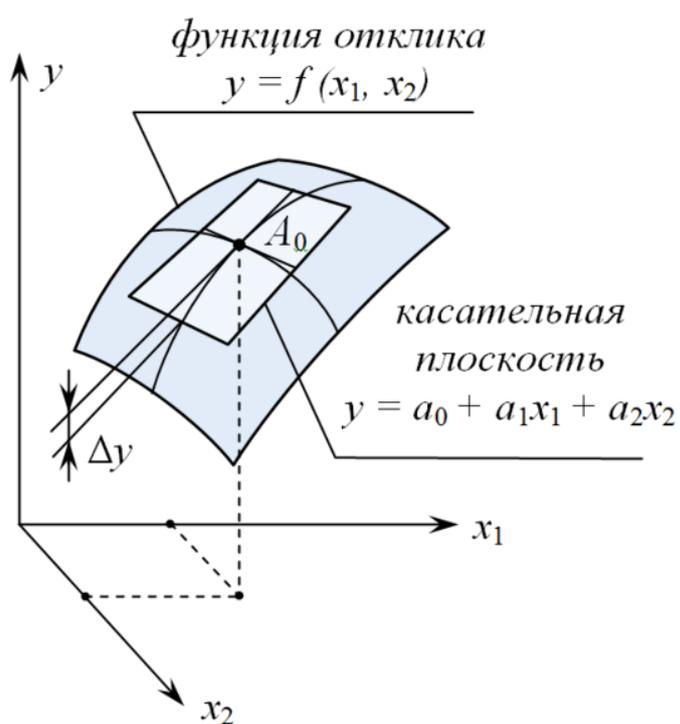


## Реферат на тему: Дробный факторный эксперимент



Выполнили: Хисамитов Ильдар

Зубков Юрий

### Дробный факторный эксперимент

Количество опытов в полном факторном эксперименте значительно превосходит число определяемых линейных коэффициентов. Т.к. наибольшую значимость обычно имеют линейные коэффициенты, а коэффициенты взаимодействий, начиная с тройных и выше, часто не значимы, то получается, что полный факторный эксперимент обладает избыточностью опытов. Было бы заманчивым сократить число опытов за счет той информации, которая не очень существенна при построении линейных моделей. При этом нужно стремиться к тому, чтобы матрица планирования не лишилась своих оптимальных свойств.

Поэтому теория дробного факторного эксперимента позволяет сократить кол-во опытов для нахождения функции отклика.

### Полный факторный эксперимент

Номер опыта	X0	X1	X2	(x3) X1 X2	Y
1	+	+	+	+	Y1
2	+	-	+	-	Y2
3	+	+	-	-	Y3
4	+	-	-	+	Y4

Пользуясь таким планированием, можно вычислить четыре коэффициента и представить результаты эксперимента в виде неполного квадратного уравнения

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2$$

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}$$

$$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}$$

Минимизация числа опытов

Если имеются основания считать, что в выбранных интервалах варьирования

Процесс может быть описан линейной моделью, то достаточно определить

три коэффициента:  $b_0, b_1, b_2$ .

**Остается одна степень свободы.**

Так как модель принята линейной, то:  $b_{12} \rightarrow 0$

Заменяем вектор-столбец  $X_1 X_2$  на другой независимый фактор  $X_3$ :

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}$$

$$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$$

Так как модель снова принята линейной, то:

$$b_{12} \rightarrow 0$$

$$b_{23} \rightarrow 0$$

$$b_{13} \rightarrow 0$$

### Дробная реплика

- Поставив четыре опыта для оценки влияния трех факторов, мы воспользовались половиной факторного эксперимента  $2^3$ , или «полуреplikой».
- Если бы мы приравнивали  $X_3$  к  $-X_1X_2$ , то получили бы вторую половинную матрицы  $2^3$ :

$$b_1 \rightarrow \beta_1 - \beta_{23}$$

$$b_2 \rightarrow \beta_2 - \beta_{13}$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 - \beta_{12}$$

Для обозначения дробных реплик, в которых  $p$  линейных эффектов

приравнены к эффектам взаимодействия, удобно пользоваться условными

обозначением  $2^{k-p}$ .

$$X_3 = X_1 X_2 + X_3 = -X_1 X_2 = 2^3$$

Условные обозначения дробных реплик и количество опытов

Число факторов	Дробная реплика	Условное Обозначение	Число опытов
			для

			дробной реплики
3	1/2 –реплика от 2 <sup>3</sup>	2 <sup>3-1</sup>	4
4	1/2 –реплика от 2 <sup>4</sup>	2 <sup>4-1</sup>	8
5	1/4 –реплика от 2 <sup>5</sup>	2 <sup>5-2</sup>	8
6	1/8 –реплика от 2 <sup>6</sup>	2 <sup>6-3</sup>	8
7	1/16 –реплика от 2 <sup>7</sup>	2 <sup>7-4</sup>	8
5	1/2 –реплика от 2 <sup>5</sup>	2 <sup>5-1</sup>	16
6	1/4 –реплика от 2 <sup>6</sup>	2 <sup>6-2</sup>	16
7	1/8 –реплика от 2 <sup>7</sup>	2 <sup>7-3</sup>	16
8	1/16 –реплика от 2 <sup>8</sup>	2 <sup>8-4</sup>	16
9	1/32 –реплика от 2 <sup>9</sup>	2 <sup>9-5</sup>	16
10	1/64 –реплика от 2 <sup>10</sup>	2 <sup>10-6</sup>	16
11	1/128 –реплика от 2 <sup>11</sup>	2 <sup>11-7</sup>	16
12	1/256 –реплика от 2 <sup>12</sup>	2 <sup>12-8</sup>	16
13	1/512 –реплика от 2 <sup>13</sup>	2 <sup>13-9</sup>	16
14	1/1024 –реплика от 2 <sup>14</sup>	2 <sup>14-10</sup>	16
15	1/2048 –реплика от 2 <sup>15</sup>	2 <sup>15-11</sup>	16

Генерирующие соотношения и определяющие контрасты

Номер опыта	X0	X1	X2	X3=X1X2	X1X2X3
1	+	+	+	+	+
2	-	-	+	-	+
3	+	-	-	-	+
4	-	+	-	+	+

Номер опыта	X0	X1	X2	X3=-X1X2	X1X2X3
1	+	+	+	+	-
2	-	-	+	-	-
3	+	-	-	-	-
4	-	+	-	+	-

Символическое обозначение столбцов, равных +1 или -1, называется *определяющим Контрастом*. Контраст помогает определять смешанные эффекты.

Для того, чтобы определить, какой эффект смешан с данным, нужно помножить обе части определяющего контраста на столбец, соответствующий данному эффекту. Так, если  $1 = x_1 x_2 x_3$ , то для  $x_1$  имеем  $x_1 = x_1^2 x_2 x_3 = x_2 x_3$ , т.к. всегда  $x_i^2 = 1$ .

Для  $x_2$  находим  $x_2 = x_1 x_2^2 x_3 = x_1 x_3$ , для  $x_3$  получается  $x_3 = x_1 x_2 x_3^2 = x_1 x_2$ . Соотношение, показывающее, с каким из эффектов смешан данный эффект, называется *генерирующим соотношением*.

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}$$

$$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$$

#### 4-х факторный эксперимент

- При выборе полуреплики  $2^{4-1}$  возможно восемь:
- 1)  $x_4 = x_1 x_2$ ;
- 2)  $x_4 = -x_1 x_2$ ;
- 3)  $x_4 = x_2 x_3$ ;
- 4)  $x_4 = -x_2 x_3$ ;
- 5)  $x_4 = x_1 x_3$ ;
- 6)  $x_4 = -x_1 x_3$ ;
- 7)  $x_4 = x_1 x_2 x_3$ ;
- 8)  $x_4 = -x_1 x_2 x_3$ ;

4-х факторный эксперимент

$1=X_1X_2X_3X_4$	$1=-X_1X_2X_3X_4$
$x_1 = x_2 x_3 x_4$	$x_1 = -x_2 x_3 x_4$
$x_2 = x_1 x_3 x_4$	$x_2 = -x_1 x_3 x_4$
$x_3 = x_1 x_2 x_4$	$x_3 = -x_1 x_2 x_4$
$x_4 = x_1 x_2 x_3$	$x_4 = -x_1 x_2 x_3$
$x_1 x_2 = x_3 x_4$	$x_1 x_2 = -x_3 x_4$
$x_1 x_3 = x_2 x_4$	$x_1 x_3 = -x_2 x_4$
$x_1 x_4 = x_2 x_3$	$x_1 x_4 = -x_2 x_3$

$1=X_1X_2X_4$	$1=-X_1X_2X_4$
$x_1 = x_2 x_4$	$x_1 = -x_2 x_4$
$x_2 = x_1 x_4$	$x_2 = -x_1 x_4$
$x_3 = x_1 x_2 x_3 x_4$	$x_3 = -x_1 x_2 x_3 x_4$
$x_4 = x_1 x_2$	$x_4 = -x_1 x_2$
$x_1 x_3 = x_2 x_3 x_4$	$x_1 x_3 = -x_2 x_3 x_4$
$x_2 x_3 = x_1 x_3 x_4$	$x_2 x_3 = -x_1 x_3 x_4$
$x_3 x_4 = x_1 x_2 x_3$	$x_3 x_4 = -x_1 x_2 x_3$

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{234}$$

$$b_{12} \rightarrow \beta_{12} + \beta_{34}$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{1234}$$

$$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{134}$$

$$b_{13} \rightarrow \beta_{13} + \beta_{24}$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{124}$$

$$b_{14} \rightarrow \beta_{14} + \beta_{23}$$

$$b_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{123}$$