

**Министерство высшего и среднего специального образования
Республики Узбекистан**

**Ташкентский государственный технический университет
имени Абу Райхана Беруни**

**Методические указания
к выполнению практических работ
по курсу «Теория автоматического управления»
для студентов направления
5521800-«Автоматизация и управление»**

Часть – I

Ташкент 2007

Составители: Х.З.Игамбердиев, Ж.У.Севинов

Методические указания к выполнению практических работ по курсу «Теория автоматического управления», Ташкентский государственный технический университет, Ташкент 2007 г., 56 стр.

В методическом указании приведены примеры и задачи по изучению динамических характеристик линейных систем управления, структурного метода, устойчивости линейных непрерывных систем, анализу процессов в линейных системах и синтезу линейных систем.

Методические указания предназначены для студентов направления 5521800 – «Автоматизация и управление» и могут быть полезными также для студентов родственных направлений.

Кафедра «Автоматизация и управление» им. академика М.З.Хамудханова

Печатается по решению научно-методического совета ТГТУ.

Рецензенты:

Сиддиқов И.Х. – к.т.н., доцент ТИТЛП
Якубов А.Б. – к.т.н., доцент ТашГТУ

ВВЕДЕНИЕ

Теория автоматического управления - это научная дисциплина, которая возникла сравнительно недавно, хотя отдельные устройства, работавшие без участия человека, известны с глубокой древности.

Появившиеся в результате первого промышленного переворота в Европе в конце XVIII века регуляторы (1765 г. – регулятор уровня И.И.Ползунова, а в 1784 г. – регулятор скорости паровой машины Д. Уатта) были предназначены стабилизировать работу технических устройств, на которые действуют внешние факторы из окружающей среды. Очень эффективным способом оказалось использование отрицательной обратной связи, которую в XIX веке вводили еще полуинтуитивно, и без соответствующих расчетов это не всегда давало нужный эффект. Часто вместо предполагаемого улучшения работы применение регуляторов с отрицательной обратной связью приводило к неожиданным техническим явлениям: неустойчивости и генерации новых движений. Для изучения этих явлений потребовались соответствующие методы, которые не только могли бы объяснить необычные свойства, но и позволили усмотреть общие закономерности поведения регуляторов. Их основы были изложены в появившихся в конце XIX века первых работах «о регуляторах» английского математика-механика Д.Максвелла (1866 г.) и русского механика И.А.Вышнеградского (1876, 1877 гг.). Активное развитие новой теории началось с появлением электротехнических систем, в частности электромашинных, и систем радиоавтоматики. До сих пор классическим примером систем автоматического управления является система регулирования скорости электрической машины. Впоследствии оказалось, что методы теории автоматического управления позволяют объяснить работу объектов различной физической природы: в механике, энергетике, радио- и электротехнике, т. е. везде, где можно усмотреть обратную связь. Все методы объединяет одна общая задача: обеспечить необходимую точность и удовлетворительное качество переходных процессов. Таким образом, теория автоматического управления является по существу теорией процессов в системах с отрицательной обратной связью. К настоящему времени теория автоматического управления является сложившейся научной дисциплиной со своим аналитическим аппаратом.

Предметом изучения теории автоматического управления являются свойства, методы расчета и конструирования систем автоматики с обратными связями. При нынешнем уровне развития науки и техники для составления моделей обычно используется аппарат дифференциальных уравнений, на языке которых сформулированы основные законы механики и физики макромира. Итак, предметом теории автоматического управления являются свойства моделей систем автоматики, которые представлены дифференциальными уравнениями, а также их различными преобразованиями и интерпретациями.

1. ПРИМЕРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

При обсуждении свойств автоматических устройств очень полезно обращаться к реальным примерам, которые достаточно распространены, и по ним можно представить себе поведение технической системы.

Рассмотрим несколько характерных примеров систем автоматического управления.

ПРИМЕРЫ

Пример 1

Одна из самых распространенных систем автоматики – *система стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока с независимым возбуждением*. Цель ее работы заключается в поддержании заданной скорости вращения двигателя при действии «нагрузки» на валу. Системы подобного типа используют, например, в металлорежущих станках, где независимо от глубины резания металла нужно выдерживать заданную скорость вращения. На рис. 1.1 представлена упрощенная схема реализации такой системы.

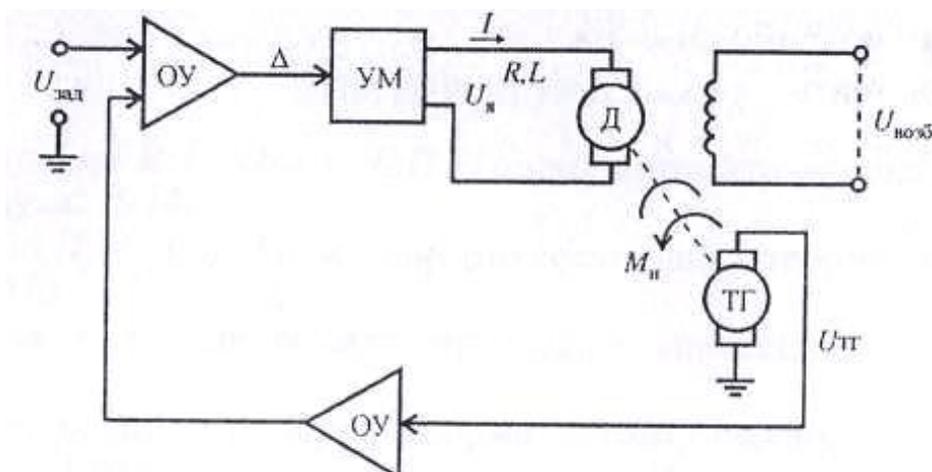


Рис. 1.1. Функциональная схема системы стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока

Здесь введены следующие обозначения:

$U_{\text{зад}}$ - задающее воздействие на систему (напряжение задания);

ОУ - операционные усилители для согласования электрических цепей на входе и выходе;

Δ - разница между напряжением задания и напряжением тахогенератора (сигнал рассогласования);

УМ - усилитель мощности для преобразования маломощного сигнала Δ в силовое напряжение (напряжение на якоре двигателя);

Д - электродвигатель;

I - ток в цепи электродвигателя;

R, L - сопротивление и индуктивность в якорной цепи;

$U_{\text{я}}$ - напряжение на обмотке якоря электродвигателя;

$U_{\text{возб}}$ - напряжение возбуждения;

ТГ - тахогенератор (маломощный генератор электрического напряжения), используется в качестве датчика скорости вращения двигателя;

$U_{ТГ}$ – напряжение тахогенератора;

M_n – момент нагрузки.

В этой системе организована отрицательная обратная связь, при которой

$$\Delta = U_{зад} - U_{ТГ}.$$

Если нагрузка M_n возрастает, то падает $U_{ТГ}$ и, как следствие, возрастает U_y что позволяет «удержать» обороты двигателя при увеличенной нагрузке на двигатель. Если M_n уменьшается, происходит обратный процесс, который не дает возможности двигателю слишком увеличить скорость вращения.

При описании этого классического примера введены переменные, которые используются для описания динамических систем: вход - ($U_{зад}$, выход - $U_{ТГ}$, возмущение - M_n , состояние - I , U_y , параметры - L , R .

Пример 2

Рассмотрим теперь общеизвестный пример из области бытовой техники - систему стабилизации температуры в холодильнике. В каждом холодильнике применяется достаточно простая система автоматического регулирования, цель функционирования которой состоит в стабилизации температуры в камере холодильника при изменении массы и температуры закладываемых продуктов или при открывании дверей. На рис. 1.2 приведена упрощенная схема системы стабилизации температуры.

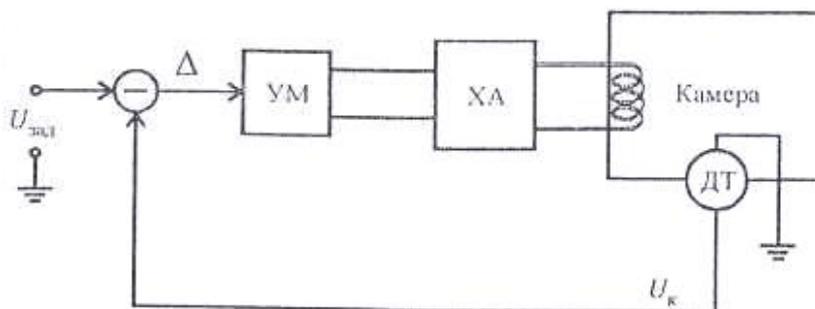


Рис. 1.2. Функциональная схема системы стабилизации

Здесь $U_{зад}$ - сигнал, соответствующий заданной температуре; УМ - усилитель мощности с релейной характеристикой, который используется в качестве управляющего устройства, он включает или отключает холодильный агрегат (ХА), «прокачивающий» хладагент через трубки камеры; ДТ - датчик температуры, выходной сигнал U_k которого пропорционален температуре камеры.

Как правило, в холодильнике не применяются операционные усилители; сравнение заданной и действительной температур происходит непосредственно. На схеме это показано соответствующим элементом.

Система работает следующим образом: если открыть камеру и положить некоторую массу теплых продуктов, то сразу повышается температура в камере

и возрастает разница Δ между заданной (низкой) и повышенной действительной температурами, включается УМ с релейной характеристикой и работает холодильный агрегат. Через некоторое время разница Δ становится меньше порогового значения и реле отключается. Такая система работает только в «одну сторону» – на охлаждение. Ее поведение характеризуют величины: вход - $U_{\text{зад}}$, выход - напряжение с датчика температуры; состояние - температура внутри камеры, возмущение - количество тепла в закладываемом продукте.

2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Прежде чем изучать поведение реальных систем и их моделей, необходимо определить формальный язык, на котором будут обсуждаться их свойства. Основным элементом такого формального языка является понятие динамических характеристик, под которыми интуитивно понимают какие-либо соотношения, характеризующие свойства систем в статике и динамике (при изменении состояния).

Дадим следующее определение. Динамической характеристикой (математической моделью) системы будем называть любое соотношение, заданное аналитически, графически или в виде таблицы, которое позволяет оценить ее поведение во времени.

В этом разделе будем рассматривать различные способы описания линейных динамических систем, их взаимосвязь и приведение к принятой в теории автоматического управления форме записи математической модели.

Отметим, что динамическая характеристика дает возможность исследовать поведение системы, т. е. рассчитать для нее переходные процессы.

ПРИМЕРЫ

Пример 2.1

Записать уравнения состояния одноканального объекта, модель которого имеет вид:

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + y = u .$$

Рассмотрим два варианта переменных состояния.

1. Если в качестве переменных состояния выбрать выходную величину и её производную ($x_1 = y, x_2 = \dot{y}$), то получим канонические уравнения состояния и матрицы объекта типа

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dots \\ \dot{x}_n = -a_1x_1 - a_2x_2 - \dots - a_nx_n + bu, \\ y = x_1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 3x_2 + u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0].$$

2. Выбирая новые переменные ($x_1 = y, \quad x_2 = \dot{y} + 3y$), получим уравнения состояния и матрицы объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0].$$

Пример 2.2

Записать уравнения состояния объекта с математической моделью вида

$$\ddot{y} + \dot{y} + 3y = 2\dot{u} + u.$$

Разрешим это уравнение относительно разности

$$\ddot{y} - 2\dot{y} = -\dot{y} - 3y + u,$$

Выберем в качестве переменных состояния $x_1 = y, x_2 = \dot{y} - 2u$ и получим следующие уравнения состояния и матрицы объекта:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = -3x_1 - x_2 - u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0].$$

Пример 2.3

Определить математическую модель электрической цепи (рис.2.1), записать для неё уравнения состояния.

Физическими законами, в силу которых развиваются процессы в объекте, являются законы Кирхгофа

$$U_1 = L \frac{dl}{dt} + RI, \quad U_2 = RI.$$

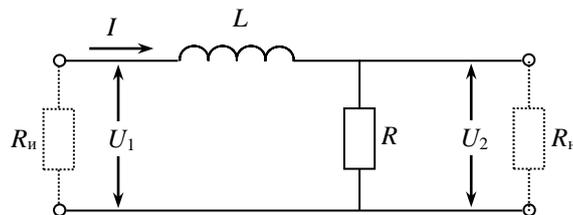


Рис.2.1. Эквивалентная схема объекта.

Перейдём к удобному с точки зрения теории управления описанию объекта. При этом выходной величиной будем считать напряжение на выходе цепи, т.е. $y=U_2$, управляющим воздействием – напряжение на её входе ($u=U_1$), а переменной состояния – ток, протекающий по цепи ($x=I$). С учётом введённых обозначений запишем исходное уравнение объекта в следующем виде

$$\begin{cases} L\dot{x} + Rx = u, \\ y = Rx, \end{cases}$$

а за тем перейдём к принятому описанию в переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases}$$

где $A = R/L, B = 1/L, C = R$.

Пример 2.4

Рассмотрим в качестве ещё одного примера составление математической модели двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (рис 2.2),

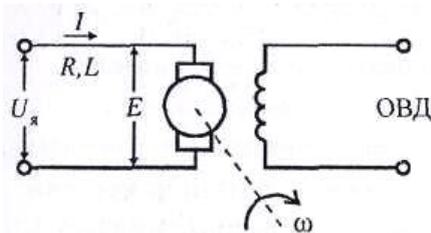


Рис. 2.2. Схема двигателя постоянного тока

который часто используется в системах математического управления. Здесь $U_я$ – напряжение, подаваемое на якорь двигателя, которое будем считать входным воздействием; I – ток цепи якоря, представляющий собой внутреннюю переменную объекта; R, L – сопротивление и индуктивность цепи якоря; E – противоЭДС, т.е. напряжение, возникающее в обмотке якоря в результате его вращения в магнитном поле; ω – скорость вращения двигателя, которую будем считать выходной переменной; ОВД – обмотка возбуждения двигателя.

Запишем основные уравнения, характеризующие процессы двигателя. Уравнение электрического равновесия якорной цепи имеют вид

$$L \frac{dI}{dt} + RI + E = U_я.$$

Уравнение равновесия моментов на валу двигателя следующие:

$$J \frac{d\omega}{dt} = \dot{I}_a - \dot{I}_n,$$

где J – приведённый момент инерции; M_d – вращающий момент; M_c – момент сопротивления на валу двигателя, который является возмущающим воздействием.

С достаточной степенью точности во многих случаях можно считать, что $E = c_1\omega$, $\dot{I}_a = c_2I$, $M_c = M_c(t)$, где $c_i = const$, $i = \overline{1,2}$. В результате уравнения двигателя имеют вид

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} + RI + c_1\omega = U_я, \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_2I - M_c. \end{cases}$$

Введём следующие обозначения: $u = U_я$ – управление; $x_1 = \omega, x_2 = I$ – переменные состояния; $M = M_c$ – возмущение. Запишем уравнения двигателя в переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_{12}x_2 + hM, \\ \dot{x}_2 = -a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + bu, \\ y = x_1, \end{cases}$$

где $a_{12} = \frac{c_2}{J}$, $h = \frac{1}{J}$, $a_{21} = \frac{c_1}{L}$, $a_{22} = \frac{R}{L}$, $b = \frac{1}{L}$.

Часто модель двигателя представляют в виде одного дифференциального уравнения

$$T_y \dot{O}_i \ddot{y} + T_M \dot{y} + y = ku - k_M (\dot{O}_y p + 1)M$$

Здесь $T_M = RL / c_1 c_2$ - электромеханическая постоянная времени двигателя; $T_y = L/R$ - электромагнитная постоянная якорной цепи; $k = 1/c_1$ - коэффициент усиления; $k_M = R/c_1 c_2$

Пример 2.5

Рассмотрим перевернутый маятник, ось которого монтируется на тележке (каретке), перемещающейся в горизонтальном направлении [2]. В совокупности такое устройство представляет собой объект управления, называемый «кареткой-маятником». Его схематичная модель изображена на рис. 2.3.

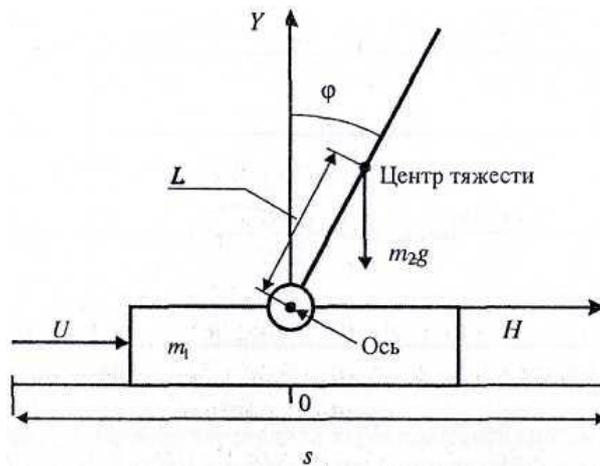


Рис. 2.3. Объект управления «каретка-маятник».

Здесь φ – угол отклонения маятника (выходная переменная); U – прикладываемая управляющим двигателем сила (входная переменная); s – перемещение каретки; m_1 – масса каретки; L – расстояние между осью и центром тяжести маятника; g – ускорение силы тяжести; H и V – горизонтальная и вертикальная силы реакции оси маятника.

Упрощённая модель объекта «каретка-маятник» может быть представлена системой дифференциальных уравнений [2]

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} - a_4 c \varphi + c \ddot{s} = 0, \\ \ddot{s} = -a_2 \dot{s} + b_2 U, \end{cases}$$

где $a_2 = \frac{F}{m_2}$, $b_2 = \frac{1}{m_2}$, $a_4 = g$, $c^{-1} = \frac{J + m_1 L^2}{m_1 L}$ - эффективная длина маятника.

Перейдём к описанию модели объекта в переменных состояния вида $\dot{x} = Ax + Bu$. В качестве компонент вектора состояния выберем следующие величины

$$\begin{aligned} x_1 = s, x_2 = \dot{s}, x_3 = s + c^{-1}\varphi, \\ x_4(t) = \dot{s}(t) + c^{-1}\dot{\varphi}(t), \end{aligned}$$

а выходной переменной объекта является угол отклонения маятника ($y = \varphi$). В результате уравнения состояния принимают вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_2 x_2 + b_2 U, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_4 c (x_3 - x_1), \\ y = c (x_3 - x_1). \end{cases}$$

Теперь определим матрицы объекта:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_4 c & 0 & a_4 c & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [-c \quad 0 \quad c \quad 0]$$

Пример 2.6

Определить передаточную матрицу для объекта

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^2, u \in R^2, \\ y = Cx, & y \in R^2 \end{cases}$$

где $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$.

Воспользуемся выражением для передаточной матрицы $W(p) = C(pI - A)^{-1}B$ и найдём предварительно обратную матрицу

$$(pI - A)^{-1} = \frac{(pI - A)^*}{\det(pI - A)}. \text{ Здесь}$$

$$pI - A = \begin{bmatrix} p & -1 \\ 1 & (p-2) \end{bmatrix}.$$

Присоединённая матрица имеет вид

$$(pI - A)^* = \begin{bmatrix} p & 1 \\ -1 & (p-2) \end{bmatrix},$$

$$\det(pI - a) = p^2 - 2p + 1$$

В результате получим обратную матрицу

$$(pI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{p}{p^2 - 2p + 1} & \frac{1}{p^2 - 2p + 1} \\ \frac{-1}{p^2 - 2p + 1} & \frac{p - 2}{p^2 - 2p + 1} \end{bmatrix}$$

и передаточную матрицу объекта

$$W(p) = C(pI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{2(p-1)}{p^2 - 2p + 1} & \frac{p-1}{p^2 - 2p + 1} \\ \frac{4}{p^2 - 2p + 1} & \frac{-2(p-2)}{p^2 - 2p + 1} \end{bmatrix}$$

Как видим, все скалярные передаточные функции из этой матрицы имеют одинаковый знаменатель, который представляет собой характеристический полином объекта.

Пример 2.7

Определить передаточную функцию, нули и полюса для объекта, модель которого задана уравнением

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 5y = 2\dot{u} + 12u$$

Запишем исходное уравнение объекта в операторной форме с помощью оператора дифференцирования p

$$(p^2 + 6p + 5)y = (2p + 12)u$$

Определим теперь передаточную функцию

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2p + 12}{p^2 + 6p + 5}$$

Характеристическое уравнение объекта имеет вид

$$A(p) = p^2 + 6p + 5 = 0.$$

Передаточная функция содержит два полюса ($p_1 = -5, p_2 = -1$) и один нуль ($n_1 = -6$).

Пример 2.8

Определить передаточную функцию двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (см. рис. 2.2).

Дифференциальное уравнение двигателя получено в примере 2.4 и имеет вид

$$T_{\text{я}}T_{\text{м}}\ddot{y} + T_{\text{м}}\dot{y} + y = ku - k_{\text{м}}(T_{\text{я}}p + 1)M.$$

Будем полагать, что возмущающее воздействие отсутствует, т.е. $M=0$. Запишем это уравнение в символической форме с помощью оператора дифференцирования p

$$T_{\text{я}}T_{\text{м}}p^2y + T_{\text{м}}py + y = ku$$

или, рассматривая его как алгебраическое,

$$(T_{\text{я}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1)y = ku$$

Определим теперь передаточную функцию двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

$$W(p) = \frac{k}{T_{\text{Я}}T_{\text{М}}p^2 + T_{\text{М}}p + 1}$$

Как видим, она не содержит нулей и имеет два полюса, которые в зависимости от численных значений параметров $T_{\text{Я}}$ и $T_{\text{М}}$ могут быть вещественными или комплексно-сопряженными.

Пример 2.9

Изобразить корневой портрет объекта, поведение которого описывают следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + x_2 + 2u, \\ y = x_1 \end{cases}$$

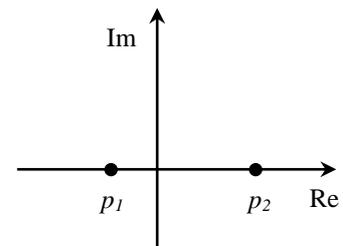


Рис.2.4. Корневой портрет объекта.

Определим матрицу объекта $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ и запишем характеристическое уравнение

$$A(p) = \det(pI - A) = p^2 - 2p - 3 = 0.$$

Собственные значения матрицы A следующие: $p_1 = -1, p_2 = 3$. Они изображены на комплексной плоскости корней в виде точек (рис. 2.4)

Пример 2.10

Для объекта с заданной передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10p}{p+1}$$

построить амплитудно-фазовую (АФХ), вещественную частотную и фазовую частотную характеристики (ВЧХ, ФЧХ).

Запишем выражение для обобщённой частотной характеристики, сделав замену в передаточной функции $p \rightarrow j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{10j\omega}{j\omega+1} = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1} + j\frac{10\omega}{\omega^2+1}.$$

Выражения для ВЧХ и ФЧХ имеют вид

$$R(\omega) = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1}, \quad \varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \text{arctg} \frac{1}{\omega}.$$

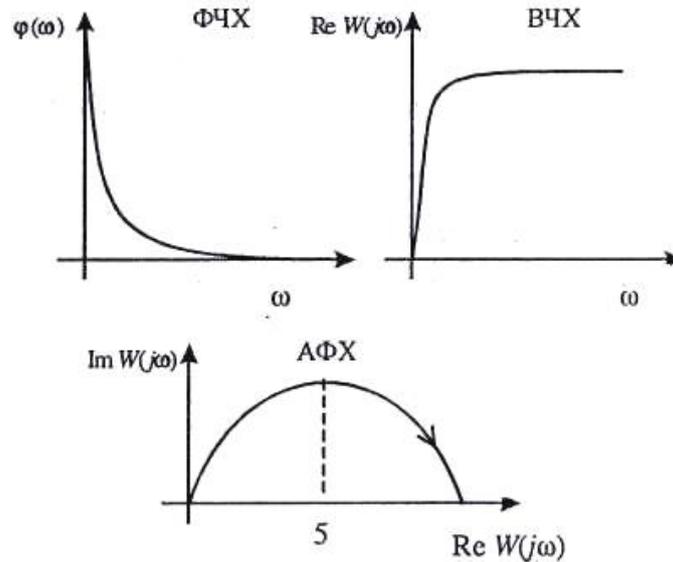


Рис. 2.5. Частотные характеристики для примера 2.10

Соответствующие частотные характеристики, построенные при изменении частоты от 0 до ∞ , представлены на рис 2.5.

ЗАДАЧИ

2.1. Для схемы, изображенной на рис. 2.6, записать дифференциальное уравнение относительно входной и выходной переменных, если $R = 400 \text{ Ом}$, $C = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$, $L = 100 \text{ Гн}$.

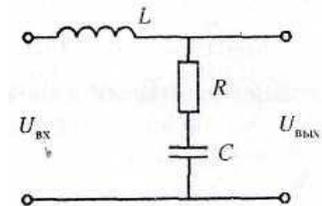


Рис.2.6. Схема к задаче 2.1.

2.2. Записать уравнения математической модели, определить передаточную функцию, нули и полюса для объекта, схема которого приведена на рис. 2.7:

- а) на рис. 2.7,а, где $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 2 \text{ кОм}$, $C_1 = C_2 = 1 \text{ мкФ}$;
- б) на рис. 2.7,б, где $L_1 = 1 \text{ Гн}$, $L_2 = 1 \text{ Гн}$, $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 2 \text{ кОм}$.

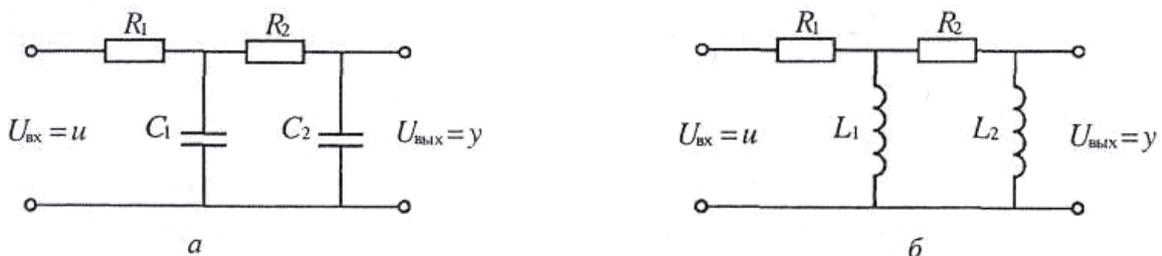


Рис. 2.7. Схемы к задаче 2.2

2.3. Известно описание объекта в виде дифференциального уравнения относительно входной и выходной переменных

$$0,5\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = 1.5u.$$

Записать модель в переменных состояния и определить матрицы объекта A , B , C .

2.4. Дифференциальное уравнение объекта имеет вид

$$\ddot{y} + 3\dot{y} - \dot{y} + y = \ddot{u} + 2\dot{u} + 5u.$$

Записать модель в переменных состояния и определить матрицы объекта A, B, C .

2.5. Известно описание объекта в переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2, \\ \dot{x}_2 = 5x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 2x_2 - x_3 + 5u, \\ y = 0,1x_1. \end{cases}$$

Определить матрицы коэффициентов A, B и C . Записать дифференциальное уравнение объекта относительно y, u .

2.6. Найти передаточную функцию, полюса и нули объекта, математическая модель которого имеет вид

а) $2\ddot{y} + 4\dot{y} + 2\dot{y} + 4y = u$;

б) $\ddot{y} + 2\dot{y} + \dot{y} = 2\ddot{u} + 3\dot{u} + u$;

в) $\ddot{y} + 7\dot{y} - 5y = \dot{u} + 5u$.

2.7. Определить передаточную функцию $W(p) = y(p)/u(p)$, если известны дифференциальные уравнения состояния объекта:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - x_2 - x_3 + 6u, \\ y = x_1 + 2x_2 - x_3. \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_1 - 2x_2 - x_3 + 4u, \\ y = x_1. \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + 2x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_2 + 4x_1 + 2u, \\ y = x_1 + 2x_2. \end{cases} \end{array}$$

2.8. Известна модель объекта в переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - 0,5x_2 + 4u_1, \\ \dot{x}_2 = -0,1x_1 - x_2 + 0,4u_2, \\ y_1 = 2x_1, \\ y_2 = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Определить матричную передаточную функцию.

2.9. Известны матрицы объекта A, B и C

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Найти его матричную передаточную функцию.

2.10. Перейти от передаточной функции к модели объекта в переменных состояниях:

$$a) W(p) = \frac{5}{(p^2 + 7p + 3)};$$

$$б) W(p) = \frac{4p + 3}{4p^3 + 8p^2 + 8p + 3};$$

$$в) W(p) = \frac{4}{(2p^3 + 0,8p^2 + 6p + 0,4)}.$$

2.11. Записать аналитические выражения для всех частотных характеристик, если известна передаточная функция объекта:

$$a) W(p) = \frac{4}{(2p^2 + p)};$$

$$б) W(p) = \frac{8p}{(4p^2 + 4p + 1)};$$

$$в) W(p) = \frac{10}{(p + 1)(0,1p + 1)}.$$

2.12. Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта, поведение которого описывает следующая модель в переменных состояниях:

$$a) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + 2u, \\ y = x_1 + 5x_2. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 5x_2 + u, \\ y = x_1 - x_2. \end{cases}$$

2.13. Построить ЛАЧХ объекта, если его АЧХ имеет следующий вид:

$$a) A(\omega) = \frac{100}{\sqrt{\omega^2 + 1}};$$

$$б) A(\omega) = \frac{10\sqrt{\omega^2 + 1}}{\omega^2 \sqrt{0,01\omega^2 + 1}}.$$

2.14. Построить ВЧХ и МЧХ для объекта со следующей передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{4}{(4p^2 + p + 1)}.$$

3. СТРУКТУРНЫЙ МЕТОД

Для расчета различных систем автоматического управления их обычно разбивают на отдельные элементы, динамическими характеристиками которых являются дифференциальные уравнения не выше второго порядка. Причем различные по своей физической природе элементы могут описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями, поэтому их относят к определенным классам, называемым *типовыми звеньями*.

Изображение системы в виде совокупности типовых звеньев с указанием связей между ними называется структурной схемой. Она может быть получена на основе как дифференциальных уравнений, так и передаточных функций. Данный способ и составляет суть *структурного метода*, т. е. метода представления систем автоматического управления различной физической природы.

Хотя структурный метод не предлагает новых способов расчета, он позволяет наглядно представить взаимосвязь элементов системы и оценить при наличии соответствующего опыта отдельные свойства переходных и статических процессов. Он настолько широко используется в практике проектирования, что, по существу, может считаться одним из «языков», на котором обсуждаются свойства систем автоматического управления.

Рассмотрим подробнее отдельные типовые звенья и их различные динамические характеристики.

ПРИМЕРЫ

Пример 3.1

Определить общую передаточную функцию системы, структурная схема которой приведена на рис. 3.1.

Предварительно определим передаточные функции типовых соединений звеньев: передаточная функция параллельного соединения звеньев

$$\bar{W}_1(p) = W_1(p) + W_2(p),$$

а передаточная функция последовательно соединенных звеньев

$$\bar{W}_2(p) = \bar{W}_1(p)W_3(p).$$

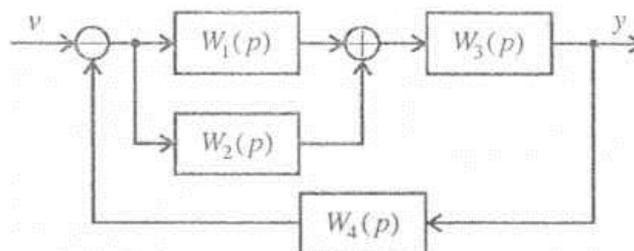


Рис. 3.1. Структурная схема системы

С учетом введенных обозначений структуру системы можно привести к виду, изображенному на рис. 3.2.

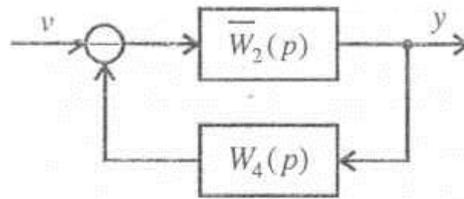


Рис. 3.2. Структурная схема эквивалентной системы

Используя структурные преобразования, запишем общую передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{\bar{W}_2(p)}{1 + \bar{W}_2(p) W_4(p)}.$$

Подставляя вместо $\bar{W}_1(p)$ и $\bar{W}_2(p)$ их значения, получим окончательно

$$W(p) = \frac{[W_1(p) + W_2(p)] W_3(p)}{1 + [W_1(p) + W_2(p)] W_3(p) W_4(p)}.$$

Пример 3.2

Определить передаточную функцию системы автоматического сопровождения цели радиолокационной станции [5], структурная схема которой представлена на рис. 3.3.

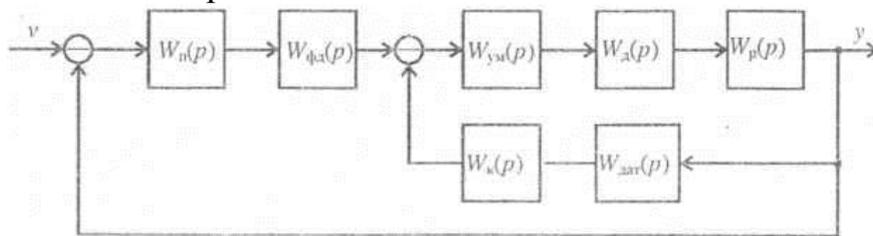


Рис. 3.3. Структурная схема системы автоматического сопровождения цели

Здесь $W_n(p)$ – передаточная функция приемника системы; $W_{фд}(p)$ – передаточная функция фазового детектора; $W_{ум}(p)$ – передаточная функция усилителя мощности; $W_d(p)$ – передаточная функция двигателя; $W_p(p)$ – передаточная функция редуктора; $W_{дат}(p)$ – передаточная функция датчика частоты вращения антенны; $W_k(p)$ – передаточная функция корректирующего устройства.

Используя правила структурных преобразований, запишем

$$W_1(p) = W_{ум}(p) W_d(p) W_p(p),$$

передаточную функцию

$$W_2(p) = W_{дат}(p) W_k(p)$$

и

$$W_3(p) = W_n(p) W_{фд}(p).$$

Определим передаточную функцию внутреннего контура

$$W_4(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) W_2(p)}$$

и прямого канала системы

$$W_5(p) = W_3(p) W_4(p).$$

Определим полную передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{y}{v} = \frac{W_5(p)}{1 + W_5(p)}.$$

Подставляя вместо промежуточных передаточных функций $W_i(p)$, $i = \overline{1,5}$, исходные значения, получим окончательно

$$W(p) = \frac{y}{v} = \frac{W_n(p)W_{\phi o}(p)W_{ym}(p)W_o(p)W_p(p)}{1 + W_{ym}(p)W_o(p)W_p(p)W_{\phi am}(p)W_{\kappa}(p) + W_n(p)W_{\phi o}(p)}.$$

Пример 3.3

Изобразить структурную схему объекта, модель которого задана следующей системой дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -3x_1 - 5x_2 + 2u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Предварительно проинтегрируем уравнения состояния

$$x_1(t) = x_1(0) + \int_0^t (-x_1 + 2x_2) dt,$$

$$x_2(t) = x_2(0) + \int_0^t (-3x_1 - 5x_2 + 2u) dt,$$

$$y = x_1 + x_2.$$

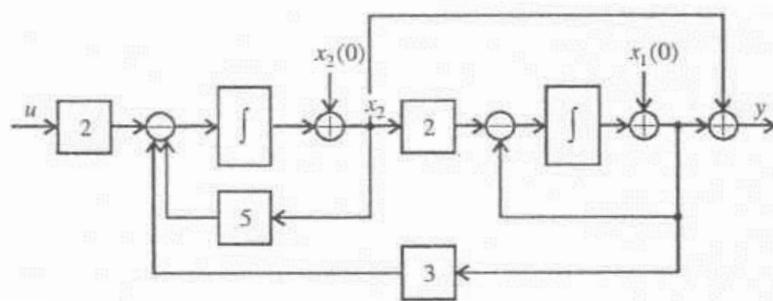


Рис. 3.4. Иллюстрация составления структурной схемы по уравнениям состояния

В соответствии с интегральными уравнениями на рис. 3.4 изобразим структурную схему системы.

Пример 3.4

Получить два варианта канонического описания и соответствующих структурных схем для системы, модель которой имеет вид

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{5p^2 + 2p + 7}{p^3 + 3p^2 + 4p + 1}.$$

Используем представление передаточной функции в виде

$$W(p) = \left(\frac{1}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1} \right) (b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0)$$

и запишем для нее операторные уравнения

$$\begin{cases} (p^3 + 3p^2 + 4p + 1)z = u, \\ (5p^2 + 2p + 7)z = y, \end{cases}$$

от которых перейдем к структурной схеме, приведенной на рис. 3.5.

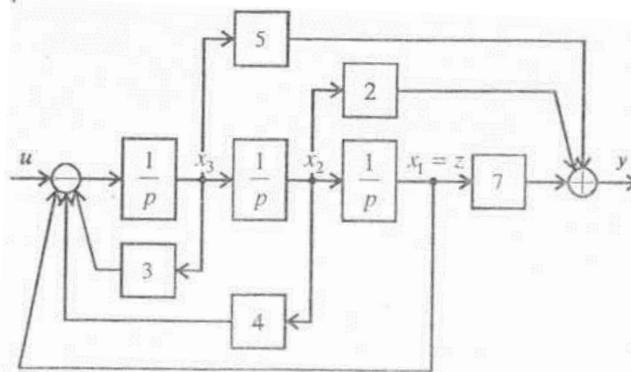


Рис. 3.5. Структурная схема, соответствующая первой канонической форме

На основании этой структурной схемы запишем уравнения первой канонической формы в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 4x_2 - 3x_3 + u, \\ y = 7x_1 + 2x_2 + 5x_3. \end{cases}$$

Для перехода ко второй канонической форме представим передаточную функцию системы в виде

$$W(p) = (b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0) \left(\frac{1}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1} \right)$$

и запишем для нее следующие операторные уравнения:

$$\begin{cases} (p^3 + 3p^2 + 4p + 1)y = z, \\ (5p^2 + 2p + 7)u = z, \end{cases}$$

которым соответствует структурная схема, приведенная на рис. 3.6.

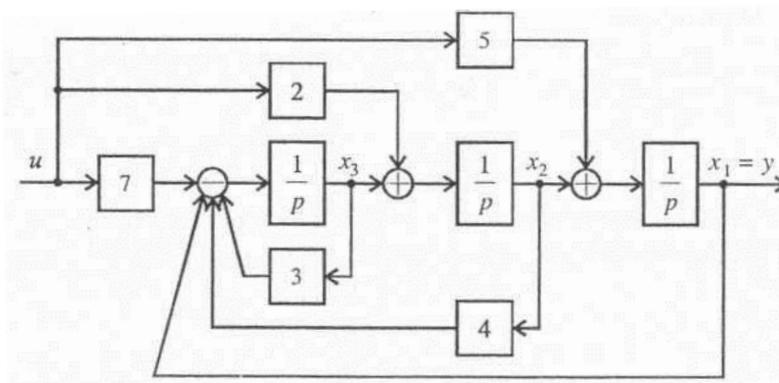


Рис. 3.6. Структурная схема, соответствующая второй канонической форме

Запишем теперь модель системы в виде второй канонической формы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 5u, \\ \dot{x}_2 = x_3 + 2u, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 7u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Пример 3.5

Рассмотрим систему, состоящую из интегрирующего и дифференцирующего звеньев, которые соединены последовательно.

Первый вариант соединения звеньев показан на рис. 3.7.

Используя структурные преобразования, найдем общую передаточную функцию

$$W(p) = \frac{1}{p} p = 1.$$

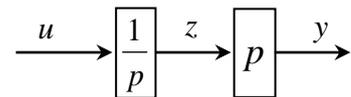


Рис.3.7. Первый вариант соединения звеньев

Отсюда следует вывод, что подобное соединение звеньев эквивалентно безынерционному звену, т. е. сигнал на выходе системы повторяет сигнал на ее входе. Покажем это, рассматривая уравнения отдельных звеньев. Выходной сигнал интегрирующего звена определяется соотношением

$$z(t) = z(0) + \int_0^t u(t) dt ,$$

где $z(0)$ – начальное условие на интеграторе. Сигнал на выходе дифференцирующего звена, а следовательно, и всей системы имеет вид

$$y(t) = \dot{z}(t) = u(t) ,$$

что соответствует выводу, сделанному на основе анализа общей передаточной функции звеньев.

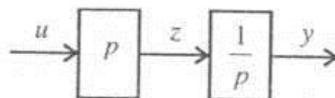


Рис. 3.8. Второй вариант соединения звеньев

Второй вариант соединения звеньев показан на рис. 3.8, т. е. звенья поменяли местами. Передаточная функция системы та же, что и в первом случае,

$$W(p) = p \frac{1}{p} = 1.$$

Однако теперь выход системы не повторяет входной сигнал. В этом можно убедиться, рассматривая уравнения звеньев. Сигнал на выходе дифференцирующего звена соответствует уравнению

$$z(t) = \dot{u}(t) ,$$

а на выходе системы определяется соотношением

$$y(t) = y(0) + \int_0^t z(\tau) d\tau = y(0) + u(t).$$

Как видим, во втором случае выходной сигнал отличается от сигнала на выходе первой системы на величину начального значения, несмотря на то, что обе системы имеют одну и ту же передаточную функцию.

ЗАДАЧИ

3.1. Изобразить структурную схему системы, дифференциальное уравнение которой имеет вид:

а) $2\ddot{y} + 0,5\dot{y} + y = 6u$;

б) $\ddot{y} + 0,2\dot{y} + 0,3y = 5u$;

в) $0,5\ddot{y} + 3\dot{y} + 6y = 7u$.

3.2. Изобразить структурную схему системы, модель которой представлена в переменных состояния:

а)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 3x_2 - 7x_3 + u, \\ y = 2x_1 + x_2 - x_3; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = x_3 + u, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 0,5x_2 - 0,2x_3 + 3u, \\ y = x_1; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 6x_1 + x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 5x_2 - 3u, \\ y = x_1 + x_2; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 - 3x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_1 - 2x_2 - x_3 + u, \\ y = 2x_1 + x_2; \end{cases}$$

3.3. Определить передаточные функции систем, если их структурные схемы имеют вид, представленный на рис. 3.9.

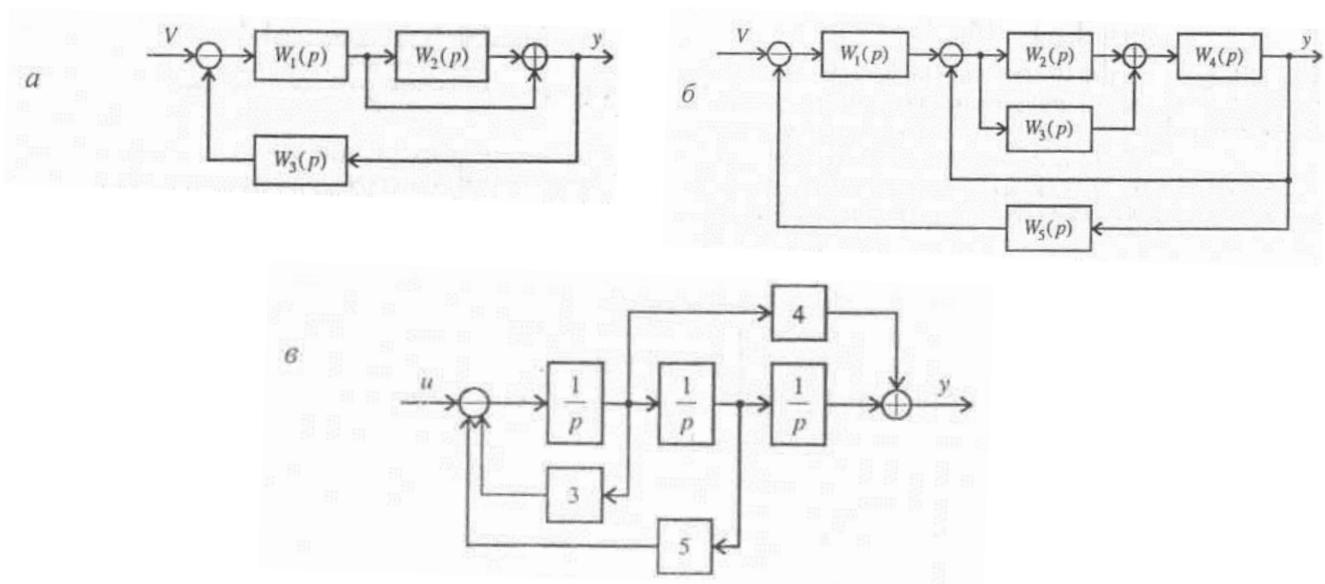


Рис. 3.9. Структурные схемы к задаче 3.3

3.4. Известны структурные схемы системы (рис. 3.10). Записать их модели в переменных состояния.

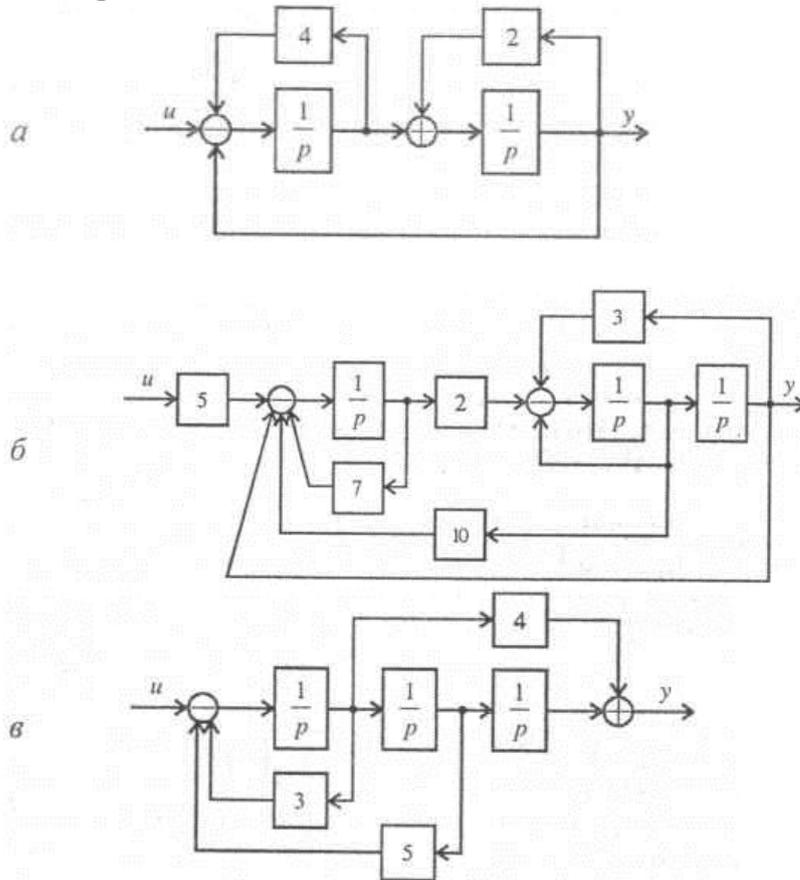


Рис. 3.10. Структурная схема к задаче 3.5

3.5. Известна структурная схема системы (рис. 3.11).

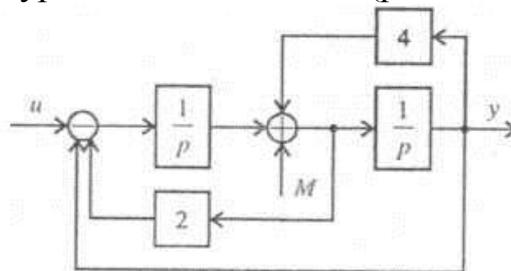


Рис. 3.11. Структурные схемы к задаче 3.4

1. Определить передаточную функцию $W_u(p) = \frac{y(p)}{u(p)}$ в предположении, что $M = 0$.
2. Определить передаточную функцию $W_M(p) = \frac{y(p)}{M(p)}$, полагая $u = 0$.
3. Записать модель системы в переменных состояния.
4. Повторить пп. 1 и 2 для системы, структурная схема которой приведена на рис. 3.12.

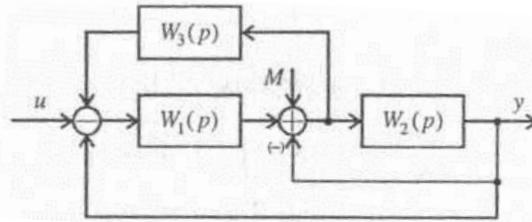


Рис. 3.12. Структурная схема к задаче 3.5

3.6. Изобразить структурную схему, соответствующую первой канонической форме описания системы, имеющей передаточную функцию

$$W(p) = \frac{6p + 3}{5p^2 + 8p + 2}.$$

1. Записать первую каноническую форму.
2. Изобразить структурную схему, соответствующую второй канонической форме описания системы.
3. Записать вторую каноническую форму.

3.7. Изобразить структурную схему, соответствующую первой канонической форме описания системы, имеющей передаточную функцию

$$W(p) = \frac{4p + 5}{p^3 + p^2 + 3p + 2}.$$

1. Записать первую каноническую форму.
2. Изобразить структурную схему, соответствующую второй канонической форме описания системы.
3. Записать вторую каноническую форму.

3.8. Изобразить структурную схему, соответствующую первой канонической форме описания системы, имеющей передаточную функцию

$$W(p) = \frac{10p^2 + 3p + 1}{0,5p^3 + 0,4p^2 + p + 2}.$$

1. Записать первую каноническую форму.
2. Изобразить структурную схему, соответствующую второй канонической форме описания системы.
3. Записать вторую каноническую форму.

4. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ

В этом разделе начинаем исследование свойств процессов, происходящих в системах автоматики. Важнейшим из них является устойчивость – основное качественное свойство системы автоматического управления, без которого она неработоспособна.

Физически устойчивость означает, что при ограниченном входном воздействии выходной сигнал также является ограниченным и процессы в системе стремятся к определенному значению при любых начальных условиях.

Отметим, что в случае линейной системы устойчивость определяется только ее структурой и параметрами и не зависит от величины внешних воздействий и начальных условий.

ПРИМЕРЫ

Пример 4.1

Проверить устойчивость системы первого порядка, передаточная функция которой имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}.$$

Ее характеристическое уравнение следующее:

$$Tp+1=0.$$

Оно имеет только один корень $\lambda = -1/T$, который при $T > 0$ будет вещественным отрицательным.

Следовательно, положительность коэффициентов характеристического уравнения для системы первого порядка является необходимым и достаточным условием устойчивости.

Пример 4.2

Проверить устойчивость следующей системы второго порядка

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2dTp+1}.$$

Запишем ее характеристическое уравнение

$$T^2 p^2 + 2dTp+1=0$$

и найдем корни

$$\lambda_{1,2} = \frac{-d}{T} \pm \frac{\sqrt{d^2-1}}{T}.$$

Они будут иметь отрицательную вещественную часть, если одновременно выполняются условия

$$T > 0, d > 0.$$

Таким образом, положительность коэффициентов характеристического уравнения для системы второго порядка также является необходимым и достаточным условием устойчивости.

Пример 4.3

Проверить с помощью критерия Гурвица устойчивость системы третьего порядка, дифференциальное уравнение которой имеет вид

$$\ddot{y} + a_3\dot{y} + a_2y + a_1y = bu.$$

Запишем ее характеристическое уравнение

$$p^3 + a_3p^2 + a_2p + a_1 = 0$$

и составим из коэффициентов матрицу Гурвица

$$H = \begin{bmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{bmatrix}.$$

Получим следующие условия устойчивости системы:

- 1) $\Delta_1 = a_3 > 0$;
- 2) $\Delta_2 = a_3a_2 > a_1$;
- 3) $\Delta_3 = \det H = a_1\Delta_2 > 0$ или $a_1 > 0$.

Поскольку положительность всех коэффициентов характеристического уравнения следует из необходимого условия, условие устойчивости системы третьего порядка принимает вид

$$a_3a_2 > a_1.$$

Данное условие можно рассматривать как частный случай критерия Гурвица, т. е. оно является необходимым и достаточным условием устойчивости для систем третьего порядка.

Пример 4.4

Проверить с помощью критерия Гурвица устойчивость двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, полагая в качестве выходной переменной угол поворота двигателя α , который связан с угловой скоростью вращения соотношением

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}.$$

Добавим к основным уравнениям двигателя, приведенным в примере 2.4, выражение для угловой скорости вращения и получим модель объекта

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} + RI + c_1\omega = U_{\text{я}}, \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_2I - M_c, \\ \omega = \frac{d\alpha}{dt}. \end{cases}$$

Запишем ее в виде одного дифференциального уравнения относительно переменной α :

$$T_{\text{я}}T_{\text{м}}\ddot{\alpha} + T_{\text{м}}\dot{\alpha} + \alpha = ku - k_{\text{м}}(T_{\text{я}}p + 1)M,$$

все параметры которого приведены в примере 2.4. Определим передаточную функцию двигателя по управлению, полагая $M = 0$,

$$W(p) = \frac{\alpha}{u} = \frac{k}{T_{я}T_{м}p^3 + T_{м}p^2 + p}.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$T_{я}T_{м}p^3 + T_{м}p^2 + p = 0.$$

Предварительно запишем это уравнение в стандартной форме

$$p^3 + \frac{1}{T_{я}}p^2 + \frac{1}{T_{я}T_{м}}p = 0.$$

и составим матрицу Гурвица

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{я}} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{T_{я}T_{м}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Как видим, $\det H = 0$. Следовательно, двигатель постоянного тока с независимым возбуждением, выходной переменной которого является угол поворота, находится на границе устойчивости.

Пример 4.5

Проверить устойчивость системы, структурная схема которой приведена на рис. 4.1. Здесь

$$W_0(p) = \frac{2}{p^3 + 2p^2 + 2p + 1}.$$

Определим передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2}{p^3 + 2p^2 + 2p + 3}$$

и запишем ее характеристический полином

$$F(p) = p^3 + 2p^2 + 2p + 3.$$

Перейдем к выражению для годографа Михайлова

$$F(j\omega) = -j\omega^3 - 2\omega^2 + 2j\omega + 3$$

и представим его в форме

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = (3 - 2\omega^2) + j(2\omega - \omega^3).$$

С целью построения годографа Михайлова вычислим значения вещественной и мнимой частей при конкретных значениях частоты и занесем их в табл.4.1.

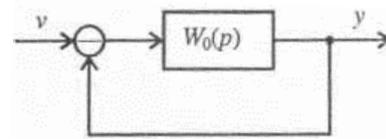


Рис. 4.1. Структурная схема исследуемой

Таблица 4.1

| | | | | | | |
|---------------|---|---|------|------|-----|-----------|
| ω | 0 | 1 | 1,22 | 1,41 | ... | ∞ |
| $R_F(\omega)$ | 3 | 1 | 0 | -1 | ... | $-\infty$ |
| $I_F(\omega)$ | 0 | 1 | 0,61 | 0 | ... | $-\infty$ |

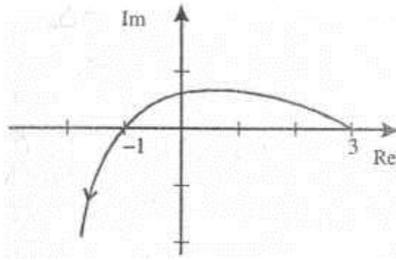


Рис. 4.2. Годограф Михайлова для примера 4.5

По данным таблицы построим годограф Михайлова.

Как видим из рис. 4.2, он проходит последовательно три квадранта, не обращаясь в нуль и стремясь к бесконечности в третьем квадранте. Следовательно, система устойчива.

Пример 4.6

Проверить устойчивость системы, структурная схема которой приведена на рис.4.3. Данная система представляет собой упрощенную модель одного из сочленений руки робота-манипулятора. Исполнительным механизмом является двигатель постоянного тока (см. пример 2.4), а соединение с рукой осуществляется через редуктор.

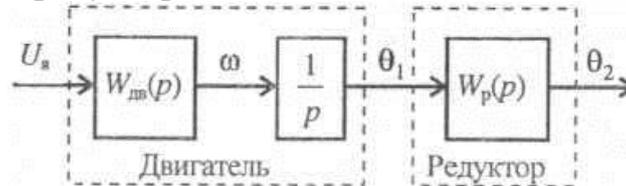


Рис.4.3. Структурная схема руки робота

Здесь $U_{я}$ – напряжение, подаваемое на якорь двигателя; ω - угловая скорость вращения двигателя; θ_1 – угол поворота вала двигателя; θ_2 – угол поворота руки. При отсутствии возмущений взаимосвязь между скоростью вращения двигателя ω и входным напряжением $U_{я}$ определяет передаточная функция (пример 2.8)

$$W_{ос}(p) = \frac{k}{T_{я}T_{м}p^2 + T_{м}p + 1},$$

а угол поворота вала двигателя θ_1 связан с его угловой скоростью вращения зависимостью $\omega = \dot{\theta}_1$. Ей соответствует на схеме вторая передаточная функция $1/p$. Редуктор представляет собой безынерционное звено с передаточной функцией $W_p(p) = \frac{1}{r}$, где r – передаточное отношение редуктора.

Проверим устойчивость системы при следующих значениях параметров передаточных функций: $W_{ос}(p) = \frac{0,6}{0,13p^2 + 1,43p + 1}$, $W_p(p) = \frac{1}{30}$. Определим общую передаточную функцию сочленения руки робота

$$W(p) = \frac{k/r}{(T_{я}T_{м}p^2 + T_{м}p + 1)p} = \frac{0,02}{(0,13p^2 + 1,43p + 1)p}$$

и запишем характеристический полином

$$F(p) = (0,13p^2 + 1,43p + 1)p.$$

Выражение для годографа Михайлова

$$F(j\omega) = -j0,13\omega^3 - 1,43\omega^2 + j\omega,$$

представим в форме

$$F(j\omega) = -1,43\omega^2 + j(\omega - 0,13\omega^3).$$

Поскольку при $\omega = 0$ вещественная и мнимая части $F(j\omega)$ одновременно обращаются в нуль, годограф Михайлова начинается в начале координат. Это означает, что система находится на границе устойчивости.

Пример 4.6

Проверить устойчивость системы управления (рис.4.4) с помощью критерия Найквиста

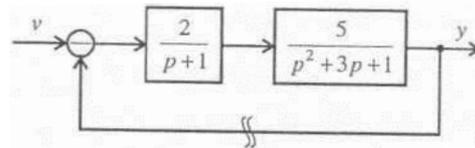


Рис. 4.4. Структурная схема системы управления

Разорвем обратную связь и определим передаточную функцию разомкнутой системы

$$W_0(p) = \frac{2}{p+1} \cdot \frac{5}{p^2+3p+1} = \frac{10}{p^3+4p^2+4p+1}.$$

Согласно критерию Гурвица, разомкнутая система устойчива. Перейдем теперь к выражению для амплитудно-фазовой частотной характеристики

$$W_0(j\omega) = \frac{10}{(1-4\omega^2) + j(4\omega - \omega^3)}$$

и выделим ее вещественную и мнимую части

$$W_0(j\omega) = \frac{10(1-4\omega^2)}{(1-4\omega^2)^2 + (4\omega - \omega^3)^2} - j \frac{10(4\omega - \omega^3)}{(1-4\omega^2)^2 + (4\omega - \omega^3)^2}$$

Построим амплитудно-фазовую частотную характеристику разомкнутой системы, изменяя со 0 до ∞ . Ниже приведены значения вещественной и мнимой частей для отдельных точек (табл.4.2).

Таблица 4.2

| ω | 0 | 0,5 | 2 | ∞ |
|----------------------|----|-------|------|----------|
| Im[$W_0(j\omega)$] | 0 | -16/3 | 0 | 0 |
| Re[$W_0(j\omega)$] | 10 | 0 | -2/3 | 0 |

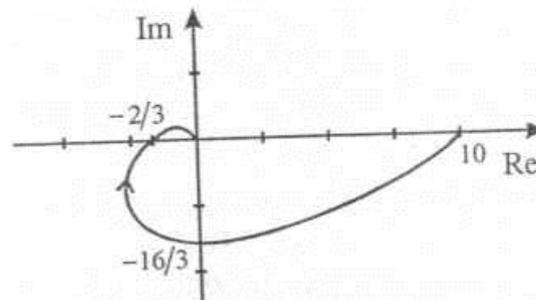


Рис. 4.5. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы

Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы представлена на рис.4.5. Она не охватывает точку с координатами $\{-1; j0\}$. Следовательно, замкнутая система устойчивая.

Пример 4.7

Проверить с помощью критерия Найквиста устойчивость системы фазовой автоподстройки частоты, упрощенная структурная схема которой приведена на рис.4.6.

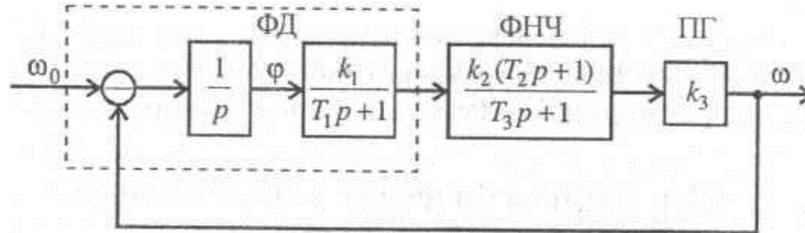


Рис. 4.6. Структурная схема системы фазовой автоподстройки частоты

Здесь ПГ – подстраиваемый генератор, частоту которого (ω) нужно стабилизировать; ФНЧ – фильтр нижних частот; ФД – фазовый детектор; ω_0 – эталонная частота; φ – разность фаз. Параметры передаточных функций соответствующих устройств следующие: $T_1 = 0,1$ с, $T_2 = 0,04$ с, $T_3 = 0,005$ с, $k = k_1k_2k_3 = 200$ с⁻¹.

Разорвем обратную связь и определим передаточную функцию разомкнутой системы

$$W_p(p) = \frac{k(T_2p + 1)}{p(T_1p + 1)(T_3p + 1)}.$$

Подставляя вместо параметров их численные значения, получим

$$W_p(p) = \frac{200(0,04p + 1)}{0,0005p^3 + 0,105p^2 + p}.$$

Перейдем теперь к частотной характеристике

$$W_p(j\omega) = \frac{200(0,04j\omega + 1)}{-0,105\omega^2 + j\omega(1 - 0,0005\omega^2)}$$

$$W_p(j\omega) = \frac{200[(-0,065\omega^2 + 0,00002\omega^4) - j(\omega + 0,00475\omega^3)]}{0,011025\omega^4 + \omega^2(1 - 0,0005\omega^2)^2}.$$

и фазовой частотной характеристик

$$\varphi_p(\omega) = \text{arctg} \frac{-1 - 0,00475\omega^2}{-0,065\omega + 0,00002\omega^3}.$$

В логарифмическом масштабе амплитудно-частотная характеристика имеет вид

$$L_p(\omega) = 20\lg 200 - 20\lg \omega + 20\lg [(-0,065\omega + 0,00002\omega^3)^2 + (1 + 0,00475\omega^2)^2] -$$

$$- 20\lg [0,011025\omega^3 + \omega(1 - 0,0005\omega^2)^2].$$

На рис.4.7 представлены логарифмические амплитудно-частотная и фазовая частотная характеристики разомкнутой системы.

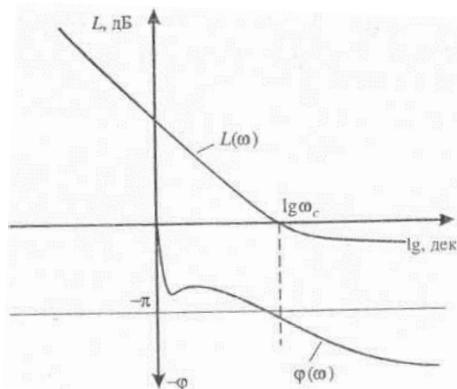


Рис. 4.7. Логарифмические характеристики разомкнутой системы

Поскольку логарифмическая амплитудно-частотная характеристика пересекает ось абсцисс позже, чем фазовая частотная характеристика достигает значения $\varphi(\omega)_p = -\pi$, то замкнутая система будет неустойчива.

Пример 4.8

Определить область устойчивости системы (рис. 4.8) по коэффициенту усиления.

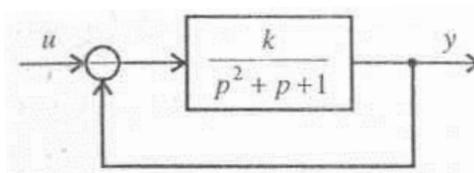


Рис. 4.32. Структурная схема системы

Определим передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{k}{p^2 + p + 1 + k}$$

и запишем ее характеристическое уравнение

$$A(p) = p^2 + p + 1 + k = 0.$$

Здесь k – параметр, по которому строится область устойчивости, поэтому обозначим его через D . Решим характеристическое уравнение относительно D и заменим $p \rightarrow j\omega$. В результате получим уравнение для кривой D -разбиения

$$D(j\omega) = \omega^2 - j\omega - 1 = (\omega^2 - 1) - j\omega.$$

Вычислим значения вещественной и мнимой частей $D(j\omega)$ при положительных значениях частоты и занесем их в табл. 4.3.

Таблица 4.3.

| | | | | | |
|---------------|----|----|----|-----|-----------|
| ω | 0 | 1 | 2 | ... | ∞ |
| $R_D(\omega)$ | -1 | 0 | 3 | ... | ∞ |
| $I_D(\omega)$ | 0 | -1 | -2 | ... | $-\infty$ |

Для построения всей кривой D -разбиения полученную половину $D(j\omega)$ отобразим относительно оси абсцисс (рис. 4.9).

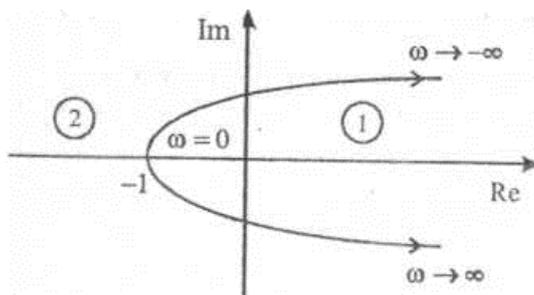


Рис. 4.9. Кривая D -разбиения для исследуемой системы

Как видим, кривая D -разбиения разделила плоскость параметра на две подобласти (1 и 2). Выбираем по одному вещественному значению D в каждой из них и оцениваем устойчивость. Исследуемая система имеет второй порядок, поэтому необходимым и достаточным условием ее устойчивости является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Следовательно, первая область есть область устойчивости ($-1 < k < \infty$), а вторая - неустойчивости.

ЗАДАЧИ

4.1. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы, передаточная функция которой имеет вид

$$W(p) = \frac{10(2p+1)}{p(p+1)(3p+1)}.$$

4.2. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.4.10), если $W_1(p) = \frac{1}{p+2}$, $W_2(p) = \frac{5}{p^2+3p+1}$.

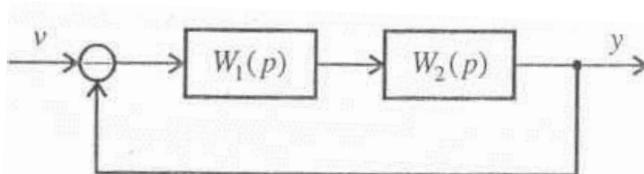


Рис. 4.10. Структурная схема системы к задаче 4.2

4.3. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.4.11), если $k_1 = k_2 = 1$, $k_3 = 2$, $k_4 = 5$, $T_1 = 1$ с, $T_2 = 0,5$ с.

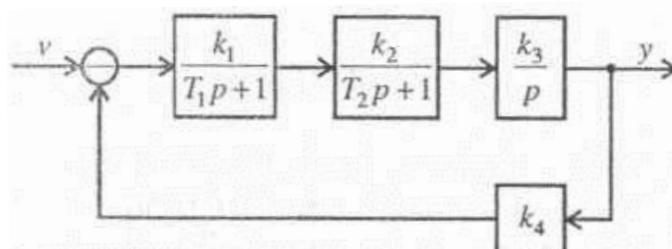


Рис. 4.11. Структурная схема системы к задаче 4.3

4.4. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость замкнутой системы, если уравнения состояния разомкнутой системы имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_2 - 5x_3 + 10u, \\ y = x_1 + 2x_2. \end{cases}$$

4.5. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.4.12), если $W_1(p) = \frac{1}{p+1}$, $W_2(p) = \frac{2}{0,5p+1}$, $W_3(p) = \frac{4}{p}$.

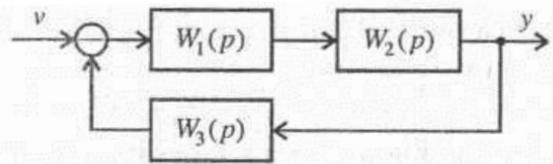


Рис. 4.12. Структурная схема системы к задаче 4.5

4.6. Используя критерий Михайлова, проверить устойчивость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - 3x_2 - 5x_3 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

4.7. Используя критерий Михайлова, проверить устойчивость системы с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10}{p^3 + 3p^2 + 2p + 6}.$$

4.8. С помощью критерия Михайлова проверить устойчивость системы (см. рис. 4.10), если $W_1(p) = \frac{10}{p}$, $W_2(p) = \frac{1}{2p^2 + 3p + 1}$.

4.9. С помощью критерия Михайлова проверить устойчивость системы (см. рис. 4.12), если $W_1(p) = \frac{20}{0,01p+1}$, $W_2(p) = \frac{3}{0,25p^2 + 0,5p + 1}$, $W_3(p) = \frac{1}{0,2p+1}$.

4.10. С помощью критерия Михайлова проверить устойчивость системы (рис. 4.13).

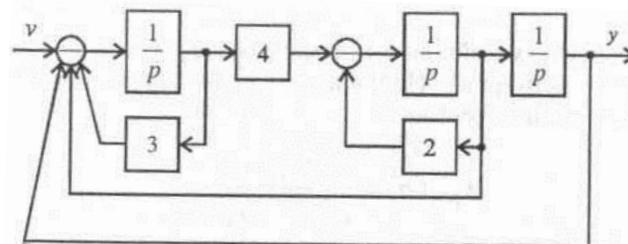


Рис. 4.13. Структурная схема системы к задаче 4.10

4.11. Проверить устойчивость замкнутой системы с отрицательной обратной связью, используя критерий Найквиста, если передаточная функция разомкнутой имеет вид

$$W_{раз}(p) = \frac{2(p+1)}{p(0,1p^2 + 0,1p+1)}.$$

4.12. С помощью критерия Найквиста проверить устойчивость системы (см. рис. 4.10), если $W_1(p) = \frac{15}{4p+1}$, $W_2(p) = \frac{2}{3p^2 + p+1}$.

4.13. С помощью критерия Найквиста проверить устойчивость системы (рис. 4.14).

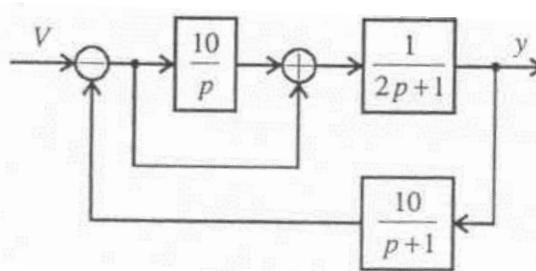


Рис. 4.14. Структурная схема системы к задаче 4.13

4.14. С помощью критерия Найквиста проверить устойчивость системы (рис. 4.15) при $k = 4$, $T = 1$.

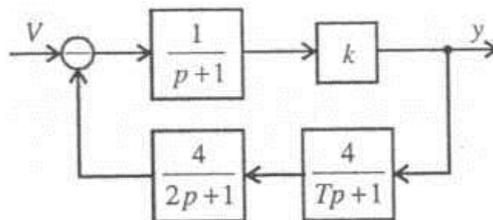


Рис. 4.15. Структурная схема системы к задаче 4.14

4.15. Проверить устойчивость замкнутой системы с помощью логарифмического критерия Найквиста, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

$$W_{раз}(p) = \frac{12(p+1)}{p(4p^2 + 2p+1)}.$$

4.16. С помощью критерия Гурвица определить значение $T_{гр}$ для системы (см. рис. 4.10), если $W_1(p) = \frac{1}{Tp+1}$, $W_2(p) = \frac{2,5}{0,5p^2 + 0,2p+1}$.

4.17. С помощью критерия Гурвица определить область допустимых значений коэффициента k для системы (см. рис. 4.12), где $W_1(p) = \frac{k}{5p+1}$,

$$W_2(p) = \frac{10}{2p+1}, \quad W_3(p) = \frac{1}{0,1p+1}.$$

4.18. С помощью критерия Михайлова определить значение $d_{гр}$ для системы (см. рис. 4.10), если $W_1(p) = \frac{15}{2p+1}$, $W_2(p) = \frac{2}{0,25p^2 + dp+1}$.

4.19. С помощью критерия Михайлова определить область допустимых значений коэффициента k для системы (см. рис. 4.12), где

$$W_1(p) = \frac{2}{0,1p+1}, \quad W_2(p) = \frac{k}{0,2p+1}, \quad W_3(p) = \frac{1}{0,01p+1}.$$

4.20. С помощью критерия Найквиста определить значение $T_{гр}$ для системы (см. рис. 4.10), если $W_1(p) = \frac{5}{Tp+1}$, $W_2(p) = \frac{1}{p(4p+1)}$.

4.21. С помощью критерия Найквиста определить область допустимых значений коэффициента k для системы (см. рис. 4.12), где

$$W_1(p) = \frac{k}{3p+1}, \quad W_2(p) = \frac{10}{2p+1}, \quad W_3(p) = \frac{1}{0,4p+1}.$$

4.22. Методом D -разбиения определить область допустимых значений параметра α для системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - \alpha x_2 - 5x_3 + 4u, \\ y = 2x_1 - x_2. \end{cases}$$

4.23. Методом D -разбиения определить область допустимых значений коэффициента усиления k для системы (см. рис. 4.12), где

$$W_1(p) = \frac{k}{0,5p+1}, \quad W_2(p) = \frac{4}{0,2p+1}, \quad W_3(p) = \frac{1}{0,5p+1}.$$

4.24. Методом D -разбиения определить область допустимых значений параметра T для системы (см. рис. 4.15), где $k = 15$.

4.25. Определить область допустимых значений общего коэффициента усиления k для системы фазовой автоподстройки частоты, упрощенная структурная схема которой приведена на рис. 4.6.

5. АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Работа системы автоматического управления помимо устойчивости оценивается рядом показателей, основными из которых являются точность отработки входных, воздействий и характер переходных процессов.

В общем случае задача анализа формулируется следующим образом: при известной структуре системы, заданной передаточной функцией $W(p)$, или матрицами $\{A, B, C\}$, или какой-либо динамической характеристикой, и известном входном воздействии v необходимо оценить переходные процессы на выходе, т. е. определить $y(t)$.

ПРИМЕРЫ

Пример 5.1

Для системы управления, структурная схема которой представлена на рис.5.1, определить коэффициент усиления регулятора K_p так, чтобы статическая ошибка не превышала значения $\Delta^0 = 5\%$ от v .

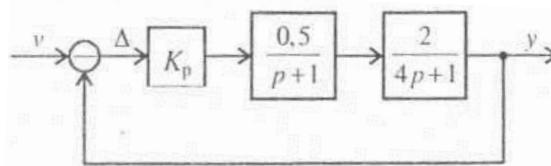


Рис. 5.1. Структурная схема системы

Ошибка от входного воздействия определяется в соответствии с $\Delta = \frac{1}{1+W_1(p)W_2(p)}v - \frac{W_2(p)}{1+W_1(p)W_2(p)}M$ следующим выражением:

$$\Delta = \frac{1}{1+K_p W_1(p)W_2(p)}v$$

или

$$\Delta = \frac{4p^2 + 5p + 1}{4p^2 + 5p + 1 + K_p}v.$$

При $p = 0$ получим статическую ошибку

$$\Delta^0 = \frac{1}{1+K_p}v,$$

которая должна удовлетворять неравенству

$$\Delta^0 \leq \Delta^0_* \text{ или } \frac{1}{1+K_p} \leq 0,05.$$

Отсюда находим необходимый коэффициент усиления регулятора $K \geq 19$.

Пример 5.2

Определить скоростную ошибку в системе управления рукой робота (рис.5.2).

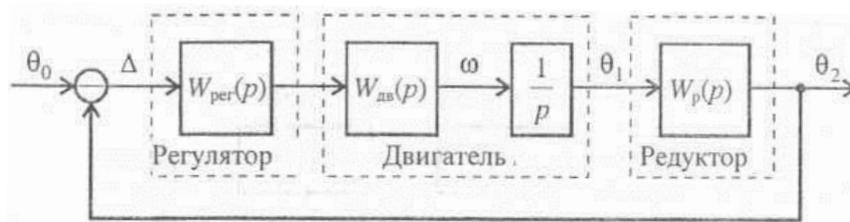


Рис. 5.2. Структурная схема системы управления рукой робота

Здесь θ_0 – желаемое (заданное) положение руки робота; в качестве регулятора используется пропорциональный регулятор с передаточной функцией $W_{\text{рег}}(p) = K_{\text{рег}}$; передаточные функции двигателя и редуктора рассмотрены в примере 4.6 и имеют вид

$$W_{\text{дв}}(p) = \frac{0,6}{0,13p^2 + 1,43p + 1}, \quad W_p(p) = \frac{1}{30}.$$

Запишем выражение для ошибки в системе

$$\Delta = \frac{p}{p + W_{\text{рег}}(p)W_{\text{дв}}(p)W_p(p)}\theta_0,$$

которая в случае режима линейной заводки ($\theta_0 = \Omega t$, $\Omega = \text{const}$) принимает вид

$$\Delta = \frac{p}{p + W_{\text{рег}}(p)W_{\text{дв}}(p)W_p(p)}\Omega.$$

В статике получим скоростную ошибку системы

$$\Delta^0 = \frac{1}{W_{\text{рег}}(0)W_{\text{дв}}(0)W_p(0)}\Omega.$$

С учетом численных значений передаточных функций она будет равна $\Delta^0 = \frac{50}{K_{\text{рег}}}\Omega$.

Пример 5.3

Определить абсолютную статическую ошибку в системе управления двигателем постоянного тока, если в установившемся режиме скорость вращения двигателя должна составлять $\omega^0 = 300$ об/мин. Структурная схема системы приведена на рис.5.3.

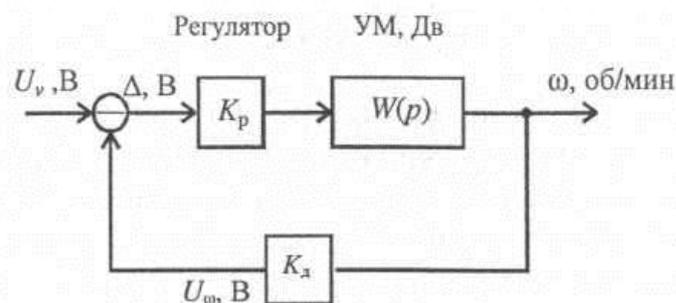


Рис. 5.3. Структурная схема системы управления двигателем

Здесь U_v – напряжение, соответствующее желаемому значению скорости вращения двигателя ω^0 ; U_ω – выходное напряжение датчика, пропорциональное скорости вращения двигателя ω ; $K_d = 0,01$ В/об/мин – коэффициент передачи датчика; $W(p) = \frac{10}{(0,04p+1)(0,1p+1)}$ – общая передаточная функция усилителя мощности (УМ) и двигателя (Дв); $K_p = 240$ – коэффициент усиления регулятора. Определим ошибку

$$\Delta = U_v - U_\omega = \frac{1}{1 + K_p W(p) K_o} U_v.$$

Запишем выражение для статической ошибки, порожденной входным воздействием,

$$\Delta^0 = \frac{1}{1 + K_p W(0) K_o} U_v = \frac{1}{1 + 24} U_v$$

или $\Delta^0 = 0,04U_v$.

Исходя из заданного значения скорости вращения двигателя ω^0 и известного коэффициента передачи датчика определим соответствующее входное напряжение

$$U_v = K_o \omega^0 = 3B.$$

Отсюда абсолютная статическая ошибка $\Delta^0 = 0,12B$, а ошибка по скорости вращения двигателя в установившемся режиме составит $\Delta\omega^0 = 12$ об/мин.

ЗАДАЧИ

5.1. Определить полную статическую ошибку в системе, структурная схема которой имеет вид, показанный на рис.5.4.

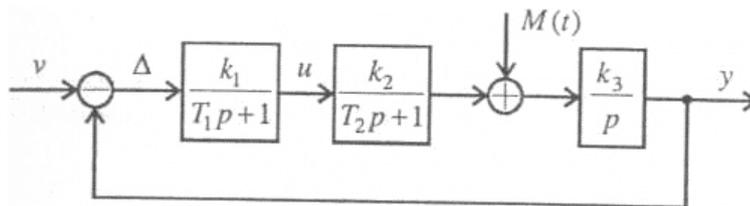


Рис.5.4. Структурная схема системы к задаче 5.1

5.2. Определить относительную статическую и скоростную ошибки при $v = 5t$ для системы, изображенной на рис.5.5.

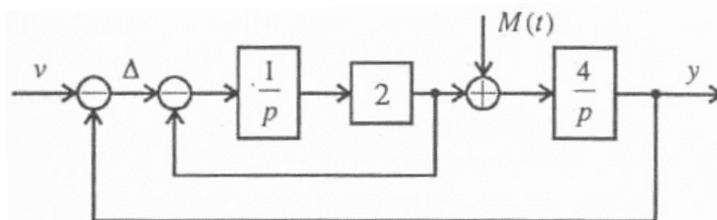


Рис.5.5. Структурная схема системы к задаче 5.2

5.3. Определить полную статическую ошибку в системе (рис.5.6) для следующих значений передаточной функции:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } W_1(p) &= \frac{2(0,5p+1)}{4p+1}, & W_2(p) &= \frac{0,25}{0,02p^2+0,4p+1}; \\
 \text{б) } W_1(p) &= \frac{25}{(2p+1)p}, & W_2(p) &= \frac{1}{3p^2+4p+1}; \\
 \text{в) } W_1(p) &= \frac{0,25p+1}{0,1p+1}, & W_2(p) &= \frac{5}{(0,2p^2+0,1p+1)p}.
 \end{aligned}$$

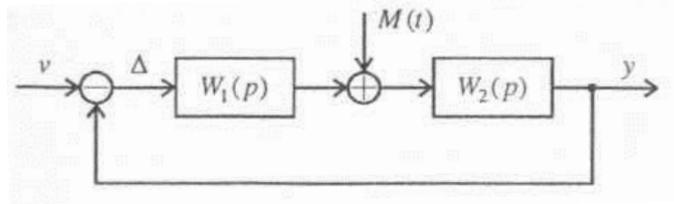


Рис. 5.6. Структурная схема системы к задаче 5.3

5.4. Определить скоростную ошибку системы фазовой автоподстройки частоты из примера 4.8, структурная схема которой приведена на рис.5.7. Значения параметров следующие: $T_1 = 0,1$ с; $T_2 = 0,04$ с; $T_3 = 0,005$ с; $K = k_1 k_2 k_3 = 200$ с⁻¹.

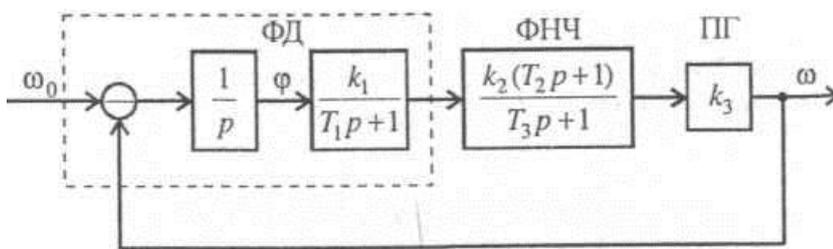


Рис. 5.8. Структурная схема системы к задаче 5.4

5.5. Для системы, структурная схема которой изображена на рис. 5.6, определить коэффициент усиления K_p так, чтобы статическая ошибка не превышала значения $\Delta_s^0 = 5\%$ от M при трех значениях передаточных функций:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } W_1(p) &= \frac{K_p}{0,5p+1}, & W_2(p) &= \frac{1}{2p^2+0,7p+1}; \\
 \text{б) } W_1(p) &= \frac{K_p(p+1)}{4p+1}, & W_2(p) &= \frac{0,2p+1}{0,04p^2+0,5p+1}; \\
 \text{в) } W_1(p) &= \frac{K_p}{10p+1}, & W_2(p) &= \frac{2}{(0,5p^2+0,3p+1)p}.
 \end{aligned}$$

5.6. Оценить качество переходных процессов для объекта, модель которого имеет вид

$$W(p) = \frac{10}{4p^2 + p + 1}.$$

5.7. Оценить качество переходных процессов по y для объекта, уравнения состояния которого следующие:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 5x_2 + 15u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

5.8. Оценить длительность переходного процесса t_n корневым методом в замкнутой системе с единичной отрицательной обратной связью, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

$$W_{раз}(p) = \frac{5(p+1)}{(2p+1)(6p+1)}.$$

5.9. Оценить время переходного процесса в системе, структурная схема которой приведена на рис.5.8.

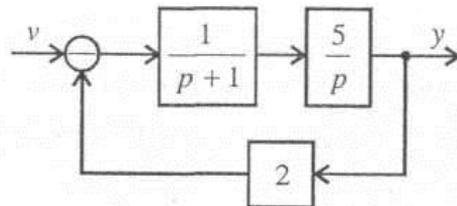


Рис. 5.8. Структурная схема системы к задаче 5.9

5.10. Оценить качество переходного процесса в системе, структурная схема которой приведена на рис.5.9.

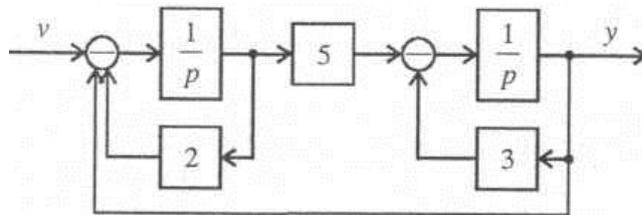


Рис. 5.9. Структурная схема системы к задаче 5.10

5.11. Оценить время переходного процесса и перерегулирование в системе, структурная схема которой приведена на рис. 5.10.

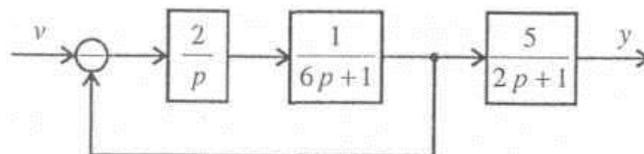


Рис. 5.10. Структурная схема системы к задаче 5.11

5.12. Оценить качество переходного процесса в системе, структурная схема которой приведена на рис.5.11.

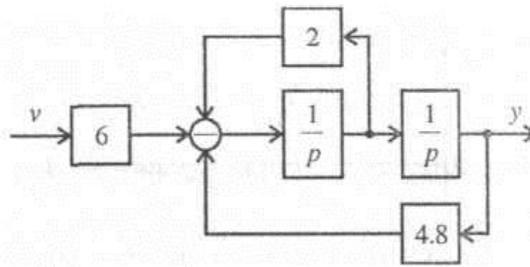


Рис. 5.11. Структурная схема системы к задаче 5.12

5.13. Определить коэффициент k , для которого относительная статическая ошибка системы по возмущению (рис.5.12) не превышает 5 %. Оценить качество переходного процесса при найденном значении коэффициента k , если передаточные функции имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } W_1(p) &= \frac{k}{3p+1}, & W_2(p) &= \frac{1}{p^2+0,7p+1}; \\
 \text{б) } W_1(p) &= \frac{k}{0,5p+1}, & W_2(p) &= \frac{2}{0,1p^2+0,5p+1}; \\
 \text{в) } W_1(p) &= \frac{k}{p+1}, & W_2(p) &= \frac{1}{(2p+1)p}.
 \end{aligned}$$

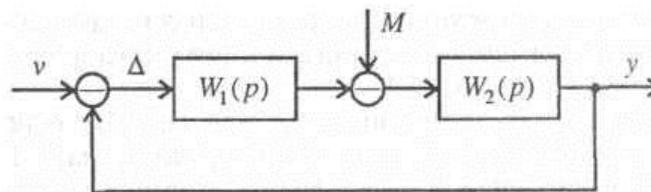


Рис. 5.12. Структурная схема системы к задаче 5.13

5.14. Определить коэффициент k , для которого скоростная ошибка по входному воздействию v системы (см. рис.5.12) не превышает 2 %. Оценить время переходного процесса и перерегулирование при найденном значении коэффициента k , если

$$W_1(p) = \frac{k}{p}, \quad W_2(p) = \frac{1}{5p^2+4p+1}.$$

5.15. Определить время переходного процесса, перерегулирование и изобразить качественный вид переходной характеристики системы. вещественная частотная характеристика которой представлена на рис.5.13.

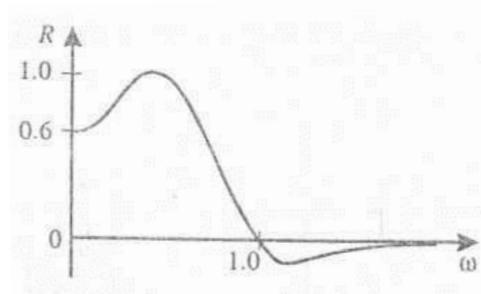


Рис. 5.13. Структурная схема системы к задаче 5.15

5.16. Оценить качество переходного процесса системы, вещественная частотная характеристика которой представлена на рис.5.14.

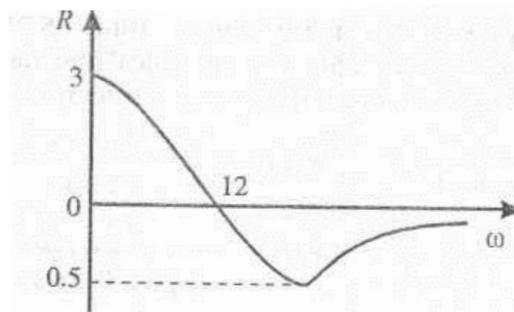


Рис. 5.14. Структурная схема системы к задаче 5.16

5.17. Используя частотный метод анализа показателей качества, вычислить время переходного процесса и перерегулирование для найденного значения k из задачи 5.13.

5.18. Определить коэффициент k , при котором относительная статическая ошибка системы (рис.5.15) не превышает 1 %. Используя частотный метод анализа, вычислить показатели качества переходных процессов для найденного значения k .

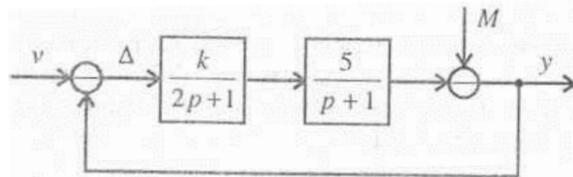


Рис. 5.15. Структурная схема системы к задаче 5.18

5.19. Оценить качество переходного процесса в системе управления двигателем постоянного тока из примера 5.3.

6. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Проблема синтеза занимает центральное место в теории автоматического управления, так как наличие адекватных способов расчета определяет успех проектирования реальных систем управления. С момента зарождения автоматики как науки этой проблеме уделялось особое внимание: уже в первых работах Д. Максвелла и И.А. Вышнеградского предлагались рекомендации по выбору численных значений отдельных параметров регуляторов.

Однако регулярные методы синтеза появились вместе с применением частотных характеристик для исследования систем автоматического регулирования. В настоящее время частотный метод считается классическим и остается одним из основных при расчете линейных систем. Широкое применение этого метода и различных его модификаций обусловлено еще и тем, что он дает приемлемые результаты даже при небольшом изменении параметров модели реального объекта.

Во второй половине XX века появились новые методы синтеза, которые принято называть современными. Некоторые из них основаны на использовании модальных (корневых) характеристик систем. Они в большей степени зависят от параметров модели, чем классические.

Частотные методы удобно использовать для режима отработки входных воздействий, а модальные - при проектировании систем, режим работы которых предполагает отработку возмущений и начальных условий.

ПРИМЕРЫ

Пример 6.1

Рассмотрим проявление этого условия для системы, структурная схема которой приведена на рис.6.1. Здесь k - коэффициент усиления регулятора; $W_0(p) = B(p)/A(p)$ - передаточная функция объекта управления.

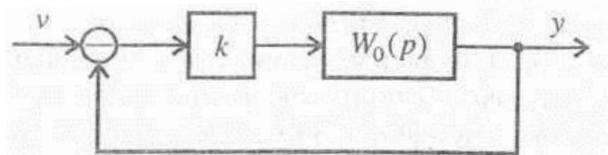


Рис. 6.1. Структурная схема системы к примеру 6.1

Запишем характеристическое уравнение системы

$$A(p) + kB(p) = 0.$$

Для уменьшения статической ошибки будем увеличивать коэффициент усиления регулятора. В пределе при $k \rightarrow \infty$ получим вырожденную систему, характеристическое уравнение которой принимает вид

$$B(p) = 0,$$

и ее устойчивость определяют «нули» передаточной функции объекта.

Пример 6.2

Проверить управляемость объекта, поведение которого описывает

следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 - u, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 3u. \end{cases}$$

Определим матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Запишем матрицу управляемости в виде $U = [B \ AB \ A^2 B]$ и вычислим матрицы произведений

$$AB = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad A^2 B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -15 \end{bmatrix}.$$

Составим матрицу управляемости

$$U = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -15 \end{bmatrix}$$

и найдем ее определитель $\det U = -33$, следовательно, объект управляем.

Пример 6.3

Проверить наблюдаемость объекта управления «каретка - маятник», схематичная модель которого изображена на рис.2.3. В примере 2.5 получены матрицы объекта в виде

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_4 c & 0 & a_4 c & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [-c \ 0 \ c \ 0].$$

Составим матрицу наблюдаемости

$$N = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c & 0 & c & 0 \\ 0 & -c & 0 & c \\ -a_4 c^2 & a_2 c & a_4 c^2 & 0 \\ 0 & -(a_4 c^2 + a_2^2 c) & 0 & a_4 c^2 \end{bmatrix}$$

и определим ее детерминант. Так как $\det N = 0$ объект «каретка - маятник» является ненаблюдаемым.

Пример 6.4

Покажем, к чему приведет несоблюдение условия $\operatorname{Re} \Lambda \{D(p)=0\} < 0$ для объекта, который состоит из трех параллельных каналов (рис. 6.2).

Определим для него передаточную функцию

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{B_1(p)}{A_1(p)}c + \frac{B(p)}{A(p)} + d \frac{B_2(p)}{A_2(p)},$$

которую представим в виде

$$W(p) = \frac{A(p)A_2(p)B_1(p)c + A_1(p)A_2(p)B(p) + dB_2(p)A_1(p)A(p)}{A_1(p)A(p)A_2(p)}. \quad (6.1)$$

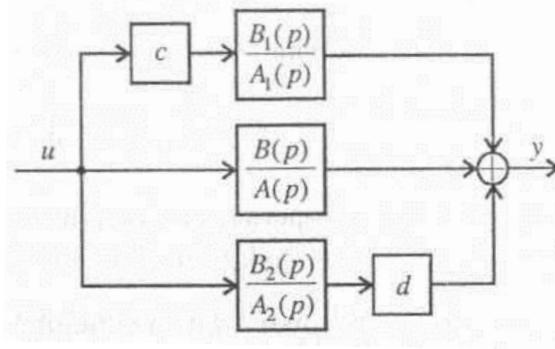


Рис. 6.2. Структурная интерпретация условия разрешимости

Если здесь полагать $c = 0$, то получим передаточную функцию

$$W(p) = \frac{A_1(p)A_2(p)B(p) + dB_2(p)A_1(p)A(p)}{A_1(p)A(p)A_2(p)},$$

где $A_1(p)$ - общий сокращаемый множитель. При выполнении условия $\text{Re} \Lambda\{A(p) = 0\} < 0$ передаточная функция принимает вид

$$W(p) = \frac{A_2(p)B(p) + dB_2(p)A(p)}{A(p)A_2(p)}. \quad (6.2)$$

Наличие сокращаемого множителя в числителе и знаменателе (6.1) структурно означает появление *неуправляемой части*: при $c = 0$ происходит разрыв связи и управление не действует на звено с передаточной функцией

$W_1(p) = \frac{B_1(p)}{A_1(p)}$, процессы в котором развиваются в силу собственных свойств.

При $d = 0$ вместо (6.1) имеем

$$W(p) = \frac{A(p)A_2(p)B_1(p)c + A_1(p)A_2(p)B(p)}{A_1(p)A(p)A_2(p)},$$

где $A_2(p)$ - общий сокращаемый множитель. При выполнении условия $\text{Re} \Lambda\{A_2(p) = 0\} < 0$ получим

$$W(p) = \frac{A(p)B_1(p)c + A_1(p)B(p)}{A_1(p)A(p)}. \quad (6.3)$$

Это соответствует наличию *ненаблюдаемой части* системы с передаточной функцией $W(p) = \frac{B_2(p)}{A_2(p)}$, которая не оказывает влияния на выход системы.

При неустойчивой неуправляемой или ненаблюдаемой части объекта замкнутая система окажется неработоспособной.

Пример 6.5

Построить асимптотическую ЛАЧХ объекта, передаточная функция которого имеет вид

$$W_0(p) = \frac{k_0}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

где коэффициент усиления $k_0 = 10$, а постоянные времени $T_1 = 10$ с, $T_2 = 1$ с.

Используем предложенную процедуру для построения ЛАЧХ объекта. Предварительно определим характерные точки:

$$20 \lg k_0 = 20 \text{ дБ};$$

$$\lg \omega_1 = \lg(1/T_1) = \lg 0,1 = -1 \text{ дек.};$$

$$\lg \omega_2 = \lg(1/T_2) = \lg 1 = 0,$$

отметим их на осях координат (рис. 6.9).

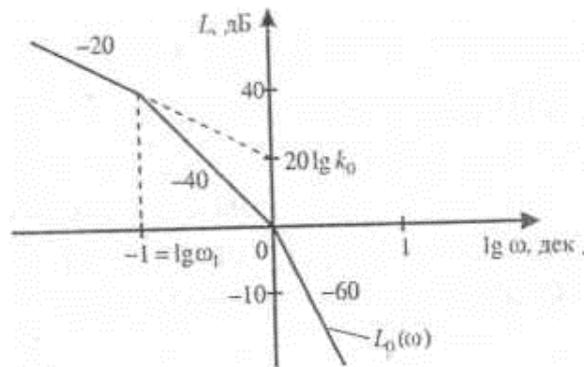


Рис. 6.3. Асимптотическая ЛАЧХ объекта для примера 6.5

Построение ЛАЧХ начинается из области низких частот, которая расположена левее первой частоты сопряжения. Низкочастотная асимптота имеет наклон -20 дБ/дек., так как передаточная функция объекта содержит интегрирующее звено. Проводится она до частоты $\lg \omega_1$ так, чтобы ее продолжение пересекало ось ординат в точке $20 \lg k_0$. На частоте $\lg \omega_1$ происходит «излом» характеристики на -20 дБ/дек., что соответствует аperiodическому звену в составе $W_0(p)$. До следующей частоты сопряжения ($\lg \omega_2$) асимптота имеет наклон -40 дБ/дек. «Излом» характеристики на частоте $\lg \omega_2$ равен -20 дБ/дек., так как в составе $W_0(p)$ есть аperiodическое звено с постоянной времени T_2 . Следовательно, наклон последней асимптоты ЛАЧХ объекта будет равен -60 дБ/дек.

Пример 6.6

Передаточной функцией объекта

$$W_0(p) = \frac{k_0}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

и построенной по заданным требованиям к динамике и статике логарифмической характеристикой $L^*(\omega)$ (рис.6.4) необходимо определить передаточную функцию регулятора.

Предварительно графически найдем $L_r(\omega)$ как разность между желаемой

характеристикой $L_*(\omega)$ системы и ЛАЧХ объекта $L_0(\omega)$. Определим частоты сопряжения $\omega_i, i = \overline{1,4}$, которые соответствуют точкам излома характеристики корректирующего звена $L_k(\omega)$. Запишем передаточную функцию регулятора в виде

$$W_k(p) = \frac{(T_3 p + 1)(T_1 p + 1)}{(T_4 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

где $T_i = 1/\omega_i$.

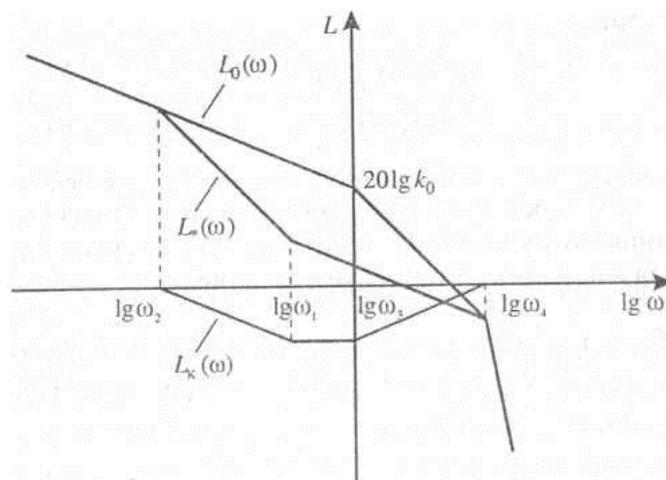


Рис. 6.4. Иллюстрация частотного метода синтеза

Схематично полученную передаточную функцию можно представить в виде цепочки последовательно соединенных интеграторов с прямыми и обратными связями. Такое представление позволяет легко перейти к реализации корректирующего звена на активных элементах.

Пример 6.7

Для следящей системы управления одним из звеньев руки робота из примера 5.2 (рис.6.5) рассчитать регулятор, который обеспечивал бы следующее качество процессов: время установления $t_n \leq 2c$, перерегулирование $\sigma \leq 30\%$, скоростная ошибка $\delta_{ск} \leq 2,5\%$.

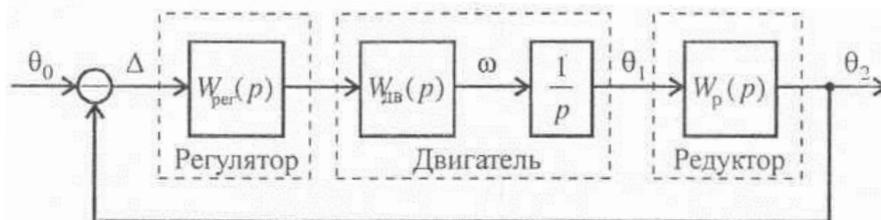


Рис. 6.5. Структурная схема системы управления одним из звеньев руки робота

Здесь $W_{дв}(p) = \frac{4,5}{(p+1)(p+5)}$ и $W_p(p) = \frac{1}{30}$ – передаточные функции двигателя и редуктора; $W_{рег}(p) = W_k(p)W_{УМ}(p)$ – передаточная функция регулятора, который включает в себя корректирующее звено $W_k(p)$ и усилитель мощности с передаточной функцией $W_{УМ}(p) = k_{УМ} = 30$.

При расчете $W_k(p)$ коэффициент усиления усилителя мощности $k_{ум}$ добавим к передаточной функции объекта, т. е. будем рассматривать

$$W_0(p) = k_{ум} W_{об}(p) W_p(p) = \frac{4,5}{p(p+1)(p+5)}.$$

В соответствии с процедурой синтеза определим коэффициент усиления корректирующего звена из условия заданной скоростной ошибки (см. пример 5.2),

$$\delta^0 = \frac{1}{W_{рез}(0)W_{об}(0)W_p(0)} \leq \delta_*^0.$$

С учетом численных значений получим $1/0,9k_k \leq 0,025$ и $k_k \geq 45$. Выберем отсюда $k_k = 50$.

Для построения асимптотической ЛАЧХ $\tilde{L}_0(\omega)$ запишем $\tilde{W}_0(p)$ в виде

$$\tilde{W}_0(p) = k_k W_0(p) = \frac{45}{p(p+1)(0,2p+1)}$$

и определим следующие характерные точки: $20 \lg k = 20 \lg 45 = 33$ дБ; $\omega_1 = 1/T_1 = 1$ с⁻¹, $\omega_2 = 1/T_2 = 5$ с⁻¹. В логарифмическом масштабе $\lg \omega_1 = 0$, $\lg \omega_2 = 0,7$ дек.

Асимптотическая ЛАЧХ $\tilde{L}_0(\omega)$ приведена на рис.6.6.

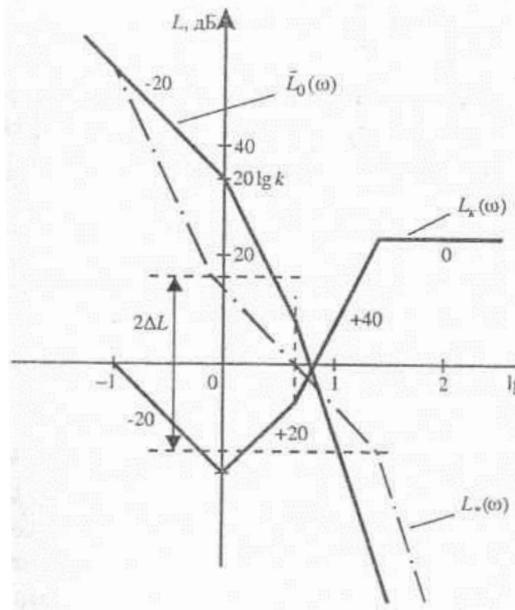


Рис. 6.6. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики к примеру 6.7

Построим теперь желаемую ЛАЧХ, среднечастотный участок которой имеет наклон -20 дБ/дек. Исходя из заданного перерегулирования $\sigma^* \leq 30\%$, по номограммам (рис.6.7) определим $P_{max} = 1,22$ и $\omega_H = 4\pi/t_n^* \approx 6,5$ с⁻¹. Частоту среза обычно находят по соотношению $(\omega_{ср} = (0,6...0,9)\omega_H)$, поэтому выберем $\omega_{ср} = 5$ с⁻¹. В этом случае $\lg \omega_{ср} = 0,7$ дек. Запас устойчивости по модулю, ограничивающий среднечастотный участок ЛАЧХ, также определим по номограмме, $\Delta L = 16$ дБ. В результате получим $L^*(\omega)$, которая приведена на рис.6.6.

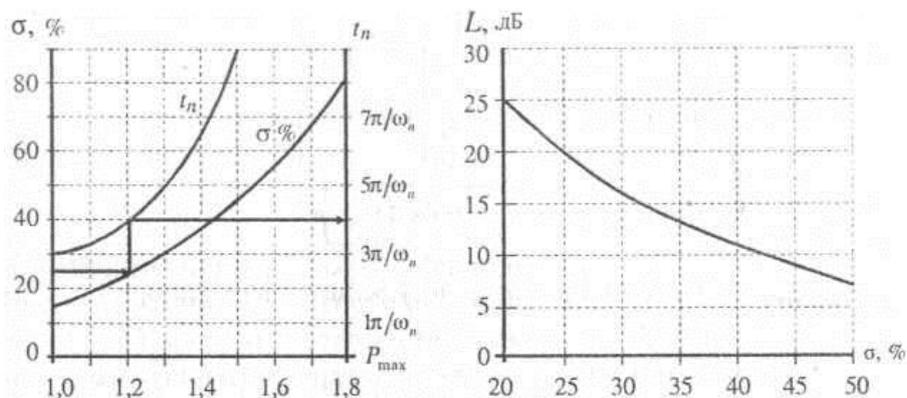


Рис. 6.7. Номограммы для определения параметров желаемой ЛАЧХ

Определим теперь $\tilde{L}_0(\omega)$ и запишем

$$\tilde{W}_k(p) = \frac{(\tau_2^2 p^2 + \tau_2 p + 1)(\tau_3 p + 1)}{(\tau_1 p + 1)(\tau_4^2 p^2 + \tau_4 p + 1)},$$

где $\lg \frac{1}{\tau_1} = -1$; $\lg \frac{1}{\tau_2} = 0$; $\lg \frac{1}{\tau_3} = 0,7$; $\lg \frac{1}{\tau_4} = 1,5$. Отсюда следует, что $\tau_1 = 10$ с, $\tau_2 = 1$ с, $\tau_3 = 0,2$ с, $\tau_4 = 0,03$ с. Окончательно запишем

$$W_k(p) = k_k \tilde{W}_k(p) = 50 \frac{(p^2 + p + 1)(0,2p + 1)}{(10p + 1)(0,0009p^2 + 0,03p + 1)}$$

или

$$W_k(p) = 5556 \frac{0,2p^3 + 1,2p^2 + 1,2p + 1}{p^3 + 33,4p^2 + 1114,4p + 111,1}.$$

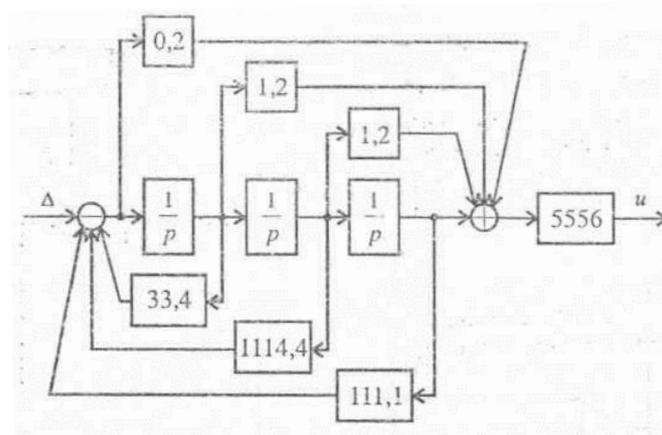


Рис. 6.8. Пример схемной реализации регулятора

Схемная реализация полученной передаточной функции корректирующего звена, соответствующая второму каноническому представлению, приведена на рис.6.8.

Пример 6.8

Поведение одноканального объекта описывает передаточная функция

$$W_0(p) = \frac{5}{p^2 + 3p - 1}.$$

Требуется синтезировать систему, в которой качество процессов будет

отвечать следующим требованиям: $t_n \leq 3c$; $\sigma = 0$, $\Delta^0 = 0$.

Для определения параметров регулятора используем операторную процедуру модального метода синтеза, расчетная структурная схема которого приведена на рис.6.9.

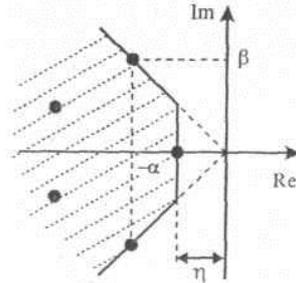


Рис.6.9. К определению области расположения корней

В качестве корректора статики используем интегрирующее звено с передаточной функцией $W_s(p) = k/p$, что гарантирует нулевую статическую ошибку в системе. С целью обеспечения требуемых динамических свойств формируем корректор динамики в виде

$$W_d(p) = \frac{d_1 p + d_0}{5}.$$

Здесь k , d_1 , d_0 – неизвестные коэффициенты регулятора, которые требуется определить.

Используя структурные преобразования, запишем характеристическое уравнение замкнутой системы рис.6.10.

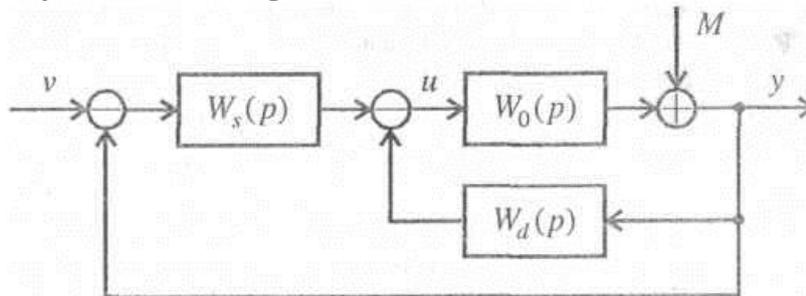


Рис. 6.10. Расчетная структурная схема замкнутой системы

$$A(p) = p^3 + (3 + d_1)p^2 + (d_0 - 1)p + 5k = 0.$$

Сформируем теперь желаемое характеристическое уравнение третьего порядка. Предварительно выберем распределение корней, обеспечивающее заданное качество процессов. Поскольку в системе не допускается перерегулирование, корни должны быть вещественными и располагаться на расстоянии не ближе $\eta \approx 3/t_n^* = 1$ от мнимой оси. В результате выберем следующие корни:

$$\lambda_1^* = -2, \lambda_2^* = -2,5, \lambda_3^* = -3.$$

В соответствии с $C(p) = (p - \lambda_1^*) \cdot \dots \cdot (p - \lambda_{n-1}^*) = 0$ получим желаемое характеристическое уравнение

$$C(p) = p^3 + 7,5p^2 + 18,5p + 15 = 0.$$

Запишем расчетные соотношения

$$\begin{aligned} c_1 &= k_s b_1, & 3 + d_1 &= 7,5, \\ c_2 &= a_1 + d + b_2 k_s, & \rightarrow & d_0 - 1 = 18,5, \\ \dots\dots\dots & & & 5k = 15. \\ c_{n+1} &= a_n + d_n. \end{aligned}$$

Отсюда находим параметры $d_1=4,5$, $d_0=19,5$, $k=3$. Следовательно, передаточные функции регулятора имеют вид

$$W_s(p) = \frac{3}{p}, \quad W_d(p) = \frac{4,5p + 19,5}{5} = 0,9p + 3,9.$$

Пример 6.9

Предложить схемную реализацию регулятора, рассчитанного для объекта с передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{5}{p^2 + 3p - 1}$$

из примера 6.8.

Найденные из условия требуемого качества процессов в замкнутой системе передаточные функции регулятора имеют вид

$$W_s(p) = \frac{3}{p}, \quad W_d(p) = \frac{d_1 p + d_0}{5},$$

где $d_1 = 4,5$; $d_0 = 19,5$.

Как видим, корректор динамики представляет собой форсирующее звено первого порядка, поэтому для его реализации введем в систему стабилизирующую добавку с передаточной функцией

$$L(p) = \frac{k_L(\tau_1 + 1)}{\tau_2 p + 1}.$$

С учетом передаточной функции модели объекта

$$W_m(p) = \frac{5}{p^2 + 3p - 1}$$

запишем действительное характеристическое уравнение фильтра $A(p) + B(p)L(p) = 0$ в виде

$$A_\phi(p) = p^2 + 3p - 1 + 5 \frac{k_L(\tau_1 + 1)}{\tau_2 p + 1} = 0$$

или

$$A_\phi(p) = (\tau_2 p + 1)(p^2 + 3p - 1) + 5k_L(\tau_1 + 1) = 0.$$

Представим это уравнение в стандартной форме

$$A_\phi(p) = p^3 + \frac{(1 + 3\tau_2)}{\tau_2} p^2 + \frac{(5k_L\tau_1 + 3 - \tau_2)}{\tau_2} p + \frac{(1 + 5k_L)}{\tau_2} = 0.$$

Сформируем желаемое характеристическое уравнение фильтра так, чтобы процессы в нем заканчивались на порядок быстрее, чем в системе. При этом выберем $t_\phi^* = 0, t_n^* = 0,3$ с.

Поскольку в системе не допускается перерегулирование, сохраним это условие и для фильтра. Таким образом, корни должны быть вещественными и располагаться на расстоянии не ближе $\eta \approx 3/t_\phi^* = 10$ от мнимой оси. В результате

выберем следующие корни:

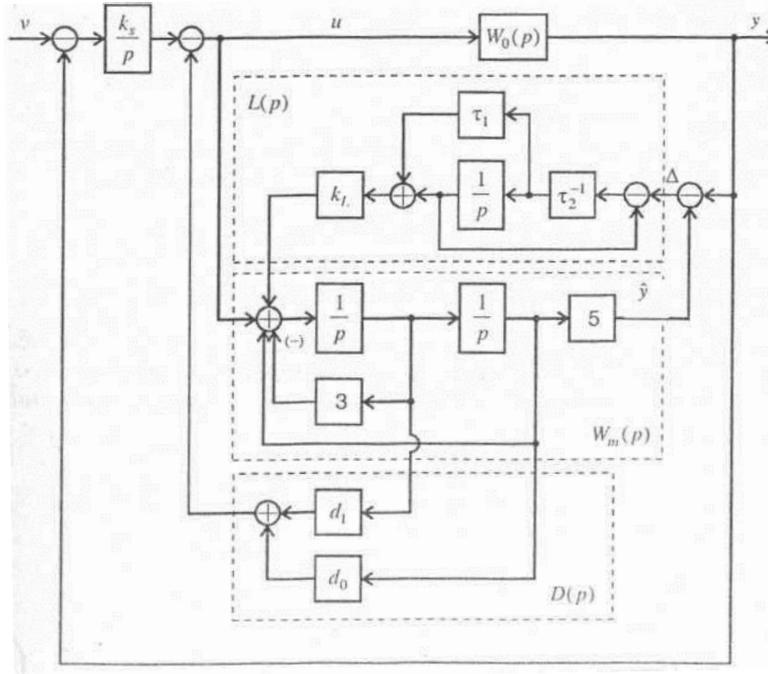
$$\lambda_{\phi 1}^* = -11, \quad \lambda_{\phi 2}^* = -12, \quad \lambda_{\phi 3}^* = -13.$$

Запишем желаемое характеристическое уравнение фильтра

$$C_{\phi}(p) = (p - \lambda_{\phi 1}^*)(p - \lambda_{\phi 2}^*)(p - \lambda_{\phi 3}^*) = 0.$$

В результате подстановки численных значений корней получим

$$C_{\phi}(p) = p^3 + 36p^2 + 431p + 1716 = 0.$$



6.11. Структурная схема системы для примера 6.9

Определим расчетные соотношения для параметров стабилизирующей добавки, для чего приравняем коэффициенты уравнений $A_{\phi}(p)$ и $C_{\phi}(p)$:

$$\frac{(1 + 3\tau_2)}{\tau_2} = 36, \quad \frac{(5k_L\tau_1 + 3 - \tau_2)}{\tau_2} = 431, \quad \frac{(1 + 5k_L)}{\tau_2} = 1716,$$

Отсюда найдем $k_L = 10,2$, $\tau_1 \approx 0,2$, $\tau_2 \approx 0,03$.

Таким образом, передаточная функция стабилизирующей добавки имеет вид

$$L(p) = \frac{10,2(0,2p + 1)}{0,03p + 1}.$$

На схеме пунктиром выделены: $W_m(p)$ - параллельная модель; $L(p)$ - стабилизирующая добавка; $D(p)$ - полином числителя корректора динамики.

ЗАДАЧИ

6.1. Поведение объекта описывает передаточная функция вида

$$W_0(p) = \frac{10}{(10p + 1)(0,01p^2 + 0,1p + 1)}.$$

Рассчитать параметры регулятора частотным методом в системе, схема которой приведена на рис.6.12, с учетом требований к показателям качества переходных процессов: $t_n \leq 10$ с, $\sigma \leq 30\%$, $\delta \leq 5\%$.

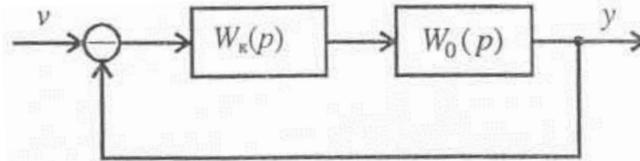


Рис. 6.12. Расчетная схема системы для задачи 6.1

6.2. Для системы, структурная схема которой приведена на рис.6.13, рассчитать параметры регулятора частотным методом с учетом следующих требований к качеству переходных процессов: $t_n \leq 5$ с, $\sigma \leq 20\%$, $\delta \leq 5\%$.

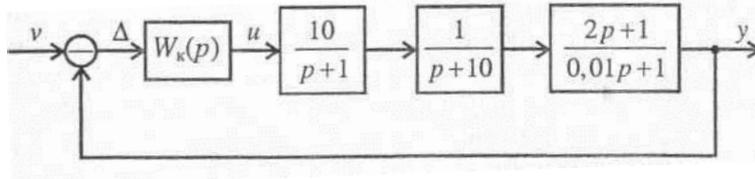


Рис. 6.13. Структурная схема системы для задачи 6.2

6.3. Для системы, структурная схема которой приведена на рис.6.14, рассчитать параметры $W_k(p)$ частотным методом с учетом следующих требований к качеству переходных процессов: $t_n \leq 3$ с, $\sigma \leq 30\%$, $\delta_{\text{скор}} \leq 5\%$.

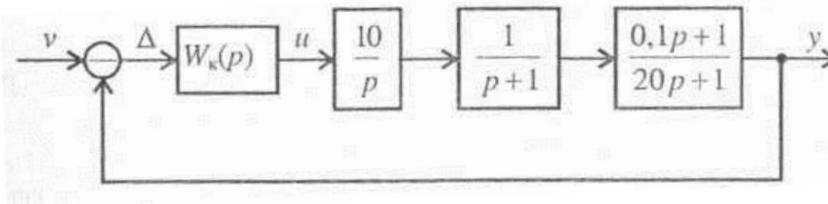


Рис. 6.14. Структурная схема системы для задачи 6.3

6.4. Для системы, структурная схема которой приведена на рис.6.15, рассчитать параметры регулятора частотным методом с учетом следующих требований к качеству переходных процессов: $t_n \leq 5$ с, $\sigma \leq 30\%$, $\delta \leq 5\%$.

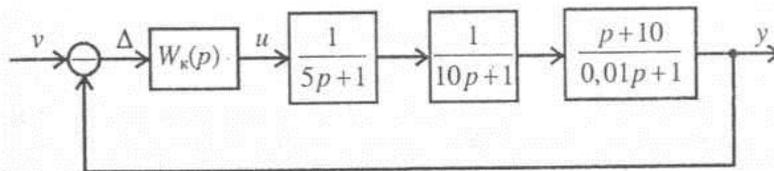


Рис. 6.15. Структурная схема системы для задачи 6.4

6.5. Рассчитать параметры $W_k(p)$ частотным методом в системе (см. рис.6.12) с учетом требований к показателям качества переходных процессов: $t_n \leq 1,5$ с, $\sigma \leq 30\%$, $\delta \leq 2\%$. Передаточная функция объекта следующая:

$$W_0(p) = \frac{10}{(p+100)(0,25p^2 + 0,425p + 1)}.$$

6.6. Рассчитать параметры регулятора частотным методом в системе (см. рис.6.12) с учетом требований к показателям качества переходных процессов: $t_n \leq 10$ с, $\sigma \leq 20\%$, $\delta \leq 5\%$. Модель объекта имеет вид

$$W_0(p) = \frac{10}{p(p+1)(0,1p+1)}.$$

6.7. Рассчитать частотным методом регулятор для системы (см. рис.6.12) с учетом требований к показателям качества переходных процессов: $t_{\pi} \leq 2$ с, $\sigma \leq 30\%$, $\delta \leq 5\%$. Передаточная функция объекта следующая:

$$W_0(p) = \frac{50}{(10p+1)(p+1)(0,01p+1)}.$$

6.8. Синтезировать систему (рис.6.12) частотным методом с учетом требований к качеству переходных процессов: $t_{\pi} \leq 2$ с, $\sigma \leq 20\%$, $\delta_{\text{скор}} \leq 5\%$. Модель объекта следующая:

$$W_0(p) = \frac{10(p+0,1)}{p(5p+1)(0,1p+1)}.$$

6.9. Записать характеристический полином четвертого порядка, соответствующий следующим показателям качества процессов:

$$t_{\pi} \leq 10 \text{ с}, \sigma \leq 40\%, \delta \leq 40\%, \Delta^0=0.$$

6.10. Сформировать желаемый характеристический полином третьего порядка, соответствующий следующим показателям качества процессов:

$$t_{\pi} \leq 3 \text{ с}, \sigma \leq 20\%, \delta \leq 4\%.$$

6.11. Для объекта управления, модель которого имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 + 3x_2 + 2u, \\ y = x_1, \end{cases}$$

рассчитать параметры регулятора модальным методом. Требования к качеству переходных процессов в системе следующие: $t_{\pi} \leq 2$ с, $\sigma \leq 30\%$, $\delta \leq 5\%$.

6.12. Используя общую методику модального метода, для объекта управления, модель которого имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2, \\ y = x_1 - x_2, \end{cases}$$

рассчитать параметры регулятора. Требования к качеству процессов в системе следующие: $t_{\pi} \leq 10$ с, $\sigma = 0$, $\delta \leq 5\%$.

6.13. Для объекта управления, модель которого имеет вид

$$W_0(p) = \frac{5(2p+1)}{p^2 + 3p - 2},$$

рассчитать параметры регулятора модальным методом. Требования к качеству переходных процессов в системе следующие: $t_{\pi} \leq 5$ с, $\sigma \leq 20\%$, $\delta \leq 2\%$.

6.14. Рассчитать параметры регулятора модальным методом для объекта, модель которого имеет вид

$$W_0(p) = \frac{2}{p^3 + 4p^2 - p + 1}.$$

Переходные процессы в системе должны удовлетворять оценкам: $t_n \leq 1$ с, $\sigma \leq 30$ %, $\delta \leq 4$ % .

6.15. Для объекта управления, поведение которого описывает передаточная функция

$$W_0(p) = \frac{0,2}{p^2 - 2p + 5}.$$

рассчитать регулятор модальным методом. Качество переходных процессов в системе определяют желаемые корни характеристического уравнения: $p_{1,2} = -2 \pm j2$, $p_3 = -3$. В систему следует добавить фильтр со стабилизирующей добавкой

$$L(p) = \frac{k_L(\tau_1 + 1)}{\tau_2 p + 1}$$

и задать следующие корни характеристического уравнения фильтра: $p_{1,2} = -20 \pm j10$, $p_3 = -25$. Представить структурную схему системы с учетом реализации регулятора.

6.16. Рассчитать регулятор на основе операторной методики модального метода синтеза для объекта, поведение которого описывает передаточная функция

$$W_0(p) = \frac{2}{5p^2 + 3p - 1}.$$

Необходимо обеспечить следующие показатели качества переходных процессов в замкнутой системе: $t_n \leq 2$ с, $\sigma \leq 10$ %, $\delta = 0$; при этом измерению доступен только выход, поэтому в систему следует добавить фильтр. Представить схему реализации регулятора.

6.17. Рассчитать параметры регулятора и фильтра для объекта, поведение которого описывается передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{5(3p + 1)}{(p + 1)(p - 2)}.$$

Качество переходных процессов в замкнутой системе должно соответствовать оценкам: $t_n \leq 3$ с, $\sigma \leq 30$ %, $\delta \leq 2$ % . Представить структурную схему системы с учетом реализации регулятора.

6.18. Рассчитать параметры регулятора и фильтра для объекта, поведение которого описывается передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{10}{(2p + 1)(5p + 2)}$$

Качество переходных процессов в замкнутой системе должно соответствовать оценкам: $t_n \leq 12$ с, $\sigma \leq 30$ %, $\delta \leq 5$ % . Изобразить структурную схему системы с учетом реализации регулятора.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория автоматического регулирования. -М.: Наука, 1974.
2. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. - М.: Мир, 1977.
3. *Ерофеев А.А.* Теория автоматического управления. - СПб.: Политехника, 1998.
4. *Первозванский А.А.* Курс теории автоматического управления. -М.: Высш. шк., 1986.
5. *Попов Е.П.* Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. -М.: Высш. шк., 1989.
6. *Теория автоматического управления.* В 2 ч. / Под ред. А.А.Воронова. - М.: Высш. шк., 1986.
7. *Беллман Р.* Введение в теорию матриц. - М.: Наука, 1976.
8. *Гноенский Л.С., Каменский Г.С., Эльсгольц Л.Э.* Математические основы теории управляемых систем. -М.: Наука, 1969.
9. *Заде Л., Дезоер Ч.* Теория линейных систем. Метод пространства состояний. - М.: Наука, 1970.
10. *Ту Ю.* Современная теория управления: Пер. с англ. - М.: Машиностроение, 1971.
11. *Иванов В.А., Чемоданов В.К., Медведев В.С.* Математические основы теории автоматического регулирования. -М.: Высш. шк., 1973.
12. *Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А.* Системы фазовой автоподстройки частоты. - М.: Связь, 1972.
13. *Востриков А.С.* Теория автоматического регулирования: Учеб. пособие для вузов/ А.С.Востриков, Г.А.Французова. –М.: Высш. шк., 2004.
14. *Андреев Ю.Н.* Управление конечномерными линейными объектами. -М.: Наука, 1978.
15. *Воронов А.А.* Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. -М.: Наука, 1979.
16. *Иващенко Н.Н.* Автоматическое регулирование. - М.: Машиностроение, 1978.
17. *Коновалов Г.Ф.* Радиоавтоматика. -М.: Высш. шк., 1990.
18. *Кузовков Н.Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. -М.: Машиностроение, 1976.
19. *Теория автоматического управления* / Под ред. А.В.Нетушила. -М.: Высш. шк., 1976.
20. *Теория автоматического управления* / Под ред. А.С.Шаталова. -М.: Высш. шк., 1977.
21. *Топчиев Ю.И.* Атлас для проектирования систем автоматического регулирования. -М.: Машиностроение, 1989.
22. *Филипс Ч., Харбор Р.* Системы управления с обратной связью. -М.: Лаборатория базовых знаний, 2001.

СОДЕРЖАНИЕ

| | стр. |
|---|------|
| Введение | 3 |
| I. Примеры систем управления | 4 |
| II. Динамические характеристики линейных систем | 6 |
| <i>Примеры</i> | 6 |
| <i>Задачи</i> | 13 |
| III. Структурный метод | 16 |
| <i>Примеры</i> | 16 |
| <i>Задачи</i> | 21 |
| IV. Устойчивость линейных непрерывных систем | 24 |
| <i>Примеры</i> | 24 |
| <i>Задачи</i> | 31 |
| V. Анализ процессов линейных систем | 35 |
| <i>Примеры</i> | 35 |
| <i>Задачи</i> | 37 |
| VI. Синтез линейных систем | 42 |
| <i>Примеры</i> | 42 |
| <i>Задачи</i> | 51 |
| Литература..... | 55 |

Подписано к печати 15.09.2007 г. Формат 600×84 1/16
Объем 3,5 п.л. Тираж 50 экз. Заказ №565

Отпечатано в типографии ТГТУ. г.Ташкент,
ул.Талабалар 54. тел: 246-63-84

