

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ
ВАЗИРЛИГИ**

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

“Иқтисодий-математик усуллар ва моделлар”

(фанидан)

МАЪРУЗА МАТНИ

НАМАНГАН - 2011

ТУЗУВЧИЛАР:

доц. М.Қ. Холмуродов.

асс. А.Л. Мўминов.

ТАҚРИЗЧИЛАР:

доц. Н. Хатамов

доц. Ю. Оппоқов

Наманган давлат университети физика-математика факультети илмий-услубий кенгаши томонидан 2011 йил 26 ноябрда кўриб чиқилган ва тасдиқланган.

“Иқтисодий-математик усуллар ва моделлар” фаннинг асосий мақсади халқ хужалиғи ва унинг тармоқлари каби мураккаб иқтисодий тизимларнинг моделлаштириш асосларини ўргатишдан, Аниқ иқтисодий объектлар мисолида моделлашнинг қуйилиши, уларнинг иқтисодий мазмуни компьютерларда ечиш ва олинган натижаларни иқтисодий талқин қилиш каби босқичларни ўргатишдан иборатдир.

Дастурни тузиш халқ хужалиғининг ҳозирги тизимига асосланган ва бу тизимга тааллуқли бўлган моделлар уни тўлиқ ифодалайди деган тушунчадан келиб чиқиб амалга оширилган.

Ҳозирги пайтда иқтисодий фан ва амалиёт мураккаб иқтисодий, хужалиқ ва назарий масалаларни ҳал қилишда амалий математика ютуқларидан кенг фойдаланмоқда.

Қарорлар қабул қилиш тизими иқтисодий тизимнинг айрим тармоқларидаги ишлаб чиқариш ресурслари билан маҳсулот ишлаб чиқариш, уни сақлаш ва истеъмол қилишнинг энг маъқул вариантларини топишдан иборатдир.

Маъмур маълумот матнлари курс бўйича айрим бўлимларини ва масалаларни қамраб олган.

1-Маъруза. Иқтисодиётда математик моделлар

1.1 Иқтисодий математик модел ва моделлаштириш

Моделлаштиришдан илмий-тадқиқот ишларида анча илгари вақтлардан бери фойдалана бошланган. У техника конструкция, қурилиш ва архитектура, астрономия, физика, химия, биология ва ижтимоий фанларда ўз ифодасини топган.

Англиялик иқтисодчи Вильям Петти XVII асрда "Сиёсий арифметика" номли асарида моделлаштириш масалаларига тўхталган эди.

XX асрдаги моделлаштириш усуллари ҳозирги замон фанларининг ҳамма соҳаларига муваффақият келтирди.

"*Модел*" сўзи лотинча бўлиб (modulus), ўлчов, намуна, норма каби маъноларни билдиради. Модел сифатида уйнинг, шаҳардаги қурилишларнинг, ракетанинг ва ҳоказоларнинг лойиҳаси ёки макетини олиш мумкин.

Моделларни турли хил усуллар ёрдамида ҳосил қилинади. Масалан, бирор объектнинг формасини-предметли модел (макет) шаклида, информацион алоқалар -информацион модел, математик формулалар ёрдамида аниқланган функционал боғланишлар-математик модел шаклида ифодаланади.

Математик моделлар-ўрганилаётган объект ёки жараёнларнинг асосий хоссаларини математик формулалар, тенгламалар ва тенгламалар системаси, тенгсизликлар ва тенгсизликлар системаси орқали ифодасидир.

Объект ёки ҳодиса моделини ҳосил қилиш ва уни модел остида таҳлил этиш жараёни *моделлаштириш* дейилади.

Математик моделларни иқтисодий қонуниятларни ўрганишга тадбиқ этишни - *иқтисодий математик моделлаштириш*, бу моделларни амалиётга қўллашни эса *иқтисодий-математик усуллар* дейилади.

Математик моделлар кўп нарсани ўз ичига олиш хусусиятига эга. Буни қуйидаги тенгламалар системаси мисолида кўриш мумкин:



Бу шартлар нимани ифодалайди? Турли соҳа мутахассислари турли хил изоҳлайдилар. Масалан, физикада бу муносабат электр занжиридаги актив қаршилик, кучланиш ёки ток кучи тенгламасини ёки станокнинг юк ортиш тенгламасини ифодалайди. Шунингдек, бу система товарларни тақсимлаш, озиқ-овқат рационини ҳисоблаш ва бошқа бирқанча соҳалардаги шартларни ифодалаши мумкин.

Иқтисодий тадқиқотларда ҳам моделлаштириш усуллари муҳим роль уйнайди.

1.2. Моделларни синфлаштириш

Моделлаштириш ва моделлар ўзининг турли соҳалардаги тадбиқларига қараб моддий ва абстракт деб аталувчи синфларга бўлинади.

Моддий моделлар асосан ўрганилаётган объект ва жараённи геометрик, физик, динамик ёки функционал характеристикаларини ифодалайди. Масалан, объектнинг кичиклаштирилган макети (масалан, лицей, коллеж, университет) ва турли хил физик, химик ва бошқа хилдаги макетлар бунга мисол була олади. Бу моделлар ёрдамида турли хил технологик жараёнларни оптимал бошқариш, уларни жойлаштириш ва фойдаланиш йўллари ўрганилади. Умуман олганда, моддий моделлар тажрибавий характерга эга бўлиб, техника фанларида кенг қўлланилади.

Аммо моддий моделлаштиришдан иқтисодий масалаларни ечиш учун фойдаланишда маълум чегараланишлар мавжуд. Масалан, халқ хўжалигини бирор соҳасини ўрганиш билан бутун

иктисодий объект ҳақида хулоса чиқариб бўлмайди. Кўпгина иқтисодий масалалар учун эса моддий моделлар яратиш қийин бўлади ва кўп харажат талаб этади.

Абстракт (идеал) моделлар инсон тафаккурининг маҳсули бўлиб, улар тушунчалар, гипотезалар ва турли хил қарашлар системасидан иборат. Иқтисодий тадқиқотларда, бошқариш соҳаларида асосан абстракт моделлаштиришдан фойдаланилади.

Илмий билишда абстракт моделлар маълум тилларга асосланган белгилар мажмуидан иборат. Ўз навбатида белгили абстракт моделлар математик ва логик тиллар шаклидаги математик логик моделларни ифодалайди.

Математик моделлаштириш турли хил табиатли, аммо бир хил математик боғланишларни ифодалайдиган воқеа ва жараёнларга асосланган тадқиқот усулидир.

Ҳозирги пайтда математик моделлаштириш иқтисодий тадқиқотларда, амалий режалаштиришда ва бошқаришда етакчи ўрин эгаллаб, компьютерлаштириш билан чамбарчас боғланган.

Математика, компьютерлаштириш соҳалари, умумуслубий ва предмет фанларининг ривожланиши натижасида математик моделлаштириш узлуксиз ривожланиб, янги-янги математик моделлаштириш шакллари вужудга келмоқда.

Объект (жараён, воқеа)нинг математик модели камида иккита гуруҳ элементларни ўз ичига олган математик масаладан иборат бўлади. Улардан биринчиси-объектнинг аниқланиши керак бўлган элементи ( векторнинг координаталари), иккинчиси эса маълум шартлар асосида ўзгарадиган элементлар ( вектор элементлари).

Математик моделлар ўзининг ташқи шартлари, ички ва топилиши зарур булган элементлари бўйича функционал ва структурали қисмларга бўлинади.

Функционал модел- X га қиймат бериб, Y нинг қийматини олиш бўйича объектнинг ўзгаришини ифодалайди. Бунда  боғланиш мавжуд бўлади.

Структурали моделлар объектнинг ички тузилишини, унинг тузилиш қисмларини, ички параметрларини, улар орасидаги боғланишларни ифодалайди.

Структурали моделларнинг энг кўп тарқалгани қуйидагилардан иборат:

а) ҳамма номаълумлар объектнинг ташқи шартлари ва ички параметрлари функциялари шаклида ифодаланади:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Diagram showing a functional model with a red X mark} \end{array} \right) (1)$$

б) номаълумлар i тартибли (тенгламалар, тенгсизликлар ва ҳоказо) системалар ёрдамида аниқланади:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Diagram showing a structural model with a red X mark} \end{array} \right) (2)$$

бу ерда A -параметрлар тўплами.

Ҳар доим ҳам (2) кўринишдаги масалалар (1) кўринишга келтирилавермайди. Масалан, 5-нчи ёки ундан ортиқ тартибли алгебраик тенгламаларнинг умумий ечимини (1) кўринишда ифодалаб бўлмайди.

Функционал ва структурали моделлар бир-бирини тўлдиради. Функционал моделларни ўрганишда ўрганилаётган объектнинг структураси ҳақида гипотезалар пайдо бўлади ва шу билан структурали моделга йўл очилади. Иккинчи томондан эса, структурали моделларни таҳлил қилиш объектнинг ташқи ўзгариш шартларини такомиллаштиради.

ЭХМнинг вужудга келиши билан моделлаштиришнинг янги йўналиши пайдо бўлади. Модел яратиш ва унда тажрибалар ўтказишда ЭХМ катта рол ўйнайди. Бундай моделларни *имитацион моделлар* дейилади.

Иқтисодий жараёнлар ва воқеаларнинг математик моделларини қисқача *иқтисодий-математик моделлар* дейилади.

Амалий мақсадларда иқтисодий-математик моделлар иқтисодий жараёнларнинг умумий хоссалари ва қонуниятлари бўйича *назарий-аналитик моделларга*, конкрет иқтисодий масалаларни ечиш (иқтисодий таҳлил, башоратлаш ва бошқариш моделлари) бўйича эса *тадбиқий моделларга* бўлинади.

Иқтисодий-математик моделлардан халқ хўжалигининг турли соҳаларини ва айрим қисмларини тадқиқ этишда фойдаланиш мумкин. Масалан, савдо жараёнларини моделлаштиришда статистик усуллар ёрдамида статистик моделлар қурилади. Назарий статистика асослари ёрдамида эса индексли, балансли ва корреляцион-регрессион моделлар қурилади.

Корреляцион-регрессион таҳлил ёрдамида белгилар ўртасидаги боғланишни ифодаловчи регрессия тенгламаси аниқланади ва уни маълум эҳтимол (ишонч даражаси) билан баҳолаш, боғланиш зичлигини аниқлаш ўрганилади.

Масалан, тумандаги оила аъзоларининг ўртача бир ойлик даромади (X) билан бир суткада хар бир оила аъзоси томонидан истеъмол қилинадиган ёғ миқдори (Y) ўртасидаги корреляцион боғланиш учун регрессия тенгламаси  кўринишда бўлиши мумкин, бу ерда a , k – кузатиш натижалари асосида аниқланадиган регрессия тенгламаси коэффициентлари.

1.3. Моделлаштириш босқичлари

Бу бўлимда иқтисодий-математик моделлаштириш босқичларининг мазмуни ва унинг кетма-кетлигини баён қиламиз.

Босқичлар қуйидагилардан иборат:

1. Иқтисодий муаммони қўйилиши ва уни таҳлил қилиш.

Мақсаднинг қўйилиши моделлаштиришда муҳим ўрин эгаллайди. Аниқ қўйилган мақсад асосий элементлар ва улар орасидаги боғланиш таркиби ва миқдорий характеристикасини аниқлайди.

Моделлаштиришнинг дастлабки босқичида маълумотлар тўпланади ва таҳлил қилинади. Таҳлил учун танланган маълумотларнинг тўғрилиги бу моделлаштиришнинг сўнгги натижаларига боғлиқ. Тўпланган маълумотлар абсолют миқдорларда ва ягона ўлчов бирликларда ифодаланиши керак. Бу босқичда моделлаштириладиган объект ва уни абстракциялашнинг муҳим томонлари ва хоссалари белгиланади. Объектнинг структураси ва элементлари орасидаги асосий боғланишлар, унинг ўзгариши ва ривожланиши бўйича гипотезаларни шакллантириш масалалари ўрганилади.

2. Математик моделлар қуриш.

Бунда иқтисодий муаммолар конкрет математик боғланишлар ва муносабатлар (функция, тенгсизлик ва ҳоказо) шаклида ифодаланади.

Математик моделлар қуриш жараёни математика ва иқтисодиёт бўйича илмий билимларнинг ўзаро уйғунлашувидан иборат. Албатта, бунда математик моделни яхши ўрганилган математик масалалар синфига тегишли бўлиши учун ҳаракат қилинади. Бироқ, шундай бўладики, иқтисодий масалани моделлаштириш олдиндан маълум бўлмаган математик структураларга олиб келиши ҳам мумкин. XX аср ўрталаридан бошлаб иқтисодиёт фани ва унинг амалиёти эҳтиёжларидан келиб чиқиб, математик дастурлаш, ўйинлар назарияси, функционал анализ, ҳисоблаш математикаси фанлари ҳам ўз ривожини топди. Иқтисодиёт фанларининг ривожланиши, айтиш жоизки, математиканинг янги бўлимларини очилиши учун муҳим восита бўлиши мумкин.

3. Моделни математик таҳлил қилиш.

Бу босқичнинг мақсади-моделнинг умумий хоссаларини ифодалашдан иборат. Бу ерда тадқиқотларнинг математик усуллари қўлланилади. Энг муҳим жойи- тузилган моделларнинг ечимга эгаллигини исботлашдир. Агар математик масаланинг ечимга эга эмаслиги исбот қилинса, у ҳолда қўйилган математик модел рад этилади. Шунга мувофиқ, иқтисодий масаланинг қўйилиши ёки математик моделини бошқача кўринишлари тадқиқ этилади. Моделларни аналитик тадқиқ этиш уларни эмпирик (сонли) тадқиқ қилишга нисбатан устунликка эга, чунки, олинган хулосалар моделлардаги ички ва ташқи параметрларнинг ҳар хил қийматларида ҳам ўз кучини сақлайди.

Умуман олганда, мураккаб иқтисодий масалалар қийинчиликлар билан аналитик тадқиқотларга келтирилади. Агар уларни аналитик усулларга келтириб бўлмаса, у ҳолда масалани сонли усулларида фойдаланиб ечилади.

4. Дастлабки маълумотларни тайёрлаш.

Моделлаштиришда маълумотлар тизимида муҳим талаблар қўйилади. Шу билан биргаликда маълумотларни олиш учун реал имкониятлар амалий мақсадларга мўлжалланган моделларни танлаш учун маълум чегаралар қўяди. Маълумотларни тайёрлаш жараёнида эҳтимоллар назарияси, математика, статистика, назарий статистика усулларида кенг қўламда фойдаланилади.

5. Сонли ечимлар.

Бу босқич қўйилган масалани сонли ечиш учун алгоритмлар, компьютер учун дастурлар тузиш ва бевосита ҳисоблашлар ўтказиш учун мўлжалланган. Одатда иқтисодий-математик моделларда ҳисоб-китоб ишлари кўпвариантли характерга эга. Замонавий компьютерларнинг пайдо бўлиши бу ишларни енгиллаштиради. Сонли усуллар ёрдамида қилинган тадқиқотлар аналитик тадқиқотларни тўлдиради. Ҳозирги пайтда сонли усуллар билан ечиладиган иқтисодий масалалар синфи аналитик тадқиқотларга нисбатан кўпроқ ҳисобланади.

6. Сонли натижалар таҳлили ва унинг тадбиқлари.

Бу сўнгги босқичда моделлаштириш натижаларининг тўғрилиги ва тўлаллиги ҳақидаги саволларга жавоб олинади. Назарий хулосалар ва модел ёрдамида бевосита олинган сонли натижалар ўзаро таққосланади. Шунга қараб қўйилган иқтисодий масала ва моделларининг ютуқ ёки камчиликлари аниқланади.

Иқтисодий-математик модел аниқлангандан сўнг, унда иштирок этаётган омилларнинг натижавий белгига таъсирининг мукамаллиги баҳоланади. Агар модел ва унга киритилган барча омиллар талаб этилган эҳтимол билан моҳиятли бўлса, у адекват модел дейилади. Адекват модел бўлмаган ҳолда унинг кўриниши ўзгартирилади. Янги модел олдингисидан моҳиятсиз омилларини чиқариш йўли билан аниқланади.

Шу натижалар асосида моделларни такомиллаштириш, уларни ахборот ва математик таъминлаш йўналишлари аниқланади.

Моделлаштиришдан амалий мақсадларда фойдаланишда иқтисодий таҳлил, бошқариш, режалаштириш соҳасидаги мутахассислар муҳим рол ўйнайдилар.

2-- Мавзу. Оптимал хужалик алокаларини Аниқлаш моделлари.

Бир неча ишлаб чикариш корхоналарда бир хил махсулот захиралари мавжуд. Уларни истеъмолчиларга етказиб бериш зарур. Хар бир ишлаб чикариш корхонани таклиф қиладиган махсулотларни хажми, истеъмолчиларнинг талаб хажми, хар бир тамилотчидан хар бир истеъмолчига бир бирлик махсулот ташиш учун кетган транспорт харажатлари маълум.

Таъминотчилар ва истеъмолчилар орасидаги шундай оптимал хужалик алокаларни Аниқлаш керакки натижада истеъмолчиларни махсулотга булган талаби ишлаб чикарувчиларни имкониятига караб кондирилсин ва юкларни ташишга кетган транспорт харажатлари энг кам булсин.

Транспорт модели махсулот турига кура бир махсулотли ва куп махсулотли транспорт моделларга булинади.

Куп махсулотли модел уз урнида узароалмашинувчи ва узароалмашиши мумкин булмаган махсулотлар учун алохида тузилади. Агар товарлар узароалмашинувчи булса бу холда уларни шартли махсулотга келтириб оддий, бир махсулотли транспорт масаласи усуллари билан ечиш мумкин. Масалан сут, сут махсулотлари.

Махсулотлар истеъмолчиларга етказиб беришдан аввал, кайта ишлаш жараёнидан утиши зарур булса, бу холда куп боскичли транспорт масаласи хосил булади ва хусусий усуллар билан ечилади. Тузилган даврга кура статик ва тузилган даврга кура статик ва динамик транспорт масалалари мавжуд. Динамик транспорт масаласини матрица моели блок шаклида тузилиб вақт омилини эътиборга олади.

Баъзи бир масалаларда транспорт харажатларидан ташкари ишлаб чикариш харажатлари хам эътиборга олинади. Бу холда ишлаб чикариш транспорт масаласи хосил булади.

i - ишлаб чикариш корхоналари номери, $(i \in 1, m)$;

j - истеъмолчи номери, $(j \in 1, n)$;

A_i - i -ишлаб чикариш пунктдаги махсулот запаси;

B_j - j -истеъмол пунктдаги талаб хажми

C_{ij} - i -ишлаб чикариш корхонадан j -истеъмол пунктига бир бирлик махсулот ташиш учун кетган транспорт харажатлар.

X_{ij} - i -ишлаб чикариш корхонадан j -истеъмол пунктига ташилиши керак булган юкнинг изланаётган хажми.

Масалани матрицавий модели.

$i \backslash j$	B_1	B_2	...	B_j	...	B_n
A_1	t_{11} X_{11}	t_{12} X_{12}	...	t_{1j} X_{1j}	...	t_{1n} X_{1n}
A_2	t_{21} X_{21}	t_{22} X_{22}	...	t_{2j} X_{2j}	...	t_{2n} X_{2n}
...	...	...	...	...	...	...

A_i	$t_{i1} \quad X_{i1}$	$t_{i2} \quad X_{i2}$	...	$t_{ij} \quad X_{ij}$	...	$t_{in} \quad X_{in}$
...	...	...	...	...	...	...
A_m	$t_{m1} \quad X_{m1}$	$t_{m2} \quad X_{m2}$	...	$t_{mj} \quad X_{mj}$	...	$t_{mn} \quad X_{mn}$

Масалани математик модели.

Умуман транспорт харажатлари минимал булсин.

$$F = \sum_i \sum_j t_{ij} \cdot X_{ij} \rightarrow \min$$

Шартлар системаси:

- 1) Ишлаб чиқариш корхоналардан ташилиши керак булган товар хажми корхонани кувватидан ошиб кетмасин.

$$\sum_j X_{ij} \leq A_i, \quad (i = \overline{1, m})$$

- 3) Агар таъминотчиларни умумий куввати истеъмолчиларни умумий талабига тенг булса 1) ва 2) шартлар катъий тенглик курунишида берилади ва ёпик транспорт масаласи ҳосил булади.

Айрим ҳолларда бундай мувозанат булмаслиги мумкин бу ҳолда транспорт масаласини очик модели тузилади.

б) $\sum_i A_i < \sum_j B_j$

в) $\sum_i A_i > \sum_j B_j$

Очик турдаги моделни ёпик ҳолга келтириш учун фиктив таъминотчи ёки фиктив истеъмолчи киритилади.

Агар $\sum_i A_i > \sum_j B_j$ $\sum_i A_i = \sum_j B_j + B^{\text{фикт}}$

$\sum_i A_i < \sum_j B_j$ $\sum_i A_i + A^{\text{фикт}} = \sum_j B_j$

Ёпик ҳолга келтирилган модел маълум усуллар билан ечилади (потенциал усули, Брудно усули...)

Оптимал баҳолар

Транспорт масаласида 3 хил иққиламчи баҳолар мавжуд.

1) U_i - потенциали ишлаб чиқариш корхоналарни баҳолайди.

2) V_j - потенциали истеъмол талабини баҳолаш.

3) V_j - потенциали хужалик алокаларни баҳолайди. Агар оптимал ечимга кирмаган алокалар кулланса умумий харажатлар ҳар бир маҳсулот бирлигига микдорига ошади.

Δ_{ij} қ $U_i + V_j - t_{ij}$ - потенциали ишлаб чиқариш корхонани куввати бир бирликга узгарса умумий транспорт харажатлари канчага узгаришини курсатади. - манфий булса камаяди, U_i - мусбат булса купаяди.

V_j - потенциали талаб хажми бир бирликга узгарса умумий харажат канчага узгаришини курсатади. Манфий булса камаяди, мусбат булса ошади.

3 - Мавзу. Фирма ва тармоқларни иш фаолиятини моделлаштириш.

3.1. Корхонани воситаларидан оптимал фойдаланиш масаласи:

- а) Узаро алмашиши мумкин булмаган воситаларни оптимал юклаш масаласи.
- б) узароалмашинувчи воситаларни оптимал юклаш масаласи.

3.2... Корхона ишлаб чиқариш қувватидан оптимал фойдаланиш масаласи.

- а) Математик моделларни корхона ишини моделлаштиришда қулланиши зарурлиги.
- б) Корхонани ишлаб чиқариш қувватидан оптимал фойдаланиш масаласини иқтисодий -математик қуйилиши.

3.3. Техник материаллардан оптимал қирқиш моделлари.

- а) масалани иқтисодий қуйилиши.
- б) матрицавий моделни тузиш хусусиятлари.
- в) материалларни оптимал қирқиш масаласининг математик моделлари.

3.1. Корхона воситаларидан оптимал фойдаланиш масаласи.

- а) Узароалмашиши мумкин булмаган воситаларни оптимал юклаш масаласи.
- б) Узароалмашувчи воситаларни оптимал юклаш масаласи.

Саноат корхоналарни бир неча асбоб ускуналар мавжуд. Уларни 2 тўрға бўлиш мумкин.

1 - Агар воситаларда фақат битта операция бажариш мумкин бўлса, уларни узароалмашиши мумкин булмаган воситалар деб айтилади.

2 - Агар воситаларда бир неча турдаги операциялар қилинса, уларни узаро алмашувчи воситалар дейилади.

Биринчи турдаги воситаларда деталга кетма-кет ишлов берилади.

Агар ҳар битта деталга ҳар битта станокда ишлов бериш вақти Аниқ бўлса, станокларнинг иш вақти фонди, ҳамда тайёр маҳсулотлардан олинadиган фойда Аниқланса, масаланинг ечиш мақсади воситаларни оптимал иш планини топиш бўлади. Бошқа суз билан айтганда, қайси турдаги детални ва қанча ишлаб чиқариш керакки, улардан олинган фойда энг максимал бўлиш учун.

Қуйдаги белгилар киритамиз.

j - Маҳсулотлар турлари;

C_j - j детал бирлигидан олинadиган фойда;

a_{ji} - i турдаги воситадан j - турдаги маҳсулот бирлигига ишлов бериш учун кетган вақт харажати;

A_j - i турдаги воситани иш факти фонди;

X_j - оптимал планда ишлаб чиқариладиган j - турдаги маҳсулотлар сони.

Иқтисодий - математик модели.

$$F \text{ қ } \sum C_{jj} * X_j - \max$$

Маҳсулотларда олинadиган фойда энг максимал бўлиши керак.

1. J - маҳсулотни i - воситада ишлаб чиқарганда унга кетган вақт харажати воситаларни иш вақти фойдидан ошиб кетмаслиги шarti.

$$\sum a_{ij} * x_j < A_i$$

$$2) X_j > 0$$

Юкорида курилган модель корхонада ишлаб чикариш кувватидан фойдаланишнинг оптимал вариантыни тўлиқ Аниқлаб олмайди. Шунинг учун ишлаб чикариш программасини бир нечта варианларида, масалан, корхона йиллик планининг бажарилишини ҳисобга олган ҳолда, план структурасини узгартирмай максимал маҳсулот ишлаб чикариш, маҳсулотни унинг тўла ассортименти бўйича ишлаб чикариш, асбоб ускуналардан тўла фойдаланиш, максимал фойда олиш программасини бажариш кабиларни ҳисобга олиб қараганда корхона ишлаб чикариш кувватидан оқилона фойдаланган бўлади.

Саноат корхоналарида баъзан маҳсулот ишлаб чикариш учун автоматлар, автомат линиялар, ёки маълум бир гуруҳдаги воситалар иштирок этиши мумкин. Масалан, детал ишлаб чикаришда бир канча узароалмашувчи станоклардан фойдаланади. Бу асбоб-ускуналарнинг меҳнат унумдорлиги, маҳсулот ишлаб чикариш учун сарфланадиган вақти, таннарни ҳар хил бўлиши мумкин. Шунинг учун бундай вақтда асбоб ускуналардан оптимал фойдаланиб, маҳсулот ишлаб чикаришни тақсимлаш масаласини математик тарзда ифодалаш зарур.

Масаланинг иқтисодий қўйилиши.

Бир неча хил воситалар мавжуд. Ҳар бир турдаги воситада бир неча турдаги маҳсулот ишлаб чикарилиши мумкин. Яна ҳар бир восита турини вақт фонди маълум. Ҳар битта деталга ишлов бериш вақт харажати нормаси маълум.

Ҳар бир детални ишлаб чикариш таннарни ҳам Аниқ.

Деталларни ишлаб чикариш воситаларда ишлов бериш учун шундай тақсимлаш керакки умумий кетган харажатларнинг миқдори минимал бўлсин.

Масалани формализациялаштирамиз.

i - восита турининг номери

j - детал турининг номери

A_i - i - турдаги воситанинг иш факти фонди

L_{ij} - j - турдаги детални бир бирлигига i - номердаги воситада ишлов бериш вақт харажати нормативи;

B_j - j - турдаги деталга ишлов бериш плани

C_{ij} - i - турдаги воситада бир дона j - турдаги маҳсулот ишлаб чикариш учун кетадиган харажатлар;

X_{ij} - i - турдаги воситада ишлаб чиқарадиган

j - турдаги деталлар сони.

Иқтисодий - математик модели.

Масаланинг мақсади: Деталларга ишлов бериш учун кетган умумий харажатлар энг кам бўлсин

$$F \rightarrow \min \sum_i \sum_j C_{ij} \cdot X_{ij}$$

1) Деталларга ишлов берганда i - турдаги восита вақт харажати шу воситани иш вақт фонидан ортиб кетмасин.

$$\sum_j L_{ij} \cdot X_{ij} \leq A_i$$

2) Ҳамма турдаги воситаларда ишлов берилган деталларни сони ишлаб чиқариш планига тенг бўлиши керак.

$$\sum_i X_{ij} = B_j$$

3) $X_{ij} \geq 0$

Мутахассислар уртасида турли хилдаги ишларни таксимлаш масаласи.

Корхонада бир неча мутахассислар мавжуд. Хар бир мутахассис мавжуд ишларни бажара олади. Уларни квалификациясига кура иш унумдорлиги ҳам хар хил булиши мумкин. Шунинг учун хар бир ишни мутахассисга шундай таксимлаш керакки, унда хар бир мутахассис узига топширилган ишни катта меҳнат унумдорлиги билан бажарсин. Бу шарт бажарилиши учун мутахассисларни ишларга оптимал таксимлаш керак.

i - мутахассиснинг тартиб номери

j - бажарадиган иш номери

P_{ij} - j - номерли ишни бажариш учун

i - номерли мутахассиснинг сарф қиладиган вақт миқдори

X_{ij} - j - номерли ишни бажариш учун

i - номерли мутахассислар сони.

Масалани иқтисодий математик модели.

Масаланинг оптималлик мезони. Ҳамма мутахассислар бўйича бажарилиши керак бўлган, ҳамма ишлар учун минимал вақт сарфлаш асос қилиб олинади.

$$F \text{ қ } \sum \sum P_{ij} * X_{ij} \text{ min}$$

1) Хар бир мутахассис фақат бир ишга бириктирилади.

$$\sum X_{ij} \text{ қ } 1, \quad j \text{ қ } 1, n$$

2) Хар бир ишни фақат битта мутахассис бажариши мумкин

$$X_{ij} \text{ қ } 1, \quad i \text{ қ } 1, n$$

3.2. Корхона фаолиятини оптимал планлаштириш масалалари.

а) Математик моделларни корхона ишини планлаштиришда қулланиши зарурлиги.

б) Корхона ишлаб чиқариш қувватидан оптимал фойдаланиш масаласини иқтисодий - математик қўйилиши.

в) Корхона оптимал планини анализ қилишда оптимал баҳоларни қулланиши.

Ҳозирги вақтда иқтисодий тизимимиз бозор иқтисодиётига утиш даврида турибди. Бозор иқтисодиёти деганда биз хар бир корхонани мустақиллиги, уз - узини фаолиятини бошқариш имкониятларига асосланиб, корхоналар ишлаб чиқариш маҳсулотлари узини нархини бозорда Аниқлаш, маҳсулотга талаб бўлса, унинг сифати истеъмолчиларни қониқтирса, демак корхона даромади қўпаяди, ишчиларнинг фаровонлиги ошади, корхонада қўшимча маҳсулот ишлаб чиқаришга имконият тўғилади. Демак, қанчалик корхона ресурслари оптимал сарфланса, қанчалик сифатли маҳсулот қўп ишлаб чиқилса шунча даромад қўпаяди. Корхонани бир неча иш юритиш вариантларидан энг оптималини топишда оптимал бошқаришни, математик методларни аҳамияти ошиб боради.

Эски ҳужалик даврида ҳам ЭХМ лар қўлланган, лекин улар тўлиқ иқтисодий таҳлилда уз уринларини топмади. Назарий томондан ривожланди-ю, ҳужалик механизми қабул қилмади, чунки оптимал бошқаришда корхоналарда қизиқиш бўлмаган. Ресурс фондлари берилади, ҳужалик ҳисоби йўқ, маҳсулот албатта реализация қилинади, ойлик чегараланган, ортиқча даромад бюджетга утиб кетади.

Хозирги замон саноат корхоналарида техник, иқтисодий, ташқилий ва бошка масалаларни хал этмай, туриб ишлаб чиқаришни планлаштириш ва бошқариш масаласини хал этиш кийин.

Бу масалани фан ва техника сунгги ютуқларидан, хусусан математик методлар ва ЭХМ лардан оқилона фойдаланганигина амалга ошириши мумкин.

Корхонада куйидаги оптимал планлаштириш масалалари куйилади:

1. Корхона ишлаб чиқариш кувватларидан оптимал фойдаланиш моделлари
2. Ишлаб чиқариш воситаларини оптимал усулда юклаш масаласи
3. Техник материалларни оптимал қирқиш модели
4. Корхона ишчиларни иш жойларига оптимал тақсимлаш масаласи.

Саноат корхоналарининг асосий техник-иқтисодий курсаткичларидан бири, уни ишлаб чиқариш кувватидир. Бу курсаткич орқали корхонанинг ишлаб чиқариш программаси белгиланиб, маҳсулот ишлаб чиқаришни қупайтириш йўллари ҳамда иқтисодий объектлар ва ишлаб чиқариш резервлари Аниқланади.

Ишлаб чиқариш кувватидан тўла фойдаланиш ҳозирги вақтда ишлаб чиқаришнинг иқтисодий самарадорлигини оширишнинг муҳим факторларидан бири ҳисобланади. Математик моделлар берилган ресурсларига қура маҳсулот ҳажми ва структурасини оптимал вариантини топишга ёрдам беради.

Бу масала куйидаги ҳолда вужудга келади, яъни агар ишлаб чиқариш ресурслари Аниқ бўлганда, бир неча хил маҳсулот ишлаб чиқариш зарур бўлади. Масалани ечиш натижасида унинг оптимал ишлаб чиқариш программаси Аниқланади.

Масаланинг иқтисодий куйилиши.

Фараз қилайлик, корхонада n хилда маҳсулот бор. Уни сотиш учун m турдаги ишлаб чиқариш ресурслари (моддий, меҳнат, энергия, асбоб ускуналар, майдонлар...) қатнашади. Шунинг унутмаслик керакки, бу турдаги ресурслар чегаралангандир. Куйидаги белгиларни берамиз :

j - сотиладиган маҳсулот турлари индекси ($i \in 1, n$)

i - фойдаланиладиган ресурслари индекси

A_i - i - турдаги фойдаланиладиган ресурслар ҳажми

a_{ij} - j - хилдаги маҳсулот бирлигини i - турдаги ресурс ёрдамида сотилиш учун қилинган харажатлар нормаси

P_j - j - маҳсулот сотилишидан олинadиган фойда.

X_j - j - хил товарларни сотиш ҳажми.

Агар корхонада ҳар хил турдаги бир бирлик маҳсулот ишлаб чиқариш баҳоси, ёки ундан олинadиган фойда маълум бўлса, масаланинг математик модели куйидагича бўлади.

Шундай X_j узгарувчилар топилисинки

$$F = \sum_j P_j X_j \rightarrow \max$$

булиб, куйидаги шартлар бажарилсин :

- 1) Маҳсулотларни сотиш учун сарфланган жами ресурслар, мавжуд ресурслар ҳажмидан қуп бўлмасин.

$$\sum_j a_{ij} X_j \leq A_i \quad (i \in 1, n)$$

- 2) нолалум узгарувчилар манфий бўлмаслиги шarti

$$x_j \geq 0.$$

Бу моделнинг оптимал мезони сифатида максимал маҳсулот ишлаб чиқариш ёки максимал фойда қабии курсаткичлар қабул қилинган. Моделдан қуриниб турибдики, маҳсулот ишлаб чиқаришнинг ҳажми тугрисида ҳеч қандай чеклиқлар курсатилмаган. Шунинг учун корхона ишлаб чиқариш кувватининг оптимал вариантыда айрим товарлар

сотиш даражаси жуда катта булса, айримларини эса ишлаб чиқаришда умуман катнашмаслиги мумкин. Бу эса истеъмолчиларни талабини қондирмасликка олиб келади.

Агар планлаштириш даврида сотилаётган маҳсулотларга талаб маълум булса, моделга қушимча чегаравий шарт киритиш зарур. Агар B_j -j- маҳсулотни сотиш плани булса, унда

$$F \text{ қ } \sum P_j X_j \longrightarrow \max$$

$$1) \sum a_{ij} X_j < A_i \quad (i \text{ қ } 1, m)$$

2) товар миқдори истеъмолчилар талабини қондирсин.

$$\sum X_j > B_j \quad (j \text{ қ } 1, n)$$

3) $X_j > 0$. Масаланинг матрицавий модели қуйидагича :

i	Маҳсулот б/б кетган ресурслар харажатининг нормаси						A
	1	2		J		n	
	X	X		X_j		X_n	
1	a_1	a_2	...	a	...	a	A
2	a	a	...	a	...	a	A
			...		...		
i	a	a	...	a	...	a	A_i
			...		...		
m	a	a	...	a	...	a	A_m
P_i	P	P	...	P_j	...	P_n	

Шу маълумотлар асосида яна битта масала тузиш мумкин.

$$F \text{ қ } \sum A_i Y_i \longrightarrow \min$$

$$1) \sum_{ij} Y_i > P_j \quad (j \text{ қ } 1, n)$$

$$Y_i > 0$$

Y_i - i-турдаги ресурсни оптимал баҳоси.

Оптимал баҳолар максад функцияни узғаришини курсатади. Агар дефицит ресурсни мавжуд фондини бир бирликка оширсак, максад функциямиз Y_i - қийматига ошади. Ортикча, сарфланмай қолган ресурсларни оптимал баҳоси “0” га тенг булади, чунки ресурсни фонди узғариши максад функцияга таъсир қилмайди.

Маҳсулот учун ҳисобланган оптимал баҳолар қуйидагича ифодаланади.

Оптимал планга кирмаган маҳсулот бир бирлиги сотилса, максад функция қанчага камайишини оптимал баҳолар ёрдамида Аниқлаш мумкин.

3.3. Техник материалларни оптимал қирқиш моделлари.

а) Масаланинг иқтисодий қуйилиши.

б) Матрицавий моделни тузиш хусусиятлари.

в) Материалларни оптимал киркиш масаласининг математик моделлари.

Ишлаб чиқаришга турли хил саноат хом ашёлар (масалан, рулон, прокат, труба ва хоказо) келтирилади. Бу хомашёлардан маҳсулот ишлаб чиқариш учун уларни зарур катталиқдаги ва формадаги қисмларга бўлишга ёки бичишга тугри келади. Кейинчилик улардан комплектлар тайёрлаб, ҳар хил деталлардан битта маҳсулот қилинади. Хомашёни бичишда эса маълум қисми чиқиндига чиқиб кетиши мумкин. Шунинг учун чиқиндини камайтириш, хом ашёни тежаш, бичишнинг оптимал усуллари топиш масаласи муҳим аҳамиятга эгадир.

Бичиш планини математик моделини тузиш учун материал булакларини қирқилишини бир неча вариантларда ҳал этиш мумкин, чунки ҳар хил вариантларда чиқиндилар ҳар хил бўлади. Барча вариантда заготовккаларга бўлган талабни қондирган ҳолда умумий чиқиндилар миқдорини камайтириш зарур.

Хомашёни бичишни иккита мезон асосида ташқил қилиш мумкин.

1) Умумий чиқиндини минимумлаштириш мезони

2) Тайёр комплектларни максимумлаш мезони.

1. Масаланинг иқтисодий қўйилиши.

Хомашёни бир неча қиркиш вариантлари топилган. Маҳсулотни ишлаб чиқариш учун қирқилган деталларни керакли миқдори маълум. Масалан, ечиш натижасида деталларни қиркиш плани бажарилган ҳолда умумий чиқиндиларни миқдори энг кам бўлиши керак.

Масалани моделини тузиш учун қўйидаги белгиларни киритамиз:

i - материал булакларини бичиш варианты индекси ($i \in 1, m$)

j - тайёрланаётган маҳсулот индекси

v_j - j - хилдаги деталларнинг сони

P_{ij} - i - вариантни қўллаган ҳолда бир бирлик материал булагидан тайёрланган j - хилдаги деталлар сони.

A - хомашё материал булакларини мавжуд миқдори.

C_i - i -вариант қўллаган ҳолда ҳар бир материалдан чиққан чиқинди миқдори.

x_i - i - вариантни қўлаб қирқилган материалнинг (рулон, тахта, труба ва бошқа шаклдаги) булаклар сони.

Масаланинг матрица модели

i	j	1	2	...	j	...	n	X_i	C_i
		B_1	B_2	...	B_j	...	B_n		
1		P_{11}	P_{12}	...	P_{1j}	...	P_{1n}	X_1	C_1
2		P_{21}	P_{22}	...	P_{2j}	...	P_{2n}	X_2	C_2
...		...	...	...	...	...	...	...	...
i		P_{i1}	P_{i2}	...	P_{ij}	...	P_{in}	X_i	C_i
...		...	...	...	...	...	...	...	...
m		P_{m1}	P_{m2}	...	P_{mj}	...	P_{mn}	X_m	C_m

Иқтисодий математик модел

Умумий чиқиндиларни минимумлаштириш мезони куйидагича ёзилади :

m

$$F_k \sum_{i \in I} C_i x_i \rightarrow \min$$

1) Хар бир хилдаги деталларни сони планга мос булиши шарт.

$$\sum_{i \in I} P_{ij} x_i \leq B_j \quad (j \in \{1, n\}).$$

2) Қирқилган материал булаклари мавжуд материал запасидан ошиб кетмаслиги шарт

$$\sum_{i \in I} x_i \leq A$$

3) $x_i > 0$.

Тайёр комплектларни максимизациялаш мезони масаласи

Масалани куйилиши куйидагича.

Бир неча материал мавжуд. Улардан хар хил усуллар билан (вариантлар билан) деталлар бичилиши мумкин. Деталлар сони номаълум, лекин улардан ечиладиган комплектларни сони энг куп булиши керак. Хар бир комплектга кирадиган деталларни сони Аниқланган.

Z - деталлардан ташкил булган комплектларни сони.

A_j - битта комплектга кирадиган j - деталларнинг сони.

Иқтисодий математик модел

Оптималь мезон - комплектларни сонини максималлаштириш

$$Y \in Z \rightarrow \max$$

1) j - хилдаги деталларнинг микдори комплектларининг доимий микдорига пропорционал булиши керак.

$$\sum_{i \in I} P_{ij} x_i \leq A_j Z$$

2) Қирқилган материал булакларининг умумий микдори материал запасига тенг булиши керак

$$\sum_i x_i \leq A$$

3) $x_i > 0$

Хомашё материал булаклари бир неча типоразмерда корхонага келтирилиши мумкин. Бу ҳолатда хар битта типоразмер буйича алоҳида қирқилиш вариантлари тузилиши керак. Хар битта типоразмер буйича материал булаклари сарфланишига чагара куйилади.

Куйидаги белгилар киритамиз:

L - типоразмерлар индекси,

r - типоразмерлар микдори.

P_{ijl} - L - типоразмерлардан i - вариант буйича қирқилган j - деталларининг сони.

X_{il} - L - типоразмерлардан i - вариант буйича қирқилган материал булакларини сони.

B_j - j - деталга булган талаб.

A_l - L - типоразмерлардаги материал булакларининг сони.

C_{il} - типоразмер i - вариант бўйича қирқилганда чиқадиган чиқиндини миқдори.

Масаланинг математик модели.

Умумий чиқинди минимумлаштирилсин

$$F_{\text{қ}} = \sum_{l \in L} \sum_{i \in I} C_{il} X_{il} \rightarrow \min$$

Шартлар тизими

1) Хамма типоразмерлардан қирқилган деталларни сони ишлаб чиқариш программасига мос бўлиш шarti.

$$\sum_{l \in L} \sum_{i \in I} P_{ijl} X_{il} > B_j \quad (j \in J, n)$$

1) Қирқилган - типоразмерлардаги материал булаклари мавжуд материал запасларидан ошиб кетмаслик шarti.

$$\sum_{i \in I} X_{il} < A_l \quad (l \in L, r)$$

4-Мавзу. Корреляцион-регрессион таҳлилнинг асосий вазифалари.

Корреляция коэффиценти

Иқтисодий маълумотлар ҳар доим жадваллар шаклида тақдим этилади. Жадвалларда келтирилган сонли маълумотлар, одат-да ўзаро очиқ (маълум) ёки (махфий) боғланишларга эгадир.

Очиқ турдаги боғланган кўрсаткичлар, масалан, режанинг бажарилиш фоизи, даражалар, тегишли салмоқлар, йиғиндида чет-ланиш, ўсиш даражаси, индекслар ва ҳоказолар маълум формула-лар ёрдамида олдиндан ҳисобланиши мумкин.

Иккинчи турдаги боғланишлар олдиндан маълум эмас. Лекин инсон мураккаб ҳодисаларни ва жараёнларни бошқариши учун уларга хос махфий боғланишларни тушунтира олиши ва башо-ратлаши керак. Шу сабабли мутахассислар кузатувлар ёрдамида махфий боғланишларни очишга ва уларни формулалар орқали ифо-далашга, яъни ҳодисаларни ва жараёнларни математик тарзда мо-деллаштиришга интиломқдалар. Шундай имкониятлардан бирини корреляцион-регрессион таҳлил тақдим этади.

Иқтисодчилар математик моделларни уч хил умумий мақсад-да: тушунтириш, башоратлаш, бошқариш учун тузадилар ва фойда-ланадилар.

Ҳозирги вақтда компьютердаги электрон жадвалларнинг коррел-яцион-регрессион таҳлил воситалари билан таъминланиши туфайли энг мураккаб гуруҳга тегишли, чуқур илмий ва шу сабабли кам фой-даланиладиган, деярли экзотик усуллардан бири бўлмиш корреляци-он-регрессион таҳлил мутахассис учун кундалик, самарали ва опера-тив аналитик қуролга айланди.

Корреляцион-регрессион таҳлил усулларида фойдала-ниб, аналитиклар корреляция коэффиценти ёрдамида кўрсаткич-лар ўртасидаги боғланишлар зичлигини ўлчамоқда. Бунда ҳар хил турдаги (кучсиз, ўртача зичроқ, энг кучли ва ҳоказо) боғланишлар кузатилади. Агар боғланишлар ўта муҳим бўлса, унда мақсадга мувофиқ уларнинг регрессион модели тарзда математик ифода-сини топиш ва моделнинг статистик қийматини баҳолаш лозим. Иқтисодиётда регрессия тенгламасининг қийматидан ўрганила-ётган ҳодисани ёки кўрсаткични башоратлашда фойдаланилади. Шу сабабли регрессион

таҳлил кузатувлар натижасида ҳосил қи-линган маълумотлар ўртасидаги яширин боғланишларни очишда замонавий математик статистиканинг асосий усули деб ҳисобланади.

Регрессион ҳисоблашлар ва энг яхши тенгламаларни танлаш - бу ҳар хил тармоқларда (маркетингда, савдо-сотиқда, тиббиётда, ишлаб чиқариш корхоналарининг фаолиятини оптимал моделлаш-тириш ва башоратлашда ва ҳоказо) олиб борилаётган тадбиркор-ликда ва илмий тадқиқотларда бебаҳо, универсал қурол ҳисобланади.

Маркетингда бир омилли ва тўплам регрессион моделлар кенг қўлланилади. Маркетингда оптимизацион ҳисоблашлар ҳамда трендларни математик ва график моделлаштириш билан бир қа-торда корреляцион-регрессион таҳлил энг муҳим усуллардан бири деб саналади.

Корреляцион-регрессион таҳлилнинг самарадорлиги кўпгина иқтисодий-ижтимоий муаммоларни ҳал қилишда муҳим рол ўй-найди. Бунда, энг аввало ўрганилаётган ҳодисалар (омиллар, кўр-саткичлар) ўртасидаги боғланиш ҳар томонлама синчиклаб таҳлил қилиниши лозим. Ҳақиқатан ҳам боғланиш мавжуд бўлса, унда кор-реляцион-регрессион таҳлил усулидан фойдаланиб, реал аҳамиятга эга бўлган натижаларни олиш мумкин.

Корреляцион таҳлилнинг биринчи вазифаси, корреляцион боғла-ниш шакллари, яъни регрессия функцияси кўринишларини (чизик-ли, даражали, логарифмик, кўрсаткичли ва ҳоказолар) аниқлашдан иборат. Боғланиш шакллари танлаш регрессион таҳлил ва танлана-ётган функция ҳақидаги маълум башоратларни ишлаб чиқиш ҳамда таҳлил қилишдан бошланади.

Иқтисодий ҳодисалар ўртасидаги боғланишларнинг мураккаб-лиги туфайли уларни регрессион таҳлил ёрдамида моделлаштириш-да боғланиш шакли моделини танлай олиш муҳим ҳисобланади.

Корреляцион таҳлилнинг иккинчи вазифаси ҳодисалар (ўзга-рувчилар) ўртасидаги боғланиш зичлигини (кучини) аниқлашдан иборатдир. Бу корреляцион индекси $|R| \leq 1$ ва чизикли корреляцион коэффициент $|r| \leq 1$ ларнинг сонли қийматларини ҳисоблаш йўли билан текширилади. Агар $R \neq 1$ ($r \neq 1$) бўлса, унда ўрганилаётган омиллар ўртасида функционал боғланишлар мавжуд бўлади. Агар $R = 0$ ($r = 0$) бўлса, бу ҳолда омиллар ўзаро боғланмаган бўлади.

Боғланиш зичлиги R ва r ларнинг сонли қийматлари бў-йича баҳолашда қуйидаги шартли таснифлаш қўлланилади:

0,1 дан 0,3 гача - кучсиз боғланиш;

0,3 ÷ 0,65 - ўртача зич боғланиш;

0,65 ÷ 0,80 - ўртачадан зичроқ боғланиш;

0,80 ÷ 0,99 - зич боғланиш.

Корреляцион индекс R жуфтли омиллар ўртасидаги боғла-ниш зичлигини баҳолашда қўлланилади. Чизикли боғланишлар зичлигини аниқлашда корреляция коэффициентидан фойдала-ниш мумкин. Корреляция коэффициенти r нинг манфий қиймати ҳодисалар ўртасида тескари боғланиш мавжуд эканлигидан далолат беради.

Энди оддий корреляция ва регрессияни қарайлик. Иккита x ва y тасодикий ўзгарувчилар ўртасидаги корреляция оддий (ху-сусий) корреляция дейилади. Хусусий корреляция усули билан таҳлил қилишдан мақсад, икки ўзгарувчи (ходиса) ўртасидаги боғ-ланишнинг мавжудлиги ва зичлигини аниқлашдан иборат.

Фараз қилайлик, иккита тасодикий: боғлиқмас ўзгарувчи x ва боғлиқ, ўзгарувчи y – натижавий кўрсаткич бир хил n ҳажмли (n – кузатувлар сони) миқдорий қийматларидан тузилган танланма тўп-ламлари жадвали билан берилган бўлсин:

x	x_1	x_2	...	x_n
y	y_1	y_2	...	y_n

(2.1)

Ушбу жадвалдаги қийматлардан тузилган $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ нукталарни текисликда координаталар тизимида ясаб, тарқоқлик диаграммаси ҳосил қилинади.

x ва y тасодифий ўзгарувчиларнинг биргаликда тақсимооти (корреляцион боғланиши) қуйидаги параметрлар билан тасвирланади:

1. Тақсимот маркази $(M(x), M(y))$ вазиятини аниқловчи x ва y тасодифий миқдорларнинг математик кутилмалари (ўртача қийматлари):

$$\begin{cases} M(x) = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ M(y) = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (2.2.)$$

2. Марказга нисбатан тақсимот тарқоқлигини аниқловчи σ_x^2 ва σ_y^2 дисперсиялар:

$$\begin{cases} \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ \sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \end{cases} \quad (2.3)$$

3. (2.1) маълумотлар тўплами билан берилган иккита x ва y тасо-дифий миқдорлар ўртасидаги статистик боғланишлар даражасини ифода қилувчи ковариация (корреляцион момент) коэффиценти:

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M(x))(y_i - M(y)) \quad (2.4)$$

Агар x тасодифий миқдорнинг катта қийматлари y тасоди-фий миқдорнинг катта қийматларига мос келса, яъни улар ораси-да тўғридан-тўғри ўзаро зич боғлиқлик мавжуд бўлса, унда кова-риациянинг мусбат қиймати кузатилади.

x тасодифий миқдорнинг кичик қийматларига y тасодифий миқдорнинг катта қийматлари мос келган ҳолатларда ковариациянинг манфий қиймати кузатилади. Кучсиз боғлиқлик ҳолат-ларда ковариация кўрсаткичи қиймати 0 га яқин бўлади.

Тадқиқот қилинаётган миқдорларнинг ўлчов бирлигига боғлиқ бўлган ковариация коэффиценти ама-лда қўлланилишини чега-ралаб қўяди.

4. Агар x ва y тасодифий ўзгарувчилар чизиқли боғланган бўлса, y ҳолда боғланиш зичлигини баҳолашда хусусий (жуфт) корреляция коэффиценти-дан фойдаланилади:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (2.5)$$

бу ерда, σ_x ва σ_y лар мос равишда x ва y ўзгарувчиларнинг ўртача квадратик четланишларидир ва улар қуйидаги формулалар ёрдами-да ҳисобланади:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \end{cases} \quad (2.6)$$

$\bar{x}$ ва $\bar{y}$ лар (2.2) формулалар бўйича ҳисобланади;
 $\overline{x \cdot y}$ микдори $x \cdot y$ кўпайтманинг ўртача арифметик қиймати:

$$\overline{x \cdot y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \quad (2.7)$$

Шунингдек, хусусий жуфтли корреляция коэффиценти-ни ҳисоблашнинг модификацияланган формуласидан ҳам фойда-ланиш мумкин:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (2.8)$$

$$r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \cdot \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}} \quad (2.9)$$

Корреляция коэффиценти r_{xy} нинг барча мумкин бўлган қийматлари $r_{xy} \in [-1; 1]$ ораликка тегишли. r_{xy} нинг $-1 \leq r_{xy} < 0$ ораликдаги қийматлари чизикли тескари ўзаро боғлиқликларни ва $0 < r_{xy} < 1$ ораликдаги қийматлари эса чизикли тўғри ўзаро боғлиқликларни характерлайди.

r_{xy} нинг абсолют қиймати ўсиб бориши билан чизикли корреляцион боғланиш зичланиб боради ва $|r_{xy}| = 1$ да функционал боғланишга айланади. Шундай қилиб, $\bar{x}$ ва $\bar{y}$ - ўртача арифметик қийматлари ва σ_x, σ_y уларга мос ўртача квадратик четланишлари бўлса, унда боғлиқлик микдори -хусусий корреляция коэффиценти r_{xy} ни (2.5) формула ёрдамида ҳисоблаш мумкин. Айни пайтда боғланиш қонуниятини акс эттирувчи ва боғланиш чизигини ясашга имкон берувчи регрессия функциясини топиш мумкин.

Айрим ҳолларда корреляциянинг индекси ва коэффиценти-дан ташқари детерминация коэффиценти деб аталувчи

$$d = r^2 = r_{xy}^2 \quad (2.10)$$

кўрсаткич ҳам ҳисобланади. Детерминация коэффиценти натижа-вий кўрсаткич ва вариациянинг қайси қисми омил кўрсаткичлари вариацияси билан боғланишини кўрсатади.

Агар таҳлил таъсир қилаётган омил қийматининг ўзгари-шига мувофиқ ҳодисалар қиймати тахминан бир текисда ўзгари-шини кўрсатса, у ҳолда тўғри чизикли боғланиш мавжудлигини кўрсатади. Агар бу ўзгариш бир текисда бўлмаса, унда эгри чизикли боғланиш бўлиши равшан.

Икки ўзгарувчи x ва y ўртасидаги боғланиш зичлигини умумий баҳолашда корреляция индексидан фойдаланилади:

$$R_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\hat{y}}^2}}, \quad (2.11)$$

бу ерда:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n} \quad (2.12)$$

натижавий кўрсаткич дисперсияси;

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - 2} \quad (2.13)$$

Ушбу катталик эса $y = a_0 + a_1 \cdot x$ ни ҳисоблашда қўйилган ўртача квадратик хатоси - қолдиқ дисперсия. Боғлиқлик барқарорлиги (ишончилиги) коэффиценти қуйидаги формула бўйича ҳисобланади:

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}. \quad (2.14)$$

5-Мавзу. Энг кичик квадратлар (ЭКК) усулининг аналитик талқини

Табиатнинг кўп ҳодисаларини, иқтисодий-ижтимоий жараёнларни ўрганишда, табиий фанларда, мураккаб иншоотларни лойиҳалаштириш-да иқтисодий оптимал моделлаштиришда ўтказилган синовлар асосида тўпланган маълумотлар бўйича тузилган эмпирик формулалардан фойдаланилади.

Эмпирик формулаларни ҳосил қилишнинг энг самарали усул-ларидан бири – бу энг кичик квадратлар (ЭКК) усулидир. ЭКК усули функцияларни экстремумга текширишда ва номаълум функ-цияларни аппроксимациялаш (текислаш) билан тузишда самарали қўлланилади.

Мазкур усулнинг матнини иккита x ва y ўзгарувчиларнинг боғланишига нисбатан келтирамыз.

Фараз қилайлик, ўтказилган n та кузатувлар натижасида x нинг кетма-кет $x_1, x_2, \dots, x_n$ қийматлари ҳосил қилинган. Ушбу кузатувларда y нинг ҳам мос $y_1, y_2, \dots, y_n$ қийматлари топилган. Кузатилган маълумот-лар асосида қуйидаги жадвални тузамиз:

x	x_1	x_2	$\dots$	x_n
y	y_1	y_2	$\dots$	y_n

Агар ушбу жадвалдаги қийматлардан тузилган нуқталар $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_n(x_n, y_n)$ текисликда координаталар тизимида би-рорта тўғри чизик атрофида тарқалган бўлса, унда x ва y лар ўрта-сида чизикли боғланиш мавжуд деб фараз қилинади, яъни

$$y = a_0 + a_1 x \quad (3.1)$$

Бу ерда a_0 ва a_1 лар ҳозирча номаълум параметрлар. Рав-шанки, $x \text{ қўйиб } i = \overline{1, n}$ (3.1) формулага асосан $a_0 + a_1 x_i$ ни ҳосил қила-миз ва кузатувлар натижасида ҳосил қилинган

жадвалда келтирил-ган $y_i (i = \overline{1, n})$ қийматлар ҳам мавжуд. Ушбу иккита $a_0 + a_1 x_i$ ва y қийматларни ҳисоблашда маълум $\varepsilon_i (i = \overline{1, n})$ хатоликка йўл қўйилган деб фараз қилайлик, яъни

$$y_i - a_0 - a_1 x_i = \varepsilon_i \quad (3.2)$$

Ушбу хатоликлардан қуйидаги квадратик функционални тузамиз:

$$S_{(a_0 a_1)} = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (3.3)$$

Бунда a_0 ва a_1 параметрларни шундай танлаш керакки, ε_i хатоликлар йиғиндисининг квадрати мумкин бўлган энг кичик қий-матга эришадиган бўлсин. $S(a_0, a_1)$ ни иккита a_0 ва a_1 ўзгарув-чиларнинг функцияси сифатида қараб, масалани функциянинг ми-нимумини топишга келтирамыз.

Кўп ўзгарувчилик функциялар назариясига асосан экстремум мавжуд бўлишининг зарурий шартлари унинг барча ўзгарувчи-лар бўйича ҳисобланган хусусий ҳосилалари нолга тенг бўлишидан фойдаланиб, (3.3) ни дифференциаллаб, тенгламалар тизимини ҳо-сил қиламиз:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i) \cdot x_i = 0 \end{cases}$$

Ушбу тенгламаларни қулайроқ тарзда ёзиб оламиз:

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \end{cases} \quad (3.4)$$

Шундай қилиб, номаълум a_0 ва a_1 параметрларга нисбатан иккита (3.4) тенгламалар тизимини ҳосил қилдик. Ушбу тенгла-малар тизими ЭКК усулининг нормал тенгламалар тизими деб аталади.

(3.4) тенгламалар тизимини ечиб, номаълум параметрларни топамиз:

$$\begin{cases} a_0 = \frac{(\sum x_i)^2 \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i \cdot y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ a_1 = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{cases} \quad (3.5)$$

Ушбу аниқланган a_0 , a_1 қийматларни эмпирик ука $a_0 + a_1 x$ формулага қўйиб, қаралаётган масала функционал боғланишнинг энг яхши яқинлашувчи (аппроксимацияловчи) функциясини ҳосил қиламиз.

Агар x ва y ўртасидаги боғланиш жараёни ушбу

$$y = a_0 \cdot a_1^x \quad (3.6)$$

кўрсаткичли функцияси билан ифодаланган бўлса, унда номаълум параметрлар a_0 ва a_1

$$\begin{cases} n \cdot \ln a_0 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n \ln x_i = \sum_{i=1}^n \ln y_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n \ln x_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n \ln x_i^2 = \sum_{i=1}^n \ln x_i \cdot \ln y_i \end{cases} \quad (3.7)$$

тенгламалар тизимини ечиш билан топилади.

Агар x ва y ўзгарувчилар ўртасида гиперболик боғланиш

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x} \quad (3.8)$$

мавжуд бўлса, унда унинг параметрлари a_0 ва a_1 лар ушбу

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i} \end{cases} \quad (3.9)$$

тенгламалар тизимидан аниқланади.

Агар $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), \dots, M_n(x_n, y_n)$ нукталар текисликда бирорта эгри чизик (парабола) атрофида тарқалган бўлса, унда аппроксимацияловчи функция сифатида квадрат учхад $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ ни олиш мумкин.

Ушбу параболик боғланишда a_0, a_1, a_2 параметрлар

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i. \end{cases} \quad (3.10)$$

тенгламалар тизимини ечиш билан топилади.

1-масала. Битта корхонада охириги 5 йилликда меҳнат унум-дорлиги қуйидаги маълумотлар билан характерланади:

Йиллар	1	2	3	4	5
Сменада битта ишчининг ишлаб чиқарган деталларининг ўртача сони	235	250	270	292	300

Меҳнат унумдорлиги ўзгаришини тасвирловчи боғланишни тузинг ва ушбу боғланишнинг параметрларини ЭКК усули ёрдами-да топинг.

Ечиш. Масала шартларидаги маълумотларни чизма шакли-да ифодалаймиз: тўғри бурчакли координаталар тизимида абцис-салари йиллар рақамидан ва ординаталари ишлаб чиқарилган де-таллар сонидан иборат (1;235), (2;250), (3;270), (4;292), (5;300) нуқ-таларни ясаймиз. Ишлаб чиқарилаётган деталлар сонининг йилдан-йилга ўсиб бориши деярли бир хил: 250-235к15; 270-250к20; 292-270к22; 300-292к8. Бу эса меҳнат унумдорлиги чизиқли тарзда рўй бермоқда деб фараз қилишга асос бўлади ва боғланиш шаклини уқ $a_0 + a_1x$ функция билан ифодалаш мумкин. Бунинг параметрлари a_0 ва a_1 ни ЭКК усули ёрдамида топамиз, яъни (3.4) тенгламалар тизи-мини тузамиз. Бизнинг мисолимизда

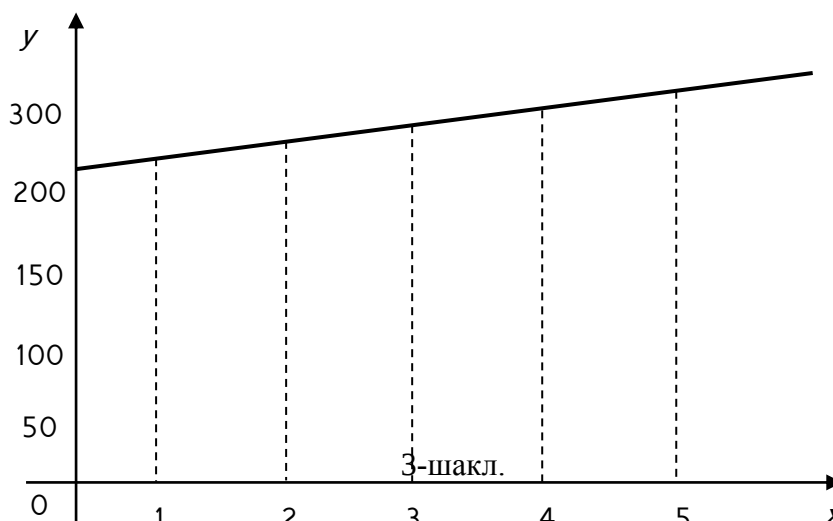
$$\begin{aligned} n\kappa 5, \sum_{i=1}^5 x_i &= 15, \sum_{i=1}^5 y_i = 1347, \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 &= 55, \sum_{i=1}^5 x_i \cdot y_i = 4213 \end{aligned}$$

Натижада (3.4) тенгламалар тизимини тузамиз:

$$\begin{cases} 5a_0 + 15a_1 = 1347, \\ 15a_0 + 55a_1 = 4213. \end{cases}$$

Ушбу тенгламалар тизимини ечиб, ҳосил қиламиз: $a_0 = 217,8$; $a_1 = 17,2$.

Бунда истаган функционал боғланиш $y(x)$ к217,8 +17,2х кўри-нишда бўлади. Ушбу тўғри чизиқнинг шаклини ясаймиз. (3-шакл)



Топилган функционал боғланиш берилган маълумотларни ях-ши акслантиради. Масалан, $x_1 = 1$ да $y_1 = 235$ ва ҳоказо.

2-масала. Иккита x ва y ўзгарувчилар ўртасида $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ кўринишидаги параболик боғланиш мавжуд деб фараз қилиб, ушбу функцияни ЭКК усули ёрдамида қуйидаги тажрибадан олинган маълумотлар асосида топинг:

x	-1	1	3	4	5
y	5,5	4,8	-2,3	-1,2	0,3

Ечиш. Номалум a_0 , a_1 , a_2 параметрларни топиш мақсадида (3.10)' тенгламалар тизимини тузамиз. Бизда $n=5$ ва берилган жад-валдаги маълумотлар асосида йиғиндиларни ҳисоблаймиз:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 x_i &= 12, \quad \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 52, \quad \sum_{i=1}^5 x_i^3 = 216, \quad \sum_{i=1}^5 x_i^4 = 964, \\ \sum_{i=1}^5 y_i &= 7,1, \quad \sum_{i=1}^5 x_i y_i = -10,9, \quad \sum_{i=1}^5 x_i^2 \cdot y_i = -22,1. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ушбу қийматларни эътиборга олиб (3.10) формула асосида ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} 5a_0 + 12a_1 + 52a_2 = 7,1 \\ 12a_0 + 52a_1 + 216a_2 = -10,9 \\ 52a_0 + 216a_1 + 964a_2 = -22,1 \end{cases}.$$

Биринчи тенгламадан a_0 ни, a_1 ва a_2 орқали ифодасини $a_0 = -2,4a_1 - 10,4a_2 + 1,42$ топиб, уни қолган иккита тенгламаларга қўйсак, келиб чиқади:

$$\begin{cases} 23,2a_1 + 91,2a_2 = -27,94 \\ 91,2a_1 + 423,2a_2 = -95,94 \end{cases}.$$

Бу ердан тизимни детерминантлар усули ёрдамида ечиб топамиз:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-3074,47}{1500,8} = -2,0485607 \approx -2,05, \\ a_2 &= \frac{322,32}{1500,8} = 2,1487654 \approx 0,22. \end{aligned}$$

ва a_0 ни ҳисоблаймиз

$$a_0 = -2,4 \cdot (-2,0485607) - 10,4 \cdot 0,2147654 + 1,42 = 4,9165456 - 2,2335601 + 1,42 \approx 4,1$$

a_0 , a_1 , a_2 параметрларни топилган сонли қийматларини

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

формулага қўйиб, исталган параболик боғланишни ҳосил қиламиз:

$$y = 4,1 - 2,05x + 0,22x^2.$$

6-Мавзу. Регрессия тенгламаларининг математик моделлари. Нормал тенгламалар тизими

Иқтисодий-ижтимоий муаммоларни корреляцион-регрессион таҳлил усуллари билан самарали моделлаштиришда қаралаётган омиллар ўртасидаги энг яхши боғланиш шакллари танлаш катта рол ўйнайди. Биз ушбу бўлимда кўпчилик ҳолларда фойдаланиладиган регрессия функцияларининг математик моделларини ва мо-деллардаги номаълум параметрларни аниқлаш учун энг кичик квад-ратлар усули билан ҳосил қилинган нормал тенгламалар тизимини келтирамиз.

1. Чизикли функция y қ $a_0 + a_1 x$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases} \quad (4.1)$$

2. Иккинчи даражали параболда $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum y \cdot x, \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum y \cdot x^2. \end{cases} \quad (4.2)$$

3. Кубик парабола $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 + a_3 \sum x^3 = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 + a_3 \sum x^4 = \sum y \cdot x, \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 + a_3 \sum x^5 = \sum y \cdot x^2, \\ a_0 \sum x^3 + a_1 \sum x^4 + a_2 \sum x^5 + a_3 \sum x^6 = \sum y \cdot x^3. \end{cases} \quad (4.3)$$

4. k – даражали полином $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^k$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 + \dots + a_n \sum x^k = \sum y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 + \dots + a_n \sum x^{k+1} = \sum y \cdot x, \\ \dots\dots\dots \\ a_0 \sum x^k + a_1 \sum x^{k+1} + a_2 \sum x^{k+2} + \dots + a_n \sum x^{2k} = \sum y \cdot x^k. \end{cases} \quad (4.4)$$

5. Гипербола $y = a_0 + \frac{a_1}{x}$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y, \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x}. \end{cases} \quad (4.5)$$

6. k – даражали гипербола $y = a_0 + \frac{a_1}{x^k}$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x^k} = \sum y, \\ a_0 \sum \frac{1}{x^k} + a_1 \sum \frac{1}{x^{2k}} = \sum \frac{y}{x^k}. \end{cases} \quad (4.6)$$

7. Кўрсаткичли функция $y = a_0 \cdot a_1^x$

$$\begin{cases} n \ln a_0 + \ln a_1 \sum x = \sum \ln y, \\ \ln a_0 \sum x + \ln a_1 \sum x^2 = \sum x \cdot \ln y. \end{cases} \quad (4.7)$$

8. Даражали (бир ресурсли ишлаб чиқариш) функция $y = a_0 x^{a_1}$

$$\begin{cases} n \ln a_0 + a_1 \sum \ln x = \sum \ln y, \\ \ln a_0 \sum \ln x + a_1 \sum \ln^2 x = \sum \ln y \cdot \ln x. \end{cases} \quad (4.8)$$

9. Логарифмик функция $\ln y = a_0 + a_1 x$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum \ln y, \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum x \cdot \ln y. \end{cases} \quad (4.9)$$

10. Ярим логарифмик функция $y = a_0 + a_1 \ln x$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \ln x = \sum y, \\ a_0 \sum \ln x + a_1 \sum \ln^2 x = \sum y \cdot \ln x. \end{cases} \quad (4.10)$$

11. Логистик функция $y = \frac{a_0}{1 + a_1 \cdot e^{-bx}}$

Энг аввало берилган функцияни $\frac{a_0}{y} = 1 + a_1 e^{-bx}$ кўринишга келтирамиз, сўнгра энг кичик квадратлар усули билан қуйидаги тенгламалар тизимини ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} a_0 \sum \frac{1}{y^2} + a_1 \cdot \left(- \sum \frac{e^{-bx}}{y} \right) = \sum \frac{1}{y}, \\ a_0 \cdot \left(- \sum \frac{e^{-bx}}{y} \right) + a_1 \cdot \sum e^{-2bx} = \sum e^{-bx}. \end{cases} \quad (4.11)$$

12. Неоклассик фойдалилик Кобба-Дуглас ишлаб чиқариш функцияси

$$y = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \quad (a_1 + a_2 \leq 1).$$

Модел даражасидаги параметрларни аниқлаш учун, аввало модели логарифмик-чизикли кўринишга ўзгартириш лозим:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2.$$

Шундан сўнг нормал тенгламалар тизимини тузишда логарифмлардан фойдаланамиз:

$$\begin{cases} n \ln a_0 + a_1 \sum \ln x_1 + a_2 \sum \ln x_2 = \sum \ln y, \\ \ln a_0 \sum \ln x_1 + a_1 \sum \ln^2 x_1 + a_2 \sum \ln x_1 \cdot \ln x_2 = \sum \ln x_1 \cdot \ln y, \\ \ln a_0 \sum \ln x_2 + a_1 \sum \ln x_1 \cdot \ln x_2 + a_2 \sum \ln^2 x_2 = \sum \ln x_2 \cdot \ln y. \end{cases} \quad (4.12)$$

Регрессия тенгламасининг шаклини танлашда қуйидагиларга эътибор қилиш лозим:

1. Боғланишни умумий шакли, боғланишнинг табиати ва хусусиятига нисбатан профессионал тушунча мос келиши керак.

2. Имкони борича интерпретация ва амалий қўллашда осон бўлган тенгламаларнинг энг содда шаклларида фойдаланиш керак. Бошланғич маълумотларнинг график тасвири - тарқоқлик диаграммаси ва регрессиянинг эмпирик чизиклари регрессияларини тенглама шаклларида танлашда ёрдам беради.

7-мавзу. Тўпلامли корреляцион-регрессион таҳлил моделлари.

Олдинги бўлимларда биз оддий (жуфтли) корреляцион боғла-ниш моделларини ўргандик.

Мураккаб иқтисодий тизимини (мамлакат, айрим тармоқлар, завод, фабрика, цех, участка, фирмалар ва ҳоказоларнинг иқтисодиёти) ишлаб чиқариш фаолиятини ўрганишда унинг таркибига кирувчи ҳар бир иқтисодий бирлик (тармоқ, корхона, цех, участка ва ҳоказо) ишлаб чиқаришда ҳар хил омиллар сарфланишлари (хом ашё, электр қуввати, меҳнат ресурслари ва ҳоказо) ўртасидаги боғ-ланишни ифодаловчи функция ва ишлаб чиқарилаётган маҳсулот ҳажми билан тасвирланади.

Фараз қилайлик, $x_1, x_2, \dots, x_m$ лар қандайдир ишлаб чиқариш жа-раёнини ўзаро боғлиқмас тасодифий аломатли омиллари ва “у” на-тижавий тасодифий кўрсаткич бўлсин.

Масалан, $x_1, x_2, \dots, x_m$ лар мос равишда ишлаб чиқариш ресурс-лари $r_1, r_2, \dots, r_m$ нинг сарфланишлари ва “у” эса мос ишлаб чиқари-лаётган маҳсулот ҳажми. Равшанки, $x_1, x_2, \dots, x_m$ сонларнинг ҳар бир танланма қиймати тўпلاميға у нинг аниқ бир қиймати мос келади, яъни ҳар хил сарфлаш ҳажмларига ҳар хил ишлаб чиқариш дара-жаси мос келади.

Фараз қилайлик, қаралаётган у, $x_1, x_2, \dots, x_m$ тасодифий аломатли омиллар ўзаро корреляцион боғланган бўлиб, яъни $y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$. Улар ҳақидаги кузатилган n ҳажмли статистик маълумотлар қуйи-даги жадвал кўринишида берилган бўлсин:

x_1	x_2	$\dots$	x_{m-1}	x_m	y
$x_1^{(1)}$	$x_2^{(1)}$	$\dots$	$x_{m-1}^{(1)}$	$x_m^{(1)}$	y_1
$x_1^{(2)}$	$x_2^{(2)}$	$\dots$	$x_{m-1}^{(2)}$	$x_m^{(2)}$	y_2
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$x_1^{(n)}$	$x_2^{(n)}$	$\dots$	$x_{m-1}^{(n)}$	$x_m^{(n)}$	y_n

Қаралаётган у ва $x_1, x_2, \dots, x_m$ аломатлар орасидаги энг содда ста-тистик боғланиш – бу улар орасидаги чизикли кўп омилли корреляцион боғланиш тенгламасидир:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_m x_m \quad (5.1)$$

Бунда $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ лар ўзгармас коэффициентлар бўлиб, $x_1, x_2, \dots, x_m$ омиллар орасидаги ўзаро муносабатларга боғлиқдир. Эн-диги асосий вазифа $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ ўзгармас миқдорларни шундай тан-лаш керакки, у нинг (5.1) формулага асосан топилган:

$$y_i = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \cdot x_j^i \quad (i = \overline{1, n})$$

қийматлари, амалда кузатилган қийматлари y_i га етарли даражада (тадқиқотчини қаноатлантирадиган) яқин бўлсин, яъни $Y_i - y_i$ айирма энг кичик бўлсин. Бунинг эътиборига олган ҳолда, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ ларни ЭКК усули бўйича топамиз, яъни қуйидаги квадратик функ-ционални тузамиз:

$$S(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n \left(a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \cdot x_j - y_i \right)^2 \rightarrow \min \quad (5.2)$$

Бу ердан $S(a_0, a_1, a_2, \dots, a_m)$ функцияни номаълум параметрлар бўйи-ча дифференциаллаб, ушбу:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_0} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial a_j} = 0. \end{cases} \quad (j = \overline{1, m}) \quad (5.3)$$

тенгламалар тизимини ҳосил қиламиз, яъни нормал тенгламалар тизимини:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 + \dots + a_m \sum x_m = \sum y, \\ a_o \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 + \dots + a_m \sum x_1 x_m = \sum x_1 y, \\ \dots\dots\dots \\ a_0 \sum x_m + a_1 \sum x_1 x_m + a_2 \sum x_2 x_m + \dots + a_m \sum x_m^2 = \sum x_m y. \end{cases} \quad (5.4)$$

Тўпламли корреляцион-регрессион таҳлилда (узоқ муддатли башоратлашларда) ушбу

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_m^{a_m} \quad (5.5)$$

даражали функциядан ҳам фойдаланилади. Модел даражалари $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ ларни топиш үчүн энг аввало (5.5) моделни логарифм-лаб, чизикли кўринишга келтириш лозим:

$$\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + \dots + a_m \ln x_m \quad (5.6)$$

Ушбу логарифмик тенгламадан фойдаланиб, ЭКК усули ёрда-мида $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ номаълум параметрларга нисбатан қуйидаги нормал тенгламалар тизими ҳосил қилинади:

$$\left\{ \begin{array}{l} n \ln a_0 + a_1 \sum \ln x_1 + a_2 \sum \ln x_2 + \dots + a_m \sum \ln x_m = \sum \ln y, \\ \ln a_0 \sum \ln x_1 + a_1 \sum \ln x_1^2 + a_2 \sum \ln x_1 \ln x_2 + \dots + a_m \sum \ln x_1 \ln x_m = \sum \ln x_1 \cdot \ln y, \\ \dots\dots\dots \\ \ln a_0 \sum \ln x_m + a_1 \sum \ln x_1 \ln x_m + a_2 \sum \ln x_2 \ln x_m + \dots + a_m \sum \ln x_m^2 = \sum \ln x_m \cdot \ln y. \end{array} \right. \quad (5.7)$$

(5.1) ва (5.5) тенгламалар *регрессия тенгламалари* дейилади. $a_j (j = \overline{1, m})$ коэффициентлар *регрессия коэффициентлари* дейилади. Улар $x_1, x_2, \dots, x_m$ омиллар ҳақида юқорида жадвалда келтирилган маълумотлар асосида (5.4) ва (5.7) тенгламалар тизимидан аниқла-надилар.

Энди тўпلامли корреляцион-регрессион тахлилга тегишли барча параметрларни ҳисоблаш формулаларини келтирамиз:

$$\begin{cases} \bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_j^{(i)}, & \bar{y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \\ \bar{x}_k \bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_k^{(i)} x_j^{(i)}, & (k = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, m}) \\ \bar{x}_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_j^{(i)}]^2, & \bar{y}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2. \end{cases} \quad (5.8)$$

Боғланиш зичлиги тўпламли корреляция коэффиценти ёрда-мида баҳоланади:

$$R_{yx_j} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (|R| \leq 1), \quad (5.9)$$

бу ерда $\hat{y}_i$ - регрессия тенгламаси (5.1) ёрдамида аниқланган натижавий кўрсаткичнинг назарий қиймати; $\bar{y}$ - натижавий кўрсаткичнинг ўртача арифметик қиймати. Ўртача квадратик хатолар:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - k - 1}}, \quad (5.10)$$

бунда: n - кузатувлар сони; k - омиллар сони.

Умумий вариация (V):

$$V = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (5.11)$$

Тасодифий вариация (V_2):

$$V_2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \quad (5.12)$$

Тенденция вариацияси:

$$V_1 = V - V_2 \quad (5.13)$$

Чизикли функция учун дисперсиялар:

$$\begin{cases} S^2 = \frac{V}{n-1}, \\ S_1^2 = V_1, \\ S_2^2 = \frac{V_2}{n-2}. \end{cases} \quad (5.14)$$

Тўпламли корреляция коэффиценти Г.Тинтнер таклифига асосан қуйидаги формула бўйича ҳисобланади:

$$R_{yx_j} = \sqrt{\frac{a_1 S_1 + a_2 S_2 + \dots + a_m S_m}{S_y}}, \quad (j = \overline{1, m}) \quad (5.15)$$

бу ерда $S_j = \overline{y \cdot x_j} - \bar{y} \cdot \bar{x}_j$ формула бўйича ҳисобланадиган ковариация коэффиценти; S_y - натижавий кўрсаткич дисперсияси; a_j ($j = \overline{1, m}$) регрессия коэффиценти.

Энди икки омилли чизиқли моделни қарайлик:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 \quad (5.16)$$

a_0, a_1, a_2 параметрлар қуйидаги тенгламалар тизимини ечиш орқали топилади:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 = \sum y, \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 = \sum y x_1, \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 = \sum y x_2. \end{cases} \quad (5.17)$$

Бунда тўпلامли корреляция коэффиценти қуйидагича топилади:

$$R_{yx_1 x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}} \quad (5.18)$$

$r_{yx_1}, r_{yx_2}, r_{x_1 x_2}$ - корреляция коэффицентлари (2.5) формулага ўхшаш формулалар орқали ҳисобланади:

$$\begin{cases} r_{yx_k} = \frac{\overline{x_k \cdot y} - \bar{x}_k \cdot \bar{y}}{\sigma_{x_k} \cdot \sigma_y}, \\ r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 \cdot x_2} - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}}, \end{cases} \quad (k = 1; 2) \quad (5.19)$$

$$\begin{cases} \sigma_{x_k} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_k^{(i)} - \bar{x}_k)^2} = \sqrt{\bar{x}_k^2 - (\bar{x}_k)^2}, \\ \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}. \end{cases} \quad (k = 1; 2) \quad (5.20)$$

Бир жуфт омиллар ўртасидаги боғланиш даражасининг ишончлилиги ишончилилик коэффиценти ёрдамида аниқланади:

$$\mu_{ij} = \frac{|r_{ij}| \cdot \sqrt{n}}{1 - r_{ij}^2} \quad (5.21)$$

$\mu_{ij} \geq 2,6$ да боғланиш ишончли деб аталади.

Тўпلامли корреляцион муносабатнинг ўртача квадратик хато-лари ушбу:

$$\sigma_r = \frac{1-R^2}{\sqrt{n-k-1}} \quad (5.22)$$

формула ёрдамида аниқланади.

Вариация коэффиценти қуйидаги формула орқали аниқланади:

$$V = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot 100\right)^2}{\frac{\bar{y}}{n}}} \quad (5.23)$$

Фараз қилайлик, боғлиқмас ўзгарувчи x ва натижавий кўрсаткич y ўртасидаги боғланиш $y=f(x)$ модел билан ифодаланган бўлсин. Бунда эластиклик коэффиценти қуйидаги формула билан ифодаланади:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{yx} = \frac{x}{y} \cdot f'(x) \quad (5.24)$$

Эластиклик коэффиценти боғлиқмас ўзгарувчининг қиймати 1% га (яъни x дан $x+0,001x$ га) ўзгарганда функция (натижавий кўрсаткич) y нинг қиймати неча фоизга ўзгаришини кўрсатади.

уқ $a_0 + a_1x_1$ модел учун эластиклик коэффиценти ушбу

$$\mathcal{E} = a_1 \cdot \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} \quad (5.25)$$

формула бўйича топилади.

Агар $y, x_1, x_2, \dots, x_m$ омиллар ушбу $y=f(y, x_1, x_2, \dots, x_m)$ модел билан боғланган бўлса, унда эластиклик коэффицентлари қуйидаги формула билан топилади:

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{yx_i} = \frac{\bar{x}_i}{y} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (i = \overline{1, m}) \quad (5.26)$$

Масалан, икки омилли моделни қарайлик:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

Бунда хусусий эластиклик коэффицентлари қуйидагича аниқланади:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_{yx_1} = a_1 \cdot \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}}, \quad \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{yx_2} = a_2 \cdot \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} \quad (5.27)$$

Кўп омилли чизиқли боғланиш моделида:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_mx_m$$

Хусусий эластиклик коэффицентлари қуйидаги формулалар бўйича аниқланади:

$$\vartheta_i = \vartheta_{yx_i} = a_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}, \quad (i = \overline{1, m}) \quad (5.28)$$

8- Мавзу. Кобба-Дугласнинг ишлаб чиқариш функцияси

Америкалик иқтисодчи олимлар П. Дуглас ва Д. Кобба тадқиқотида статистик маълумотлар асосида, қайта ишлаш саноатидаги ишлаб чиқарилган маҳсулот ва унга таъсир этувчи капитал ва меҳнат харажатларининг боғланишини акс эттирувчи математик моделни топиш масаласи ҳал қилинган.

Статистик маълумотларга асосланган ҳолда, улар ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажми Y , асосий капитал ҳажми K ва меҳнат харажатлари L орасидаги боғланишни ушбу

$$Y = aK^{\alpha}L^{\beta} \quad (6.1)$$

кўринишда таклиф этганлар. Бу ерда $a > 0$, $\alpha, \beta > 0$, $\alpha + \beta = 1$ a, α, β параметрларнинг сонли қийматларини Y , K ва L нинг ўрганилаётган йиллар мобайнида кузатилган қийматлари бўйича ЭКК усули ёрдамида топилиб,

$$Y = 1,01 \cdot K^{0,25} L^{0,75}$$

эканлиги аниқланган. Ушбу топилган муносабатнинг амалдаги боғланишдан катта фарқ қилмаслиги текширилган.

Ҳозирги вақтда Кобба-Дуглас тадқиқотида асосланган ҳолда, иқтисодий жараёнларни математик моделлаштиришда муҳим рол ўйновчи ажойиб ишлаб чиқариш функциялари назарияси яратилган.

Макроиқтисодий тадқиқотларда (6.1) кўринишдаги даражали функциялар кенг қўлланилади. Ишлаб чиқариш саноатининг ри-вожланиши қонуниятларини башоратлашда, кузатувлар натижаси-да тузилган статистик маълумотларга асосланган ҳолда: икки омил-ли ишлаб чиқариш функцияси (6.1) кўринишда изланади. Бунда но-маълум параметрлар a, α, β нинг сонли қийматларини ЭКК усули билан топилади. Масалани соддалаштириш учун (6.1) нинг ҳар ик-ки томонларини логарифмлаб, ҳосил қиламиз:

$$\ln Y = \ln a + \alpha \ln K + \beta \ln L \quad (6.2)$$

Агар $\ln Y = Z$, $\ln a = a_0$, $\ln K = x_1$, $\ln L = x_2$ деб белгиласак, (6.2) қуйидаги чизикли функция кўринишга келади:

$$Z = a_0 + \alpha x_1 + \beta x_2 \quad (6.3)$$

Энди a_0, α, β ни топиш учун ЭКК усулини қўлласак, улар жадвалда берилган маълумотлар асосида (4.12) тенгламалар тизими бўйича аниқланади. Икки омилли $Y = F(K, L)$ ($K > 0, L > 0$) ишлаб чиқариш функциясининг K ва L ўзгарувчилар бўйича биринчи тартибли хусусий ҳосилалари қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \cdot \frac{Y}{K}, \\ \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \cdot \frac{Y}{L}. \end{cases} \quad (6.4)$$

Кобба-Дуглас ишлаб чиқариш функцияси учун эластиклик ко-эффициентлари қуйидагича қийматларга тенг:

$$\begin{cases} \varepsilon_K = \frac{\partial Y}{\partial K} : \frac{Y}{K} = \left(\alpha \cdot \frac{Y}{K} \right) : \frac{Y}{K} = \alpha, \\ \varepsilon_L = \frac{\partial Y}{\partial L} : \frac{Y}{L} = \left(\beta \cdot \frac{Y}{L} \right) : \frac{Y}{L} = \beta, \\ \varepsilon_K + \varepsilon_L \leq 1. \end{cases} \quad (6.5)$$

Маълумки, ушбу тенглама

$$\Phi(X, Y)_{KC} \quad (6.6)$$

XOY текисликда бир C параметрли эгри чизиклар оиласини ифодалайди. C га ҳар хил $C_1, C_2, \dots, C_n$ қийматлар бериб, ҳар хил эгри чизиклар ҳосил қилинади.

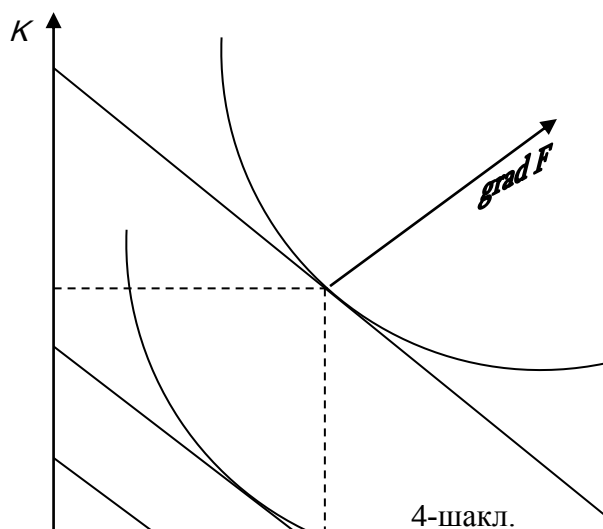
Ушбу маълумотга асосланиб, (6.1) Кобба-Дуглас ишлаб чиқариш функциясида

$$\alpha \cdot K^\alpha L^\beta = X = \text{const} \quad (6.7)$$

деб фараз қилсак, унда геометрик жиҳатдан текисликда координа-талар тизимида **изокванталар (доимий X -ялли маҳсулотлар чи-зиги)** деб аталувчи эгри чизиклар оиласини ҳосил қиламиз (4-шакл).

Изокосталар (C лар учун доимий харажатлар чизиги) деб ата-лувчи тўғри чизиклар қуйидаги тенглама билан ифодаланади (4-шакл):

$$AK + BL = C = \text{const}. \quad (6.8)$$



$Y_K F(K, L)$ функциянинг максимал қиймати вектор $\text{grad } F$ бўйича йўналган. Вектор градиент ва унинг сонли қиймати қуйи-даги формулалар билан ифодаланади:

$$\text{grad } F \text{ қ } \frac{\partial F}{\partial K} \cdot i + \frac{\partial F}{\partial L} \cdot j; \quad (6.9)$$

Градиентнинг сон қиймати

$$|\text{grad } F| = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial K} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right)^2} \quad (6.10)$$

Масалада куйидаги маълумотлар берилган:

n	x_1 қ $\ln K$	x_2 қ $\ln L$	Z қ $\ln Y$
1	6,1	5,7	2,9
2	6,3	5,9	2,8
3	6,4	6,1	3,1
4	6,5	6,1	3,3
5	6,6	6,0	3,3
6	6,8	6,0	3,1
7	7,0	6,2	3,2
8	7,1	6,3	3,5
9	6,9	6,1	3,6
10	7,1	6,5	3,7
11	7,3	6,5	3,9
12	7,5	6,8	4,0
13	7,5	6,9	4,0
14	7,6	7,0	4,1
15	7,7	7,0	4,2
$\sum$	105,3	95,3	47

Аниқлансин:

- ишлаб чиқариш функциясининг кўриниши;
- эластиклик коэффициентлари.

Ечиш. Номаълум ишлаб чиқариш функциясини $Y = aK^{\alpha}L^{\beta}$ кўри-нишида кидирамиз ва (6.3) чизикли функция Z қ $a_0 + \alpha x_1 + \beta x_2$ – дан фойдаланамиз. Номаълум параметрлар $a_0 = \ln a$, α , β ни топиш учун (4.12) тенгламалар тизимини тузамиз. Масалада:

$$\sum \ln K = 105,3; \sum \ln L = 95,3; \sum \ln Y = 47,$$

$$\sum \ln^2 K = 730,18; \sum \ln^2 L = 612,41; \sum \ln K \ln L = 644,7,$$

$$\sum \ln K \ln Y = 370,01; \sum \ln L \ln Y = 337,64; \sum \ln^2 Y = 269,05.$$

Ушбу қийматларни (4.12) тизимга қўйиб, ҳосил қиламиз:

$$\begin{cases} 15a_0 + 105,3\alpha + 95,3\beta = 47, \\ 105,3a_0 + 730,18\alpha + 644,7\beta = 370,01, \\ 95,3a_0 + 644,7\alpha + 612,41\beta = 337,64. \end{cases}$$

Ушбу тенгламалар тизимини ечиб, топамиз:

$$a_0 = 0,908; \alpha = 0,64; \beta = 0,48;$$

$$\ln a = a_0; a = e^{a_0} = e^{0,908} \approx 2,72.$$

Энди (6.2) формуладан фойдаланамиз:

$$\ln Y = \ln a + \alpha \ln K + \beta \ln L$$

ёки

$$\ln Y = \ln 0,908 + 0,64 \ln K + 0,48 \ln L.$$

Бу ердан потенцирлаш усулига асосан исталган ишлаб чиқариш функциясини ҳосил қиламиз:

$$Y = 2,72K^{0,64}L^{0,48}.$$

Эластиклик коэффициентларини (6.5) формула бўйича топамиз:

$$\mathcal{E}_K = \alpha = 0,64; \quad \mathcal{E}_L = \beta = 0,48.$$

9-Мавзу. Корреляцион-регрессион таҳлил натижаларини баҳолаш мезонлари

Амалий тадқиқотларда қаралаётган омиллар ўртасидаги кор-реляцион ва регрессион таҳлил натижалари ишончлилигини баҳо-лашда *Фишернинг Z мезони*, *Стьюдентнинг t_T - мезони*, *Фишернинг F_T мезонларидан* фойдаланилади.

Фишернинг Z мезони. Фишер корреляцион ва регрессион таҳ-лилнинг ишончлилигини текшириш учун логарифмик функциядан

$$Z = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right) \quad (r = r_{yx}) \quad (7.1)$$

фойдаланишни тавсия этган. Бу ерда r танланма тақсимот кор-реляция коэффициентини, z тақсимот кичик танланмаларда (танланма ҳажми $n > 30$ бўлганда) нормал тақсимотга тақрибан яқин бўлади. z нинг ўртача квадратик четланиш (хатоси) қуйидаги формула бўйи-ча аниқланади:

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} \quad (7.2)$$

Ўртача квадратик хато σ_z фақат танланма ҳажмига боғлиқ. r дан z га ўтиш махсус жадваллар бўйича амалга оширилади ва кор-реляцион-регрессион таҳлил натижалари ишончлилигини текши-риш осон бўлади.

Стьюдентнинг t мезони. Мазкур мезон тақсимоти кичик тан-ланмалар учун махсус яратилган. t тақсимот қуйидаги формула би-лан ифодаланади:

$$t = \frac{\bar{x} - m}{\sigma_x} \cdot \sqrt{\gamma + 1}, \quad (7.3)$$

бу ерда: m - бош ўртача қиймат; γ - эркинлик даражаси сони $(n-1)$; $\bar{x}$, σ_x лар тегишли танланма тўплам арифметик ўртача қиймати ва ўртача квадратик четланиши.

Жуфтли корреляция натижаларини текширишда *Стьюдент-нинг t -тақсимоти назариясида* берилган ушбу қоидадан фойдаланилади:

Берилган α қийматдорлик даражасида икки омилли нормал тақсимланган тасодифий миқдорнинг бош корреляция коэффиценти-нинг нолга тенглиги ҳақидаги $H_1: p = 0$ нолинчи гипотезани кон-курент гипотеза $H_1: p \neq 0$ бўлганда текшириш учун

$$T_{\text{хисоб}} = \frac{r_T - \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_T^2}}. \quad (7.4)$$

формуладан фойдаланилади.

Мезоннинг кузатилган қийматини ҳисоблаш ва Стьюдент тақсимотнинг критик нуқталари жадвалидан берилган α қийматдор-лик даражаси ва $K_{\alpha;n-2}$ озодлик даражалари сони бўйича икки то-монлама критик соҳанинг $t_{\alpha;n-2}(\alpha, k) = t_{\alpha;n-2}$ критик нуқтасини топиш лозим.

Агар $|t_{\text{кузат}}| > t_{\alpha;n-2}$ бўлса, нолинчи гипотеза рад этилади. Бу эса x ва y омилларнинг корреляцияланганлигини билдиради.

Агар $|t_{\text{кузат}}| < t_{\alpha;n-2}$ бўлса, нолинчи гипотезани рад этишга асос йўқ. Бу ҳолатда x ва y омилларнинг корреляцияланмаганлигини билдиради. Мазкур (7.4) формулада n - кузатувлар сони, r - танлама корреляция коэффиценти; $t_{\alpha;n-2}$ нинг қиймати Стьюдент тақсимоти жадвалидан олинади.

Стьюдентнинг ушбу мезони икки мақсадда қўлланилади:

1. Корреляция коэффиценти-нинг аҳамиятлилигини текши-риш учун.
2. Курилган регрессия тенгламаси коэффицентларини аҳа-миятга моликлигини текшириш учун (чизикли $y = a_1x$; $y = a_0 + a_1x$; регрессия тенгламаларида).

Агар $t_{\text{кузат}} = t_{\text{хисоб}}$ ва $t_{\alpha;n-2} = t_{\text{жадвал}}$ лар учун $t_{\text{хисоб}} > t_{\text{жадвал}}$ бўлса, унда корреляция коэффиценти аҳамиятли деб ҳисобланади. Бунда омиллар ўзаро зич боғланган ва регрессия тенгламасида текшири-лаётган омиллар қатнашади. Агар $t_{\text{хисоб}} < t_{\text{жадвал}}$ бўлса, унда корреля-ция коэффиценти аҳамиятсиз деб ҳисобланади ва омиллар ўзаро боғланмаган дейилади, яъни регрессия тенгламасида бу омиллар қатнашмайди.

Чизиксиз боғланишларда тўплам корреляциясининг индекси R ишончилиги ҳам худди шу тарзда текширилади. Бунда (7.4) формуладаги корреляция коэффиценти корреляция индекси R би-лан алмаштирилади.

Тўплам корреляция коэффиценти R квадратик хатоси ушбу

$$\sigma_R = \frac{1-R^2}{\sqrt{n-K-1}} \quad (7.5)$$

формула бўйича ҳисобланади ва t -мезоннинг жадвалдаги эмпирик қиймати;

$$t_R = \frac{R\sqrt{n-k-1}}{1-R^2}. \quad (7.6)$$

билан солиштирилади

Тўпламли $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ регрессия тенгламаси коэф-фицентларини моҳиятлилиқ даражасини ҳисоблаш учун **Стьюдент t -тақсимоти** формуласи қуйидаги кўринишда бўлади:

$$t_{\text{хисоб}} = \frac{a_i}{\sigma_{a_i}}; \quad \sigma_{a_i} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y}_x)^2}{(n-2) \sum (x_i - \bar{x})^2}}, \quad (i = \overline{1, n}) \quad (7.7)$$

бу ерда: y_i - натижавий омилнинг ҳақиқий қийматлари;

y_x - натижавий омилнинг $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$ формула бўйича текисланган қиймати;

$\bar{x}$ - таъсир этувчи омилнинг ўртача қиймати;

x_i - таъсир этувчи омилнинг асосий қийматлари;

σ_{a_i} -регрессия коэффицентининг стандарт хатолиги.

Агар $t_{\text{хисоб}}^{\text{stat}} > t_{\text{жадвал}}^{\text{stat}}$ бўлса, унда регрессия тенгламасининг коэф-фицентларини моҳиятли деб ҳисоблаш мумкин ва кейинчалик улар асосида иқтисодий таҳлил ўтказиш мумкин. Агар шарт бажа-рилмаса, иқтисодий таҳлил ўтказилмайди.

σ_{a_i} тўпلامли корреляцияда a_i коэффиценти қуйидагича аниқланади:

$$a_i = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n - k - 1}} \cdot c_i; \quad (i = \overline{1, n}) \quad (7.8)$$

бу ерда c_i - нормал тенгламалар тизими тескари матрицасининг диагонал элементларидан иборат матрица.

Фишер F - мезони. Ушбу мезон Р.Фишер томонидан яратилган бўлиб, тўпلامли корреляция коэффицентининг аҳамиятлилигини текшириш учун қўлланилади:

$$F = \frac{R^2(n-k)}{(1-R^2)(n-1)} \quad (7.9)$$

ёки

$$F = \frac{\sum (y - \bar{y})^2 (n-k)}{(n-1)(y - \bar{y}_x)^2}, \quad (7.10)$$

бу ерда n - кузатувлар сони; k - омиллар сони.

Агар $F_{\text{хисоб}} > F_{\alpha; k_1; k_2}$ (жадвал; бўлса, $k_1 k n - 1$, $k_2 k n - k$ озодлик даражаси ҳамда α қийматдорлик даражасига кўра, корреляция коэффицентини ишончли деб ҳисоблаш мумкин.

Икки омилли корреляцияда корреляция индекси R ишончли дейилади, агар

$$F_{\text{хисоб}} = \frac{R^2(n-2)}{1-R^2} \quad (7.11)$$

статистиканинг қиймати жадвалдаги $F_{\alpha; k_1; k_2}$ қийматдан (бу ерда $k_1 k n - 1$, $k_2 k n - 2$) катта бўлса, яъни $F_{\text{хисоб}} > F_{\alpha; k_1; k_2}$.

Энди Стъюдент t_T ва Фишер F_T мезонларининг ишончилилик даражаси эҳтимоллиги y қ 0,95 га тенг бўлганда жадвалли қийматларини вақтли қаторлар учун келтирамиз:

1. *Стъюдент t_T - мезони.*

Бунда корреляция параметрлари ишончли ва нолинчи гипотеза H_0 рад қилинади, агар $t_{\text{хисоб}} > t_T$ бўлса (бу ерда $t_{\text{хисоб}}$ - Стъюдент мезонининг ҳисобланган қиймати)

Стъюдент t_T - мезонининг жадвал қийматлари:

	11 нукта	10 нукта	9 нукта	8 нукта
бир омилли регресс-сия	2,26	2,31	2,36	2,45
икки омилли регресс-сия	2,31	2,30	2,45	2,57

2. Фишер F_T - мезони.

Регрессия тенгламаси ишончли, агар $F_{хисоб} > F_T$ бўлса (бу ерда $F_{хисоб}$ -Фишер мезонининг ҳисобланган қиймати).

Фишер F_T - мезонининг жадвалли қийматлари:

	11 нукта	10 нукта	9 нукта	8 нукта
Бир омилли регрессия	3,14	3,43	3,73	4,34
икки омилли регресс-сия	3,39	3,68	4,28	4,88

Дарбин-Уотсон мезони формуласи қуйидаги кўринишда бўлади:

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (y_{i+1} - y_i)}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (7.12)$$

DW мезони ёрдамида динамик қаторларда натижавий кўрсаткичда автокорреляция мавжудлигини текшириш мумкин. Динамик қатор кўрсаткичлари y_{i+1} ва $\bar{y}_i$ лар ўзаро боғлиқмас тасодифий сон-лар бўлиши шарт.

Жадвалда келтирилган DW мезони қийматлари қуйидаги шарт-лар бўйича текширилади:

1) Агар $DW_{хисоб} > DW_{юқори}$ жадвал бўлса, динамик қаторларда автокорреляция йўқ, деб ҳисоблаш мумкин.

2) Агар $DW_{хисоб} < DW_{паст}$ жадвал бўлса, автокорреляция мавжуд.

3) Агар $DW_{паст} < DW_{хисоб} < DW_{юқори}$ ҳисоб бўлса, унда динамик қаторларни текислаш лозим.

Дарбин-Уотсон мезони табиий ҳодисаларни, иқтисодий жараёнларни прогнозлашда кенг қўлланилади. Прогнознинг ўртача хатоси:

$$\eta = \frac{1}{n} \sum \frac{|y - \bar{y}|}{y} \cdot 100\%. \quad (7.13)$$

Прогнознинг юқори интервали:

$$y_i \left(1 + \frac{V}{100} \right) \quad (7.14)$$

Прогнознинг қуйи интервали:

$$y_i \left(1 - \frac{V}{100} \right) \quad (7.15)$$

бу ерда V - вариация коэффиценти.

Корреляцион жадвал

Жуфтли корреляцион-регрессион таҳлилнинг айрим масала-ларида x ва y омиллар қийматларининг рўй бериш тақсимои ҳақи-даги маълумот корреляцион жадвал кўринишида берилади:

$x \backslash y$	y_1	y_2	$\dots$	y_m	$\sum_{j=1}^m n_{ij}$	$\bar{Y}(x_i)$
x_1	n_{11}	n_{12}	$\dots$	n_{1m}	n_{x_1}	$\bar{Y}(x_1)$
x_2	n_{21}	n_{22}	$\dots$	n_{2m}	n_{x_2}	$\bar{Y}(x_2)$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
x_k	n_{k1}	n_{k2}	$\dots$	n_{km}	n_{x_k}	$\bar{Y}(x_k)$
$\sum_{i=1}^k n_{ij}$	n_{Y1}	n_{Y2}	$\dots$	n_{Ym}	n	
$\bar{X}(Y_j)$	$\bar{X}(Y_1)$	$\bar{X}(Y_2)$	$\dots$	$\bar{X}(Y_m)$	$\bar{X}(Y_m)$	

Бу ерда: n - танланма ҳажми (кузатувлар сони); $n_{ij} (i = 1, \bar{K}; j = 1, \bar{m})$ - омилларнинг рўй бериш частоталари.

Ушбу жадвал бўйича ўртача қийматлар:

$$X = x_i \text{ да } \bar{Y}(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^m Y_j n_{ij}}{\sum_{j=1}^m n_{ij}}; \quad (i = 1, \bar{k}) \quad (8.1)$$

ва

$$Y = y_j \text{ да } \bar{X}(y_j) = \frac{\sum_{i=1}^k X_i n_{ij}}{\sum_{i=1}^k n_{ij}}; \quad (j = 1, \bar{m}) \quad (8.2)$$

Бунда корреляциянинг асосий параметрлари қуйидаги форму-лалар орқали ҳисобланади:

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K x_i n_{xi}; \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m Y_j n_{yj}; \\ \bar{X}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K x_i^2 n_{xi}; \quad \bar{Y}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m Y_j^2 n_{yj}; \\ \bar{XY} &= \sum n_{xy}; \quad \sqrt{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m X_i Y_j n_{ij}; \end{aligned} \right\} \quad (8.3)$$

$$\begin{aligned} n_{xi} &= \sum_{j=1}^m n_{ij}; \quad n_{yi} = \sum_{i=1}^K n_{ij}; \\ \sum_{i=1}^K n_{x1} &= \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m n_{ij}; \quad \sum_{j=1}^m n_{yi} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^K n_{ij}; \end{aligned}$$

$$n = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^m n_{ij} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^K n_{ij}; \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K n_{xi} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m n_{yj} = 1.$$

Ўртача квадратик четланишлар:

$$\sigma_x = \sqrt{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2}, \quad \sigma_y = \sqrt{\bar{y}^2 - (\bar{y})^2}. \quad (8.4)$$

Танланма корреляция коэффициенти:

$$r_{yx} = r_t = \frac{\sum n_{xy} XY - n \bar{X} \bar{Y}}{n \sigma_x \sigma_y} \quad (8.5)$$

Масала. Икки омилли (x, y) нормал тақсимланган бош тўп-ламдан олинган $n_{\text{қ}}100$ ҳажмли танланма бўйича корреляцион жад-вал тузилган:

$x \backslash y$	10	15	20	25	30	35	n_y
35	5	1	-	-	-	-	6
45	-	6	2	-	-	-	8
55	-	-	5	40	5	-	50
65	-	-	2	8	7	-	17
75	-	-	-	4	7	8	19
n_x	5	7	9	52	19	8	$n_{\text{қ}}100$

Қуйидагилар аниқлансин:

- танланма корреляцион коэффициенти;
 - α қ 0,05 қийматдорлик даражасида нолинчи H_0 гипотезани конкурент гипотеза $H_1: p \neq 0$ бўлганда x ва y омилларнинг корреляцияланганлиги.

Ечилиши: Ҳисоблашларни соддалаштириш мақсадида қуйи-даги шартли алмаштиришларга ўтамиз:

$$\begin{cases} U_i = \frac{X_i - 25}{5}; \\ V_i = \frac{Y_i - 55}{10}. \end{cases} \quad (8.6)$$

Натижада берилган корреляцион жадвал ўрнига қуйидаги жадвал ҳосил қилинади:

$V \backslash -U$	-3	-2	-1	0	1	2	n_v
-2	5	1	-	-	-	-	6
-1	-	6	2	-	-	-	8
0	-	-	5	40	5	-	50
1	-	-	2	8	7	-	17
2	-	-	-	4	7	8	19
n_u	5	7	9	52	19	8	$n_{\text{қ}}100$

Танланма корреляция коэффициентини шартли вариантлар бўйича топиш формуласидан фойдаланамиз:

$$r_T = \frac{\sum n_{UV} \cdot UV - n\bar{U}\bar{V}}{n\sigma_U\sigma_V} \quad (8.7)$$

Энди $\bar{U}$, $\bar{V}$, σ_U , σ_V , $\bar{U}^2$, $\bar{V}^2$ катталикларни жадвалдаги маълумот-лар асосида бевосита ҳисоблаймиз:

$$\bar{U} = \frac{\sum n_U U}{n} = \frac{-3,5 - 2,7 - 1,9 + 0,52 + 1,19 + 2,8}{100} = \frac{-38 + 35}{100} = -\frac{3}{100} = -0,03;$$

$$\bar{V} = \frac{\sum n_V V}{n} = \frac{-2,6 - 1,8 + 0,50 + 1,17 + 2,19}{100} = \frac{-20 + 55}{100} = \frac{35}{100} = 0,35;$$

$$\sum n_{UV} UV = 99;$$

$$\bar{U}^2 = \frac{\sum n_U U^2}{n} = \frac{(-3)^2 \cdot 5 + (-2)^2 \cdot 7 + (-1)^2 \cdot 9 + 0,52 + 1^2 \cdot 19 + 2^2 \cdot 8}{100} = \frac{163}{100} = 1,63;$$

$$\bar{V}^2 = \frac{\sum n_V V^2}{n} = \frac{(-2)^2 \cdot 6 + (-1)^2 \cdot 8 + 0,50 + 1^2 \cdot 17 + 2^2 \cdot 19}{100} = \frac{125}{100} = 1,25.$$

$$\sigma_U = \sqrt{\bar{U}^2 - (\bar{U})^2} = \sqrt{1,63 - (0,03)^2} \approx 1,276.$$

$$\sigma_V = \sqrt{\bar{V}^2 - (\bar{V})^2} = \sqrt{1,25 - (0,35)^2} \approx 1,062.$$

Бунда танланма корреляция коэффициентини (8.7) формула бўйича топамиз;

$$r_T = \frac{99 - 100 \cdot (-0,003) \cdot 0,35}{100 \cdot 1,276 \cdot 1,062} = \frac{100,05}{135,5112} \approx 0,738.$$

Энди бош ρ корреляция коэффициентининг нолга тенглиги ҳақидаги H_0 нолинчи гипотезани текшираимиз. Шу мақсадда Стьюдент мезонининг кузатилган қийматини (7.4) формула орқали ҳисоблаймиз:

$$T_{кузат} = \frac{r_T \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_T^2}} = \frac{0,738 \cdot \sqrt{100-2}}{\sqrt{1-(0,738)^2}} = 16,044.$$

Шундай қилиб, конкурент гипотеза $H_1: j \neq 0$. Бу критик соҳа икки томонлама эканлигини билдиради. Стьюдент тақсимотининг критик нуқталари жадвалидан $\alpha = 0,05$ қийматдорлик даражаси ва $k_{\alpha n-2}$ 100-2к98 озодлик даражалари сони бўйича икки томонлама критик соҳанинг $t_{\alpha p} = (0,5; 98) = 1,665$ критик нуқтасини топамиз.

$T_{кузат} > t_{\alpha p}$ бўлганлиги сабабли бош корреляция коэффициентининг нолга тенглиги ҳақидаги нолинчи гипотеза рад этилади. Корреляция коэффициентининг нолдан фарқлиги туфайли x ва y омиллар ўзаро корреляцияланган деган хулосага келамиз.

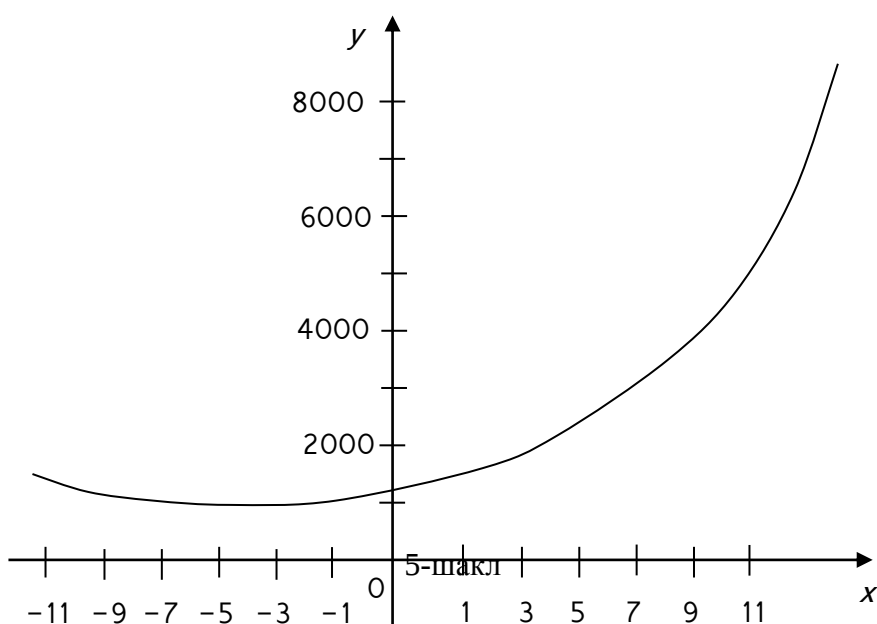
10-Мавзу. ЭКК усули ёрдамида регрессия тенгламаларини тузиш намуналари

1-масала. Корхонада гўшт маҳсулотини ишлаб чиқарилиши ҳақидаги маълумотлар ойлар бўйича қуйидаги жадвалда берилган (шартли маълумотлар):

	Январ	Феврал	Март	Апрел	Май	Июн
Гўшт, кг	26559	20986	27645	16947	14150	22705
	Июл	Август	Сентябр	Октябр	Ноябр	Декабр
Гўшт, кг	21054	24873	38356	65691	81770	93538

Ушбу маълумотлар асосида регрессия тенгламаси аниқлансин.

Ечиш. Берилган маълумотлардан равшанки, гўшт ишлаб чиқариш миқдори йил бошида камайиб боради ва ундан сўнг ўсиб боради (5-шакл).



Бу бизга номаълум боғланиш шаклини $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ парабола кўринишда кидиришга асос бўлади. Ҳисоб-китобни соддалашти-риш мақсадида йил ойларини мос равишда шартли сонлар -11, -9, -7, -5, -3, -1 ва 1, 3, 5, 7, 9, 11 билан белгилаймиз. Ҳисоблаш нати-жаларини қуйидаги жадвалда келтирамиз:

	Ойлар-нинг шартли белгиси X	Гўшт ишлаб чиқа-риш, кг Y	X^2	X^3	X^4	XU	X^2U	U_X – нинг ҳисоблан-ган қиймат-лари
	-11	26559	121	Ҳисобланмади чунки, уларнинг йиғиндиси нолга тенг	14641	-292149	3213639	31371
	-9	20986	81		6561	-188874	1699866	23113
	-7	27645	49		2401	-193515	1354605	17687
	-5	16947	25		625	-84735	423675	15093
	-3	14150	9		81	-42450	127350	15331
	-1	22705	1		1	-22705	22750	18401
	1	21054	1		1	21054	21054	24303
	3	24873	9		81	74619	223857	33037
	5	38356	25		625	191780	958900	44603
	7	65691	49		2401	459837	3218859	59001
	9	81770	81		6561	735930	6623370	76231
	11	93538	121		14641	1028918	11318098	96293
Сум-ма	0	454274	572		48620	-824428+ +2512138қ қ1687710	29205978	-

$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ формуладаги a_0 , a_1 , a_2 , параметрларни ЭКК усули билан топамиз. Бунда 2.4 бўлимдаги (4.2) тенгламалар тизимини юқорида келтирилган маълумотлар асосида тузамиз ва ҳосил қиламиз (n қ 12):

$$\begin{cases} 12a_0 + 572a_2 = 454274 \\ 572a_1 = 1687710 \\ 572a_0 + 48620a_2 = 29205978 \end{cases}$$

Ушбу тенгламалар тизимидан бевосита топамиз:

a_0 қ20998, a_1 қ2951, a_2 қ354.

Шундай қилиб, гўшт ишлаб чиқариш жараёни $y = 20998 + 2951x + 354x^2$ парабола бўйича амалга оширилади. Бу эса истаган регрессия тенгла-масидир. 5-шаклда берилган парабола гўшт ишлаб чиқариш кўр-саткичларини ўта яхши акс эттиради.

2-масала. Қуйидаги жадвалда музқаймоқ нархи (y) билан таклиф (x) ўртасидаги боғланишга доир маълумотлар берилган:

п	Бир бирлик маҳ-сулот нархи y	Так-лиф x	xu	x^2	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$\hat{y}$	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
1	0,50	50	25	2500	-0,75	0,5625	-125,71	15803,04	0,538	-	0,0014

										0,038	
2	0,75	80	60	6400	-0,5	0,25	-95,71	9160,404	0,706	0,044	0,0019
3	1	125	125	15625	-0,25	0,0625	-50,71	2571,504	0,958	0,042	0,0017
4	1,25	175	218,75	30625	0	0	-0,71	0,5041	1,238	0,012	0,00014
5	1,50	235	352,5	55225	0,25	0,0625	59,29	3515,304	1,574	-	0,0054
6	1,75	265	463,75	70225	0,5	0,25	89,29	7972,004	1,742	0,008	0,00006
7	2	300	600	90000	0,75	0,5625	124,49	15497,76	1,938	0,062	0,00384
Σ	8,75	1230	1845	270600	0	1,75	0,23	54520,68	8,694	0,056	0,01467

Аниқлансин:

- ЭКК усули ёрдамида регрессия тенгламаси;
- корреляция коэффициенти;
- эластиклик коэффициенти;
- $\hat{y}_i = a_0 + a_1 x_i$ ($i = \overline{1,7}$) лар ҳисоблансин.

Ечиш. Регрессия тенгламасини $y = a_0 + a_1 x$ кўринишида қидирамиз. Номалум a_0 , a_1 параметрларга нисбатан тенгламалар тизимини ҳосил қиламиз.

$$\begin{cases} 7a_0 + 1230a_1 = 8,75 \\ 1230a_0 + 270600a_1 = 1845 \end{cases}$$

Бу ердан a_0 , a_1 ларни топамиз:

$$a_0 \approx 0,258; a_1 \approx 0,0056.$$

Демак, регрессия тенгламаси $y = 0,258 + 0,0056x$ кўринишда бўлади.

Энди ўртача қийматларни, ўртача квадратик четланишларни ва боғланиш мавжудлигини ифодаловчи корреляция коэффициенти ҳисоблаймиз:

$$\bar{x} = \frac{1230}{7} = 175,71; \bar{y} = \frac{8,75}{7} = 1,25; \overline{xy} = \frac{1845}{7} = 263,57142 \approx 263,57$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{54520,68}{7}} = \sqrt{7788,5714} = 88,25; \sigma_y = \sqrt{\frac{1,75}{7}} = \sqrt{0,25} = 0,5;$$

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{263,57 - 175,71 \cdot 1,25}{88,25 \cdot 0,5} = \frac{43,9325}{44,125} = 0,9956.$$

$\hat{Y}_i = 0,258 + 0,0056 \cdot x_i$ дан x_i (таклиф) қийматлари бўйича кетма-кет топамиз:

$$\hat{Y}_1 = 0,538; \hat{Y}_2 = 0,706; \hat{Y}_3 = 0,958; \hat{Y}_4 = 1,238; \hat{Y}_5 = 1,574; \hat{Y}_6 = 1,742; \hat{Y}_7 = 1,938.$$

Тўпلام корреляция коэффициенти ҳисоблаймиз:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{0,014672}{1,75}} = \sqrt{1 - 0,008384} = \sqrt{0,991616} = 0,9957991.$$

Демак, тўпلام корреляция коэффициенти қийматидан равшанки, нарх ва таклиф ўртасида ўта яхши алоқа мавжуд.

Корреляция эластиклик коэффициенти ҳисоблаймиз:

$$\Theta = a_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 0,0056 \cdot \frac{1230}{8,75} = 0,7872$$

Юқорида келтирилган жадвалдан равшанки, сотувчилар нарх юқори бўлса, кўпроқ ва нарх паст бўлса, камроқ маҳсулот таклиф қиладилар.

3-Масала. Меҳнат унимдорлиги (y) ва техника билан қурол-ланганлиги (x) ҳақидаги маълумотлар жадвал кўринишда берилган:

x	5,1	5,0	4,8	4,6
Меҳнат унимдорлиги (минг.сўм, y)	1,1	1,2	1,3	1,4

Берилган маълумотлар асосида аниқлансин:

- регрессия тенгламаси;
- жуфт корреляция ва тўплам корреляция коэффициентлари;
- эластиклик коэффициенти
- $\hat{y}_i = a_0 + a_1 x_i$ ($i = \overline{1,4}$) лар ҳисоблансин.

Ечиш. Аввал ушбу жадвални тузамиз:

n	y	x	xy	x^2	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
1	1,1	5,1	5,61	26,01	-0,15	0,0225	0,23	0,0529	-0,27963	0,0781929
2	1,2	5,0	6,00	25,00	-0,05	0,0025	0,13	0,0169	-0,122	0,014884
3	1,3	4,8	6,24	23,04	0,05	0,0025	-0,07	0,0049	0,09326	0,0086974
4	1,4	4,6	6,44	21,16	0,15	0,0225	-0,27	0,0729	0,30852	0,0951845
Σ	5,0	19,5	24,29	95,21		0,05		0,1476	0,00015	0,1969588

Регрессия тенгламасини $y = a_0 + a_1 x$ кўринишда қидирамиз. Номалум a_0 , a_1 параметрларга нисбатан тенгламалар тизимини ҳосил қиламиз.

$$\begin{cases} 4a_0 + 19,5a_1 = 5 \\ 19,5a_0 + 95,21a_1 = 24,29 \end{cases}$$

Ушбу тенгламалар тизимидан a_0 , a_1 ларни топамиз:

$$a_0 \approx -1,5595; \quad a_1 \approx 0,5763.$$

Бундан регрессия тенгламаси $y = -1,5595 + 0,5763x$ кўринишда бўлади.

Энди $\hat{y}_i = -1,5595 + 0,5763x_i$ ($i = \overline{1,4}$) ларни ҳисоблаб топамиз:

$$\hat{y}_1 = 1,37963; \quad \hat{y}_2 = 1,322; \quad \hat{y}_3 = 1,20674; \quad \hat{y}_4 = 1,09148.$$

Ҳосил қилинган маълумотлар асосида ўртача қийматлар, ўртача квадратик четланишлар, жуфт ва тўплам корреляция коэффициентларини ҳисоблаймиз:

$$\bar{x} = \frac{19,5}{4} = 4,875; \quad \bar{y} = \frac{5}{4} = 1,25; \quad \overline{xy} = \frac{24,29}{4} = 6,0725$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{0,1476}{4}} = \sqrt{0,0369} = 0,192; \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{0,05}{4}} = \sqrt{0,0125} = 0,112;$$

$$r_{xy} = \frac{6,0725 - 4,875 \cdot 1,25}{0,192 \cdot 0,112} = \frac{-0,02125}{0,021504} = -0,988$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{\sum (y - \hat{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{0,05}{0,1969588}} = \sqrt{1 - 0,2538601} = \sqrt{0,7461399} = 0,864.$$

Эластиклик коэффициентини ҳисоблаймиз:

$$\varepsilon = a_1 \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 0,5763 \cdot \frac{4,875}{1,25} = 0,5763 \cdot 3,9 = 2,25$$

4-масала. Ўзбекистон саноатида меҳнат унимдорлиги (y) ва унга таъсир этувчи омиллар: x_1 — меҳнатни фонд билан таъминлан-ганлиги; x_2 — механизация даражаси

кўрсаткичлари билан боғлиқ-лиги қуйидаги жадвалдаги маълумотлар орқали берилган (шартли маълумотлар):

Йиллар, n	y	x_1	x_2
1	8,32	5,28	75,8
2	8,71	5,89	76,3
3	9,03	6,23	77,9
4	9,15	6,47	79,1
5	9,85	7,12	81,2
6	10,98	7,70	82,9
7	12,46	8,48	84,6
8	13,08	9,12	85,6
9	11,92	9,76	86,3
10	14,43	9,04	87,6
11	12,47	7,20	88,8
12	14,12	7,71	89,7
13	15,51	7,36	92,3
14	15,29	8,40	94,5
15	15,34	8,18	94,79
16	16,46	8,69	96,13
17	16,93	8,84	97,47
18	17,59	8,98	98,8
19	18,08	9,14	99,1
20	17,10	10,1	99,2
21	18,10	11,1	99,3
22	18,20	11,2	99,3
23	18,40	10,1	99,4
24	18,50	10,8	99,5
25	18,40	10,9	99,6
Σ	358,86	213,79	2265,19

Ушбу суммаларни кетма-кет ҳисоблаймиз:

$$\sum y = 358,86; \sum x_1 = 213,79; \sum x_2 = 2265,19; \sum yx_1 = 3182,84; \sum yx_2 = 33162,8;$$

$$\sum x_1x_2 = 19645,4; \sum x_1^2 = 2019,62; \sum x_2^2 = 226657,4;$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{25} = \frac{213,79}{25} = 8,5516; \bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{25} = \frac{2265,19}{25} = 90,6076; \bar{y} = \frac{\sum y}{25} = \frac{358,86}{25} = 14,3544.$$

$$\sum (y - \bar{y})^2 = 294,62; \sum (x_1 - \bar{x}_1)^2 = 67,395; \sum (x_2 - \bar{x}_2)^2 = 2053,68.$$

Корреляцион боғланиш функциясини $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$ кўринишида оламиз.

Номаълум параметрлар a_0, a_1, a_2 ни топиш учун бизнинг масаламизга мувофиқ (5.17) тенгламалар тизимини тузамиз:

$$\begin{cases} 25a_0 + 213,79a_1 + 2265,19a_2 = 358,86 \\ 213,79a_0 + 2019,62a_1 + 19645,4a_2 = 3182,84 \\ 2265,19a_0 + 19645,4a_1 + 226657,4a_2 = 33162,8 \end{cases}$$

Бу ердан топамиз:

$$a_0 = 7,455; a_1 = 0,562; a_2 = 0,023.$$

Демак, регрессия тенгламаси:

$$y = 7,455 + 0,562x_1 + 0,023x_2$$

кўринишида бўлади.

Энди y , x_1 , x_2 омиллар орасидаги ўртача квадратик четланиш-ларни, жуфт корреляция коэффициентларини топамиз:

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\frac{\sum (x_1 - \bar{x}_1)^2}{25}} = \sqrt{\frac{67,395}{25}} = \sqrt{2,6958} = 1,642;$$

$$\sigma_{x_2} = \sqrt{\frac{\sum (x_2 - \bar{x}_2)^2}{25}} = \sqrt{\frac{2053,68}{25}} = \sqrt{82,1472} = 9,064;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{25}} = \sqrt{\frac{294,62}{25}} = \sqrt{11,7848} = 3,433.$$

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{x_1 y} - \bar{x}_1 \bar{y}}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_y} = \frac{127,3136 - 8,5516 \cdot 14,3544}{1,642 \cdot 3,433} = 0,81;$$

$$r_{yx_2} = \frac{\overline{x_2 y} - \bar{x}_2 \bar{y}}{\sigma_{x_2} \cdot \sigma_y} = \frac{1326,512 - 90,6076 \cdot 14,3544}{9,064 \cdot 3,433} = 0,83;$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x}_1 \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}} = \frac{785,816 - 8,5516 \cdot 90,6076}{1,642 \cdot 9,064} = 0,73.$$

Ушбу ҳисобланган корреляция коэффициентларининг сонли қийматларидан равшанки, меҳнат унумдорлиги билан унга таъсир этувчи омиллар орасида ўта яхши боғланиш мавжуд экан.

Энди регрессия тенгламаси орқали $\hat{Y}_i = 7,455 + 0,562x_1^i + 0,023x_2^i$ ($i = \overline{1,25}$) ларни ҳисоблаб чиқамиз:

$$\hat{Y}_1 = 12,72; \hat{Y}_2 = 12,52; \hat{Y}_3 = 12,74; \hat{Y}_4 = 12,91; \hat{Y}_5 = 13,32; \hat{Y}_6 = 13,68; \hat{Y}_7 = 14,16; \hat{Y}_8 = 14,54;$$

$$\hat{Y}_9 = 14,92; \hat{Y}_{10} = 14,55; \hat{Y}_{11} = 13,54; \hat{Y}_{12} = 13,85; \hat{Y}_{13} = 13,71; \hat{Y}_{14} = 14,34; \hat{Y}_{15} = 14,23;$$

$$\hat{Y}_{16} = 14,54; \hat{Y}_{17} = 14,66; \hat{Y}_{18} = 14,72; \hat{Y}_{19} = 14,87; \hat{Y}_{20} = 15,41; \hat{Y}_{21} = 15,97; \hat{Y}_{22} = 16,03;$$

$$\hat{Y}_{23} = 15,41; \hat{Y}_{24} = 15,81; \hat{Y}_{25} = 15,87.$$

Тўпلامли корреляцияда натижавий кўрсаткич билан омиллар орасидаги боғланиш тўпلام корреляция коэффициенти

$$R = R_{x_1 x_2 y} = \sqrt{\frac{r_{x_1 y}^2 + r_{x_2 y}^2 - 2 \cdot r_{x_1 y} \cdot r_{x_2 y} \cdot r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}}$$

орқали баҳоланади.

Бизнинг масаламизда

$$R = \sqrt{\frac{(0,81)^2 + (0,83)^2 - 2 \cdot 0,81 \cdot 0,83 \cdot 0,73}{1 - (0,73)^2}} = \sqrt{\frac{1,3450 - 0,981558}{0,4671}} = \sqrt{0,7780817} = 0,882.$$

Бунда ҳам меҳнат унумдорлиги (натижавий кўрсаткич) ва унга таъсир этувчи омиллар орасида ўта яхши алоқа мавжуд эканлиги равшан.

Энди корреляцион таҳлилда битта омилнинг 1% га ўзгаришида натижавий кўрсаткичнинг неча % га ўзгаришини кўрсатувчи эластиклик коэффициентларини ҳисоблаймиз:

$$\mathcal{E}_{x_1} = a_1 \cdot \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = 0,562 \cdot \frac{8,5516}{14,3544} = 0,3348;$$

$$\Theta_{x_2} = a_2 \cdot \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = 0,023 \cdot \frac{90,6076}{14,3544} = 0,1452.$$

Регрессия тенгламасининг ҳақиқатлигини текшириш учун Фи-шернинг F -мезони ва Стьюдент тақсимотининг t -мезонларидан фойдаланамиз.

Бизда тўплам корреляция коэффиценти $R=0,882$; кузатувлар сони $n=25$; омиллар сони $k=3$.

Фишер F -мезони қиймати:

$$F = \frac{R^2 \cdot (n - k)}{(1 - R^2) \cdot (n - 1)} = \frac{(0,882)^2 \cdot (25 - 3)}{[1 - (0,882)^2] \cdot (25 - 1)} = \frac{0,777924 \cdot 22}{0,222076 \cdot 24} = \frac{17,114328}{5,329824} = 3,211.$$

Стьюдент t -мезони қиймати:

$$t = \frac{R \cdot \sqrt{n - k - 1}}{1 - R^2} = \frac{0,882 \cdot \sqrt{25 - 3 - 1}}{1 - (0,882)^2} = \frac{0,882 \cdot 4,5825756}{0,222076} = 18,2.$$

Динамик қаторларда автокорреляцияни аниқлашда Дарбин-Уотсон мезони формуласидан фойдаланамиз:

$$DW = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{\sum y^2} = \frac{294,625}{6056,16} = 0,0486.$$

Корреляция коэффиценти хатолиги ушбу $S_{xy} = \frac{1 - r_{xy}^2}{\sqrt{n - 1}}$ формула орқали аниқланади.

Бизда:

$$S_{x_1y} = \frac{1 - r_{x_1y}^2}{\sqrt{n - 1}} = \frac{1 - 0,6593}{\sqrt{25 - 1}} = \frac{0,3407}{4,8989} = 0,069;$$

$$S_{x_2y} = \frac{1 - r_{x_2y}^2}{\sqrt{n - 1}} = \frac{1 - 0,6955}{\sqrt{25 - 1}} = \frac{0,3044}{4,8989} = 0,062.$$

5-масала. Аҳолининг нонга бўлган талабига доир иқтисодий масалани кўриб чиқайлик:

y – нонга бўлган талаб;

x_1 – нон нархи;

x_2 – нонни сотишдан олинadиган даромад;

x_3 – одамлар сони;

x_4 – бошқа маҳсулотларнинг сони.

$n=12$ – кузатувлар сони – ойлар: январ, феврал,..., декабр.

Ушбу қаралаётган омилларга тегишли статистик маълумотлар куйидаги жадвалда келтирилган (шартли маълумотлар):

n	y	x_1	x_2	x_3	x_4
1	100	20	100	150	50
2	99	25	99	155	48
3	98	21	98	160	47
4	96	23	97	165	45
5	95	25	96	170	44
6	94	25	95	175	43
7	92	26	93	180	40
8	90	25	91	190	35
9	95	26	89	186	38
10	80	24	88	187	39

11	75	22	86	198	35
12	70	20	85	200	30
Σ	1084	282	1117	2116	494

Аниқлансин:

- ЭКК усули ёрдамида регрессия тенгламаси;
- ўртача квадратик четланишлар;
- жуфт корреляция коэффициентлари;
- эластиклик коэффициентлари;
- тўпلام корреляция коэффициентлари;
- $(i = \overline{1,12})$ лар ҳисоблансин; $\hat{y}_i = a_0 + a_1x_1^i + a_2x_2^i + a_3x_3^i + a_4x_4^i$
- олинган натижалар таҳлил қилинсин.

Ечиш. Энг аввало керакли йиғиндиларни ва ўртача қиймат-ларни ҳисоблаймиз:

$$\sum y = 1084; \sum x_1 = 282; \sum x_2 = 1117; \sum x_3 = 2116; \sum x_4 = 494;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{12} = \frac{1084}{12} = 90,3; \bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{12} = \frac{282}{12} = 23,5; \bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{12} = \frac{1117}{12} = 93,08;$$

$$\bar{x}_3 = \frac{\sum x_3}{12} = \frac{2116}{12} = 176,3; \bar{x}_4 = \frac{\sum x_4}{12} = \frac{494}{12} = 41,17.$$

$$\sum x_1^2 = 6733; \sum x_2^2 = 10427; \sum x_3^2 = 406793; \sum x_4^2 = 20738;$$

$$\sum (y - \bar{y}) = 0; \sum (y - \bar{y})^2 = 1074,68; \sum (x_i - \bar{x}_i)^2 = 0 \quad (i = \overline{1,4})$$

$$\sum (x_1 - \bar{x}_1)^2 = 55; \sum (x_2 - \bar{x}_2)^2 = 313,5632; \sum (x_3 - \bar{x}_3)^2 = 3022,68; \sum (x_4 - \bar{x}_4)^2 = 401,1668.$$

$$\sum yx_1 = 25548; \sum yx_2 = 101408; \sum yx_3 = 189605; \sum yx_4 = 45185; \sum x_1x_2 = 26250;$$

$$\sum x_1x_3 = 49765; \sum x_1x_4 = 11606; \sum x_2x_3 = 196043; \sum x_2x_4 = 46311; \sum x_3x_4 = 86031.$$

Регрессия тенгламасини $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4$ кўринишда қидирамиз.

Номалум параметрлар a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 ларни топиш учун юқорида ҳисобланган йиғиндилардан фойдаланиб, (5.4) тенгламалар тизимини тузамиз:

$$\begin{cases} 12a_0 + 282a_1 + 1117a_2 + 2116a_3 + 494a_4 = 1084 \\ 282a_0 + 6733a_1 + 26250a_2 + 49765a_3 + 11606a_4 = 25548 \\ 1117a_0 + 26250a_1 + 104271a_2 + 196043a_3 + 46310a_4 = 101408 \\ 2116a_0 + 49765a_1 + 196043a_2 + 40793a_3 + 86031a_4 = 189605 \\ 494a_0 + 11606a_1 + 46311a_2 + 86031a_3 + 20738a_4 = 45185 \end{cases}$$

Ушбу тенгламаларни биргаликда ечиб, куйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$a_0 = 23,4; a_1 = 1,542; a_2 = 1049; a_3 = 0,3115; a_4 = 0,28.$$

Бу қийматларни эътиборга олиб, регрессия тенгламасини

$$y = 23,4 + 1,542x_1 + 1049x_2 + 0,3115x_3 + 0,28x_4$$

кўринишда ҳосил қиламиз.

Энди x_1, x_2, x_3, x_4 ларнинг берилган сонли қийматларидан фойдаланиб $\hat{Y}_i = 23,4 + 1,542x_1^i + 1049x_2^i + 0,3115x_3^i + 0,28x_4^i$ ($i = \overline{1,12}$) ларни ҳисоблаймиз:

$$\hat{Y}_1 = 98; \hat{Y}_2 = 103,8; \hat{Y}_3 = 93,2; \hat{Y}_4 = 96,3; \hat{Y}_5 = 97; \hat{Y}_6 = 94,8; \hat{Y}_7 = 93,5; \hat{Y}_8 = 88,2;$$

$$\hat{Y}_9 = 88; \hat{Y}_{10} = 83,3; \hat{Y}_{11} = 75,8; \hat{Y}_{12} = 72,5.$$

Ўртача квадратик четланишларнинг сонли қийматларини ҳисоблаймиз:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1074,68}{12}} = 9,46; \sigma_{x_1} = \sqrt{\frac{55}{12}} = 2,14; \sigma_{x_2} = \sqrt{\frac{313,5632}{12}} = 5,1;$$

$$\sigma_{x_3} = \sqrt{\frac{3022,68}{12}} = 15,87; \quad \sigma_{x_4} = \sqrt{\frac{401,1668}{12}} = 5,76.$$

Жуфт корреляция коэффициентларининг сонли қийматлари:

$$\begin{aligned} r_{yx_1} &= \frac{2129 - 23,5 \cdot 90,3}{9,46 \cdot 2,14} = 0,343; & r_{yx_2} &= \frac{8450,67 - 93,08 \cdot 90,3}{9,46 \cdot 5,1} = 0,944; \\ r_{yx_3} &= \frac{15800,42 - 176,3 \cdot 90,3}{9,46 \cdot 15,87} = -0,796; & r_{yx_4} &= \frac{15800,42 - 176,3 \cdot 90,3}{9,46 \cdot 15,87} = -0,796; \\ r_{x_1x_2} &= \frac{2187,5 - 23,5 \cdot 93,08}{2,14 \cdot 5,1} = 0,01; & r_{x_1x_3} &= \frac{4147,08 - 23,5 \cdot 176,3}{2,14 \cdot 15,87} = 0,119; \\ r_{x_1x_4} &= \frac{967,17 - 23,5 \cdot 41,17}{2,14 \cdot 5,76} = -0,026; & r_{x_2x_3} &= \frac{16336,9 - 93,08 \cdot 176,3}{5,1 \cdot 15,87} = -0,903; \\ r_{x_2x_4} &= \frac{3859,25 - 93,08 \cdot 41,17}{5,1 \cdot 5,76} = -0,913; & r_{x_3x_4} &= \frac{7169,25 - 176,3 \cdot 41,17}{15,87 \cdot 5,76} = -0,969. \end{aligned}$$

Тўплам корреляция коэффициенти:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{\sum (y - \hat{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{111,88}{1074,68}} = 0,9466.$$

Ушбу ҳисобланган параметрларнинг сонли қийматларини таҳлил қилиб, қуйидаги хулосаларни ҳосил қиламиз:

1. Нонга бўлган талаб билан нон нархи суст алоқада экан.
2. Нонга бўлган талаб билан даромад орасида ўта яхши боғланиш мавжуд, яъни даромад қанча кўп бўлса, нонга бўлган талаб ҳам шу даражада кўпаяди.
3. Нонга бўлган талаб билан одамлар сони ўртасида тескари яхши алоқа мавжуд, яъни одамлар сони ошган сари нонга бўлган талаб пасаяди.
5. Тўплам корреляция коэффициенти сонли қийматидан кўриниб турибдики, ҳамма омиллар ўртасида ўта яхши боғланиш мавжуд.
4. Нонга бўлган талаб билан бошқа маҳсулотлар нархи ўрта-сида ($r_{x_4y} = 0,872$) ўта яхши боғланиш мавжуд, яъни бошқа маҳсулот-ларнинг нархи ошганда, нонга бўлган талаб кўпаяди.

ХУЛОСА.

Хозирги кунда мураккаб бозор иқтисодиёти шароитида фаолият олиб боровчи субъектларнинг самарали хатти ҳаракатлари уларнинг бозор конъюнктурасини яхши таҳлил қила олишлари ва керакли қарор қабул қилишларига боғлиқдир. Бунинг учун улар

Ўзларининг турли шароитларини ҳар томонлама иқтисодий таҳлил қила олишлари керак. Буларга мавжуд ресурслардан қандай маҳсулотлардан қанча ишлаб чиқариш, қаерда ва қимга қандай баҳоларда сотиш кераклигини Аниқлайди.

Иқтисодий-математик усуллар ва моделлар фанини ўрганишда талабалар маъруза матнларидан ҳозирги замонавий компьютерлардан фойдаланган ҳолда ахборотларни қайта ишлаш ва унда мураккаб жараёнларни моделлаштиришда фойдаланадилар.

Бунинг учун уларга моделлар ва моделлаштириш, уларнинг турлари, асосий этаплари, маълумотлар билан тузилган моделларни тўлдириш йўллари ўргатилиш билан моделлаштириш натижаларида қулга киритилган иккиламчи маълумотлардан бозор иқтисодиёти шароитида турли қарорлар қабул қилишда амалда фойдаланиш йўллари курсатиб беради. Аниқ иқтисодий объектлар мисолида моделлаштиришни, объектга таъсир этувчи омилларни ўрганиш ва уларнинг таъсир кучини баҳолаш, самаланинг моделини тузиш ва компьютерда турли ҳилдаги вариантлар устида иқтисодий математик изланишлар олиб бориш ва олинган натижаларни ҳам иқтисодий ҳам математик томондан тугри талкин қила билишни ўргатишдир.

Иқтисодий-математик моделларнинг реаллигини таъминлашда замонавий ахборот-компьютер технологиялари катта ёрдам беради.

Ушбу маъруза матнларидан олган билимларини талабалар иқтисодиётнинг турли соҳа ва тармоқларида самарали татбиқ қилишлари, мустақил тадқиқотлар олиб боришлари учун қўлланма бўлади.

АДАБИЁТЛАР

1. Абдуллаев А. и др. Методў социально-экономического прогно-зирования. –Т.: Ўзбекистон, 1992.
2. Абдуллаев О.М. Иқтисодий математика. Ўқув қўлланма. –Т.: ТДИУ, 2004. -171 б.
3. Абдуллаев А., Ишназаров А., Турсунова Р., Беркинова А. Методическая разработка по курсу “Эконометрика” –Т.: ТДИУ, 2004. -35 с.
4. Абдуллаев А.М., Исмоилов А.А., Ишназаров А.И. Информационные технологии в решении экономических задач. –Т.: ТДИУ, 2005. – 72 с.
5. Абдуллаев А.М. Математические методў в социологии. –Т.: ТГЭУ, 2006. – 207 с.
6. Беркинов Х., Беркинова А., Султонов Б., Холдоров Х. Иқтисодий масалаларда корреляцион-регрессион таҳлил моделлари татбиқи. Ўқув-услубий қўлланма. –Т.: «IQTISOD-MOLIYA», 2007. -108 б.
7. Гмурман В.Е. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистикадан масалалар ечишга доир қўлланма. –Т.: Ўқитувчи, 1980. – 367 с.
8. Ғуломов С.С. ва бошқалар. Иқтисодий информатика. Дарслик. –Т.: Ўзбекистон, 1999. – 528 б.
9. Ғуломов С.С. ва бошқалар. Микроиқтисодиёт. –Т.: Шарқ, 2001.
10. Ғофуров М. ва бошқалар. Иқтисодий-математик усуллар ва моделлар. –Т.: АГНИ, 2001. – 100 б.
11. Замков О.О. и др. Математические методў в экономике. Учеб-ник. –М.: Изд-во «Дело и сервис», 2004. – 368 с.
12. Шодиев Т.Ш. ва бошқалар. Иқтисодий-математик усуллар ва моделлар. –Т.: 2000. – 96 б.