

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI
BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI
FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI
“FIZIKA ” KAFEDRASI**

OCHILOVA XURSAND KOMILOVNA *ning*
5440100 – “Fizika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha bakalavr darajasini olish uchun
“To’rt o’lchovli kattaliklarning invariant ifodalari”
mavzusida

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar: **dots. Q.S.Saidov**

“ _____ ” 2012 y.

BMI “ fizika” kafedrasining “ _____ ” 2012 y.

№ _____ sonli yig’ilishida ko’rib chiqildi va himoyaga ruxsat berildi.

Kafedra mudiri : doq. Болтаев С.А.

« _____ » 2012 y.

Taqrizchi : doq.М.Шарипов

« _____ » 2012 y.

«Himoya qilishga ruxsat berildi »

Fakul’tet dekani prof. Sh.M. Mirzayev

“ _____ ” 2012 y.

Buxoro – 2012 y.

Mundarija.

Kirish..... 3-5.

I Bob. Erkin zarraning harakatini ifodalovchi invariant kattaliklar va ifodalar.

1.1. To'rt o'lchovli interval invariantligidan kelib chiqadigan qonuniyatlar.....6-23.

1.2. Relyativistik dinamika tenglamalari.....23-33.

I bobning xulosasi.....33.

II Bob. Elektromagnit maydondagi zarraning harakatini ifodalovchi invariant ifodalar

2.1. Elektrodinamikaning maxsus tenglamalari.....34-40.

2.2. Elektromagnit maydon tenglamalari.....41-62.

II bobning xulosasi.....62

Xotima.....63.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati.....64.

Kirish.

Ta'lim tarbiya– ong mahsuli, lekin ayni vaqtda uning rivojini ham belgilaydigan omildir. Binobarin, ta'lim-tarbiya tizimini o'zgartirmasdan turib ongni o'zgartirib bo'lmaydi.

I.A.Karimov.

Taraqqiyotimizning asosiy yo'nalishi bo'lgan milliy g'oya ustivorligi ustida to'xtalib, Prezidentimiz Islom Abdug'aniyevich Karimov quyidagi fikrlarni aytadilar:

“Bizning bosh strategik maqsadimiz qat'iy va o'zgarmas bo'lib, bozor iqtisodiyotiga asoslangan erkin demokratik davlat barpo etish, fuqarolik jamiyatining mustahkam poydevorini shakllantirishdan iborat? Bu esa O'zbekistonning rivojlangan kelajagi buyuk davlatga aylantirishning asosiy shartlaridan biridir:

Istiqlol yo'lida qadam tashlab borayotgan vatanimizdagi mavjud madaniy omillarga ahamiyat berish bilan birga maorif, ta'lim, tarbiya ishlariga e'tibor kuchaytirilmoqda.

Kadrlar tayyorlash milliy dasturini yaratish bo'yicha O'zbekiston Respublikasi komissiyasining majlisida so'zlagan “Zamonaviy kadrlar-taraqqiyotimizning muhim omilidir” nutqida yurtboshimiz quyidagi fikrlarni aytdilar.

“Kadrlar masalasini hal etmas ekanmiz, saiy-harakatlarimiz kutilgan natijani berishi, hayotimiz, ma'naviyatimiz o'zgarishi qiyin bo'ladi. Demakki zamonaviy ta'lim-tarbiya tizimini isloh qilish, zamon talablariga mos bo'lgan kadrlar tayyorlash ishini yo'lga qoyish faoliyatimizning bosh yo'nalishi bo'lmog'i lozim. Yo'qsa biz yoshlarimizni mustaqil fikrga ega bo'lmagan odam esa har qanday olomonga ergashib ketaveradi”.

Respublikamizda ta'limning yangi tizimini amalga oshirishda tariximizdagi ta'lim jarayonlarini o'rganib chiqib isloh qilish dasturi tayyorlandi. Barcha e'tibor

ta'lim tizimining demokratik va insonparvarlik tamoyillari asosida takomillashtirib, uning moddiy texnika bazasini zamon va davr talablari darajasiga ko'tarish va

Tabiatdagi fizik jarayonlarni matematik madellarini yaratilishi tabiat hodisalarini nazariy o'rganish va tatqiqot qilish imkoniyatlarini yaratadi.

Ishning dolzarbligi; Relyativistik fizika elementlari va to'rt o'lchovli koordinatalar yordamida ifodalanuvchi fizik jarayonlar qonuniyatlarini aniqlanishini o'rganish muhim hisoblanadi. Invariant kattaliklar yordamida keltirib chiqarilgan qonuniyatlar ixtiyoriy koordinatalar sistemasida amal qiladi. Invariant ifodalarning differensial shakllari bilan hozirgi kunda O'zMU da Mexanika kafedrasida Fizika - matematika fanlar doktori, proffessor Q.Mo'minov boshchiligida ilmiy ishlar olib borilmoqda. O'zMU fizika fakulteti nazariy fizika kafedراسi proffessori A.A.Abdumalikov ishida almashtirish qonunlari to'rt o'lchovli vektorlar nisbatidan olinadi. Mazkur Malakaviy bitiruv ishida umumiy holda almashtirish koeffisientlari topilib qonuniyatlar yoziladi.

Ishning maqsadi : Malakaviy bitiruv ishda fizikadagi invariant kattaliklar yordamida fizik qonununiyatlarning matematik ifodalarni keltirib chiqarilishini o'rganish va xususiy hollarni tahlil qilish.

Ilmiy yangilik: To'rt o'lchovli invariant kattaliklar va ifodalar nazariy usulda umumiy hollar uchun tadqiq qilindi. Elektromagnit maydonning to'rt o'lchovli 2-rang tenzorlarga oid yetarlicha ma'lumotlar to'plandi. To'rt o'lchovli vektorlarning almashtirish qonunlari matematik amallarda nazariy o'rganildi. Voqea, interval tushunchalari Logranj funksiyasi hamda differensial tenglamalari asosida maydon tenglamalari o'rganildi.

Malakaviy ishimning birinchi bobida to'rt o'lchovli intervalning va to'rt vektor kvadratining invariantligidan kelib chiquvchi koordinata va uzunliklarning almashtirish qonunlari, tezliklarning almashtirish qonunlari, energiya va implus orasidagi bog'lanishlarning uzviyligi ko'rib chiqildi. Invariant xossaga ega bo'lgan tasir integrali tuzilib relyativistik zarraning dinamik tenglamasi xususiy hollar uchun tahlil qilindi.

Malakaviy bitiruv ishining ikkinchi bobida relyativistik zaryadning maydon bilan tasirlashishini inobatga oladigan va saqlanuvchi tasir integrali to'rt vektorlar ko'paytmasi ko'rinishida tanlanib maydon kuchlanganliklari uchun maxsus tenglamalar olindi. Maxsus tenglamalarning tadbiqi zaryadning tekis harakatida hosil bo'luvchi maydon kuchlanganliklari hamda elektromagnit maydon tenglamalarining kelib chiqishida ko'rib chiqildi. Maskur bobda elektromagnit maydon invariantlari maydon tenzorlari yoyilmasi yordamida tahlil qilindi. Shuningdek, invariant kattaliklar va ifodalardan kelib chiqadigan fizikaviy qonuniyatlar bo'yicha uzluksizlik inobatga olingan holda sistemalashtirish bo'yicha jadval tuzildi. Oxirgi vaqtlarda tabiatdagi fizik jarayonlarni tafsiflovchi differensial invariantlar ustida qizg'in izlanishlar davom etmoqda.

Ishning tadqiqot ob'ekti va predmeti: Elektromagnit maydon invariantlarini almashtirish qonunlari uyg'unligi va tatqiqot qilish usullari.

Ishning tadqiqot uslubi va uslubiyoti: adabiyotlardan, ilmiy manbalardan va oliy matematika amallaridan foydalanib nazariy mulohazalar bilan o'rganish va xulosalar qilish.

Ishning olingan asosiy natijalari: Zaryadlarning harakati bilan bog'liq bo'lgan elektromagnit maydon invariantlariga oid ma'lumotlar to'plandi. Invariant kattaliklar va ifodalardan kelib chiquvchi qonuniyatlar nazariy o'rganiladi.

Ishning hajmi va tuzilishi: Bajarilgan malakaiv bitiruv ishi to'rtta paragrifni o'z ichiga olgan, ikkita bobdan va qilingan xulosalardan iborat. Ishda o'rganilishi e'tiborga olingan fizikaviy hodisalar, jarayonlar va hisoblangan natijalarning tushunarli ravishda ifodalash uchun beshta chizma va jadval berildi. Ishga qo'yilgan maqsadga erishishi uchun to'plangan adabiyotlar manbalarning nomlari va elektron manzillari keltirildi.

Qisqacha mazmun va ilmiy tavsiloti: Zaryadning harakati va elektromagnit maydondagi harakat bilan bog'liq fizikaviy hodisalar to'g'risida ma'lumotlar yig'ilib nazariy va amaliy o'rganiladi.

I BOB. Erkin zarraning harakatini ifodalovchi invariant kattaliklar va ifodalar.

1.1. To'rt o'lchovli interval invariantligidan kelib chiqadigan qonuniyatlar.

To'rt o'lchovli fazoda interval va uning invariantligi. Odatda interval deganda oraliq tushuniladi, ya'ni odatdagi sabablar bo'yicha uni sodir bo'lgan voqealar orasidagi vaqt oralig'i yoki ularning sodir bo'lish nuqtalari orasidagi masofa tushuniladi. To'rt o'lchovli fazoda interval tushunchasini kiritish uchun odatdagi uch o'lchovli ikki nuqta orasidagi masofani qanday aniqlanganligini esga olamiz

$$|\overrightarrow{A_1 A_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\vec{r}_1 + \overrightarrow{A_1 A_2} = \vec{r}_2 \text{ (K sistemada)}$$

K' sistemada A_1 va A_2 nuqtalarning koordinatalari boshqacha bo'ladi.

$$\vec{r}_1' + \overrightarrow{A_1 A_2}' = \vec{r}_2' \text{ (K' sistemada)}$$

$$\vec{R}_0 + \vec{r}' = \vec{r}, \quad \vec{r}_1' = \vec{r}_1 - \vec{R}_0, \quad \vec{r}_2' = \vec{r}_2 - \vec{R}_0$$

Bu nuqtalar orasidagi masofani K uchun topamiz.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{A_1 A_2}| &= |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \\ |\overrightarrow{A_1 A_2}'| &= |\vec{r}_2' - \vec{r}_1'| = |r_2 - r_1| \end{aligned} \quad (k^1)$$

$$L_{12} = L_{12}' \equiv Inv$$

Shunday qilib ikki ko'zg'almas nuqta orasidagi masofa koordinata sistemalarini har qanday to'g'ri chiziqli harakatida o'zgarmasdan qoluvchi miqdor ekan. Maxsus nisbiylik nazariyasida xuddi yuqoridagiga o'xshagan xususiyatga ega bo'lgan kattaliklarni invariant kattaliklar deb yuritish qabul qilingan yoki invariant kattalik deb inersial sanoq sistemalarini almashtirish oqibatida o'zgarmasdan qoluvchi har qanday kattalikka aytiladi. Bunday xususiyatga eng avvalo yorug'lik yoki elektromagnit to'lqinning vakumdagi tezligi to'g'ri keladi. Invariant so'zi lotincha "Invariants" so'zdan olingan bo'lib o'zgarmaydigan degan

ma'noni anglatadi. Invariantlik - obektning ma'lum o'zgartirgichlariga yoki fizikaviy sharoitlarga nisbatan o'zgarmasligi va mustaqilligidir. Lorens almashtirishlariga nisbatan o'zgarmas qolgan kattaliklar Lorens invariantligi deyiladi. To'rt o'lchovli interval shunday kattalikka misol bo'la oladi. Invariantlik tushunchasining muhurligi shundaki, uning yordamida koordinatalar tizimini tanlashga bog'liq bo'lmagan va tekshirilayotgan obektning ichki xossasini tasniflaydigan kattaliklarni ajratish mumkin. Biror o'zgartirgichga nisbatan fizikaviy tizimlarni harakat tenglamalari invariantligi saqlanish qonuniga bog'liq.

Izox: Uch o'lchovli fazodagi ikki nuqta orasidagi masofaning invariantligi uning to'rt o'lchovli fazoda ham shunday xususiyatga ega ekanligini anglatadi.

Endi esa to'rt o'lchovli fazodagi interval tushunchasini kiritamiz. Ta'rifga ko'ra u quyidagicha aniqlanadi.

$$S_{12}^2 = c^2 \Delta t_{12}^2 - \Delta L_{12}^2 \quad (1.1.1)$$

bu yerda $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$

$$\Delta L_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (1.1.2)$$

Endi to'rt o'lchovli fazodagi intervalning uch o'lchovli fazodagi intervaldan eng muhim farq va xususiyatlarini qaraymiz.

1. Uch o'lchovli fazoda $\Delta L_{12}^2 \geq 0$
2. To'rt o'lchovli fazoda intervalning kvadratining ishorasi xoxlagancha bo'lishi mumkin

$$S_{12}^2 = 0 \quad S_{12}^2 > 0 \quad S_{12}^2 < 0$$

Oxirgi holda interval sof mavhum miqdorga aylanadi. Bu xususiyatlarning har biri muhim fizikaviy ma'noga ega. Interval kvadratining ishorasiga qarab voqealar turli fizikaviy xususiyatga ega bo'ladilar.

$$\Delta L_{12}^2 = 0 \quad S_{12}^2 = c^2 \Delta t_{12}^2 > 0 \quad \text{bir joyda sodir bo'lgan voqealar}$$

$$\Delta t_{12} = 0 \quad S_{12}^2 = -\Delta L_{12}^2 < 0 \quad \text{bir vaqtda sodir bo'luvchi voqealar, shuningdek}$$

$$c^2 \Delta t_{12}^2 = \Delta L_{12}^2 \quad \text{yani } S_{12}^2 = 0 \quad \text{bir vaqtda va bir joyda sodir bo'luvchi voqealar}$$

$$c\Delta t_{12} = |\Delta L_{12}| \quad (1.1.3)$$

Oxirgi (1.1.3) munosabat elektromagnit to'liqning tarqalishini tavsiflovchi tenglama, haqiqatdan ham нщқгпэдшлїккї nuqta orasidagi masofani c tezlik bilan Δt vaqt oralig'ida bosib o'tadi.

$$\Delta L_{12} = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \quad \Delta t_{12} = \frac{\Delta L_{12}}{c}$$

bu esa kvadrati nolga teng bo'lgan interval $S^2 = 0$

$$c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = 0 \quad (1.1.4)$$

ifodalanadi.

Shunday qilib, elektromagnit to'liqning yoki yorug'likning vaqt o'tishi bilan fazoning bir nuqtasidan boshqasiga uzatilishi (1.1.4) tenglama vositasida tavsiflanadi. Oxirgi tenglamaning geometrik ma'nosi vaqt o'tishi bilan kengayuvchi sferadan iborat yoki elektromagnit to'liq fronti sferik sirtidan iborat ekan. Endi huddi shu jarayonni k inersial sanoq sistemasida qaraymiz. Maxsus nisbiylik nazariyasining birinchi postulatiga ko'ra- bu sistemada ham yuqoridagi jarayon (1.1.4) kabi bo'lishi lozim.

$$c^2\Delta t'^2_{12} - \Delta \ell'^2_{12} = 0 \equiv S'^2_{12} \quad (1.1.5)$$

Bu ifodani (1.1.4) munosabat bilan taqqoslab quyidagi natijani olamiz.

$$S^2_{12} = S'^2_{12} = 0 \text{ (Inv)} \quad (1.1.6)$$

Oxirgi xususiyat nol intervalning invariantligini ifodalaydi. Shuning uchun bunday xususiyatni yorug'likka o'xshash interval deyiladi.

Endi masalani jiddiyoq asosda qo'yamiz, ya'ni nol interval invariant xususiyatga ega bo'lsa, ixtiyoriy chekli interval ham shunday xossaga egami? Bu savolga javob berish uchun quidagicha fikr yuritishimiz kerak.

$$S = S' = 0 \quad (1.1.7)$$

Endi k va k' sistemalarda yetarlicha kichik va 0 dan farqli interval, ulushini qaraymiz. U holda (1.2.7) ga binoan

$$dS' = \alpha dS \quad (1.1.8)$$

α - proporsionallik ko'effitsiyenti.

Endigi vazifa α ni topishdan iborat. Umuman olganda α kattalik fazoviy koordinatalar, vaqt momentlariga bog'liq bo'lishi mumkin.

$$\alpha = \alpha \left(\underbrace{x', y', z', t'}_{K'}, \underbrace{x, y, z, t}_K \right) \quad (1.1.9)$$

Agar shunday bo'lganda edi fazoning va vaqtning bir jinslilik xususiyati buzilgan bo'lur edi.

Demak, bu farazimiz noo'rin. Agar K' ning K inersial sanoq sistemasiga nisbatan biror bir tezlik bilan harakatlanishi e'tiborga olinsa α ko'effitsiyentni inyeksiya sanoq sistemalarining nisbiy tezligiga bog'liq deb faraz qilish mumkin. Ammo ,bu narsa α ko'effitsiyentining turli yunalishlarida har xil bo'lishiga olib keladi. Bu esa fazoning izotroplik xususiyatiga zid ya'ni fazodagi barcha yo'nalishlarning teng huquqligiga zid. Shuning uchun bu α ko'effitsiyent faqat nisbiy tezlikning moduliga bog'liq bo'lishi mumkin. Endigi vazifamiz uning son qiymatini topish.

$$\alpha = \alpha(\vec{v}), \quad \alpha = \alpha(|\vec{v}|)$$

Agar shunday bo'lganda edi, fazoning va vaqtning bir jinslilik xususiyati buzilgan bo'lur edi. Demak, bu farazimiz noo'rin.

Buning uchun bir-biriga nisbatan doimiy v_1 va v_2 tezlik bilan harakatlanuvchi va tinch turgan k sanoq sistemalarini qaraymiz.

$$\left. \begin{array}{l} |^K|^K \rightarrow \vec{v}_1 \Big|^{K_2} \rightarrow \vec{v}_2 \\ \left. \begin{array}{l} ds_1 = \alpha(|\vec{v}_1|)ds \\ ds_2 = \alpha(|\vec{v}_2|)ds \\ ds_2 = \alpha(|\vec{v}_{12}|)ds_1 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (1.1.10)$$

Lekin uchinchi munosabatdagi $|\vec{v}_{12}|$ vektorlar orasidagi burchakka bog'liq yoki yo'nalishiga bog'liq.

$$|\vec{v}_{1,2}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = \sqrt{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^2} = \sqrt{v^2_2 + v^2_1 - 2\vec{v}_1\vec{v}_2}$$

$$\vec{v}_2\vec{v}_1 = |\vec{v}_1||\vec{v}_2|\cos(\vec{v}_1\vec{v}_2)$$

Bu esa oxirgi farazimizga zid. Demak, α na fazoviy koordinata va na sistemalarning doimiy harakat tezligiga bog'liq bo'lmagan doimiy kattalik.

$$\alpha = \text{const}$$

$$(1.1.10) \text{ dan foydalanamiz } \alpha dS = \alpha \alpha dS \quad dS \neq 0$$

$$\alpha^2 - \alpha = 0 \quad \alpha(\alpha - 1) = 0 \quad \alpha = 1$$

Shunday qilib biz qo'yidagi muhim natijani hosil qildik.

$$dS' = dS \text{ (Inv)} \quad (1.1.11)$$

Oxirgi xususiyat ixtiyoriy noldan farqli cheksiz kichik interval elementi uchun invariantlik xususiyatini ifodalaydi. Endi esa dastlabki quyilgan muammoni hal qilishga o'tamiz, ya'ni ixtiyoriy chekli interval ham invariant xususiyatiga egami? Buning uchun quyidagicha muloxaza yuritamiz. Buning uchun ixtiyoriy chekli intervalni uning ulushlarining yig'indisi ko'rinishida qarash kerak.

$$\int_{AB} dS = \sum \Delta S_i = \int_{BA} dS \quad (1.1.12)$$

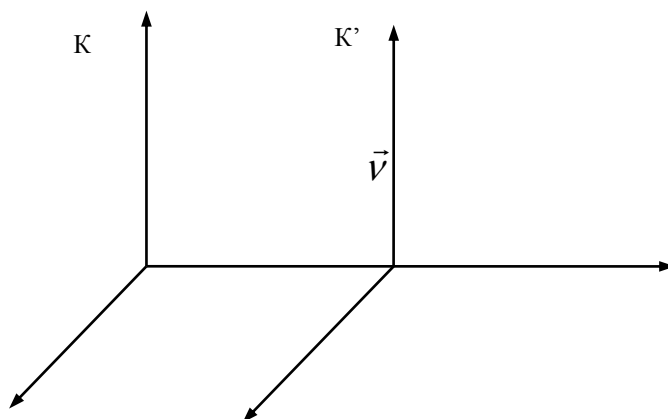
(1.1.12) ni (1.1.11) bilan taqqoslab quyidagi natijani olamiz.

$$S' = S = \text{inv} \quad (1.1.13)$$

Oxirgi munosabat ixtiyoriy chekli intervalning invariantlik xususiyatini ifodalaydi. Intervalning invariantlik xususiyati S^2 ning ishorasini hech qanday almashtirish vositasida o'zgartirib bo'lmashligini bildiradi.

To'rt o'lchovli fazoda vaqt va koordinatani almashtirish qonuni. O'z navbatida har qanday voqea to'rt o'lchovli fazoda o'zining dunyoviy koordinatalari bilan bir qiymatli aniqlanar ekan. Eng muhim vazifa ayni bir voqeaning turli inersial sanoq sistemalaridagi dunyoviy koordinatalarini topishdan iboratdir. Yoki bu masala to'rt o'lchovli fazoda vaqt va koordinatalarni almashtirish qonunlarini topish demakdir. Bu almashtirish qonunlari biz oldingi darsimizda isbotlangan intervalning invariantlilik xususiyatini ta'minlashi lozim. Masalani soddalashtirish

uchun bir-biriga nisbatan faqat bir o'q bo'ylab harakatlanayotgan ikkita inersial sanoq sistemasini qabul qilamiz.



1 – chizma. To'rt o'lchovli fazoda vaqt va koordinatalarni almashtirish.

Faraz qilaylik $t = 0$ da K va K' sistemalar ustma-ust tushsin. U holda K va K' sanoq sistemalarida intervalning kvadrati uchun quyidagini yozish mumkin.

$$S^2 = S'^2 \quad (1.1.14)$$

intervalning invariantlik xususiyati.

$$\begin{array}{l} K \quad S^2 = c^2 t^2 - y^2 - x^2 - z^2 \\ K' \quad S'^2 = c^2 t'^2 - y'^2 - x'^2 - z'^2 \end{array} \quad (1.1.15)$$

$$\left. \begin{array}{l} M(t, x, y, z) \quad M'(t', x', y', z') \\ t = t(t', x', y', z') \\ x = x(t', x', y', z') \end{array} \right\} \quad (1.1.16)$$

K sistemaning ixtiyoriy dunyoviy koordinatalari

K' sistemasining koordinatasining formulasi.

Vazifamiz bu funksional bog'lanishni topishdan iborat yoki bu funksional bog'lanish eng asosiy shartni ya'ni intervalning invariantligini ta'minlashi lozim. Aslini olganda bu funksional bog'lanishlarni umumiy holda ham keltirib chiqarish mumkin, ammo bu murakkab, funksional hisoblash asoslarini bilishni taqozo etadi. Shuning uchun, boshqacharoq yo'l tutamiz. Ya'ni fazo va vaqtning quyidagi fundamental qonunlaridan foydalanamiz.

1. Vaqtning bir jinsliliği

2. Fazoning bir jinsliliği va izotroplığı.

Bu ikkita shartni qo'yish asosida quyidagi bog'lanishlarni yozish mumkin.

$$t = \alpha x' + \beta y' + \gamma z' + \delta t'$$

Bu bog'lanish chiziqli, agar $x'y'z't'$ lar n marta orttirilsa u holda bu bog'lanish o'z shaklini o'zgartirmaydi ya'ni

$$x' \rightarrow n x'; t \rightarrow n t'$$

Demak, quyidagi farazni aytish mumkin: ya'ni, tabiat bo'lishi mumkin bo'lgan hamma bog'lanishlar ichidan eng oddiysini tanlaydi. Buni odatda oddiylık prinsipi deyiladi.

Shunday qilib K va K' sistemalaridagi voqealarning fazoviy dunyoviy koordinatalari orasida quyidagilarni yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} t &= \alpha x' + \beta t' \\ x &= \alpha x' + \delta t' \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned} \right\} \quad (1.1.17)$$

Oxirgi ikki munosabat bizning tanlashimizga bog'liq, chunki y va y' , z va z' parallelligicha qoladi. Endigi vazifa almashtirish koeffitsiyentlari $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ larni topishdan iborat. Fizikaviy nuqtai nazardan ushbu almashtirish koeffitsiyentlari faqat va faqat K' sistemaning K sistemaga nisbatan tezligining moduligagina bog'liq. Bu koeffitsiyentlarni topish uchun intervalning invariantlik xususiyatidan foydalanmiz:

$$S^2 = S'^2 \quad c^2 t^2 - x^2 = c^2 t'^2 - x'^2 \quad (1.1.18)$$

$$(c^2 \alpha^2 - x'^2 + 2\alpha\beta x't' + \beta^2 t'^2) - (\gamma^2 x'^2 + 2\gamma\delta x't' + \delta^2 t'^2) = c^2 t'^2 - x'^2$$

$$x'^2 \underbrace{(c^2 \alpha^2 - \gamma^2 + 1)}_A + t'^2 \underbrace{(c^2 \beta^2 - \delta^2 - c^2)}_B + 2x't' \underbrace{(c^2 \alpha\beta - \gamma\delta)}_D = 0$$

Oxirgi natijani quyidagicha yozish mumkin

$$Ax'^2 + Bt'^2 + Dx't' = 0$$

Buni tushunish uchun quyidagini yozamiz. $Ax^2 + Bx + C = 0$

munosabat x ning ixtiyoriy qiymatida o'rinli bo'lishi uchun $A = B = C = 0$ bo'lsa,

$$\left\{ \begin{array}{l} c^2 \alpha^2 - \gamma^2 + 1 = 0 \\ c^2 \beta^2 - \delta^2 - c^2 = 0 \\ c^2 \alpha \beta - \gamma \delta = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathbf{A} = \mathbf{0} \\ \mathbf{B} = \mathbf{0} \\ \mathbf{D} = \mathbf{0} \end{array} \right\} \quad (1.1.19)$$

Shunday qilib, biz uchta chiziqli bo'lmagan tenglamalar sistemasini hosil qildik. Boshlang'ich vaqt momentida K va K' koordinata sistemalarining boshlanishlari ustma-ust tushadi $x = 0$ bo'ladi.

$$\begin{array}{ll} x = \gamma x' + \delta t' & \frac{x'}{t'} \gamma + \delta = 0 \\ x' = v t' & v \gamma + \delta = 0 \end{array}$$

Endigi vazifamiz $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ almashtirish koeffitsiyentlarini topishdan iborat. Ko'rinib turibdiki bular yuqorida aytilganidek K' sistemaning K sistemaga nisbatan tezligining moduliga va c yorug'lik tezligiga bog'liq bo'lar ekan.

Almashtirish koeffitsiyentlari. Lorens almashtirishlari.

$$c^2 \alpha^2 - \gamma^2 + 1 = 0 \quad (1.1.20)$$

$$c^2 \beta^2 - \delta^2 - c^2 = 0 \quad (1.1.21)$$

$$c^2 \alpha \beta - \gamma \delta = 0 \quad (1.1.22)$$

$$\delta + V \gamma = 0 \quad (1.1.23)$$

$$t = \alpha x' + \beta t' \quad (1.1.24)$$

$$x = \gamma x' + \delta t' \quad (1.1.25)$$

(1.1.24) va (1.1.25) dagi $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ larning o'lchamligini topamiz.

$$\dim t = T \quad \dim \alpha \dim x^1 = T \quad \dim \alpha = \frac{T}{L} = \frac{1}{LT^{-1}} = TL^{-1}$$

$\dim \beta = 1$ o'lchamsiz kattalik.

$$\dim \gamma = 1 \quad \dim \delta = \frac{L}{T} = LT^{-1} \quad (1.1.26)$$

(1.1.20) - (1.1.23) tenglamalar sistemasida faqat ikkita parametr ishtirok etayapti. V va s yoki almashtirish koeffitsiyentlari faqat shu ikki parametrga bog'liq.

Dastlab, (1.1.20) - (1.1.23) larni c^2 ga bo'lamiz

$$\alpha^2 - \frac{\gamma^2}{c^2} + \frac{1}{c^2} = 0$$

$$\beta^2 - \frac{\delta^2}{c^2} - 1 = 0 \quad (1.1.22')$$

$$\alpha\beta - \frac{\gamma\delta}{c^2} = 0$$

$$\frac{\delta}{c^2} + \frac{V\gamma}{c^2} = 0$$

$$\alpha^2 = 0 \quad \alpha = 0$$

$$\beta^2 = 1 \quad \beta = \pm 1$$

$$\alpha\beta = 0 \quad (1.1.27)$$

$$t = t'$$

$$x = x' + Vt'$$

Galiley almashtirishlaridan quyidagi natijalar kelib chiqadi:

1. Vaqt mutlok ya'ni ixtiyoriy voqealarning davomiyligi barcha inersial sanoq sistemasida bir xil.

2. Jismlarning tezliklari quyidagi qonunga binoan almashtiriladi.

$$3. v = v' + V'$$

4. Tezliklarning qo'shishning klassik qonuni. Bu yerda v jismning ko'zg'almas (K sistemadagi) v' esa harakatlanuvchi (K') sistemadagi tezligi, V harakatlanuvchi sistemaning K sanoq sistemasiga nisbatan tezligi.

Lekin bu natija hozirga qadar o'tkazilgan biror bir eksperimentga to'g'ri kelmaydi. Shunday qilib, Galiley almashtirishlari elektromagnit jarayonlarda qo'llanilishi mumkin emas. Endi esa relyativistik nuqtai nazardan almashtirish koeffitsiyentlarini keltirib chiqaramiz. c chekli (1.1.23) dan quyidagini olamiz.

$$(1.1.24) \rightarrow \delta = -\gamma v \quad (1.1.22) \rightarrow c^2 \alpha \beta = \delta \gamma = -\gamma^2 V \quad \beta = -\frac{\gamma^2 V}{\alpha c^2}$$

$$(1.1.21') \rightarrow \beta^2 - \frac{\delta^2}{c^2} - 1 = 0 \quad \beta^2 - 1 = \frac{\delta^2}{c^2} \quad \beta^2 - 1 = \frac{(-V\gamma)^2}{c^2}$$

$$\beta^2 - 1 = \frac{\gamma^2 V^2}{c^2} \quad \frac{\gamma^4 V^2}{\alpha^2 c^4} - 1 = \frac{\gamma^2 V^2}{c^2} \quad \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{V\gamma^2}{c^2} \right)^2 = 1 + \left(\frac{\gamma^2 V^2}{c^2} \right)$$

$$\alpha^2 = \frac{\left(\frac{V\gamma^2}{c^2}\right)^2}{1 + \frac{\gamma^2 V^2}{c^2}} = \frac{\gamma^4 V^2}{\left(1 + \frac{\gamma^2 V^2}{c^2}\right)c^4};$$

bu ifodani (1.1.20) tenglamaga qo'yamiz, $c^2\alpha^2 - \gamma^2 + 1 = 0$

$$\frac{\gamma^4 V^2}{\left(1 + \frac{\gamma^2 V^2}{c^2}\right)c^2} - \gamma^2 + 1 = 0 \quad \gamma V^2 = (\gamma^2 - 1)(c^2 + \gamma^2 V^2)$$

$$\gamma^4 V^2 = c^2 \gamma^2 - c^2 + \gamma^4 V^2 - \gamma^2 V^2$$

$$\gamma^2 (c^2 - V^2) = c^2$$

$$\gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}; \quad \delta = -V\gamma = -\frac{V}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}.$$

Endi (1.1.21) tenglamadan foydalanamiz

$$\beta^2 = \frac{\delta^2}{c^2} + 1 = \frac{V^2}{c^2 \left(1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2\right)} + 1$$

$$\beta = \sqrt{\frac{V^2}{c^2 \left(1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2\right)} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Demak, $\beta = \gamma$, keyingi koeffitsiyentni topish uchun (1.1.22') tenglamadan foydalanamiz

$$\beta = -\frac{\gamma^2 V}{\alpha c^2} \quad \beta \alpha c^2 = -\gamma^2 V$$

$$\alpha = -\frac{\gamma^2 V}{\beta c^2} = -\frac{\gamma^2 V}{\gamma c^2} = -\frac{V}{c^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}};$$

Shunday qilib, almashtirish koeffitsiyentlari quyidagicha aniqlanadi:

$$\beta = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad \alpha = -\frac{V}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad \delta = -\frac{V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}};$$

tekshirish $c \rightarrow \infty$ bo'lsa α, β, γ

$$\gamma = \beta = 1 \quad \alpha = 0 \quad \delta = -v \quad t' = t' \quad x = x' - vt \quad (1.1.28)$$

(1.1.28) va (1.1.27) ni taqqoslash shuni ko'rsatadiki, ularning to'g'ri bo'lishi uchun γ ni manfiy ishorasini olish kerak bo'ladi.

Lorens almashtirishlari va ularning kelib chiquvchi ayrim fizikaviy natijalar. To'rt o'lchovli fazoda vaqt va koordinatalarni almashtirish koeffitsiyenti. Almashtirish koeffitsiyentlarini

$$t = \alpha x' + \beta t' \quad (1.1.29)$$

$$x = \gamma x' + \delta t' \quad (1.1.30)$$

munosabatlariga ko'ysak, quyidagilar chiqadi.

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y = y' \quad z = z'$$

Bu almashtirish qonunlarining Lorens almashtirishlari deb aytilishiga sabab ularning birinchi marta Lorens tomonidan keltirib chiqarilganidir.

I z o x: Agar tarixiy nuqtai nazardan bu masalaga yondoshsak Eynshteyn o'zining maxsus nisbiylik nazariyasini 1905 yilda ishlab chiqqan edi. Lorens esa yuqoridagi almashtirishlarni bundan 5 yil oldin ishladi va bu maxsus nisbiylik nazariyasi kimning nomiga qo'yish kerak degan masala qo'yiladi. Bu esa fiziklarning 2 guruhga bo'linishiga sabab bo'lib, baxs uzoq davom etdi. Lekin bu masalaga Lorens mardona nuqta qo'ydi va u quyidagi ma'noda so'zni aytdi: «Men bu almashtirish munosabatlarini fundamental ma'nosiga Eynshteyn qadar mutlaqo tushunganim yo'q va men ularni faqat elektrodinamika tenglamalarini invariantligini qanoatlantiruvchi matematik ifodalarda qo'lladim».

Endi undan kelib chiquvchi va Eynshteyn tomonidan ta'kidlangan fizikaviy natijalarni taxlil qilish masalasini yechishga o'tamiz.

Tezliklarni qo'shishning relyativistik qonuni. Ixtiyoriy moddiy nuqtaning K va K' sistemalaridagi koordinatalari:

$$\left. \begin{array}{l} K' \quad \vec{r}'(t') = x'(t')\vec{i} + y'(t')\vec{j} + z'(t')\vec{k} \\ K \quad \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \end{array} \right\} \quad (1.1.31)$$

Har qanday vektor o'zining tashkil etuvchilari orqali bir qiymatli aniqlanadi. Shuning uchun mos tezlikning koordinatalarini quyidagicha topish kerak.

$$\left. \begin{array}{l} K \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\vec{k} \\ K' \quad \vec{v}' = \frac{d\vec{r}'(t')}{dt'} = \frac{dx'(t')}{dt'}\vec{i} + \frac{dy'(t')}{dt'}\vec{j} + \frac{dz'(t')}{dt'}\vec{k} \end{array} \right\} \quad (1.1.32)$$

Dastlab v_x ni topamiz

$$v_x = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx' + v dt'}{dt' + \frac{v}{c^2} dx'} = \frac{v'_x + v}{1 + \frac{v v'_x}{c^2}}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt' + \frac{v}{c^2} dx'} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} \frac{v'_y}{1 + \frac{v v'_x}{c^2}};$$

tezlikning z o'qdagi tashkil etuvchisi oxirgi munosabatda uni v_z bilan almashtirishda hosil qilinadi. Shunday qilib, tezliklarni qo'shishning relyativistik qonuni eng oddiy holda quyidagicha.

$$\mathcal{G}_z = \frac{dz}{dt} = \sqrt{1 - \frac{\mathcal{G}^2}{c^2}} \frac{\mathcal{G}'_z}{1 + \frac{\mathcal{G}'_x}{c} \mathcal{G}} \quad \mathcal{G} = \frac{\mathcal{G}' + V}{1 + \frac{\mathcal{G}' V}{c^2}} \quad (1.1.33)$$

1. Dastlab $c \rightarrow \infty$ bo'lgan holni ko'rib chiqamiz. Haqiqatdan ham bu chegarada $v = v' + V$ ya'ni odatdagi tezliklarni qo'shish qonuni kelib chiqadi.

2. Endi (1.1.33) ni yorug'lik tarqalish jarayoniga quyamiz $v' = c$ $v = c$ Demak, maxsus nisbiylik nazariyasining postulati nazariy yo'l bilan keltirib isbotlandi.

3. $V \geq c$ Lorens almashtirishlaridan ko'rinadiki, olingan natijalar $v = c$ bo'lgan holda ular o'z ma'nosini yo'qotadi. $V > c$ bo'lganda esa faqat fazoviy va vaqtiy koordinatalar k da haqiqiy k' da mavhum bo'ladi.

Demak, Lorens almashtirishlari faqat va faqat $v < c$ bo'lgandagina ma'noga ega yoki buning ma'nosini quyidagicha izoxlashimiz mumkin. Tabiatdagi hech bir harakat yorug'lik tezligidan katta bo'la olmaydi. Agar $V > c$ bo'ladigan bo'lsa oqibat sababdan oldin yuzaga kelishini anglagan bo'lur edi, ya'ni sababiyat prinsipi buzilgan bo'lar edi.

Xulosa:

1. To'rt o'lchovli fazodagi koordinatalar Lorens almashtirishlari orqali topiladi va u $v < c$ sohadagina fizikaviy ma'noga ega.

2. $V \geq c$ bulganda Lorens almashtirishlari o'zining fizikaviy ma'nosini yo'qotadi yoki mavjud bo'lgan real harakatlarning tezligi o'zaro ta'sirlar tarqalishining chegaraviy tezligi ya'ni c yorug'lik tezligidan kichik bo'ladi.

Uzunlikning Lorens qisqaruvi va vaqtning Lorens sekinlashuvi. Bizga ma'lumki har qanday voqea o'zining to'rt o'lchovli dunyoviy koordinatalari orqali aniqlanadi, ya'ni

$$\begin{array}{ll} K & M_1(x_1, y_1, z_1, t_1) \\ & M_2(x_2, y_2, z_2, t_2) \end{array} \quad \begin{array}{l} K' \\ \\ \end{array} \begin{array}{l} M_1(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1) \\ M_2(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2) \end{array}$$

shu voqeaning K va K' sistemasidagi koordinatalari. Masalani soddalashtirish uchun har doimdagidek bir o'lchovli harakat bilan cheklanamiz u holda Lorens almashtirishlariga binoan

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y = y' \quad z = z'$$

bu munosabatlar ixtiyoriy vaqt momenti va ixtiyoriy fazoviy nazariyalar uchun o'rinli, dastlab M_1 va M_2 voqealar orasidagi vaqt davomiyligini bir joyda sodir

bo'luvchi voqealar uchun ko'rib chiqamiz. Bizga ma'lumki intervalning kvadrati quyidagicha aniqlanadi.

$$S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2 \quad (1.1.34)$$

$$\Delta l_{12} = 0 \quad x_1 = x_2 \quad y_1 = y_2 \quad z_1 = z_2$$

Endi huddi shu ikki voqeani K' sistemadagi kuzatuvchi nuqtai nazaridan qaraymiz.

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1 + v(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.1.35)$$

Endi Lorens almashtirishlarini vaqt oralig'ida qo'llaymiz.

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1 + \frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.1.36)$$

Qolgan fazoviy koordinatalarni topish juda oddiy.

$$\begin{aligned} y_2 - y_1 &= y'_2 - y'_1 = \text{const} \\ z_2 - z_1 &= z'_2 - z'_1 = \text{const} \end{aligned} \quad (1.1.37)$$

(1.1.35), (1.1.36) va (1.1.37) quyidagi muhim xulosaga olib keladi:

1. Jismning harakatga perpendikulyar yo'nalishdagi o'lchamlari o'zgarmasdan qoladi.

$$2. \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < \Delta t \quad (1.1.38)$$

Oxirgi munosabat relyativistik fizikada muhim ahamiyatga ega bo'lib, u vaqtning Lorens sekinlashuvini ifodalaydi. Ko'rinadiki $c \rightarrow \infty$ bo'lgandagina $\Delta t = \Delta t'$ bo'ladi, ya'ni klassik fizikadagi vaqtning mutloqligi haqidagi xulosaga kelamiz.

Endi (1.1.35)dan $t'_2 - t'_1 = 0$ bo'lgan holni qaraylik K' sistemadagi nuqtai nazardan voqea bir vaqtda sodir bo'ladi oddiy qilib aytsak bir vaqtda ikki elektron nurlanadi.

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < \Delta x \quad (1.1.39)$$

(1.1.39) munosabat ham relyativistik fizikada muhim ahamiyatga ega bo'lib, u uzunlikning qisqaruvini ifodalaydi.

Relyativistik zarraning energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanish.

Erkin zarraning relyativistik Lagranj funksiyasini keltirib chiqarishda ikkita muhim xususiyatdan foydalaniladi.

1. Invariantlik.

2. Moslik prinsipi.

Klassik mexanikadagidek, zarra harakatining relyativistik tenglamalarini chiqarish uchun biz eng kichik ta'sir prinsipiga asoslanamiz.

Ma'lumki, erkin zarra uchun ta'sir:

$$S = -mc \int_a^b ds$$

ko'rinishda beriladi, bunda integral berilgan ikki hodisa orasidagi dunyoviy chiziq bo'yicha integralni ifodalaydi. Buni vaqt bo'yicha integralga aylantirib yozish mumkin

$$S = -mc^2 \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt$$

Eng kichik ta'sir pinrintsipini umumiy ta'rifiga ko'ra

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$$

taqqoslagan holda zarraning relyativistik Lagranj funksiyasini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.1.40)$$

Zarraning relyativistik Lagranj funksiyasini keltirib chiqarishda ikkita muhim xususiyat invariantlik va moslik prinsipini inobatga olish muhimdir.

bu yerda m - zarraning massasi v -uning tezligi. Bundan zarraning impulsini keltirib chiqaramiz.

(1.1.40) dan ko'rinadiki Lagranj funksiyasi tezlik modulini funksiyasidir.

$$L = L(v) \quad (1.1.41)$$

$$\text{U holda} \quad \vec{p} = \text{grad } L(v) = \frac{\partial L}{\partial v} \text{grad } v \quad (1.1.42)$$

$$\frac{\partial L}{\partial v} = -mc^2 \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} (-1/c^2) 2v = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = p$$

$$\text{grad } v = \frac{\vec{v}}{v} \quad (1.1.43)$$

$$p = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.1.44)$$

Shunday qilib, relyativistik zarraning impulsi klassik zarradan farqli ravishda v modulning chiziqli bo'lmagan funksiyasi ekan. Grafikda klassik va relyativistik nuqtai nazardan impuls bog'liqligini chizaylik.

Zarrachaga c tezlik berish uchun cheksiz katta energiya kerak ekan. Shuning uchun ham ishonch hosil qilamizki real zarraning harakati har doim yorug'lik tezligidan kichik tezlik bilan sodir bo'ladi. Endi olingan natijalardan foydalanib relyativistik zarraning energiyasini topamiz.

$$E = \vec{p}\vec{v} - L = \frac{mv^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = E \quad (1.1.45)$$

(1.1.40) ifoda relyativistik zarraning energiyasi uning tezlikka bog'liq ravishda o'zgarishini ifodalaydi va eng muhim klassik fizikadan farqli ravishda $v = 0$ da

$$E_0 = mc^2$$

Bu natijani Eynshteyn tomonidan olingan. Endi buni boshqacha qaraymiz, ya'ni zarrachaning kinetik energiyasini topamiz. Bu energiya uning to'la energiyasining tinchlikdagi energiyasi ayirmasiga teng

$$E_k = E - E_0 \quad E_k = E_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] \quad (1.1.46)$$

$$\begin{aligned} v = 0 & \quad E_k = 0 \\ E = E_0 & \quad E_k = \frac{mv^2}{2} \end{aligned} \quad (1.1.47)$$

$v \ll c$ (1.1.40) bo'lsa (1.1.46) ifoda moslik prinsipiga binoan (1.1.47) ga o'tish kerak.

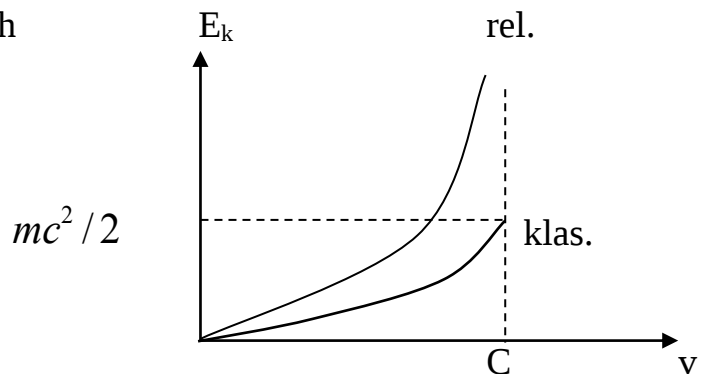
$$E = E_0[(1 - v^2 / c^2)^{-1/2}] = E_0[1 + 1/2(v^2 / c^2) - 1] = mv^2 / 2$$

Demak, tezlikning c ga nisbatan kichik qiymatlaridagina kinetik energiya klassik formula bo'yicha topilishi mumkin. V ixtiyoriy bo'lsa bu ikki bog'lanish bir-biridan farq qiladi, bu mutlaqo mantiqsiz.

Endi relyativistik fizikada muhim ahamiyatga ega bo'lgan va uning qo'llanadigan yana bir muhim munosabatini keltirib chiqarishga o'tamiz. Bu zarrachaning energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanishdir.

$$\begin{aligned} p = p(v) & \quad E = Ev / c^2 & v = c \\ p = E / c & \quad E = pc \end{aligned} \quad (1.1.48)$$

Olingan natijani tushunish uchun fotonning energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanishni nazarda tutamiz:



1.2.2– chizma. Relyativistik zarraning energiyasi va implusi orasidagi bog'lanish.

$$p = \frac{cmv}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc \frac{v/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\left(\frac{p}{mc}\right)^2 = \frac{(v/c)^2}{1 - v^2/c^2}; \quad v^2 = \frac{p^2 c^2}{p^2 + (mc)^2}; \quad v = \frac{pc}{\sqrt{p^2 + (mc)^2}} \quad (1.1.49)$$

$$m = 0; \quad v = c$$

Bu muhim ahamiyatga ega bo'lib, relyativistik nuqtai nazardan tinchlikdagi massasi 0 ga teng bo'lgan va yorug'lik tezligida tarqala oluvchi zarrachaning mavjudligini ko'rsatadi, buni birinchi bo'lib Eynshteyn keltirib chiqargan. Bu elektromagnit maydon kvanti fotonlardan iborat.

$$p = Ev / c^2 = \frac{E}{c^2} \frac{pc}{\sqrt{p^2 + (mc)^2}} \quad (1.1.50)$$

$$E = c\sqrt{p^2 + (mc)^2} = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}; \quad E^2 = E_0^2 + (pc)^2 \quad (1.1.51)$$

Biz olgan natija relyativistik fizikadagi Pifagor teoremasi. Oxirgi natijani olamiz, $E = pc$ bu faqat $m = 0$ bo'lgan zarracha uchungina o'rinli. Endi oxirgidan foydalanib zarrachaning kinetik energiyasi uchun ifoda keltirib chiqaramiz.

$$E_k = E - E_0 = \sqrt{E_0^2 + (pc)^2} - E_0 = E_0 \left\{ \sqrt{1 + (pc/E_0)^2} - 1 \right\}$$

$$pc/E_0 \ll 1 \quad E_k = E[1 + 1/2(pc/E_0) - 1] = p^2/2m$$

$$E_k = p^2/2m$$

Demak, zarrachaning kinetik energiyasi faqat uning impulsi $p \ll E_0/c = mc$ bo'lgandagina o'rinli bo'ladi. Biz zarraning relyativistik Lagranj funksiyasi, relyativistik zarraning energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanishni taxlil qildik.

1.2. Relyativistik dinamika tenglamalar.

Biz hozirga qadar zarraning relyativistik Lagranj funksiyasi, relyativistik zarraning energiyasi va impulsi orasidagi bog'lanishni taxlil qilgan edik. Endigi vazifa

relyativistik zarraga tashqi kuch ta'sir qilganda uning tezligi va ixtiyoriy vaqt momentidagi koordinatalarini topamiz. Bizga ma'lumki, ta'sir tabiati qanaqa bo'lishidan qat'iy nazar jism impulsining vaqt bo'yicha o'zgarishi bu kuchga teng ya'ni

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \quad (1.2.1)$$

Agar jismga ta'sir qiluvchi kuchlarning teng ta'sir qiluvchisi 0 ga teng bo'lsa, ya'ni $F = 0$

$$p(t) = p_0 = \text{const} \quad (1.2.2)$$

ya'ni jismning impulsi o'zgarmas bo'ladi. Buni odatda impulsning saqlanish qonuni deyiladi. (1.2.1) dan ko'rinadiki jismning harakat tenglamasini topish uchun jismning impulsi va tezligi orasidagi bog'lanishni bilish lozim

$$p = p(v) \quad (1.2.3)$$

Oldingi natijalarga binoan impuls va tezlik quyidagicha bog'langan, ya'ni

$$\vec{P} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.2.4)$$

relyativistik zarraning impulsi tezlikka nochizig'iy bog'langan. Demak, harakat tenglamasi ham klassik fizikadan farqli ravishda nochizig'iy ko'rinishga ega bo'ladi. Endi shu tenglamani keltirib chiqaramiz.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}}{dt} &= m \left\{ \vec{v} \frac{d}{dt} (1 - (v/c)^2)^{-1/2} + (1 - (v/c)^2)^{-1/2} \frac{d\vec{v}}{dt} \right\} \\ \frac{d}{dt} (1 - (v/c)^2)^{-1/2} &= \frac{1}{2} (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-3/2} (1/c^2) 2v \frac{dv}{dt} = (1 - (v/c)^2)^{-3/2} \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} \\ \frac{d}{dt} (1 - (v/c)^2)^{-1/2} &= (1 - (v/c)^2)^{-3/2} \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

Endi hisoblangan hosilani o'z o'rniga qo'yamiz.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \left\{ (1 - (v/c)^2)^{-3/2} \frac{\vec{v}v}{c^2} \frac{dv}{dt} + (1 - (v/c)^2)^{-1/2} \frac{d\vec{v}}{dt} \right\} \quad (1.2.6)$$

(1.2.6) ni quyidagicha o'zgartiramiz

$$\vec{v} = v\vec{n} \quad (1.2.7)$$

bu yerda $v = |\vec{v}|$ - tezlik vektorining moduli, $\vec{n}$ esa tezlikning birlik vektori. U holda

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{n} + v \frac{d\vec{n}}{dt} \quad (1.2.8)$$

(1.2.8) ning muhimligi shundaki u tezlik vektorining o'zgarishini quyidagi ikki holda eng sodda ko'rinishda bo'lishini ko'rsatadi.

$$1\text{-hol. } \vec{F} \perp \vec{v} \quad \frac{dv}{dt} = 0; \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = v \frac{d\vec{n}}{dt} \quad (1.2.9.1)$$

2-hol. $\vec{F} \parallel \vec{v}$ bu holda jism to'g'ri chiziqli harakat qiladi va tezlik vektorining yo'nalishi o'zgarmaydi.

$$\frac{d\vec{n}}{dt} = 0 \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{n} \frac{dv}{dt} \quad (1.2.9.2)$$

Endi umumiy holda ko'rib chiqamiz. Buning uchun (1.2.8) dan foydalanamiz. Shunday qilib, relyativistik dinamikaning asosiy tenglamasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left[\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \vec{n} \frac{dv}{dt} + v \frac{d\vec{n}}{dt} \right] \quad (1.2.10)$$

Buning muhimligi shuki $\vec{F}$ kuch va zarraning tezligi v bir-biriga nisbatan qanday burchakda yo'nalishidan qat'iy nazar, haqiqatan ham (1.2.10)dan ko'yidagi ikki natijani keltirib chiqarish qiyin emas.

$$1. \text{ hol } \frac{dv}{dt} = 0 \quad \vec{F} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{n}}{dt} \quad (1.2.10.1)$$

$$2. \text{ hol } \frac{d\vec{n}}{dt} = 0 \quad \vec{F} = \frac{m}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{dv}{dt} \vec{n} \quad (1.2.10.2)$$

(10.1) va (1.2.10.2) tenglamalarni quyidagi sof ko'rinishda yozish mumkin

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.2.11.1)$$

$$\vec{F} = \frac{m}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.2.11.2)$$

Oxirgi natijalarni klassik fizika bilan taqqoslaymiz

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.2.11.3)$$

(1.2.11.3) ni (1.2.11.1) va (1.2.11.2) bilan taqqoslaymiz va umumiy massa kelib chiqadi.

$$M_{\perp} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad M_{\parallel} = \frac{m}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \quad (1.2.12)$$

Bu munosabatni faqat taqqoslash ma'nosidagina ishlatish mumkin, chunki massani ikkiga ajratish ma'noga ega emas.

Natija: relyativistik dinamikaning asosiy tenglamasi $c \rightarrow \infty$ da harakatning klassik tenglamasiga o'tish mumkin.

$$\vec{F} = m \left[\vec{n} \frac{dv}{dt} + v \frac{d\vec{n}}{dt} \right] = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.2.13)$$

Oxirgi munosabat Nyutonning II qonuni bo'lib faqat jismning harakat tezligi va c yorug'lik tezligi ($v \ll c$) nisbat e'tiborga olinmasa bo'ladigan darajada kichik bo'lsa o'rinli. Bizga ma'lumki, atom fizikasida turli zarrachalarning parchalanishi va o'zaro to'qnashuvi muhim rol o'ynaydi va eng muhimi hozirgi zamon tezlatgichlari elektronlar yoki ionlarni yorug'lik tezligiga yaqin tezliklargacha tezlashtirish imkoniyatini beradi va bu holda Nyutonning harakat tenglamasi yaroqsiz bo'lib qoladi, ya'ni tezlagichlarni (1.2.13) ga binoan loyixalashtirib bo'lmaydi.

To'rt o'lchovli energiya va impuls vektori. To'rt o'lchovli vektorlar quyidagicha edi.

$$U_i = \frac{dx_i}{ds} \quad U_i = (U_o; U) = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \frac{v}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

T a ‘ r i f: To’rt o’lchovli energiya va impuls vektori deb quyidagi munosabat bilan aniqlanuvchi 4 vektorga aytiladi.

$$P_i = mcU_i \quad (1.2.14)$$

$$P_i = mc(U_o, U) = (P_o, P) \quad (1.2.15)$$

$$P_o = mcU_o = \frac{mcc}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E}{c}; \quad P_o = \frac{E}{c};$$

Demak, to’rt o’lchovli impulsning vaqtiy komponentasi zarrachaning energiyasi orqali ifodalanadi. 4 impulsning fazoviy komponentasini topishga o’tamiz.

$$\vec{P}_i = mcU = mc \frac{\vec{v}}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \vec{P}$$

Demak, 4 impulsning fazoviy komponentasi uning odatdagi 3 o’lchovli impulsidan iborat.

$$\vec{P}_i = \left(\frac{E}{c}; \vec{P} \right) \quad (1.2.16)$$

Biz olgan munosabat muhim fizikaviy ahamiyatga ega bo’lib, uning yordamida zarrachalarning har qanday elastik to’qnashuvida energiya va impulsning saqlanishini keltirib chiqarish mumkin. Endi 4 impuls vektorining kvadratini topamiz.

$$\vec{P}^i = \left(\frac{E}{c}; -\vec{P} \right) \quad (1.2.16')$$

Natija: 4 o’lchovli energiya va impuls vektorining ko’paytmasi invariant kattalik.

Oxirgi munosabatdan foydalanib energiya va impuls orasidagi bog’lanishni topish mumkin.

$$\left(\frac{E}{c} \right)^2 = m^2 c^2 - p^2 \quad E^2 = E_o^2 + (pc)^2$$

Endi 4 impulsdan foydalanib zarraning to'qnashuv jarayonlarini tahlil qilishga o'tamiz. Masalani soddalashtirish uchun ikki zarrani to'qnashuvini ko'ramiz. Natijaviy 4 impulsi ularning yig'indisiga teng bo'ladi va u quyidagicha:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \left(\frac{E_1}{c} + \frac{E_2}{c}; \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \right) \quad (1.2.17.1)$$

Bu sistemaning to'qnashuvdan keyingi impulsi quyidagicha:

$$\vec{P}' = \left(\frac{E_1'}{c} + \frac{E_2'}{c}; \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \right) \quad (1.2.17.2)$$

4-impuls kvadratining invariantlaridan foydalanamiz.

$$\vec{P}' = \vec{P} \quad P'_0 = P_0 \quad \vec{P}' = \vec{P} \quad (1.2.18)$$

(1.2.18) odatdagi impuls va energiyaning saqlanish qonuni:

$$E_1' + E_2' = E_1 + E_2 \quad \text{E.S.Q} \quad (1.2.19.1)$$

$$\vec{P}_1' + \vec{P}_2' = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \quad \text{I.S.Q} \quad (1.2.19.2)$$

Oxirgi munosabatlarni yuqoridagi jarayonlarga qo'llaymiz:

$$\left. \begin{aligned} P_i P^i &= P_0^2 - \vec{P}^2 \\ P_i' P^{i'} &= P_0'^2 - \vec{P}'^2 \end{aligned} \right\} Inv \quad \left. \begin{aligned} P_0^2 &= \left(\frac{E_1}{c} + \frac{E_2}{c} \right)^2 = \frac{1}{c^2} (E_1^2 + 2E_1 E_2 + E_2^2) \\ \vec{P}^2 &= (\vec{P}_1 + \vec{P}_2)^2 = \vec{P}_1^2 + 2\vec{P}_1 \vec{P}_2 + \vec{P}_2^2 \end{aligned} \right\}$$

Endi ularning kvadratlarining ayirmasini topamiz:

$$\begin{aligned} P_i P^i &= P_0^2 - \vec{P}^2 = \frac{E_1^2}{c^2} + \frac{2E_1 E_2}{c^2} + \frac{E_2^2}{c^2} - P_1^2 - 2\vec{P}_1 \vec{P}_2 - P_2^2 = \\ &= \left[\frac{E_1^2}{c^2} - P_1^2 \right] + \left[\frac{E_2^2}{c^2} - P_2^2 \right] + 2 \left[\frac{E_1 E_2}{c^2} - \vec{P}_1 \vec{P}_2 \right] = \\ &= m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2 \left(\frac{E_1 E_2}{c^2} - \vec{P}_1 \vec{P}_2 \right). \\ P_i P^i &= m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2 \left(\frac{E_1 E_2}{c^2} - \vec{P}_1 \vec{P}_2 \right) \end{aligned}$$

Sistemaning to'qnashuvdan keyingi 4 impulsining kvadrati quyidagicha.

$$P_i' P^{i'} = m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2 + 2 \left(\frac{E_1' E_2'}{c^2} - \vec{P}_1' \vec{P}_2' \right)$$

Oxirgi ikki munosabat qaralayotgan zarrachalarning to'qnashuv jarayonlarini bir qiymatli aniqlash imkoniyatini beradi.

$$P_i P^i = P'_i P'^i \rightarrow \text{Inv}$$

$$\frac{E_1 E_2}{c^2} - \vec{P}_1 \vec{P}_2 = \frac{E'_1 E'_2}{c^2} - \vec{P}'_1 \vec{P}'_2 \quad (1.2.20)$$

(1.2.20) ni quyidagi formulalar asosida to'ldiramiz:

$$E_{1,2} = \sqrt{m_{1,2}^2 c^4 + P_{1,2}^2 c^2} \quad (1.2.20.1)$$

$$\vec{P}_{1,2} = \frac{m \vec{v}_{1,2}}{\sqrt{1 - \frac{v_{1,2}^2}{c^2}}} = \frac{E_{1,2} \vec{v}_{1,2}}{c^2} \quad (1.2.20.2)$$

N a t i j a: (1.2.20.1) va (1.2.20.2) munosabatlar to'qnashuv jarayonini to'la o'rganish imkoniyatini beradi.

Relyativistik zarralarning elastik to'qnashuvi. Yadro fizikasida relyativistik zarralarning «to'qnashish» nazariyasi katta ahamiyatga ega. Agar to'qnashuv vaqtida yadro reaksiyalari ro'y bermasa, ya'ni to'qnashuvchi zarralarning ichki strukturasi o'zgarmasa, bunday to'qnashuvlar yetarli aniqlik bilan elastik to'qnashuv hisoblanishi mumkin. Mezonlar, protonlar, elektronlar kabi elementar zarralarning, shuningdek fotonlar bilan elektronlarning o'zaro to'qnashuvi bunga misol bo'la oladi. Aytaylik m_1 va m_2 massali ikki zarra o'zaro to'qnashsin. Bu hol uchun energiya va impuls saqlanish qonunlari quyidagicha

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 \quad (1.2.21) \rightarrow \text{ISQ}$$

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \quad (1.2.22) \rightarrow \text{ESQ}$$

Yuqorida aytganimizdek, agar to'qnashuv vaqtida yadro reaksiyalari ro'y bermasa, ya'ni to'qnashuvchi zarralarning ichki strukturasi o'zgarmasa, bunday to'qnashuvlar yetarli aniqlik bilan elastik to'qnashuv hisoblanishi mumkin. Aniqlik uchun, ikkinchi zarra to'qnashuvgacha harakatsiz va erkin bo'lsin ($\vec{P}_2 = 0, E_2 = E_{20} = m_{20} c^2$) birinchi zarra esa yetarli katta tezlik bilan kelib

urilsin ($\vec{P}_1 \neq 0, E_1 \neq 0$). To'qnashuvdan keyin birinchi zarra α burchakka og'ib impulsiga, ikkinchisi β burchakka og'ib $\vec{P}_2$ impulsiga ega bo'lsin. Bu hol uchun saqlanish qonuni.

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \quad (1.2.23)$$

$$E_1 + E_{20} = E_1' + E_2'$$

$$E_1 = \sqrt{c^2 P_1^2 + m_{10}^2 c^4}; \quad E_1' = \sqrt{c^2 P_1'^2 + m_{10}^2 c^4}$$

Relyativistik mexanikada jismning T kinetik energiyasi uning to'liq va tinchlikdagi energiyalari farqiga teng.

$$T = E - E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad (1.2.24)$$

$E_0 = m_0 c^2$ - jismning tinchlikdagi energiyasi. Jism hech qanday tashqi maydon bo'lmaganda ham E_0 energiyaga ega bo'lib, unga jism ega bo'lgan barcha turdagi (issiqlik, elektromagnit, yadroviy va boshqalar) energiyalar kiradi.

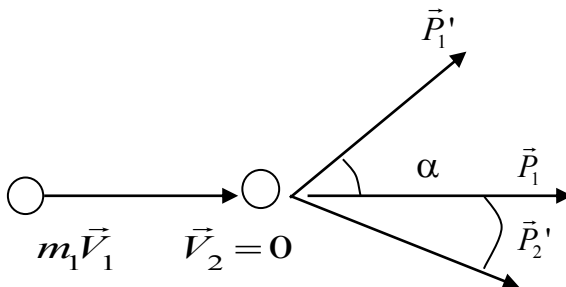
Ikkinchi zarraning to'qnashuvdan keyingi kinetik energiyasini topaylik. Saqlanish qonunidan

$$E_1 - E_1' = E_2' - E_{20} = T_2'$$

$$T_2' = \sqrt{c^2 P_1^2 + m_{10}^2 c^4} - \sqrt{c^2 P_1'^2 + m_{10}^2 c^4} \quad (1.2.25)$$

Oxirgi munosabat ikkinchi zarrachaning to'qnashuvidan keyingi energiyasini ham topish imkoniyatini beradi. Endi sochilish burchagini topamiz.

$$P_1'^2 = P_1^2 + P_2'^2 - 2P_1 P_2' \cos \alpha$$



1.2.3 – chizma. Relyativistik zarralarning elastik to'qnashuvi.

Ammo oxirgi natijadan foydalanib zarrachaning to'qnashuvdan keyingi harakat yo'nalishini aniqlab bo'lmaydi (1.2.23) vektor tenglikni skalyar ko'rinishda yozamiz.

$$\left. \begin{aligned} P_{1x} &= P_{1x}' + P_{2x}' \\ P_{1y} &= P_{1y}' + P_{2y}' \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} P_1 &= P_1' \cos \alpha + P_2' \cos \beta \\ 0 &= P_1' \sin \alpha - P_2' \sin \beta \end{aligned} \right\} P_1' \sin \alpha = P_2' \sin \beta \quad (1.2.26)$$

(1.2.26) xohlagan zarracha uchun o'rinli. Buni foton uchun qo'llaymiz.

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{P_1' \sin \alpha}{P_2'} = \frac{P_1' \sin \alpha}{|\vec{P}_1 - \vec{P}_1'|} \\ |\vec{P}_1 - \vec{P}_1'| &= \sqrt{P_1^2 + P_1'^2 - 2P_1P_1' \cos \alpha} \\ \sin \beta &= \frac{P_1' \sin \alpha}{\sqrt{P_1^2 + P_1'^2 - 2P_1P_1' \cos \alpha}} \end{aligned}$$

Biz olgan natija har qanday zarra uchun o'rinli, jumladan to'qnashuvchi zarracha foton bo'lsa quyidagiga ega bo'lamiz.

$$P = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad \sin \beta = \frac{\nu_1' \sin \alpha}{\sqrt{\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos \alpha}} \quad (1.2.27)$$

Biz olgan formula fotonning tinch turgan zarrachada sochilishi oqibatida, ushbu zarrachaning sochilishdan keyingi harakat yo'nalishini bir qiymatli aniqlaydi.

To'rt o'lchovli vektorlar va ularni almashtirish qonunlari. Bizga ma'lumki har qanday voqea o'zining to'rt o'lchovli koordinatalari bilan aniqlanar edi, ya'ni $M(r, t)$ yoki $M(t, x, y, z)$.

t – vaqtiy koordinata

x, y, z – fazoviy koordinatalar.

Relyativistik fizikada xuddi shu narsani qisqacha yozish uchun 4 o'lchovli radius vektor tushunchasi kiritiladi.

$$\mathbf{r} = (x_0, \vec{r}) \quad (1.2.28)$$

munosabat bilan aniqlanuvchi va tashkil etuvchilari Lorens almashtirishlariga binoan almashinuvchi vektorlarga aytiladi.

$$i = 0, 1, 2, 3 \quad x_0 = ct - \text{vaqtiy komponenta}$$

$(x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z)$ fazoviy komponenta.

Endi 4 o'lchovli vektorlarni komponentalarini almashtirishga o'tamiz.

$$x_i' = f(x_i) \quad (1.2.29)$$

Endi uch o'lchovli Lorens almashtirishlarini yozamiz

$$x' = \frac{x + vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad t' = \frac{t + \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y \quad z' = z \quad (1.2.30)$$

Dastlab 4 radius vektorning vaqtiy komponentasining almashinish qonunini keltirib chiqaramiz. Buning uchun:

$$x_0' = ct' = \frac{c(t + \frac{v}{c^2}x)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_0 + \frac{v}{c}x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

bu 4 o'lchovli vektor vaqtiy komponentasining almashtirish qonuni. Endi fazoviy komponentalarini almashtirish qonuni keltirib chiqaramiz.

$$x_1' = \frac{x_1 + \frac{v}{c}x_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x_2' = x_2 \quad x_3' = x_3$$

Fizikada 4 o'lchovli quyidagicha ta'riflash mumkin:

T a ' r i f: 4 o'lchovli vektor deb

$$A_i = (A_0, \vec{A}) \quad (1.2.31)$$

bilan aniqlanuvchi va komponentalari 4 radius vektoriga o'xshagan qonunlar bilan almashadigan kattaliklarga aytiladi.

Huddi shunday indeksleri yuqorida joylashgan 4 vektorni ham kiritish mumkin.

$$A^i = (A^0, -\vec{A}) \quad (1.2.32)$$

Ko'rinib turibdiki bu vektorlarning vaqtiy komponentlari bir xil $A_0 = A^0$ fazoviy

komponentlari esa qarama-qarshi ishorali shuning uchun (1.2.32) bilan aniqlanuvchi vektorni kontravariant vektor deyiladi, bu vektorlarni kiritish ular ustida bajaradigan amallarni juda ham soddalashtirish imkonini beradi. Dastlab 4 radius vektor moduli kvadratini topamiz.

$$S^2 = c^2 t^2 - \vec{r}^2 = x_i x^i = x_0 x^0 + x_1 x^1 + x_2 x^2 + x_3 x^3 \quad (1.2.33)$$

$$x_i x^i = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = x_0^2 - \vec{r}^2$$

N a t i j a: 4 radius- vektorning kvadrati invariant kattalik ekan. Endi oxirgini umumlashtiramiz.

$$A_i A^i = A_0^2 - \vec{A}^2 \quad (1.2.34)$$

Malakaviy bitiruv ishining I bobini bajarish davomida quyidagi xulosalar qilindi.

1. Intervalning invariantligidan foydalanib koordinataning almashtirish qonunlari ikkita o'zaro harakatlanuvchi koordinatalar sistemasi yordamida tushuntirildi.

2. Vaqtiy va fazoviy koordinatalarning kinematikasidan zarraning tekis harakatini to'la tushuntirish mumkin.

3. Zarraning vaqtiy va fazoviy koordinatalarining o'zgarishini inobatga olib turli koordinatalar sistemasidagi kuzatuvchilar uchun vaqt va uzunlik tushunchalarini ifodalash mumkin.

4. To'rt vektorlarning kvadratlari fizikaviy jarayonlarni tushuntirishda muhimroqdir.

II Bob. Elektromagnit maydondagi zarraning harakatini ifodalovchi invariant ifodalar.

2.1. Elektrodinamikaning maxsus tenglamalari.

Elektromagnit maydondagi zaryad uchun Lagranj funksiyasi. Bizga ma'lumki har qanday fizikaviy sistemani harakatini bir qiymatli harakterlash uchun uning Lagranj funksiyasini bilish lozim. Hozirga qadar biz erkin zarrachaning Lagranj funksiyasini quyidagi ko'rinishga ega ekanligini keltirib chiqargan edik.

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (2.1.1)$$

v - zarrachaning tezlik vektori.

$$S_{\mathfrak{g}} = \int \alpha dS = \alpha \int \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt = \int L_{\mathfrak{g}} dt$$

$$L_{\mathfrak{g}} = \alpha c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Agar $x \ll 1$ bulsa $(1+x)^n \approx 1+nx$ ($n \in R$) tenglik o'rinli bo'ladi.

$$L_{\mathfrak{g}} = \alpha c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \alpha c \left[1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right] = \alpha c - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{c} v^2$$

$$-\frac{\alpha}{c} = m, \quad \alpha = -mc$$

$$L_{\mathfrak{g}} = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Bu munosabatni keltirib chiqarishda quyidagi muhim ikkita xususiyatni e'tiborga oldik.

1. Lagranj funksiyasi invariant xususiyatga ega bo'lgan skalyar kattalik.

2. Moslik prinsipi, ya'ni, har qanday relyativistik ifoda yorug'lik tezligi cheksizga teng chegarada o'zining klassik ifodasiga o'tishi kerak. Huddi shu nuqtai nazarni elektromagnit maydondagi zaryad uchun umumlashtirishga harakat qilamiz. Buning uchun quyidagicha muloxaza yuritish mumkin: har qanday

zaryadlangan zarracha $\vec{E}$ elektr va $\vec{H}$ magnit maydon kuchlanganliklari bilan xarakterlanuvchi elektromagnit maydonda harakatlansa quyidagicha kuch ta'sir qiladi.

$$2. \vec{F} = \vec{F}_\kappa + \vec{F}_l \quad (2.1.2)$$

$$\vec{F}_\kappa = q\vec{E}; \quad \vec{F}_l = \frac{q}{c}[\vec{v}, \vec{H}] \quad (2.1.3)$$

Buni e'tiborga olib elektromagnit maydondagi zaryad uchun ta'sir funksiyasini quyidagicha yozamiz.

$$S_t = S_e + S_{ut} \quad (2.1.4)$$

Bu yerda S_{ut} – o'zaro ta'sir Lagranjyaniga mos keluvchi ta'sir funksiyasi, S_e – erkin zarraning harakatiga mos keluvchi ta'sir funksiyasi, S_t – to'la ta'sir funksiyasi.

$$L_t = L_e + L_{ut}; \quad S_e = \int \alpha dS \quad (2.1.5)$$

α -moslik prinsipi.

dS –invariant interval

$$S_e = -mc^2 \int \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt = \int L_e dt \quad (2.1.6)$$

Endi muammo elektromagnit maydon bilan zaryadning o'zaro ta'sirini ifodalovchi hadni keltirib chiqarishdan iborat. Zaryadning elektromagnit maydonidagi harakatini xarakterlovchi Logranj funksiyasini keltirib chiqarishda avvalgidek, ta'sir funksiyasi Lorens almashtirishiga nisbatan invariant bo'lishligidan foydalanamiz. Biz oldingi darslarimizda bunday xususiyatga har qanday 4 vektorlarning skalyar ko'paytmasi ega ekanligini ko'rgandik. Demak elektromagnit maydon bilan zarrachaning o'zaro ta'sirini ifodalovchi hadni quyidagicha yozamiz.

$$S_{ut} = \int \beta A_i dx^i$$

Bu yerda x^i relyativistik zarraning to'rt radius vektori bo'lib, u avvalgi natijalarimizga ko'ra quyidagi ko'rinishga ega edi.

$$x^i = (x_0, -\vec{r})$$

A_i esa elektromagnit maydonning to'rt o'lchovli potentsiali bo'lib, uni har doimdagidek quyidagi ko'rinishda yozish mumkin

$$A_i = (A_0, \vec{A}) = (\varphi, \vec{A})$$

Demak, to'rt o'lchovli elektromagnit maydon potentsialini skalyar va vektor potentsiallar bilan bir qiymatli aniqlash mumkin. Bizning vazifamiz elektromagnit maydonda zarrachaga ta'sir qiluvchi kuchni bilgan holda uning skalyar va vektor potentsiallari orqali qanday aniqlanishini topishdan iborat. Buning uchun huddi avvalgidek dastlab o'zaro ta'sirga mos keluvchi Lagranj funksiyasini topish lozim. Endi to'rt o'lchovli ikkita vektorni skalyar ko'paytmasini topamiz.

$$A_i dx^i = A_0 dx^0 + A_1 dx^1 + A_2 dx^2 + A_3 dx^3 \quad d\vec{r} = \vec{v} dt$$

Shunday kilib S_{ut} kuyidagi kurinishga ega:

$$S_{ut} = \beta \int (\varphi c dt - \vec{A} d\vec{r}) = \beta \int (\varphi c - \vec{A} \vec{v}) dt = \int L_{ut} dt$$

Demak, elektromagnit maydondagi zaryadlangan zarrachaga elektromagnit maydon o'zaro ta'sirini ifodalovchi Lagranj funksiyasi quyidagicha:

$$L_{ut} = \beta (\varphi c - \vec{A} \vec{v}) \quad (2.1.7)$$

Demak, elektromagnit maydondagi zaryad uchun Lagranj funksiyasi quyidagicha bo'ladi

$$L = L_e + L_{ut} = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \beta (\varphi c - \vec{A} \vec{v}) \quad (2.1.8)$$

Hozircha bizga β ni aniqlash muammosi turibdi. Prinsip nuqtai nazaridan u birliklar sistemasining tanlanishigagina bog'liq. Uni aniqlash uchun relyativistik dinamikaning asosiy tenglamasiga murojaat qilamiz. Elektromagnit maydonda harakatlanayotgan zarrachaning impulsi (2.1.8) formulaga binoan ikki haddan

iborat bo'lib, birinchi had $\vec{P}_e$ erkin zarraning impulsi va ikkinchi had esa uning elektromagnit maydon bilan ta'sirini aks ettiruvchi $-\beta\vec{A}$ impuls yig'indisidan iborat bo'ladi.

Endi zarrachaga ta'sir qiluvchi kuch uning impulsini vaqt bo'yicha o'zgarish tezligiga tengligidan foydalanib quyidagi natijani hosil qilamiz.

$$\vec{A} = \vec{A}(x, y, z, t)$$

$$d\vec{A} = d\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} dx + \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} dy + \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} dz + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dt$$

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} v_x + \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} v_y + \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} v_z$$

Oxirgi haddan β ni aniqlaymiz $\mathbf{E}$ va $\mathbf{H}$ ni φ va $\mathbf{A}$ potentsiallar orqali ifodalaymiz.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}_e}{dt} - \beta \frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d\vec{P}_e}{dt} - \beta \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} v_x + \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} v_y + \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} v_z \right)$$

$$\frac{d\vec{P}_e}{dt} = q\vec{E}; \quad -\beta \frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{q}{c} [\vec{v}, \vec{H}]$$

$$\beta = -\frac{\frac{q}{c} [\vec{v}, \vec{H}]}{\frac{d\vec{A}}{dt}} = -\frac{\frac{q}{c} [\vec{v}, \vec{H}]}{\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} v_x + \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} v_y + \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} v_z}$$

$$L_{ut} = \beta(\varphi c - \vec{A} \cdot \vec{v});$$

E s l a t m a: β doimiyni aniqlash uchun quyidagi sodda muloxazadan foydalanish yetarli, ya'ni $\vec{A} = 0$ bo'lsa o'zaro ta'sir lagranj funksiyasi quyidagicha bo'ladi.

$$L_{ut} = \beta \varphi c = -q\varphi \quad \beta = -\frac{q}{c}.$$

$$\text{Natija: } L_{ut} = \beta(\varphi c - \vec{A} \cdot \vec{v}) = -\frac{q}{c}(\varphi c - \vec{A} \cdot \vec{v}) = -q\varphi + \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{v}.$$

Elementar zarra elektron bo'lsa

$$L_{ut} = -e\varphi + \frac{e}{c} \vec{A} \cdot \vec{v}.$$

elektromagnit maydondagi zaryadning harakat tenglamasi. Maydondagi zaryad maydon tomonidan ta'sirga uchraydi va shu bilan o'zi ham maydonga ta'sir qilib uni o'zgartiradi. Agar zaryad q katta bo'lmasa aks ta'sirni hisobga olmasa bo'ladi. Bizga ma'lum har qanday sistemaning harakat tenglamasini quyidagi ko'rinishga yozish mumkin:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}} \quad (2.1.9)$$

Bizda

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{q}{c} (\varphi c - \vec{A} \vec{v}) \equiv -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - q\varphi + \frac{q}{c} \vec{A} \vec{v} \quad (2.1.10)$$

Bu yerda Lagranj funksiyasidan vektor yo'nalishlarida olingan hosila quyidagicha:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_x} \vec{i} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_y} \vec{j} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_z} \vec{k} = \vec{P} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} \vec{k} = \vec{F} \end{aligned} \right\} \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (2.1.11)$$

Logranj funksiyasi ifodasidan ko'rinadiki elektromagnit maydon zaryadga ko'rsatayotgan ta'sir uning zaryadi q, uning tezlik vektori, elektr maydon skalyar potentsiali hamda $\vec{A}$ vektor potentsialiga bog'liq. Endi Logranj funksiyasidan foydalanib harakat tenglamasini keltirib chiqaramiz.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{r}} = \text{grad}(-q\varphi) + \text{grad}\left(\frac{q}{c} \vec{A} \vec{v}\right);$$

$$\text{grad}(-q\varphi) = q\vec{E}_0$$

$$\frac{q}{c} \text{grad}(A_x V_x + A_y V_y + A_z V_z)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (A_x V_x + A_y V_y + A_z V_z) = V_x \frac{\partial A_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial A_y}{\partial x} + V_z \frac{\partial A_z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (\vec{A} \vec{V}) = V_x \frac{\partial A_x}{\partial y} + V_y \frac{\partial A_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial A_z}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\vec{A} \vec{V}) = V_x \frac{\partial A_x}{\partial z} + V_y \frac{\partial A_y}{\partial z} + V_z \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Gradiyentini hisoblaymiz

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(\vec{A}\vec{V}) &= \text{grad}(\vec{A}\vec{V}) = V_x \frac{\partial A}{\partial x} \vec{i} + V_y \frac{\partial A}{\partial x} \vec{i} + V_z \frac{\partial A}{\partial x} \vec{i} + V_x \frac{\partial A}{\partial y} \vec{j} + V_y \frac{\partial A}{\partial y} \vec{j} + \\ &+ V_z \frac{\partial A}{\partial y} \vec{j} + V_x \frac{\partial A}{\partial z} \vec{k} + V_y \frac{\partial A}{\partial z} \vec{k} + V_z \frac{\partial A}{\partial z} \vec{k} = V_x \frac{\partial}{\partial x} A \vec{i} + V_y \frac{\partial}{\partial y} A \vec{j} + V_z \frac{\partial}{\partial z} A \vec{k} = \\ &= (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} \end{aligned}$$

Endi topilgan hosilalarni o'z o'rniga qo'yamiz.

$$\frac{q}{c} \{(\vec{V}\vec{\nabla}) \vec{A}\}$$

$$\vec{V}\vec{\nabla} = V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_y \frac{\partial}{\partial y} + V_z \frac{\partial}{\partial z}$$

Demak, Lagranj funksiyasidan olingan gradiyentni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \text{grad}L = \frac{q}{c} (\vec{V}\vec{\nabla}) \vec{A} + q\vec{E} \quad (2.1.12)$$

1-hadni o'zgartiramiz.

$$[\vec{A}[\vec{B}\vec{C}]] = \vec{B}(\vec{A}\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}\vec{B})$$

$$[\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{A}]] = \vec{\nabla}(\vec{v}\vec{A}) - \vec{A}(\vec{v}\vec{\nabla})$$

$$(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{v}\vec{A}) - [\vec{v}[\vec{\nabla}\vec{A}]] = \vec{\nabla}(\vec{v}\vec{A}) - [\vec{v}, \text{rot}\vec{A}]$$

Demak, Logranj tenglamasining o'ng tomoni, ya'ni elektromagnit maydonda harakatlanayotgan zarrachaga ta'sir etayotgan kuchni quyidagicha yozish mumkin.

$$\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c} \{ \vec{\nabla}(\vec{v}\vec{A}) - [\vec{v}, \text{rot}\vec{A}] \} = q\vec{E}_0 + \frac{q}{c} \vec{\nabla}(\vec{v}\vec{A}) - \frac{q}{c} [\vec{v}, \text{rot}\vec{A}];$$

Oxirgi had zarrachaga ta'sir qiluvchi Lorens kuchi

$$F_l = \frac{q}{c} [\vec{v}\vec{H}] \quad \vec{H} = \text{rot}\vec{A} \quad \vec{E}_0 = -\text{grad}\varphi$$

N a t i j a: Elektr maydon kuchlanganligi doimiy elektromagnit maydon uchun uning skalyar potensialidan olingan gradiyentga teng.

Endi Logranj tenglamasining chap tomonini hisoblaymiz. Buning uchun elektromagnit maydondagi zaryadning impulsini topamiz.

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{V}} = \frac{\mathcal{L}_e}{\mathcal{V}} + \frac{\mathcal{L}_{ut}}{\mathcal{V}} = \vec{P}_e + \text{grad}_{\vec{V}} \left[\frac{q}{c} \vec{A} \vec{V} - q\varphi \right] = \vec{P}_e + \text{grad}_{\vec{V}} \left(\frac{q}{c} \vec{A} \vec{V} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vec{V}} (A_x v_x + A_y v_y + A_z v_z) = \vec{A} \quad \text{bo'lgani uchun}$$

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{V}} = \vec{P}_e + \frac{q}{c} \vec{A} \rightarrow P_{em}$$

Elektromagnit maydondagi zaryadning impulsi uning odatdagi impulsidan $\frac{q}{c} \vec{A}$ ga farq qilar ekan. Endi zaryadning harakat tezlanishini $\frac{d}{dt} \vec{P}_{em}$ olish qiyin emas.

$$\frac{d}{dt} \vec{P}_{em} = \frac{d}{dt} \left(\vec{P}_e + \frac{q}{c} \vec{A} \right) = \frac{d\vec{P}_e}{dt} + \frac{q}{c} \frac{d\vec{A}}{dt}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{A}}{dt} &= \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \frac{dt}{dt} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + V_x \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + V_y \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} + V_z \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} = \\ &= \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + (\vec{V}, \vec{\nabla}) \vec{A} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{V}, \vec{A}) - [\vec{V}, \text{rot} \vec{A}] \end{aligned}$$

$$\frac{d\vec{P}_{em}}{dt} = \frac{d\vec{P}_e}{dt} + \frac{q}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{q}{c} \vec{\nabla}(\vec{V}, \vec{A}) - \frac{q}{c} [\vec{V}, \text{rot} \vec{A}]$$

Logranj tenglamasiga binoan

$$\frac{d\vec{P}_e}{dt} + \frac{q}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{q}{c} \vec{\nabla}(\vec{V}, \vec{A}) - \frac{q}{c} [\vec{V}, \text{rot} \vec{A}] = q\vec{E}_0 + \frac{q}{c} \vec{\nabla}(\vec{V}, \vec{A}) - \frac{q}{c} [\vec{V}, \text{rot} \vec{A}]$$

$$\frac{d\vec{P}_e}{dt} = -\frac{q}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + q\vec{E}_0 = -\frac{q}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - q \cdot \text{grad} \varphi \quad \vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - q \cdot \text{grad} \varphi$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi \quad \vec{H} = -\text{rot} \vec{A} \quad (2.1.13)$$

N a t i j a: Shunday qilib bizga elektromagnit maydonning to'rt o'lchovli potentsiali ma'lum bo'lsa, ular orqali **E** elektr va **H** magnit maydon kuchlanganliklarini bir qiymatli aniqlash mumkin.

2.2. Elektromagnit maydon tenglamalari.

Tekis harakatlanuvchi zaryad maydoni. Qo'zg'almas sanoq sistemi K bo'lsin. Zaryad bilan harakatlanayotgan sistema K'. Zaryad K' sanoq sistema boshida joylashsin va K' sanoq sistemi K sistemaga nisbatan x o'qiga parallel harakatlansin. Unda Lorens almashtirishlarini yozamiz

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z$$

Mos to'rt vektorlar

$$x^i = (ct, \vec{r}) = (x^0, x^1, x^2, x^3)$$

$$A^i = (\varphi, \vec{A}) = (A^0, A^1, A^2, A^3)$$

bu to'rt vektorlarni solishtirib yozamiz,

$$A^0 = \varphi = ct \quad t = \frac{\varphi}{c} \quad A^1 = x \quad A^2 = y \quad A^3 = z$$

$$\varphi' = \frac{c(\frac{\varphi}{c} - \frac{v}{c^2}A^1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\varphi - \frac{v}{c}A^1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.2.1)$$

$$A^{1'} = \frac{A^1 - \frac{v}{c}\varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad A^{2'} = A^2, \quad A^{3'} = A^3$$

Zaryad bilan harakatlanayotgan K' sistemada faqat elektr maydoni bo'ladi $\vec{E}'$, magnit maydoni esa $\vec{H} = 0$. Shuningdek yozish mumkin

$$A^{i'} = (\varphi', \vec{A}') = (\varphi', 0)$$

Shuning uchun Lorens almashtirishlari

$$\varphi = \frac{\varphi'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad \Rightarrow \quad \vec{A} = (\frac{v}{c}\varphi, 0, 0) = \frac{\vec{v}}{c}\varphi$$

Ikkinchi tomondan zaryad vaziyati mos potentsiali bilan aniqlanadi

$$\begin{aligned}\varphi' &= \frac{q}{R'}; & R'^2 &= x'^2 + y'^2 + z'^2 = \frac{(x-vt)^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} + y^2 + z^2 \\ R'^2 &= \frac{(x-vt)^2 + (1-\frac{v^2}{c^2})(y^2 + z^2)}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{R^{*2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} \\ R' &= \frac{R^*}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; & R^* &= \sqrt{(x-vt)^2 + (1-\frac{v^2}{c^2})(y^2 + z^2)} \\ \varphi &= \frac{q}{R' \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{q}{R^*}\end{aligned}$$

Endi vektor potentsialni aniqlash mumkin

$$\vec{A} = \frac{\vec{v}}{c} \varphi = \frac{q}{c} \frac{\vec{v}}{R^*}$$

$$\text{Demak,} \quad \varphi = \frac{q}{R^*}; \quad \vec{A} = \frac{q}{c} \frac{\vec{v}}{R^*} \quad (2.2.2)$$

Elektrodinamikaning maxsus tenglamalaridan foydalanib **E** va **H** kattaliklarni topamiz.

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi \quad \vec{H} = \text{rot} \vec{A} \quad (2.2.3)$$

$$\text{grad} \varphi = q \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{R^*} \right) = q \frac{d}{dR^*} \left(\frac{1}{R^*} \right) \cdot \text{grad} R^*$$

$$\frac{\partial}{\partial x} R^* = \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{(x-vt)^2 + \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)(y^2 + z^2)} = \frac{x-vt}{R^*}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} R^* = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) \frac{y}{R^*}; \quad \frac{\partial}{\partial z} R^* = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) \frac{z}{R^*}$$

$$\text{grad} \varphi = -q \frac{1}{(R^*)^2} \frac{1}{R^*} \left((x-vt)\vec{i} + \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)(y\vec{j} + z\vec{k}) \right)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} &= \frac{q}{c} \left[\frac{1}{R^*} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{R^*} \right) \right] \\ \frac{d}{dR^*} \left(\frac{1}{R^*} \right) &= -\frac{1}{(R^*)^2}; \\ \frac{\partial R^*}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{(x-vt)^2 + \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)(y^2 + z^2)} \\ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} &= \frac{q}{c} \vec{v} \frac{v(x-vt)}{(R^*)^3}\end{aligned}$$

Endi tekis harakatlanayotgan zaryadning elektr maydon kuchlanganligi vektorini aniqlash mumkin.

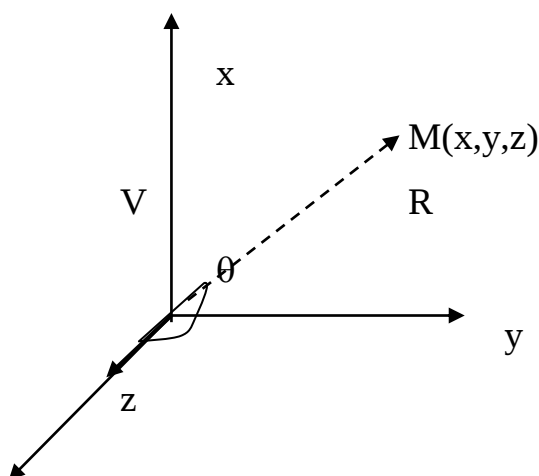
$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \text{grad} \varphi = \frac{q}{(R^*)^3} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \{ (x-vt)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \}$$

$$\vec{R} = (x-vt)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

bo'lganligi uchun oxirgi natijani yozamiz.

$$\vec{E} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{q\vec{R}}{(R^*)^3} \quad (2.2.4)$$

Oxirgi formulani tahlil qilib ko'ramiz. Harakat yo'nalishi va R radius vektor orasidagi burchak θ .



4 – chizma. Tekis harakatlanuvchi zaryad maydoni.

$$y^2 + z^2 = R^2 \sin^2 \theta \quad \vec{R} = (x-vt)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$(R^*)^2 = (x-vt)^2 + \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) (y^2 + z^2) = R^2 \left(1 - \frac{v}{c} \sin^2 \theta \right)$$

$$\vec{E} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{q\vec{R}}{(R^*)^3} = \frac{q\vec{R}}{R^3} \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v}{c} \sin^2 \theta \right)^{3/2}}$$

Zaryaddan berilgan radius masofada elektr maydon kattaligi 0 dan $\pi/2$ burchaklarda o'sadi. Maydonning eng kichik qiymati harakatga parallel yo'nalishda bo'ladi ($\theta = 0, \pi$).

$$E_{\parallel} = \frac{q}{R^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

Eng katta maydon tezlikka perpendikulyar ($\theta = \pi/2$) yo'nalishda bo'ladi.

$$E_{\perp} = \frac{q}{R^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Tezlikning oshishi bilan parallel maydon kamayib, perpendikulyar maydon o'sib boradi. Yorug'lik tezligiga yaqin tezliklarda maydon ekvatorial tekislik yaqinidagina noldan farqlanadi.

Tekis harakatlanayotgan zaryadning magnit maydon kuchlanganlik vektorini ko'ramiz.

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \text{rot} \vec{A} = \frac{q}{c} \text{rot} \left(\frac{\vec{v}}{R^*} \right) \\ \text{rot}(\varphi \cdot \vec{A}) &= [\vec{\nabla}, \varphi \cdot \vec{A}] = [\vec{\nabla}_{\varphi}, \varphi \cdot \vec{A}] + [\vec{\nabla}_A, \varphi \cdot \vec{A}] = \\ &= [\text{grad} \varphi, \vec{A}] + \varphi \cdot \text{rot} \vec{A} \end{aligned}$$

bizning holda tekis harakat bo'lganligi uchun

$$\begin{aligned} \text{rot} \left(\frac{\vec{v}}{R^*} \right) &= \left[\text{grad} \left(\frac{1}{R^*} \right), \vec{v} \right] \\ \vec{H} &= \frac{q}{c} \left[\text{grad} \left(\frac{1}{R^*} \right), \vec{v} \right] = \frac{1}{c} \left[\vec{v}, \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right] = \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{E}] \end{aligned}$$

chunki $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \vec{v}$ bo'ylab yo'nalgan, demak

$$\vec{H} = \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{E}] \quad (2.2.5)$$

Kichik tezliklar $V \ll C$ uchun elektr maydoni Kulon qonuni bilan aniqlanadi

$\vec{E} = q\vec{R}/R^3$. Magnit maydon esa

$$\vec{H} = \frac{q}{c} \frac{[\vec{v}, \vec{R}]}{R^3} \quad (2.2.6)$$

Maksvell tenglamalari sistemasi. Maksvell tomonidan siljish toki tushinchasini kiritilishi elektromagnit maydonning yagona makroskopik nazariyasini shakllanishiga olib keldi. Tenglamalar sistemasini kelib chiqishini ko'raylik. Biz yuqoridagi ma'ruzalarda hosil qilingan maxsus tenglamalardan foydalanamiz.

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A}; \quad \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi \quad (2.2.7)$$

Ikkinchi tenglamadan rotor hisoblaymiz

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{A} - \text{rot} \text{grad} \varphi$$

har qanday gradiyentning rotori nolga teng.

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.2.8)$$

Endi birinchi tenglamaning ikkala tomonidan divergensiya olamiz,

$$\text{div} \vec{H} = \text{div} \text{rot} \vec{A}$$

har qanday rotorning divergensiya nolga teng.

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (2.2.9)$$

Stoks teoremasini esga olamiz: Har qanday vektorning yopiq sirt bo'yicha oqimi bu vektor divergensiya'sining ushbu yopiq sirt bilan chegaralangan hajm bo'yicha olingan integraliga teng.

$$\int \text{div} \vec{E} dV = \oint \vec{E} d\vec{f} \quad (2.2.10)$$

Yopiq sirt bo'yicha oqim esa shu hajmdagi to'liq zaryad bilan aniqlanadi.

$$\oint \vec{E} d\vec{f} = 4\pi \int \rho dV \quad (2.2.11)$$

Demak,

$$\begin{aligned} \int \text{div} \vec{E} dV &= 4\pi \int \rho dV \\ \text{div} \vec{E} &= 4\pi \rho \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Vektor algebrasidagi formulani yozamiz.

$$rot[\vec{a}, \vec{b}] = (\vec{b}, \vec{\nabla})\vec{a} - (\vec{a}, \vec{\nabla})\vec{b} + \vec{a}div\vec{b} - \vec{b}div\vec{a} \quad (2.2.13)$$

Elektromagnit maydondagi zaryad uchun $\vec{a} = \vec{v}$ ba $\vec{b} = \vec{E}$ belgilashlarni kiritamiz.

$$rot[\vec{v}, \vec{E}] = (\vec{E}, \vec{\nabla})\vec{v} - (\vec{v}, \vec{\nabla})\vec{E} + \vec{v}div\vec{E} - \vec{E}div\vec{v} \quad (2.2.14)$$

Oxirgi tenglamani tahlil qilamiz. Chap tomondagi had uchun

$$\vec{H} = \frac{1}{c}[\vec{v}, \vec{E}]$$

O'ng tomondagi hadlarning birichisi va oxirgisi $\vec{v} = const$ bo'lganligi uchun nolga teng bo'ladi. Ikkinchi had uchun nolinci hosila teoremasidan foydalanamiz.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{b}}{dt} &= (\vec{v}, \vec{\nabla})\vec{b} + \frac{\partial \vec{b}}{\partial t} = 0 \\ (\vec{v}, \vec{\nabla})\vec{E} &= -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

Uchinchi had uchun (2.2.12) tenglamadan va siljish toki aniqlanishidan $\vec{j} = \rho\vec{v}$ foydalanib yozamiz.

$$\vec{v}div\vec{E} = 4\pi\rho\vec{v} = 4\pi\vec{j} \quad (2.2.15)$$

Endi (2.2.14) tenglamani sodda ko'rinishini yozishimiz mumkin.

$$rot\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j} \quad (2.2.16)$$

Biz hosil qilgan (2.2.8),(2.2.9) va (2.2.12),(2.2.16) tenglamalar mos ravishda Maksvellning birinchi va ikkinchi juft tenglamalari deyiladi. Endi Maksvellning elektromagnit maydonning xususiyatlarini to'liq aniqlaydigan tenglamalari sistemasini yozamiz.

Bu maydonning birlik hajmdagi energiyasi bo'lib, uni elektromagnit maydonning energiya zichligi deyish mumkin.

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 4\pi\rho \end{aligned} \right\} \quad (2.2.17)$$

Birinchi tenglamaning ma'nosi vaqt sayin o'zgaruvchi magnit maydoni uyurmali elektr maydonini hosil qiladi. To'rtinchi tenglama elektr maydonini elektr zaryadi hosil qiladi. Ikkinchi tenglama magnit maydonini hosil qiluvchi magnit zaryadlar mavjud emasligini anglatadi. Uchinchi tenglama magnit maydon harakatdagi zaryadlar (elektr toki), yoki vaqt sayin o'zgaruvchi elektr maydoni bilan uyg'otiladi.

Agar zaryadlar va toklar fazoda bir jinsli taqsimlanmagan bo'lsa, Maksvellning integral shakldagi tenglamalar sistemasi qo'llaniladi.

Eltromagnit maydon energiyasi zichligi va oqimi. Maksvellning tenglamalar sistemasini esga olaylik.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0 & \operatorname{div} \vec{E} &= 4\pi\rho \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0 \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S} \\ \oint_S \vec{D} d\vec{S} &= \int_V \rho dV \end{aligned} \right\} \quad (2.2.18)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \quad \vec{j} = \gamma \vec{E} \quad (2.2.19)$$

ε_0 va μ_0 - elektr va magnit doimiyliklar,

ϵ va μ - dielektrik va magnit singdiruvchanliklar,

γ - moddaning solishtirma elektr o'tkazuvchanligi.

Birinchi va ikkinchi tenglamalarning birinchilarining birini $\mathbf{H}$ va ikkinchisini $\mathbf{E}$ vektorga ko'paytirib keyin ayiramiz.

$$\begin{aligned}\vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{2c} \frac{\partial H^2}{\partial t} \\ \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{2c} \frac{\partial E^2}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \vec{E} \\ \vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H} &= -\frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t} (E^2 + H^2) - \frac{4\pi}{c} \vec{j} \vec{E} \\ \frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t} (E^2 + H^2) &= -\frac{4\pi}{c} \vec{j} \vec{E} - (\vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H}) \\ \operatorname{div}[\vec{a}, \vec{b}] &= \vec{b} \operatorname{rot} \vec{a} - \vec{a} \operatorname{rot} \vec{b}\end{aligned}$$

Tenglamani ikkala tomonini ixcham ko'rinishga keltiramiz.

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{E^2 + H^2}{8\pi} = -\vec{j} \vec{E} - \operatorname{div} \vec{S} \quad (2.2.20)$$

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{div}[\vec{E}, \vec{H}] \quad (2.2.21)$$

Kiritilgan belgilash Poyting vektori deyiladi. Oxirgi tenglamani ikkala tomonidan biror hajm bo'yicha integral olamiz.

$$\int \frac{\partial}{\partial t} \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV = -\int \vec{j} \vec{E} dV - \int \operatorname{div} \vec{S} dV \quad (2.2.22)$$

Gaus teoremasiga ko'ra,

$$\begin{aligned}\int \operatorname{div} \vec{S} dV &= \oint \vec{S} d\vec{f} \\ \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV &= -\int \vec{j} \vec{E} dV - \oint \vec{S} d\vec{f}\end{aligned}$$

Agar integrallash cheksiz fazo bo'yicha olinsa sirtiy integral nolga aylanadi (cheksizlikda maydon nolga teng). Maydonda joylashgan barcha zaryadlar uchun

$\int \vec{j} \vec{E} dV$ integralni $\sum q \vec{v} \vec{E}$ summa ko'rinishida yozishimiz mumkin va

$$q\vec{v}\vec{E} = \frac{d}{dt} T_{kin} \quad (2.2.23)$$

bo'ladi. Endi tenglamani quyidagicha yozish mumkin.

$$\frac{d}{dt} \left\{ \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV + \sum T_{kin} \right\} = 0$$

Hosila ostidagi ifodalar, zaryadlar va ular joylashgan elektromagnit maydondan iborat sistema kattaligi saqlanadi. Ikkinchi had kinetik energiya, o'z navbatida birinchi had elektromagnit maydon energiyasi.

$$W = \frac{E^2 + H^2}{8\pi}$$

Bu maydonning birlik hajmdagi energiyasi bo'lib, uni elektromagnit maydonning energiya zichligi deyish mumkin. Tenglamani biror chekli hajmda integrallansa kinetik energiya bilan bog'lik hadga faqat shu hajmdagi zaryadlar yig'indisi kiradi.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV + \sum T_{kin} \right\} = - \oint \vec{S} d\vec{f} \quad (2.2.24)$$

Tenglamaning chap tomonida zaryadlar va maydon to'liq energiyasining vaqt birligida o'zgarishi turibdi. Shuning uchun o'ng tomondagi integralni berilgan hajmni chegaralovchi sirtidan o'tuvchi maydon energiyasi oqimi deb qarasa bo'ladi. Poyting vektori maydonning energiya oqimining zichligidir – birlik sirtidan birlik vaqtda o'tadigan maydon energiyasining miqdori.

Endi Maksvellning ikkinchi juft tenglamalaridan foydalanib uzluksizlik tenglamasini keltirib chiqaraylik.

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

Tenglamaning ikkala tomonidan divergensiya hisoblaymiz.

$$\text{div} \text{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{E} + \frac{4\pi}{c} \text{div} \vec{j}$$

$$\vec{E} = 4\pi\rho; \quad \text{div} \text{rot} \vec{a} = 0$$

bo'lganligi uchun

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} 4\pi\rho + \frac{4\pi}{c} \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

$$\frac{4\pi}{c} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} \right] = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (2.2.25)$$

Bu uzluksizlik tenglamasidir.

Maksvel tenglamalari yechimining bir qiymatliligi haqida. Maksvell tenglamalarining va elektromagnit maydon asosiy vektorlarining qo'shimcha bog'lanishlarini eslaylik:

$$\operatorname{rot} H = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.2.26)$$

$$\operatorname{div} D = 4\pi\rho \quad (2.2.27)$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (2.2.28)$$

$$\operatorname{div} B = 0, \quad (2.2.29)$$

$$D = \varepsilon E$$

$$B = \mu H$$

$$\vec{J} = \gamma (\vec{E} + \vec{E}_q) \quad (2.2.30)$$

Moddiy muhitga tegishli μ, ε, γ koordinatalar funksiyasi E_r vector koordinatalar va vaqt funksiyasi bo'lgan kattaliklardir.

Bilamizki, ikki muhitni bir-biridan ajratuvchi sirtida maydon vektorlari tegishli chegaraviy shrtlarga bo'ysunadi. bundan qat'i nazar, ko'rilayotgan hajmni chegaralovchi sirtida maydon vektorlari maxsus chegaraviy shrtlarga bo'ysinishi mumkin. bunday chegaraviy shartlarning ifodalanishi tekshirilishi lozim bo'lgan masalalarga bog'liq.

Endi maksvell tenglamalarining yechimi bir qiymatli bo'lishi uchun qanday shart bajarilishi lozim ekanligini tekshiraylik.

Yopiq σ sirt bilan chegaralangan V hajmda vaqtning boshlang'ich momen-

tida ($t=0$) maydon vektorlarining boshlang'ich qiymatlari E_0 va H_0 bo'lsin E yoki H vektorlarning biriga tegishli va shu σ sirtidagi urinma (tangensial) komponentining qiymati butun vaqt davomida ma'lum bo'lsin. Ana shu boshlang'ich va chegaraviy shartlarga bo'ysungan maksvell tenglamalarining yechimi birgina ekanligini ko'rsatish mumkin. Haqiqatan, aksinchani faraz qilaylik, ya'ni maksvell tenglamalari turlicha ikki yechimga ega bo'lsin:

$$E_1 D_1 B_1 H_1 \text{ va } E_2 D_2 H_2 B_2$$

Bu ikki maydon uchun maksvell tenglamalarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} H_1 &= \frac{4\pi}{c} \gamma (E_1 + E_q) + \frac{1}{c} \frac{\partial D_1}{\partial t} \\ \operatorname{div} D_1 &= 4\pi \rho_1 \\ \operatorname{rot} E_1 &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_1}{\partial t} \\ \operatorname{div} B_1 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.2.31)$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} H_2 &= \frac{4\pi}{c} \gamma (E_2 + E_r) + \frac{1}{c} \frac{\partial D_2}{\partial t} \\ \operatorname{div} D_2 &= 4\pi \rho_2 \\ \operatorname{rot} E_2 &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_2}{\partial t} \\ \operatorname{div} B_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.2.32)$$

Birinchi maydon bilan ikkinchi maydon ayirmasidan iborat uchinchi maydonga xos quyidagi ifodalarni kiritsak:

$$\left. \begin{aligned} E_3 &= E_1 - E_2 \\ D_3 &= D_1 - D_2 \\ H_3 &= H_1 - H_2 \\ B_3 &= B_1 - B_2 \\ \rho_3 &= \rho_1 - \rho_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.33)$$

va (2.2.31) dan (2.2.32) ni ayirsak

Bu maydonning birlik hajmdagi energiyasi bo'lib, uni elektromagnit maydonning energiya zichligi deyish mumkin. Tenglamani biror chekli hajmda integrallansa kinetik energiya bilan bog'lik hadga faqat shu hajmdagi zaryadlar yig'indisi kiradi.

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} H_3 &= \frac{4\pi}{c} \gamma E_3 + \frac{1}{c} \frac{\partial D_3}{\partial t} \\ \operatorname{div} D_3 &= 4\pi \rho_3 \\ \operatorname{rot} E_3 &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B_3}{\partial t} \\ \operatorname{div} B_3 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.2.34)$$

bo'ladi. Ko'ramizki, bu tenglamalarda chet kuchlar ishtirok qilmaydi ($E_q = 0$), ya'ni uchinchi maydonda

$$j_3 = \gamma E_3 \quad (2.2.35)$$

bo'ladi. Uchinchi maydonga Umov – Poynting teoremasini ishlatishimiz mumkin. Bu maydonda Poynting vektori

$$S = \frac{c}{4\pi} [H_3 E_3] \quad (2.2.36)$$

ekanligi nazarda tutilsa, Umov- Poynting teoremasiga muvofiq quyidacha yozamiz:

$$\int \frac{j_3^2}{\gamma} dV + \frac{\partial}{\partial t} \int \left\{ \frac{\varepsilon E_3^2}{8\pi} + \frac{\mu H_3^2}{8\pi} \right\} dV + \oint \frac{c}{4\pi} ([E_3 H_3] d\sigma) = 0 \quad (2.2.37)$$

Bu yerda $d\sigma$ yopiq sirt elementining vektori : $d\sigma = ndv$, n esa normal ortidir. agar sirt elementi normalining yo'nalishi z koordinatalar o'qi deyilsa,

$$([E_3 H_3] d\sigma) = [E_3 H_3]_n d\sigma = [E_3 H_3]_z d\sigma = (E_{3x} H_{3y} - E_{3y} H_{3x}) d\sigma$$

Bo'ladi, bu yerda E_3 va H_3 vektorlarining x va y komponentalari sirt elementiga urinma komponentalardir. Ko'ramizki E_3 yoki H_3 vektorlarining urinma komponentalari nolga teng bo'lsa, (2.2.37) dagi yopiq sirt bo'yicha olingan integral ham nolga teng bo'lib ketadi. Shunday qilib (2.2.37) dagi yopiq sirt bo'yicha olingan integral faqat E_3, H_3 vektorlarining urinma komponentalari $E_{3\tau}$ yoki $H_{3\tau}$ ga bog'liq.

Endi quyidagi ikki shartni faraz qilaylik:

1) Boshlang'ich vaqt ($t=0$) va muhit hajmining hamma nuqtalarida
 $E_{10} = E_{20} = E_0, H_{20} = H_{10} = H_0$, demek $\rho_{10} = \rho_{20} = \rho_0$, bo'lsin, ya'ni
 $E_{30} = 0, H_{30} = 0, \rho_{20} = 0$ bo'lsin;

2) $T=0$ dan $t=T$ gacha bo'lgan vaqt oralog'ida yopiq sirtning barcha nuqtalarida
 $E_{1\tau} = E_{2\tau} = E_\tau$, yoki $H_{1\tau} = H_{2\tau} = H_\tau$ bo'lsin, ya'ni $E_{3\tau} = 0$ yoki $H_{3\tau} = 0$
 bo'lsin. Shularga asosan (2.2.37) dan quyidagini topamiz:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \left\{ \frac{\varepsilon E_3^2}{8\pi} + \frac{\mu H_3^2}{8\pi} \right\} dV = - \int \frac{j_3^2}{\gamma} dV \quad (2.2.38)$$

Tenglikning o'ng tomonidagi integral faqat musbat kattalik bo'linishi mumkin. Ko'ramizki, uvinchi maydon energiya yo kamaya boradi. (agar j_3 nolga teng bo'lmasa) yoki o'zgarmasdan saqlanadi (agar j_3 nolga teng bo'lsa), ya'ni

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \left\{ \frac{\varepsilon E_3^2}{8\pi} + \frac{\mu H_3^2}{8\pi} \right\} dV \leq 0 \quad (2.2.39)$$

Birinchi shartimizga asosan boshlang'ich vaqtdagi maydon kuchlanganliklari, demak, uning energiyasi nolga teng. Binobarin, energiya kamaya borib manfiy qiymatlarga ega bo'lishi lozim, vaholanki, elektromagnit maydon energiyasi musbat qiymatlarga ega. Shunday yшдшиб boshlang'ich vaqtdan tekshirilayotgan vaqtgacha uvinchi maydon energiyasi nolga teng bo'lishi kerak, degan xulosa chiqadi, ya'ni

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \left\{ \frac{\varepsilon E_3^2}{8\pi} + \frac{\mu H_3^2}{8\pi} \right\} dV = 0 \quad (2.2.40).$$

Bu tenglikning bajarilishi uchun $E_3 = 0$, demak $\rho_3 = 0$ va $H_3 = 0$, ya'ni $H_1 = H_2$ va $E_1 = E_2$ bo'lishi lozim, ya'ni turlicha deyilgan ikki maydon aslida bir xil maydon bo'lib chiqdi. Xullas, Maksvell tenglamari bir qiymatli yechimga ega ekanligi ko'rsatildi. Erishilgan natijani quyidagicha yakunlash mumkin. Biror V hajmni chegaralovchi yopiq sirt Σ bo'lsin. Boshlang'ich vaqt $t=0$ da hajmning har

bir nuqtasida elektromagnit maydon kuchlanganliklari E_0 yoki H_0 ma'lum bo'lsin. $t=0$ dan $t=T$ gacha bo'lsin vaqt oralig'ida E_0 vektorning yoki H vektorning chegaralovchi sirtidagi urinma komponentalari ma'lum bo'lsin. Ko'rsatilgan shu boshlang'ich va chegaraviy shartlar bajarilsa, ixtiyoriy nuqtada va ixtiyoriy vaqt momenti $T > 0$ da mavjud elektromagnit maydon maksvell tenglamalaridan bir qiymatli ravishda aniqlanadi.

Elektromagnit maydon vektorlari uchun almashtirish formulalari. Elektromagnit maydon invariantlari. Maydon vektorlarining almashinishi. MNN ni to'rt o'lchovli shaklda bayon etishning ustunligi shundaki, agar biror fizik tematik tipi (skalyar, 4-vektor, 4-tenzor ekanligi) aniqlansa, bir ISS sidan ikkinchisiga o'tilganda uning almashinish formulasi aytilgan tipdagi kattalikning almashinish qonunidan bevosita topiladi.

$F_{\mu\nu}$ va $H_{\mu\nu}$ elektromagnit maydon tenzorlari 4- ikkinchi rang tenzorlar bo'lib, mos holda $\vec{H}, \vec{D}$ va $\vec{E}, \vec{B}$ vektorlarining komponentalaridan tuzilgan. Binobarin, $F_{\mu\nu}$ va $H_{\mu\nu}$ lar uchun

$$T'_{\alpha\eta} = \sum_{\mu,\nu=1}^4 a_{\alpha\mu} a_{\eta\nu} T_{\mu\nu}, \quad T_{\alpha\eta} = \sum_{\mu,\nu=1}^4 a_{\alpha\mu} a_{\eta\nu} T'_{\mu\nu} \quad \text{kabi}$$

$$F'_{\alpha\eta} = \sum_{\mu,\nu=1}^4 a_{\alpha\mu} a_{\eta\nu} F_{\mu\nu}, \quad F_{\alpha\eta} = \sum_{\mu,\nu=1}^4 a_{\alpha\mu} a_{\eta\nu} F'_{\mu\nu} \quad (2.2.41)$$

$$H'_{\alpha\eta} = \sum_{\mu,\nu=1}^4 a_{\alpha\mu} a_{\eta\nu} H_{\mu\nu}, \quad H_{\alpha\eta} = \sum_{\mu,\nu=1}^4 a_{\alpha\mu} a_{\eta\nu} H'_{\mu\nu} \quad (2.2.42)$$

almashtirish qonunlarini yozib, ular asosida $\vec{H}, \vec{D}$ va $\vec{E}, \vec{B}$ vektorlari ning komponentalari uchun alamashtirish formulalarini topishimiz mumkin. bu formulalardagi $a_{\alpha\mu}, a_{\eta\nu}$ lar. Munosabatlarni yozish mumkin. Bularni yozishda $a_{2\mu} a_{3\nu}$ lar ichida, ya'ni (2.2.43) matritsaning ikkinchi va uchinchi satr elementlari ichida faqat a_{22} va a_{33} largina noldan farqli ($a_{22} = 1, a_{33} = 1$) ekanini e'tiborga olindi. Ko'rsatilgan shu boshlang'ich va chegaraviy shartlar bajarilsa

$$a_{\alpha\mu} = \begin{pmatrix} \gamma O O i \beta \gamma \\ O 1 O O \\ O O 1 O \\ -i \beta \gamma O O \gamma \end{pmatrix} \quad (2.2.43)$$

matritsaning $a_{\alpha\mu} a_{\eta\nu}$ lar esa

$$a_{\mu\alpha} = \begin{pmatrix} \gamma O O -i \beta \gamma \\ O 1 O O \\ O O 1 O \\ i \beta \gamma O O \gamma \end{pmatrix} \quad (2.2.44)$$

matritsaning komponentalaridir , $F_{\mu\nu}$ va $H_{\mu\nu}$ larning komponentalari esa

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} O H_z - H_y - i c D_x \\ -H_z O H_x - i c D_y \\ H_y - H_x O - i c D_z \\ i c D_x i c D_y i c D_z O \end{pmatrix} \quad (2.2.45)$$

$$H_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} O c B_z - c B_y - i E_x \\ c B_y - c B_x O - i B_z \\ i E_x i E_y i E_z O \end{pmatrix} \quad (2.2.46)$$

matritsalaridan aniqlanadi.(2.2.41-2.2.42) lardsan foydalanib , maydon vektorlarining komponentalari uchun almashtirish formulalarini toppish mumkin. Misol tariqasida (2.2.41) ning birinchi asosida $\vec{H}, \vec{D}$ vektorlarning komponentalari uchun almashtirish qonunlarini topaylik(2.2.45) dan ko'ramizki , $F_{\mu\mu} = 0$, $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$ binobarin $F_{\mu\nu}$ tenzorning 16 ta komponentalaridan faqar oltitasi ($F_{23} = H_x$, $F_{31} = H_y$, $F_{12} = H_z$, $F_{41} = i c D_x$, $F_{42} = i c D_y$, $F_{43} = i c D_z$, lar) uchun almashtirish formulalarini topish kifoya

$$F'_{12} = \sum_{\mu\nu} a_{2\mu} a_{3\nu} F_{\nu\mu} = a_{22} a_{33} F_{23} = F_{23},$$

$$F'_{31} = \sum_{\mu\nu} a_{1\mu} F_{\nu\mu} = a_{33} \sum_{\nu} a_{1\nu} F_{3\nu} = a_{11} F_{31} + a_{14} F_{34},$$

$$F'_{12} = \sum_{\mu,\nu} a_{1\mu} a_{2\nu} F_{\nu\mu} = a_{33} F_{12} + a_{22} \sum_{\mu} a_{1\mu} F_{\mu 2} = a_{11} F_{12} + a_{14} F_{42}$$

Munosabatlarni yozish mumkin .Bularni yozishda $a_{2\mu} a_{3\nu}$ lar ichida , ya'ni (2.2.43) matritsaning ikkinchi va uchinchi satr elementlari ichida faqat a_{22} va a_{33} largina noldan farqli ($a_{22} = 1$, $a_{33} = 1$) ekanini e'tiborga olindi. $\vec{H}$ vektorning komponentalari uchun alamshtirish formulalari olindi . $\vec{D}$ vector komponentalarining almashinish qonuni ham yuqorida aytilganidek usul bilan topiladi. Ularni qo'shib yozsak, quyidagi tengliklar kelib chiqadi.

$$H'_x = H_x, H'_y = \gamma(H_y + VD_z), H'_z = \gamma(H_z - VD_y), \quad (2.2.47)$$

$$D'_x = D_x, D'_y = \gamma\left(D_y - \frac{V}{c^2} H_z\right), D'_z = \gamma\left(D_z + \frac{V}{c^2} H_y\right)$$

Yuqoridagidek mulohazalar asosida (2.2.42) ning birinchisidan $\vec{B}$ va $\vec{E}$ vektorlarining komponentalari uchun

$$B'_x = B_x, B'_y = \left(B_y + \frac{V}{c^2} E_z\right), B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{V}{c^2} E_y\right),$$

$$E'_x = E_x, E'_y = \gamma(E_z + VB_y) \quad (2.2.48)$$

almashtirish formulalarini keltirib chiqarish mumkin. Bu formulalarda $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = V/c$, V esa shtrixlangan sistemaning shtrixlanmagan sistemaga nisbatan tezligi.(2.2.47-2.2.48) formulalarni mos vektorlarning koordinata sistemalari nisbiy harakatining $\vec{v}$ tezligiga parallel va perpendikulyar tashkil etuvchilari uchun vektor kurinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$\left. \begin{aligned} H'_{\parallel} &= H_{\parallel}, H'_{\perp} = \gamma(\vec{H} - [\vec{v}\vec{D}])_{\perp} \\ \vec{D}'_{\parallel} &= \vec{D}_{\parallel}, \vec{D}'_{\perp} = \gamma(\vec{D} + \frac{1}{c^2} [\vec{v}\vec{H}])_{\perp} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.49)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{B}'_{\parallel} &= \vec{H}'_{\parallel}, \vec{B}'_{\perp} = \gamma \left(\vec{B} - \frac{1}{c^2} [\vec{V} \vec{D}] \right)_{\perp} \\ \vec{E}'_{\parallel} &= \vec{E}_{\parallel}, \vec{E}'_{\perp} = \gamma (\vec{E} + [\vec{V} \vec{H}])_{\perp} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.50)$$

Ko'ramizki, bir ISS dan ikkinchisiga o'tilganda maydon vek torlari «ko'ndalang» (V ga nisbatan) tashkil etuvchilarining kattaligi va yo'nalishi o'zgaradi, «bo'ylama» tashkil etuvchilari esa bunda o'zgarmaydi.. Kichik tezliklar uchun ($\beta \ll 1, \gamma \simeq 1$), (2.2.49-2.2.50) formulalar ancha soddalashadi:

$$\vec{H}' = \vec{H} - [\vec{V} \vec{D}], \vec{D}' = \vec{D} + \frac{1}{c^2} [\vec{V} \vec{H}] \quad (2.2.51)$$

$$\vec{B}' = \vec{B} - \frac{1}{c^2} [\vec{V} \vec{E}], \vec{E}' = \vec{E} + [\vec{V} \vec{B}] \quad (2.2.52)$$

so'ngi formulalarni yozishda kiritildi. $\vec{H} = \vec{H}_{\parallel} + \vec{H}_{\perp}$, $\vec{D} = \vec{D}_{\parallel} + \vec{D}_{\perp}$, belgilashlar kiritildi (2.2.47-2.2.52) formulalarga teskari bo'lgan almashtirish formulardagi shtrixli kattaliklarni shtrixsiz kattaliklar bilan, va aksincha, almashtirish hamda V o'rniga $-\vec{V}$ yozish bilan topiladi. K' sistemaga nisbatan moddiy tenglamalar,

$$\vec{D}' = \epsilon_0 \vec{E}', \vec{B}' = \mu_0 \vec{H}' \quad (2.2.53)$$

ko'rinishida yoziladi. (2.2.49-2.2.50) larni (2.2.53) ga qo'ysak, bo'ylama va ko'ndalang tashkil etuvchilar uchun bir xil ko'rinishdagi munosabatlar kelib chiqadi. Ularni biriktirib,

$$\vec{D} + \frac{1}{c^2} [\vec{V} \vec{H}] = \epsilon_0 (\vec{E} + [\vec{V} \vec{B}]), \quad (2.2.54)$$

$$\vec{B} - \frac{1}{c^2} [\vec{V} \vec{E}] = \mu_0 (\vec{H} + [\vec{V} \vec{D}])$$

tenglikarni topamiz. (2.2.54) ifodalar (2.2.51, 2.2.52) lar (2.2.53)ga qo'yilganda ham kelib chiqadi. Ko'ramizki, (2.2.54) tenglamalar

$$\vec{D} + \frac{1}{c^2} \left[\vec{V} \vec{H} \right] = \epsilon_0 \left(\vec{E} + \left[\vec{V} \vec{B} \right] \right)$$

$$\vec{B} - \frac{1}{c^2} \left[\vec{V} \vec{E} \right] = \mu_0 \left(\vec{H} - \left[\vec{V} \vec{D} \right] \right) \quad (2.2.55)$$

munosabatlarning o'zi, demak, ular xarakatlanuvchi K' sistema uchun yozilgan (2.2.53) tenglamalarning qo'zralmas K sistemadagi ko'rinishidir: (2.2.51, 2.2.52) lardan $\vec{E} = 0, \vec{D} = 0, \vec{H} \neq 0, \vec{B} \neq 0$ shartda

$$\vec{H}' = \vec{H}, \vec{D}' = \frac{1}{c^2} [\vec{V} \vec{H}] \quad (2.2.51')$$

$$\vec{B}' = \vec{B}, \vec{E}' = [\vec{V} \vec{B}] \quad (2.2.52')$$

Tengliklar, $\vec{E} \neq 0, \vec{D} \neq 0, \vec{H} = 0, \vec{B} = 0$ shartda esa

$$\vec{H}' = -[\vec{V} \vec{D}], \vec{D}' = \vec{D} \quad (2.2.51'')$$

$$\vec{B}' = -\frac{1}{c^2} [\vec{V} \vec{E}], \vec{E}' = \vec{E} \quad (2.2.52'')$$

munosabatlar kelib chiqadi. Ko'ramizki, ISS lardan birida (masalan, K da) elektr yoki magnit maydonlardan bittasining I bo'lishi, boshqa barcha ISS larda o'zaro perpendikulyar yo' nalgan elektr va magnit maydonlar paydo bo'lishini ta'minlaydi. Aksincha, biror sistemada uzaro ortogonal elektr' nit maydonlarning mavjudligi boshqa barcha sistema ulardan birining nolga teng bo'lishiga sabab bo'ladi. Agar biror ISS da o'zaro ortogonal bo'lmagan elektr va mag ydonlar mavjud bo'lsa, boshqa ISS ga o'tilganda ularning kattaligi va yo'nalishi uzgaradi (2.2.51, 2.2.52). Aksincha, biror sistemada elektr maydon ham, magnit maydon ham bo'l masa, boshqa hech qanday ISS da ularning mavjud bo'lishi mumkin emas. Bu natijalar elektromagnit maydon invariantlaridan foydalanib ham topilishi mumkin:

Elektromagnit maydon invariantlari. Elektromagnit maydon vektorlari bir ISS dan ikkinchisiga o'tilganda o'zgarsa ularning ma'lum kombinasiyalari bunday almashtirishlarda o'zgarmasdan qoladi. Elektromagnit maydon vektorlaridan bir ISS dan ikkinchisiga o'tilganda o'z qiyma tini o'zgartirmaydigan qilib tuzilgan kattaliklar elektromagnit maydon invariantlari deb yuritiladi. (2.2.47-2.2.50) formulalardan foydalanib bevosita hisoblashlar

asosida, quyidagi invariantlar kattaligining bir ISS dan ikkinchisiga otilganda ozgarmasligini isbotlash mumkin:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= c^2 B^2 - E^2, I'_1 = H^2 - c^2 D^2, \\ I_2 &= (\vec{B}\vec{E}), I'_2 = (\vec{H}\vec{D}), \\ I_3 &= (\vec{H}\vec{B} - \vec{D}\vec{E}) \end{aligned} \right\} \quad (2.2.56)$$

(2.2.56) formulalar elektromagnit maydon tenzorlaridan foydalanib ham keltirib chiqarilishi mumkin. Yuqoridagi kattaliklarning invariantligidan, maydon vektorlariga tegishli quyidagi xulosalar kelib chiqadi. Agar biror sistemada $c^2 B^2 > E^2$, va $\vec{B} \perp \vec{E}$ bo'lsa, shunday sistema tanlash mumkinki, unda $\vec{E} = 0$, $\vec{B} \neq 0$ bo'ladi; agar $\vec{B}$ vektor $\vec{E}$ ga perpendikulyar bo'lmasa, bunday sistema mavjud emas;

1. Agar biror sistemada $c^2 B^2 < E^2$ va $\vec{B} \perp \vec{E}$ bo'lsa, shunday sistemada tanlash mumkinki, unda $\vec{B} = 0$, $\vec{E} \neq 0$ bo'ladi; agar $\vec{B}$ vektor $\vec{E}$ ga perpendikulyar bo'lmasa, bunday sistema mavjud emas;

2. Agar qandaydir ISS da faqat elektr maydon yoki faqat magnit maydon bo'lsa, boshqa ISS larda ham elektr maydon, ham magnit maydon bo'lib, ular o'zaro perpendikulyar bo'ladi;

3. Maydon vektorlari $c\vec{B} = \vec{E}$, $\vec{B} \perp \vec{E}$. shartlarni qanoatlanti ruvchi yassi to'liq barcha ISS larda ham yassiligicha qoladi.

4. Yuqorida aytilganlar maydon vektorlarining 4-fazoning biror nuqtasidagi qiymatlariga tegishlidir.

Invariant kattaliklar va ulardan kelib chiquvchi invariant ifodalarni uzviyligini ta'minlash maqsadida sistemalashtirilgan jadvalni tuzish mumkin.

(1 - jadval). Jadvalning ikkinchi ustunida invariant kattaliklar va ifodalar keltirildi. Uchinchi va to'rtinchi ustunlarida esa invariant kattaliklar va ifodalardan uzluksiz kelib chiqadigan qonuniyatlarni ko'rishimiz mumkin. Bular jumlasiga Lorens

almashtirishlari va formulalari, to'qnashish tenglamalari, dinamik tenglamalar, elektromagnit maydon tenglamalarini misol qilib keltirishimiz mumkin.

Maskur ishda invariant kattaliklardan fazoning bir jinsliliigi, vaqtning bir jinsliliigi hamda fazoning izatroplogi va xossalardan foydalanilgan holda fizikaviy qonuniyatlarning matematik hisoblashlardan uzluksiz kelib chiqishini amalda bajarib ko'rdim.

Jadvalning birinchi, ikkinchi bo'limlarida Nyutonning birinchi qonuni amal qiladi. Uchinchi, to'rtinchi ustunlarida erkin zarraning biror kuch tasiridagi harakat tenglamalari qaraladi. Qolgan bo'limlarda esa harakatlanuvchi zaryadning maydon tenglamalari va elektromagnit maydonga kiritilgan zaryadga tasir qiluvchi maydon tenglamalari keltirildi. Bunda zaryad va maydon orasidagi o'zaro tasir inobatga olindi.

№	Invariant kattaliklar	Invariant kattaliklardan kelib chiqadigan qonuniyatlar	
1.	$S_{12}^2 = c^2 \Delta t_{12}^2 - \Delta L_{12}^2$ $S' = S = inv$ To'rt o'lchovli interval invariantligi.	Lorens almashtirishlari Kordinatalarni almashtirish qonuni.	$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $y = y' \quad z = z'$
		Tezliklarni almashtirish qonuni.	$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}; v_y = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \frac{v'_y}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}; v_z = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \frac{v'_z}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}}$
		Eynshteyn formulasi.	$\mathcal{G} = \frac{\mathcal{G}' + V}{1 + \frac{\mathcal{G}' V}{c^2}}$
		Uzunlikna almashtirish qonuni.	$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1 + v(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
		Vaqtzni almashtirish qonuni.	$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1 + \frac{v}{c^2} (x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

		Vaqtning Lorens sekinlashuvi.	$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
		Uzunlikning Lorens qisqaruvu.	$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < \Delta x$
2.	$A_i A^i = A_0^2 - \vec{A}^2$ $A_i A^i = \text{inv}$ To'rt o'lchovli vektor kvadratining invariantligi.	Zarralar to'qnashishining to'rt o'lchovli ifodasi.	$\frac{E_1 E_2}{c^2} - \vec{p}_1 \vec{p}_2 = \frac{E_1' E_2'}{c^2} - \vec{p}_1' \vec{p}_2'$
		Energiya va impuls orasidagi bog'lanish.	$E = \sqrt{m^2 c^4 + P^2 c^2}$
3	$S_y = \int \alpha dS$ Erkin zarra uchun tasir integrali	Erkin zarra uchun Logranj funksiyasi.	$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
4	$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$	Relyativistik zarraning dinamik tenglamasi.	$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left[\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \vec{n} \frac{dv}{dt} + v \frac{d\vec{n}}{dt} \right]$
5	$S_{ut} = \int \beta A_i dx^i$ O'zaro tasir integrali	Elektromagnit maydonda o'zaro tasirlashish Logranj funksiyasi.	$L_{ut} = -q\varphi + \frac{q}{c} \vec{A} \cdot \vec{v}$
		Elektromagnit maydondagi zaryad uchun Logranj funksiyasi.	$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \beta(\varphi c - \vec{A} \vec{v})$
		Elektrodinamikaning maxsus tenglamalari.	$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi$ $\vec{H} = -\text{rot} \vec{A}$
6	$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi$ $\vec{H} = -\text{rot} \vec{A}$	Tekis harakatlanuvchi zarraning elektr maydoni.	$\vec{E} = \frac{q \vec{R}}{R^3} \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v}{c} \sin^2 \theta\right)^{3/2}}$
		Tekis harakatlanuvchi zarraning magnet maydoni.	$\vec{H} = \frac{1}{c} [\vec{v}, \vec{E}]$ $\vec{H} = \frac{q}{c} \frac{[\vec{v}, \vec{R}]}{R^3}$

	$\sum_{\mu,\nu} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = inv$	Maksvelning elektromagnit maydon tenglamalari sistemasi.	$\left. \begin{aligned} rot \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ div \vec{H} &= 0 \\ rot \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ div \vec{E} &= 4\pi\rho \end{aligned} \right\}$
		Magnit maydon induksiyasi va elektr maydon kuchlanganliklari kvadratlari ayirmasi.	$B^2 - E^2 = inv$
		Magnit maydon induksiyasi va elektr maydon kuchlanganliklari vektorlarining skalyar ko'paytmasi.	$\left. \begin{aligned} (\vec{B}, \vec{E}) &= inv \\ I_1 &= c^2 B^2 - E^2, I'_1 = H^2 - c^2 D^2, \\ I_2 &= (\vec{B}\vec{E}), I'_2 = (\vec{H}\vec{D}), \\ I_3 &= (\vec{H}\vec{B} - (\vec{D}\vec{E})) \end{aligned} \right\}$

To'rt o'lchovli interval invariantligini tekshiramiz. Agar to'rt o'lchovli interval invariantligi o'zgarsa Lorens almashtirishlari o'z kuchini yo'qotadi.

$$s_{12}^2 = c^2 \Delta t_{12}^2 - \Delta L_{12}^2$$

$$\Delta L_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z'$$

$$S_{12}^2 = c^2 (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 =$$

$$c^2 \left(\frac{t'_2 + \frac{v}{c^2} x'_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{v}{c^2} x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - \left(\frac{x'_2 + vt'_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 + vt'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - (y'_2 - y'_1)^2 - (z'_2 - z'_1)^2 =$$

$$\begin{aligned}
&= c^2 \left(\frac{t_2' + \frac{v}{c^2} x_2' - t_1' - \frac{v}{c^2} x_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - \left(\frac{x_2' + vt_2' - x_1' - vt_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\
&\quad c^2 \left(\frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - \left(\frac{\Delta x' + v \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\
&\quad c^2 \left(\frac{\Delta t'^2 + 2 \frac{v}{c^2} \Delta x' \Delta t' + \frac{v^2}{c^4} \Delta x'^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) - \left(\frac{\Delta x'^2 + 2v \Delta t' \Delta x' + v^2 \Delta t'^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\
&\quad \frac{c^2 \Delta t'^2 + 2v \Delta x' \Delta t' + \frac{v^2}{c^2} \Delta x'^2 - \Delta x'^2 - 2v \Delta t' \Delta x' - v^2 \Delta t'^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\
&\quad \frac{\Delta t'^2 (c^2 - v^2) + \Delta x'^2 (\frac{v^2}{c^2} - 1)}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \frac{\Delta t'^2 (c^2 - v^2) - \Delta x'^2 (1 - \frac{v^2}{c^2})}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\
&\quad \frac{\Delta t'^2 (c^2 - v^2) - \frac{\Delta x'^2 (c^2 - v^2)}{c^2}}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \frac{c^2 \Delta t'^2 (c^2 - v^2) - \Delta x'^2 (c^2 - v^2)}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\
&\quad \frac{(c^2 - v^2)(c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2)}{c^2 - v^2} - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2 = \\
&\quad c^2 \Delta t'^2 - (\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2) = c^2 \Delta t'^2 - \Delta L'^2 \\
&\quad S_{12} = c^2 \Delta t'^2 - \Delta L'^2 \\
&\quad s'_{12} = s_{12}
\end{aligned}$$

Malakaviy bitiruv ishining II bobini bajarish davomida quyidagi xulosalar qilindi.

1. Tasir integralining saqlanuvchi kattalik va ifodalardan tuzish Logranj funksiyasi invariantligini ta'minlaydi.

2. O'zaro tasirni to'rt vektorlar ko'paytmasida ifodalanishi natijalarning amal qilinishi doirasida kengaytiradi.

3. Elektromagnit maydon kuchlanganliklarining to'rt o'lchovli potentsiallar orqali ifodalanishi nazariy fizika uchun muhim hisoblangan maydon tenglamalarini umumiy ko'rinishda shakllanishiga olib keladi.

4. Elektromagnit maydon tenzorlarining elektr va magnit maydon kuchlanganliklari komponentalaridan tuzilishi, maydon invariantlarini hosil qilishga imkoniyat tug'diradi.

Xotima.

To'rt o'lchovli kattaliklarning invariant ifodalarini o'rganish mavzusidagi malakaviy bitiruv ishini bajarishda quyidagi xulosalar qilishim mumkin.

1.To'rt o'lchovli invariant kattaliklar va ifodalar nazariy usulda umumiy hollar uchun tadqiq qilindi. Elektromagnit maydonning to'rt o'lchovli 2- rang tenzorlarga oid yetarlicha ma'lumotlar to'plandi.

2.O'zaro tasirni to'rt vektorlar ko'paytmasida ifodalanishi natijalarning amal qilinishi doirasida kengaytiradi.

3.Elektromagnitmaydon kuchlanganliklarining to'rt o'lchovli potentsiallar orqali ifodalanishi nazariy fizika uchun muhim hisoblangan maydon tenglamalarini umumiy ko'rinishda shakllanishiga olib keladi.

4.Vaqtiy va fazoviy koordinatalarning kinematikasidan zarraning tekis harakatini to'la tushuntirish mumkin.

5.Zarraning vaqtiy va fazoviy koordinatalarining o'zgarishini inobatga olib turli koordinatalar sistemasidagi kuzatuvchilar uchun vaqt va uzunlik tushunchalarini ifodalash mumkin.

6.Invariant kattaliklar va ifodalardan kelib chiqadigan fizikaviy qonuniyatlar bo'yicha uzluksizlik inobatga olingan holda sistemalashtirish bo'yicha jadval tuzildi.

7.Zaryadning harakatini elektromagnit maydonda harakatlanuvchi zaryadlarga tasir qiluvchi maydon kattaliklarni o'rganishda ishda tuzilgan jadvaldan foydalanish o'zlashtirishni osonlashtiradi.

8.Malakaviy bitiruv ishi uchun rejalashtirilgan ishlarini nihoyasiga etkazdim deb o'ylayman.

ADABIYOTLAR

1. O'zbekiston Respublikasining "Ta'lim to'g'risidagi qonuni" Toshkent-1997-yil.
2. O'zbekiston Respublikasining "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi" Toshkent-1997-yil.
3. I.A.Karimov "O'zbekiston buyuk kelajak sari". Toshkent. "O'zbekiston" 1998-yil.
4. Жумаев М.Р., Саидов К.С. Электродинамика// БухДУ «Зиё-ризограф» ИЧК, Бухоро 2005 йил. 22-100 betlar.
5. Рахимов А.У., Отакулов Б.О. Электродинамика ва нисбийлик назарияси// 2-китоб «Укитувчи» нашри. Тошкент 1986 йил. 133–152 бетлар.
6. WWW Ziyonet.O'z- axbarot ta'lim resurslar internet portali.
7. W.W.W Google. com. Ning tegiahli portali A. A. Бабушкин и др. Методы спектрального анализа. Издательства Московского Университета 1962 год. 146 – 152 бетлар.
8. Ш.М.Валиходжаев Математические основы релятивистической физики// Изд. «ФАН». Тошкент 1976 год. 148-256 betlar.
9. Р.Фейнман, Р.Лейтон, М.Сендс Фейнмановские лекции по физике// 6-том «Электродинамика». Изд. «Мир». Москва 1977 год. 90- 148 betlar.
10. В.В.Батигин, И.Н.Топтигин Сборник задач по электродинамике// Москва 1970 год.
11. И.В.Савельев. Основы теоретической физики. М. 1 – том. 1991 год. 257 – 284 betlar.