

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Oliy matematika kafedrası

Korrelyasion bog'lanishlar

5610100Хизматлар соҳаси(фаолият турлари ва йўналишлари бўйича) ta'lim
yo'nalishidagi bakalavrlar mustaqil ta'limi uchun

U S L U B I Y Q O' L L A N M A

Samarqand * 2012

Uslubiy ko'rsatma, 5610100Хизматлар соҳаси(фаолият турлари ва йўналишлари бўйича) ta'lim yo'nalishidagi bakalavrlar mustaqil ta'limi uchun mo'ljallangan bo'lib, unda mustaqil ta'lim bo'yicha umumiy tushunchalar, mavzu rejasi va shu rejaga mos qisqacha matnlar, tayanch iboralar, o'z-ozini tekshirish uchun savollar, mustaqil bajarish uchun topshiriqlar hamda tavsiya etilgan adabiyotlar ro'yxati keltirilgan.

Tuzuvchilar: dosentlar Begmatov A. B., Qo'ldoshtv A.Ch. Oliy matematika kafedrası .

Taqrizchilar:

**Mamirov U.E. f.-m.f.n.,dosent, Samarqand Davlat universiteti;
Umarov T.I. t.f.n. dosent, Samarqand iqtisodiyot va servis instituti .**

Uslubiy ko'rsatma, Oliy matematika kafedrası majlisida muhokama etilgan va nashr etishga tavsiya qilingan(3-son bayonnoma 22 noyabr, 2012 yil).

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti, A.B. Begmatov va bosh. 2012.

Mustaqil ta'lim bo'yicha umumiy tushunchalar. Ma'lumki, fan va texnikani, texnologiyani, iqtisodni rivojlantirish asosida kadrlarning umumiy malakasi yotadi.

Keyingi yillarda kadrlar tayyorlashning o'quv jarayonida talabalar mustaqil ta'limiga ham katta e'tibor berilmoqda. Mustaqil ta'lim fanlar bo'yicha, o'quv rejasiga kiritilgan.

Talabalar mustaqil ta'limi – egallangan bilimlarni takomillashtirish, bilimlarni kengaytirish hamda chuqurlashtirish va aniq bir maqsadga yo'naltirilgan bo'lib, natijada yangi malaka va mahoratlarni hosil qilishga qaratilgan o'quv mehnatidir.

Mustaqil ta'limning asosiy maqsadi-talabaning shaxsiy va professional sifat darajasini yuksaltirishdir.

Mustaqil talimning asosiy usullaridan biri adabiyotlar bilan mustaqil ishlashdir. Bunda, talaba axborotlar oqimida o'ziga xos yo'nalishni aniqlash, kerakli ma'lumotlarni tanlash, uni boshqalari bilan solishtirish hamda bu ma'lumotlarni o'z professional faoliyatida qo'llashdir.

Bundan tashqari mustaqil ta'limning, amaliy masalalarni mustaqil yechish, audiokuzatish hamda muloqat(aloqa,munosabat) usullari ham qo'llaniladi.

Shunday qilib, mustaqil ta'limning oxirgi ko'rsatkichi, ko'p qirrali ijodiy izlanishga yo'naltirilgan bo'lib, talaba uzluksiz mukammallanishga intilishni anglashi lozim.

Uslubiy ko'rsatmada mavzu rejasi va shu rejaga mos qisqacha matnlar, tayanch iboralar, o'z-ozini tekshirish uchun savollar, mustaqil bajarish uchun topshiriqlar hamda tavsiya etilgan adabiyotlar ro'yxati keltirilganki, natijada talabada mustaqil ta'limga ehtiyoj shakillanib, rivojlanish yuz bersin.

Talabaning mustaqil ta'limini tashkil etishda „Oliy matematika“ fanining maqsad va vazifalari, fanning xususiyati, uning o'quv dasturidagi o'рни, talabalarning shaxsiy moyillari, qiziqishlari hisobga olinadi. Mavjud talablarga asosan uslubiy ko'rsatmani tuzishda ushbu jihatlariga e'tibor qaratildi:

- 1) mustaqil ta'lim bajariladigan mavzu va mavzu bo'yicha reja savollari hamda tayanch iboralar;
- 2) mavzu bo'yicha reja savollarida:

a) boshlang'ich savollarda ko'pincha talaba bilishi lozim bo'lgan asosiy tushunchalar;

b) keyingi savolda shu tushunchalarni ma'lum darajada ijodiy (adabiyotlardan foydalanilgan holda kengroq) o'rganish;

c) natijada iqtisodiyot masalalarini modellashirish va tahlil qilishga hamda ijodiy izlanishga o'tish;

3) adabiyotlar qismida, institut kutubxonasida mavjud bo'lgan boshlang'ich manbalar ko'rsatildi, bu manbalarni o'rganish jarayonida, talaba boshqa adabiyotlarga o'tish kerakligi, qiziqishning davom etishini o'zi payqab qolishi imkoniyatini yaratishga harakat qilindi.

Talabalar mustaqil ta'limini nazorat qilish o'quv mashg'ulotlarini bevosita olib boruvchi o'qituvchi tomonidan amalga oshiriladi. Talabaning mustaqil ta'lim bo'yicha bajargan ishini, baholash nizomda ko'rsatilgandek reyting ballari bilan baholanadi va natijasi fan bo'yicha talabaning umumiy reytinggiga kiritiladi.

Korrelyasion bog'lanishlar

Reja:

1. Funksional, statistik va korrelyasion bog'lanishlar haqida tushunchalar.
2. Regressiya tenglamasini tuzish. Korrelyasion jadval.
3. Regressiya to'g'ri chizig'ining tanlanma tenglamasini guruhlangan ma'lumotlar bo'yicha tuzish.
4. Egri chiziqli korrelyasiyaning sodda hollari.

Mavzuning tayanch tushunchalari

Statistik bog'lanish, korrelyasion bog'lanish, shartli urtacha qiymat, regressiya tenglamasi, regressiya chizig'i, korrelyasion bog'lanish formasi, Chiziqli korrelyasiya, korrelyasion bog'lanishning zichligi, regressiya tug'ri chizig'i tanlanma tenglamasi, regressiya koeffitsiyenti, chetlanish kvadrati, eng kichik kvadratlar usuli, korrelyasion jadval, guruhlangan ma'lumotlar, tanlanma korrelyasiya koeffitsiyenti, egri Chiziqli korrelyasiya.

1.Ma'lumki, ikkita o'zgaruvchi miqdorlarning funksional bog'lanishida bir o'zgaruvchining har bir qiymatiga ikkinchi o'zgaruvchining bitta qiymati mos kelar edi. Masalan, sotib olingan mol (tovar)ga uning bitta haq'k bahosi mos keladi, ishlatilgan elektroenergiya uchun bitta haq to'lanadi.

Amaliyotda shunday o'zgaruvchilar ham borki ular bir-biriga bog'lik, lekin bittasining qiymatiga ikkinchisining aniq bitta qiymati mos qo'yilmay ayrim qiymatlar to'plami mos qo'yiladi.

1-ta'rif. Miqdorlardan birining o'zgarishi ikkinchisining taqsimotining o'zgarishiga olib kelsa bunday bog'lanishga **statistik bog'lanish** deyiladi. Xususan statistik bog'liqlik miqdorlardan birining o'zgarishi ikkinchisining o'rtacha qiymatida ifodalanadi. Bu holda statistik bog'lanish **korrelyasion bog'lanish** deb ataladi. Masalan, Y biror o'simlikdan olinayotgan don hosili, X erga solinayotgan o'g'itlar miqdori bo'lsin. Bir xil o'lchamli maydonlardan bir xil miqdorda og'it solinganda ham har xil hosil olinadi, ya'ni Y miqdor X miqdorning funksiyasi emas, lekin ular orasida bog'liqlik bor. Tajribalar ko'rsatadiki o'g'it solinishi bilan o'rtacha hosildorlik ko'payadi, ya'ni Y va X miqdorlar orasida korrelyasion bog'lanish bor.

Shunday qilib, X ning har bir qiymatiga Y ning bir nechta qiymati mos kelsin. Masalan $x_1 = 2$ bo'lganda Y miqdor $y_1 = 4$, $y_2 = 6$, $y_3 = 11$ qiymatlar olsin. Bu sonlarning o'rtacha arifmetik qiymatini topamiz:

$$y_{x=2} = \frac{4 + 6 + 11}{3} = 7$$

$y_{x=2} = 7$ son shartli o'urtacha qiymat deyiladi. $x_1 = 2$ soni Y ning unga mos qiymatlari qaralayotganini ko'rsatadi. Buni uchta bir xil ulchovli maydonlarga $x_1 = 2$ birlikda o'g'it solinganda unga mos ravishda 4,6,11 birlikdan olindi; o'rtacha hosil 7 birlik bo'ldi.

2-ta'rif. Y ning $X = x$ qiymatiga mos qiymatlarining o'rtacha arifmetik qiymatiga **shartli o'rtacha qiymat** deyiladi va y_x bilan belgilanadi.

Ma'lumki har bir x ga shartli o'urtacha qiymatning bitta qiymati mos kelsa, u holda o'rtacha x ning funksiyasi bo'ladi.

3-ta'rif. y_x shartli o'rtacha qiymatning x ga funksional bog'likligiga Y miqdor X miqdorga **korrelyasion bog'liq** deyiladi va

$$y_x = f(x) \quad (1)$$

bilan belgilanadi. (1) tenglamaga Y ning X ga regressiya tenglamasi, uning grafigiga esa Y ning X ga regressiya chizig'i deyiladi.

x_y shartli o'rtacha qiymat va X ning Y ga korrelyasion bog'liqligi yuqoridagiga o'xshash aniqlanadi.

Bu holda regressiya tenglamasi

$$x_y = \varphi(y) \quad (2)$$

ko'urinishda bo'ladi. (2) tenglamaga X ning Y ga regressiya tenglamasi deyiladi.

Korrelyasiya nazariyasining **birinchi masalasi** korrelyasion bog'lanish formasini aniqlash, ya'ni regressiya tenglamasining ko'rinishini (chiziqli, kvadratik, ko'rsatkichli va h.k.) topish. (1) va (2) tengliklarda $f(x)$ va $\varphi(y)$ ikkalasi ham chiziqli bo'lsa korrelyasion bog'lanish **chiziqli** deyiladi, aks holda **egri chiziqli** deyiladi.

Korrelyasiya nazariyasining **ikkinchi masalasi** korrelyasion bog'lanishning zichligini aniqlashdir. Y ning X ga korrelyasion bog'liqligining zichligi Y qiymatlarining y_x shartli o'rtacha qiymat atrofida tarqoqligi kattaligi bo'yicha baholanadi. Tarqoqlik katta bo'lsa Y ning X ga kuchsiz bog'langanligini ko'rsatadi. Tarqoqlik kam bo'lsa, bog'liqlik kuchliroq ekanligini anglatadi. Bu holda Y va X hatto funksional bog'langan bo'lib, lekin boshqa tasodifiy faktorlar ta'sirida bu bog'lanish kuchsizlangan, buning natijasida esa X ning bitta qiymatida Y turli qiymatlar qabul qilishi mumkin.

2.1) **Regressiya tenglamasini tuzish.** X va Y belgilar chiziqli korrelyasion bog'lanish bilan bog'langan bo'lsin. Bu holda ikkala regressiya chizig'i ham to'g'ri chiziqlar bo'ladi.

n ta sinov o'utkazilgan bo'lib, natijada

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

sonlar juftlari hosil bo'lsin.

Y ning X ga regressiya to'g'ri chizig'ining tanlanma tenglamasini izlaymiz. X belgining turli qiymatlari va Y belgining ularga mos qiymatlari bir martadan kuzatilgan bo'lsin. Bunday ma'lumotlarni guruhlashning hojati yo'q. Shuningdek, shartli o'rtacha qiymatdan foydalanishga ham hojat yo'q, shuning uchun izlanayotgan

$$y_x = kx + b$$

tenglamani qo'yidagicha yozish mumkin:

$$Y = kx + b$$

Bu tenglamadagi k koeffitsiyentga **regressiya koeffitsiyenti** deyiladi, odatda ρ_{yx} bilan belgilanadi. Bu holda Y ning X ga regressiya tenglamasi

$$Y = \rho_{yx}x + b \quad (1)$$

ko'urinishda bo'ladi.

To'g'ri chiziqning ρ_{yx} va b parametrlarini shunday tanlash kerakki, kuzatish ma'lumotlari bo'yicha XOY tekislikda yasalgan $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ nuqtalar iloji boricha (1) to'g'ri chiziq yaqinida yotsin.

$$Y_i - y_i (i = 1, 2, \dots, n)$$

ayirmani **chetlanish** deb ataymiz, bu yerda Y_i (1) tenglama buyicha hisoblangan va kuzatilgan x_i qiymatga mos ordinata, y_i esa x_i ga mos kuzatilgan ordinata.

ρ_{yx} va b parametrlarni shunday tanlaymizki, chetlanishlarning kvadratlari yig'indisi minimal bo'lsin. Bunday usulga **eng kichik kvadratlar** usuli deyiladi.

Har bir chetlanish izlanayotgan ρ_{yx} va b parametrga bog'lik bo'lganligi uchun chetlanishlar kvadratlari yig'indisi ham ularga bog'liq bo'ladi. Qisqalik uchun ρ_{yx} o'rniga ρ yozib,

$$F(\rho, b) = \sum (Y_i - y_i)^2$$

yoki

$$F(\rho, b) = \sum (\rho x + b - y_i)^2$$

funksiyani hosil qilamiz. Bu funksiyaning minimumini topish uchun $F'_\rho(\rho, b)$ va $F'_b(\rho, b)$ hususiy hosilalarni 0 ga tenglab

$$F'_\rho(\rho, b) = 2 \sum (\rho x_i + b - y_i) x_i = 0$$

$$F'_b(\rho, b) = 2 \sum (\rho x_i + b - y_i) = 0$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu sistemadagi amallarni bajarib, quyidagi sistemaga kelimiz:

$$\begin{aligned} (\sum x_i^2) \rho + (\sum x_i) b &= \sum x_i y_i \\ (\sum x_i) \rho + n b &= \sum y_i \end{aligned} \quad (2)$$

(2) sistemaga **normal sistema** deyiladi. (2) sistemadan ρ va b parametrlar aniqlanadi.

1-misol. Berilgan maydonda o'g'itning hosildorlikka ta'sirini o'rganish maqsadida o'tkazilgan 10 ta tajriba qo'yidagicha bo'ldi:

x_i	6	11	11	7	8	10	12	6	10	9
y_i	27	32	33	30	30	33	34	29	31	32

bu yerda x_i har bir gektarga solingan o'g'it miqdori, y_i lar har bir gektardan olingan hosildorlik, Y ning X ga to'g'ri chiziqli regressiya tanlanma tenglamasini toping va uni kuzatish natijalari bilan solishtiring.

Yechish. O'g'it miqdorining oshirilishi bilan hosildorlik ortishini kuramiz. Bu ikki miqdor o'zaro to'g'ri chiziqli bog'lanishga ega deb qaraylik:

$$y_x = \rho_{yx} x + b$$

ρ_{yx} va b parametrlarni topish uchun quyidagi jadvalni tuzish qulaylik yaratadi:

y_i	x_i	x_i^2	$x_i y_i$
27	6	36	162
32	11	121	352
33	11	121	363
30	7	49	210

30	8	64	240
33	10	100	330
34	12	144	408
29	6	36	168
31	10	100	310
32	9	81	288
310310	90	852	2831

(2) sistemaga jadvaldan olingan qiymatlarni qo'yib quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$852\rho + 90b = 2831,$$

$$90\rho + 10b = 310$$

Bu sistemadan $\rho = 41/42$, $b = 113/14$ bo'ladi.

Shunday qilib Y ning X ga regressiya tenglamasi

$$Y = y_x = (41/42)x + 113/14 \quad (3)$$

bo'ladi. (3) tenglama bo'yicha hisoblangan Y_i qiymatlar kuzatilgan y_i qiymatlar bilan qanchalik yaxshi mos kelishi haqida tasavvur hosil qilish uchun $Y_i - y_i$ chetlanishlarni topamiz. Hisoblash natijasini quyidagi jadvalda yozamiz:

x_i	y_i	Y_i	$Y_i - y_i$
6	27	28,06	1,06
11	32	32,96	0,96
11	33	32,96	-0,04

7	30	29,04	-0,96
8	30	30,02	0,02
10	33	31,98	-1,02
12	34	33,94	-0,06
6	28	28,05	0,06
10	31	31,98	0,98
9	32	31	-1,00

Jadvaldan ko'rinishicha, chetlanishlarning hammasi ham yetarlicha kichik emas, bu kuzatishlar sonining kichikligi bilan izohlanadi.

2.2) Korrelyasion jadval. Kuzatishlar soni katta bo'lganda X qiymatning o'zi n_x marta, Y qiymatning o'zi n_y marta, (X,Y) sonlar juftining o'zi n_{xy} marta takrorlanishi mumkin. Shu sababli kuzatish ma'lumotlari guruhlanadi, ya'ni n_x, n_y, n_{xy} chastotalar hisoblanadi va jadval ko'rinishda yozilib unga **korrelyasion jadval** deb ataladi.

Korrelyasion jadvalning tuzilishini quyidagi misol orqali tushuntiramiz:

X/Y	5	10	15	20	n_x
0,3	7	3	-	10	20
0,7	-	8	7	3	18
1,1	1	20	17	-	38
1,5	-	15	9	-	24
n_y	8	46	33	13	100

Jadvalning birinchi satrida Y belgining kuzatilgan qiymatlari (5, 10, 15, 20), birinchi ustunda esa X belgining kuzatilgan qiymatlari (0,3, 0,7, 1,1, 1,5) ko'rsatilgan. Satrlar va ustunlarning kesishishida belgilarning kuzatilgan qiymatlari juftlarining n_{xy} chastotalari yozilgan. Masalan, 7 chastota (5, 0,3) sonlar jufti 7

marta kuzatilganini bildiradi. To'ldirilmagan, chiziqcha qo'yilgan katakka mos son jufti, masalan (15, 0,3) kuzatilmaganligini bildiradi.

So'nggi ustunda barcha satrlardagi chastotalalar yig'indilari yozilgan, masalan, ikkinchi satrdagi chastotalar soni $n_x = 7 + 3 + 10 = 20$; bu son X belgining 0,3 ga teng qiymati (Y belgining turli qiymatlari bilan birgalikda) 20 marta kuzatilganligini anglatadi.

So'nggi satrda ustunlardagi chastotalarning yig'indilari yozilgan, masalan, 8 soni Y belgining 5 ga teng qiymati 8 marta kuzatilganligini ko'rsatadi.

Jadvalning pastki o'ng burchagida joylashgan katakka barcha chastotalar yig'indisi (ja'mi kuzatishlar soni n) yozilgan. Ravshanki, $\sum n_x + \sum n_y = n$

3. Regressiya to'g'ri chizig'ining tenglamasini guruhlangan ma'lumotlar bo'yicha tuzish. Kuzatishlr natijasi guruhlanib korrelyasion jadval holiga keltirilgan bo'lsin. Bu hol uchun **normal** sistema quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{aligned} (nx^2)\rho_{yx} + (nx)b &= \sum n_{xy}xy \\ (x)\rho_{yx} + b &= y \end{aligned} \quad (1)$$

Bunda $x = (\sum x_i)/n$, $y = (\sum y_i)/n$, $x^2 = (\sum x_i^2)/n$ $x_i y_i = \sum n_{xy}xy(x, y)$ sonlar jufti n_{xy} marta kuzatilganligi hisobga olingan.

(1) sistemani yechib ρ_{yx} va b parametrlarni, demak, izlanayotgan tenglamani hosil qilamiz:

$$y_x = \rho_{yx}x + b \quad (2)$$

Lekin yangi kattalik **korrelyasiya koeffitsiyentini** kiritib, regressiya tenglamasini boshqacha ko'rinishda ifodalash maqsadga muvofiqdir.

(1) sistemaning 2-tenglamasidan b ni topamiz:

$$b = y - \rho_{yx}x$$

b ning qiymatini (2) tenglamaga qo'yib

$$y_x - y = \rho_{yx}((x) - x) \quad (3)$$

tenglamani hosil qilamiz. (1) sistemadan $x^2 - (x)^2 = \sigma_x^2$ ekanligini hisobga olib, regressiya koeffitsiyentini topamiz:

$$\rho_{yx} = \frac{\sum n_{xy}xy - nxy}{n(x^2 - (x)^2)} = \frac{\sum n_{xy}xy - nxy}{n\sigma_x^2} \quad (4)$$

(4) tenglikni $\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ ga ko'paytiramiz. $\rho_{yx}\sigma_x/\sigma_y = r_t$ bilan belgilaymiz va uni

tanlanma **korrelyasiya koeffitsiyenti** deb ataymiz. Oxirgi tenglikdan

$$\rho_{yx} = r_t(\sigma_y/\sigma_x)$$

bo'ladi. Buni (3) tenglikka qo'yib

$$y_x - y = r_t \frac{\sigma_y}{\sigma_x} ((x) - x) \quad (5)$$

Y ning X ga regressiya to'g'ri chizig'i tenglamasini hosil qilamiz.

X ning Y ga regressiya to'g'ri chizig'i tenglamasi ham shunga o'xshash topilib

$$x_y - x = r_t \frac{\sigma_x}{\sigma_y} ((y) - y) \quad (6)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $r_t = \sigma_x/\sigma_y = \rho_{yx}$.

Eslatma. Tanlanma korrelyasiya koeffitsiyenti alohida ham muhim amaliy ahamiyatga ega. Yuqoridagilardan kelib chiqib korrelyasiya koeffitsiyenti

$$r_t = \frac{\sum n_{xy}xy - nxy}{n\sigma_x\sigma_y}$$

tenglik bilan aniqlanadi. Bunda σ_x, σ_y tanlanma o'rtacha kvadratik chetlanishlar.

X va Y belgilar ustidagi kuzatish ma'lumotlari teng uzoqlikdagi variantali korrelyasion jadval kurinishida berilgan bo'lsa, u holda

$$u_i = x_i - c_1/h_1, \quad v_i = y_i - c_2/h_2$$

shartli variantalarga utish hisoblashlarni ancha soddalashtiradi, bu yerda c_1 c_2 berilgan X variantalarining «soxta nuli» (soxta nul deb odatda variasion

qatorning taxminan o'rtasida joylashgan varianta olinadi, eng katta chastotaga ega bo'lgan variantani olish ham maqsadga muvofiq bo'ladi.), h_1 qadam, X ning ikkita qo'shni variantasi orasidagi ayirma, c_2 tekshirilayotgan Y variantalarining «sohta nuli», $h_2 Y$ variantalarining qadami bo'ladi.

Bu holda tanlanma korrelyasion koeffitsiyent quyidagicha topiladi:

$$r_t = \frac{\sum n_{uv}uv - nuv}{n\sigma_u\sigma_v}$$

u, v, σ_u, σ_v kattaliklarni ko'paytmalar usulidan foydalanib (ma'lumotlar soni katta bo'lganda) yoki bevosita

$$u = \frac{\sum n_u u}{n}, \quad v = \frac{\sum n_v v}{n}, \quad \sigma_u = \frac{\sqrt{u^2 - (u)^2}}{n}, \quad \sigma_v = \frac{\sqrt{v^2 - (v)^2}}{n}$$

formulalar yordamida topiladi. $\sum n_{uv}uy$ qo'shiluvchini topish uchun hisoblash jadvali tuziladi. Bu kattaliklarni bilgan holda (5) va (6) regressiya to'g'ri chizig'i tenglamasini tuzish uchun

$$x = uh_1 + c_1, \quad y = vh_2 + c_2, \quad \sigma_x = \sigma_u h_1, \quad \sigma_y = \sigma_v h_2$$

larni hisoblab regressiya tenglamalarini yozish mumkin.

Chiziqli korrelyasion bog'lanish zichligini baholash uchun tanlanma korrelyasiya koeffitsiyent xizmat qiladi. $|r_t|$ birga qancha yaqin bo'lsa, bog'lanish shuncha kuchli bo'ladi; 0 ga yaqin bo'lsa bog'lanish kuchsiz bo'ladi.

2-misol. Tajriba natijalari kayta ishlanib korrelyasion jadval kurinishda berilgan bulsin:

X/Y	20	25	30	35	40	n_y
16	4	6	-	-	-	10
26	-	8	10	-	-	18
36	-	-	32	3	9	44
46	-	-	4	12	6	22
56	-	-	-	1	5	6
n_x	4	14	46	16	20	$n = 100$

Y ning X ga regressiya to'g'ri chizig'ining tanlanma tenglamasini toping.

Yechish. Soxta nullar sifatida $c_1=30$ va $c_2=30$ ni tanlab shartli variantali korrelyasion jadvalni tuzamiz:

U/V	-2	-1	0	1	2	n_v
-2	4	6	-	-	-	10
-1	-	8	10	-	-	18
0	-	-	32	3	9	44
1	-	-	4	12	6	22
2	-	-	-	1	5	6
n_u	4	14	46	16	20	$n=100$

Endi shartli urtachalarni topamiz:

$$u = \frac{\sum n_u u}{n} = \frac{4 \cdot (-2) + 14(-1) + 46 \cdot 0 + 16 \cdot 1 + 20 \cdot 2}{100} = 0,34$$

$$v = \frac{\sum n_v v}{n} = \frac{10 \cdot (-2) + 18(-1) + 44 \cdot 0 + 22 \cdot 1 + 6 \cdot 2}{100} = 0,04$$

O'rtacha kvadratik chetlanishlarni topish uchun yordamchi u^2 va v^2 kattaliklarni aniqlaymiz:

$$u^2 = \frac{\sum n_u u^2}{n} = \frac{4(-2)^2 + 14(-1)^2 + 46 \cdot 0^2 + 16 \cdot 1^2 + 20 \cdot 2^2}{100} = 1,26$$

$$v^2 = \frac{\sum n_v v^2}{n} = \frac{10(-2)^2 + 18(-1)^2 + 44 \cdot 0^2 + 22 \cdot 1^2 + 6 \cdot 2^2}{100} = 1,04$$

Endi σ_u va σ_v larni topamiz:

$$\sigma_u = \sqrt{u^2} - (u)^2 = \sqrt{1,26} - 0,34 = 1,07$$

$$\sigma_v = \sqrt{v^2} - (v)^2 = \sqrt{1,04} - 0,04^2 = 1,02$$

$\sum n_{uv} u v$ qo'shiluvchini topish uchun hisoblash jadvalini tuzamiz. Buning uchun har bir katakdagi chastotani mos U_i ga ko'paytirib shu katakning yuqori

o'ng burchagiga, shu chastotani mos V_i ga ko'paytirib shu katakning pastki chap, burchagiga yozamiz. Yuqori o'ng burchakdagi sonlarni satr bo'yicha qo'shib oxirgi ustundan bitta oldingi ustunning shu satrga mos katagiga, pastki chap burchakdagi sonlarni ustun bo'yicha yig'indisini oxirgi satrdan bitta oldingi satrning mos katagiga yozamiz. Masalan, 2-satr va 4-ustundagi bu raqamlar quyidagicha topiladi: $4 \cdot (-2) + 6 \cdot (-1) = -8 - 6 = -14$, $10(-1) + 32 \cdot 0 + 4 \cdot 1 = -6$.

	-2	-1	0	1	2	$U = \sum n_{uv}u$	vU
-2			-	-	-	-14	28
-1	-			-	-	-8	8
0	-	-				21	0
1	-	-				24	24
2	-	-	-			11	22
$V = \sum n_{uv}v$	-8	-20	-6	14	16		82
$u \cdot V$	16	20	0	14	32	82	tekshi-rish

$\sum n_{uv}U$ larni mos v_i larga ko'paytirib oxirgi ustunning mos katagiga yozamiz, masalan 2 satr uchun $(-14)(-2)=28$, uchinchi satr uchun $(-8)(-1)=8$ va hokazo.

$\sum n_{uv}V$ larni mos u_i larga ko'paytirib oxirgi satrning mos katagiga yoziladi, masalan 2-ustun uchun $(-2)(-8)=16$, uchinchi ustun $(-1)(-20)=20$.

Demak,

$$\sum n_v u_i = \sum n_{uv} U \cdot V = 82, \quad \sum n_u v_i = \sum n_{uv} U \cdot V = 82.$$

Oxirgi ustun va oxirgi satrlardagi sonlarning bir xilligi hisoblashlarning to'g'ri bajarilganligini bildiradi.

Endi korrelyasiya koeffitsiyentini topamiz:

$$r_t = \frac{\sum n_{uv} U \cdot V - n_{uv}}{n \sigma_u \sigma_v} = \frac{82 - 100 \cdot 0,34 \cdot (-0,04)}{100 \cdot 1,07 \cdot 1,02} \equiv 0,76$$

h_1 va h_2 qadamlar mos ravishda $h_1 = 25 - 20 = 5, h_2 = 26 - 16 = 10$ bo'ladi. $c_1 = 30$ va $c_2 = 36$ ekanligini hisobga olib, x va y larni aniqlaymiz.

$$x = uh_1 + c_1 = 0,34 \cdot 5 + 30 \equiv 31,70$$

$$y = uv_2 + c_2 = (-0,04) \cdot 10 + 36 \equiv 35,60$$

σ_x va σ_y larni topamiz:

$$\sigma_x = h \sigma_u = 5 \cdot 1,07 = 5,35; \quad \sigma_y = h_2 \sigma_v = 10 \cdot 1,02 = 10,2.$$

$$y_x - 35,60 = 0,76 \cdot (10,2 / 5,35)(x - 31,70)$$

yoki

$$y_x = 1,45x - 10,36$$

tenglamani hosil qilamiz.

4. Egri chiziqli korrelyasiyaning sodda hollari. Regressiya grafigi $y_x = f(x)$ yoki $x_y = \phi(y)$ egri chiziq bilan tasvirlansa, **korrelyasiya egri chiziqli** deyiladi. Masalan, Y ning X ga regressiya funksiyalari quyidagi ko'rinishlarda bo'lishi mumkin:

$$1) \quad y_x = ax^2 + bx + c$$

$$2) \quad y_x = ax^3 + bx^2 + cx + b$$

$$3) \quad y_x = a/x + b$$

Regressiya tenglamasining noma'lum parametrlarini eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib topish mumkin.

Y ning X ga tanlanma regressiya tenglamasi ushbu ko'rinishda bo'lsin:

$$y_x = ax^2 + bx + c \quad (1)$$

bu yerda, a, b, c noma'lum parametrlar.

Eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib, noma'lum parametrlarga nisbatan qo'yidagi chiziqli tenglamalar sistemasi hosil kilinadi:

$$\begin{aligned} (\sum n_x x^4) a + (\sum n_x x^3) b + (\sum n_x x^2) c &= \sum y_x x^2 \\ (\sum n_x x^3) a + (\sum n_x x^2) b + (\sum n_x x) c &= \sum n_x y_x \cdot x \\ (\sum n_y x^2) a + (\sum n_y x) b + nc &= \sum n_y y_x \cdot \end{aligned} \quad (2)$$

Bu sistemadan topilgan a, b, c parametrlarni (1) ga qo'yib, natijada izlanayotgan regressiya tenglamasini hosil q'ilinadi.

3-misol. Quyidagi korrelyasion javal ma'lumotlari bo'yicha Y ning X ga $y_x = ax^2 + bx + c$ ko'rinishdagi tanlanma regressiya tenglamasini toping:

Y / X	1	1,1	1,2	n_y
6	8	2	-	10
6,75	-	30	-	30
7,5	-	1	9	10
n_x	8	33	9	$n=50$
y_x	6	6,73	7,5	

Yechish. Hisoblash jadvalini tuzamiz:

x	n_x	y_x	$n_y x$	$n_y x^2$	$n_x x^3$	$n_x x^4$	$n_x y_x$	$n_x y_x \cdot x$	$n_x y_x \cdot x^2$
1	8	6	8	8	8	8	48	48	48
1,1	33	6,73	36,3	39,93	43,93	48,32	229,35	252,3	277,53
1,2	9	7,5	10,8	12,96	15,55	18,66	67,5	81	97,2
Σ	50		55,1	60,89	67,48	74,98	344,85	381,3	22,73
							337,59	373,3	413,93

Bu jadvalning oxiri satridagi sonlarni (2) tenglamaga qo'yib quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$74,9a + 67,48b + 6059c = 422,73$$

$$67,48a + 60,89b + 55,1c = 381,3$$

$$60,89a + 55,1b + 50c = 344,85$$

Oxirgi sistemani yechib, quyidagilarni topamiz:

$$a = 1,94, \quad b = 2,98, \quad c = 1,10$$

Izlanayotgan regressiya tenglamasi (1) asosan

$$y_x = 1,94x^2 + 2,68x + 1$$

bo'ladi.

Takrorlash uchun savollar

1. Funksional bog'lanish deb nimaga aytiladi? Misollar.
2. Statistik bog'lanish qanday bog'lanish? Misollar keltiring.
3. Korrelyasion bog'lanish deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.
4. O'rtacha arifmetik qiymat deb nimaga aytiladi?
5. Shartli urtacha qiymat nima? Misollar bilan tushuntiring.
6. Korrelyasion bog'liklik qanday belgilanadi?
7. Regressiya tenglamasi nima?
8. Regressiya chizig'i deb nimaga aytiladi?
9. Korrelyasion bog'lanish formasi deb nimaga aytiladi?
10. Chiziqli korrelyasion bog'lanish deb nimaga aytiladi?
11. Egri chiziqli korrelyasion bog'lanish nima?
12. Korrelyasion bog'lanish zichligi nimani baholaydi?
13. Y belgining X belgiga regressiya tug'ri chizig'ining tenglamasi qanday yoziladi?
14. Regressiya koeffitsiyenti deb nimaga aytiladi?
15. Chetlanish nima?
16. Eng kichik kvadratlar usuli deb nimaga aytiladi?
17. Regressiya tug'ri chizig'i tenglamasining parametrlari qanday aniklanadi?
18. Parametrlarni topish uchun hisoblash jadvali qanday tuziladi?
19. Topilgan regressiya tenglamasi bilan hisoblangan qiymatlari va kuzatilgan qiymatlar bilan kanchalik yaxshi mos kelishi hakida tasavvur qilish mumkinmi?
20. Korrelyasion jadval nima?
21. Kuzatish ma'lumotlarini guruhlash nimadan iborat?
22. Regressiya tug'ri chizig'ining tenglamasini guruhlangan ma'lumotlar buyicha qanday topiladi?
23. Korrelyasiya koeffitsiyenti deb nimaga aytiladi?

24. Y ning X ga regressiya tug'ri chizig'i tenglamasi korrelyasion koeffitsiyent orkali qanday yoziladi?

25. Korrelyasiya koeffitsiyentini topish formulasini yozing?

26. Shartli variantlarga utish nima?

27. Korrelyasiya koeffitsiyenti shartli variantlar orkali qanday yoziladi?

28. $\sum n_{uv}U \cdot V$ kushiluvchini topish uchun hisoblash jadvali qanday tuziladi?

29. Korrelyasion bog'lanish zichligini baholash uchun nima xizmat qiladi?

30. Hisoblash jadvalining tug'riligini qanday aniklash mumkin?

31. Egri Chiziqli korrelyasion bog'lanishning qanday hollarini bilasiz?

32. Egri Chiziqli korrelyasiya parametrlari qanday topiladi?

Mustakil ish uchun topshiriklar.

1. Y ning X ga regressiya tug'ri chizig'ining tanlanma tenglamasini kuzatishlarning qo'yidagi jadvali buyicha toping:

X	1,00	1,50	3,00	4,50	5,00
Y	1,25	1,40	1,50	1,75	2,25

Javobi: $Y = y_x = 0,202x + 1,004$

2. Kuzatishlar natijasi quyidagi korrelyasion jadval bilan berilgan:

Y / X	5	10	15	20	25	30	35	40	n_y
100	2	1	-	-	-	-	-	-	3
120	3	4	3	-	-	-	-	-	10
140	-	-	5	10	8	-	-	-	23
160	-	-	-	1	-	6	1	1	9
180	-	-	-	-	-	-	4	1	5
n_x	5	5	8	11	8	6	5	2	$n = 50$

Y ning X ga va X ning Y ga regressiya to'g'ri chiziqlarining tenglamalarini toping.

$$J: y_x = 1,92x + 101,5, \quad x_y = 0,12y + 3,7$$

3. Pamidorning massasi va uning urug'ining massasi grammlarda orasidagi bog'lanishni kuzatish natijalari qo'yidagi korrelyasion jadval bilan berilgan:

Y / X	18	23	28	33	38	43	48	n_y
125	-	1	-	-	-	-	-	1
150	1	2	5	-	-	-	-	8
175	-	3	2	12	-	-	-	17
200	-	-	1	8	7	-	-	16
225	-	-	-	-	3	3	-	6
250	-	-	-	-	-	1	1	1
n_x	1	6	8	20	10	4	1	$n = 50$

U ning X ga va X ning U ga regressiya to'g'ri chizig'larining tanlanma tenglamasini tuzing.

$$\text{Javobi: } y_x = 4x + 57,8, \quad x_y = 0,19y - 3,1.$$

4. Tajribalar natijasi quyidagi korrelyasion jadval bilan berilgan:

Y / X	2	3	5	n_y
25	20	-	-	20
45	-	30	1	31
110	-	1	48	49
n_x	20	31	49	$n = 100$

Jadvaldagi ma'lumotlar bo'yicha Y ning X ga $y_x = ax^2 + bx + c$ regressiya tanlanma tenglamasini toping.

Javobi: $y_x = 2,94x^2 + 7,27x - 1,25$.

5. Kuzatishlar natijasi qu'yidagi korrelyasion jadval bilan berilgan:

Y / X	6	30	50	n_y
1	15	-	-	15
3	1	14	-	15
4	-	2	18	20
n_x	16	16	18	$n = 50$

Kuzatilgan ma'lumotlar buyicha X ning Y ga $x_y = ay^2 + by + c$ regressiya tanlanma tenglamasini toping.

J: $x_y = 2,8y^2 + 0,02y + 3,18$.

ADABIYOTLAR

1. В.Е.Гмурман. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика. Русчадан таржима. Т.: Ўқитувчи, 1977. -368б. 18 боб, 248-279 бетлар.

2. Б.А.Абдалимов. Олий математика. Т.: Ўқитувчи, 1994. -368б, 334-367 бетлар.

3. Ё.У.Соатов. Олий математика. 2-жилд. Т.: Ўқитувчи, 1994. 14-боб, 60-69-§лар, 333-352 бетлар.

4. А.И,Карасев и др. Курс высшей математики для экономических вузов. Ч.2.М.: Высш. школа, 1982. -320с, гл. 9, 159-179 стр.

5. В.Е. Гмурман. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистикадан масалалар ечишга доир қўлланма. Русчадан таржима. Ўқитувчи. 1980 й. 12-боб, 245-256 бетлар.