O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O`RTA MAXSUS TA`LIM VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA- MATEMATIKA FAKULTETI

MATEMATIKA- INFORMATIKA YO`NALISHI

3- KURS 305- GURUH TALABASI

Razzoqov Abduqodirningning

Differensial geometriya

fanidan

KURS ISHI

Mavzu: Chiziqlar o`ramasi

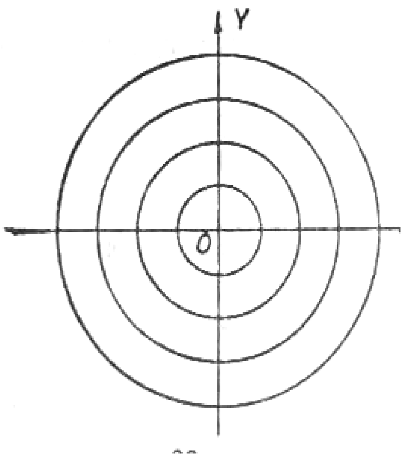
Namanagan -2012

Мавзу: Чизиқлар ўрамаси
Режа

1. ***Текисликдаги чизиқларнинг бир параметрли ва кўп параметрли оиласи***
2. ***Текисликдаги чизиқлар оиласининг ўрамаси.***
3. ***Лимит нуқта.***
4. ***Икки параметрли оила ўрамаси.***

Текисликдаги чизиқларнинг бир параметрли ва кўп параметрли оиласи

1. Маълумки, $x+y^2=R^2$ тенглама радиуси R га тенг ва марказ координата бошида ётган айланма ифодалайди. R га ҳар хал қийматлар берсак, ҳар хил айланалар хосил бўлади. 1 – чизмада радиуси 1, 2, 3, 4 га тенг бўлган айланаларнинг графиклари берилган. R ўзгариши билан айлананинг нуқтадаги ҳам ўзгаради.



Шунинг учун $x^2+y^2-R^2=0$ - марказлари координата бошида йотган айланалар “оиласини” ташкил қилади деб атаймиз. Худди шунга ўхшаш, $y^2=2x+C$ тенгламани параболалар оиласини ифода қилинади. С га берилган қийматларга 1 – чизма қараб, шу оилага қарашли ҳар хил параболалар ҳосил бўлади.

Умуман, чизиқнинг тенгламасида битта С параметр иштирок этса, бу тенглама *бир параметрли чизиқлар оиласининг тенгламаси* дейилади, ва у қисқача $F(x,y,C)=0$ шаклда ёзади. Шунга ўхшаш, чизиқнирнг тенгламасида иккита параметр иштрок этса, бу тенгламани *икки параметрли чизиқлар оиласининг тенгламаси* дейилади. Бу тенгламани қисқача $F(x,y,C_1,C_2)=0$ шаклда ёзиш мумкин. C_1 ва C_2 га аниқ қийматлар берилганда, шу оилага қарашли аниқ чизиқнинг тенгламаси келиб чиқади.

Мисол. $y-kx-l=0$ - икки параметрли тўғри чизиқлар оиласининг тенгламаси; $(x-a)^2+(y-b)^2=25$ эса радиуси 5 га тенг икки параметрли айланалар оиласининг тенгламасидир; *a* ва *b* параметрларга тайин қийматлар берилганда, маркази (a,b) нуқтада ётган ва радиуси 5 га тенг бўлган айлана хосил қилинади.

Текисликда n параметрга боғлиқ бўлган чизиқларнинг тенгламаси

$$F(x, y, C_1, C_2, ..., C_n) = 0$$

шаклда ёзиш мумкин. n параметрличизиқнинг оиласи қуйдаги хоссага эга:

$$C_1, C_2, ..., C_n$$

параметрларнинг тегишли интервалда ихтёрий равишда ўзгара олишидан фойдаланиб, шу оилага қарашли шундай чизиқни ажратиш мумкинки, у текисликда олдиндан берилган n та нуқтадан ўтади. Ҳақиқатдан

$$F(x, y, C_1, C_2, ...C_n) = 0$$

чизиқ $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, ... $A_n(x_n y_n)$ нуқтадан ўтган бўлса, у холда қуйдаги шартлар бажарилади:

$$F(x_1, y_1, C_1, C_2, ..., C_n) = 0$$
$$F(x_2, y_2, C_1, c_2, ..., C_n) = 0$$
$$... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ...$$
$$... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ...$$
$$F(x_n, y_n, C_1, C_2, ..., C_n) = 0$$

Бу тенгламалар системасини $C_1, C_2, ..., C_n$ параметрларга нисбатан ечиб, топилган $C_1, C_2, ..., C_n$ қийматларни

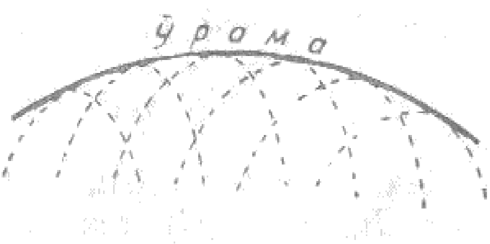
$$F(x, y, C_1, C_2, ...C_n) = 0$$

га қўйсак, излаётган чизиқнинг тенгламаси ҳосил бўлади.

2. Текисликдаги чизиқлар оиласининг ўрамаси.

Бир параметрли чизиқлар оиласи $F(x, y, C) = 0$ берилган бўлсин. Бу оилага қарашли тайин чизиқни хосил қилиш учун, С параметрга маълумс бир қийматини бериш керак. С нинг ўзгариш сохаси $C_1 < C < C_2$ бўлсин. Базан бир параметрли оила чизиқлари учун шундай чизиқ мавжуд бўладики, у ўзини ҳар бир нуқтасида оила чизиғининг бирига уринади ва ўзи ана шу уриниш нуқталаридан тузилган бўлади (2 – чизма). *Бундай чизиқ берилган оиланинг ўрамаси деб аталади.*

Дастлаб оиланинг ўрамаси бор деб фараз қилайлик. Соддалик учун, аввал, ўраманинг ҳар бир $M(x, y)$ нуқтасидаги оила чизиқларидан фақат биттаси уриниб, тьурли нуқталарда эса оиланинг турли чизиқлари урмнади дейлик. Бу холат ўрама нинг ҳар хил $M(x, y)$ нуқтасига шу нуқтадан уринадиган битта оила чизиғи мос келади; демак, $M(x, y)$ нуқта ўзгариши билан оила чизиғи ва унга мос келувчи С параметр ўзгара боради, шу сабабли, ўрама бўлиб харакат қиладиган $x = x(C)$ ва $y = y(C)$ деб хиссоблаш мумкин. Биз $F(x, y, C)$ функциянинг хусусий хосилалари мавжуд 2 – чизма ва узлуксиз,



ҳамда $x(C)$ ва $y(C)$ функцияларнинг ҳосиласи хам узлуксиз деб фараз қиламиз. Ўраманинг хар бир нуқтаси оиланинг бир чизтғтга қарашли бўлгани учун ушбу айниятни хосил қиламиз:

$$F[x(C), y(C), C] = 0$$

Бу айниятни С бўйича тўлиқ дифференциаллаймиз:

$$\frac{\partial F}{\partial x}\frac{dx}{dC} + \frac{\partial F}{\partial y}\frac{dy}{dC} + \frac{\partial F}{\partial C} = 0 \qquad (1)$$

Шартга кўра, оила чизиғи ва ўрама бир – бирига уринади. §18 га асосан, уларнинг умумий нуқталаридаги урунмаларининг тенгламалари

$$F'_{x_0}(x - x_0) + F'_{y_0}(y - y_0) = 0$$

ва

$$\frac{x - x_0}{x'_{C_0}} = \frac{y - y_0}{y'_{C_o}}$$

бўлади. Бундай урунмалар устма – уст тушгани учун $x - x_0 = \lambda x'_{C_0}; y - y_0 = \lambda y'_{C_0}$ ёли бу қийматларни (1) га қўйсак,

$$F'_{x_0}\lambda x'_{C_0} + F'_{y_0}\lambda y'_{C_0} = 0, \quad F'_{x_0}x'_{C_0} + F'_{y_0}y'_{C_0} = 0$$

келиб чиқади. Бу натижада урунманинг ҳар бир $M(x, y)$ нуқтасида бажарилади, шу сабабли, умуман: $F'_{x_0}x'_{C_0} + F'_{y_0}y'_{C_0} = 0$. Биз оила чизиқларидаги махсус нуқталарни вақтинча қараймиз, яъни F'_x ва F'_y хосилалр бир вақтда нўлга тенг эмас деб фараз этамиз. $F'_{x_0}x'_{C_0} + F'_{y_0}y'_{C_0} = 0$ ва (1) дан $F'_C = 0$ келиб чиқади. Биз учун номаълум бўлган $x = x(C), \quad y = y(C)$ функциялар қуйдаги тенгламалар системасини С га нисбатан қаноатлантириши керак:

$$F(x, y, C) = 0, \quad F'_C(x, y, C) = 0 \qquad (2)$$

Шундай қилиб, ўрама мавжуд бўлса, унинг параметрик $x = x(C), \quad y = y(C)$ тенгламалари (2) системани x ва y га нисбатан ечиш натижасида ҳосил қилинади. С ўзгарувчи боғлиқ ечимга эгадир. Агар С ўзгармас бўлиб, $F(x, y, C) = 0$ нинг ўрамаси мавжуд бўлмайди.

Оила чизиғида ётиб, координаталари (2) системани қаноатлантирган нуқта чизиғининг характеристик нуқтаси дейилади.

(2) системани ечганда ҳосил бўлган $x = x(C), \quad y = y(C)$ *тенгламалар билан ифодаловчи чизиқлар оиласига* ***дискриминант*** *чизиғи дейилади.*

Дискриминант чизиқ оила чизиқларининг хаммасига урунса, у ўрама бўлади. Хақиқатан, $x = x(C), \quad y = y(C)$ ни (2) га қўйсак

$$F[x(C), y(C), C] = 0$$

ва

$$F'_C[x(C), y(C), C] = 0$$

айният вужудга келади. Булардан биринчиси С бўйича дифференциаллаб $F'_C = 0$ ни назарга олсак, $F'_x x'_C + F'_y y'_C = 0$ ҳосил бўлади. Бу эса, дискриминант чизиғи билан оила чизиғига қарашли умумий нуқталардаги урунмалар устма – уст тушганда бажарилади.

Юқорида биз оила чизиқларининг фақат оддий нуқталари билан иш кўрамиз деб фараз қилган эдик. Энди бу фараздан воз кечиб, оила чизиқларига қарашли барча махсус нуқталарни ҳам қарайлик, яъни

$$F(x,y,C)=0, \quad F_x(x,y,C)=0 \quad F_y(x,y,C)=0$$

тенгламаларни қаноатлантирувчи нуқталар тўрламини текширайлик. Бу учта тенглама системаси ечилмайдиган бўлса, оила чизиқларининг махсус нуқталари бўлмайди. Масалан,
$(x-C)^3-y=0$ тенглама учун $F_y=-1\neq 0.$

Энди биз махсус нуқталар чексиз кўп деб фараз қиламиз. Бу нуқталар учун ҳам $x=x(C),$ ва $y=y(C)$ бўлиб,

$$F[x(C),y(C),C]\equiv 0$$

айният бажарилади. Бу айниятни C бўйича дифференциаллаймиз:

$$\frac{\partial F}{\partial x}x'(C)+\frac{\partial F}{\partial y}y'(C)+\frac{\partial F}{\partial C}=0.$$

Аммо (2) га асосан, $\frac{\partial F}{\partial C}=0$ бўлиб, демак, (2) ни қаноатлантирган нуқталар $F=0$ ва $F'_C=0$ тенгламаларни ҳам қаноатлантиради – махсус нуқталар тўплами ҳам дискриминант чизиқ таркибига киради.

Хуллас, қуйдаги натижага келамиз: *Оила тенгламасини C параметр бўйича дифференциаллаб ва уни (мумкин бўлса)нолга тенглаштириб,* $F=0$ *ва* $F'_C=0$ *ги хосил қиламизю бу системани x ва y га нибатаг ечишдан келиб чиққан* $x=x(C),$ *ва* $y=y(C)$ *тенгламалар билан ёки* $\Phi(x,y)=0$ *(тенглама* $x=x(C),$ $y=y(C)$ *дан C ни йўқотиш натижасида хосил бўлади)тенглама билан ифодаловчи дискриминант чизиқни хосил қиламиз. Бу чизиқнинг шундай қисмини ажратамизки, у оила чизиқларининг махсус нуқталарда холи бўлсин. Ана шу қисми ўрамани беради. Дискреминант чизиқнингқолган қисми эса оила чизиқларига қарашли махсус нуқталарнинг геометрик ўрнини ифодалайди.*

Бу мулохазалардан, оила ўрамаси ёки махсус нуқтанинг геометрик ўрни характеристик нуқталардан иборатдир, деган хулоса чиқади.

Мисоллар. 1. $y=C^2(x-C)^2$ параболалар оиласининг ўртасини топилсин.

Ечиш. Берилган тенгламадан C параметр бўйича ҳосила оламиз:

$$C^2(x-C)^2-y=0; \quad 2C(x-C)^2+2C^2(x-C)(-1)=0;$$
$$C(x-C)(x-C-C)=0$$

ёки

$$C(x-C)(x-2C)=0.$$

Буни берилган тенглама билан бирга, яъни

$$y-C^2(x-C)^2=0 \quad C(x-C)(x-2C)=0$$

системани ечамиз; иккинчи тенгламани $C=0, \quad x-C=0 \quad x-2C=0$ келиб чиқади бу қийматларнинг ҳар бирини биринчи тенгламага қўямиз; $C=0$ қийматда $y=0$ хосил бўлади; $x=C$ қийматда ҳам $y=0$ келиб чиқади; нихоят, $x=2C$ қийматда $y=C^4$ га эга бўламиз.

Энди

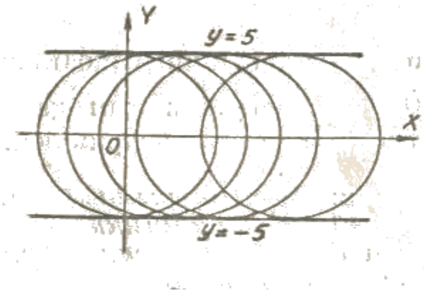
$$x=C, \quad y=0$$

$$x=2C \quad y=C^4$$

тенгламадан C ни йўқотсак, дискриминант чизиғининг $y=0$ ва $y=\left(\frac{x}{2}\right)^4$ ёки $16y-x^4=0$ чизиқлар параболалар оиласининг ўрамасини ташкил қилади, чинки берган чизиқлар оиласида махсус нуқталар йўқ.

2. Ушбу $(x-a)^2+y^2=25$ айлана оиласининг урунмаси топилсин.
Ечиш. Берилган тенгламадан a бўйича хосила оламиз: $-2(x-a)=0 \qquad x-a=0$.

Буни берилган тенглама билан бирга ечиб a ни йўқотсак, $y^2=25$ ёки $y=\pm5$ келиб чиқади. Демак, берилган айланалар оиласининг дискриминант чизиғи OX ўқига паралел иккита $y-5=0, \quad y+5=0$ тўғри чизиқдан иборат экан. Бу 3 – чизма дискриминант чизиқ берилган айланалар оиласининг ўрамасидир (3 - чизма).



3. Узунлиги a га тенг ва учлари координаталар ўқлари бўйича силжиб борувчи кесма вазиятларининг ўрамаси топилсин.

Ечиш: $AB=a, \quad MO\perp AB, \quad \angle MOB=\theta$ бўлсин. Демак, $\angle OAB$ ҳам θ га тенг бўлади. AB тўғри чизиқнинг кесмалар бўйича тенгламаси

$$\frac{x}{OB}+\frac{y}{OA}=1$$

ва

$$\frac{OB}{AB}=\sin OAB=\sin\theta, \qquad \frac{OB}{a}=\sin\theta, \quad \frac{OA}{AB}=\cos\theta$$

ёки

$$OA=a\cos\theta.$$

Шу сабабли тўғри чизиқ тенгламасини

$$\frac{x}{\sin\theta}+\frac{y}{\cos\theta}=a$$

шаклда ёзиш мумкин. θ ни параметр сифатида қабул қилиб, θ бўйича хосила оламиз:

$$-\frac{x}{\sin^2\theta}\cos\theta+\frac{y}{\cos^2\theta}\sin\theta=0$$

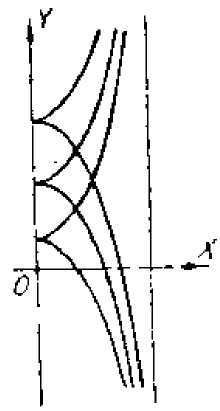
Ёки

$$\frac{x}{\sin^2\theta}\cos\theta=\frac{y}{\cos^2\theta}\sin\theta.$$

Буни қуйдаги шаклда ёзиш мумкин:

$$\frac{\frac{x}{\sin\theta}}{\sin^2\theta}=\frac{\frac{y}{\cos\theta}}{\cos^2\theta}=\frac{\frac{x}{\sin\theta}+\frac{y}{\cos\theta}}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{a}{1}=a;$$

бундан астроиданинг $x=a\sin^3\theta,\ \ y=a\cos^3\theta$ тенгламалари хосил қилинади. Бу дискриминант чизиқ – масаламмиздаги кесмалар оиласининг ўрамасидир.



4. $(y-a)^2-x^3=0$ чизиқ оиласининг ўрамасини топамиз. Берилган тенгламани $-2(y-a)=0$ билан бирга ечсак, $x=0$ яъни OY ўқининг тенгламаси келиб чтқади. $x=0$ чизиқ – берилган чизиқлар оиласининг дискриминант чизиғи бўлади.

Бу чизиқ оиласининг ўрамасини бермайди – у шу оила чизиқларга қарашли махсус нуқтанинг геометрик ўрнидан иборатдир.

4-чизма Хақиқатдан, OY ўқининг нуқталаридан

$$F'_x=-3x^2=0$$

ва

$$F'_y 2(y-a)=0,$$

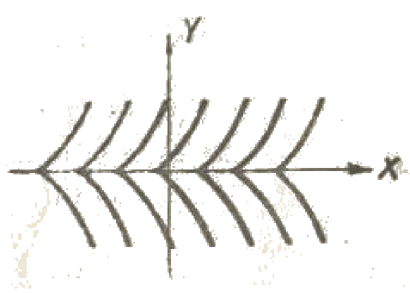
яъни F_x ва F^y нинг иккаласи хам нўлга тенг (4 – чизма).

5. Ярим кубик $y^2-(x-a)^3=0$ параболалар оиласининг дискриминант чизиғи $y=0$ бўлади. Бу чизиқ оиласининг махсус нуқталардан тузалган бўлиб, демак, у оила ўрамаси бўлмайди. (5 – чизма).

Машқлар

1. Тўғри чизиқнинг оиласи OX ва OУ ўқлари билан кесишиб, юзлари тенг $(=S_0)$ учбурчакларни ташкил қилади. Шу тўғри чизиқлар оиласининг ўрамаси топилсин.

Жавоб: $xy=\pm\frac{S_0}{2}$



2. $x = C^2 + u, \quad y = C^3 + u$ чизиқлар 5- чизма оиласининг ўрамаси тописин.

Кўрсатма. Олдин *u* ни йўқотиб $F(x, y.C) = 0$ шаклдаги тенгламани хосил қилинади.

Жавоб: $x = y, \quad x - \dfrac{4}{9} = y - \dfrac{8}{27}$. Бу ерда $x = y$ дискрет чизиғи ўрамаси эмас.

3. Бош детерминантлари умумий ва юзалари ўзаро тенг элипислар оиласининг ўрамаси топилсин.

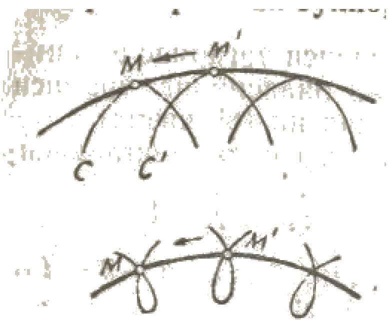
Жавоб: иккита гипербола: $xy = \pm\dfrac{1}{2}\sqrt{C}$

4. $x^2 = 2py$ параболанинг учидан ўтган ва марказлари шу параболанинг устида ётган айланалар оиласининг ўрамасини топилсин.

Жавоб: 1) Оила тенгламаси $x^2 + y^2 - 2Cx - \dfrac{C^2}{p}y = 0$.

2) Ўрама: $y\left(x^2 + y^2\right) + px^2 = 0$

3. Лимит нуқта.



Оила чизиқларидан параметрнинг C_0 қийматига мос кулувчи битта $F(x, y, C_0) = 0$ чизиқнинг ва унга яқин турган $F(x, y, C_0 + \Delta C) = 0$ чизиқнинг тенгламаларини бирга ечайлик:

$$F(x, y, C_0) = 0, \qquad F(x, y, C_0 + \Delta C) = 0 \qquad (3)$$

Бу икки чизиқ битта ёки бирнеча
6 – чизма
нуқталарда кесишиши (кесишмаслиги ҳам) мумкин. ΔC нолга интилганда, кесишиши нуқталари биринчи сизиқ бўйлаб қандайдир ҳаракат қилади. Агар кесишиш нуқталаридан бирортаси аниқ лимит вазиятга интилса, шу лимит вазият дастлабки чизиқнинг *лимит нуқтаси* дейилади.

(1) система ўрнига эквивалент бўлган

$$F(x, y, C_0) = 0 \qquad \frac{F(x, y, C_0 + \Delta C) - F(x, y, C_0)}{\Delta C} = 0 \qquad (4)$$

системани олиб ΔC ни нолга интилтирсак, бизга маълум

$$F(x, y, C_0) = 0 \qquad F'(x, y, C_0 = 0)$$

система келиб чиқади. Шундай қилиб $F(x, y, C_0) = 0$ нинг лимит нуқтаси $F(x, y, C_0) = 0$ оиланинг дискриминант чизиғи состави киради ва агар лимит нуқталарнинг геометрик ўрни мавжуд бўлса, у дискреминант чизиғини ташкил қилади.

Ушбуни таъкидлаймиз: *оила ўрамасига ёки махсус нуқталарининг геометрик ўрнига қарашли хар бир М нуқта – оиладаги маълум бир* $F(x,y,C_0)=0$ *чизиғ билан ёни шу оиладаги* $F(x,y,C_0)=0$ *га ёқин турган чизиқнинг кесишган нуқтасининг лимит вазиятидир. Хар бир лимит нуқта – характеристик нуқтадир.* Бу хосса геометрик нуқтаи назардан равшан бўлиб, биз юқорида уни аналитик хиссоблаб бердик (6 – чизма) бироқ тескари даво кучга эга эмас: олила чизиғининг лимит нуқтаси бўлмаслиги ҳам мумкин: масалан, $y^2-(x-C)^2=0$ чизиқнинг дискриминант чизиғи $y=0$ булиб, бу тоғри чизиқ характеристик нуқталарнинг геометрик ўрнидир, бироқ оиланинг чексиз яқин иккита чизиғи ҳақиқий нуқталарда кесишмайди – лимит нуқталар йўқдир.

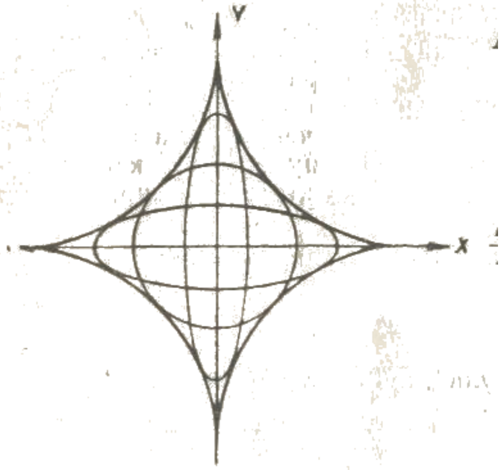
Икки параметрли оила ўрамаси.

Чизиқларнинг
$$F(x,y,\alpha,\beta)=0 \qquad (5)$$
оиласи икки параметрли бўлиб, бунда α ва β параметрлар ўзаро боғлиқ дейлик:
$$\varphi(\alpha,\beta)=0 \qquad (6)$$
Бу муносабатдан β ни α орқали ифодалаб, (5) га қўйганимизда, аслида, бир параметрли оилани хосил қиламиз, демак, бу хол, дейарли янги эмас. Бироқ (6) дан β ни чиқариш ўрнига (5) да β ни α функсияси деб ҳисоблаб, (5) ни α бўйлаб дифференсияаллаймиз:
$$\frac{\partial F}{\partial \alpha}+\frac{\partial F}{\partial \beta}\frac{d\beta}{d\alpha}=0 \qquad (7)$$
Бу тенгликка кирган $\frac{d\beta}{d\alpha}$ хосилани (6) дан топиш мумкин:
$$\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}+\frac{\partial \varphi}{\partial \beta}\frac{d\beta}{d\alpha}=0; \qquad \frac{d}{d\alpha}=-\frac{\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}}{\frac{\partial \varphi}{\partial \beta}}.$$
Энди буни (7) га қўйиб, қуйдагини хосил қиламиз:
$$\frac{\partial F}{\partial \alpha}\frac{\partial \varphi}{\partial \beta}-\frac{\partial F}{\partial \beta}\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}=0$$
Ёки
$$\frac{D(F,\varphi)}{D(\alpha,\beta)}=\begin{vmatrix}\frac{\partial F}{\partial \alpha} & \frac{\partial F}{\partial \beta}\\ \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} & \frac{\partial \varphi}{\partial \beta}\end{vmatrix}=0 \qquad (8)$$
Оила ўрамаси (детенминант чизиғи) топиш учун (5), (6) ва (8) дан икки параметр α ва β ни чиқариш керак. Натижада дискриминант чизиғининг тенгламаси ҳосил бўлади:
$$\Phi(x,y)=0$$

Мисоллар.

1. ярим ўқнинг йиғиндиси ўзгармас ва симметрия ўқлари умумий бўлган элипислар оиласининг ўрамаси топилсин (89 - чизма).

Айлана оиласи тенгламаси;



$$\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$$

бўлиб, бундан, $\alpha+\beta=l=const.$

$$\frac{D(F,\varphi)}{D(\alpha,\beta)}=\begin{vmatrix}\frac{2x^2}{\alpha^3} & \frac{2y^2}{\beta^3}\\ 1 & 1\end{vmatrix}=0$$

Ёки

$$\frac{x^2}{\alpha^3}=\frac{y^2}{\beta^3}$$

Бундан эса,

$$\frac{\frac{x^2}{\alpha^2}}{\alpha}=\frac{\frac{y^2}{\beta^2}}{\beta}=\frac{1}{\alpha+\beta}=\frac{1}{l}$$

Демак

$$\alpha^3=lx^2,\quad \beta^3=ly^2,\quad \alpha=l^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}},\quad \beta=l^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}.$$

Энди $\alpha+\beta=l$ дан фойдалансак, ўраманинг тенгламаси хосил бўлади: $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ - астроида.

2. Ушбу $\frac{x}{\alpha}+\frac{y}{\beta}=1,\quad \alpha^2+\beta^2=l^2$ оиланинг ўрамаси топилсин.

Жавоб: астроида $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=l^{\frac{2}{3}}$

3. марказлари берилган элиписда ётган холда, шу элипснинг битта фокусидан ўтувчи айланалар оиласининг ўрамаси топилсин.

Жавоб: элипс тенгламаси одоатдагича $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ кўринишида олинса [бунда $a^2-b^2=c^2$], у холда оила тенгламаси $(x-a\cos\varphi)^2+(y-b\sin\varphi)^2=(-c-a\cos\varphi)^2+b^2\sin\varphi$ ва ўрама тенгламаси $(x-c)^2+y^2=4a^2$ бўлади, бу сўнги тенглама радиуси *2a* га тенг маркази иккинчи фонусда ётган айланани ифодалайди.

Фойдаланилган адабиётлар

1. М. А. Собиров, А.Е. Юсупов «Дифференциал геометрия курси» Т. 1965;
2. Н. Дадажонов ва бошкалар. «Геометрия» 2-қисм;
3. А.В. Погорелов. «Геометрия» М. 1983;
4. П. К. Рашевский «Курс дифференциальной геометрии» М. 1956;

5. А.Я. Нарманов «Дифференциал геометрия» Т. 2003;
6. под. Ред. Феденко «Сборник задач по дифференциальной геометрии» М.1979;
7. А.С. Мишенко и др. «Курс дифференциальной геометрии и топологии» М.МГУ., 1980
8. www.ziyonet.uz
9. www.bilimdon.uz