

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TALIM VAZIRLIGI**

**Mirzo Ulug'bek nomidagi
O'zbekiston Milliy Universiteti**

**Fizika fakulteti
Optika va Lazer fizikasi kafedrası**

NORTOJIYEV AHROR MUXAMMADALIYEVICH

Diskret akslantirishni o'rganish

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

**Ilmiy rahbar:
dotsent T. Axmadjonov**

Toshkent-2012

MUNDARIJA

KIRISH	3
I. NAZARIY QISM	
1.1. Diskret ifodalar nazaryasi “uzuluksiz minimum”	5
1.2. Nuqtaviy akslantirish metodi. Nuqtaviy akslantirish tushunchasi.....	9
1.3. Vader-Polya generator uchun nuqtaviy akslantirish.....	14
II. EKSPERIMENTAL QISM	
2.1. Yopiq billiard sistemalari.....	17
2.2. Olingan natijalar va ularning tahlili.....	20
2.3. Ochiq billiard sistemalari.....	25
XULOSA	31
ILOVA	33
ADABIYOTLAR	37

KIRISH

Ishning dolzarbligi. Galiley va Nyuton davridan boshlab, zamonaviy fizika atrof olam to'g'risidagi faktlarni to'plash, tartiblash, tavsiflash va tushunish borasida uzoq yo'l bosib o'tdi. Odatda tavsiflashda matematika tilidan foydalanilar edi va bu til tuzilishining o'zi ko'p hollarda yangi kashfiyotlarga olib kelardi. Bir necha asrda fizikaning bashoratchilik ahamiyati shunchalik katta bo'lib qoldiki, xozirgi paytda yechilmaydigan "sanoq" masalalari qolmadi.

Fizika rivojlanishda davom etmoqda va so'nggi o'n yilliklarda uning sinergetika, dinamikxaos va o'z-o'zidan tartibga kelish kabi yangi sohalariga qiziqish ortdi. Bu tarmoqlarda ko'p xollarda o'ziga xos matematik apparatdan foydalaniladi, kompyuterlarning o'sayotgan quvati va "sonli eksperiment" imkoniyatlari bilan birgalikda esa bu sohalarining bashorat qobilyatlari ananaviy fizik nazaryalardan qolishmaydigan darajaga chiqdi [1-4].

Zamonaviy fizikaga kirishib ketish oson emas. Odatda bu oliy o'quv yurtlarining yuqori kurslari muayyan bilim va ko'nikmalarini o'zlashtirganda maqsadlidir. Biroq XX asir oxirlarida yangi fan "uzluksiz dinamika" paydo bo'ldi. Uning g'oyalarini xattoki maktab darajasida xam tushuntirish mumkun. Shuningdek kompyuterlarning keng tadbiqu va ularning doimiy takomillashuvi o'quvchilar uchun agar yangi natijalar ololmasa xam , xar-xolda o'zini zamonaviy tadqiqotlarga tegishli deya xis qilishga ko'maklashadi.Uzluksiz dinamika evalutsiyani uzluksiz (dinamika) tizimlar davriyligida aks ettiradi. Shuning uchun xam dastlabki qarashda uzluksiz dinamika va dinamik tartibsizlik to'g'risidagi talimotlar asosida difrensial tenglamalarning chuqur nazaryalari yotadigandek tuyuladi. Lekin xaqiyqatda bunday emas.Biroq , boshqa matematik obektlar turli darajadagi tenglamalar va ifodalar borki, ular uzluksiz dinamika ko'plab fenometirlarini namoish etadi. Ifodalar tadqiqot va kompyuter modellashtirishlarida juda soda bo'ladi.

Yuqori tebranishlar jarayoni vaqt bo'yicha evalyusia xisoblanadi.Tabiyki bunday jarayonlarni o'rganish aparati differensial tenglamalar xisoblanadi.Bunday jarayonlarni o'rganishda differensial tenglamalar yuz yillik aparati xisoblanib

kelingan. Oxirgi vaqtlarda shunday maqsadlarda diskret akslantirish nuqtavish tasvirlash matematik texnikasi qo'llanilmoqda. Diskret akslantirish bilan xodisa yanada qiziqarli bo'ladi. Gap shundaki Puankare kesimli metodi yordamida differensial tenglamalar va tasvir orasida aloqa o'rnatish mumkin. Diskret akslantirish ko'plab tabiiy namoishlarni biologik tafsiflashda ko'rishimiz mumkin[5-7].

Ishning maqsadi. Malakaviy bitiruv ishining maqsadi diskret akslantirish metodi yordamida to'g'ri chiziq bilan kesilgan, davriy o'zgaruvchan tirqishli statik aylana billiard modelidagi zarrachalar taqsimotining tirqish parametrlariga bog'liqligini tadqiq etish.

Ilmiy yangiligi. Malakaviy bitiruv ishida birinchi marotaba:

Markazi $\pi/2$ da bo'lgan, to'g'ri chiziq bilan kesilgan, davriy o'zgaruvchan tirqishli aylana billiard modeli ichida joylashgan zarrachalar taqsimotining tirqishning o'zgarish parametrlariga bo'gliqligi o'rganildi.

Malakaviy bitiruv ishining tarkibi. Malakaviy bitiruv ishi: krish, ikki qisim, xulosa, ilova va adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

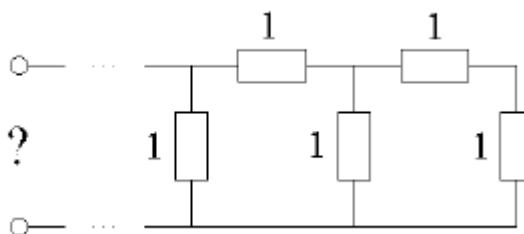
Birinchi qismda o'rganilayotgan masalaning dolzarbligi , mavzuga doir ilmiy ishlarning qisqacha sharxi shuningdek asosiy nazariy materiallar bayon etilgan.

Ikkinchi qismda sonli eksperiment natijalari ularning tahlili yoritilgan.

I. NAZARIY QISM

1.1. Diskret ifodalar nazaryasi “uzuluksiz minimum”.

Xar qanday fizika bo'ycha olimpiada misollari to'plamida rezistorlarning cheksiz zanjiri tizimdagi masalani topish mumkun. U quydagicha beriladi: bir xil xalqalardan iborat bo'lgan rezistor zanjiri qarshiligi nimaga teng. (Rasm 1.)savolni sal boshqacharoq qo'ysak: agar biz qarshilikni berilgan aniqlikda o'lchaydigon bo'lsak, zanjir cheksiz xisoblanishi uchun nechta xalqani o'zida jam etish kerak?



Rasm 1. Rezistorlarning ulanish sxemasi

Bu savolga dinamik sistemalar zamonaviy nazaryasi bir qismi bo'lgan o'ziga xos turli darajadagi tenglama va ifodalar matematik operatini jalb etgan xolda javob berish mumkun. Xullas, sxemamizga murojat etib, zanjir o'ng oxiridan n va $n + 1$ xossalar yakuniy sonini xisoblaymiz (rasm 2.a).

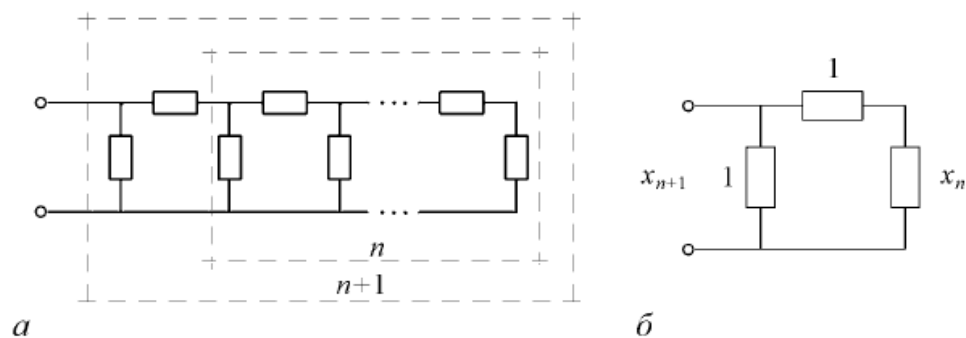
Barcha rezistorlar qarshiligi bir xil ularni birga teng deb faraz qilamiz. Ikkinchi rasmdagi sxema, rasm.1 da ko'rsatilganiga ekvivalent ekanini yaxshi ko'rish mumkin. Agar x - n xadlar zanjirchasi qarshiligi bo'lsa, osongina quydagiga ega bo'lamiz:

$$x_{n+1} = \frac{x_n + 1}{x_n + 2} \quad (1.1)$$

Aynan shu ifodalashning sodda namunasidir. Umumiy ko'rinishda ifodalash quydagi nisbatga keltiriladi:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (1.2)$$

Ushbu ifodalash bir o'lchamli deyiladi.

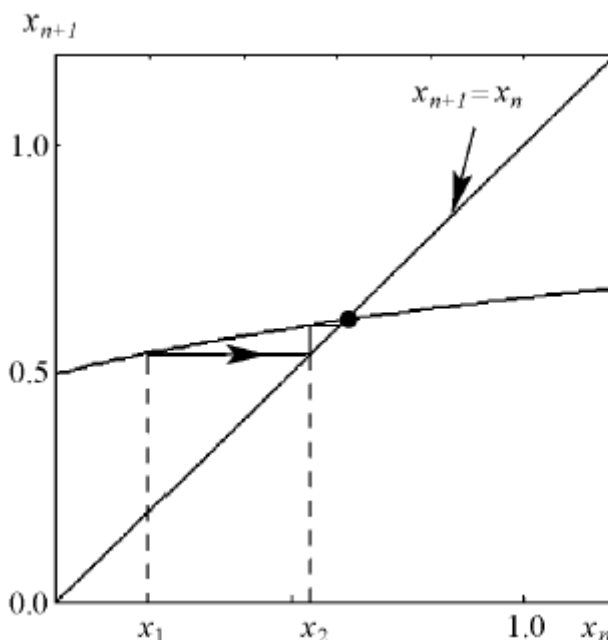


Rasm 2. Berilgan zanjirga ekvivalent zanjirga o'tish.

Chunki unga bir o'zgaruvchi – x kirgan $x_{n+1} = f(x_n)$ diskret ifoda ko'rinishidan dinamik sistema sodda namunasi xisoblanadi. Bu tenglamaning moxiyati osongina ochiladi: dastlabki x , moxiyati bo'ycha berilgan $x_{n+1} = f(x_n)$

keyingi o'zgaruvchilar- x_2, x_3 va x.k.k. Moxiyatini aniqlashga imkon beradi. Xaqiqatdan xam, $x_2 = f(x_1), x_3 = f(x_2) \dots$

Ifodalash xossalarini interaksion diagrammada aks ettirish qulay xisoblanadi. Uni tuzish uchun birinchi navbatda, (x_n, x_{n+1}) tekisli funktsiya $f(x)$ grafigi va bissektorisani ifodalash kerak. (Rasm 3.)



Rasm 3. Rezistorlar zanjiri uchun iteratsion diagramma

Endi boshlang'ich x_1 - qiymatga asoslanib $x_2 = f(x_1)$ grafikni topish mumkun. So'ng ushbu qiymat bissektirisasiga ko'chiriladi va jarayon takrorlanadi. Interasiya yo'nalishini aks ettiruvchi o'ziga xos narvoncha paydo bo'ladi. Grafikdan ko'rinib

turibdiki bu ifodamiz chegaraviy qiymat: yoki boshqacha aytganda xarakatsiz nuqta yani $x_0 = f(x_0)$ nuqtaga ega bo'ladi. $x_0^2 + x_0 - 1 = 0$ ekanligini topish qiyin emas. Bundan cheksiz zanjir qarshiligini aniqlash bo'yicha masala javobiga ega bo'lamiz:

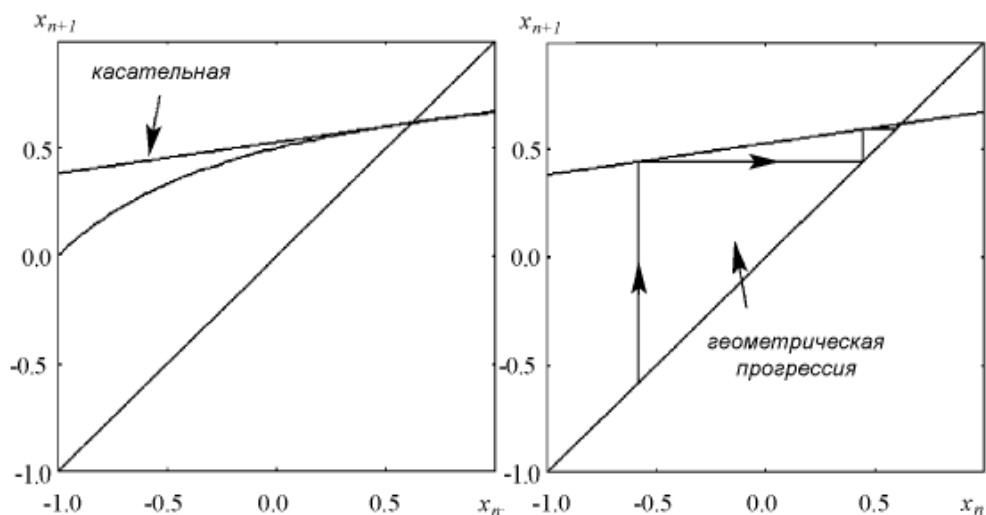
$$x_0 = \frac{(\sqrt{5} - 1)}{2} = 0.618034.$$

Endi, sistemaning o'zgaruvchilar mohiyati x_0 chegaraviy qiymatga yaqin bo'lgan xolatdagi xarakatni ko'rib chiqamiz. Shuning uchun $x_{n+1} = x_0 + \tilde{x}_{n+1}$ va $x_n = x_0 + \tilde{x}_n$ deb olamiz, bu yerda "tilda" x_0 ga kichik qo'shimchalarni anglatadi. Bu xolda $x_{n+1} = f(x_n)$ dan quydaga ega bo'lamiz :

$$x_0 + \tilde{x}_{n+1} = f(x_0 + \tilde{x}_n) = f(x_0) + f'(x_0) \tilde{x}_n \quad (1.3)$$

$$\tilde{x}_{n+1} = f'(x_0) \tilde{x}_n \quad (1.4)$$

Shunday qilib x_0 ga malum kichik qo'shimcha bo'lsa birinchi interatsiyadan so'ng uning doimiy $f'(x_0)$ soniga ko'paytiriladi, ikkinchisidan so'ng $[f'(x_0)]^2$, uchinchidan so'ng- $[f'(x_0)]^3$ ga va x.k.k. Bu shuni anglatadiki x o'zgaruvchi $[f'(x_0)]$ ko'rsatkichli geometrik progressiya qonuniga ko'ra xarakatsiz nuqtaga yaqinlashmoqda. Shuni takitlaymizki interaksion diogrammada ko'rib o'tganlarimiz bir x_0 chegarasida $f(x)$ urinmani apraksimasiyalaganimizga mos keladi. Mos xolda interaksion diogramma geometrik progresiyani beradi (rasm 4.).



Рasm 4. Qo'zg'almas nuqta atrofidagi iteratsion diagramma ko'rinishi

$[f'(x_0)] > 1$ bo'lsa iteratsiya uzoqlashmoqda.

Bu xarakatsiz nuqtaning barqarorligi to'g'risida gapirishga imkon beradi. Birinchi xolda xarakatsiz nuqta barqaror, ikkinchisida beqaror deyiladi. E'tirof etish kerakki, $f'(x_0)$ kattaligi axamyatining qanchaligi uni maxsus nom - multipikator deyishga asos bo'ladi, xamda odatda $\mu = f'(x_0)$ ko'rinishida belgilanadi.

Ifodalashdan bizning misoldagi umumiy ko'rinishga qaytamiz:

$$f(x) = 1 - \frac{1}{(2+x)} f'(x) = \frac{1}{2+x_0} = \frac{4}{(\sqrt{5+3})^2} = 0.145400$$

Natijada biz $\mu=0,145400$ ekanligini ko'ramiz. Bu iteratsiyalar yaqinlashayotganidan dalolat beradi, $f'(x_0)$ ancha kichikligi tufayli ular juda tez yaqinlashadi. Bunga

$$x_{n+1} = \frac{(x_n+1)}{(x_n+2)} \quad (1.5)$$

munosabatni iteratsiyalab amin bo'lamiz.

Biz shunga ishonch xosil qildikki xalqalar sonining kattalashishi xaqiyqatdan xam xarakatsiz nuqtaga olib keladi. Jadvaldan ko'rinib turibdiki atom 3 ta xalqada iborat zanjirni yuqori aniqlikda cheksiz deb xisoblash mumkun, yani uch xalqani zanjir uchun xarakatsiz nuqtadan qarshilik qiymatidan chetlanish taxminan 1%, 5 xalqali uchun -0,02% ni tashkil etadi. Ushbu ifodalashdan

xarakatsiz nuqta barqarorligi bizning yechimdagi natija zanjirdagi mumkun bo'lgan nuqsonlar “buzib qo'ymaydigan” degan yana bir fizik savolni olib tashlaydi. Shunisi qiziqarliki ko'rilgan masala Fibonagchi sonlari va “oltin o'rda” bilan bog'liq bo'lib chiqadi. Jadvalga qarang.

Natijalar jadvalda berilgan:

Таблица

Число звеньев в цепочке, n	x_n	Отклонение от предельного значения, %
1	$x_1 = 1$	
2	$x_2 = 2/3 \approx 0.666667$	7.86
3	$x_3 = 5/8 \approx 0.625000$	1.12
4	$x_4 = 13/21 \approx 0.619048$	0.16
5	$x_5 = 34/55 \approx 0.618182$	0.02
...	...	...
∞	$x_0 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618034$	0

1.2. Nuqtaviy akslantirish metodi. Nuqtaviy akslantirish tushunchasi.

Nuqtaviy akslantirish xaqida tushuncha berib o'taylik. Yuqori tebranishlar jarayoni vaqt bo'yicha evalyusia xisoblanadi. Tabiyki bunday jarayonlarni o'rganish aparati differensial tenglamalar xisoblanadi. Bunday jarayonlarni o'rganishda differensial tenglamalar yuz yillik aparati xisoblanib kelingan. Oxirgi vaqtlarda shunday maqsadlarda diskret akslantirish nuqtavish tasvirlash matematik texnikasi qo'llanilmoqda. O'xshash yondashuvlar ilm uchun xar doim kerak va foydali.

Diskret akslantirish bilan xodisa yanada qiziqarli bo'ladi. Gap shundaki Puankare kesimli metodi yordamida differensial tenglamalar va tasvir orasida aloqa o'rnatish mumkin. Biz bu xaqida quyda malumotlar berib o'tamiz.

Diskret akslantirish ko'plab tabiiy namoishlarni biologik tafsiflashda ko'rishimiz mumkin. Keling biz bir qancha populyasalarni yildan-yilga miqdorini

ko'rib chiqaylik. Tushunarliki bunday xolatlarida bir yilda qandaydir vaqt oralig'ida o'lchangan sonlar miqdorlarni solishtirish mumkin. x_{n+1} miqdor $n+1$ yildagi populyasiya miqdori bo'lib n -yildagi x_n miqdorning funksiasi xisoblanadi va ular orasidagi munosabat quydagicha bo'ladi

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (1.6)$$

Bu oddiy diskret akslantirish. Biz uni ko'rinishini bir necha oddiy o'zgartirishlar yordamida aniqlashtirishimiz mumkin. Keling kichik miqdordagi populyasalarda uning kattaligi geometrik progressiya ko'rinishida o'zgarsin, u xolda

$$x_{n+1} = \lambda x_n \quad (1.7)$$

Bu yerda λ -yani ko'payish tezligini ifodalaydi. Tushunarliki katta miqdor populyasialar tez rivojlana olmaydi, yani o'solmaydi. Ozuqa manbayi uchun raqobat effekti miqdorini chegaralashga olib keladi. Faraz qilaylik miqdor kamayish qonuni kvadratik nochiziqlilik bilan bog'langan bo'lsin, u xolda (2) ifoda quydagi ko'rinishni oladi

$$x_{n+1} = \lambda x_n - x_n^2 \quad (1.8)$$

Mantiqiy olingan munosabat mantiqiy tasvirlash deyiladi. U oddiy ko'rinishga qaramay, nochiziqli dinamika va dinamik xaos nazaryasining asosiy fundamental modeliga xizmat qiladi. Diskret akslantirish tarzida berilgan evalyutsiani interasiyalangan diogrammada x_{n+1} o'zgaruvchini x_n ga bog'liqligini $vaf(x)$ ga o'tkazilgan bissektressa tasvirlangan. U xolda x o'zgartuvchining evalyusiasi diogrammada bir qancha zinalar yordamida ko'rsatiladi.

Diskret akslantirish orqali berilgan evalyusion jarayonlar odatda ikki bosqichga ega. O'tish jarayoni va uning bir qancha o'rnatilgan xarakatlar natijasi (1) akslantirish uchun bu xolat quydagi munosabatga olib keladi:

$$X = f(X)$$

bunday xollarda akslantirish qo'zg'almas nuqtaga ega bo'ladi. Qo'zg'almas nuqta turg'un va noturg'un bo'lishi mumkin. Bunday kriteriyada qo'zg'almas nuqtada xisoblangan $x = X$, $\frac{\alpha f}{\alpha x}$ - xosilaviy kattalik xizmat qiladi. Tabiyki kichik $\tilde{x}$ g'alayon berilsa $x_n = X + \tilde{x}_n$ bo'ladi va (1.6) ifodani chizadi. Bu xolda

$$\tilde{x}_{n+1} = f'(X)\tilde{x}_n \quad (1.9)$$

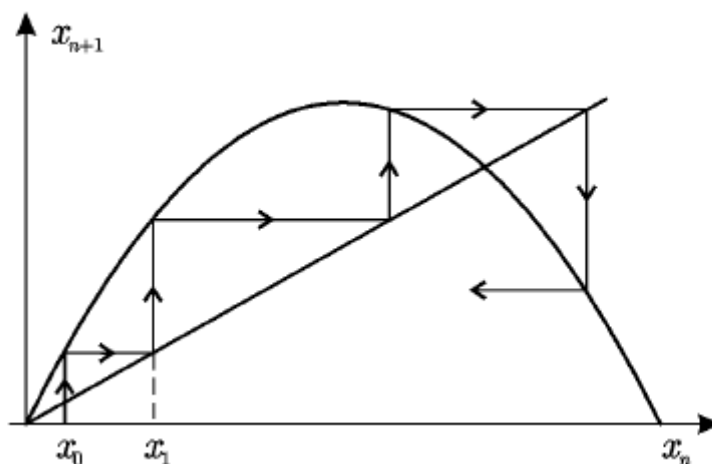
ifodani olamiz. Agar xosila moduli birdan kichik bo'lsa interasiada g'alayonlanish so'nadi va turg'unlik nuqtasi turg'un xolatda g'alayonlanish ortishni boshlaydi, va qo'zg'almas nuqta turg'un bo'lmay qoladi. O'rnatilgan xolat ancha murakkab tebranishlar xarakterini oladi.

Masalan populyasiya miqdori $X_1, X_2, X_1, X_2, \dots$ tarzida berilga ikki yillik davir bilan o'zgarsin. Bunday davrlarda akslantrish kompyuter yordamida (1.8) mantiqiy akslantirish yordamida boshqa davirdagi jarayonlarni ekspriment qilishimiz mumkin. Ko'plab xolatlarda vaqt bo'yicha regulyar bo'lmagan dinamik xaos jarayonlar kelib chiqishi mumkin.

Generator kuchlanishi V , bo'lgan

$$V(t) = U_0 - \alpha(t - t_n) \quad (1.10)$$

ko'rinishdagi chiziqli qonun bo'yicha so'nuvchi arrasmon tebranishli signallar chiqarsin



Rasm 5. Mantiqiy akslantirish uchun tuzilgan interasion diogramma.

Bu yerda U , a -doimiy kattaliklar. Bunday kuchlanishda tebranish U_0 gacha ortadi.(rasm 2.) Tebranish davri $T = U_0/a$ bilan vaqt bo'lsa davriy bo'ladi. Keyinchalik tashqi tasir bo'lganda yuqori chegarasi

$$U(t) = U_0 + U_m \cos(\omega t) \quad (1.11)$$

garmonik qonun bo'yicha xolatni ko'rib chiqamiz (rasm 2).

Endi impulsning o'zgarishi quydagi ko'rinishni oladi

$$V(t) = U(t_n) \frac{U_0(t-t_0)}{T} = 0 \quad (1.12)$$

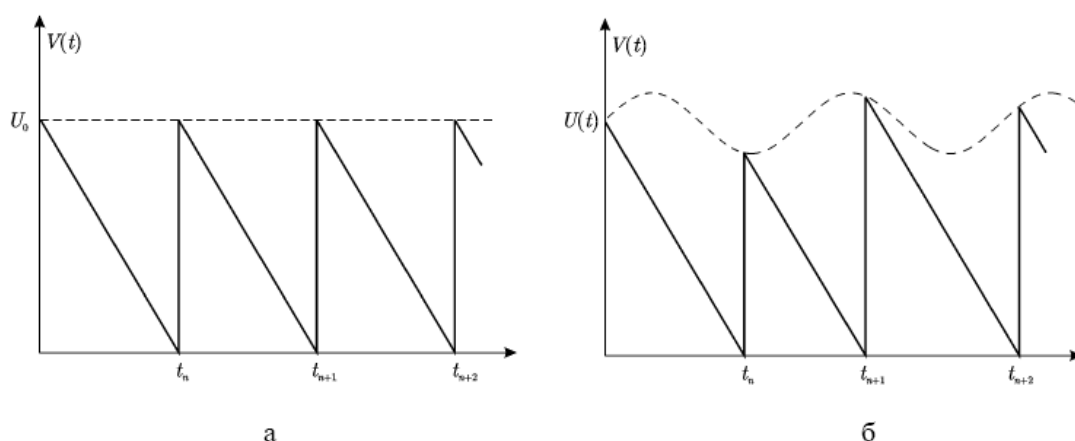
t_{n+1} va t_n momentlar orasidagi bog'lanishni olish qiyin emas. Keyinchalik momentlarda kuchlanish nolga teng bo'ladi. U xolda

$$U_0 + U_m \cos(\omega t_n) - \frac{U_0(t_{n+1}-t_n)}{T} = 0 \quad (1.13)$$

Bu munosabatni t_{n+1} ga bo'lib va o'lchamsiz $\theta_n = \omega t_n$, o'zgaruvchiga o'tsak quydagini olamiz:

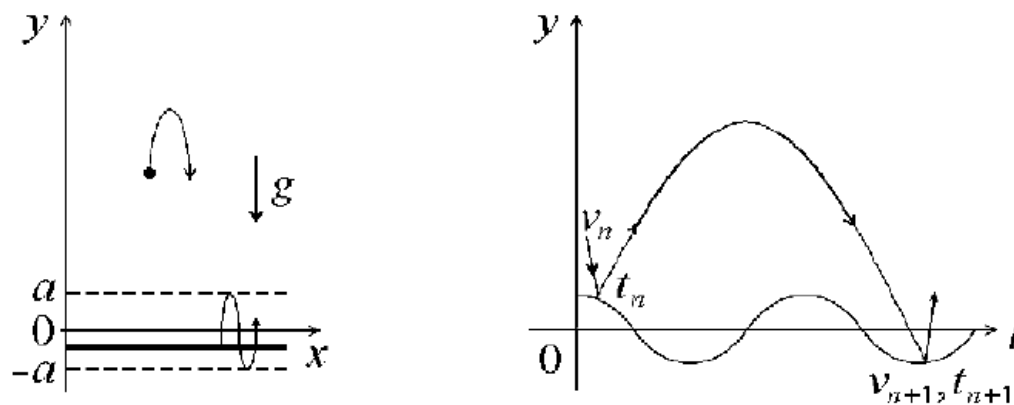
$$\theta_{n+1} = \theta_n + \Omega + f \cos \theta_n \quad (1.14)$$

Bu yerda buzilish tashqi tasir o'lchamsiz amplitudasi. Aylana akslantirishi deb nomlanuvchi nochiziqli dinamika etalon modellaridan yana biridir. Bu yerda $\Omega = \omega T$ buzilish, $f = \frac{\omega T U_m}{U_0}$ – tashqi tasirning o'lchamsiz amplitudasi. Bu aylana akslantirishi deb nomlanuvchi nochiziqli dinamika etalon modellaridan yana biridir.



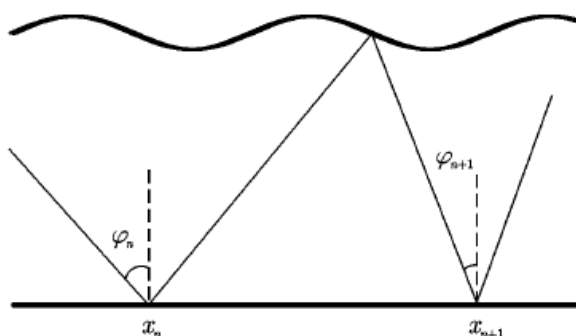
Rasm 6. Generatorga bog'liq bo'lgan (a) va bog'liq bo'lmagan (b) arrasmon tebranishli signal.

Endi garmonik qonun bo'yicha tebranuvchi stolda sakrovchi sharcha masalasini ko'rib chiqamiz (rasm 7.)



Rasm 7. Tebranuvchi stolda sakrovchi sharcha.

Masalani xal qilishdagi asosiy qadam diskret vaqtlardagi evalyusiyaning o'zgaruvchilarini tanlash. Bizning xolda v_n urilishdan keyingi sharcha tezligini va t_n urilish vaqtidan keying vaqtni tanlash mumkin. Bunday xolda masala 1 o'lchamli emas 2 o'lchamli akslantirishga o'tadi. Bazi xollarda agar urilishdan keyin sharcha energiyasining malum qismini yo'qotsa disipotiv bo'ladi.



Rasm 8. Bukilgan devorli nurning tolada tarqaluvchi yorug'lik nuri.

Diskret akslantirish tebranishlar nazaryasi va fizikaning tabiiy tili ekanligini aniqroq ko'rsatish uchun ko'plab misollar keltirish mumkin.

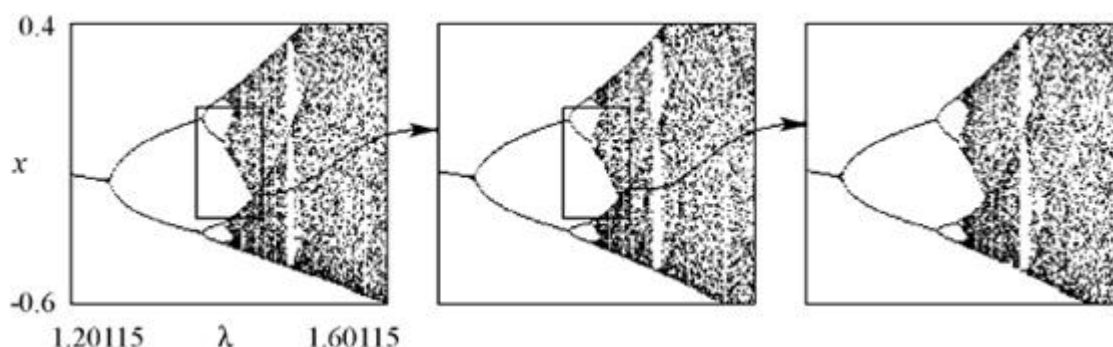
Feygenbauma qonuni.

Amerikalik fizik olim Feygenbaumning ajayib kashfiyotlaridan biri matematik, fizik, ximyaviy va ijtimoiy soxalardagi sistemalarni grafik ko'rinishida ifadalaydi. Feygenbaum bu faktlarni nazariy jihatdan vaqtning ikkilamchiligini xisobga olib bu sistemalarni differensial tenglama ko'rinishida tasvirleydi. Feygenbaumning qonuni quydagicha „ O'tishning bunday qonuni umumiydir yani barcha sistemalar

uchun bir xildir'' tariflanadi. Demak, λ_k parametirini mazmuni, ikkilamchilikka o'tayotganda quydagi munosabatni qoniqtiradi:

$$\lambda_k = \lambda_c - \text{const} \cdot \delta_F^k \quad (1.15)$$

Bu yerda $\delta = 4,6692 \dots$ – o'zgarmas konstanta (Biz qanchalik kritik nuqtasiga yaqinlashganimiz sari tenglik aniqlashib boradi). Aytish mumkinki vaqtning ikkilamchiligidan kelib chiqqan (xaosning) paydo bo'lishi tabiat qonuniyatlarining fundamental asoslaridan biridir.



Rasm.20. Bifurkatsion daraxtidagi o'z-o'ziga o'hshashlik.

Feygenbaumning qonuniyatlarini ko'rinishlaridan biri bifraksialangan daraxtning aylanasi (xaosga) o'tish nuqtasi, shunga o'xshash tasvirlarni tashkil qiladiki bu tasvir kichik mashtablarda rasm 9.ko'rinishida ifodalanadi.

Rasm 10. da aylananing kritik nuqtasi $\lambda_c = 1,401152 \dots$ asta katta masshtabda xar bir ajratilgan to'g'ri burchak kattalashtirilgan xolda berilgan. Bu masshtabda gorizontaal o'q $\delta = 4,6692$ ga teng deb xisoblanadi. Kritik nuqtaga nisbatan nuqtalar $\lambda = \lambda_c$ vertikal o'q $x - v$ $\alpha = -2,5029 \dots$ marta (Feygenbaum ikkinchi universal konstantasi) $x=0$ nuqtasiga nisbatan (minus belgisi moljalning o'zgarishi kartinka teskarisiga aylantiriladi).

1.3. Vander-Pol generator uchun nuqtaviy akslantirish

Bir qancha aftotebranishlar sistemasini analiz qilishda nuqtaviy akslantirish metodidan qanday foydalanishni ko'rib chiqaylik. Kvazigarmonik avtotebranishlar xolatida Vander-Polya xususiyatlarini ko'ramiz. Yechimga yaqinlashishda sekin o'zgaruvchi amplituda metodidan foydalanamiz:

$$x(t) \approx 2a(t) \cos(t + \varphi_0) \quad (1.16)$$

$$a(t) = \frac{\sqrt{\lambda} a_0 \exp(\frac{\lambda t}{2})}{\sqrt{\lambda + a_0^2 [\exp(\lambda t) - 1]}} \quad (1.17)$$

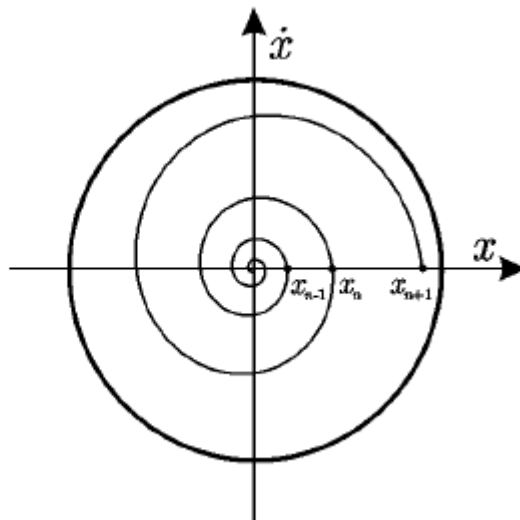
Bu yerda a_0, φ_0 boshlang'ich faza va amplituda, umumiy xolda $\varphi_0=0$. OX o'qi bilan kesishish nuqtasida taxminan $\cos t = 1$ yani $t \approx 2\pi n$ va quydagi ifodalarni olamiz:

$$x_n = \frac{2\sqrt{\lambda} x_0 \exp(\pi n \lambda)}{\sqrt{4\lambda + x_0^2 [\exp(2\pi n \lambda) - 1]}} \quad (1.18)$$

$$x_{n+1} = \frac{2\sqrt{\lambda} x_0 \exp(\pi(n+1)\lambda)}{\sqrt{4\lambda + x_0^2 [\exp(2\pi(n+1)\lambda) - 1]}} \quad (1.19)$$

$x_0 = 2a_0$ deb belgilanganidek x_{n+1} ni x_n orqali ifodalasa bo'ladi. Oxirgi sodda xisoblashlardan keyin funksiya uchun aniq ifoda kelib chiqadi:

$$x_{n+1} = f(x_n) = \frac{x_n \exp(\pi \lambda)}{\sqrt{1 + \frac{x_n^2}{4\lambda} [\exp(2\pi \lambda) - 1]}} \quad (1.20)$$



Rasm 10. Bir o'lchamli akslantirish yordamida ko'rsatilgan Vander-Polya asselyatori dinamikasi xarakteristikasi.

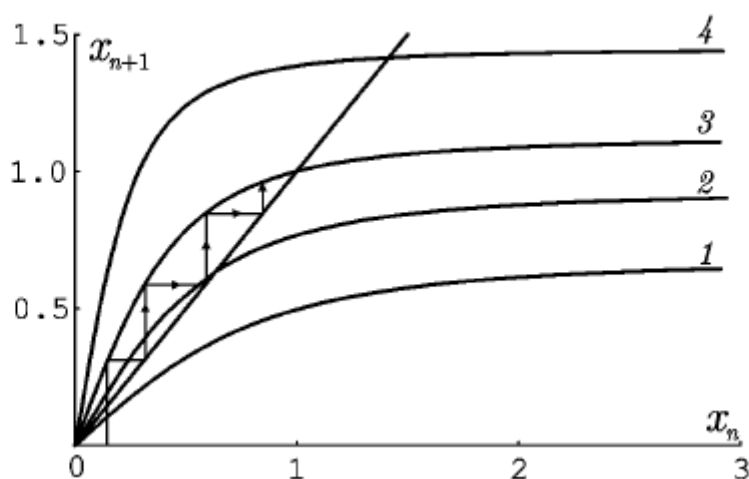
(1.20) akslantirish ikkita qo'zg'almas nuqtaga ega bo'ladi, $x_1 = 0$ yani tebranish bo'lmasligiga javob beradi va $x_2 = 2\sqrt{\lambda}$ nuqta aftotebranishlar rejimini o'rnatishga

yordam beradi. Bu xolda tebranishlar amplitudasi sekin o'zgaruvchi amplitudalar metodi yordamida topilgan qiymatiga aniq mos keladi.

Turg'un xoldagi qo'zg'almas nuqta taxliliga o'tamiz. (1.20) tenglamani differensiallab quydagi ifodani olamiz:

$$f'(x) = \frac{8e^{\pi\lambda}}{\left[4 + \frac{x^2}{\lambda}(e^{2\pi\lambda} - 1)\right]^{3/2}} \quad (1.21)$$

Bu yerdan $f'(x_1) = \exp(\pi\lambda)$, $f'(x_2) = \exp(-2\pi\lambda)$ ni toppish qiyin emas. Bunday xolatda $\lambda=0$ da boshlang'ich munosabat turg'unligini yo'qotadi. Andronova-Xopfa prikasiyasi bunga mos keladi. $\lambda > 0$ paydo bo'ladi.



Rasm 11. (1.22) akslantirishning turli λ qiymatlari uchun diagramma.

Rasm 11. da λ ning turli xil qiymatlari uchun qo'shma funksiya yasalgan va Lameriya diagrammasini yasashga misol keltirilgan. Avtotebranishlar sistemasi uchun qattiq g'alayonlangan akslantirishlar sonli qurilishi ham mumkin.

$\lambda = -\frac{\mu^2}{8}$, ikkita qo'zg'almas nuqtalar xosil bo'ladi:

$$x_{\pm} = \sqrt{\mu \pm \sqrt{\mu^2 + 8\lambda}} \quad (1.22)$$

Ulardan biri turg'unlikka javob beradi, ikkinchisi esa noturg'unlikka javob beradi. Bunday xolikkioraliqqa egabo'ladi.

II. EKSPERIMENTALQISM

2.1. Yopiq billiard sistemalari

Kvadratik billiard

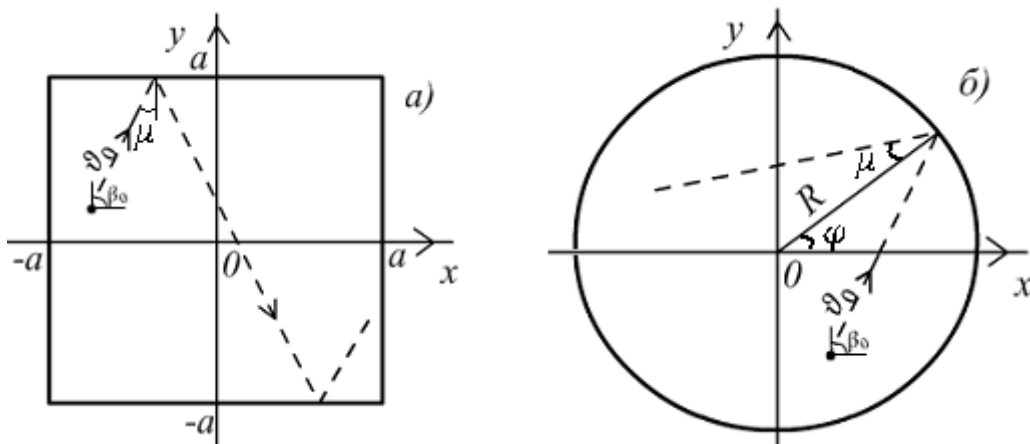
Kvadratik to'siq ichidagi zarracha harakatini qarab chiqylik (12.rasm. a). Bunda kvadrat chegarasi β xy tekisligida quyidagicha ifodalanadi:

$$y(x) = \begin{cases} a & \text{agar } -a \leq x \leq a \\ -a & \text{agar } -a \leq x \leq a \end{cases} \quad (2.1)$$

$$x(y) = \begin{cases} a & \text{agar } -a \leq y \leq a \\ -a & \text{agar } -a \leq y \leq a \end{cases} \quad (2.2)$$

Bu yerda a kvadrat tomonining yarim uzunligi. Agar zarracha o'z harakatini $(x_0, y_0) \in \beta$ nutada ma'lum $\vartheta_{x0}, \vartheta_{y0}$ tezlik bilan boshlasa biz unga biror m_0 og'ishni mos qo'yishimiz mumkin. $m_0 = tg\beta_0$, β_0 bu ϑ_0 vector $e_x(i)$ birlik vektor orasidagi burchak. $\cos\beta_0 = \vartheta_0 e_x, |\vartheta_0| = |e_x| = 1$ bo'lgani uchun m_0 quyidagicha bo'ladi:

$$m_0 = tg(\arccos(\vartheta_0 e_x)) = \frac{\sqrt{1-(\vartheta_0 e_x)^2}}{\vartheta_0 e_x} \quad (2.3)$$



Rasm 12. a) tomoni $2a$ ga teng bo'lgan kvadrat b) radiusi R ga teng bo'lgan billiard modeli.

va zarrachani to'qnashishlar orasidagi harakatini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$f(x) = m_0 x + y_0 - m_0 x_0 = m_0 x + b \quad \text{bilan} \quad b = y_0 - m_0 x_0 \quad (2.4)$$

(2.4) ning o'ng tomonini (2.1) ning o'ng tarafiga tenglasak quyidagi tenglamani olamiz:

$$m_0 x + b \pm a = 0 \quad (2.5)$$

Bu tenglama $-a \leq x \leq a$ bo'lgandagina ikkita yechimga ega va uning biri x_0 , ikkinchisi esa x_1 ni beradi. y_1 esa (2.1) topish mumkin.

Agar (2.5) tenglamaning yechimlari $-a \leq x \leq a$ oraliqda yotmasa u holda (2.4) dan teskari funksiya topiladi:

$$f(y) = (y - b)/m_0 \quad (2.6)$$

Endi (2.6) ning o'ng tomonini (2.2) ning o'ng tarafiga tenglasak quyidagi tenglamani olamiz:

$$(y - b)/m_0 \pm a = 0 \quad (2.7)$$

Bu tenglama ham $-a \leq y \leq a$ bo'lgandagina ikkita yechimga ega va uning biri y_0 , ikkinchisi esa y_1 ni beradi. x_1 esa (2.2) topish mumkin.

Aylana billiard

Aylana chegarasi β xy tekisligida quyidagi ifoda bilan beriladi(rasm.12.b)):

$$y(x) = \begin{cases} \sqrt{R^2 - x^2} & \text{agar } 0 < y \leq R \\ -\sqrt{R^2 - x^2} & \text{agar } -R \leq y \leq 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Bunda R aylanalarning radiusi. Bu xolda xam zarracha xarakatini $R_0^{(x)}$ vektorga teng $(x_0, y_0) \in \beta$ nuqtada malum ϑ_{x0} , ϑ_{u0} tezlik bilan boshlasa biz unga biror m_0 og'ishni mos qo'yishimiz mumkin. $m_0 = tg\beta_0$, β_0 bu ϑ_0 vektor $e_x(i)$ birlik vektor orasidagi burchak. $\cos\beta_0 = \vartheta_0 e_x$, $|\vartheta_0| = |e_x| = 1$ bo'lgani uchun m_0 ni (2.3) dan topish va zarrachani to'qnashish orasidagi xarakatini (2.4) orqali ifodalash mumkin.

Keyingi to'qnashish nuqtasini $(xy) \in V$ ni topish uchun (4.3) ning o'ng tomonini yechishimiz kerak. U holda (2.8) o'ng tomoni (2.4) ni o'ng tomoniga teng bo'ladi. (2.8) va (2.4)ning o'ng tomonlarini tenglab quyidagini olamiz.

$$x^2(1 + m_0^2) + 2m_0bx + (b^2 - R^2) = 0. \quad (2.9)$$

Uning yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$x_{1,2} = \frac{-m_0b \pm \sqrt{R^2(1+m_0^2) - b^2}}{1+m_0^2}. \quad (2.10)$$

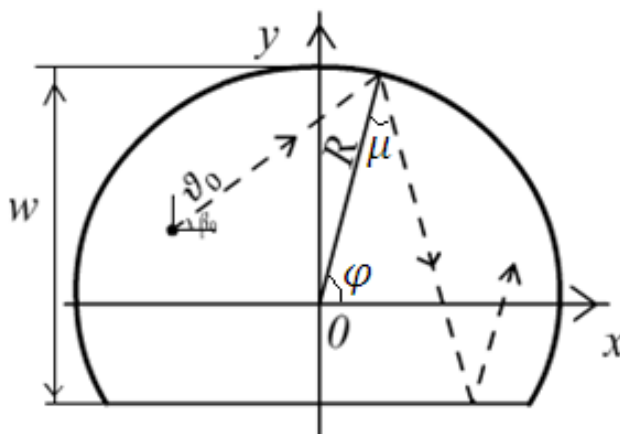
$x_{1,2}$ lardan biri shunchaki x_0 , ikkinchisi esa keyingi to'qnashish nuqtasi x_1 dir. (2.8) dan y_1 ni osongina topish mumkin.

To'g'ri chiziq bilan kesilgan aylana billiard

Ayланanig ixtiyoriy qismidan to'g'ri chiziq bilan kesishdan hosil bo'lgan billiard modelidagi zarracha xarakatini ko'rib chiqaylik (rasm.13). Ushbu billiard modeli chegarasi β xy tekisligida quyidagi ifoda orqali beriladi:

$$y(x) = \begin{cases} \sqrt{R^2 - x^2} & \text{agar } 0 < y \leq R \text{ va } R(1 - w) < y \\ -\sqrt{R^2 - x^2} & \text{agar } R(1 - w) < y \leq 0 \\ R(1 - w) & \text{agar } -R < y \leq R(1 - w) \end{cases} \quad (2.11)$$

Bu yerda w aylananing $(0, R)$ nuqtasidan kesuvchi to'g'ri chiziqqacha bo'lgan keltirilgan uzunlik bo'lib, kesish chuqurligi deyiladi va uning qiymati $(0, 2]$ oralig'ida yotadi.



Rasm 13. To'g'ri chiziq bilan kesilgan aylana billiard modeli.

(2.11) tenglamalar sistemasi zarrachaning huddi aylanadagi harakati singari yechiladi, faqat birgina shartni hisobga olish zarur. Yani, qachonki topilgan y ning qiymati $-R < y \leq R(1 - w)$ shartni qanoatlantirsa to'qnashish nuqtasining y deb quyidagini olish kerak:

$$y = R(1 - w) \quad (2.12)$$

y ning qiymati bilgan holda (2.4) tenglamaning teskari funksiyasi orqali x ni quyidagicha topish mumkin:

$$x = (y - b)/m_0 \quad (2.13)$$

Elastik qaytishlarni hisoblash.

Biz berilgan $\vec{x}_0$ va $\vec{\vartheta}_0$ dan $\vec{x}_1$ to'qnashish nuqtasini topganimizdan so'ng, zarrcha chegaradan elastik qaytadi va biz yangi $\vec{\vartheta}_1$ tezlikni aniqlashimiz lozim bo'ladi. Geometriyaga bog'liq ravishda turli metodlardan foydalaniladi. Bunda m qiyalikning tasviri tezlik sifatida qo'llaniladi. Berilgan m_0 va $\vec{x}_0 \in B$ dan m_1 ni hisoblash kerak. Agar $\vec{x}_1$ to'g'ri chiziqda yotsa bujuda sodda

$$m_1 = -m_0 \quad (2.14)$$

Ikkinchi tomondan, agar $\vec{x}_1$ yarim aylanalardan birida bo'lsa, dastlab shu nuqtada urunma qiyaligi m_0 ni topish lozim. (2.8) dan

$$m_b = y'(x) = \begin{cases} -\frac{x}{\sqrt{R^2-x^2}} & \text{agary} > 0 \\ \frac{x}{\sqrt{R^2-x^2}} & \text{agary} \leq 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Sodda geometrik fikrlardan, m_1 ni quyidagi tengliklardan topish mumkin

$$\beta = \arctg m_b \quad (2.16)$$

$$\gamma = \arctg m_0 \quad (2.17)$$

$$\rho = 2\beta - \gamma \quad (2.18)$$

$$m_1 = \tg \rho \quad (2.19)$$

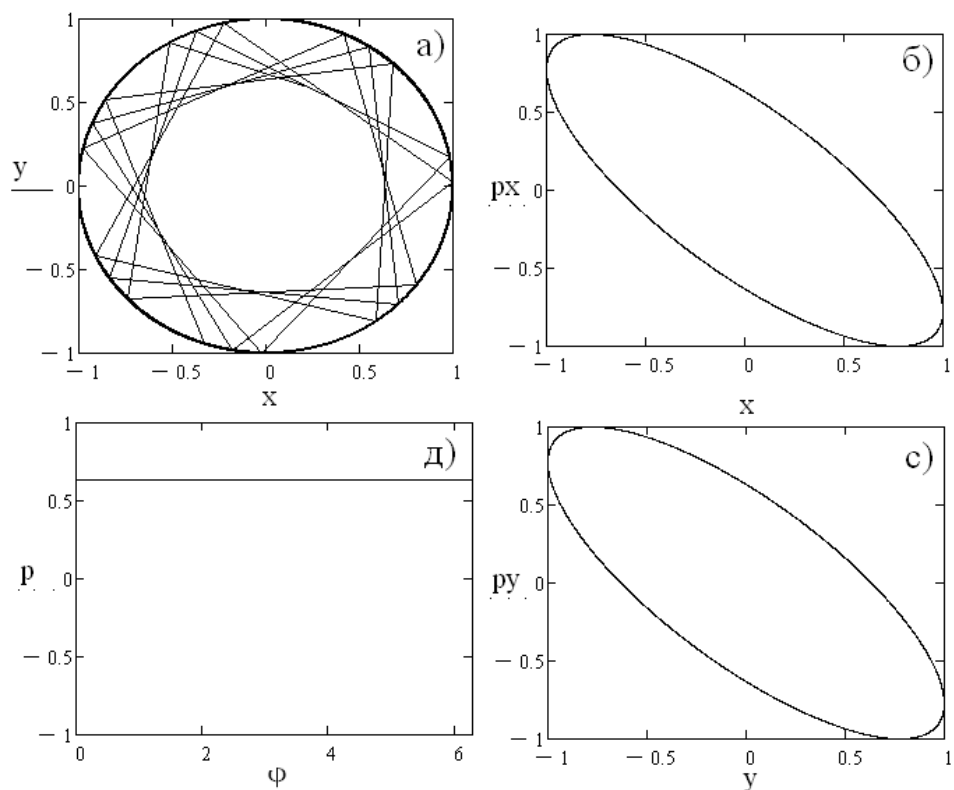
Ushbu kattaliklarning qiymatlarini bilgan holda zarrachani chegaradan elastik to'qnashib qaytishini taminlaymiz va keyingi to'qnashish nuqtasini topishga zamin yaratamiz.

2.2. Olingan natijalar va ularning tahlili

To'g'ri chiziq bilan kesilgan aylana billiard natijalari tahlili

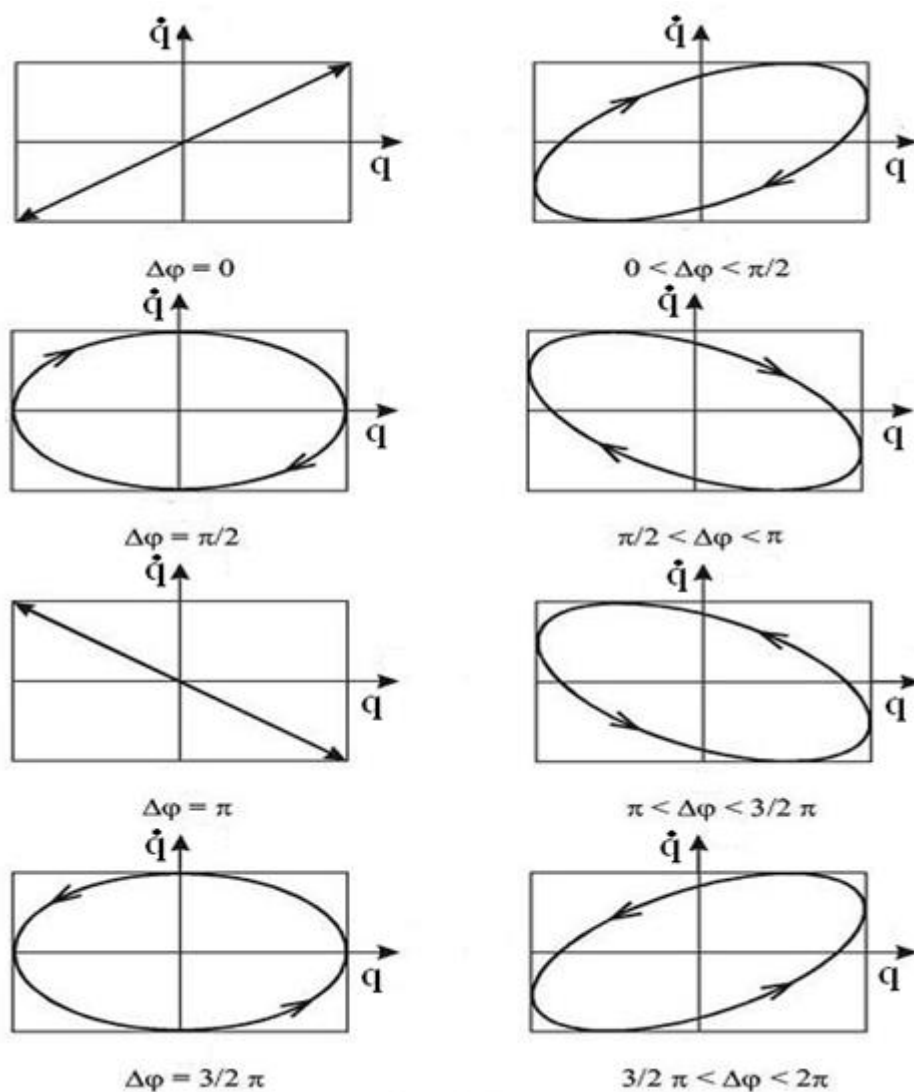
Yuqoridagi tenglamalar sistemasini kompyuterda FORTRAN dasturlash tilida dasturlandi. Olingan natijalar [9-11] bilan taqqoslanib, algoritm va dasturning to'g'ri ishlashi tasdiqlandi. Olingan natijalar yordamida zarracha harakati va sistema dinamikasi haqida aniq tahliliy hulosalar chiqarildi. Rasm.14 da oddiy aylana ko'rinishidagi billiard sistemasidagi zarracha traektoriyasi (a), uning fazaviy tasvirlari (b),(c)- zarracha tezligining o'qlarga proeksiyasi va o'qlar

orasidagi hamda zarracha impulsining qutub koordinatalardagi burchagiga bog'liqlik fazaviy tasviri (d) keltirilgan (bunda zarracha impuls $p = \cos\mu$ va qutub koordinatalarida zarracha o'rni φ olindi).



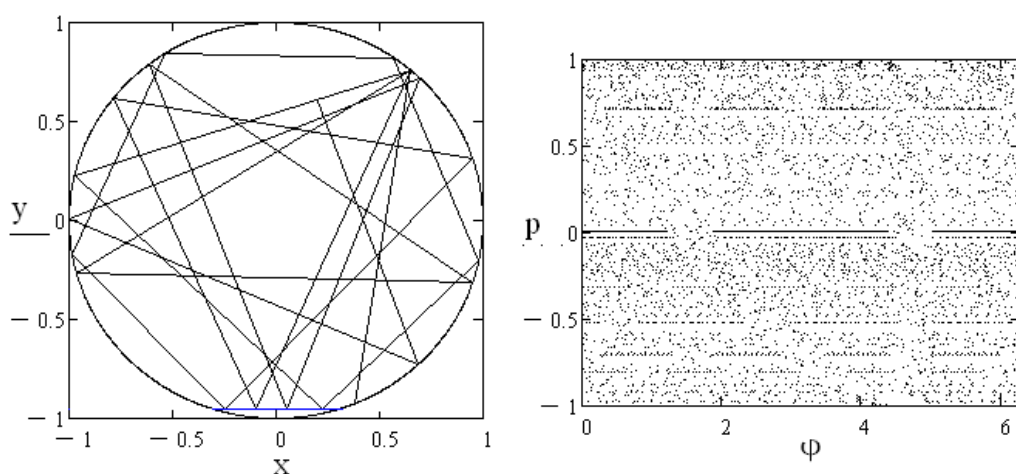
Rasm 14. Oddiy aylana billiardi. Zarracha traektoriyasi - a) x, y o'qlari orasidagi bog'lanish; Fazaviy tasvirlari - b) zarracha tezligining x o'qiga proeksiyasi bilan x o'qi orasidagi bog'lanish; s) zarracha tezligining y o'qiga proeksiyasi bilan y o'qi orasidagi bog'lanish; d) Zarracha impuls bilan qutub koordinatalardagi burchak orasidagi bog'lanish. Bunda tashkil etuvchilar orasidagi burchak $\beta_0 = 160^\circ$.

Fazaviy tasvirlar shuni ko'rsatadiki, undagi barcha chiziqlar va zarracha traektoriyasi ham malum bir tartibga ega. Bu esa, sistemada dinamik xaos yo'qligini ko'rsatadi. Rasm.14 dagi r ning to'g'ri chiziqli qismi harakatning regulyarligini anglatadi va bunda zarracha aylana devorlariga bir xil burchak bilan urilib qaytadi. Rasm.14.b va 14.s larda umumlashgan impuls va koordinata orasidagi bog'lanishlar keltirilgan. Fazaviy tasvirlardagi bunday bog'lanishni rasm.15 asosida tushuntirish mumkin.



Rasm 15. Aylana billiard sistemasi uchun fazaviy tasvirlar.

Agar aylanani biror bir juda kichik qismini gorizontal to'g'ri chiziq bilan kesilsa unda harakatlanuvchi zarracha traektoriyasida tartibsizlik boshlanadi, yani traektoriyasida dinamik xaos vujudga keladi(rasm.16).

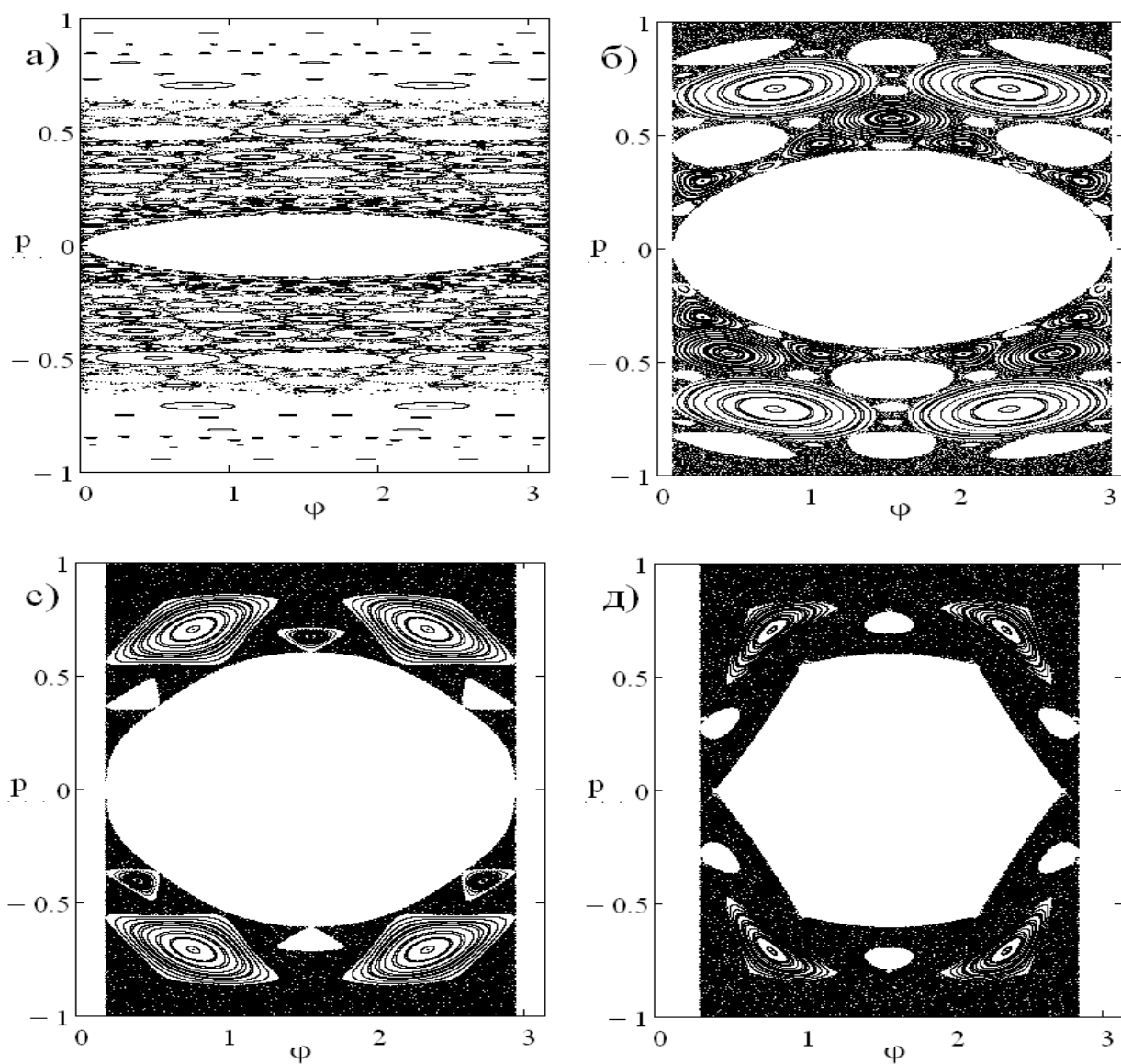


Rasm16. Kesik aylana billiard modeli. Zarracha traektoriyasi va uning fazaviy tasviri keltirilgan. Bunda $w = 1.95$

Rasm 16. dan ko'rinadiki zarrachaning traektoriyasidagi tartibsizlik sistemadagi kichik o'zgarishga ham keskin kuchayib ketdi. Uning fazaviy tasviridagi uzluksiz chiziqlar regulyar va tartibsiz nuqtalar esa xaotik dinamikani ifodalaydi. Shuni aytish kerakki kesish chuqurligi w qiymatining $(2,1]$ oraliqdagi kamayishi uning traektoriyasidagi xaotiklikni orttiradi. Kesish chuqurligi w ning qiymati $[1,0)$ oralig'da kamaytirilganda esa zarracha traektoriyasida regulyarik kutila boshlaydi va xaotiklik kamaya boradi. Buni rasm.17 dan ko'rish mumkin. Rasm.17.a) –d)lar konservativ sistemalarning murakkab dinamikasini xarakterlaydi. Fazalar fazosida “regulyarlik orollari” (yoki “turg'unlik orollari”) va “xaotiklik dengizi” ni ko'rish mumkin.

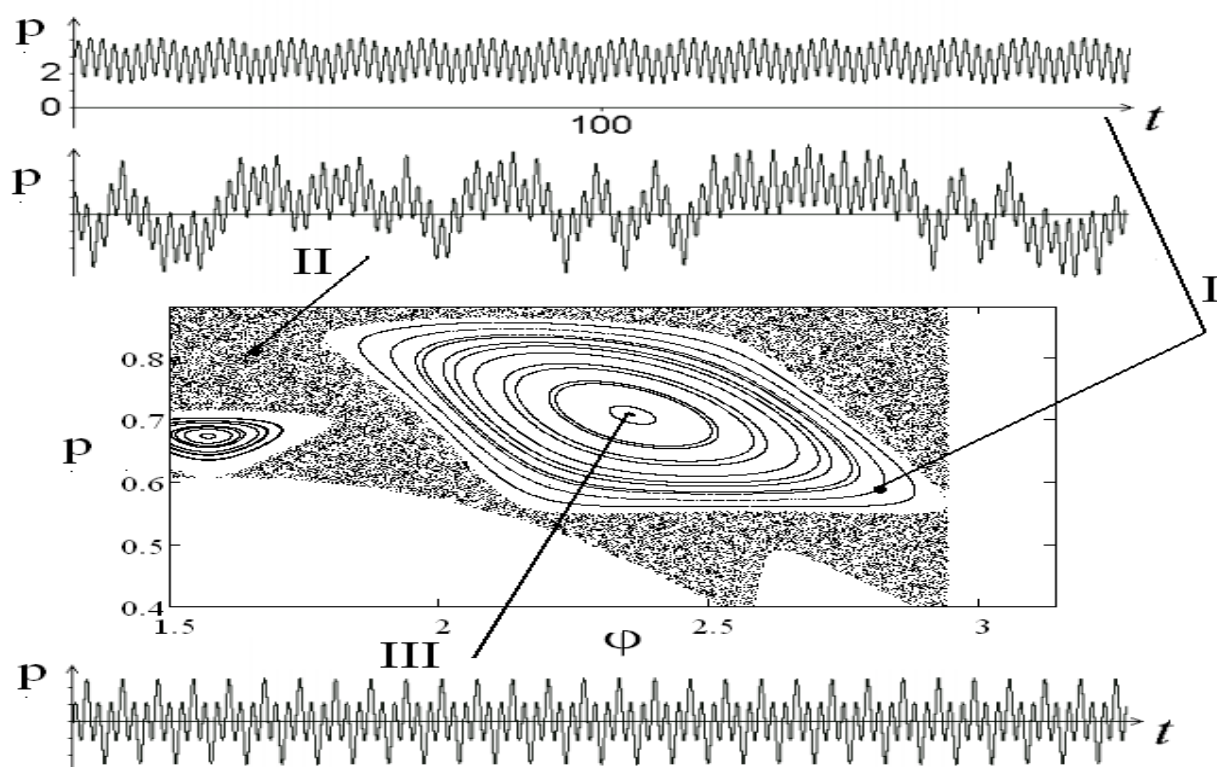
Agar zarrachalarning boshlang'ich holatini “regulyarlik orollari” dan birida olinsa, u holda harakat kvazidavriy bo'ladi. Bunday harakat cheksiz vaqt davomida saqlanadi. Bunday “orol” larni nochiziqli rezonansga yaqin holatlar deb ham izoxlanadi. Yani har bir yopiq chiziq nochiziqli rezonans atrofini beradi.

Agar zarrachalarning boshlang'ich holatini “xaotiklik dengizi” dan olinsa, u holda xosil bo'luvchi nuqtalar shu “dengiz” da yotadi va har qancha vaqt oralig'ida kuzatilsa ham xech qachon “regulyarlik orollari” ga tushib qolmaydi.



Rasm 17. Kesik aylana billiard modelidagi zarrachalar to'plaminging fazaviy tasvirlari. Bunda 100 ta zarrachaning 1000 marta aylana devori bilan urilishlari olingan; a) $w = 0.99$, b) $w = 0.90$, s) $w = 0.80$, d) $w = 0.70$.

Zarrachalar dinamik harakatini ularning fazaviy tasviridan foydalanib rasm 18. da tushuntirish mumkin.

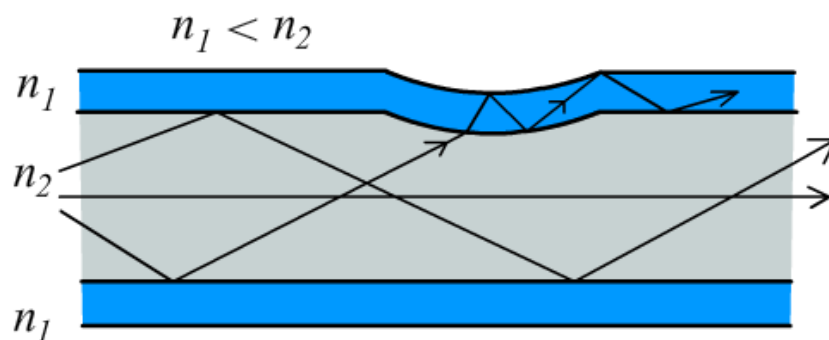


Rasm 18. Kesish chuqurligi $w = 0.8$ bo'lgan kesik aylana billiard modeli holi uchun zarracha impulsining vaqtga bog'liqligi.

Rasm 18. ko'rinadiki (I) “regulyarlik orollari” (yoki “turg'unlik orollari”), (II) “xaotiklik dengizi” va (III) davriy rezonans holatlardagi orbitalar.

2.3. Ochiq billiard sistemalari

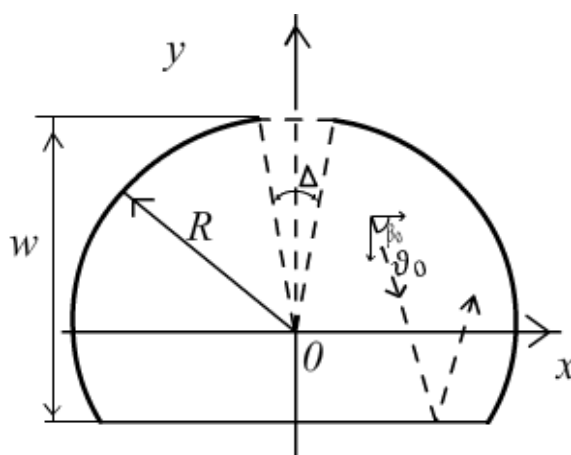
Yorug'lik nurining nurtola orqali tarqalishida nurtolalarning tuzilishi, turlari, xususiyatlari va ularning asosiy parametrlari ham alohida ahamiyatga ega. Agar nurtolaga biror bir tashqi ta'sir, ya'ni tashqi bosim (mexanik, tovush va boshqa) qo'yilsa nurtolaning parametrlari (shakli, nur sindirish ko'rsatkichi va boshqalar) o'zgaradi va natijada nurtolada harakatlanuvchi nur dinamikasi ham o'zgaradi (rasm.19).



Rasm 19. Tashqi bosm ta'sirida nurtolaning shakli o'zgarishi va undagi nurlar dinamikasi.

Rasm.19 dan ko'rinadiki tashqi bosm ta'sirida nurtolaning shakli o'zgaradi va o'zgargan qismga tushuvchi nurning tushish va qaytish burchagi ham o'zgaradi. Natijada shu o'zgargan sohaga tushgan nurlar tushish burchagiga qarab nurtoladan chiqib ketadi. Hozirgi zamon texnologik qurilmalarida bunday xodisadan samarali foydalanilmoqda va o'rganilmoqda [12-14]. Bu jarayonni kesik aylana billiard modelida quyidagicha o'rganish mumkin.

Kesik aylana billiard modelida aylana devorida bitta, markazi $\pi/2$ da, kengligi Δ ga teng bo'lgan kichik tirqish (rasm.39) va aylana ichida N_0 (to'liq zarrachalar soni) ta zarracha bo'lsin. Zarrachalar harakati davomida shu tirqishga tushgan zarracha aylanani tark etadi. Ma'lum vaqtdan so'ng aylana ichida qolgan zarrachalar soni N_q (qoldiq zarrachalar soni) bo'lsin.



Rasm 20. Bir tirqishli markazi $\pi/2$ da va kengligi Δ ga teng bo'lgan kesik aylana billiard modeli.

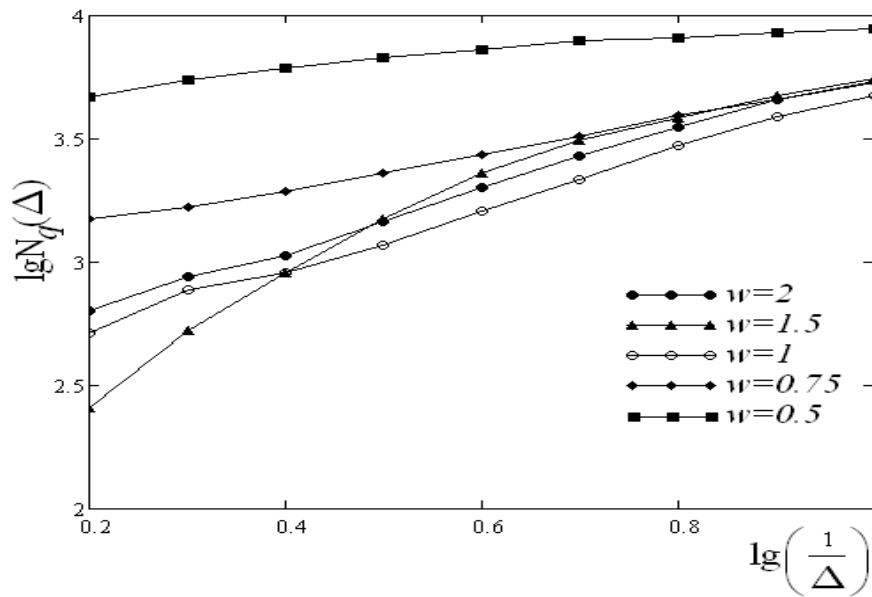
Ma'lum vaqt o'tkanidan so'ng sistema (kesik aylana billiard modeli) ichida qoladigan zarrachalar soni N_q ni tirqish kengligi Δ ga va aylananing gorizontal

to'g'ri chiziq bilan kesilish chuqurligiga bog'liqligini quyidagi fraktal o'lchamlik formulasi orqali aniqlash mumkin:

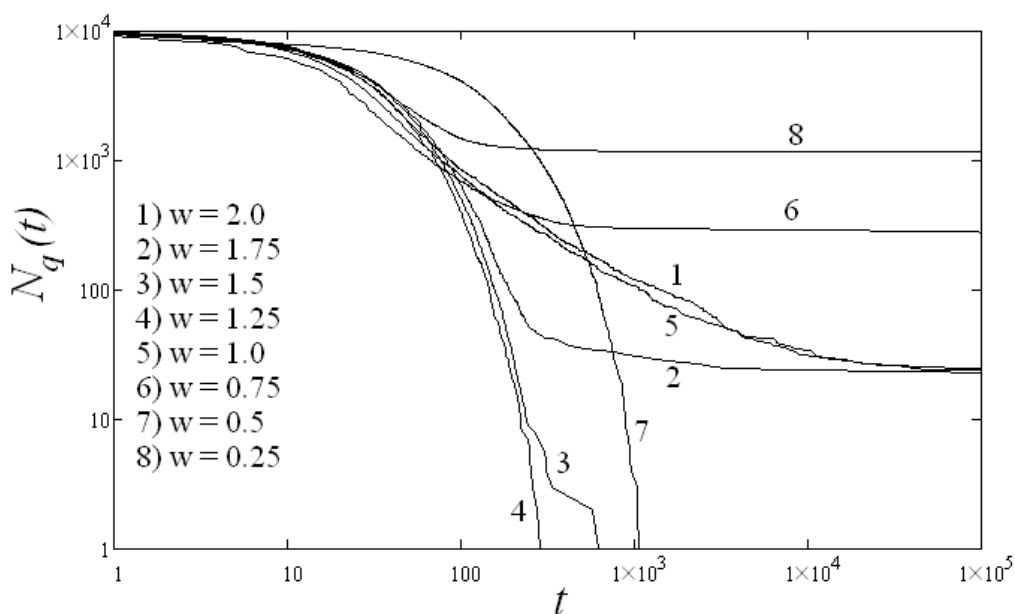
$$D = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\lg N_q(\Delta)}{\lg\left(\frac{1}{\Delta}\right)}. \quad (2.20)$$

Bilamizki, tekislik uchun fraktal o'lchamlik qiymati $1 < D < 2$ oralig'ida bo'ladi. Rasm.21 turli kesish chuqurliklari uchun $N_q(\Delta)$ va Δ orasidagi bog'liqlik grafiklari keltirilgan. Bunda $N_0 = 10000$, harakatlanish vaqti sifatida zarrachaning aylana devori bilan 1000 marta to'qnashishi va tirqish kengligining qiymati $0.02^0 < \Delta < 2^0$ oralig'ida olingan.

Rasm.21 dan ko'rinadiki kesish chuqurligi w qiymatining $(2,1]$ oralig'dagi kamayishi $N_q(\Delta)$ ning o'zgarish qiymatidagi tartisizlikni (xaotiklikni) orttiradi. Kesish chuqurligi w ning qiymati $[1,0)$ oralig'da kamaytirilganda esa $N_q(\Delta)$ ning o'zgarish qiymatida ma'lum bir tartib (regulyarik) kuzatildidi. Bu natijalardan $w = 0.75$ bo'lgan hol uchun sistema fraktal o'lchamligi qiymati $D = 1.68$, bu qimatning $(1,2)$ oralig'da yotishi tekislik uchun o'rinli bo'lib, sistema yoki jarayon uchun tartib mavjudligini bildiradi.



Rasm 21. $N_q(\Delta)$ va Δ orasidagi bog'liqlik grafigi.



Rasm 22. Turli w lar uchun bir tirqishli markazi $\pi/2$ da va kengligi $\Delta=10^0$ ga teng bo'lgan kesik aylana billiard modelida $N_q(t)$ ning t bog'liqlik grafigi.

Rasm 22. da bir tirqishli, markazi $\pi/2$ da va kengligi $\Delta=10^0$ ga teng bo'lgan kesik aylana billiard modelida qoladigan zarrachalar soni $N_q(t)$ ning vaqt t ga bog'liqlik grafigi keltirilgan va undan ko'rinadiki kesish chuqurligi w ning ma'lum qiymatlarida quyidagi xulosalarni olish mumkin;

- $1 < w < 2$ bo'lganda zarrachalar uzoq vaqt davomida sistema ichida qololmaydi. Buning sababi xaotik dinamikaning kuchliligi va regulyar holatlarning kamligi;
- $w = 1$ yoki 2 bo'lganda sistema integrallanuvchi bo'ladi. Buning sababi sistema ko'rinishining aylanaga yaqinlashishi va xaos kuzatilmaydi. Bunday holat uchun $N_q(t)$ ning t ga bog'lanishini quyidagi formula orqali ifodalash mumkin:

$$N_q(t) = N_0 t^{-k}, \quad (2.21)$$

Bu erda k kamayish koeffisient bo'lib, bizning modelimiz uchun uning qiymati $k \approx 0.65$ ga teng.

- $0 < w < 1$ bo'lganda esa sistemada xaotik dinamikaning kamligi va regulyar holatlarning ko'pligi tufayli zarrachalar uzoq vaqt davomida sistema ichida qoladi.

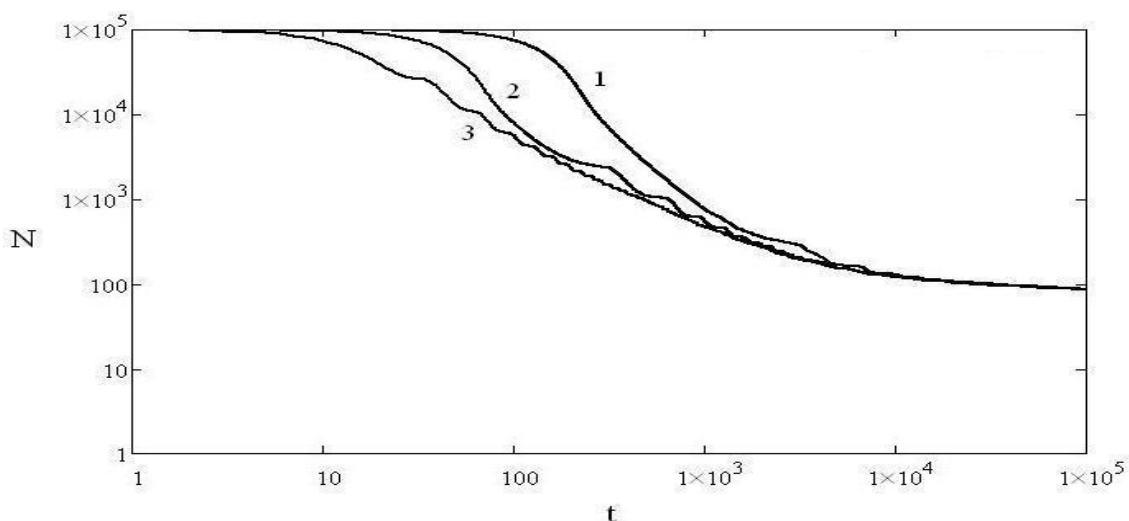
Olingan natijalardan ko'rinadiki, demak nurni profili aylana ko'rinishdagi nurtolaga nisbatan kesilgan aylana ko'rinishdagi nurtolada uzoq masofaga uzatish mumkin.

Endigi navbatda optiknurtolaga tas'ir qiluvcha tashqi tasir davriy funksiya ko'rinishida bo'lsin. Shu bilan o'z navbatida aylanadagi tirqishning kengligi ham davriy ravishda o'zgarib turadi. Bu hol uchun tirqishning kengligini quyidagicha berish mumkin:

$$\frac{\Delta}{2} = a \cdot |\sin(w_0 t)| \quad (2.22)$$

Bu yerda a tirqish kengligining funksiya amplitudasi, w_0 esa funksiya chastotasi.

Tirqishning kengligi vaqt bo'yicha kengayib yoki toriyib turishidan undagi harakatlanuvchi zarrachalarning ham sistemadan chiqib ketishi vaqtga bog'liq ko'rinishga o'tadi.

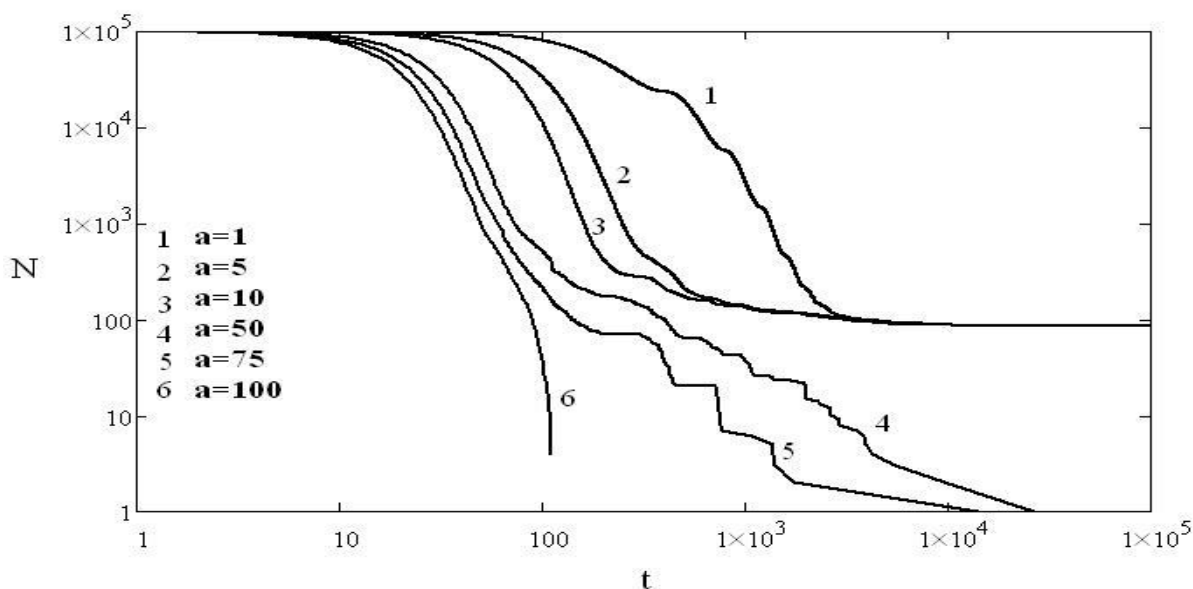


Rasm 23. Markazi $\pi/2$ da va kengligi $\frac{\Delta}{2} = a \cdot |\sin(w_0 t)|$ qonun bo'yicha davriy o'zgaruvchi tirqishli aylana billiard modelida turli hil w_0 lar uchun $N_q(t)$ ning t bog'liqlik grafigi. Bunda $a = 10$, 1) $w_0 = 0.001$; 2) $w_0 = 0.01$; 3) $w_0 = 0.1$.

Rasm 23. da kesilmagan tirqishli statik aylana uchun tirqish funksiyasining turli chastotalarida $N_q(t)$ ning t bog'liqlik grafigi keltirilgan. Bundan ko'rinadiki funksiyaning o'zgarish chastotasi ortishi bilan zarralarning sistema ichida qolish, yani yashash vaqtlari kamayib bormoqda.

Rasm 24. da kesilish chuqurligi $w = 1.75$ ga teng bo'lganda $N_q(t)$ ning torasidagi bog'lanishni tirqish kengligi funksiyasining amplitudasiga bog'liqligi

keltirilgan. Grafikdan ko'rinadiki amplituda ortib borishi bilan zarrachalarning sistemadagi yashash vaqtlari noxiziqli kamayib borishi kuzatilmoqda.



Rasm 24. tirqish kengligi funksiyasining turli amplitudali qiymatlarida $N_q(t)$ ning t ga bog'lanishi. Barcha hollarda $w_0 = 0.01$ ga teng.

Bu grafiklardan ko'rinadiki tirqishning kengligi davriy o'zgarib tursa undagi zarrachalar yashash davlari ham o'zgarar ekan yani yuqoridagi doimiy tirqish kengligiga nisbatan. Bundan tashqari funksiyaning parametrlari o'zgartirgan holda yashash v ham boshqarish mumkin ekan.

XULOSA

Malakaviy bitiruv ishida quyidagi xulosa olindi:

Tirqish kengligi davriy ravishda

$$\frac{\Delta}{2} = a \cdot |\sin(w_0 t)|$$

funksiya bilan o'zgarganda quyidagi natijalar olindi:

- Tirqish funksiyasining amplitudasi va chastotasi ortishi bilan sistemadagi zarrachalar yashash vaqtlari kamayib borar ekan.
- Tirqish doimiy bo'lganiga nisbata o'zgaruvchan bo'lganida zarrachalarning yashash vaqtlari ortadi.

Olingan natijalardan ko'rinadiki, demak nurni profili aylana ko'rinishdagi nurtolaga nisbatan kesilgan aylana ko'rinishdagi nurtolada uzoq masofaga uzatish mumkin. Bundan tashqari, olingan natijalar ushbu geometriyaga ega xaqiqiy fizik muhitlardagi (optik nurtolalar, optik rezonatorlar, fazaviy bir jinsli bo'lmagan muhitlarda sochilish va boshqalar) jarayonlarni baholashda muvofaqqiyatli qo'llanilishi mumkin.

ILOVA

```
program cut_circle_bill_tirqishli
REAL*8 x1,x2,y1,y2,h,w0,vyi,x01,x10,y10,number,nnd(10000000)
common/param/ x1,x2,y1,y2,h,w0,vyi,x01,x10,y10
INTEGER i,t,jj
real*8 x,y,x0,y0, b(4),beta0,beta,pi,n,gamma,alpha,psi,rr,ni
common/param/ x,y,x0,y0, b,beta0,beta,pi,n,gamma,alpha,psi,rr,ni
real*8 delta,delsent,psii,psiii,df,Ns,w,a
common/param/ delta,delsent,psii,psiii,df,w,a
open(1,file='Number_w=0.25.txt',status='unknown')
open(2,file='time_w=0.25.txt',status='unknown')
open(3,file='Np_Ns.txt',status='unknown')
pi=4.d0*datan(1.d0)
Nt=1000000
nd=1000000000
b(1)=1.0d0
w0=0.05d0
number=10000
w=15.d0
a=10.0d0
dd=0.0d0
n=10000.d0
delsent=90.0d0
psii=(delsent+delta)*pi/180
r=0
rr=0
do t=1,nd
! random drop to a cell
x01=rand(0)*1.e+10
x10=mod(x01+t*1.0,1.0)
y10=mod(x01+t*1.0,1.2)
beta0=int(mod(1+t*1.0,358.0))
if(sqrt(x10**2+y10**2).gt.b(1)) goto 4
if(y10.lt.b(1)*(1-w0)) goto 4
r=r+1
if(r.gt.number) goto 5
write(*,*) r
x0=x10
y0=y10
beta=beta0*pi/180
h=2*b(1)-w0*b(1)
b(2)=tan(beta)
b(3)=y0-x0*b(2)
call kvdr(x1,x2,y1,y2,b)
if(beta0.eq.90.)then
x0=x0
y0=(b(1)**2-x0**2)**0.5
goto 1
endif
if(beta0.eq.270.)then
x0=x0
y0=-(b(1)**2-x0**2)**0.5
goto 1
endif
if(beta0.gt.0.and.beta0.lt.180.)then
! aylana radiusi
! nurtolaning vertikal kengligi kesilish
! sistemadagi zarrachalar soni
! tirqishning o'zgarish funksiyasi chastotasi
! tirqishning o'zgarish funksiyasi yarim
! tirqishning o'zgarish funksiyasi erkin
!devor bilan to'qnashuvlar soni
!tirqish markazining burchak koordinatasi !
! boshlangich x0 nuqta
! boshlangich y0 nuqta
! nurtolaning vertikal qirqilgan qismi
! y=kx+b dagi k
! y=kx+b dagi b
```

```

        y0=max(y1,y2)
        x0=(y0-b(3))/b(2)
    endif
    if(beta0.gt.180.and.beta0.lt.360.)then
        y0=min(y1,y2)
        x0=(y0-b(3))/b(2)
    endif
    if(beta0.eq.0.or.beta0.eq.360.)then
        y0=y0
        x0=(b(1)**2-y0**2)**0.5
    endif
    if(beta0.eq.180.)then
        y0=y0
        x0=-(b(1)**2-y0**2)**0.5
    endif
    ni=0
1  do i=1,Nt
        delta=dd+a*dsin(w*i)
        psii=(delsent+delta)*pi/180
        psiii=(delsent-delta)*pi/180
        if(y0.le.b(1)*(1-w0))then
            ni=ni+1
            call cut(x0,y0,b,beta,w0)
            call kvdr(x1,x2,y1,y2,b)
            if(abs(b(2)).gt.1.e+10)then
                x0=x0
                y0=(b(1)**2-x0**2)**0.5
                goto 2
            endif
            y0=max(y1,y2)
            x0=(y0-b(3))/b(2)
        endif
2  call imu(x0,y0,b,gamma,beta)
    ni=ni+1
        alpha=atan(y0/x0)
        if(x0.gt.0.and.y0.gt.0)then
            psi=alpha
        end if
        if(x0.lt.0.and.y0.gt.0)then
            psi=pi-abs(alpha)
        end if
        if(x0.lt.0.and.y0.lt.0)then
            psi=abs(alpha)+pi
        end if
        if(x0.gt.0.and.y0.lt.0)then
            psi=2*pi-abs(alpha)
        end if
        if(psi.gt.psiii.and.psi.lt.psii) then
            nnd(r)=ni
            goto 4
        endif
        call kvdr(x1,x2,y1,y2,b)
        if(abs(b(2)).gt.1.e+10)then
            x0=x1
            y0=-y0
            goto 3
        endif
    enddo
end

```

```

endif
if(abs(y1-y0).ge.abs(y2-y0))then
    y0=y1
    x0=x1
else
    y0=y2
    x0=x2
endif
endif
3      enddo
4      kkk=max(rr,ni)
      rr=kkk
      enddo
nub=0
qol=number
5      do jj=1,rr
        ss=0
        do ii=1,number
            if(nnd(ii).eq.jj)then
                ss=ss+1
            endif
        enddo
        if(ss.ne.0.)then
            nub=nub+ss
            write(1,*)number-nub
            write(2,*)jj
        endif
        if(nub.eq.number)stop
    enddo
    close(1)
    close(2)
    close(3)
    end
! kavadrat tenglamaishlanish pod programmasi
subroutine kvdr(x1,x2,y1,y2,b)
implicit real*8(a-h,o-z)
real*8 x1,x2,y1,y2,b(4)
x1=(-b(3)*b(2)+sqrt((b(1)**2)*(1+b(2)**2)-b(3)**2))/(1+b(2)**2)
x2=(-b(3)*b(2)-sqrt((b(1)**2)*(1+b(2)**2)-b(3)**2))/(1+b(2)**2)
y1=b(3)+b(2)*x1
y2=b(3)+b(2)*x2
end
! devor bilan tuqnashuvda burchak uzgarishi pod programmasi
subroutine imu(x0,y0,b,gamma,beta)
implicit real*8(a-h,o-z)
real*8 x0,y0,b(4),gamma,beta
if(y0.ge.0.)then
    gamma=atan(-x0/(b(1)**2-x0**2)**0.5)
else
    gamma=atan(x0/(b(1)**2-x0**2)**0.5)
endif
beta=2*gamma-beta
b(2)=tan(beta)
b(3)=y0-b(2)*x0
end
! aylananing kesilgan qijoyidagi burchak uzgarishi pod programmasi
subroutine cut(x0,y0,b,beta,w0)

```

```
implicit real*8(a-h,o-z)
real*8 x0,y0,b(4),w0
y0=b(1)*(1-w0)
x0=(y0-b(3))/b(2)
b(2)=-b(2)
b(3)=y0-x0*b(2)
beta=-beta
end
```

ADABIYOTLAR

1. А.Ю.Лоскутов, *Динамический хаос. Системы классической механики.* УФН. Том 177, №9, 989 (2007).
2. Н.В. Евдокимов, В.П. Комолов, П.В. Комолов, *Интерференция динамического хаоса гамильтоновых систем: Эксперимент и возможности радиофизических приложений.* УФН. Том 117, №7, 775 (2001).
3. В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасова, Г.А. Окрокверцхов, Г.И. Стрелкова, *Статистические свойства динамического хаоса.* УФН. Том 175, №2, 163 (2005).
4. Мудров А.Е. *Численные методы для ПЭВМ на языках бейсик, фортран и паскал.* Томск. МП"Раско" 1991.
5. Kuznesov. S. P. *Dinamichiskiy хаос.* М: Fizmatlit. 2001. 296с.
6. Kuznesov. A. P, Kuznesov. S. P, Riskin. N. M. *Nilineyie kalibaniya.* М: Fizmatlit. 2002. 292с.
7. Berje. P, Pomo. I, Vidal. K. *Poryadok v хаose. O determinisnicheskom podxode k turbulentnosti.* М: Mir. 1991. 368с.
8. Mun. F. *Хаотические колебания.* М: Mir, 1990. 312с.
9. M V Berry. *Regularity and chaos in classical mechanics, illustrated by three deformations of a circular billiard.* European Journal of Physics, 2:91 (1982).
10. F.Lenz. *Time-dependent Classical Billiards.* Diploma Thesis in Physics. University of Heidelberg. 2006.
11. W H Press, S A Teukolsky, W T Vetterling, and B P Flannery. *Numerical Recipes in C, the Art of Scientific Computing.* Cambridge University Press, 2nd edition edition, 2002.
12. V. Doya, O. Legrand, F. Mortessagne, and Ch. Miniatura, "Light scarring in an optical fiber", Phys.Rev. Lett. 88, 014102 (2002).
13. Suhan Ree. "Fractal analysis on a closed classical hard-wall billiard using a simplified box-counting algorithm" February 4, 2008.
14. S. Ree, arXiv:nlin.CD/0206003 (will appear in J. Korean Phys. Soc.) (2002).