın ma`nisi teris bolsa qozg`alıs finitlik boladı ha`m kosmos kemesi ellips ta`rizli orbita boyınsha qozg`aladı. Shen`ber ta`rizli qozg`alısta

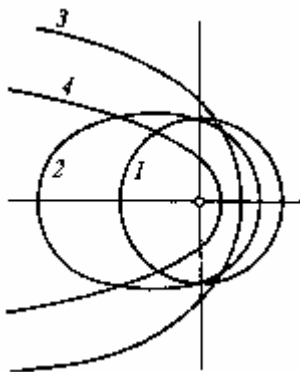
$$v_{III} = \sqrt{G \frac{M}{r}} = \sqrt{gr}. \quad (24-23)$$

Bul an`latpadag`ı r - Jer sharı radiusı bolg`anda alıng`an tezlikti *birinshi kosmoslıq tezlik* dep ataymız (shama menen 7,8 km/s qa ten`).

Qozg`alıs infinitli bolıwı ushın  $E$  nın en` kishi ma`nisi nolge ten` boladı. Bunday jag`dayda tezligi

$$v_{II} = \sqrt{2gr} = v_{III} \sqrt{2} \approx 11.2 \text{ km/c} \quad (24-24)$$

bolg`an parabola ta`rizli orbita boyınsha qozg`alıs orın aladı. Bunday tezlikti *parabolalıq* yamasa *ekinshi kosmoslıq tezlik* dep ataymız.



57-su`wret. Noqatlıq dene maydanında qozg`alıstın`

mu`mkin bolg`an traektoriyaları.

1-shen`ber, 2-ellips, 3-parabola, 4-giperbola.

$E > 0$ bolsa ha`m kosmos korablinin` baslang`ısh tezligi parabolalıq tezlikten joqarı bolg`anda qozg`alıs giperbolalıq qozg`alısqa aylanadı.

Shar ta`rizli denenin` gravitatsiyalıq energiyası. Meyli radiusı R , al massası M bolg`an shar berilgen bolsın. Usı shardı qurawshı bo`lekshelerdin` o`z-ara ta`sirlesiwine gravitatsiya maydanının` energiyası sa`ykes keledi. Bunday energiyanı gravitatsiyalıq energiya dep ataymız. Gravitatsiyalıq energiyanın` ma`nisi sol bo`leklerdi bir birinen sheksiz uzaqlasqan aralıqlarg`a ko`shirgende islengen jumısqa ten`. Bul jag`dayda tek g`ana gravitatsiyalıq ta`sirlesiwdi qarawımız kerek.

Esaplawlardı an`satlastırıw ushın shar boyınsha massa ten` o`lshewli tarqalg`an dep esaplaymız ha`m bul jag`dayda tıg`ızlıq  $\rho = 3M/4\pi R^3$  formulası menen anıqlanadı. Bo`lekshelerdi shardan sharlıq qatlamlar boyınsha uzaqlastırg`an an`sat boladı. Sheksiz u`lken qashıqlıqlarg`a uzaqlastırılğ`an qatlamlar endi uzaqlastırılutug`ın qatlamlarg`a ta`sir etpeydi.

Oraydan qashıqlıg`ı  $r$ , qalın`lıg`ı  $dr$  bolg`an qatlamdag`ı massa  $\rho 4\pi R^2 dr$  ge ten`. Bul qatlamdı uzaqlastırg`anda og`an radiusı r bolg`an shar ta`sir etedi. Qashıqlastırıw jumısı

$$dU_{rp} = -\frac{G}{r} \frac{4\pi r^3}{3} \rho R \pi r^2 dr \quad (24-25)$$

ge ten`. Bul an`latpanı $r = 0$ den $r = R$ ge shekemgi aralıqta integrallap shardıń tolıq gravitatsiyalıq energiyasın alamız:

$$U_{rp} = -G \frac{16\pi^2 \rho^2}{3} \int_0^R r^4 dr = -G \frac{16}{15} \pi^2 \rho^2 R^5. \quad (24-26)$$

$\rho = 3M/4\pi R^3$ ekenligin esapqa alsaq

$$U_{rp} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (24-27)$$

an`latpası kelip shıg`adı. Bul shardı qurawshı massa elementlerinin` o`z-ara ta`sirlesiwine sa`ykes keliwshi gravitatsiyalıq energiya bolıp tabıladı.

Gravitatsiyalıq radius. M massasına iye denenin` tınıshlıqtag`ı energiyası Mc^2 qa ten`. Bir birinen sheksiz qashıqlasqan materiallıq noqatlar jıynalıp usı deneni payda etken jag`dayda sarıp etilgen gravitatsiyalıq maydan energiyası tolıg`ı menen denenin` tınıshlıqtag`ı energiyasına aylanğ`an joq pa? degen soraw tuwıladı. Materianı sharg`a toplağ`anda gravitatsiya maydanının` energiyası  $U_{gr} = -(3/5)GM^2/R$  shamasına kemeyedi, al payda bolğ`an shar sa`ykes energiyag`a iye bolıwı kerek.

Shardıń radiusın esaplaw ushın gravitatsiyalıq energianı tınıshlıq massası energiyasına ten`ew kerek (sanlıq koeffitsientlerin taslap jazamız)

$$G \frac{m^2}{r_r} = Mc^2. \quad (24-28)$$

Bul an`latpadan

$$r_r = G \frac{M}{c^2}. \quad (24-29)$$

Bul shama gravitatsiyalıq radius dep ataladı.

Mısal retinde massası $M = 6 \cdot 10^{24}$ kg bolğ`an Jer ushın gravitatsiyalıq radiustı esaplaymız. Na`tiyjede 0.4 sm shamasın alamız. Demek gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massası energiyasına ten` bolıwı ushın Jerdi diametri shama menen 1 sm bolğ`an sharg`a aylanğ`anday etip qısamız. Al, haqıyqatında Jerdin` diametri shama menen  $10^9$  sm ge ten`. Aling`an na`tiyje Jerdin` ulıwmalıq energetikalıq balansında (bul balansqa tınıshlıq massasının` energiyası da kiredi) gravitatsiyalıq energiya esapqa almaslıqtay orındı iyeleydi. Tap sonday jag`day Quyash ushın da orınlanadı. Onın` gravitatsiyalıq radiusı 1 km dey, al radiusının` ha`zirgi waqıtlarındag`ı haqıyqat ma`nisi 700 mın` km dey.

**A`lemnin` o`lshemleri.** Astronomiyada gravitatsiyalıq energiyası tınıshlıq massasının` energiyasına barabar ob`ektler de bar. Sol ob`ektler ishine A`lemnin` o`zi de kiredi.

Baqlaw na`tiyjeleri tiykarında A`lemnin` ortasha tıg`ızlıg`ın tabıw mu`mkin. Ha`zirgi waqıtları ortasha tıg`ızlıq $\rho \approx 10^{-25}$ kg/m³ = 10^{-28} g/sm³ dep esaplanadı. Demek A`lem tek protonlardan turatug`ın bolğ`anda 1 m<sup>3</sup> ko`lemde shama menen 100 proton bolıp, olar arasındag`ı ortasha qashıqlıq 30 sm ge ten` bolğ`an bolar edi.

Endi shardıń ishinde jaylasqan massanın` energiyası gravitatsiyalıq energiyag`a ten` bolatug`ınday etip A`lemnin` radiusın esaplaymız. Shardıń massası M $\rho_0 R_0^3$ qa proporsional bolğ`anlıqtan $r_g = GM/c^2$ formulası bilay jazıladi

$$R_0 \approx G \frac{\rho_0 R_0^3}{c^2}. \quad (24-30)$$

Bul formuladan

$$R_0 \approx c / \sqrt{G\rho_0} \approx 10^{26} \text{ m} = 10^{28} \text{ cm}. \quad (24-31)$$

Solay etip biz esaplap atırg`an **A`lemnin` gravitatsiyalıq radiusı ha`zirgi waqıtları A`lemnin` radiusı ushın qabıl etilgen shamag`a ten`** bolıp shıqtı (bul haqqında to`mende ja`ne de ga`p etiledi). Ulıwmalıq salıstırmalılıq teoriyasınan bazı bir sha`rtlerde A`lemnin` o`lshemlerinin` shekli ekenligin tastıyıqlaw barlıq fizikalıq protsessler shekli ko`lemde tuyıqlang`an ha`m sırtqa shıqpaydı degendi an`latadı. Mısalı jaqtılıq nurı bul ko`lemn shıg`ıp kete almaydı. Sonın` menen birge esaplawlar gravitatsiyalıq radiustın` shamasınan g`a`rezsiz sol radiustın` ishinen sırtqa shıg`a almaytug`ınlıg`ın ko`rsetedi. Radiusı gravitatsiyalıq radiustan kem bolg`an, eksperimentte ele ashılmag`an astronomiyalıq ob`ektler **«qara qurdımlar»** dep ataladı.

Jerdin` “qara qurdım” g`a aylanıwı ushın onın` radiusının` qanday bolıwının` kerekligin esaplayıq. Massası  $m_2$  ge ten` dene qozg`almaydı, al massası  $m_1$  ge ten` dene onın` do`gereginde 4 radiuslı orbita boyınsha qozg`aladı dep qabıl eteyik. Tartılıs energiyası menen kinetikalıq energiyanı ten`lestirip $m_1 m_2 / r = m_1 v^2 / 2$ ten`ligin alamız.

Eger usı ten`likti Jer ha`m jaqtılıq ushın paydalanatug`ın bolsaq

$$G \frac{m_2}{r} = \frac{c^2}{2}$$

ten`ligin alamız. Bul an`latpadag`ı s jaqtılıq tezligi,  $m_2$  Jerdin` massası ha`m  $r$  Jerdin` radiusı. Demek

$$r < 2G \frac{m_2}{c^2}$$

bolıwı kerek. San ma`nislerin orınlarına qoysaq $r \approx 0.8$ sm ekenligine iye bolamız.

Quyashtı qara qurdımg`a aylandırıw ushın onın` radiusın 3 km ge shekem kishireytiw kerek.

Bul na`tiyjelerden «qara qurdımlardıń» tıg`ızlıg`ının` og`ada u`lken bolıwı kerek degen na`tiyje kelip shıqpaydı. Bug`an joqarıda keltirilgen bizin` a`lemimizdin` gigant u`lken bolg`an «qara qurdım» ekenligi da`lil bola aladı.

A`lemnin` kritikalıq tıg`ızlıg`ın esaplaw. Ha`zirgi kosmologiyalıq modeller boyınsha A`lemnin` geometriyası onın` tolıq energiyasına baylanıslı. Usıg`an baylanıslı u`sh jag`daydın` orın alıwı mu`mkin:

$\frac{v^2}{2} > G \frac{M}{r}$	Tolıq energiya nolden u`lken, sonlıqtan bul jag`dayda A`lem sheksiz ken`eye beredi (ashıq A`lem). $r \rightarrow \infty$ te $v > 0$.
$\frac{v^2}{2} = G \frac{M}{r}$	Tolıq energiya nolge ten`, bul jag`dayda da A`lem sheksiz ken`eye beredi (ashıq A`lem). $r \rightarrow \infty$ te $v = 0$.
$\frac{v^2}{2} < G \frac{M}{r}$	Tolıq energiya nolden kishi. A`lemnin` ken`eyiwi qısılıwg`a aylanadı (jabıq A`lem). $r \rightarrow \infty$ orın almaydı.

A`lemdegi qalegen 1- ha`m 2- noqatları bir birinen usı noqatlar arasındag`ı qashıqlıq  $r_{12}$  ge proporsional tezlik  $v_{12}$  penen o`sedı, yag`nıy

$$v_{12} = H * r_{12}$$

Bul an`latpada  $N$  arqalı Xabbl turaqlısı belgilengen. Bul shamanın` ha`zirgi waqıtlardag`ı ma`nisi $N \approx 65 \pm 15 \text{ km}/(\text{s} * \text{Mpk}) \approx 21 * 10^{-19} \text{ s}$.

Olay bolsa

$$\frac{4}{3} * \frac{3}{4} * \frac{\pi}{\pi} * H^2 * \frac{r^2}{2} = GM$$

Bul an`latpada M arqalı A`lemnin` massası belgilengen.  $\rho_{\text{крит}} = M/V$  ha`m $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ekenligin esapqa alsaq

$$\rho_{\text{крит}} = M/V = \frac{3}{8} \frac{H^2}{\pi G} \approx 8,4 * 10^{-30} \frac{\Gamma}{\text{cm}^3} \approx 10^{-29} \frac{\Gamma}{\text{cm}^3}$$

ekenligine iye bolamız.

Kritikalıq tıg`ızlıqtın` bul shaması ha`zirgi waqıtları qabıl etilgen astrofizikalıq na`tiyjelerge sa`ykes keledi (bul haqqında joqarıda ga`p etildi).

**Ma`sele:** Astronomlar ta`repinen anıqlang`an eki noqatının` koordinataları ja`rdeminde planetanın` ellips ta`rizli orbitasın sızıw.

Ellipstin` ten`lemesi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Bul jerde a arqalı ellipstin` u`lken yarım ko`sheri, al b arqalı ellipstin` kishi yarım kosheri belgilengen.

Bul ten`lemeden

$$y^2 = b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)$$

ekenligine iye bolamız.

Berilgen noqatlardıń koordinataları boyınsha

$$\frac{y_1^2}{y_2^2} = \frac{1 - \frac{x_1^2}{a^2}}{1 - \frac{x_2^2}{a^2}} = \frac{a^2 - x_1^2}{a^2 - x_2^2}.$$

Bunnan

$$a^2(y_1^2 - y_2^2) = y_1^2 * x_2^2 - y_2^2 * x_1^2 \text{ ha`m } a = \pm \sqrt{\frac{y_1^2 x_2^2 - y_2^2 x_1^2}{y_1^2 - y_2^2}}.$$

Sonlıqtan

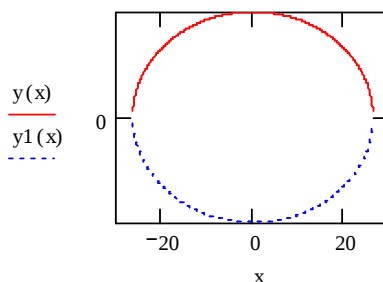
$$b = \pm \sqrt{\frac{y_1^2}{1 - x_1^2/a^2}}.$$

Endi usı formulalar boyınsha Mathcad tın` ja`rdeminde esaplawlar ju`rgizemiz (alınd`an formulalardag`ı  $\pm$  belgilerinin` ornına + belgisi alınd`an):

$$x1 := 0 \quad y1 := 30 \quad x2 := 25 \quad y2 := 10$$

$$a := \sqrt{\frac{(y1^2 * x2^2 - y2^2 * x1^2)}{y1^2 - y2^2}} \quad b := \sqrt{\frac{y1^2}{1 - \frac{x1^2}{a^2}}} \quad a = 26.517 \quad b = 30$$

$$y(x) := \left(b^2 - b^2 * \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad y1(x) := - \left(b^2 - b^2 * \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$



Materiallıq denenin` ko`leminin` sheksiz kishi elementi massası usı denenin` tıg`ızlıg`ı menen sheksiz kishi elementtin` ko`leminin` ko`beymesine ten` materiallıq noqat dep qabıl etiledi.

Shar ta`rizli denenin` maydannı materiallıq noqattın` maydanına aralıqtın` kvadratına baylanışlı kemeyetug`ın barlıq ku`shler ushın (sonın` ishinde Kulon nızamı boınsha ta`sir etetug`ın elektrlik ku`shler ushın da) almasırw mu`mkin (yag`nıy ku`sh aralıqtın` kvadratına kerip proporsional kemeyiwi orın alg`an jag`daylarda).

Salmaq ku`shin esaplag`anda materiallıq denenin` ishindegi quwıshıqtı tutas denedegi «teris belgige iye massa» dep qaraw mu`mkin.

Orbitanın` ha`r bir noqatındag`ı tartılıs ku`shin eki qurawshıg`a jiklew mu`mkin: tezlik bag`ıtındag`ı tangensial ha`m tezlikke perpendikulyar bolg`an normal ku`shler. Tangensial qurawshı planetanın` tezliginin` absoabsolyut ma`nisin, al normal qurawshı tezliktin` bag`ıtın o`zgerledi.

Oraylıq ku`shler maydanında qozg`alıwshı denenin` orbitasınıń forması denenin` tolıq energiyası boyınsha anıqlanadı.

- Sorawlar:
1. Oraylıq ku`shlerdin` barlıq waqıtta potentsial ku`shler ekenligin da`lilley alasızba?
 2. Sferalıq jaqtan simmetriyalı shar ta`rizli denenin` gravitatsiyalıq energiyası nege ten`?
 3. Gravitatsiyalıq radius degenimiz ne?
 4. Jer menen Quyashtın` gravitatsiyalıq radiusları nege ten`?
 5. «Qara qurdımlar» degenimiz ne? Usınday ob`ektlerdin` bar ekenligi haqqında da`liller barma?
 6. Oraylıq maydandag`ı qozg`alıstın` tegis qozg`alıs ekenligi qalay da`lillenedi?
 7. Keplerdin` ekinshi nızamı qaysı saqlanıw nızamının` na`tiyjesi bolıp tabıladı?
 8. Noqatlıq denenin` tartılıs maydanında qozg`alg`anda materiallıq noqat qanday traektoriyalarg`a iye bolıwı mu`mkin?

25. Eki dene mashqalası

1. Keltirilgen massa.
2. Massalar orayı sistemasına o`tiw.
3. Tasıwlar ha`m qaytıwlar.

Keltirilgen massa. A`dette pu`tkil du`n`yalıq tartılıs nızamın talqılag`anda Quyashtı, sol sıyaqlı gravitatsiyalıq maydannın` tiykarg`ı deregi bolg`an u`lken massalı denelerdi

qozg`almaydı dep esaplanadı. Bul bir dene mashqalası bolıp tabıladı ha`m, a`lbette, durıs emes na`tiyjelerge alıp keledi.

Eger eki dene qaralsa, sonday-aq olardıń massası bir birine barabar bolsa, onda ol ob`ektlerdin` hesh birin de qozg`almaydı dep qarawg`a bolmaydı. Mısal retinde qos juldızdı ko`rsetiw mu`min. Al Jer menen Aydıń qozg`alısın qarag`anda da Jerdi qozg`almay turg`an ob`ekt dep qaraw a`dewir sezilerliktey qa`telerge alıp keledi. Sonlıqtan da bir biri menen ta`sir etisiwshi eki denenin` de qozg`alısın esapqa alıwg`a tuwra keledi. Bul eki dene mashqalası dep ataladı.

Meyli massaları m_1 ha`m  $m_2$  bolg`an eki dene bir biri menen tartısıw ku`shi arqalı ta`sir etisetug`ın bolsın. Inertsial esaplaw sistemasındag`ı olardıń qozg`alıs ten`lemesi to`mendegidey boladı:

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dr_1^2}{dt^2} &= G \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r, \\ m_2 \frac{dr_2^2}{dt^2} &= G \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r, \end{aligned} \quad (25-1)$$

bul jerde $r = r_2 - r_1$ o`z ara ta`sir etisiwshi denelerdi tutastratug`ın ha`m m_1 nen m_2 ge qarap bag`ıtlang`an vektor. Radius vektori

$$r_{M.O} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \quad (25-2)$$

bolg`an massa orayı noqatının` tuwrı sıızılı ha`m ten` o`lshewli qozg`alatug`ınlıg`ı ha`m  $m_1$  menen  $m_2$  massalarınin` massa orayı sistemasındag`ı impul`slarının` qosındısı nolge ten` ekenligi anıq. Qa`legen inertsiallıq sistemada (sonın` ishinde massa orayı menen baylanısqa sistemada) bul massalardıń impul`s momenti saqlanadı.

Biraq, eki dene ma`selesin sheshiw massa orayı menen baylanısqa sistemada emes, al sol eki denenin` birewi menen baylanısqa esaplaw sistemasında sheshken qolaylıraq. Sonın` ushın bul jag`dayda eki dene mashqalası bir dene mashqalasına alıp kelinedi. Bul maqsette (25-1)-ten`lemelerdi  $m_1$  ha`m m_2 massalarına bo`lemiz ha`m ekinshisin birinshisin alamız. Bunday jag`dayda

$$\frac{d^2}{dt^2}(r_2 - r_1) = \frac{d^2 r}{dt^2} = - \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) * G * \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r. \quad (25-3)$$

Qawsırma belgisi ishinde turg`an keri massalardı

$$\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \frac{1}{\mu} \quad (25-4)$$

dep belgileymiz. Bul jerde μ -keltirilgen massa dep ataladı. Bunday jag`dayda (25-3) bılay jazıladı:

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} * \frac{1}{r} * r. \quad (25-5)$$

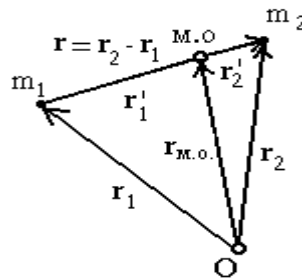
Bul bir dene mashqalası ten`lemesi bolıp tabıladı. Sebebi belgisiz shama tek bir  $r$  vektori bolıp tabıladı. Bul jag`dayda ta`sir etisiw  $m_1$  ha`m m_2 massaları arasında boladı, al inertsiallıq qa`siyet keltirilgen massa  $\mu$  arqalı anıqlanadı. Bir dene ma`selesin sheshkende denelerdin` biri qozg`almaydı dep esaplanadı, usı dene esaplaw sistemasının` basında jaylasadı, al ekinshi denenin` qozg`alısı birinshisine salıstırıw arqalı anıqlanadı.

**Massalar orayı sistemasına o`tiw.** (25-5) ti sheshiwdin` na`tiyjesinde  $r = r(t)$  baylanısı alınadı. Bunnan keyin massalar orayı sistemasında eki denenin` de traektoriyasın anıqlawg`a mu`minshilik tuwadı. Eger m_1 ha`m  $m_2$  massalarınin` radius-vektorların sa`ykes  $r_1$  ha`m r_2 arqalı belgileymiz. Su`wrette ko`rsetilgen jag`dayg`a sa`ykes

$$r_1' = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}, \quad r_2' = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}. \quad (25-6)$$

Bul an`latpalardın` ja`rdeminde ja`ne $r(t)$ g`a`rezlilikin bile otırıp $r_1(t)$ ha`m  $r_2(t)$  lardı sıızıw mu`mkin. Eki denenin` de traektoriyası massa orayına salıstırğ`andag`ıg`a uqsas boladı. Bul uqsaslıqtın` qatnası massalardın` qatnasına ten`.

**Tasıwlar ha`m qayıwlar.** Bir tekli emes gravitatsiyalıq maydanda qozg`alg`anda deneni deformatsiyalawg`a qaratılğ`an ku`shler payda boladı ha`m sog`an sa`ykes deneler deformatsiyalanadı. Meyli ha`r qaysısının` massası  $m$  ge ten` bolğ`an ha`m salmag`ı joq prujina menen tutastırılğ`an u`sh materiallıq noqat olardın` orayların tutastıratug`ın tuwrı bag`ıtında bir tekli emes tartılıs maydanında erkin qulaytug`ın bolsın. Olarg`a ta`sir etetug`ın salmaq ku`shleri o`z-ara ten` emes. Joqarg`ı noqat to`mengi noqatqa salıstırğ`anda kemirek tartıladı. Su`wrette ko`rsetilgen jag`dayg`a to`mendegidey jag`day ekvivalent: u`sh denege de ortan`g`ı denege ta`sir etkendey shamadag`ı ku`sh ta`sir etedi, al joqarıdag`ı denege qosımsha joqarıg`a, al to`mendegisine to`menge qaray bag`ıtlang`an ku`sh ta`sir etedi. Sonlıqtan prujina sozılıwı kerek. Demek **bir tekli emes tartılıs maydanı usı bir tekli emeslik bag`ıtında sozıwg`a tırsadı.** Ma`selen Quyash Jerdi orayların tutastıratug`ın tuwrı bag`ıtındı sozadı. Tap sonday effektı Jerde Ay da payda etedi. Effektin` shaması tartılıs ku`shine emes, al usı ku`shtin` o`zgeriw tezligine baylanıslı.



58-su`wret. Eki denenin` qozg`alısq`ı haqqındag`ı ma`seleni sheshiw ushın qollanılatus`ın su`wret.

Quyashtıń do`geregindegi planetanın` qozg`alısq`ı erkin tu`siw (qulaw) bolıp tabıladı. Planeta menen Quyashtıń orayların tutastıratug`ın tuwrıg`a perpendikulyarg`a urınba bag`ıtındag`ı tezliginin` bar bolğ`anlıg`ı sebepli planeta Quyashqa qulap tu`speydi.

Shar ta`rizli denenin` maydanında oraydan r qashıqlıg`ındag`ı tartılıs ku`shi  $G = -GMm/r^2$ . Bul ku`shtin` aralıqqa baylanıslı o`zgeriwi $(dF/dr) = 2GMm/r^3$. Quyash penen Aydıń Jerdegi tartılıs maydanı ushın $2GM_{\text{Quyash}}m/r^3 = 0,8 \cdot 10^{-13} \text{ 1/s}^2$, $2GM_{\text{Ay}}m/r^3 = 1,8 \cdot 10^{-13} \text{ 1/s}^2$. Solay etip Ay ta`repten Jerge ta`sir etiwshi «deformatsiyalawshı» ku`sh Ku`n ta`repten ta`sir etiwshi ku`shke qarag`anda shama menen eki ese artıq eken.

Bul «deformatsiyalawshı» ku`sh Jerdin` qattı qabıg`ın sezilerliktey o`zgertpeydi. Biraq okeanlardag`ı suwdın` forması a`dewir o`zgeriske ushıraydı. Tartılıs ku`shinin` bir teksizligi bag`ıtında okean qa`ddi ko`teriledi, al og`an perpendikulyar bag`ıtta okeannın` qa`ddi to`menleydi. Jer o`z ko`sheri do`gereginde aylanatug`ın bolğ`anlıqtan qa`ddi ko`terilgen ha`m to`menlegen aymaqlar da`wirli tu`rde o`zgeredi. Jag`ıslarda bul qubılıs tasıwlar ha`m qayıwlar tu`rinde ko`rinedi. Sutka ishinde eki ret tasıw ha`m eki ret qayıw orın aladı. Eger Jerdin` beti tolıg`ı menen suw menen qaplang`an bolsa esaplawlar boyınsha suwdın` qa`ddi maksimum 56 sm ge o`zgergen bolar edi. Biraq Jer betindegi qurg`aqshılıqtın` ta`sirinde o`zgeris nolden 200 sm ge shekem o`zgeredi.

Tasıwlar gorizontal` bag`ıtlarda suwdın` ag`ısına alıp keledi. Bul qubılıs o`z gezeginde su`ykeliske ha`m energiyanın` sarplanıwına alıp keledi. Sonın` na`tiyjesinde tasıw su`ykelisinin` ta`sirinde Jerdin` aylanıw tezligi kishireyedi.

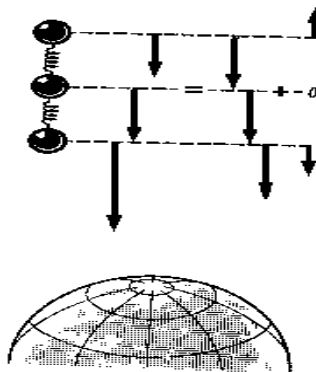
Jerdin` tartılıs maydanında qozg`alg`anlğ`ınan payda bolg`an su`ykelis ku`shlerinin` saldarınan Ay barlıq waqıtta da Jerge bir ta`repi menen qarag`an. Bunday qozg`alısta su`ykelis ku`shleri payda bolmaydı.

Tasıw su`ykelisinin` saldarınan Jer o`z ko`sheri do`gereginde bir ret tolıq aylang`anda onın` aylanıw da`wiri $4,4 \cdot 10^{-8}$ s qa u`lkeyedi. Biraq Jer-Ay sistemasında impul`s momentinin` saqlanıwı kerek. Jer o`z ko`sheri do`gereginde, sonlay-aq Ay Jerdin` do`gereginde bir bag`ıtta aylanadı. Sonlıqtan Jerdin` impul`s momentinin` kishireyiwi olardıń ulıwmalıq massalar orayı do`gereginde aylanıwındag`ı Jer-Ay sistemasının` impul`s momentinin` artıwına alıp keledi. Jer-Ay sistemasının` impul`s momenti

$$M = \mu v r, \quad (25-7)$$

μ - keltirilgen massa, Jer menen Ay arasındag`ı qashıqlıq  $r$  ha`ripi menen belgilengen. Olardıń orbitaların shen`ber ta`rizli dep esaplap

$$Gm_J m_A / r^2 = \mu v^2 / r \quad (25-8)$$

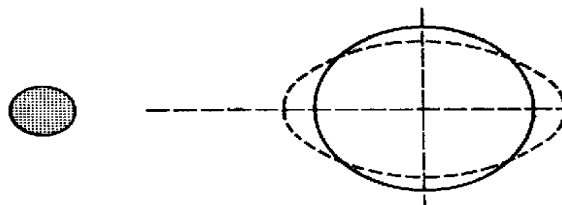


59-su`wret. Tasıw ku`shi tartılıs ku`shinin` qashıqlıqqa baylanıslı o`zgeriwine g`a`rezliligi.

(25-7) ha`m (25-8) den

$$r = M^2 / Gm_J m_A \mu; \quad v = Gm_J m_A / M.$$

Tasıw su`ykelisine baylanıslı  $M$  nin` o`siwi menen Jer menen Ay arasındag`ı qashıqlıq artadı ha`m aydın` Jerdin` do`geregini aylanıp shıg`ıw da`wiri kishireyedi. Ha`zirgi waqıtları qashıqlıqtın` o`siwi 0,04 sm/sut shamasında. Bul az shama bolsa da bir neshe milliard jıllar dawamında Jer menen Ay arasındag`ı qashıqlıqqa salıstırarlıqtay shamag`a shekem o`sedı.



60-su`wret. Jer betindegi tasıwlar menen qaytıwlar Aydın` tartılıs maydanı ta`sirinde bolatug`ınlıg`ın ko`rsetiwshi su`wret. Quyashtın` tartılıs maydanı ta`repinen bolatug`ın tasıwlar menen qaytıwlar bunnan birneshe ese kishi boladı.

Eki dene mashqalası o`z-ara ta`sirlesiw teoriyası ushın ta`sirlesiwdin` en` a`piwayı ma`selesi bolıp tabıladı. Bir qansha jag`daylarda bul mashqala da`l sheshimge iye boladı. U`sh dene mashqalası birqansha quramalı bolıp, bul mashqala analitikalıq tu`rdegi da`l sheshimlerde iye bolmaydı.

- Sorawlar:
1. Ketirilgen massa denelerdin` massasınan u`lken be, kishi me, yamasa sol salar arasındag`ı ma`niske iye me?
 2. Qanday jag`daylarda eki dene mashqalasında ta`sirlesiwshi denelerdin` birin ozg`lmaydı dep qarawg`a boladı?
 3. Massalar orayı sistemasında ta`sirlesiwshi bo`lekshelerdin` traektoriyaları qanday tu`rge iye boladı?
 4. Keltirilgen massanı o`z ishine alıwshı eki dene mashqalasının` qozg`alıs ten`lemesi qanday koordinatalar sistemasında jazılg`an: inertsial koordinatalar sistemasında ma yamasa inertsial emes koordinatalar sistemasında ma?

§ 26. Qattı denelerdegi deformatsiyalar ha`m kernewler

1. Serpimli ha`m plastik deformatsiyalar.
2. Izotrop ha`m anizotrop deneler.
3. Serpimli kernewler.
4. Sterjenlerdi sozıw ha`m qısıw.
5. Deformatsiyanın` basqa da tu`rleri (jıljıw ha`m buralıw deformatsiyaları).
6. Serpimli deformatsiyalardı tenzor ja`rdeminde ta`riplew.
7. Endi deformatsiyalang`an denelerdin` serpimli energiyası.

Barlıq real deneler deformatsiyalanadı. Sırttan tu`sirilgen ku`shler ta`sirinde olar formaların ha`m ko`lemlerin o`zgetedi. Bunday o`zgerislerdi deformatsiyalar dep ataymız. A`dette eki tu`rli deformatsiyanı ayırıp aytadı: **serpimli deformatsiya ha`m plastik deformatsiya**. Serpimli deformatsiya dep ta`sir etiwshi ku`shler jog`alg`annan keyin joq bolıp ketetug`ın deormatsiyag`a ayıladı. Plastik yamasa qaldıq deformatsiya dep ta`sir etiwshi ku`shler jog`alg`annan keyin qanday da bir da`rejede saqlanıp qalatug`ın deformatsiyag`a aytamız. deformatsiyanın` serpimli yamasa plastik bolıwı tek g`ana deformatsiyalanatug`ın denelerdin` materialına baylanıslı bolıp qalmastan, deformatsiyalawshı ku`shlerdin` shamasına da baylanıslı. Eger tu`sken ku`shtin` shaması *serpimlilik shegi* dep atalatug`ın shekten artıq bolmasa serpimli deformatsiya orın aladı. Eger ku`shtin` shaması bul shekten artıq bolsa plastik deformatsiya ju`z beredi. Serpimlik shegi ju`da` anıq bolmag`an shama bolıp ha`r qıylı materiallar ushın ha`r qıylı ma`niske iye.

Qattı deneler **izotrop ha`m anizotrop** bolıp ekige bo`linedi. *Izotrop* denelerdin` qa`siyetleri barlıq bag`ıtlar boyınsha birdey boladı. Al anizotrop denelerde ha`r qanday bag`ıtlar boyınsha qa`siyetler ha`r qıylı. Anizotrop denelerdin` en` ayqın wa`killeri **kristallar** bolıp tabıladı. Sonın` menen birge deneler ayırım qa`siyetlerge qarata anizotrop, al ayırım qa`siyetlerge qarata anizotrop bolıwı mu`mkin.

A`piwayı mısallardı ko`remiz. Sterjennin` deformatsiyalanbastan buring`ı uzınlıg`ı  $l_0$  bolsın, al deformatsiya na`tiyjesinde onın` uzınlıg`ı l ge jetsin. demek uzınlıq o`simi  $\Delta l = l - l_0$ . Bunday jag`dayda

$$\varepsilon = \Delta l / l \quad (26-1)$$

shaması salıstırmalı uzarıw dep ataladı. Al sterjennin` kese-kesiminin` bir birligine ta`sir etiwshi ku`shtin` shamasın

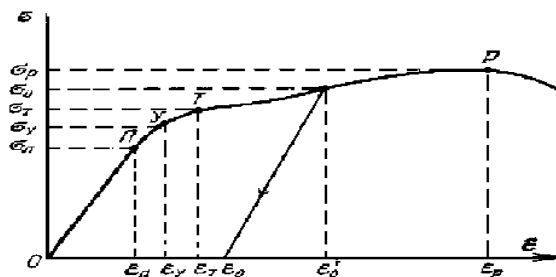
$$\sigma = F / S \quad (26-2)$$

kernew dep ataymız.

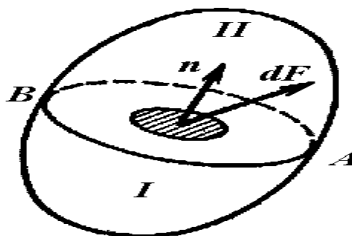
Ulıwma jag`dayda kernew menen deformatsiya arasındag`ı baylanıs su`wrette ko`rsetilgen. :lken emes ku`shlerde kernew  $\sigma$  menen deformatsiya  $\varepsilon$  o`z-ara proporsional. Usınday baylanıs P noqatına shekem dawam etedi. Bunnan keyin deformatsiya tezirek o`sedı. T noqatınan baslap derlik turaqlı kernewde deformatsiya ju`redi. Usı noqattan baslanatug`ın deformatsiyalar oblastı **ag`ıw oblastı** yamasa **plastik deformatsiyalar oblastı** dep ataladı. Bunnan keyin R noqatına shekem deformatsiyanın` o`siwi menen kernew de o`sedı. Aqırğ`ı oblastta kernewdin` ma`nisi kishireyip sterjennin` u`ziliwi orn aladı.

Kernewdin`  $\sigma_u$  ma`nisinen keyin deformatsiya qaytımlı bolmaydı. bunday jag`dayda sterjende **qaldıq deformatsiyalar** saqlanadı.  $\sigma(\varepsilon)$  baylanısındag`ı O- σ_u oblastı berilgen materialdın` **serpimli deformatsiyalar oblastı** dep ataladı.  $\sigma_p$  menen  $\sigma_t$  shamaları arasındag`ı noqat **serpimlilik shagine** sa`ykes keledi. Dene o`zine sa`ykes serpimlilik shagine shekemgi kernewdin` ma`nislerinde serpimlilik qa`siyet ko`rsetedi.

Serpimli kernewler. Deformatsiyag`a ushırag`an denelerdin` ha`r qıylı bo`limleri bir biri menen ta`sirlesedi. Iqtıyarlı tu`rde deformatsiyalang`an deneni yamasa ortalıqtı qaryıq. Oyımızda onı I ha`m II bo`limlerge bo`lemiz. Eki bo`lim arasındag`ı shegara tegislik AV arqalı belgilengen. I dene deformatsiyalang`an bolg`anlıqtan II denege belgili bir ku`sh penen ta`sir etedi. Sol sebepli o`z gezeginde II dene de I denege bag`ıtı boyınsha qarama-qarsı bag`ıtta ta`sir etedi. Biraq payda bolg`an deformatsiyanı anıqlaw ushın AV kese-kesimine ta`sir etiwshi qosındı ku`shti bilip qoyıw jetkiliksiz. Usı kese-kesim boyınsha qanday ku`shlerdin` tarqalg`anlıg`ın biliw sha`rt. Kese kesimnen dS kishi maydanın saylap alamız. II bo`limlen I bo`limge ta`sir etiwshi ku`shti dF arqalı balgıleyemiz. *Maydan birligine ta`sir etiwshi ku`sh dF/dS AV shegarasında I bo`limge ta`sir etiwshi kernew dep ataladı.* Usı noqatta II denege ta`sir etiwshi kernew de tap sonday ma`niske, al bag`ıtı jag`ınan qara- ma-qarsı bag`ıtlang`an boladı.



61-su`wret. Deformatsiyanın` kernewge g`a`rezliligin ko`rsetiwshi diagramma.



62-su`wret. Iqtıyarlı tu`rde deformatsiyalang`an dene sxeması.

Ulıwma jag`dayda dS maydanının` bag`ıtın bul maydang`a tu`sirilgen normal **n** arqalı beriw mu`mkin. Bunday jag`dayda kernew dS ha`m **n** vektorları arasındag`ı baylanıstı beredi. Eki vektor arasındag`ı baylanıstı tog`ız shama menen beriw mu`mkin. Bul

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \quad (26-3)$$

shamaları bolıp, bul tog'ız shamanın jıynag'ı serpimli kernew tenzori dep ataladı.

Bul shamalardıń ma'nisi ulıwma jag'daylarda noqattan noqatqa o'tkende o'zgeredi, yag'nıy koordinatalardıń funktsiyası bolıp tabıladı.

(26-3) Serpimli kernew tenzori simmetriyalıq tenzor bolıp tabıladı, yag'nıy

$$\omega_{ij} = \omega_{ji} \quad (i, j = x, y, z) \quad (26-4)$$

Demek (26-3) din simmetriyalılıg'ınan tog'ız qurawshının altawı bir birinen g'a'rezsiz bolıp shıg'adı.

X, U, Z koordinatalarının bag'ıtların saylap alıw arqalı (26-3) degi barlıq diagonallıq emes ag'zalardı nolge ten bolatug'ın etip alıwg'a boladı. Bunday jag'dayda serpimli kernew tenzori

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (26-5)$$

tu'rine keledi. Bul tu'rdegi tenzordı bas ko'sherlerge keltirilgen tenzor dep ataymız. Sa'ykes koordinatalar ko'sherleri kernewdin bas ko'sherleri dep ataladı.

Bir o'lsheimli kernew (sızıqlı-kernewli jag'day) bılay jazıladı:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Eki ko'sherli kernew (tegis kernewli jag'day) bılayınsha ko'rsetiledi:

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Gidrostatikalıq basım

$$\begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Sterjenlerdi sozıw ha'm qısıw. Su'wrette ko'rsetigendey sterjen alıp onın ultanlarına sozıwshı ha'm qısıwshı ku'shler tu'siremiz.

Eger sterjen sozılatug'ın bolsa a'dette *kernew kerim* dep atalıp

$$T = F/S \quad (26-7)$$

formulası menen anıqlanadı. Eger sterjen qısılatug'ın bolsa kernew basım dep ataladı ha'm

$$R = F/S \quad (26-8)$$

formulası menen anıqlanadı.

Basımdı keri kerim yamasa kerimdi keri basım dep ataw mu'mkin, yag'nıy

$$R = -T \quad (26-9)$$

Sterjennin salıstırmalı uzarıwı dep

$$\varepsilon = \Delta l/l_0 \quad (26-10)$$

shamasına aytamız. Sozıwshı ku'shler ta'sir etkende $\varepsilon > 0$, al qısıwshı ku'shler ta'sir etkende $\varepsilon < 0$.

Ta'jiriybe

$$T = E(\Delta l/l_0), \quad R = -E(\Delta l/l_0) \quad (26-11)$$

ekenligin ko'rsetedi. Sterjennin materialına baylanışlı bolg'an E shaması Yung (1773-1829) moduli dep ataladı. (26-11)-formulalar Guk (1635-1703) nızamın an'latadı. Bıl nızam ta'jiriybede da'l orınlanbaydı. Guk nızamı orınlanatug'ın deformatsiyalar kishi deformatsiyalar dep ataladı. (26-11) te $\Delta l = l_0$ bolg'anda $T = E$. Sonlıqtan Yung moduli strejennin uzınlıg'ın eki ese arttırıw ushın kerek bolatug'ın kerim sıpatında anıqlaydı.

Bunday deformatsiyalar ushın Guk nızamı durıs na`tiyje bermeydi: bunshama deformatsiya na`tiyjesinde dene yaki qıyaydı, yaki tu`sirilgen kernew menen deformatsiya arasındag`ı baylanıs buzıladı.

Endi serpimli deformatsiyalardıń a`piwayı tu`rlerin qarap shıg`amız.

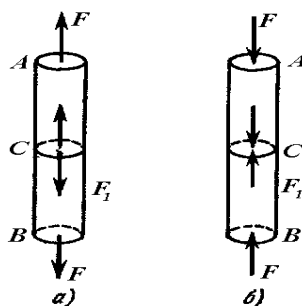
Da`slepki uzınlıg`ı L_0 bolg`an sterjendi qısqanda yamasa sozg`andag`ı deformatsiya bılay esaplanadı:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

O`z gezeginde $L = \alpha L_0 \sigma$. Sonlıqtan

$$L = L_0(1 + \alpha \sigma).$$

Bul formuladan serpimli deformatsiya sheklerinde sterjennin` uzınlıg`ının` tu`sken kernew σ g`a tuwra proporsional o`zgeretug`ınlıg`ın ko`remiz.



63-su`wret. Sozılıw ha`m qısqaıw deformatsiyaları.

Endi **jıljıw deformatsiyasın** qaraymız. Bunday deformatsiya urınba bag`ıtındag`ı f_5 ku`shinin` (sog`an sa`ykes urınba kernewdin`) ta`sirinde ju`zege keledi.

Jıljıw mu`yeshi  $\psi$  kishi ma`niske iye bolg`an jag`dayda bılay jaza alamız:

$$\psi = bb'/d.$$

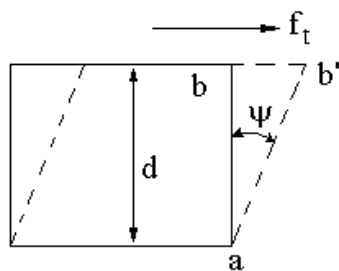
Bul an`latpadag`ı d denenin` qalınlıg`ı, bb' joqarg`ı qabattın` to`mengi qabatqa salısturg`andag`ı jıljıwınin` absolyut shaması. Bul an`latpada jıljıw mu`yeshi ψ nın` salıstırmalı jıljıwdı sıpatlaytug`ınlıg`ı ko`rinip tur. Sonlıqtan bılay jaza alamız:

$$\psi = n f_5 / S.$$

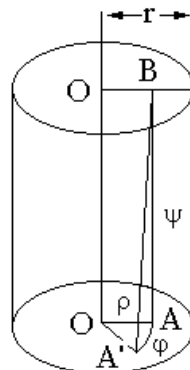
Bul an`latpadag`ı n jıljıw koeffitsienti dep ataladı. Bul koeffitsienttin` ma`nisi deformatsiyalanıwshı denenin` materialına baylanıslı.  $S$  bettin` maydanı, f_5 sol betke tu`sirilgen ku`sh. $\sigma_\tau = f_5 / S$ kernewin engizip keyingi formulanı bılayınsha ko`shirip jazamız:

$$\psi = n \sigma_\tau.$$

n ge kerı shama bolg`an $N = 1/n$ di jıljıw moduli dep ataymız.



64-su`wret. Jıljıw deformatsiyası



65-su`wret. Buralıw deformatsiyası

Bir tekli izotroplıq denelerde jiljiw moduli N nin` san ma`nisi shama menen Yung moduli E nin` san ma`nisinin` 0.4 bo`legine ten` boladı.

Endi jiljiw deformatsiyasının` bir tu`ri bolg`an ***buralıw deformatsiyasın*** qaraymız.

Uzunlıg`ı  $L$ , radiusı 4 bolg`an tsilindr ta`rizli sterjen` alayıq (joqarıda su`wrette ko`rsetilgen). Sterjennin` joqarg`ı ultanı bektilgen, al to`mengi ultanına onı buraytug`ın ku`sh momenti  $M$  tu`sirilgen. To`mengi ultanda radius bag`ıtında uzunlıg`ı  $OA = \rho$  bolg`an kesindi alayıq. Buraytug`ın momenttin` ta`sirinde  $OA$  kesindisi  $\varphi$  mu`yeshke burıladı ha`m  $OA'$  awhalına keledi. Sterjen` uzunlıg`ının` bir birligine sa`ykes keliwshi buralıw mu`yeshi bolg`an  $\varphi/L$  shaması salıstırmalı deformatsiya bolıp tabıladı. Serpimli deformatsiya sheklerinde bul shama buralıw momenti  $M$  ge proporsional boladı, yag`nıy

$$\varphi/L = sM.$$

s proporsionallıq koeffitsienti qarap atırg`an sterjen` ushın turaqlı shama. Bul shamanın` ma`nisi sterjennin` materialına, o`lshemlerine (uzunlıg`ı menen radiusı) baylanıslı boladı. s shamasın anıqlaw ushın buralıw deformatsiyasın jiljiw deformatsiyası menen baylanıstırayıq.

Sterjendi burg`anda onın` to`mengi kese-kesimi joqarg`ı kese-kesimine salıstırg`anda jiljiydi.  $VA$  tuwrısı buralıp  $Va'$  tuwrısına aylanadı.  $\psi$  mu`yeshi jiljiw mu`yeshi bolıp tabıladı.  $\psi = n\sigma_\tau = (1/N)\sigma_\tau$  formulası boyınsha jiljiw mu`yeshi mınag`an ten`:

$$\psi = (1/N)\sigma_\tau.$$

Bul an`latpadag`ı σ_τ shaması dS bettin`  $A'$  noqatındag`ı elementine tu`sirilgen urınba kernew, N jılısıw moduli.

Joqarıdag`ı su`wretten $\psi = Aa'$, $L = \varphi\rho/L$ ekenligi ko`rinip tur. Demek

$$\sigma_\tau = N\psi = N\varphi\rho/L.$$

Bettin`  $dS$  elementine tu`sirilgen ku`sh  $\sigma_\tau dS$  ke ten`, al onın` momenti  $dM = \rho\sigma_\tau dS$ .  $\varphi$  ha`m ρ polyar koordinatalardı engizsek, bet elementinin` $dS = \rho d\rho d\varphi$ ekenligin tabamız. Demek

$$dM = \sigma_\tau \rho^2 d\rho d\varphi = (N\varphi/L)\rho^3 d\rho d\varphi.$$

Radiusı ρ bolg`an do`n`gelektin` tutas maydanı boyınsha dM o`simin integrallap, sterjennin` to`mengi betinin` barlıq jerine tu`setug`ın M tolıq momentti tabamız:

$$M = \frac{N\varphi}{L} \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho^3 d\rho d\varphi = \frac{\pi N r^4}{2} \frac{\varphi}{L}.$$

Demek

$$\varphi = \frac{2}{\pi N} \frac{LM}{r^4}.$$

Bul formulanı $\varphi/L = sM$ formulası menen salıstırıp

$$s = (2/\pi N) * (1/r^4)$$

ekenligi tabamız.

$\varphi = (2/\pi N) * (LM/r^4)$ formulasınan $M = (\pi N/2) * (\varphi/L) * r^4$ ekenligi kelip shıg`adı. Sonlıqtan sımdı  $\varphi$  mu`yeshine burıw ushın r din` to`rtinshi da`rejesine tuwra proporsional, al sımnnın` uzunlıg`ı  $L$  ge kerı proporsional moment tu`siriw kerek dep juwmaq shıg`aramız.

$M = (\pi N/2) * (\varphi/L) * r^4$ formulasınan momenttin` radiustın` 4-da`rejesine g`a`rezli ekenligi ko`rinip tur.

Ulıwma tu`rde deformatsiya bılay ta`riplenedi. Deformatsiyalanbastan burın denede alıng`an bazı bir vektorı **b** deformatsiyalang`annan keyin **b'** vektorına aylanadı. $x(x,y,z)$ noqatı $x'(x',y',z')$ noqatına aylanadı. Δu kesindisin`  $x$  noqatının` awısıwı dep ataladı.

U`sh o`lshemli ken`islikte

$$x_i' = x_i + \Delta u_i \quad (i = x, y, z) \quad (26-12)$$

ekenligi anıq.

Ulıwma jag`daylarda (u`sh o`lshemli ken`islik, anizotrop ortalıq) noqattın` da`slepki awhalı menen awısıwdın` qurawshıları bılayınsha baylanısqa:

$$\Delta u_x = e_{xx}x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z,$$

$$\Delta u_y = e_{yx}x_x + e_{yy}x_y + e_{yz}x_z,$$

$$\Delta u_z = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + e_{zz}x_z,$$

yamasa

$$\Delta u_i = e_{ij}x_j \quad (i, j = x, y, z). \quad (26-13)$$

Tog`ız  $e_{ij}$  koeffitsientleri **deformatsiya tenzori** dep atalatug`ın ekinshi rangalı tenzordı payda etedi.

$\vec{OX}$ vektorı da x noqatının` da`slepki halının` funktsiyası bolıp tabıladı:

$$x_i' = x_i + e_{ij}x_j \quad (26-14)$$

yamasa

$$x_x' = (1+e_{xx})x_x + e_{xy}x_y + e_{xz}x_z$$

$$x_y' = e_{yx}x_x + (1+e_{yy})x_y + e_{yz}x_z$$

$$x_z' = e_{zx}x_x + e_{zy}x_y + (1+e_{zz})x_z$$

e_{ij} tenzorının` fizikalıq ma`nisin tu`sindiremiz.

$$x_1' = (1+e_{xx})x_1. \quad (26-15)$$

Bunnan

$$e_{xx} = (x_1' - x_1)/x_1. \quad (26-16)$$

e_{xx} qurawshısı X ko`sheri bag`ıtındag`ı salıstırmalı uzırıwdı beredi. Sa`ykes ma`niske  $e_{yy}$  ha`m e_{zz} koeffitsientleri de iye (Y ha`m Z ko`sherleri boyınsha).

Endi usı noqattın` 6 ko`sheri bag`ıtındag`ı awısıwın qarayıq.

$$\Delta u_y = e_{yx}x_x. \quad (26-17)$$

Bunnan

$$e_{yx} = \Delta u_y/x_x = \text{tg}J, \quad (26-18)$$

yag`nıy  $e_{yx}$  qurawshısı X ko`sherine parallel bolg`an sıızılıq elementtin` Y ko`sheri do`geregindegi aylanıwına sa`ykes keledi.

Denenin` haqıyqıy deformatsiyasın anıqlaw ushın denenin` tutası menen aylanıwın alıp taslawımız kerek. Sonın` ushın  $e_{ij}$  tenzorın simmetriyalıq ha`m antisimmetriyalıq bo`leklerge bo`lemiz. Yamasa

$$e_{ij} = R_{ij} + \varepsilon_{ij}. \quad (26-19)$$

Tenzordın` antisimmetriyalıq bo`limi

$$\omega_{ij} = (1/2)[e_{ij} - e_{ji}] \quad (26-20)$$

denenin` tutası menen burılıwın (aylanıwın) beredi.

Tenzordın` simmetriyalıq bo`limi

$$\varepsilon_{ij} = (1/2)[e_{ij} + e_{ji}] \quad (26-21)$$

deformatsiya tenzorının` o`zi bolıp tabıladı. Bul tenzor bılajıladı:

$$\begin{vmatrix} e_{xx} & \frac{1}{2}(e_{xy} + e_{yx}) & \frac{1}{2}(e_{xz} + e_{zx}) \\ \frac{1}{2}(e_{yx} + e_{xy}) & e_{yy} & \frac{1}{2}(e_{yz} + e_{zy}) \\ \frac{1}{2}(e_{zx} + e_{xz}) & \frac{1}{2}(e_{zy} + e_{yz}) & e_{zz} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}. \quad (26-22)$$

Tenzordın` diagonallıq qurawshıları uzarıw menen qısquırıwǵa sa`ykes keledi. Qalg`an qurawshıları jıljıwǵa sa`ykes keledi.

Deformatsiya tenzorın da to`mendegi sxema boyınsha bas ko`sherlerge keltiriw mu`mkin:

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix}. \quad (26-23)$$

Endi Guk nızamın bılay jaza alamız:

$$\varepsilon = s\omega, \text{ yamasa } \omega = s\varepsilon. \quad (26-24)$$

σ - kernew, ε - deformatsiya, s - berilgishlik, s - qattılıq.

Anizotrop deneler ushın

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl}, \quad \omega_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl}. \quad (26-25)$$

Bul jag`dayda s_{ijkl} - serpimli berilgishlik tenzori, c_{ijkl} - serpimli qattılıq tenzori.

Demek ulıwma jag`dayda  $s_{ijkl}$  ha`m c_{ijkl} shamaları to`rtinshi rangalı tenzorlar bolıp tabıladı. Bul simmetriyalı tenzorlardın` simmetriyalılıg`ına baylanıslı 81 koeffitsientin` ornına bir birinen g`arezsiz 36 koeffitsient qaladı.

Endi deformatsiyalang`an denelerdin` serpimli energiyasın an`sat esaplawg`a boladı. Sterjennin` bir ushına  $f(x)$  sozıwshı ku`shin tu`siremiz ha`m onın` ma`nısın $f = 0$ den $f = F$ ma`nisine shekem jetkeremiz. Na`tiyjede sterjen`  $x=0$  den aqırğ`ı $x = \Delta x$ shamasına shekem uzaradı. Guk nızamı boyınsha $f(x) = kx$, k Yung modulinin` ja`rdeminde an`sat esaplanatug`ın proportsionallıq koeffitsienti. Sterjendi sozıw barısında islengen jumıs serpimli energiya U dın` o`simi ushın jumsaladı.

$$U = \int_0^{\Delta l} f(x)dx = k \int_0^{\Delta l} xdx = \frac{1}{2}(\Delta l)^2. \quad (26-26)$$

Aqırğ`ı halda  $x = \Delta l$ ,  $F = F(\Delta l) = k\Delta l$  bolg`anlıqtan

$$U = \frac{1}{2}F\Delta l. \quad (26-27)$$

Endi serpimli energiyanın` ko`lemlik tıg`ızlıg`ın anıqlaymız (qısılg`an yamasa sozılg`an denenin` ko`lem birigindegi serpimli energiyası). Bul shama $U = (1/2)F\Delta l$ shamasın sterjennin` ko`lemi $V = S \cdot l$ ge bo`lgenge ten`. Demek

$$u = (1/2) F \cdot \Delta l / (S \cdot l) = (1/2)T\varepsilon. \quad (26-28)$$

($\varepsilon = \Delta l/l_0$). Guk nızamınan paydalanatug`ın bolsaq, onda keyingi formulanı bılayınsha o`zgertiw qıyın emes:

$$u = (1/2)E\varepsilon^2 = T^2/(2E) = P^2/(2E). \quad (26-9)$$

Ko`p sandag`ı ta`jiriybeler sozıwlar yamasa qısıwlar na`tiyjesinde sterjennin` tek g`ana uzınıqları emes, al kese-kесimleri de o`zgeretug`ınılg`ın ko`rsetedi. Eger dene sozılsa onın` kese-kесimi kishireyedi. Kerisinshe, eger dene qısılsa onın` kese-kесimi artadı. Meyli a_0 sterjennin` deformatsiyag`a shekemgi qalın`lıg`ı, al a - deformatsiyadan keyingi qalın`lıg`ı bolsa, onda - $\Delta a/a \approx \Delta a_0/a$ - sterjennin` salıstırmalı ko`ldenenn` qısılıwı dep ataladı ($\Delta a = a - a_0$).

- $(\Delta a/a)/(\Delta l/l) = -(\Delta a/\Delta l)(l/a) = \mu$ - Puasson koeffitsienti dep ataladı.

Yung moduli E ha`m Puasson koeffitsienti  $\mu$  izotrop materialdın` serpimli qa`siyetlerin tolıg`ı menen ta`ripleydi.

27-sanlı lektsiya.

§ 27. Gazler ha`m suyuqlıqlar mexanikası

Gazler ha'm suyuqlıqlardıń qa'siyetleri. Suyıqlıqlardıń statsionar ag'ıwı. Ag'ıs nayı ha'm u'zliksizlik ten'lemesi. Ag'ıstın' tolıq energiyası. Bernulli ten'lemesi. Dinamikalıq basım. Qısılıwshılıqtı dıqqatqa almaslıq sha'rti. Suyıqlıqtın' nay boylap ag'ıwı. Suyıqlıqtın' jabısqaqlıg'ı. Laminar ha'm turbulent ag'ıs. Reynol'ds sanı. Puazeyl nızamı. Suyıqlıq yamasa gazdin' denelerdi aylanıp ag'ıp o'tiwi. Ag'ıstın' u'ziliwi ha'm iyrimlerdin' payda bolıwı. Shegaralıq qatlam. Man'lay qarsılıq ha'm ko'teriw ku'shi.

Qattı deneler ten' salmaqlılıq halda forma serpimliligine iye (yag'nıy formasın saqlaydı). Suyıqlıqlar menen gazler bolsa bunday forma serpimliligine iye emes. Olar ko'lemlik serpimlilikke iye. Ten' salmaqlıq halda gaz benen suyuqlıqtag'ı kernew barlıq waqıtta da ta'sir etiwshi maydang'a normal bag'ıtlang'an. Ten' salmaqlıq halda urınba kernewler payda bolmaydı. Sonın' ushın da mexanikalıq ko'z-qaraslar boyınsha suyuqlıqlar menen gazler ten' salmaqlıqta urınba kernewler bolmaytug'ın ob'ekter bolıp tabıladı.

Sonın' menen birge ten' salmaqlıq halda suyuqlıqlar menen gazlerde normal kernewdin' (R basımınan) shaması ta'sir etip turg'an maydانشanın' bag'ıtına baylanıslı emes. Meyli n sol normal' bolsın. Kernew maydانشag'a perpendikulyar bolg'anlıqtan $\sigma_n = Rn$ dep jazamız. Sa'ykes koordinatalar ko'sherlerine perpendikulyar kernewlerdi bilay jazamız:

$$\sigma_x = R_x i, \sigma_y = R_y j, \sigma_z = R_z k. \quad (27-1)$$

Bul an'latpalardag'ı i, j, k lar koordinatalıq ortlar.

$$\sigma_n = \sigma_x n_x + \sigma_y n_y + \sigma_z n_z \quad (27-2)$$

formulalarınan

$$P_n = P_x n_x i + P_y n_y j + P_z n_z k. \quad (27-3)$$

Bul an'latpanı i, j ha'm k shamalarına izbe-izlikte skalyar ko'beytiw arqalı

$$R = R_x = R_y = R_z \quad (27-4)$$

ten'liklerin alamız. Bul Paskal' nızamı.

Gazlerde normal kernew barlıq waqıtta gaz ishine qaray bag'ıtlang'an (yag'nıy basım tu'rinde boladı). Al suyuqlıqta normal kernewdin' kerim bolıwı da mu'mkin. Suyıqlıq u'ziliwge qarsılıq jasadı. Bul qarsılıqtın' ma'nisi a'dewir u'ken shama ha'm ayırım suyuqlıqlarda 1 kvadrat millimetrge bir neshe n'yuton bolıwı mu'mkin. Biraq a'dettegi suyuqlıqlardıń barlıg'ı da bir tekli emes. Suyıqlıqlar ishinde gazlerdin' mayda ko'biksheleri ko'lep ushırasadı. Olar suyuqlıqlardıń u'ziliwin ha'lsiretedi. Sonlıqtan basım ko'pshilik suyuqlıqlarda kernew basım tu'rine iye ha'm normal kernewdi $+Tn$ arqalı emes (kerim), al $-Rn$ arqalı (basım) belgileybiz. Eger basım kernewge o'tse onın' belgisi teris belgige aylanadı, al bul o'z gezeginde suyuqlıqtın' tutaslıg'ının' buzılıwına alıp keledi. Usınday jag'dayg'a baylanıslı gazler sheksiz ko'p ken'eye aladı, gazler barqulla ıdıtı toltırıp turadı. Suyıqlıq bolsa, kerisinshe, o'zinin' menshikli ko'lemine iye. Bul ko'lem sırtqı basımg'a baylanıslı az shamag'a o'zgeredi. Suyıqlıq erkin betke iye ha'm tamshılarg'a jıynala aladı. Usı jag'daydı atap aytıw ushın suyıq ortalıqtı *tamshılı-suyıq ortalıq* dep te ataydı. Mexanikada tamshılı suyuqlıqlardıń ha'm gazlerdin' qozg'alısın qarag'anda gazlerdi suyuqlıqlardıń dara jag'dayı sıpatında qaraydı. Solay etip suyuqlıq dep yaki tamshılı suyuqlıqtı, yaki gazdi tu'sinemiz. ***Mexanikanın' suyuqlıqlardıń ten' salmaqlıg'ı menen qozg'alısın izertleytug'ın bo'limi gidrodinamika dep ataladı.***

Suyuqlıqtag'ı basım qısıwdın' saldarınan payda boladı. Urınba kernewlerdin' bolmaytug'ınlıg'ına baylanıslı kishi deformatsiyalarg'a qarata suyuqlıqlardıń serpimli qa'siyetleri tek bir koeffitsient - *qısılıw koeffitsienti* menen ta'riplenedi:

$$\gamma = -(1/V)(dV/dP), \quad (27-5)$$

bul shamag'a keri bolg'an

$$K = -V(dP/dV) \quad (27-6)$$

shamasın ha`r ta`repleme qısıw moduli dep ataydı. Qısıwda suıqlıqtın` temperaturası turaqlı bolıp qaladı dep boljaydı. Temperatura turaqlı bolıp qalatug`ın bolsa (27-5)- ha`m (27-6)-lar ornına an`latpalardı bilay jazamız:

$$\gamma_T = -(1/V)(dV/dP)_{T=\text{const}} \cdot \quad (27-7)$$

$$K_T = -V(dP/dV)_{T=\text{const}} \cdot \quad (27-8)$$

Bul an`latpalardag`ı ϵ_T ha`m  $K_T$  shamaların sa`ykes ha`r ta`repleme qısıwdın` izotermalıq koeffitsienti ha`m moduli dep ataydı.

Ten` salmaqlıq halda suıqlıqtın` (yamasa gazdın`) basımı  $R$  tıg`ızlıq ρ penen temperatura T g`a baylanıslı o`zgeredi. Basım, tıg`ızlıq ha`m temperatura arasındag`ı

$$R = f(\rho, T) \quad (27-9)$$

qatnası **hal ten`lemesi** dep ataladı. Bul ten`leme ha`r qanday zatlar ushın ha`r qanday tu`rge iye boladı. Ten`lemenin` en` a`piwayı tu`ri tek siyrekletilgen gaz jag`dayında alınadı.

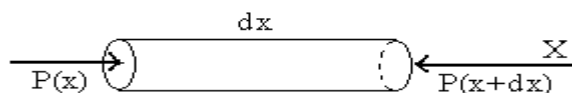
Eger suıqlıq qozg`alısta bolsa normal ku`shler menen birge urınba bag`ıtlang`an ku`shlerdin` de payda bolıwı mu`mkin. Urınba ku`shler suıqlıqtın` deformatsiyası boyınsha emes, al onın` tezlikleri (deformatsiyanın` waqıt boyınsha aling`an tuwındısı) menen anıqlanadı. Sonlıqtan urınba ku`shlerdi **su`ykelis ku`shleri** yamasa **jabısqaqlıq** klassına kirgiziw kerek. Olar *ishki su`ykelistin` urınba* yamasa *jılısıw ku`shleri* dep ataladı. Bunday ku`shler menen bir qatarda *ishki su`ykelistin` normal* yamasa *ko`lemlik ku`shlerinin`* de bolıwı mu`mkin. A`dettegidey basımlarda bul ku`shler qısılıwdın` waqıt boyınsha o`zgeriw tezligi menen anıqlanadı.

Ishki su`ykelis ku`shleri payda bolmaytug`ın suıqlıqlardı **ideal suıqlıqlar** dep ataymız. Ideal suıqlıqlar - bul tek g`ana R normal basım ku`shleri bolatug`ın suıqlıq.

Ayırım deneler tezlik penen bolatug`ın sırtqı ta`sirlerde qattı dene qa`siyetlerine, al kishi tezlikler menen o`zgeretug`ın sırtqı ta`sirlerde jabısqaq suıqlıqtay qa`siyetlerdi ko`rsetedi. Bunday zatlardı *amorf qattı deneler* dep ataymız.

**Suıqlıqlardıń ten` salmaqta turıwının` ha`m qozg`alısının` tiykarg`ı ten`lemeleri.** Suıqlıqlarg`a ta`sir etetug`ın ku`shler, basqa jag`daylardag`ıday, *massalıq* (ko`lemlik) ha`m *betlik* bolıp ekige bo`linedi. Massalıq ku`shler massa  $m$  ge ha`m sonın` menen birge ko`lem elementi dV g`a tuwrı proporsional. Bul ku`shti fdV arqalı belgileyemiz ha`m  $f$  ti ku`shtin` ko`lemlik tıg`ızlıg`ı dep ataymız. Massalıq ku`shlerdin` a`hmiyetli mısalları bolıp salmaq ku`shleri menen inertsia ku`shleri sanaladı. Salmaq ku`shi bolg`anda  $f = \rho g$ . Al betlik ku`shler bolsa - bunday ku`shler suıqlıqtı qorshap turg`an ortalıq arqalı berilip, normal ha`m urınba kernewler arqalı suıqlıqtın` ha`r bir ko`lemine beriledi.

Urınba ku`shler joq, tek g`ana normal ku`shler bar bolg`an jag`daydı qaraymız. Ideal suıqlıqlarda bunday jag`day barqulla orın aladı. Al qalg`an suıqlıqlarda bul awhal suıqlıq tınıshlıqta turg`anda, yag`nıy *gidrostatika* jag`dayında orın aladı.



66-su`wret. Suıqlıqtın` qozg`alısı menen ten`salmaqlılıg`ının` ten`lemesin shıg`arıw g`a.

Suıqlıqtın` sheksiz kishi ko`leminin`  $dV$  elementine ta`sir etetug`ın ten` ta`sir etiwshi basım ku`shin anıqlaymız. Basım ku`shinin` X ko`sherine tu`setug`ın proektsiyası

$$[P(x) - P(x+dx)]dS. \quad (27-10)$$

Kvadrat skobkadag`ı sheksiz kishi ayırmanı  $R$  funktsiyasının` differentsialı menen almastırıw mu`mkin:

$$P(x+dx) - P(x) = dP_{y,z,t=\text{const}} = (dP/dx)_{y,z,t=\text{const}} dx. \quad (27-11)$$

Qosımsha berilgen $y, z, t = \text{const}$ sha`rti  $dP/dx$  tuwındısın ha`m dP differentsialın alg`anda bul shamalar turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ın bildiredi.  $P(x, y, z, t)$  funktsiyasınan usınday sha`rtler orınlang`andag`ı alıng`an tuwındı *dara tuwındı* dep ataladı ha`m $\frac{\partial P}{\partial t}$ yamasa hR/ht ($\frac{\partial P}{\partial x}$ yamasa $\partial R/\partial x$) dep belgilenedi. Usı belgilewlerdi paydalanıp esaplanıp atırg`an ku`shtin` proektsiyasın alamız:

$$\frac{\partial P}{\partial x} dS dx = - \frac{\partial P}{\partial x} dV. \quad (27-12)$$

Bul jerde $dS dx = dV$ ekenligi esapqa alıng`an. Solay etip proektsiya  $dV$  ko`lem elementine tuwra proporsional ha`m onı  $s_x dV$  dep belgilew mu`mkin. s_x shaması ken`islikte  $R$  basımının` o`zgeriwinen payda bolg`an suyuqlıq ko`leminin` birligine ta`sir etiwshi ku`shtin` x-qurawshısı. O`zinin` ma`nisi boyınsha ol dV ko`leminin` formasına baylanıslı bolıwı mu`mkin emes. Basqa ko`sherler boyınsha da tu`setug`ın ku`shtin` qurawshıların tabıwımız mu`mkin. Solay etip suyuqlıq ko`leminin` bir birligine basımınin` betlik ku`shi ta`repinen payda bolg`an  $s$  ku`shi ta`sir etedi. Onın` proektsiyaları

$$s_x = - \partial P/\partial x, s_y = - \partial P/\partial y, s_z = - \partial P/\partial z. \quad (27-13)$$

s vektorının` o`zi

$$\mathbf{s} = - (\partial P/\partial x)\mathbf{i} - (\partial P/\partial y)\mathbf{j} - (\partial P/\partial z)\mathbf{k} \quad (27-14)$$

yamasa qısqaşa tu`rde

$$\mathbf{s} = - \text{grad } P. \quad (27-15)$$

Biz minaday belgilew qabıl ettik:

$$\text{grad } P = (\partial P/\partial x)\mathbf{i} + (\partial P/\partial y)\mathbf{j} + (\partial P/\partial z)\mathbf{k}. \quad (27-16)$$

Bul vektor R *skalyarının` gradienti dep ataladı*. Solay etip *suyuqlıqtın` ko`leminin` elementine ta`sir etiwshi basım ku`shinin` ko`lemlik tıg`ızlıg`ı teris belgisi menen alıng`an  $R$  nın` gradientine ten`*.  $s$  ku`shinin` shemasının` R nın` shamasına emes, al onın` ken`isliktegi o`zgeriwine baylanıslı ekenligi ko`rinip tur.

Ten` salmaqlıq halında  $s$  ku`shin massalıq ku`sh  $\mathbf{f}$  penen ten` bolıwı kerek. Bul

$$\text{grad } P = \mathbf{f} \quad (27-17)$$

ten`lemesinin` payda bolıwına alıp keledi. ***Bul ten`leme gidrostatikanın` tiykarg`ı ten`lemesi bolıp tabıladı.***

Koordinatalıq tu`rde bul ten`leme

$$\partial P/\partial x = f_x, \partial P/\partial y = f_y, \partial P/\partial z = f_z \quad (27-18)$$

Endi ideal suyuqlıqtın` tiykarg`ı ten`lemesin de jazıw mu`mkin:

$$\rho (d\mathbf{v}/dt) = \mathbf{f} - \text{grad } P. \quad (27-19)$$

Bul jerde $d\mathbf{v}/dt$ qarap atırg`an noqattag`ı suyuqlıqtın` tezligi. ***Bul ten`leme Eyler ten`lemesi dep ataladı.***

Barometrlık formula. Qısılmaytug`ın suyuqlıq gidrostatikasına itibar beremiz.  $R$  basımı tek  $z$  ko`sherine baylanıslı jag`daydı qaraymız. Bunday jag`dayda

$$dP/dz = -\rho g. \quad (27-20)$$

Basım R , tıg`ızlıq  $\rho$  ha`m T absolyut temperatura Klapeyron (1799-1864) ten`lemesi ja`rdeminde beriledi:

$$P = RT\rho/\mu. \quad (27-21)$$

μ - gazdın` molekualıq salmag`ı. $4 = 8.31 \cdot 10^7 \text{ erg} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} = 8.31 \text{ Dj} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ - universal gaz turaqlısı dep ataladı.

Endi

$$dP/dz = -\mu Pz/(RT) \quad (27-22)$$

ten`lemesi alamız. Bul ten`lemenin` sheshimi

$$R = R_0 \exp(-\mu g z/RT) \quad (27-23)$$

tu`rine iye boladı.

Tap usınday nızam menen gazdın` tıg`ızlıg`ı da o`zgeredi:

$$\rho = \rho_0 \exp(-\mu g z / RT). \quad (27-24)$$

Keyingi eki formula barometrlık formulalar dep ataladı. R_0 ha`m  $\rho_0$  Jer betindegi basım menen tıg`ızlıqqa sa`ykes keledi. Basım menen tıg`ızlıq biyiklikke baylanıslı eksponentsial nızam boyınsha kemeyedi.

$$h = RT/\mu g \quad (27-25)$$

biyikligine ko`terilgende basım ha`m tıg`ızlıq e ret kemeyedi. Bul *h bir tekli atmosfera biyikligi dep ataladı*. $T = 273^0$ de $h \approx 8$ km.

**Suyıqlıqtın` qozg`alısın kinematikalıq ta`riplew.** Suyıqlıqtın` qozg`alısın ta`riplew ushın eki tu`rli jol menen ju`riw mu`mkin: Suyıqlıqtın` ha`r bir bo`lekshesinin` qozg`alısın baqlap barıw mu`mkin. Usınday jag`dayda ha`r bir waqıt momentindegi suyıqlıq bo`lekshesinin` tezligi ha`m turg`an ornı beriledi. Solay etip suyıqlıq bo`lekshesinin` traektoriyası anıqlanadı. Biraq basqasha da jol menen ju`riw mu`mkin. Bul jag`dayda ken`isliktin` ha`r bir noqatında waqıttın` o`tiwi menen ne bolatug`ınıg`ın gu`zetiw kerek. Usının` na`tiyjesinde ken`isliktin` bir noqatı arqalı ha`r qanday waqıt momentlerinde o`tip atırg`an bo`lekshelerdin` tezlikleri menen bag`ıtları anıqlanadı. Usınday usıl menen ta`riplewdi ju`rgizgenimizde na`tiyjede *tezlikler maydanı* alınadı. Ken`isliktin` ha`r bir noqatına tezlik vektorı sa`ykeslendiriledi. Usınday sızıqlar *toq sızıg`ı* dep ataladı. Eger waqıttın` o`tiwi menen tezlikler maydanı ha`m sog`an sa`ykes toq sızıg`ı o`zgermese suyıqlıqtın` qozg`alısı *statsionar qozg`alıs* dep ataladı. Basqasha jag`dayda suyıqlıqtın` qozg`alısı *statsionar emes qozg`alıs* dep ataladı. Statsionar qozg`alısta  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ , al statsionar qozg`alısta $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$.

dt waqıt aralıg`ında nay arqalı o`tken suyıqlıqtın` massası

$$dm = \rho v S dt. \quad (27-26)$$

S - naydın` kese-kesimi. Statsionar ag`ısta

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \quad (27-27)$$

ten`ligi orınlanadı. Suyıqlıq qısılmaytug`ın bolsa ($\rho_1 = \rho_2$)

$$v_1/v_2 = S_2/S_1 \quad (27-28)$$

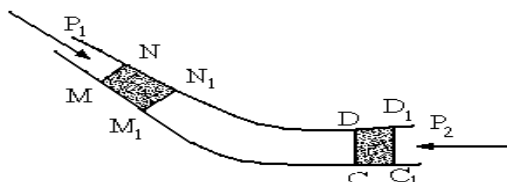
Bul ten`lemenı basqasha jazamız. Suyıqlıqtın` ha`r qıylı kese-kesimi arqalı waqıt birliğinde ag`ıp o`tetug`ın qısılmaytug`ın suyıqlıqtın` mug`darının` birdey bolatug`ınıg`ın ko`rdik. (27-28)-formula da usı jag`daydı da`lilleydi ha`m

$$\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2$$

ten`lemesin jazıwg`a mu`mkinshilik beredi. Bul ten`lemeden

$$\Delta S v = \text{sonst}$$

ekenligi kelip shıg`adı. Demek qısılmaytug`ın (sonın` menen birge jabısqaq emes) **suyıqlıq ag`ısı tezligi menen suyıqlıq ag`ıwshı tu`tikshenin` kese-kesiminin` maydanı turaqlı shama** boladı eken. Bul **qatnas ag`ıstın` u`zliksizligi tuwralı teorema** dep ataladı.



67-su`wret. Bernulli ten`lemesin keltirip shıg`arıwg`a.

#anday da bir konservativ ku`shtin` (mısalı salmaq ku`shinin`) ta`sirindegi suyıqlıqtın` statsionar qozg`alısın qaraymız. MNDC noqatları menen sheklengen suyıqlıqtın` bo`limin alayıq. Usı bo`lim $M_1 N_1 D_1 C_1$ awhalına ko`shsin ha`m bunda islengen jumıstı esaplaymız. MN $M_1 N_1$ ge ko`shkendegi islengen jumıs  $A = P_1 S_1 l_1$  ( $l_1 = MM_1$  ko`shiwiw shaması). $S_1 l_1 = \Delta V_1$

ko`lemin kirgiziw arqalı jumıstı bılay jazamız:  $A_1 = R_1 \Delta V_1$  yamasa  $A_1 = R_1 \Delta m_1 / \rho_1$ . Bul jerde  $\Delta m_1 MNN_1 M_1$  ko`lemindegi suyıqlıqtın massası. Usınday tallawlardan keyin

$$A = A_1 - A_2 = (R_1 / \rho_1 - R_2 / \rho_2) \Delta m. \quad (27-29)$$

ten`ligin alamız.

Bul jumıs suyıqlıqtın ayırıp alıng`an bo`limindegi tolıq energıyanın o`simi  $\Delta E$  nin esabınan isleniwi kerek. Ag`ıs statsionar bolg`anlıqtan suyıqlıqtın energıyası  $SDD_1 C_1$  ko`leminde o`zgermeydi. Sonlıqtan  $\Delta E$  nin shaması  $\Delta m$  massalı suyıqlıqtın energıyasının  $CDD_1 C_1$  ha`m $MNN_1 M$ awhalları arasındag`ı ayırmasına ten`. Massa birligine sa`ykes keliwshi tolıq energıyanı  $\varepsilon$  ha`ripi menen belgilep $\Delta E = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \Delta m$ ekenligin tabamız. Bul shamanı jumıs A g`a ten`lestirip, Δm ge qısqartıp

$$\varepsilon_1 + R_1 / \rho_1 = \varepsilon_2 + R_2 / \rho_2. \quad (27-30)$$

Demek ideal suyıqlıqtın statsionar ag`ısında bir toq sızıg`ı boyınsha $\varepsilon + R / \rho$ shaması turaqlı bolıp qaladı eken. Yag`nıy

$$\varepsilon + R / \rho = V = \text{const}. \quad (27-31)$$

Bul qatnas *Daniil Bernulli* (1700-1782) *ten`lemesi*, al  $V$  - Bernulli turaqlısı dep ataladı. Ol bul jumısının na`tiyjesin 1738-jılı baspadan shıg`ardı. Usı ten`lemenı keltirip shıg`arada suyıqlıqtın qısılmalıg`ı haqqında hesh na`rse ayılmadı. Sonlıqtan da Bernulli ten`lemesi qısılmaytug`ın suyıqlıqlar ushın da durıs boladı. Endi Jer menen tartısıwdı esapqa alıp ten`lemege o`zgerisler kiritemiz. Barlıq  $\varepsilon$  energıyası kinetikalıq ha`m potentsial energıyalardan turatug`ınlıg`ın esapqa alamız. Sonlıqtan

$$v^2 / 2 + gh + P / \rho = V = \text{sonst}. \quad (27-32)$$

Bernulli turaqlısı V nın bir toq sızıg`ının boyın boyınsha birdey ma`niske iye boladı. Eger $v = 0$ bolsa $V = gh + P / \rho$. Demek Bernulli turaqlısı barlıq ag`ıs ushın birdey ma`niske iye boladı eken.

Bernulli ten`lemesin basqasha fizikalıq shamalardı qollanıw arqalı jazamız ha`m sa`ykes su`wretten paydalanamız. ΔS_1 kese-kesiminen o`tetug`ın suyıqlıqtın Δm massasının tolıq energıyası E_1 bolsın, al ΔS_2 kese-kesiminen ag`ıp o`tetug`ın suyıqlıqtın tolıq energıyası  $E_2$  bolsın. Energiyanın saqlanıw nızamı boyınsha  $E_2 - E_1$  o`simi Δm massasının ΔS_1 kese-kesiminen ΔS_2 kese-kesimine shekem qozg`altatug`ın sırtqı ku`shlerdin jumısına ten` boladı:

$$E_2 - E_1 - A.$$

O`z gezeginde  $E_1$  ha`m E_2 energıyaları Δm massasının kinetikalıq ha`m potentsial energıyaların qosındısınan turadı, yag`nıy

$$E_1 = \Delta m v_1^2 / 2 + \Delta m gh_1; E_2 = \Delta m v_2^2 / 2 + \Delta m gh_2;$$

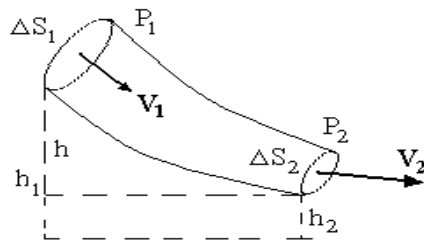
A jumısının ΔS_1 ha`m  $\Delta S_2$  kese-kesimleri arasındag`ı barlıq suyıqlıq qozg`alg`anda Δt waqtı ishinde islenetug`ın jumısqa ten` keletug`ınlıg`ına ko`z jetkiziw qıyın emes. Bunday jag`dayda Δt waqtı ishinde kese-kesimlerden Δm massalı suyıqlıq ag`ıp o`tedi. Δm massasının birinshi kese-kesim arqalı o`tkiziw ushın  $v_1 \Delta t = \Delta l_1$ , al ekinshi kese-kesim arqalı o`tkiziw ushın $v_2 \Delta t = \Delta l_2$ aralıqlarına jıljıwı kerek. Bo`linip alıng`an suyıqlıq uchastkaların eki shetinin ha`r qaysısına tu`setug`ın ku`shler sa`ykes  $f_1 = r_1 \Delta S_1$  ha`m $f_2 = r_2 \Delta S_2$ shamalarına ten`. Birinshi ku`sh on` shama, sebebi ol ag`ıs bag`ıtına qaray bag`ıtlang`an. Ekinshi ku`sh teris shama ha`m suyıqlıqtın ag`ısı bag`ıtına qarama-qarsı bag`ıtlang`an. Na`tiyjede to`mendegidey ten`leme alınadı:

$$A = f_1 \Delta l_1 + f_2 \Delta l_2 = r_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - r_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

Endi E_1 , E_2 , A shamalarının tabılğ`an usı ma`nislerin $E_2 - E_1 - A$ ten`lemesine qoysaq

$$\Delta m v_2^2 / 2 + \Delta m gh_2 - \Delta m v_1^2 / 2 - \Delta m gh_1 = r_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t - r_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t$$

ten`lemesin alamız ha`m onı bılay jazamız:



68-su`wret

$$\Delta m v_1^2/2 + \Delta m g h_1 + r_1 \Delta S_1 v_1 \Delta t = \Delta m v_2^2/2 + \Delta m g h_2 + r_2 \Delta S_2 v_2 \Delta t. \quad (27-32a)$$

Ag`istın` u`zliksizligi haqqındag`ı nızam boyınsha suyuqlıqtın`  $\Delta m$  massasının` ko`lemi turaqlı bolıp qaladı. Yag`nıy

$$\Delta V = \Delta S_1 v_1 \Delta t = \Delta S_2 v_2 \Delta t.$$

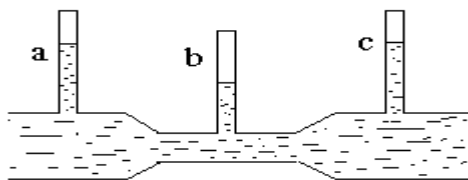
Endi (27-32a) ten`lemesinin` eki ta`repın de  $\Delta V$  ko`lemine bo`lemiz ha`m $\Delta m/\Delta V$ shamasının` suyuqlıqtın` tıg`ızlıg`ı ρ ekenligin esapqa alamız. Bunday jag`dayda

$$\rho v_1^2/2 + \rho g h_1 + r_1 = \rho v_2^2/2 + \rho g h_2 + r_2 \quad (27-31a)$$

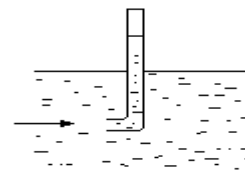
ten`lemesi alamız. Joqarıda aytilg`anınday bul ten`lemeni en` birinshi ret usı tu`rde Daniil Bernulli keltirip shıg`ardı.

Suyuqlıq ag`ıp turg`an tu`tikshe gorizontqa parallel` etip jaylastırılssa $h_1 = h_2$ ha`m

$$\rho v_1^2/2 + r_1 = \rho v_2^2/2 + r_2. \quad (27-31b)$$

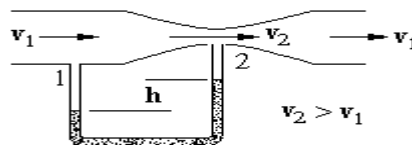


69-su`wret. Basımın` naydın` diametrine g`a`rezliligi



70-su`wret. Pito tu`tikshesi sızılması.

(27-31b) formula ha`m ag`istın` u`zliksizligi haqqındag`ı teoremag`a tiykarlanıp suyuqlıq ha`r qıylı kese-kesimge iye gorizont boyınsha jaylastırılğ`an nay arqalı aqqanda nay jin`ishkerge orınlarda suyuqlıq tezliginin` u`lken bolatug`ınılg`ın, al nay ken`eygen orınlarda basımın` u`lken bolatug`ınılg`ın an`g`arıwg`a boladı. Usı aytilg`anlardın` durışlıg`ı naydın` ha`r qıylı uchastkalarına a, b ha`m s manometrlerin ornatıp tekserip ko`riwge boladı (su`wrette ko`rsetilgen).



71-su`wret. Basımın` naydın` diametrine g`a`rezliligin ko`rsetiwshi ekinshi su`wret.

Endi nay arqalı ag`ıwshı suyuqlıqqa qozg`almaytug`ın manometr ornatayıq ha`m onın` to`mengi tu`tikshesin ag`ısqa qarama-qarsı bag`ıtlayıq (su`wrette ko`rsetilgen). Bunday jag`dayda tu`tikshe tesigi aldında suyuqlıqtın` tezligi nolge ten` boladı. (27-31b) formulasın qollansaq ha`m $v_2 = 0$ dep uyg`arsaq, onda

$$r_2 = \rho v_1^2/2 + r_1$$

ten`ligin alamız. Demek manometr tu`tikshesinin` tesigin ag`ısqa qarsı qoyg`anımızda o`lshenetug`ın r_2 basımı r_1 basımınan $\rho v_1^2/2$ shamasına artıq boladı eken. Eger r_1 basımı

belgili bolsa r_2 basımın o'lshevi arqalı ag'istın v_1 tezligin esaplawg'a boladı. Al $\rho v_1^2/2$ basımın ko'binese **dinamikaliq basım** dep te ataydı.

Ag'is tezligi joqarı bolg'anda naydın jin'ishke jerlerindeki basım r nın ma'nisi teris shama bolıwı mu'mkin. Mısali, eger naydın juwan jerlerindeki basım atmosfera basımına ten' bolsa, naydın jin'ishke jerlerindeki basım atmosfera basımınan kem boladı. Bul jag'dayda ag'is sorıp alıwshı (a'tiraptag'ı hawanı) sorıwshı xızmetin atqaradı.

Bernulli ten'lemesin paydalanıw arqalı suyıqlıqtın tesiksheden ag'ıp shıg'ıw tezligin anıqlawg'a boladı. Eger ıdıtın o'zi ken', al tesikshesi kishi bolsa ıdıstag'ı suyıqlıqtın tezligi kishi boladı ha'm barlıq ag'ıstı bir ag'is tu'tikshesi dep qarawg'a boladı. Basım ıdıtın to'mengi kese-kesiminde de, joqarg'ı kese-kesiminde de atmosferalıq basım r_0 ge ten' dep esaplaymız. Sonlıqtan Bernulli ten'lemesi bılay jazıladı:

$$v_1^2/2 + g(h_1 - h_2) = v_2^2/2.$$

Eger ıdıstag'ı suyıqlıqtın tezligi $v_1 = 0$ dep esaplansa ha'm $h_1 - h_2 = h$ bolg'an jag'dayda (ıdıstag'ı tesikshe gorizont bag'ıtında tesilgen)

$$v_2 = (2gh)^{1/2}$$

shamasına ten' boladı. Yag'nıy suyıqlıqtın tesikshe arqalı ag'ıp shıg'ıw tezligi dene h biyikliginen erkin tu'skende alatug'ın tezligine ten' boladı eken.

Bernulli ten'lemesi ja'rdeminde *Torrichelli formulasın* keltirip shıg'arıw mu'mkin.

Meyli suyıqlıq quyılğ'an ıdıtın to'mengi bo'liminde tesikshe bolsın ha'm bul tesikshe arqalı ag'ıp shıg'ıp atırg'an suyıqlıqtın tezligin anıqlayıq. Bul jag'dayda Bernulli ten'lemesi

$$R_0/\rho + gh = P_0/\rho + v^2/2. \quad (27-33)$$

Bul jerde h - tesikshe menen suwdın qa'ddi arasındag'ı qashıqlıq. R_0 atmosferalıq basım. Joqarıdag'ı ten'lemeden

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (27-34)$$

Bul formula *Torichelli formulası* dep ataladı. Bul formuladan suyıqlıqtın tesiksheden ag'ıp shıg'ıw tezligi h biyikliginen erkin tu'skende alıng'an tezlikke ten' bolatug'inlig'ı kelip shıg'adı.

Jabısqaqlıq. Real suyıqlılarda normal basımnan basqa suwıqlılardıń qozg'alıwshı elementleri shegaralarında *ishki su'ykelistin' urınba ku'shleri* yamasa *jabısqaqlıq* boladı. Bunday ku'shlerdin' bar ekenligine a'piwayı ta'jiriybelerden ko'rsetiwge boladı. Mısali jabısqaqlıq esapqa alınbay keltirilip shıg'arılğ'an Bernulli ten'lemesinen bılayınsha juwmaqlar shıg'aramız: Eger suyıqlıq gorizont boyınsha jatqan, barlıq jerlerinde kese-kesimi birdey bolg'an naydan ag'atug'ın bolsa basım ha'mme noqatlarda birdey boladı. Haqıyqatında basım ag'is bag'ıtında to'menleydi. Statsionar ag'ıstı payda etiw ushın naydın ushlarında turaqlı tu'rde basımlar ayırmasın payda etip turıw kerek. Bul basımlar ayırması su'ykelis ku'shlerin joq etiw ushın za'ru'r.

Basqa bir misal retinde aylanıwshı ıdıstag'ı suyıqlıqtın qozg'alısın baqlawdan kelip shıg'adı. Eger ıdıstı vetrikal bag'ıttag'ı ko'sher do'geresinde aylandırmaq suyıqlıqtın o'zi de aylanısqa keledi. Da'slep ıdıtın diywallarına tikkeley tiyip turg'an suyıqlıqtın qatlamları aylana baslaydı. Keyin aylanıs ishki qatlamlarg'a beriledi. Solay etip ıdıs penen suyıqlıq birdey bolıp aylanaman degenshe ıdıstan suyıqlıqqa aylanbalı qozg'alıs beriliwin dawam etedi. Usınday beriliwdi qozg'alıs bag'ıtına urınba bolıp bag'ıtlang'an ku'shler ta'miynleydi. Usınday urınba bag'ıtında bag'ıtlang'an ku'shlerdi *ishki su'ykelis ku'shleri* dep ataymız. *Jabısqaqlıq ku'shleri* dep atalatug'ın su'ykelis ku'shleri de ayrıqsha a'hmiyetke iye.

Ishki su'ykelistin' sanlıq nızamların tabıw ushın a'piwayı misaldan baslaymız. Arasında suyıqlıq jaylasatug'ın o'z-ara parallel, sheksiz uzın plastinalardı qaraymız. To'mengi AV plastinası qozg'almaydı, al joqarg'ı SD plastinkası og'an salıstırg'anda v_0 tezligi menen qozg'alsın. SD plastinasının ten' o'lshewli qozg'alısın ta'miynlew ushın og'an turaqlı tu'rde qozg'alıs bag'ıtındag'ı F ku'shin tu'siriw kerek. Bir orında uslap turıw ushın AV plastinasına

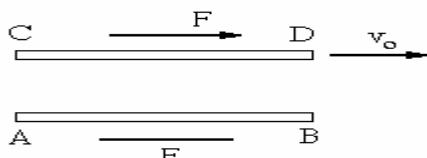
da tap usınday, biraq qarama-qarsı bag`ıtlang`an ku`sh tin` tu`siwi kerek. N`yuton ta`repinen usı ” ku`shinin` plastinalardıń` maydanı S ke, tezık v_0 ge tuwra propoertsional, al plastinalar arasındag`ı qashıqlıq h qa kerı propoertsional ekenligin da`lilledi. Demek

$$F = \eta S v_0 / h. \quad (27-35)$$

Bul formulada η - *ishki su`ykeliş koeffitsienti* yamasa *suyıqlıqtın` jabısqaqlıg`ı* dep atalıwshı turaqlı shama (koeffitsient). Onın` ma`nisi plastinalardıń` materialına baylanıslı bolmay, ha`r qıylı suyıqlıqlar ushın ha`r qıylı ma`nislerge iye boladı. Al berilgen suyıqlıq ushın  $\eta$  nın` ma`nisi birinshi gezekte temperaturag`a g`a`rezli boladı.

AV plastinasınn` bir orında tınısh turıwı da sha`rt emes. Av plastinası v_1 , al SD plastinası v_2 tezligi menen qozg`alatug`ın bolsa

$$F = \eta S (v_1 - v_2) / h. \quad (27-36)$$



72-su`wret

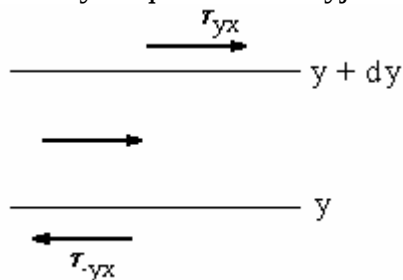
Bul formulanı ulıwmalastırıw ushın suyıqlıq X bag`ıtında qozg`aladı dep esaplaymız. Bunday jag`dayda ag`ıs tezligi tek y koordinatasınan g`a`rezli boladı:

$$v_x = v_x(y), \quad v_y = v_z = 0. \quad (27-37)$$

Suyıqlıq qatlamın 6 qatlamına perpendikulyar bag`ıtta juqa qatlamlarg`a bo`lemiz. Meyli bul tegislikler Y ko`sherin y ha`m y +dy noqatlarında kesip o`tsin. Joqarıda jaylasqan qatlamnıń` maydanının` bir birligine ta`sir etiwshi urınba ku`shiti τ_{yx} arqalı belgileyemiz. Bunday jag`dayda

$$\tau_{yx} = \eta (\partial v_x / \partial y). \quad (27-38)$$

Tap usınday talqılawlar na`tiyjesinde to`mendegidey ten`liklerdi alamız:



73-su`wret

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta [\partial v_x / \partial y + \partial v_y / \partial x]$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \eta [\partial v_y / \partial z + \partial v_z / \partial y]$$

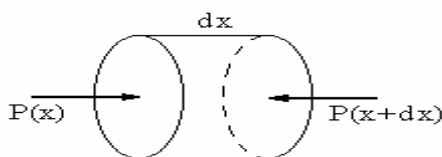
$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \eta [\partial v_z / \partial x + \partial v_x / \partial z]$$

Eger suyıqlıq qısılmaytug`ın bolsa bul ten`likler suyıqlıqlardıń` qozg`alısınan` differentsial ten`lemesin

keltirip shıg`arıw ushın tolıq jetkilikli.

Suyıqlıqtın` tuwrısızıqlı nay arqalı statsionar ag`ısı. Meyli qısılmaytug`ın jabısqaq suyıqlıq radiusı R bolg`an tuwrı mu`yeshli nay arqalı ag`atug`ın bolsın. Suyıqlıqtın` tezligi naydın` radiusı r ge baylanıslı ekenligi tu`sinikli.

Su`wrette ko`rsetilgendey jag`daydı talqılaymız. Naydın` ko`sheri retinde ag`ıs boyınsha bag`ıtlang`an X ko`sherin alamız. Nayda uzınlıg`ı dx, radiusı r bolg`an sheksiz kishi tsilindrlik bo`limdi kesip alamız. Usı tsilindrlik qaptal betke qozg`alıs bag`ıtında $dF = 2\pi r l \eta (dv/dr) dx$ ku`shi ta`sir etedi. Sonın` menen birge tsilindrdin` ultanlarına basımlar ayırması ku`shi ta`sir etedi:



74-su`wret

$$dF_1 = \pi r^2 [P(x) - P(x+dx)] = - \pi r^2 (dP/dx) dx. \quad (27-39)$$

Statsionar ag`ısta bul eki ku`shtin` qosındısı nolge ten` bolıwı kerek. Sonlıqtan

$$2\eta (dv/dr) = r(dP/dx). \quad (27-40)$$

Tezlik $v(r)$ ha`m  $dv/dr$  tuwındısı  $x$  tın` o`zgeriwi menen o`zgermey qaladı. Usının` na`tiyjesinde

$$dv/dr = - (R_1 - R_2)r/(2\eta l). \quad (27-41)$$

Integrallap

$$v = - (R_1 - R_2)r^2/(4\eta l) + C \quad (27-42)$$

formulasın alamız. $r = R$ bolg`anda $v = 0$. Sonlıqtan

$$v = - (R_1 - R_2)(R^2 - r^2)/(4\eta l). \quad (27-43)$$

Suyıqlıqtın` tezligi truba orayında o`zinin` maksimallıq ma`nisine iye:

$$v_0 = - (R_1 - R_2)R^2/(4\eta l). \quad (27-44)$$

Endi suwıqlıqtın` ag`ıp o`tken mug`darın esaplaymız. Bir sekund waqıt dawamında r ha`m  $r + dr$  radiusları arasındag`ı saqiyna ta`rizli maydan arqalı ag`ıp o`tken suwıqlıqtın` mug`darı  $dQ = 2\pi r dr v$ . Bul an`latpag`a  $v$  nın` ma`nisin qoyıp ha`m integrallaw arqalı suwıqlıqtın` ag`ıp o`tken mug`darın bilemiz:

$$Q = \pi \rho [(P_1 - P_2)/2\eta l] \int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \pi \rho (P_1 - P_2) R^4 / 8\eta l. \quad (27-45)$$

Demek *ag`ıp o`tken suwıqlıqtın` mug`darı basımlar ayırması $P_1 - P_2$ ge, naydın` radiusının` 4-da`rejesine tuwra, al naydın` uzınlıg`ı menen suwıqlıqtın` jabısqaqlıq koeffitsientine kerı proporsional eken.*

Keyingi formula *Puazeyl formulası* dep ataladı.

Puazeyl formulası tek *g`ana laminar ag`ıslar* ushın durıs boladı. Laminar ag`ısta suwıqlıq bo`leksheleri naydın` ko`sherine parallel bolg`an sıızıq boyınsha qozg`aladı. Laminar ag`ıs u`lken tezliklerde buzıladı ha`m *turbulentlik ag`ıs* payda boladı.

Ha`r sekund sayın naydın` kese-kesimi arqalı alıp o`tiletug`ın **kinetikalıq energiya**:

$$K = \int_0^R (\rho v^2/2) * 2\pi r v dr. \quad (27-46)$$

Bul an`latpag`a v nın` ma`nisin qoyıp ha`m integrallaw na`tiyjesinde alamız:

$$K = (1/4) Q v_0^2 = Q(\bar{v})^2. \quad (27-47)$$

Ha`r sekund sayın suwıqlıq u`stinen islenetug`ın jumıs basımlar ayırması  $R_1 - R_2$  ge tuwra proporsional ha`m $A = \int v(R_1 - R_2) * 2\pi r dr$ formulası ja`rdeminde anıqlanadı. Yamasa $A = (R_1 - R_2)Q/\rho$. (27-48)

Shaması usınday bolg`an, biraq belgisi boyınsha teris  $A'$  jumıstı ishki su`ykelis ku`shteri orınlaydı.  $A' = -Av_0 = - (R_1 - R_2)R^2/(4\eta l)$  formulasınan basımlar ayırmasın tabamız ha`m

$$A' = - 4\pi v_0 l Q / (\rho R^2). \quad (27-49)$$

Alıng`an formulalar qanday jag`dayda su`ykelik ku`shtlerin esapqa almawg`a bolatug`ınlıg`ına (yamasa Bernulli ten`lemesin paydalanıwg`a) juwap beredi. Bunın` ushın jabısqaqlıqqa baylanıslı kinetikalıq energiyanın` jog`alıwı suwıqlıqtın` o`zinin` kinetikalıq energiyasına salıstırg`anda salıstırmas da`rejede az bolıwı kerek, yag`nıy $|A'| \ll A$. Bul

$$v_0 R^2 / (16Fl) \gg 1 \quad (27-50)$$

ten`sizligine alıp keledi. Bul jerde F belgisi menen *kinematikalıq jabısqaqlıq* belgilengen.

$$F = \eta / \rho \quad (27-51)$$

shaması dinamikalıq jabısqaqlıq dep ataladı.

Gidrodinamikalıq uqsashlıq nızamları. Qanday da bir deneni yamasa deneler sistemasın basıp o`to`tug`ın suwıqlıq ag`ısın qaraymız. Usının` menen birge sog`an sa`ykes suwıqlıq ta`repinen orap o`tiletug`ın sheksiz ko`p sanlı denelerdi de qaraw mu`mkin. Usınday eki ag`ıs

ta mexanikalıq jaqtan birdey bolıwı ushın ag`ıs parametrleri ha`m suyıqlıqtı ta`ripleytug`ın turaqlılar (ρ , η ha`m basqalar) qanday sha`rtlerdi qanaatlandırıwı kerek degen soraw beriledi. Eger uqsaslıq bar bolatug`ın bolsa, birinshi sistema ushın ag`ıstı bile otırıp geometriyalıq jaqtan uqsas bolg`an basqa sistemadag`ı ag`ıstın` qanday bolatug`ınlıg`ın boljap beriw mu`mkin. Bul kemelerdi ha`m samoletlardı soqqanda u`lken a`hmiyetke iye. Real korabller menen samoletlardı soqqanda da`slep geometriyalıq jaqtan uqsas, biraq kishireytilgen modelleri sınaqlardan o`tkeriledi. Keyin qayta esaplawlar ja`rdeminde real sistemalardın` qa`siyetleri anıqlanadı. Bunday ma`seleni sheshiw din` an`sat usılın *o`lshemler teoriyası* beredi.

Ma`seleni ulıwma tu`rde shesheyik. Meyli $\mathbf{r}$ ha`m  $\mathbf{v}$  bir birine uqsas noqatlardag`ı radius-vektor ha`m suyıqlıqtın` tezligi bolsın, l ta`n *o`lshem* ha`m  $v_0$  - *ag`ıstın` ta`n tezligi* bolsın (usınday tezlik penen suyıqlıq «sheksizlikten» qarap atırılğ`an sistemag`a keledi dep esaplanadı). Bul suyıqlıqtın` qa`siyeti tıg`ızlıq  $\rho$ , jabısqaqlıq  $\eta$  ha`m qısılg`ıshlıq penen ta`riyiplensin. Qısılg`ıshlıqtın` ornına sestin` qarap atırılğ`an suyıqlıqtıg`ı tezligin alıw mu`mkin. Eger salmaq ku`shi a`hmiyetke iye bolsa erkin tu`siwdegi tezleniw  $g$  alınadı. Eger suyıqlıqtın` ag`ısı statsionar bolmasa, onda ag`ıs sezilerliktey o`zgeretug`ın *ta`n waqıt* τ alınıwı kerek. Sonlıqtan

$$\mathbf{v}, v_0, \mathbf{r}, l, \rho, \eta, s, g, \tau$$

shamaları arasında funktsionallıq baylanıs orın alıwı kerek. Olardan altı *o`lshemsiz kombinatsiyalar* du`ze alamız. Usıg`an  $\mathbf{v}/v_0$ ,  $\mathbf{r}/l$  eki qatnası ha`m to`rt *o`lshem birliğı* joq san kiredi:

$$\begin{array}{lll} \text{Re} & = & \rho l v_0 / \eta = \quad \text{la} \\ & & l v_0 / \nu. \\ F & = & v_0^2 / g l \quad \text{lb} \\ M & = & v_0 / c \quad \text{lv} \\ S & = & v_0 \tau / l \quad \text{lg} \end{array}$$

O`lshemlik qag`ıydası boyınsha usı *o`lshem birliğı* joq kombinatsiyalardın` biri qalg`anların` funktsiyası bolıwı kerek. Mısalı:

$$\mathbf{v}/v_0 = f(\mathbf{r}/l, \text{Re}, F, M, S)$$

yamasa

$$\mathbf{v} = v_0 f(\mathbf{r}/l, \text{Re}, F, M, S).$$

Eki ag`ıs ushın joqarıda keltirilgen altı *o`lshem birliğı* joq kombinatsiyalardın` besewi eki ag`ıs ushın birdey bolsa, onda altınshı kombinatsiya da qalg`anları menen birdey bolıp shıg`adı. Bul *ag`ıslardın` uqsaslıg`ının` ulıwmalıq nızamı*. Al ag`ıslardın` o`zleri bolsa *mexanikalıq jaqtan yamasa gidrodinamikalıq uqsas* dep ataladı.

(la)-san *Reynol`das* (1842-1912) *sanı*, (lb)-san *Frud sanı*, (lv)-san *Max sanı*, (lg)-san *Struxal sanı* dep ataladı. Max penen Struxal sanları fizikalıq jaqtan tu`sindiriwdi talap etpeydi. Al Reynol`das ha`m Frud sanların` fizikalıq ma`nislerin tu`sindiriw kerek. Eki sannın` da *o`lshem birliğı* joq ekenligine itibar beriwimiz kerek. Reynol`das sanı kinetikalıq energıyanın` jabısqaqlıqtın` bar bolıwı saldarınan ta`n uzınlıqta jog`alg`an kinetikalıq energıyasına proporsional shama bolıp tabıladı. Haqıyqatında da suyıqlıqtın` kinetikalıq energıyası $K \sim (1/2)\rho v_0^2 l^3$. Jabısqaq kernew $\eta v_0 / l$ din` ma`nisin ten maydan l^2 qa ko`beytiw arqalı jabısqaqlıq ku`shin tabamız. Bul ku`sh  $\eta v_0 l$  bolıp shıg`adı. Bul ku`shti ta`n uzınlıqqa ko`beytsek jabısqaqlıq ku`shi jumısın tabamız: $A \sim \eta v_0 l^2$. Kinetikalıq energıyanın` jumısqa qatnası

$$K/A \sim \rho l v_0 / \eta.$$

inertiya menen jabısqaqlıqtın` salıstırmalı ornın anıqlaydı eken. *Reynol`ds sanının` u`lken ma`nislerinde inertsiya, al kishi ma`nislerinde jabısqaqlıq tiykarg`ı orındı iyeleydi.*

Sol sıyaqlı ma`niske Frud sanı da iye. Ol *kinetikalıq energiyanın` suyuqlıq ta`n uzunlıqtı o`tkendegi salmaq ku`shinin` jumısına qatnasına proporsional* shama bolıp tabıladı. Frud sanı qanshama u`lken bolsa salmaqtın` qasında inertsıyanın` tutqan ornı sonshama u`lken ekenligin ko`remiz.

Potentsial ha`m iyrım qozg`als. Suyuqlıqtardın` qozg`alısı haqqında ga`p etilgende qozg`alıslardı *potentsial* ha`m *iyrim* qozg`alıslarg`a bo`lemiz. Belgilengen waqıt momentindegi suyuqlıqtın`  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  tezlikler maydanın qaraymız. Suyuqlıqta S tuyıq konturı alamız ha`m aylanıp shıg`ıwdın` on` bag`ıtın belgileyemiz.

$\boldsymbol{\tau}$ - birlik urınba vektor, $d\mathbf{s}$ - konur uzunlıg`ı elementi. S tuyıq konturı boyınsha aling`an

$$G = \oint \mathbf{v}_\tau ds = \oint (\mathbf{v} d\mathbf{s}) \quad (27-52)$$

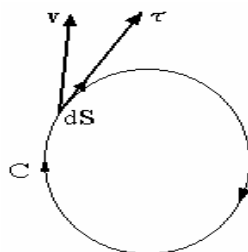
integralı S konturı boyınsha *tezlik vektorının` tsirkulyatsiyası* dep ataladı. Eger tsirkulyatsiya tuyıq kontur boyınsha nolge ten` bolsa suyuqlıqtın` qozg`alısı *potentsial qozg`alis* dep ataladı. Qarsı jag`dayda qozg`alıstı *iyrim qozg`alis* dep ataymız.

$$\mathbf{v} = \text{grad } \varphi \quad (27-53)$$

bolg`an jag`daydag`ı φ tezlikler potentsialı dep ataladı.

Ideal suyuqlıqtın` konservativlik ku`shler ta`sirinde tınıshlıq halının qozg`ala baslawı potentsial ag`ıs bolıp tabıladı.

Iyrım qozg`alıstın` mısalı retinde suyuqlıqtın` bir tegislikte kontsentrlik shen`berler boyınsha bir ω mu`yeshlik tezligi boyınsha qozg`alıwın ko`rsetiwge boladı. Bul jag`dayda r radiuslı shen`ber boyınsha tezliktin` tsirkulyatsiyası $G = 2\pi r v = 2\pi r^2 \omega$. Onın` kontur maydanına qanası  $G/(\pi r^2) = 2\omega$ , yag`nıy radius r ge baylanıslı emes. Eger aylanıwdın` mu`yeshlik tezligi radius r ge baylanıslı bolatug`ın bolsa  $G/(\pi r^2)$  qatnasının` ornına onın`  $r \rightarrow 0$  bolg`andag`ı shegi beriledi. Bul shek mu`yeshlik tezliktin` ekiletilgen ko`beymesine ten`. Bul shek  $rv$  tezliginin` *quyını* yamasa *rotorı* (da`liregi kontur tegisligine perpendikulyar bolg`an tegislikke tu`sirirgen rotor vektorının` proektsiyası) dep ataladı.



75-su`wret

Ulıwma jag`dayda rotor dep

$$\text{rot}_n \mathbf{v} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} (G/\Delta S). \quad (27-54)$$

shamasın aytamız.

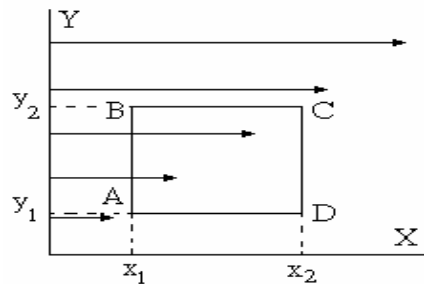
Bul jerdegi $G - \mathbf{v}$ vektorının` qarap atırılğ`an kontur boyınsha tsirkulyatsiyası. Mısal retinde X ko`sheri bag`ıtındag`ı suyuqlıqtın` tegisliktegi ag`ısın alıp qaraymız. Ag`ıs tezligi ko`lidenen` bag`ıtta  $v_x = ay$  nızamı boyınsha o`zgersin. Iyrım ta`rizli qozg`alıstın` orın alatug`ınlıg`ına iseniw ushın ta`repleri koordinata ko`sherlerine parallel bolg`an AVSD konturın alamız. Bul kontur boyınsha tezlik tsirkulyatsiyası

$$G = (x_2 - x_1)(v_1 - v_2) = -a(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$$

Onın` kontur maydanı $\Delta S = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ 75 qatnası yamasa

$$\text{rot}_z \mathbf{v} = -a \quad (27-55)$$

yamasa



76-su`wret

$$\text{rot}_z \mathbf{v} = - \partial v_x / \partial y. \quad (27-56)$$

Eger v_x koordinata y ke baylanıslı sızıqlı bolmasa da keyingi formula durıs bolıp qaladı, biraq $\text{rot}_z \mathbf{v}$ u koordinatasının` funksiyaasına aylanadı.

Shegaralıq qatlam ha`m u`ziliw qubılısı. Reynol`ds sanının` u`lken ma`nislerinde su`yirlengen deneler betlerinen qashıq orınlarda jabısqaqlıq ku`shleri hesh qanday a`hmiyetke iye bolmaydı. Bul ko`shlerdin` ma`nisi basımlar ayırmasının` saldarınan payda bolg`an ku`shlerden a`dewir kem. Bul ku`shlerdi esapqa almay ketiwge ha`m suyıqlıqtı ideal dep esaplawg`a boladı. Biraq sol su`yirlengen denelerge tiyip tug`an orınlarda onday emes. Jabısqaqlıq ku`shleri denelerdin` betlerine suwıqlıqtın` jabısıwına alıp keledi. Sonlıqtan deneler betine tikkeley tiyip turg`an orınlarda jabısqaqlıqqa baylanıslı su`ykeli ku`shlerinin` shaması basımlar ayırması ku`shleri menen barabar dep juwmaq shıg`arıwg`a boladı. Usınday jag`daydın` orın alıwı ushın suyıqlıqtın` tezligi deneden alıslaw menen tez o`siwi kerek. Tezliktin` usınday tez o`siwi juqa betke tiyip turg`an *shegaralıq qatlamda* orın aladı.

Bul shegaralıq qatlamnıń qalınlıg`ı  $\delta$  anıq anıqlang`an fizikalıq shamalar qatarına kirmeydi. Sebebi qatlamnıń anıq shegarası joq. Qatlamnıń qalınlıg`ı tek g`ana suyıqlıqtın` qa`siyetlerine baylanıslı bolıp qalмай, su`yirlengen denenin` formasına da baylanıslı boladı. Sonın` menen birge shegaralıq qatlam qalınlıg`ı ag`ıstın` bag`ıtı boyınsha su`yirlengen denenin` aldın`g`ı jag`ınan arqı jag`ına qaray o`sedı. Sonlıqtan δ nıń da`l ma`nisi haqqında aytıwdın` mu`mkinshiligi bolmaydı. Onın` ma`nisin tek bahalaw kerek.

Shegaralıq qatlamnıń qalınlıg`ın usı qatlamdag`ı jayısqaqlıq ku`shleri menen basım ayırmasınan payda bolg`an ku`shler menen ten`lestirip anıqlaw mu`mkin. Da`slep shegaralıq qatlamdag`ı suyıqlıqtın` bir birlik ko`lemine ta`sir etetug`ın su`ykeli ku`shi  $f_{\text{su`y}}$ tin` ma`nisin bahalaymız. Ag`ıs bag`ıtına perpendikulyar bag`ıtta suyıqlıq tezliginin` gradienti shama menen v/δ g`a barabar. Bir birlik ko`lemge ta`sir etiwshi ku`sh

$$f_{\text{su`y}} \sim (\eta S v / \delta) / S \delta = \eta v / \delta^2.$$

Endi basımlar ayırmasınan payda bolg`an ku`shtin` shamasın bahalaymız.  $f_{\text{bas}} = \text{grad } P$ . Bizdi tek ag`ıs bag`ıtındag`ı basımın` gradienti qızıqtıradı. Bernulli ten`lemesinen $R = R_0 - (1/2) \rho v^2$. Bunnan $\text{grad } P = - (\rho/2) \text{grad } v^2$. Demek $f_{\text{bas}} \sim \rho v^2 / l$, l - su`yirlengen denenin` o`zine ta`n uzınlıg`ı. Eki ku`shti ($f_{\text{su`y}}$  ha`m f_{bas}) ten`lestirip, a`piwayı a`piwayılastırıwdı a`melge asırıp

$$\delta \sim [\eta l / (\rho v)]^{1/2}$$

yamasa

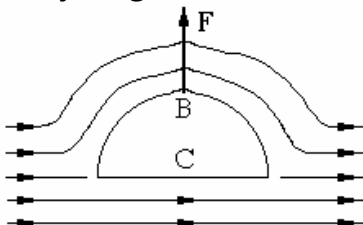
$$\delta \sim l * (\text{Re})^{-1/2}.$$

Mısalı diametri $D = 10$ sm, hawadag`ı tezligi  $v = 30$  m/s bolg`an shar ushın Reynol`das sanı  $2 * 10^5$  ke ten`, demek $\delta \sim 0.2$ mm.

Reynol`ds sanı shama menen birdin` a`tırıpında bolg`an jag`daylarda da  $\delta \sim l * (\text{Re})^{-1/2}$  formulası sapalıq jaqtan tuwrı na`tiyjelerge alıp keledi. Bul jag`dayda shegaralıq qatlamnıń o`lshemleri denenin` o`zinin` o`lshemleri menen ten`lesedi. Bunday jag`dayda shegaralıq qatlam haqqında aytıw ma`nisin jog`altadı. Shegaralıq qatlam haqqındag`ı ko`z-qaras statsionar laminar ag`ıs ushın da durıs kelmeydi. Bunın` sebebi jabısqaqlıq ku`shleri basım

gradientleri menen tek g`ana deninin` a`tirapında emes, al suyıqlıqtın` barlıq ko`leminde ten`lesedi.

Shegaralıq qatlam deneden u`zilmese onda qozg`alı suıqlıqtı ideal suıqlıq dep esaplanıw arqalı u`yreniliwi kerek. Shegaralıq qatlamnıń` bar bolıwı denenin` effektivlik o`lshemlerin u`lkeyiwi menen barabar boladı. Suıqlıq ag`ımına qarsı qarag`an deninin` aldın`g`ı beti usınday qa`siyetke iye. Biraq denenin` art ta`repinde shegaralıq ha`r waqt *shegaralıq qatlam dene betinen u`ziledi*. Bul jag`dayda jabısqaqlıq ku`shi tolıq jog`aladı degen ko`z-qaras haqıyqatlıqtan alıs bolg`an na`tiyjelerge alıp keledi. Shegaralıq qatlamnıń` u`ziliwi deneni aylanıp o`tiwdi pu`tkilley o`zgertedi.



77-su`wret. Jabısqaq suıqlıqtın` simmetriyag`a iye emes deneni orap ag`ıwı. Denege suıqlıq ta`repinen tu`sirilgen ku`shlerdin` qosındısı nolge ten` emes.

**Jabısqaq suıqlıqtın` simmetriyag`a iye emes deneni orap ag`ıwı.** Bul jerde simmetriyag`a iye emes haqqında aytlıg`anda suıqlıqqa salıstırğ`andag`ı qozg`alıw bag`ıtındag`ı simmetriya na`zerde tutılğ`an. Bul jag`dayda, 27-11 su`wrette ko`rsetilgenindey suıqlıq ta`repinen tu`sirilgen ku`shlerdin` qosındısı nolge ten` bolmaydı. Su`wrette a`piwayılıq ushın sheksiz uzın yarım tsilindr tu`rindegı dene keltirilgen. Denenin` S tegis betinde ag`ıs sızıqları usı betke parallel boladı, bul betke tu`setug`ın basımdı  $r$  g`a ten` dep belgileybiz.  $V$  noqatındag`ı basım r dan kem boladı. Sonlıqtan payda bolg`an qosındı ku`sh $F = \sum f_i \neq 0$. Bul ku`sh iyrimisiz ag`ısta ag`ıs sızıqlarına perpendikulyar boladı. Ideal suıqlıqta bul ku`sh deneni ag`ıs bag`ıtında qozg`altpaydı, onı tek ag`ıs bag`ıtına perpendikulyar emes bag`ıtta jılıtıwğ`a tırsadı.

Jabısqaq suıqlıq simmetriyasız deneni orap aqqanda denege ag`ıs ta`repinen ta`sir etiwshi ku`shlerdin` qosındısı  $F$  ku`shi ag`ıs sızıqlarına perpendikulyar bolmaydı. Bul jag`dayda onı eki qurawshıg`a jikleybiz: birewi ag`ıs bag`ıtında bag`ıtlang`an  $F_a$ , al ekinshisi ag`ısqa perpendikulyar bag`ıtlang`an F_p .

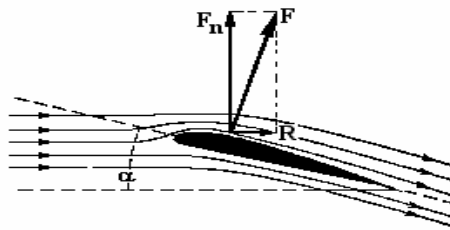
**Samolet qanaatının` ko`teriw ku`shi.** :ziliw qubılısı menen ko`teriw ku`shinin` payda bolıwı tikkeley baylanıslı. Turaqlı tezlik penen qozg`alıwshi samolettın` ken`isliktegi orientatsiyası o`zgermeydi. Bunday ushıwda samoletqa ta`sir etiwshi barlıq ku`shlerdin` momentleri bir birin ten`lestiredi. Al samolettın` impul`s momenti turaqlı bolıp qaladı. A`piwayılıq ushın sızılmağ`a perpendikulyarbag`ıtlang`an qanattı qaraymız. Qanattın` uzınlıg`ın sheksiz u`lken dep esaplaymız. Bunday qanat *sheksiz uzınlıqqa iye qanat* dep ataladı. Qanattın` S massa orayına koordinata basın ornataмыз (en` qolay jag`day). Esaplaw sistemasının` inertsiyal bolatug`ınlıg`ın o`zi-o`zinen tu`sinikli dep bilemiz.

Solay etip biz qanattı qozg`almaydı dep esaplaymız. Barlıq impul`s momntlerin sol S noqatına salıstırğ`anda alamız.

Ko`teriw ku`shinin` payda bolıwı ushın qanat simmetriyalı bolmawı kerek. Mısalı o`z ko`sheri do`gereginde aylanbaytug`ın do`n`gelek tsilindr jag`dayda ko`teriw ku`shinin` payda bolıwı mu`mkin emes.

Shegaralıq qatlamda qanattan qashıqlasqan sayın hawa bo`lekshelerinin` tezligi artadı. Sonın` saldarında shegaralıq qatlamdag`ı qozg`alıw iyrimlik ha`m sog`an sa`ykes aylanıwda o`z ishine aladı. Qanattın` u`stinde aylanıw saat strelkası bag`ıtında, al to`meninde qarama-qarsı bag`ıtta qozg`aladı (eger suıqlıq ag`ısı soldan on`g`a qaray qozg`alatug`ın bolsa).

Meyli qanattın to`menindegi shegaralıq qatlamda turg`an hawa massası bir yamasa bir neshe iyrım ta`repien julıp alınıp ketedi dep esaplaymız. Aylanıwg`a sa`ykes bul massa o`zi menen birge impul`s momentin alıp ketedi. Biraq hawanın` ulıwmalıq qozg`alı momentı o`zgermeydi. Eger qanattın` u`stingi ta`repien shegaralıq qatlamnıń u`zip alınıwı bolmasa qozg`alı momentinın` saqlanıwı ushın qanattın` sırtı boyınsha ag`ıs saat strelkası bg`ıtında qozg`alıwı kerek. Basqa so`z benen aytqandı qanattın` sırtı arqalı tiykarg`ı ag`ısqa qosılıwshı saat strelkası bag`ıtındag`ı hawanın` tsirkulyatsiyası payda boladı. Qanat astındag`ı tezlik kishireydi, u`stinde u`lkeyedi. Sırtqı ag`ısqa Bernulli ten`lemesin qollanıwg`a boladı. Bul ten`lemeden tsirkulyatsiya na`tiyjesinde qanattın` astında basımnın` ko`beyetug`ınlıg`ı, al u`stinde azayatug`ınlıg`ı kelip shıg`adı. Payda bolg`an basımlar ayırması joqarıg`ı qaray bag`ıtlang`an ko`teriw ku`shi sıpatında ko`rinedi. Al julıp alıng`an iyrimler qanattın` u`stingi ta`repien payda bolsa «ko`teriw» ku`shi to`men qaray bag`ıtlanadı.



78-su`wret. Samolet qanatınń ko`teriw ku`shinin` payda bolıwın tu`sindiretug`ın su`wret.

28-sanlı lektsiya.

§ 28. Su`ykelis ku`shleri

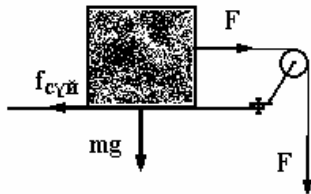
1. Qurg`aq su`yelis.
2. Suyıq su`ykelis.
3. Su`ykelis ku`shlerinin` jumısı.
4. Suyıq su`ykelis bar jag`daydag`ı qozg`alı.
5. Stoks formulası.
6. Shekli tezlikke jaqınlaw.

Qurg`aq su`yelis. Eger eki dene o`z betleri menen bazı bir basım astında tiyisip turatug`ın bolsa onda usı tiyisetug`ın betke urınba bag`ıtında kishi ku`sh tu`skeni menen bul deneler bir birine salıstırg`anda qozg`alısqa kelmeydi. Jıljıwdın` baslanıwı ushın ku`shtin` ma`nisi belgili bir minimal shamadan asıwı kerek. *Deneler bir biri menen belgili basım menen tiyisip turatug`ın bolsa, onda olardı bir birine salıstırg`anda jıljıtıw ushın usı jıljıwg`a qarsı qartılğ`an ku`shten u`lken ku`sh tu`siriw kerek. Bul ku`shler tınıshlıqtag`ı su`ykelik ku`shleri dep ataladı.* Jıljıwdın` baslanıwı ushın sırtqı tangensial bag`ıtlang`an ku`shtin` ma`nisi belgili shamadan artıwı kerek. Solay etip tanashlıqtag`ı su`ykelis ku`shi  $f_{\text{tn}}$  nolden baslap bazı bir maksimum shaması  $f_{\text{tn}}^{\text{max}}$  ma`nisine shekem o`zgeredi. Bul ku`sh sırttan tu`sirilgen ku`shtin` ma`nisine ten`. Bag`ıtı boyınsha qarama-qalsı bolıp, sırtqı ku`shti ten`lestiredi. Su`ykelis ku`shi basımg`a, denenin` materialına, bir birine tiyisip turg`an betlerdin` tegisligine baylanıslı.

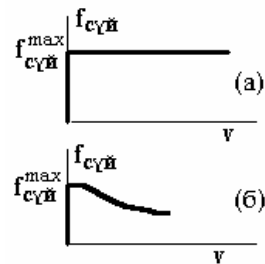
Sırtqı tangensial ku`sh  $f_{\text{tn}}^{\text{max}}$  ten u`lken ma`niske iye bolsa tiyip turg`an betler boyınsha jıljıw baslanadı. *Bul jag`dayda su`ykelis ku`shi tezlikke qarsı bag`ıtlang`an.* Ku`shtin` san shaması tegislengen betler jag`dayında kishi tezliklerde tezlikke baylanıslı bolmaydı ha`m

$f_{\text{tın}}^{\text{max}}$ shamasına ten`. Su`ykelis ku`shinin` tezlikke g`a`rezliligi a su`wrette ko`rsetilgen. $v \neq 0$ bolg`an barlıq tezliklerde su`ykelis ku`shi anıq ma`niske ha`m bag`ıtqa iye. $v = 0$ de onın` shaması bir ma`nisli anıqlanbaydı ha`m sırttan tu`sirilgen ku`shke baylanıslı boladı.

Biraq su`ykelis ku`shlerinin` tezlikten g`a`rezsizligi u`lken emes tezliklerde baqlanadı. (b) su`wrette ko`rsetilgendey tezlik belgili bir shamağ`a shekem o`skende su`ykelis ku`shleri kemeyedi (tınıshlıqtag`ı su`ykelis ku`shinin` shamasına salıstırg`anda), al keyin artadı.



79-su`wret. Qurg`aq su`ykelis.



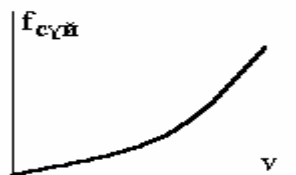
80-su`wret. Qurg`aq su`ykelis ku`shinin` tezlikke baylanıslılığ`ı. Ordinata ko`sherlerine tezlikke qarsı bag`ıtlang`an ku`sh qoyılğ`an.

Qarap atırg`an su`ykelis ku`shlerinin` o`zine ta`n ayırmashılığ`ı sol ku`shlerdin` bir birine tiyisip turg`an betlerdin` bir birine salıstırg`andag`ı tezligi nolge ten` bolg`anda da jog`almaytug`ınılığ`ı bolıp tabıladı. **Usınday su`ykelis qurg`aq su`ykelis dep ataladı.** Joqarıdag`ı su`wrette berilgen  $f_{\text{su`y}} = k'mg$, k' su`ykelis koefitsienti dep ataladı. Bul koefitsientin` ma`nisi eksperimentte anıqlanadı.

Qurg`aq su`ykelistin` bolıwı bir birine tiyisip turg`an betlerdegi atomlar menen molekulalardın` o`z-ara ta`sirlesiw menen baylanıslı. Demek qurg`aq su`ykelis elektromagnit ta`sirlesiw din` na`tiyjesinde payda boladı dep juwmaq shıg`aramız.

**Suyıq su`ykelis.** Eger biri birine tiyip turg`an betlerdi maylasaq, onda jılıw derlik nolge ten` ku`shlerdin` ta`sirinde-aq a`melge asa baslaydı. Bul jag`dayda, mısalı metaldın` qattı betleri bir biri menen ta`sirlespey, betlerge maylag`ında jag`ılğ`an may plenkası ta`sirlesedi. **Tınıshlıqtag`ı su`ykelis ku`shi bolmaytug`ın bunday su`ykelis suyıq su`ykelis ku`shi dep ataladı.** Gazde yamasa suyıqlıqta metal sharik ju`da` kishi ku`shlerdin` ta`sirinde qozg`ala aladı.

Suyıq su`ykelis ku`shinin` tezlikke g`a`rezliligi su`wrette ko`rsetilgen. Ku`shtin` kishi ma`nislerinde $f_{\text{su`y}} = -kv$ .  $k$  proportionsallıq koefitsienti suyıqlıq yamasa gazdin` qa`siyetlerine, denenin` geometriyalıq ta`riplemelerine, denenin` betinin` qa`siyetlerine baylanıslı.



81-su`wret. Suyıq su`ykelis ku`shinin` tezlikke baylanıslılığ`ı. Ordinata ko`sherine qarama-qarsı bag`ıtlang`an ku`shler qoyılğ`an.

Qattı deneler gazde yamasa suyıqlıqta qozg`alg`anda su`ykelis ku`shlerinen basqa denelerdin` tezligine qarama-qarsı bag`ıtlang`an qarsılıq ku`shleri de orın aladı. Bul ku`shler tutas deneler mexanikasında u`yreniledi.

**Su`ykelis ku`shlerinin` jumısı.** Tınıshlıqtag`ı su`ykelis ku`shlerinin` jumısı nolge ten`. Qattı betlerdin` sırg`anawında su`ykelis ku`shleri orın almastırıwğ`a qarsı bag`ıtlang`an.

Onın jumısı teris belgige iye. Bul jag`dayda kinetikalıq energiya bir biri menen su`ykelisetug`ın betlerdin` ishki energiyasına aylanadı - onday betler qızadı. Suyıq su`ykeliste de kinetikalıq energiya jallılıq energiyasına aylanadı. Sonlıqtan *su`ykelis bar bolg`andag`ı qozg`alıslarda energıyanın` saqlanıw nızamı kinetikalıq ha`m potentsial energiyalardın` qosındısının` turaqlı bolıp qalatug`ınlıg`ınan turmaydı*. Su`ykelis barda usı eki energıyanın` qosındısı kemeyedi. Energiyanın` ishki energiyag`a aylanıwı a`melge asadı.

Suyıq su`ykelis bar jag`daydag`ı qozg`alıslar. Qurg`aq su`ykeliste tezleniw menen qozg`alıslar su`ykelis ku`shinnin` maksimal ma`nisinen artıq bolg`anda a`melge asadı. Bunday jag`daylarda turaqlı sırtqı ku`shtin` ta`sirinde dene ta`repinen alınatug`ın tezlik sheklenbegen. *Suyıq su`ykelis bolg`anda jag`day basqasha*. Bunday jag`dayda turaqlı ku`sh benen tek g`ana sheklik dep atalatug`ın tezlikke shekem tezletedi. Usınday tezlikke jetkende $f_{su`y} = kv$  su`ykelis ku`shi sırttan tu`sirilgen ku`shti ten`lestiredi ha`m dene ten` o`lshewli qozg`ala baslaydı. Demek sheklik tezlik $v_{shek} = f/k$.

Stoks formulası. Suyıq su`ykelis ku`shin esaplaw quramalı ma`sele bolıp tabıladı. Su`ykelis ku`shi suyıqlıqta qozg`alıwshı denenin` formasına ha`m *suyıqlıqtın` jabısqaqlıg`ına* baylanıslı. :lken emes shar ta`rizli deneler ushın bul ku`sh *Stoks formulası* ja`rdeminde anıqlanıwı mu`mkin:

$$f_{su`y} = 6\pi\mu r_0 v. \quad (28-1)$$

r_0 - shardın` radiusı, μ - jabısqaqlıq koeffitsienti.

Shekli tezlikke jaqınlaw. Bir o`lshemli ken`islikte su`ykelis ku`shleri bar jag`daylarda denenin` qozg`alısları

$$m(dv/dt) = f_0 - kv \quad (28-2)$$

ten`lemesi menen ta`riplenedi. f_0 ku`shin turaqlı dep esaplaymız. Meyli  $t = 0$  waqıt momentinde  $v = 0$  bolsın. Ten`lemenı integrallaw arqalı sheshimin tabamız:

$$\int_0^v \frac{dv}{[1 - (k/f_0)v]} = (f_0/m) \int_0^t dt;$$

$$(f_0/k) \ln (1 - kv/f_0) = f_0 t/m$$

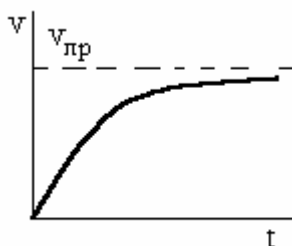
Potentsiallag`annan keyin:

$$v(t) = (f_0/k) \{1 - \exp [-(k/m)t]\}. \quad (28-3)$$

Bul baylanıs grafıgı su`wrette ko`rsetilgen. $v(t)$ tezligi 0 den $v_{sh} = f_0/k$ shamasına ekem eksponentsial nızam boyınsha o`sedı. Eksponenta o`zinin` ko`rsetkishine ku`shli g`a`rezlilikke iye. Ko`rsetkishtin` shaması -1 ge jetkende ol nolge umtıladı. Sonlıqtan ko`rsetkish -1 ge ten` bolaman degenshe o`tken waqıt τ ishinde tezlik shekli ma`nisine iye boladı dep esaplawg`a boladı. Bul shama $(k\tau/m) = 1$ sha`rtinen anıqlanıwı mu`mkin. Bunnan $\tau = m/k$. Shar ta`rizli deneler ushın Stoks formulası boyınsha  $k = 6\pi\mu r_0$ . Shardın` ko`lemi  $4\pi r_0^3/3$  bolg`anlıqtan shekli tezlikke shekem jetetug`ın waqıt

$$\tau = m/(6\pi\mu r_0) = (2/9) \rho_0 r_0^2/\mu. \quad (28-4)$$

ρ_0 - denenin` tıg`ızlıg`ı. Glitserin ushın  $\mu \approx 14 \text{ g/(sm*s)}$ . Sonlıqtan tıg`ızlıg`ı  $\rho_0 \approx 8 \text{ g/sm}^3$ , radiusı  $r_0 \approx 1 \text{ sm}$  bolg`an polat shar $\tau \approx 0.13 \text{ s}$ ishinde shekli tezligine jetedi. Eger $r_0 \approx 1 \text{ mm}$ bolg`anda waqıt shama menen 100 ma`rtebe kishireyedi.



shekli ma`nisine jaqınlawı.

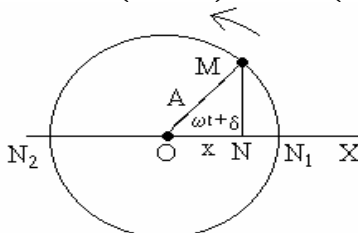
Sorawlar: Dene qozg`almay turg`anda qurg`aq su`ykelis ku`shi nege ten` ha`m qalay qarap bag`ıtlang`an?
Denenin` tezligi nolge ten` bolg`anda suyıq su`ykelis ku`shi nege ten`?
Qurg`aq su`ykelis ku`shi tezlikke qalay baylanıslı?
Suyıq su`ykelis ku`shi tezlikke qalay baylanıslı?
Hawada qulap tu`skende adamnıń shama menen alıng`an shekli tezligi nege ten`?

§ 29. Terbelmeli qozg`alı

1. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko`rsetiw.
2. Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw.
3. Menshikli terbelis.
4. Da`slepki sha`rtler.
5. Energiya.
6. Terbelislerdin` so`niwi.
7. Ma`jbu`riy terbelisler. Rezonans.
8. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik.
9. Prujinag`a ildirilgen ju`ktin` garmonikalıq terbelisi.
10. Fizikalıq mayatnik.

Biz a`piwayı mexanikalıq terbelislerdi qaraymız. Materiallıq noqattın` terbelmeli qozg`alısnın baslaymız. Bunday qozg`alısta materiallıq noqat birdey waqıt aralıqlarında bir awhal arqalı bir bag`ıtta o`tedi. terbelmeli qozg`alıslardın` ishindegi en` a`piwayısı **a`piwayı** yamasa **garmonikalıq terbelmeli qozg`alı** bolıp tabıladı. Radiusı A bolg`an shen`ber boyınsha materiallıq noqat ω mu`yeshlik tezligi menen ten` o`lshemli qozg`alatug`ın bolsın.  $X$  ko`sherine tu`sirilgen proektsiyası shetki  $N_1$  ha`m N_2 noqatları arasında garmonikalıq qozg`alı jasadı. Bunday qozg`alı formula

$$x = A \cos(\omega t + \delta) \quad (29-1)$$



83-su`wret. Garmonikalıq terbelistin` ten`lemesin alıw ushın sıızılma.

ha`m  $N$  noqatnıń  $N_1N_2$  diametri boylap terbelmeli qozg`alısnı analitikalıq jaqtan ta`ripleydi.  $A$  - terbelis amplitudası (ten` salmaqlıq O halınan en` maksimum bolg`an awıtqıwı), ω - terbelistin` tsikllıq jiyiligi,  $\omega t + \delta$  - terbelis fazası, al  $t=0$  bolg`andag`ı fazanın` ma`nisi  $\delta$  da`slepki faza dep ataladı. Eger $\delta = 0$ bolsa $x = A \cos \omega t$, al $\delta = -\pi/2$ bolg`anda  $x = A \sin \omega t$ . Demek garmonikalıq terbelislerde abstsissa  $t$  waqıttın` sinus yamasa kosinus funktsiyası boladı.

$$T = 2\pi/\omega \quad (29-2)$$

waqıttan keyin faza 2 o`simin aladı, terbeliwshi noqat o`zinin` da`slepki qozg`alı bag`ıtındag`ı halına qaytıp keledi.  $T$  waqıtı *terbelis da`wiri* dep ataladı.

Terbeliwshi noqattın tezligi:

$$v = \dot{x} = -\omega A \sin(\omega t + \delta). \quad (29-3)$$

Ekinshi ret differentsiallasaq

$$a = \ddot{x} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta). \quad (29-4)$$

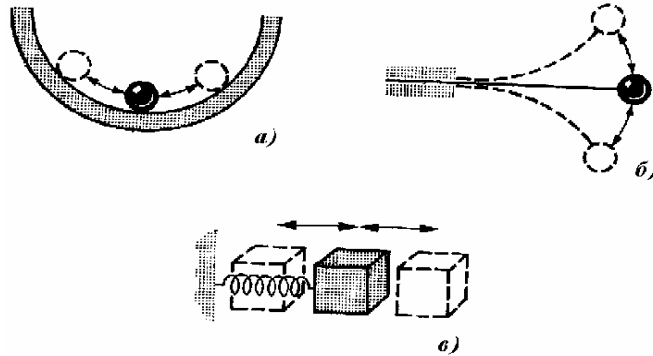
(29-1) di esapqa alsaq

$$a = -\omega^2 x. \quad (29-5)$$

Materiallıq noqatqa ta'sir etiwshi ku'sh

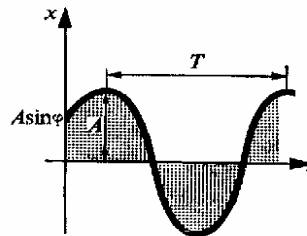
$$F = ma = -m \omega^2 x. \quad (29-6)$$

Bul ku'sh awısıw x qa proporsional, bag'ıtı barqulla x qa qarama-qarsı.



84-su`wret. Kishi awıttıqlardag'ı ha'r qıylı sistemalardıń terbelisleri

**Garmonikalıq terbelislerdi kompleks formada ko`rsetiw.** Dekart koordinatalar sistemasında kompleks sannın haqıyqıy bo`limi abstsissa ko`sherine, al jormal bo`limi ordinatag'a qoyıladı.



85-su`wret. Garmonikalıq funksiyanın grafigi.

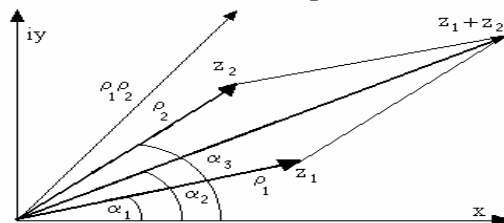
Eyler formulasınan paydalanamız:

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (i^2 = -1). \quad (29-7)$$

Bul formula qa`legen  $z = x + iy$  kompleks sanın eksponentsial tu`rde ko`rsete aladı:

$$z = \rho e^{i\alpha}, \quad \rho = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = y/x, \quad (29-8)$$

ρ shaması kompleks sannın moduli, al α fazası dep ataladı.



86-su`wret. Kompleks sanlar menen olar u`stinen islengen a`mellerdi grafikte ko`rsetiw.

Ha'r bir kompleks san z kompleks tegislikte ushının koordinataları (xy) bolg'an vektor tu`rinde ko`rsetiliwi mu`mkin. Kompleks san parallelogramm qag'ıydası boyınsha qosıladı.

Sonlıqtan da kompleks sanlar haqqında ga`p etilgende vektorlar haqqında aytilg`an jag`daylar menen birdey boladı.

Kompleks sanlardı bir birine ko`beytkende kompleks tu`rde ko`beytiw an`sat boladı:

$$z = z_1 z_2 = \rho_1 \rho_2 e^{i(\alpha_1 + \alpha_2)},$$

$$z_1 = \rho_1 e^{i\alpha_1}, \quad z_2 = \rho_2 e^{i\alpha_2} \quad (29-9)$$

Demek kompleks sanlar ko`beytilgende modulleri ko`teytiledi, al fazaları qosıladı.

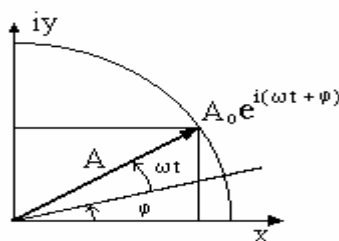
Endi terbelisti jazıwdın $x = A \cos(\omega t + \delta)$ yamasa $x = A \sin(\omega t + \delta)$ tu`rinen endi kompleks tu`rine o`temiz:

$$\bar{x} = A e^{i(\omega t + \phi)} \quad (16-10)$$

$\bar{x}$ shaması kompleks san bolıp ol real fizikalıq awısıwıg`a sa`ykes kelmeydi. Awısıwı $x = A \cos(\omega t + \delta)$ tu`rindegi haqıyqıy san beredi. Biraq usı  $\bar{x}$  shamasının` sinus arqalı an`latılğ`an haqıyqıy bo`limi haqıyqıy garmonikalıq terbelis sıpatında qaralıwı mu`mkin. Sonlın` menen birge  $A \cos(\omega t + \phi)$  bolğ`an $\bar{x} = A e^{i(\omega t + \phi)}$ shamasının` haqıyqıy bo`limi de haqıyqıy garmonikalıq terbelisti ta`ripleydi. Snlıqtan da garmonikalıq terbelisti (29-10) tu`rinde jazıp, za`ru`r bolğ`an barlıq esaplawlardı ha`m talqılawlardı ju`rgiziw kerek. Fizikalıq shemalarg`a o`tkende aling`an an`latpanın` haqıyqıy yamasa jormal bo`limlerin paydalanıw kerek. Bul jag`day kelesi mısallarda ayqın ko`rinedi.

$\bar{x} = A e^{i(\omega t + \phi)}$ kompleks tu`rindegi garmonikalıq terbelis grafıgı su`wrette keltirilgen. Bul formulag`a kiriwshi ha`rqanday shamalar su`wrette ko`rsetilgen: A -amplituda, ϕ - da`slepki faza,  $\omega t + \phi$  terbelis fazası.  $A$  kompleks vektorı koordinata bası do`gereginde saat tilinin` ju`riw bag`ıtına qarama-qarsı bag`ıtta $\omega = 2\pi/T$ mu`yeshlik tezligi menen qozg`aladı. T - terbelis da`wiri. Aylanıwshı  $A$  vektorının` gorizontal ha`m vertikal ko`sherlerge tu`sirilgen proektsiyası bizdi qızıqtıratug`ın terbelisler bolıp tabıladı.

Birdey jiyiliktegi garmonikalıq terbelislerdi qosıw. Meyli ha`r qıylı da`slepki faza ha`m birdey emes amplitudalı birdey jiyiliktegi eki garmonikalıq terbelis berilgen bolsın:



87-su`wret. Garmonikalıq terbelislerdi kompleks tu`rde ko`rsetiw.

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_1),$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_2). \quad (29-11)$$

Qosındı terbelis $x_1 + x_2$ ni tabıw kerek. (29-11) da berilgen garmonikalıq terbelisler (10b) tu`rinde berilgen terbelistin` haqıyqıy bo`limin beredi. Sonın` ushın izlenip atırg`an terbelislerdin` qosındısı kompleks san

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A_1 e^{i(\omega t + \phi_1)} + A_2 e^{i(\omega t + \phi_2)} = e^{i\omega t} (A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2}). \quad (29-12)$$

Keltirilgen su`wretlerden

$$A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2} = A e^{i\phi} \quad (29-13)$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \quad (29-14)$$

$$\tan \phi = [A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2] / [A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2] \quad (29-15)$$

Demek (29-12) nin` ornına

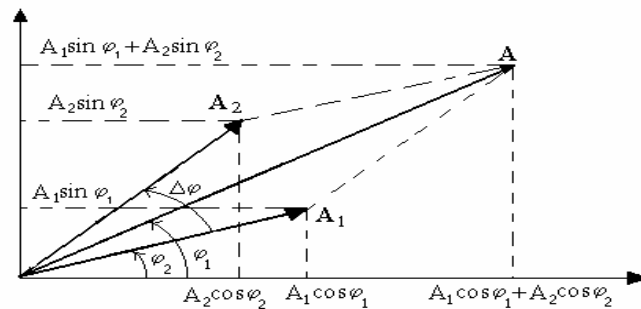
$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = A \cos(\omega t + \delta) \quad (29-16)$$

formulasın alamız.

Garmonikalıq terbelisler qosındısının` qa`siyetlerin su`wretten ko`riwge boladı.

Menshikli terbelis. Menshikli terbelis dep tek g`ana ishki ku`shlerdin` ta`sirinde ju`zege ketetug`ın terbeliske aytamız. Joqarıda ga`p etilgen garmonikalıq terbelisler sıızılıq ostıllıyatordıń menshikli terbelisleri bolıp tabıladı. Printsipinde menshikli terbelisler garmonikalıq emes terbelisler de bolıwı mu`mkin. Biraq ten` salmaqlıq haldan jetkilikli da`rejedegi kishi awısıwlarda hm ko`pshilik a`meliy jag`daylarda terbelisler garmonikalıq terbelislerge alıp kelinedi.

Da`slepki sha`rtler. Garmonikalıq terbelisler jiyiligi, amplitudası ha`m da`slepki fazası menen tolıq ta`riplenedi. **Jiyilik sistemannıń fizikalıq qa`siyetlerine g`a`rezli.** Prujinanın` serpimli ku`shinin` ta`sirinde terbeletug`ın materiallıq noqat tu`rindegi garmonikalıq ostıllıyator misalında prujinanın` serpililigi serpililik koeffitsienti  $k$ , al noqattın` qa`siyeti onın` massası m menen beriledi, yag`nıy $\omega = k/m$.



76-su`wret. Kompleks tu`rde berilgen garmonikalıq terbelislerdi qosıw.

Terbelislerdin` amplitudası menen da`slepki fazasın anıqlaw ushın waqtıttın` bazı bir momentindegi materiallıq noqattın` turg`an ornın ha`m tezligin biliw kerek. Eger terbelis ten`lemesi  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$  tu`rinde an`latılaturug`ın bolsa $t=0$ momentindegi koordinata ha`m tezlik sa`ykes

$$x_0 = A \sin \varphi, \quad \dot{x}_0 = v_0 = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = A \omega \cos \varphi$$

shamalarına ten`. Bul eki ten`lemeden amplituda menen da`slepki faza esaplanadı:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \quad \tan \varphi = -v_0/x_0 \omega.$$

Demek da`slepki sha`rtlerdi bilsek garmonikalıq terbelislerdi tolıg`ı menen taba aladı ekenbiz (terbelis ten`lemesin jaza aladı ekenbiz).

Energiya. Potentsial energiya haqqında ku`shler potentsiallıq bolg`anda ayta alamız. Bir o`lshemli qozg`alıslarda eki noqat arasında tek birden bir jol bar boladı. Bunday jag`dayda ku`sh tin` potentsiallıg`ı avtomat tu`rde ta`miyinlenedi ha`m tek g`ana koordinatalarg`a g`a`rezli bolsa ku`sh ti potentsial ku`sh dep esaplawımız kerek. Bul so`zdin` ma`nisin este tutıw kerek. Mısalı bir o`lshemli jag`dayda da su`ykelis ku`shleri potentsial ku`shler bolıp tabılmaıdı. Sebebi bunday ku`shler (demek olardıń bag`ıtı) tezlikke (yag`nıy bag`ıtqa) g`a`rezli.

Sızılıq ostıllıyator jag`dayında ten` salmaqlıq halda potentsial energiya nolge ten` dep esaplaw qolaylı. Bunday jag`dayda « $= -kx$ ekenligin ha`m ku`sh penen potentsial energıyanı

baylanıstıratug`ın  $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$ ,  $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$ ,  $F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$  farmulaların paydalanıp sıızılıq garmonikalıq ostıllıyatordıń potentsial energıyası ushın to`mendegidey an`latpa alamız:

$$U(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Sonlıqtan energıyanın` saqlanıw nızamı to`mendegidey tu`rge iye boladı:

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \text{sonst.}$$

Energiyanın saqlanıw nızamınan eki a`hmiyetli juwmaq shıg`arıwg`a boladı:

1. Ostsillyatordın kinetikalıq energiyasının` en` u`lken (maksimallıq) ma`nisi onın` potentsial energiyasının` en` u`lken (maksimallıq) ma`nisine ten`.

2. Ostsillyatordın` ortasha kinetikalıq energiyası onın` potentsial energiyasının` ortasha potentsial energiyasına ten`.

Terbelislerdin` so`niwi. Su`ykelis ku`shleri qatnasatug`ın terbelisler so`niwshi bolıp tabıladı.

Qozg`alıs ten`lemesin bılay jazamız:

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}. \quad (29-17)$$

Bul formuladag`ı b su`ykelis koeffitsienti. Bul ten`lemenı bılayınsha ko`shirip jazıw qolaylıraq:

$$m\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (29-18)$$

Bul formulalardag`ı $\gamma = b/2m$, $\omega_0^2 = k/m$.

Joqarıdag`ı ten`lemenin` sheshimin

$$x = A_0 e^{i\beta t} \quad (29-19)$$

tu`rinde izleyviz.

$$\frac{d}{dt}(e^{i\beta t}) = i\beta e^{i\beta t}, \quad \frac{d^2}{dt^2}(e^{i\beta t}) = -\beta^2 e^{i\beta t}. \quad (29-20)$$

Bul shamalardı ten`lemege qoyıw arqalı

$$A_0 e^{i\beta t} (-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2) = 0 \quad (29-21)$$

an`latpasın alamız.  $A_0 e^{i\beta t}$  ko`beytiwshisi nolge ten` emes. Sonlıqtan

$$-\beta^2 + 2i\gamma\beta + \omega_0^2 = 0. \quad (29-22)$$

Bul β g`a qarata kvadrat ten`leme. Onın` sheshimi

$$\beta = i\gamma \pm (\omega_0^2 - \gamma^2)^{1/2} = i\gamma \pm \Omega. \quad (29-23)$$

O`z gezeginde

$$\Omega = (\omega_0^2 - \gamma^2)^{1/2}. \quad (29-24)$$

β ushın an`latpag`a usı ma`nislerdi qoyıw arqalı

$$x = A e^{-\gamma t} e^{\pm i\Omega t}. \quad (29-25)$$

« $\pm$ » belgisi ekinshi ta`rtipli differentsial ten`lemenin` eki sheshiminin` bar bolatug`ınılg`ına baylanıslı.

U`lken emes su`ykelis koeffitsientlerinde

$$\gamma = (b/2m) < \omega_0. \quad (29-26)$$

Bul jag`dayda  $\omega_0^2 - \gamma^2 > 0$  ha`m sog`an sa`ykes Ω haqıyqıy san boladı. Sonlıqtan $\exp(i\Omega t)$ garmonikalıq funktsiya bolıp tabıladı. Haqıyqıy sanlarda $x = A e^{-\gamma t} e^{\pm i\Omega t}$ funktsiyası

$$x = A_0 e^{-\gamma t} \cos \Omega t \quad (29-27)$$

formulası ja`rdeminde beriledi (sol formulanın` haqıyqıy bo`limi alıng`an). Bul jiyiligi Ω turaqlı bolg`an, al amplitudası kemeyetug`ın terbelistin` matematikalıq jazılıwı.

Bul da`wirlik ha`m garmonikalıq emes terbelis.

Keyingi formuladan

$$\tau = 1/\gamma \quad (29-28)$$

waqtı ishinde terbelis amplitudasının`  $e = 2.7$  ese kemeyetug`ınılg`ın ko`rsetedi. Bul shama **so`niwdin` dekrementi** dep ataladı.

Meyli birinshi terbeliste amplituda A_1 ge ten` bolsın. Usınnan keyingi terbeliste amplituda  $A_2$  bolsın. Ondaı jag`dayda

$$\theta = \ln(A_1/A_2) \quad (29-29)$$

shaması *so`niwdin`logarifmlik dekrementi* dep ataladı.

Ma`jbu`riy terbelisler. Rezonans. Meyli terbeliwshi sistemag`a sırttan

$$F = F_0 \cos \omega t \quad (29-30)$$

nızamı menen o`zgeretug`ın ku`sh ta`sir etsin. Bunday jag`dayda qozg`alıs ten`lemesi

$$m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_0 \cos \omega t \quad (29-31)$$

tu`rine enedi. Bul ten`lemenin` eki ta`repın de m ge bo`lip

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = (\omega_0/m) \cos \omega t \quad (29-32)$$

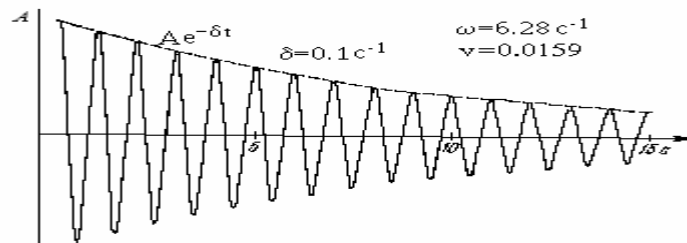
ten`lemesın alamız.

Ku`sh ta`sir ete baslag`annan keyin  $\tau = 1/\gamma$  waqtı o`tkennen keyin terbelis protsessi tolıq qa`lpine keledi. Eger sistema da`slep terbeliste bolmag`an jag`dayda da *ma`jbu`rlewshi ku`sh ta`sir ete baslag`annan usınday waqt o`tkennen keyin ma`jbu`riy terbelis statsionar qa`lpine keldi* dep esaplanadı.

Joqarıda keltirip shıg`arılğ`an ten`lemenin` sheshimin

$$x = Ae^{i\beta t} \quad (29-33)$$

tu`rinde izleyviz. Bul jerde A ulıwma jag`dayda haqıyqıy shama emes.



88-su`wret. So`niwshi terbelisti grafikalıq sa`wlelendiriw.

Terbelistin`so`niwinin`lagorifmlik dekrementinin`keri shaması amplituda e ese kemeyetug`ın terbelis da`wirleri sanına ten`. Logarifmlik dekrement qanshama u`lken bolsa terbelis sonshama tezirek so`nedi.

Na`tiyjede

$$A = A_0 e^{i\varphi}, \quad (29-34)$$

$$A_0 = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} \quad (29-34a)$$

$$\tan J = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{2\gamma\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}. \quad (29-34b)$$

Biz qarap atırg`an ten`lemenin` sheshimi kompleks tu`rde

$$x = A_0 e^{i(\omega t + \delta)}, \quad (29-35)$$

al onın` haqıyqıy bo`limi

$$x = \cos(\omega t + \delta) \quad (29-36)$$

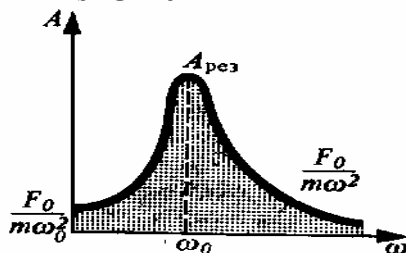
tu`rinde alınadı.  $\omega$  sırtqı ku`shtin` o`zgeriw jiyiligi, ω_0 - sistemanın` menshikli jiyiligi.

Solay etip sırtqı garmonikalıq ku`shtin` ta`sirinde grmonikalıq ostsillyator sol ku`shtin` jiyiligindey jiyiliktegarmonikalıq terbelis jasaydı. Bul terbelislerdin` fazası menen amplitudası ta`sir etiwshi ku`shlerdin` qa`siyetinen ha`m ostsillyatordın` xarakteristikalarınan g`a`rezli boladı. Ma`jbu`riy terbelislerdin` fazasınan` ha`m amplitudasınan` o`zgerislerin qarayıq.

Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik. Ornag`an ma`jbu`riy terbelislerdin` amplitudasınan` sırtqı ku`shtin` jiyiliginen g`a`rezliligin sa`wlelendiretug`ın iymeklik

amplitudalıq rezonanslıq iymeklik dep ataladı Onın` analitikalıq an`latpası (29-34a) an`latpası bolıp tabıladı. Al onın` grafikalıq su`wreti to`mendegi su`wrette keltirilgen:

Amplitudanın` maksimallıq ma`nisi sırtqı ma`jbu`rlewshi ta`sirdin` jiyiligi ostsillyatordın` menshikli jiyiliginde (yag`nıy $\Omega \approx \Omega_0$ sha`rti orınlang`anda) alınadı.



89-su`wret. Amplitudalıq rezonanslıq iymeklik.

:lken emes so`niwlerde rezonanslıq jiyilik  $\omega_{rez}$  tın` ma`nisi menshikli jiyilik  $\omega_0$  din` ma`nisine jaqın.

Maksimal amplituda menen bolatug`ın terbelisler rezonanslıq terbelisler, al terbelislerdin` $\Omega \approx \Omega_0$ sha`rti orınlang`ansha o`zgeriwi rezonans, bul jag`daydag`ı Ω_0 jiyiligi rezonanslıq jiyilik dep ataladı.

To`mendegidey jag`daylardı qarap o`tken paydalı. Su`ykelis ku`shlerinin` ta`siri kem dep esaplaymız (yag`nıy $\gamma \ll \omega_0$ dep boljaymız).

**1-jag`day.**  $\omega \ll \omega_0$  bolg`anda amplituda ushın jazılğ`an (29-34)-formuladan

$$A_{0 \text{ stat.}} \approx F_0/m\omega_0^2 \quad (29-37)$$

Bul an`latpanın` fizikalıq ma`nisi to`mendegiden ibarat: Sırtqı ku`shtin` kishi jiyiliklerinde ol turaqlı (o`zgermeytug`ın) statikalıq ku`shtey bolıp ta`sir jasaydı. Al ostsillyator bolsa o`zinin` menshikli jiyiligi menen terbele beredi. Al amplituda bolsa (29-37) ge sa`ykes statikalıq « $\omega_0$  ku`shinin` ta`sirinde $x_{\max} = F_0/k = F_0/m\omega_0^2$, bul jerde $k = m\omega_0^2$ arqalı ornına qaytarıwshı ku`sh ushın serpimlilik koeffitsienti belgilengen.  $\omega \ll \omega_0$  sha`rtinen (29-

32)-ten`lemedegi tezleniwge baylanıslı bolg`an $\ddot{x}$ ha`m tezlikke sa`ykes keliwshi $2\gamma\dot{x}$ ag`zaları serpimli bolg`an ku`sh penen baylanıslı bolg`an ω_0^2x ag`zasınan a`dewir kishi ekenligi kelip shıg`adı. Sonlıqtan qozg`alıs ten`lemesi to`mendegi an`latpag`a alıp kelinedi:

$$\omega_0^2x = (F_0/m) \cos\omega t.$$

Bul ten`lemenin` sheshimi to`mendegidey tu`rge iye boladı:

$$x = (F_0/m\omega_0^2) \cos\omega t.$$

Bul ten`leme ku`sh waqıtqa baylanıslı o`zgermey o`zinin` birzamatlıq ma`nisine ten` bolg`andag`ı jag`daydag`ı waqıttın` ha`r bir momentindegi awısıwdın` ma`nisin beredi. Su`ykelis ku`shleri a`hmiyetke iye bolmay qaladı.

**2-jag`day.**  $\omega \gg \omega_0$  bolg`anda (29-34a) g`a sa`ykes amplituda ushın $A \approx F_0/m\omega^2$ an`latpasın alamız. Bul an`latpanın` fizikalıq ma`nisi to`mendegidey: Sırtqı ku`sh u`lken

jiyilikke iye bolsa $\ddot{x}$ shamasına baylanıslı bolg`an ag`za tezlikke ha`m serpimli ku`shke baylanıslı bolg`an ag`zalardan a`dewir u`lken. Sebebi $|\ddot{x}| \approx |\omega^2x| \gg |\omega_0^2x|$; $|\ddot{x}| \approx |\omega^2x| \gg |2\epsilon\dot{x}| \approx |2\gamma\omega x|$. Sonlıqtan qozg`alıs ten`lemesi (29-32) $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2x = (F_0/m) \cos\omega t$

$$\ddot{x} \approx (F_0/m) \cos\omega t$$

tu`rine iye boladı ha`m onın` sheshimi to`mendegidey ko`rinske iye:

$$x \approx -(F_0/m\omega^2) \cos\omega t.$$

Bunday jag`dayda terbeliste sırttan ta`sir etetug`ın ku`shke salıstırg`anda serpimlilik ku`shi menen su`ykelis ku`shleri a`hmiyetke iye bolmay qaladı. Sırtqı ku`shler ossillyatorg`a hesh bir su`ykelis yamasa serpimli ku`shler bolmaytug`ınday bolıp ta`sir etedi.

**3-jag`day.**  $\omega \approx \omega_0$ . Bul rezonans ju`zege keletug`ın jag`day bolıp tabıladı. Bunday jag`dayda amplituda maksimallıq ma`nisine jetedi ha`m (29-34a) g`a sa`ykes

$$A_{0 \text{ rez}} = (F_0/m)/(2m\gamma\omega_0). \quad (29-38)$$

Bul na`tiyjenin` fizikalıq ma`nisi to`mendegidey:

Tezleniwge baylanıslı bolg`an ag`za serpimli ku`shke baylanıslı bolg`an ag`zag`a ten`, yag`nıy $\ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega_0^2 x$. Bul tezleniw din` serpimlilik ku`shi ta`repinen a`melge asatug`ınlig`ın bildiredi. Sırtqı ku`sh penen su`ykelis ku`shi bir birin kompensatsiyalaydı. Qozg`alıstı ten`lemesi (29-32) to`mendegidey tu`rge iye boladı:

$$2\gamma \dot{x} = (F_0/m) \sin \omega_0 t.$$

Bul ten`lemenin` sheshimi

$$x = (F_0/2\gamma m \omega_0) \sin \omega_0 t.$$

Qatan` tu`rde aytsaq **amplitudanın` maksimallıq ma`nisi $\omega = \omega_0$ ten`ligi da`l orınlag`anda alınbaydı.** Da`l ma`nis (29-34a) an`latpasındag`ı  $A_0$  den  $\omega$  boyınsha tuwındı alıp, usı tuwındı nolge ten`ew arqalı alınadı. Biraq u`lken bolmag`an su`ykelislerde ( $\gamma \ll \omega_0$  bolg`anda) maksimumnıñ $\omega = \omega_0$ den awısıwın esapqa almawg`a boladı.

Rezonans sırtqı ku`shlerden terbeliwshi sistemag`a energiyannıñ en` effektiv tu`rde beriliwi ushın sharayat jaratılğ`an jag`dayda ju`zege keledi.

**Prujinag`a ildirilgen ju`ktin` garmonikalıq terbelisi.** Bir ushın bekitilgen prujinag`a ildirilgen ju`ktin` terbelisin qaraymız. Prujinanın` ju`k ildirilmesten buring`ı uzınlıg`ı l_0 . Ju`k ildirilgennen keyin prujina uzınlıg`ı l ge ten` boladı ha`m deneni o`zinin` ten` salmaqlıq halına qaray iytermelewshi  $G$  ku`shi payda boladı. Sozılıw $x = l - l_0$ u`lken bolmag`anda Guk nızamı orınlanadı: $F = -kx$. Bunday jag`daylarda noqattın` qozg`alıstı ten`lemesi

$$m \ddot{x} = -kx \quad (16-39)$$

tu`rinde boladı.  $k$  prujinanın` *serpimlilik koeffitsienti* yamasa *qattılıg`ı* dep ataladı.

(16-39) ten`lemesi keltirilip shag`arılğ`anda denegge basqa ku`shler ta`sir etpeydi dep boljaw qabıl etildi. Bir tekli tartılıs maydanında turg`an jag`day ushın da (16-39) ten`lemesinin` kelip shıg`atug`ınlig`ın ko`rsetip o`temiz. Bul jag`dayda prujinanın` sozılıwın $X = l - l_0$ dep belgileyik. Prujina ju`kti joqarı qaray  $kX$  ku`shi menen ko`teredi, ju`k bolsa to`menge qaray tartadı. Qozg`alıstı ten`lemesi

$$m \ddot{X} = -kX + mg \quad (29-40)$$

tu`rinde boladı. Meyli  $X_0$  prujinanın` ten` salmaqlıqtag`ı uzınlıg`ı bolsın. Onda  $-kX_0 + mg = 0$ . Salmaq  $mg$  ti joq etip  $m \ddot{X} = -k(X - X_0)$ .  $X - X_0 = x$  dep belgileyimiz. Sonda (1a) ten`lemesine qayta kelemiz.

$m\omega^2 = k$ dep belgilep

$$m \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (29-41)$$

ten`lemesin alamız. Ten`lemenin sheshiw arqalı to`mendegidey na`tiyjeler alınadı:

Jiyilik

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (29-42)$$

terbelis da`wiri

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (29-43)$$

Aylanıw da`wiri T amplituda A dan g`a`rezsiz. Bul terbelistin` izoxronlılg`ı dep ataladı. Izoxronlılıq Guk nızamı orınlanatug`ın jag`daylarda saqlanadı.

Amplituda A menen da`slepki faza  $\delta$  (29-41) ten`lemesin sheshiw arqalı alınbaydı. Al olar sol ten`lemenin sheshiw ushın za`ru`rlı bolg`an baslang`ısh sha`rtler tu`rinde beriliwi mu`mkin.

Terbeliwshi dene energiyası. Potentsial energiya menen kinetikalıq energiya

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} kx^2, \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (29-44)$$

formulaları menen beriledi. Olardıń ekewi de waqıtqa baylanıslı o`zgeredi. Biraqta olardıń qosındısı E waqıt boyınsha turaqlı bolıp qalıwı sha`rt:

$$E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \text{sonst}. \quad (29-45)$$

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} kA^2[1 + \cos^2(\omega t + \delta)], \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m\Omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \delta).$$

(29-42) ni esapqa alsaq

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \delta) \quad (29-46)$$

Bul formulalardı bilayınsha ko`shirip jazamız:

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{4} kA^2[1 + \cos 2(\omega t + \delta)], \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{4} kA^2[1 - \cos 2(\omega t + \delta)]. \quad (29-47)$$

Bul formulalar kinetikalıq ha`m potentsial energiyalardıń ma`nislerinin` o`z aldına

turaqlı bolıp qalmaytug`ınlıg`ın, al o`zlerinin` ulıwmalıq ortasha ma`nisi bolg`an $\frac{1}{4} kA^2$ shamasının` a`tirapında garmonikalıq terbelis jasaytug`ınlıg`ın bildiredi. Kinetikalıq energiya maksimum arqalı o`tkende potentsial energiya nolge ten`. Toliq energiya

$$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} kA^2. \quad (29-48)$$

Joqarıda keltirilgen talqılawlardıń barlıg`ı da bir o`lshemli jag`dayg`a sa`ykes keledi (*bir erkinlik da`rejesine iye mexanikalıq sistema* dep ataladı). Bir erkinlik da`rejesine iye mexanikalıq sistemanıń bir zamatlıq awhalı qandayda bir q shamasının` ja`rdeminde anıqlanıwı mu`mkin. Bunday shamanı *ulıwmalasqan koordinata* dep ataymız. Bul jag`dayda  $q$  *ulıwmalasqan tezlik* dep ataladı. Mexanikalıq sistemanı potentsial ha`m kinetikalıq energiyaları bilayınsha alınatug`ınday etip saylap alamız:

$$E_{\text{pot}} = (\alpha/2)q^2, \quad E_{\text{kin}} = (\beta/2) \dot{q}^2 \quad (29-49)$$

Bul ten`lemedegi  $\alpha$  ha`m β lar on` ma`nisli koeffitsientler (sistemanıń parametrleri dep te ataladı). Energiyanıń saqlanıw nızamı

$$E = (\alpha/2)q^2 + (\beta/2) \dot{q}^2 = \text{sonst} \quad (29-50)$$

ten`lemesine alıp keledi. Bul ten`lemenin` ulıwmalıq sheshimi

$$q = q_0 \cos(\Omega t + \delta) \quad (29-51)$$

tu`rge iye bolıp ulıwmalasqan koordinata  $q$  jiyiligi  $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$  bolg`an garmonikalıq terbelis jasaydı.

Fizikalıq mayatnik. Fizikalıq mayatnik dep qozg'almaytug'ın gorizonttal ko'sher do'geresinde terbeletug'ın qattı deneye aytamız (90-a su'wret). Mayatniktin` massa orayı arqalı o'tiwshi vertikal tegislik penen sol ko'sherdin` kesisiw noqatı mayatnikti asıw noqatı (A menen belgileymiz) dep ataladı. Denenin` ha'r bir waqt momentindegi awhalı onın` ten` salmaqlıq haldan awıtqıw mu'yeshi  $\phi$  menen anıqlanadı. Bul mu'yesh ulıwmalasqan koordinata q dın` ornın iyeleydi. terbeliwshi fizikalıq mayatniktin` kinetikalıq energiyası

$$E_{kin} = \frac{1}{2} I \dot{\phi}^2 \quad (29-52)$$

formulası ja'rdeminde anıqlanadı. Bul jerde I mayatniktin` A ko'sherine salıstırg'andag'ı inertsiya momenti. Potentsial energiya  $E_{pot} = mgh$ .  $h$  - mayatniktin` massa orayının` (S menen belgileymiz) o'zinin` en` to'mengi awhalınan ko'teriliw biyikligi. S menen A noqatlarının` aralıg'ı a ha'ripi menen belgilensin. Onda

$$E_{pot} = mga(1 - \cos\phi) = 2mga \sin^2(\phi/2). \quad (29-53)$$

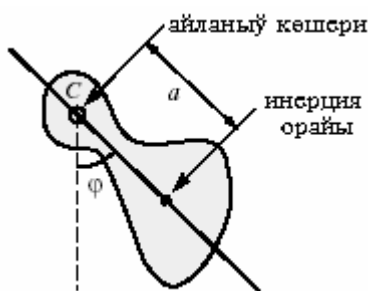
Kishi mu'yeshlerde sinustı argumenti menen almasırw mu'mkin. Sonda

$$E_{pot} = mga\phi^2/2. \quad (29-54)$$

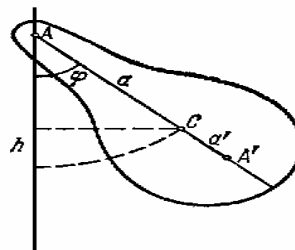
Demek kishi terbelislerde potentsial ha'm kinetikalıq energiyalar $E_{pot} = (\alpha/2)q^2$, $E_{kin} = (\beta/2) \dot{q}^2$ ten'lemelerine sa'ykes tu'rge keledi. Bul jerde $\alpha = mga$, $\beta = I$. Usınnan fizikalıq mayatniktin` kishi terbelisleri shama menen garmonikalıq terbelis boladı degen juwmaq kelip shıg'adı. Jiyiligi

$$\Omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}, \quad (29-55)$$

terbelis da'wiri



a)



b)

90-su'wret. Fizikalıq mayatnik

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (29-56)$$

Demek **fizikalıq mayatniktin` kishi amplitudalardag'ı terbelisi izoxronlı**. :lken amplitudalarda izoxronlıq buzıladı (awısıw bir neshe graduslardan u'lken bolsa).

**Matematikalıq mayatnik fizikalıq mayatniktin` dara jag'dayı bolıp tabıladı.** Matematikalıq mayatnik dep massası bir noqatqa toplan'ın (mayatniktin` orayında) mayatnikti aytamız. Matematikalıq mayatniktin` mısalı retinde uzın jipke asılg'an kishi shardı ko'rsetiwge boladı.  $a = l$ ,  $I = ml^2$ ,  $l$  - mayatniktin` uzınlıg'ı bolg'anlıqtan

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (29-57)$$

(29-56) ha'm (29-57) formulaların salıstırıw arqalı fizikalıq mayatniktin` uzınlıg'ı  $l = I/(ma)$  bolg'an matematikalıq mayatniktey bolıp terbeletug'ınlig'ın ko'riwge boladı. Sonlıqtan  $l = I/(ma)$  uzınlıg'ı fizikalıq mayatniktin` keltirilgen uzınlıg'ı dep ataladı.

30-sanlı lektsiya.

§ 30. Tutas ortalıqlar terbelisleri

1. Sferalıq tolqınlar
2. Tegis sinusoidalıq ses tolqını.
3. Ses tolqınının`energiyası.
4. Tolqınlardıń qosılıwı (interferentsiyası).
5. Turg`ın tolqınlar.

Sferalıq tolqınlar (sfera boyınsha tarqalatug`ın tolqınlar sferalıq tolqınlar dep ataladı). Mısalı radio dinamiginen shıqqan ses tolqınları u`lken qashıqlıqlarda sferalıq bet boyınsha tarqaladı. Barlıq noqatları (bo`leksheleri) birdey qozg`alıs jasaytug`ın bir tekli ortalıqtın` beti *tolqınlıq bet* dep ataladı. Sferalıq tolqınının` orayında tolqın deregi turatug`ın qa`legen sferalıq beti tolqınlıq bet bolıp tabıladı.

Suw betindegi tastı taslap jibergende payda bolatug`ın tolqınlar *shen`ber ta`rizli tolqınlar* dep ataladı.

Tolqınlıq qozg`alısardıń a`piwayı tu`ri bir bag`ıtta tarqalatug`ın tolqınlar bolıp tabıladı (nay ishinde bir ta`repke tarqalatug`ın ses tolqınları, sterjen boyınsha tarqalatug`ın serpimli tolqınları). Bunday jag`dayda tolqınlıq bet *tegis bet* bolıp tabıladı (nayg`a yaki sterjenge perpendikulyar bet).

Bo`leksheler tolqınının` taralıw bag`ıtında terbeletug`ın tolqınlar *boyliq tolqınlar* dep ataladı (mısalı ses tolqınları, su`wrette ko`rsetilgendey nay boyınsha terbeliwshi porshen` ta`repinen qozdırılğ`an tolqınlar). Bo`lekshelerdin` terbeliwi tolqınının` taralıw bag`ıtına perpendikulyar bolatug`ın tolqınlar ko`ldenene` tolqınlar dep ataladı. Bunday tolqınlarg`a suw betindegi tegis tolqınlar, elektromagnit tolqınları kiredi. Sonday-aq ko`ldenene` tolqınlar tartılıp qoyılğ`an arqan boyınsha da tarqaladı.

Tolqınlardıń suyıqlıqlarda yamasa gazlerde (hawada) tarqalg`anın qarag`anımızda bul ortalıqlar bo`lekshelerden turadı dep esaplaymız (atom ha`m molekulalar so`zleri bo`leksheler so`zi menen almasırladı).

Tar boyınsha tarqalatug`ın tolqınlar en` a`piwayı tolqınlar qatarına kiredi. Usı tolqında tolıg`ıraq qarayıq. «To`menge qaray iymeygen» orın tardıń boyı boyınsha belgili bir s tezligi menen qozg`aladı. Qozg`alıs barısında bul orın formasın o`zgertpeydi. Tezliktin` bul shaması tardıń materialına ha`m tardıń keriliw ku`shine baylanıslı boladı. s shamasın *tolqınının` tarqalıw tezligi* dep ataymız.

Tegis sinusoidalıq ses tolqını. Joqarıda ko`rsetilgen su`wrettegi porshen` ses jiyiliklerinde (16 dan 10000 gts shekem) ha`m kishi amplitudalar menen qozg`alatug`ın bolsa onda nayda tarqalatug`ın tolqın tegis tolqın bolıp tabıladı. Porshen  $\Omega$  jiyiligindegi garmonikalıq terbelis jasasa payda bolg`an tolqın sinusoidal tegis tolqın boladı.

Meyli porshen`  $y_0(t) = A \cos \omega t$  garmonikalıq terbelis jasasın. Porshenge tiyip turg`an gaz molekulaları da usınday terbelis jasay baslaydı. Porshennen x qashıqlıg`ında turg`an bo`leksheler  $\tau = x/s$  waqtı o`tkennen keyin keshigip terbele baslaydı. Sonlıqtan bul bo`lekshelerdin` terbelisin bilay jazıwg`a boladı:

$$y(x,t) = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos(\omega t - \omega \frac{x}{c}). \quad (30-1)$$

Bul *juwırıwshı tegis sinusoida ta`rizli tolqınının` analitikalıq jazılıwı*. $u(x,t)$ koordinata x penen waqt t nın` funktsiyası bolıp tabıladı. Bul formula tolqın dereginen  $x$  aralıg`ında turg`an bo`lekshenin` qa`legen t waqt momentindegi ten`salmaqlıq haldan awısıwın beredi.

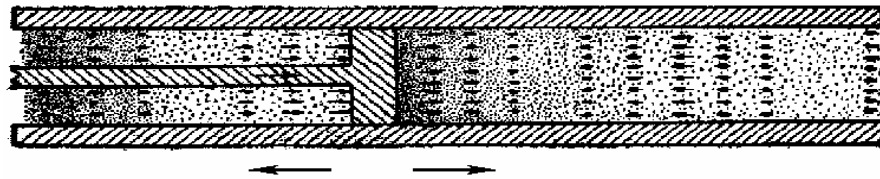
Barlıq bo`leksheler jiyiligi  $\omega$ , amplitudası  $A$  bolg`an garmonikalıq qozg`aladı. Biraq ha`rqanday x koordinatalarg`a iye bo`lekshelerdin` terbeliw fazaları ha`r qıylı boladı. *Tolqın frontının`*  $x$  ko`sherine perpendikulyar tegislik ekenligi anıq.

$$u = A \cos \omega(t + \frac{x}{c}) \quad (30-2)$$

funktsiyası x ko`sherinin` teris ma`nisleri bag`ıtında tarqalatug`ın juwırıwshı sinusoidal tolqındı ta`ripleydi.

Bo`leksheler tezlikleri tolqını to`mendegidey tu`rge iye:

$$v(x,t) = \partial y / \partial t = -A \omega \sin(\omega t - \omega \frac{x}{c}). \quad (30-3)$$



91-su`wret. Tutas ortalıqlar terbelislerin payda etiwge arnalg`an sızılma.

Birdey fazada terbeletug`ın bir birine en` jaqın turg`an noqatlar aralıg`ı *tolqın uzınlıg`ı* dep ataladı. Bir birinen  $s$  qashıqlıg`ında turg`an noqatlar terbelisindegi fazalar ayırması

$$\varphi_s = (\omega s) / s = (2\pi s) / sT \quad (30-4)$$

an`latpası ja`rdeminde anıqlanadı. Bul jerde $T = 2\pi / \omega$ sinusoydalıq tolqındag`ı noqatlardın` gramonikalıq terbelisinin` jiyiligi. Bunday jag`dayda birdey fazada terbeletug`ın bir birine jaqın noqatlar terebelisindegi fazalar ayırması  $2\pi$  ge ten` bolıwı kerek, yag`nıy:

$$\varphi_F = 2\pi = \omega F / s = 2\pi / sT. \quad (30-5)$$

Bunnan

$$F = sT. \quad (30-6)$$

Tolqın tarqalg`anda bir bo`leksheden ekinshilerine *energiya* beriledi. Sonlıqtan ***tolqınlıq qozg`alı s ken`isliktegi energiyanın` beriliwinin` bir tu`ri bolıp tabıladı.***

**Ses tolqınının` energiyası.** Bir birlik ko`lemde jaylasqan bo`lekshelerdin` kinetikalıq energiyası (yag`nıy kinetikalıq energiya tıg`ızlıg`ı):

$$E_k = \frac{1}{2} (\rho_0 + \rho) v^2 \text{ yamasa } E_k \approx \frac{1}{2} \rho_0 v^2. \quad (30-7)$$

ρ_0 tolqın kelmesten burıng`ı ortalıqtın` tıg`ızlıg`ı, ρ - tolqınının` ta`sirinde tıg`ızlıqqa qosılatug`ın qosımsha tolqın, v - bo`lekshelerdin` tezligi. ρ nı esapqa almaymız. Garmonikalıq tolqınının` qa`legen noqatındag`ı kinetikalıq energiyanın` tıg`ızlıg`ı:

$$E_k = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - \omega \frac{x}{c}). \quad (30-8)$$

Ko`lem birligindegi qosımsha qısılıwdan payda bolg`an bir birlik ko`lemdegi potentsial energiyanı esaplaymız. Basımın` o`simin  $r$  arqalı belgileyemiz. Tınıshlıqtag`ı basım r_0 bolsın. Basım menen ko`lemnin` o`zgerisi adiabata nızamı menen baylanıslı:

$$(r_0 + r) (V_0 + V)^{\kappa} = h_0 V_0^{\kappa}. \quad (30-9)$$

Bul jerde V_0 tınıshlıqtag`ı ko`lem, V - tolqındag`ı bul ko`lemnin` o`siwi. Keyingi formulada $(V_0 + V)^{\kappa} = V_0^{\kappa} (1 + V/V_0)^{\kappa} \approx V_0^{\kappa} (1 + \kappa V/V_0)$ ekenligi esapqa alsaq

$$r = -\kappa r_0 V/V_0 \quad (30-10)$$

Tolqındag`ı ko`lemnin` o`zgerisin tabamız. $S dx = V_0$ ko`lemin alamız.  $S$  - naydın` kesekesiminin` maydanı. Awısıwdın` saldarınan bo`leksheler

$$V_0 + V = S \left[dx + \frac{\partial y}{\partial x} dx \right] \quad (30-11)$$

ko`lemin iyeleydi.

Bunnan

$$V = S \frac{\partial y}{\partial x} dx. \quad (30-12)$$

(30-12) ni (30-10) g`a qoysaq tolqindag`ı basımnın` o`zgerisin alamız:

$$r = - \kappa (r_0/V_0) S \frac{\partial y}{\partial x} dx = - \kappa (r_0/Sdx) S \frac{\partial y}{\partial x} dx = - \kappa r_0 \frac{\partial y}{\partial x} dx. \quad (30-13)$$

Bul formula boyınsha basımnın` o`simi $\frac{\partial y}{\partial x}$ tuwındısına tuwra proporsional, al belgisi

boyınsha qarama-qarsı. Sestin` ortalıqtag`ı tezliginin` $s = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}}$ ekenligi esapqa alsaq (30-13) ti bilay jaza alamız:

$$r = - \rho_0 s^2 \frac{\partial y}{\partial x}. \quad (30-14)$$

Demek $y(x,t) = A \sin(\omega(t - \frac{x}{c})) = A \sin(\omega t - \omega \frac{x}{c})$ tolqınına to`mendegidey basımlar tolqını sa`ykes keledi:

$$r(x,t) = - \rho_0 s^2 (A\omega/s) \sin(\omega t - \omega \frac{x}{c}) = - \rho_0 s A \omega \sin(\omega t - \omega \frac{x}{c}). \quad (30-15)$$

Demek basım terbelisi fazası boyınsha barlıq waqıtta da bo`leksheler tezligi terbelisi menen sa`ykes keledi. Berilgen waqıt momentinde kinetikalıq energıyanın` tıg`ızlıg`ı u`lken bolsa qısılıwg`a sa`ykes potentsial energiya da o`zinin` u`lken ma`nisine iye boladı.

Potentsial energiya gazdın` basımın u`lkeytiwge (yamasa kishireytiwge) yaki ko`lemin u`lkeytiw (yaki kishireytiw) ushın islengen jumısqa ten`. Basım menen ko`lem kishi shamalg`a o`zgergende olar arasında proporsionallıq orın aladı dep esaplaymız. Sonlıqtan ko`lem birliginin` potentsial energiyası bilay jazılıwı mu`mkin:

$$E_p = - pV/2V_0 \quad (30-16)$$

Bul formulag`a (6) nı qoysaq potentsial energıyanın` tıg`ızlıg`ın tabamız:

$$E_p = \frac{1}{2} \rho_0 s^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2. \quad (30-17)$$

Demek potentsial energıyanın` tıg`ızlıg`ının` o`zgeriw tolqını

$$E_p = \frac{1}{2} \rho_0 s^2 \left[\frac{\partial}{\partial x} A \sin(\omega t - \omega \frac{x}{c}) \right]^2 = \frac{1}{2} \rho_0 A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - \omega \frac{x}{c}) \quad (30-18)$$

Eki tu`rli energiyalar ushın aling`an formulalardı salıstırıp ko`rip qa`legen waqıt momentinde tolqının` qa`legen noqatında kinetikalıq ha`m potentsial energiyalardıń tıg`ızlıqları birdey bolatug`ınıg`ın ko`remiz. Sonlıqtan tolıq energıyanın` tıg`ızlıg`ı

$$E = E_p + E_k = \rho_0 A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - \omega \frac{x}{c}) \quad (30-19)$$

At kishi waqıtı ishinde tolqınlıq qozg`alıs  $s \Delta t$  uchastkasına tarqaladı. Usıg`an baylanıslı tolqının` taralıw bag`ıtına perpendikulyar qoyılğ`an bir birlik maydan arqalı

$$\Delta U_e = E s \Delta t \quad (30-20)$$

energiyası o`tedi.  $\Delta U_e / \Delta t$  shamasın energiya ag`ısı dep ataymız.

$$U_e = \Delta U_e / \Delta t = E_s = \rho_0 A^2 \omega^2 s \sin^2 \left(\omega t - \omega \frac{x}{c} \right) \quad (30-21)$$

Energiya ag`ısın vektor menen ta`ripleydi. Bul vektordın` bag`ıtı tolqının` taralıw bag`ıtına sa`ykes keledi. Al san shaması tolqın taralıw bag`ıtına perpendikulyar qoyılğ`an bettin` bir birliginen waqıt birliginde ag`ıp o`tken tolqın energiyasının` mug`darına ten`. Bul vektordı *Umov vektori* dep ataydı.

Tolqlardıń qosılıwı (interferentsiyası). Bir ortalıqta bir waqıtta ha`r qıylı terbelis oraylarınan shıqqan tolqlardıń tarqalıwı mu`mkin.

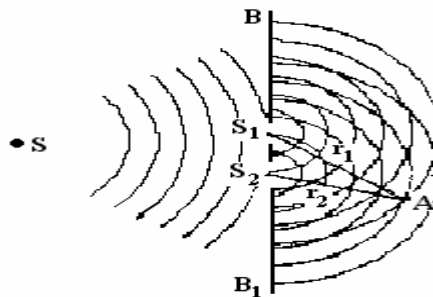
Ha`r tu`rli tolqın derekлерinen tarqalatug`ın tolqlardıń eki tu`rli sistemaları bir ortalıqqa kelip jetkende qosılıp, keyin qaytadan ajıralıp keteug`ın bolsa, tolqlardıń eki sisteması da bir biri menen ushırasaman degenshe qanday bolıp tarqalg`an bolsa, ushırasıwdan keyin de sonday bolıp tarqalıwın dawam ete beredi. Tolqlardıń tarqalıwındag`ı usınday bir birinen g`a`rezsizlik printsipi **superpozitsiya printsipi** dep ataladı. Bul printsip tolqlıq protsesslerdin` basım ko`pshiligine ta`n boladı.

Suwg`a eki tas taslap, superpozitsiya printsipin an`sat baqlawg`a boladı. Taslar tu`sken oranlarda payda bolg`an saqıyna ta`rizli tolqlar biri ekinshisi arqalı o`tkennen keyin buring`ısınsha saqıyna ta`rizli bolıp taralıwın dawam etedi, al orayları tas tu`sken orınlar bolıp qaladı.

Tolqlar bir biri menen qosılğ`an orınlarda terbelisler betlesip, tolqlardıń qosılıw qubılısı **tolqlar interferentsiyası** bolıp tabıladı. Usının` na`tiyjesinde ayırım orınlarda terbelisler ku`sheyedi, al basqa orınlarda terbelisler ha`lsireydi. Ortalıqtın` ha`r bir noqatındag`ı qosındı terbelis usı noqatqa kelip jetken barlıq terbelislerdin` qosındısınan turadı.

Qosılatug`ın tolqlar derekleri birdey jiyilik penen terbelip, terbelis bag`ıtları birdey, fazaları da birdey yamasa fazalar ayırması turaqlı bolg`an jag`day ayırıqsha qızıqlı boladı. Bunday tolqın derekleri **kogerentli** dep ataladı. Bunday jag`dayda ortalıqtın` ha`r bir noqatındag`ı qosındı terbelistin` amplitudası waqıttı baylanıslı o`zgermeydi. Terbelislerdin` usılayınsha qosılıwı **kogerentli tolqın derekлерinen bolg`an interferentsiya** dep ataladı.

Terbelislerdin` kogerentli dereklerine misal retinde to`mendegini alıwg`a boladı:



92-su`wret.  $S_1$  ha`m S_2 san`laqlarınan tarqalatug`ın tolqlardıń ornalasıwı.

S sferalıq tolqın deregin alayıq (92-su`wrette ko`rsetilgen). Tolqının` taralıw jolına S ke qarata simmetriyalı  $S_1$  ha`m S_2 san`laqları bar  $VV_1$  ekranı qoyılğ`an. Gyuygens printsipi boyınsha S_1 menen S_2 san`laqları da tolqın derekleri bolıp tabıladı. Olardıń S terbelis dereginen qashıqları birdey bolg`anlıqtan, olar birdey amplituda ha`m fazada terbeledi.  $VV_1$  ekranının` on` ta`repinde sferalıq eki tolqın taraladı ha`m usı ortalıqtın` ha`r bir noqatındag`ı terbelis usı eki tolqının` qosılıwının` saldarınan payda boladı. S_1 menen S_2 noqatlarınan qashıqlıqları r_1 ha`m  $r_2$  bolg`an A noqatındag`ı tolqlardıń qosılıwın qarayıq. A noqatına jetip kelgen tolqlar terbelisleri arasında fazalar ayırması bolıp, bul ayırma  $r_1$  ha`m r_2 shamalarına baylanıslı boladı.

Fazaları birdey S_1 menen S_2 derekлеринin` terbelislerin bilayınsha jazıwg`a boladı:

$$x_1 = a_0 \cos \omega t, x_2 = a_0 \cos \omega t.$$

S_1 ha'm S_2 dereklerinin A noqatın kelip jetken terbelisler bilayınsha jazıladı:

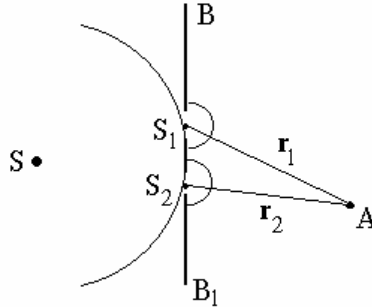
$$x_1 = a_1 \cos 2\pi(vt - r_1/F), x_2 = a_2 \cos 2\pi(vt - r_2/F).$$

Bul an'latpadag'ı $v = \omega/2\pi$ - terbelisler jiyiligi. Anıqlama boyınsha $a_1/a_2 = r_1/r_2$. Eger $|r_2 - r_1| \ll r_1$ ten'sizligi orınlansa, juwıq tu'rde $a_1 \approx a_2$ dep esaplawg'a boladı.

Solay etip A noqatında qosılatug'ın terbelislerdin' fazalar ayırması

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_1)/F$$

ge ten' boladı.



93-su'wret. S_1 ha'm S_2 dereklerinin shıqqan tolqınlardın' A noqatındag'ı amplitudasın tabıwg'a arnalg'an su'wret.

Qosındı terbelistin' amplitudası qurawshı terbelislerdin' fazalar ayırmasına baylanışlı boladı, al fazalar ayırması nolge ten' yamasa 2π ge pu'tin san eseli ma'niske iye bolsa, onda amplituda qurawshı terbelisler amplitudaların' qosındısına ten' maksimum ma'nisine jetedi. Eger fazalar ayırması π ge yamasa taq san eselengen π ge ten' bolsa, onda amplituda qurawshı amplitudalardın' ayırmasına ten', yag'nıy minimum ma'niske iye boladı. Sonlıqtan eki terbelistin' A noqatına kelip jetken momentte $\Delta\alpha$ fazalar ayırmasının' qanday bolatug'ınlıg'ına baylanışlı A noqatında ya maksimum, ya minimum terbelis baqlanadı. Usı ayılğ'anlar boyınsha A noqatında amplitudanın' ma'nisinin' maksimum bolıw sha'rti mınaday boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_1)/F = \pm 2k\pi.$$

Bul jerde $k = 0, 1, 2, \dots$. Demek

$$|r_2 - r_1| = kF$$

bolg'anda terbelisler maksimumı baqlanadı. Demek tolqınlar ju'risleri ayırması nolge yamasa tolqın uzınlag'ının' pu'tin san eselengen ma'nisine ten' bolatug'ın noqatlarda amplituda maksimum ma'nisine jetedi.

A noqatında amplituda ma'nisinin' minimumg'a ten' bolıw sha'rti to'mendegidey boladı:

$$\Delta\alpha = 2\pi(r_2 - r_1)/F = \pm (2k+1)\pi.$$

Bul an'latpada da $k = 0, 1, 2, \dots$. Demek usı jag'dayda ju'risler ayırması

$$|r_2 - r_1| = (2k+1)F/2$$

ge ten'. Demek tolqınlar arasındag'ı ju'risler ayırması yarım tolqınlardın' taq sanına ten' bolatug'ın noqatlarda amplituda minimum ma'nisine ten' boladı.

Fazalar ayırması $\pm 2\pi k$ menen $\pm (2k+1)\pi$ aralıg'ında ma'nislerge ten' bolsa terbelislerdin' ku'sheyiw yamasa ha'lsirewinin' ortasha ma'nisleri baqlanadı.

Usı ayılğ'anlar menen birge bir ortalıqta eki tolqınnın' betlesiwı na'tiyjesinde ha'r qıylı noqatlarda amplitudaları ha'r tu'rli bolatug'ın terbelisler payda boladı. Bul jag'dayda ortalıqtın' ha'r bir noqatında (noqatın' kogerentli dereginen qashıqlıqlarının' ayırmasının' ma'nisine baylanışlı) amplitudanın' maksimum yamasa minimum yamasa olardın' aralıq ma'nisi baqlanadı.

Turg'ın tolqınlar. Turg'ın tolqınlar dep atalatug'ın tolqınlar eki tolqınnın` interferentsiyasınin` na`tiyjesinde alınadı. Turg'ın tolqınlar amplitudaları birdey, qarama-qarsı bag`ıtlarda tarqalatug'ın eki tegis tolqınnın` betlesiwinin` na`tiyjesinde payda boladı.

Amplitudaları birdey bolg'an eki tegis tolqınnın` birewi u ko'sherinin` on` bag`ıtında, ekinshisi u tin` teris bag`ıtında tarqaladı dep esaplayıq. Qarama-qarsı tarqalatug'ın tolqınlardıń fazaları birdey bolıp keletug'ın noqattı koordinatalar bası dep alıp ha`m waqıttı da`slepki fazaları nolge ten` bolatug'ın waqıt momentinen esaplaytug'ın bolsaq usı eki tegis tolqınnın` ten`lemelerin to`mendegi tu`rde jazıwıg'a boladı: u ko'sherinin` on` bag`ıtı menen tarqalatug'ın toqın ushın:

$$x_1 = a \cos 2\pi (vt - u/\lambda),$$

al u ko'sherinin` teris bag`ıtı menen tarqalatug'ın tolqın ushın

$$x_2 = a \cos 2\pi (vt + u/\lambda).$$

Bul eki tolqındı qossaq

$$x = x_1 + x_2 = a \cos 2\pi (vt - u/\lambda) + a \cos 2\pi (vt + u/\lambda).$$

Bul ten`leme algebralıq tu`rlendiriwlerden keyin bılay jazıladı:

$$x = 2a \cos (2\pi u/\lambda) \cos 2\pi vt. \quad (30-22)$$

Usı eki tolqınnın` amplitudaları ha`r qıylı bolsın ha`m olardı A ha`m V arqalı belgileyik. Bunday jag`dayda to`mendegilerdi alamız:

u ko'sherinin` on` bag`ıtında tarqalatug'ın tolqın ushın:

$$x_1 = A \cos \omega(t - u/s). \quad (30-23)$$

Al og'an qarama-qarsı bag`ıtta tarqalatug'ın tolqın ushın:

$$x_2 = V \cos \omega(t + u/s). \quad (30-24)$$

Eki tolqınnın` qosılıwınan payda bolg'an tolqın:

$$x = x_1 + x_2. \quad (30-25)$$

x_2 tolqının eki juwırıwshı tolqınnın` qosındısı tu`rinde bılay jaza alamız:

$$x_2 = A \cos \omega(t + u/s) + (V-A) \cos \omega(t + u/s). \quad (30-26)$$

Bunday jag`dayda

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = A \cos \omega(t - u/s) + A \cos \omega(t + u/s) + (V-A) \cos \omega(t + u/s) = \\ &= 2A \cos(\omega u/s) \cos \omega t + (V-A) \cos \omega(t + u/s). \end{aligned} \quad (30-27)$$

Na`tiyjede alıng'an tolqın to`mendegidey eki tolqınnın` qosındısınan turadı:

$$2A \cos(\omega u/s) \cos \omega t - \text{turg'ın tolqın dep ataladı.}$$

$$(V-A) \cos \omega(t + u/s) - \text{juwırıwshı tolqın dep ataladı.}$$

$V = A$ bolg'an jag`dayda qosındı tolqın tek turg'ın tolqınnan turadı. Bul sha`rtke ayırıqsha a`hmiyet beriw kerek. Sebebi qosılıwshı tolqınlar amplitaları o`z-ara ten` bolmasa turg'ın tolqın (bir orındag`ı terbelisler) alınbaydı, al bul jag`dayda juwırıwshı tolqıng'a iye bolamız.

Qosılıwshı eki tolqınnın` amplitudaları birdey bolatug'ın jag`daydı qarawdı dawam etemiz. (30-22) degi $\cos 2\pi vt$ ko`beytiwshisi ortalıq noqatlarında jiyiligi qarama-qarsı tarqalatug'ın tolqınlardıń jiyiligindey terbelistin` payda bolatug'ınlıg'ın ko`rsetedi. Waqıtqı g`a`rezli emes  $2a \cos(2\pi u/\lambda)$  ko`beytiwshisi qosındı terbelistin` A amplitudasın ta`ripleydi. Da`lirek aytqanda tek on` shama bolıp qalatug'ın amplituda usı ko`beytiwshinin` absolyut ma`nisine ten`:

$$A = |2a \cos(2\pi u/\lambda)|. \quad (30-28)$$

(30-28) den amplitudanın` ma`nisinin` u koordinatasına g`a`rezli bolatug'ınlıg'ı ko`rinip tur. Bul payda bolg'an terbelisti **turg'ın tolqın** dep ataymız. Turg'ın tolqınnın` amplitudası belgili bir noqatlarda qurawshı terbelisler amplitudalarının` qosındısına ten` boladı. Bunday noqatlar turg'ın tolqınlardıń **shog`ırları** dep ataladı. Basqa noqatlarda qosındı amplituda nolge ten`. Usınday noqatlar turg'ın tolqınlardıń **tu`yinleri** dep ataladı.

Shog`ırlar menen tu`yinler noqatlarınin` koordinataların anıqlayıq. (30-28) boyınsha

$$|2a \cos(2\pi u/\lambda)| = 1$$

bolatug`ın noqatlarda amplituda maksimal ma`nislerge jetedi. Bul noqatlarda (30-28) boyınsha $A = 2a$.

Demek shog`ırlardıń geometriyalıq ornı

$$2\pi u/\lambda = \pm k\pi$$

sha`rti menen anıqlanadı ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ). Olay bolsa shog`ırlardıń koordinataları

$$u = \pm k\lambda/2 \quad (30-30)$$

ge ten` boladı ($k = 0, 1, 2, \dots$).

Eger k nıń qon`ıslas eki ma`nisi ushın u tıń (30-30) formula boyınsha anıqlanatug`ın eki ma`nisinin` ayırmasın alsaq, onda qon`ıslas eki shog`ır arasındag`ı qashıqlıq bılay esaplanadı:

$$u_{k+1} - u_k = \lambda/2,$$

yag`nıy qon`ıslas eki shog`ır arası interferentsiya na`tmijesinde berilgen turg`ın tolqın payda bolatug`ın tolqınlar uzınlıg`ının` yarımına ten` boladı. Shog`ırlar payda bolatug`ın orınlarda eki tolqınnıń terbelislerinin` bir fazada bolatug`ınlıg`ı so`zsiz.

Tu`yinlerde qosındı terbelistin` amplitudası nolge ten`. Sonlıqtan (30-28)-formula boyınsha tu`yinnin` payda bolıw sha`rti mınaday boladı:

$$\cos(2\pi u/\lambda) = 0 \text{ yamasa } 2\pi u/\lambda = \pm (2k + 1) \pi/2.$$

Olay bolsa tu`yinlerdin` koordinataları

$$u = \pm (2k + 1) \lambda/4$$

shamasına ten` boladı. demek tu`yinnin` en` jaqın jatqan shog`ırdan qashıqlıg`ı mınag`an ten`:

$$(2k + 1) \lambda/4 - k \lambda/2 = \lambda/4,$$

yag`nıy tu`yinler menen shog`ırlar arası tolqın uzınlıg`ının` sheregine ten` bolatug`ınlıg`ın ko`remiz. Eki tolqınlag`ı terbelisler qarama-qarsı fazalarda ushırasatug`ın orınlarda tu`yinler payda boladı.



94-su`wret. Garmonikalıq terbelislerdi qosıw ushın arnalg`an su`wret.

Turg`ın tolqındı komp`yuterler ja`rdeminde baqlaw qızıqlı na`tiyjelerdi beredi.

To`mende eki tolqınnıń qosılıwınan payda bolatug`ın juwırıwshı ha`m turg`ın tolqınlardı komp`yuter ekranına shıg`arıw ushın tolqın programması keltirilgen:

program tolqın;

uses crt, Graph;

const q=1.4; a1=50; a2=100; nj=0.01;

var

z, t, gd, gm : integer;

x1, x2, x3, x5 : real;

color: word;

begin

gd:=detect; initgraph(gd,gm,''); SetLineStyle(0,0,1); color:=GetMaxColor;

SetLineStyle(0,0,1);

for z:=0 to 300 do begin;

for t:=0 to 400 do begin;

x1:=a1*cos(2*pi*nj*(t+z)); x2:=a2*cos(2*pi*nj*(t-z)); x3:=x1+x2;

line (10,250,600,250); putpixel (round(10+t*q),round(250+x1),color);

```

    putpixel (round(10+t*q),round(250+x2),color);
    putpixel (round(10+t*q),round(250+x3),1);
    circle (round(10+t*q),round(250+x3),2); end;    clearviewport;    end;    readln;
closegraph; end.

```

Bul programmada q komp'yuter ekranındagı masshtabtı beriwshi turaqlı shama, al menen a_2 ler eki tolqının amplitudasına ten. n_j arqalı tolqınlar jiyiligi berilgen.

Juwırwshı tolqın jag`dayında noqatlardıń awıtqıwı u ko`sherine parallel. Juwırwshı turg`ın tolqın jag`dayında noqatlardıń arası yarım da`wirge ten eki waqıt momentlerindegi orınları joqarıdagı a) ha`m b) su`wretlerde ko`rsetilgen. Terbeliwshi noqatlardıń tezlikleri nolge ten bolatug`ın tu`yinlerde ortasha tıg`ızlıg`ının birden tez o`zgeredi - bo`leksheler tu`yinge eki ta`repten de birese jaqınlap, birese onnan qashıqlaytug`ınlıg`ın ko`remiz.

Turg`ın tolqınlar a`dette ilgeri qaray tarqalıwshı ha`m (shag`ılısıp) keri qayıwshı tolqınlardıń interferentsiyasınıń na`tiyjesinde payda boladı. Mısalı jiptin` bir ushın mıqlap baylap qoysaq, sol jip baylang`an jerden shag`ılısqan tolqın ilgeri tarqalıwshı tolqın menen interferentsiyalanadı ha`m turg`ın tolqın payda boladı. Bul jag`dayda qozg`almay qalatug`ın tu`yin noqatlarınan bir birinen qashıqlıqları ilgeri tarqalıwshı tolqın uzınlıg`ının yarımına ten, al jiptin` bektilgen jerinde, yag`nıy tolqın shag`ılısatug`ın orında tu`yin payda boladı.