Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги

Наманган мущандислик-педагогика институти

«Информатика ва ахборотлар технологияси» **кафедраси**

«СОНЛИ УСУЛЛАР ВА АЛГОРИТМЛАР» ФАНИДАН ТАЖРИБА ИШЛАРНИ БАЖАРИШ БЎЙИЧА

```
function F(x : real) : real;
begin
   F:=.....
end ;
begin
  L1: readln(‘a, b=‘ , a, b);
     if f(a)*f(b)>0 then goto L1;
     readln(‘eps=‘,eps);
  L2:C:=(a+b)/2;
     if F(a)*F(c)<0 then b:=c else a:=c;
     if  Abs(b-a)>eps then goto L2;
     c:=(a+b)/2;
     writeln (‘тенглама ечими= ‘,c)
end.
```

услубий кўрсатма

I ҚИСМ

Наманган

Ушбу услубий кўрсатма 514900 касб таълими йўналиши бўйича таълим олаётган талабалар учун мўлжалланган бўлиб, “Сонли усуллар ва алгоритмлар” фанидан тажриба машғулотларини ўтказиш бўйича барча йўриқномаларни ва тажриба иши вариантларини ўз ичига олган.

Услубий кўсатмадан, “Сонли усуллар ва алгоритмлар” фанини ўрганувчи талабалар, фанни мустақил ўрганувчи магистрлар, илмий изланувчилар ва фан ўқитувчилари фойдаланишлари мумкин.

Тузувчилар: т.ф.н. доц. С. Ирисқулов
катта ўқ. К. Исманова

Тақризчилар: НамМПИ т.ф.н. П. Каримов
НамДУ «Амалий математика»
кафедрасининг мудири
доц. А. Имомов

Қайта ишлаб чиқилган ва таҳрирланган услубий кўрсатма «Информатика ва ахборотлар технологияси» кафедрасининг______________ №___сонли мажлисида кўриб чиқилган ва маъқулланган.

НамМПИ илмий-услубий кенгаши томонидан ижобий баҳоланиб, нашр этишга тавсия этилган. (Баённома № «__»__________йил)

Сўз боши

Республикамизда олиб борилаётган ислоҳотларнинг тақдирида юқори малакали мутахассисларнинг роли бениҳоя каттадир. Президентимиз таъкидлаганларидек: «Эртанги кун янгича фикрлай оладиган, замонавий билимга эга бўлган юксак малакали мутахассисларни талаб этади».

Бу эса келажагимизни яққол тасаввур этиш, жамиятимизнинг ижтимоий-маънавий пойдеворини мустаҳкамлаш эҳтиёжини туғдиради. Демак, галдаги энг асосий вазифа: ёш авлодни Ватан равнақи, юрт тинчлиги, халқ фаровонлиги каби каби олижаноб туйғулар руҳида тарбиялаш, юксак фазилатларга эга, эзгу ғоялар билан қуролланган. Комил инсонларни вояга етказиш, жаҳон андозаларига мос, кучли билимли, рақобатбардош кадрлар тайёрлашдир.

«Жаҳон цивилизациясига даҳлдор бўлган энг замонавий илмларни эгалламай туриб, мамлакат тараққиётини таъминлаш қийин»,-деган эдилар И.Каримов. Ўзбекистоннинг иқтисодий ва ижтимоий соҳаларда юқори натижаларга эришиши, жаҳон иқтисодий тизимида тўлақонли натижаларга тўлақонли шериклик ўрнини эгаллай бориши, инсон фаолиятининг барча жабҳаларида замонавий ахборот технологияларидан юқори даражада фойдаланишнинг кўламлари қандай бўлишига ҳамда бу технолиялар ижтимоий меҳнат самарадорлигининг ошишида қандай роль ўйнашига боғлиқ. Демак,замонавий компьютерлардан амалда кенг фойдалана оладиган етук кадрлар тайёрлаш кечиктириб бўлмайдиган вазифадир.

Талабалар дастурлаш тилларини ва йўналиш бўйича махсус фанларни ўрганиш натижасида дастурчи даражасига етишади. Лекин, улар олган назарий ва амалий билимларини амалий масалаларни ечишга қўллашда кўпгина қийинчиликларга дуч келишади. Чунки уларда типик, тақрибий масалаларни ечишда олий математика курсидан олган билимларгина мавжуд. Шунинг учун, ҳаётий масалаларнинг математик моделларини тушуна олишлари, уларни ечишнинг сонли-тақрибий,тақрибий-аналитик усулларини ўрганишлари учун “Сонли усулар ва алгоритмлар” фанининг аҳамияти катта ҳисобланади.

Шу мақсадда ушбу услубий кўрсатма “Информатика ва АТ” йўналишлари бўйича таълим олаётган талабалар учун мўлжалланган бўлиб, у фанни ўқитишда Республикамизда тўпланган кўп йиллик педагогик тажрибаларни илмий таҳлилдан ўтказиш натижасида ҳосил бўлган хулосаларга асослангандир.

Ушбу услубий кўрсатма Давлат таълим стандартларига мос намунавий дастур ҳамда унга мос ишчи дастурлар асосида тузилган бўлиб, «Сонли усуллар ва алгоритмлар» фанидан муайян тажриба ишларини бажаришга мўлжалланган.

Кўрсатма икки қисмдан иборат.

1-қисмда масаланинг математик моделини тузиш, унинг ечиш босқичларини, хатоликлар назариясини, хатоликни ҳисоблаш қоидаларини, чизиқсиз тенгламаларни, уларнинг ечими ётган оралиқни ажратиш усулларини, чизиқсиз тенгламаларнинг тақрибий илдизларини ҳисоблаш, жумладан, оралиқни тенг иккига бўлиш, кетма-кет яқинлашиш, ватарлар каби усулларини, чизиқли тенгламалар системасини ечиш усуллари ечиш усулларини, жумладан, Гаусс усулини, юзаларни тақрибий ҳисоблаш; жумладан, тўғри тўртбурчаклар, трапеция ва параболалар усулларини ўз ичига олиб, ҳар бир усул бўйича қисқача назарий маълумотлар усулга мос ишчи алгоритм, дастур таъминоти ва тажриба иши учун топшириқлар берилган.

Услубий кўрсатмада ҳар бир тажриба иши учун назарий маълумотлар, усулга мос ишчи алгоритмлар, дастур таъминоти ва тажриба иши учун топшириқлар талаба учун содда, тушунарли қилиб берилган.

Услубий кўрсатмадан фанни ўрганаётган барча талабалар, магистрлар ҳамда ўқитувчилар фойдаланиши мумкин.

Тажриба машғулотларни бажариш учун белгиланган тартиблар:

1. Тажриба ишини бажариш учун зарур бўлган назарий маълумотларни кўрсатилган адабиётлардан тўплаш;
2. Белгиланган вариант бўйича шахсий топшириқларни ўз вақтида олиш;
3. Иш режасида белгиланган масалаларнинг қўйилиши, унинг моҳияти ва халқ ҳўжалигидаги масалаларни ечишдаги аҳамияти ҳақида тўлиқ маълумотга эга бўлиш;
4. Масалани ечиш усулларининг ишчи алгоритмларини ишлаб чиқиш ва алгоритмни блок-схемалар кўринишда ифодалаш;
5. Ишлаб чиқилган алгоритмлар бўйича Паскаль дастурлаш тилида дастур яратиш ва уни ишга созлаш;
6. Тузилган дастурни текшириб кўриш ва олинаётган натижаларнинг тўғрилигига ишонч билдириш;
7. Қўйилган масала (шахсий топшириқ)нинг дастурдан олинган натижаларини зарур формада чоп этишни ташкиллаш;
8. Бажарилган ишларни, белгиланган режа асосида расмийлаштириш ва уни ўқитувчи ҳузурида ҳимоя қилиш (тажриба дарси мобайнида);
9. Ҳимоя қилинган, ўқитувчи томонидан баҳоланган тажриба иши ҳисоботини ўқитувчига топшириш;
10. Тажриба ишини ўз вақтида бажармаган талаба ўқитувчи белгилаган вақтда(дарс машғулотларидан бўш вақтда) кафедрага келиб ишни бажаради ва белгиланган тартибда уни ҳимоя қилади;

Эслатма: Агар талаба дарс мобайнида ва қўшимча белгиланган вақтда ҳам тажриба ишини бажармаса шу мавзу учун рейтинг балларини ололмайди ва фандан ўзлаштирмаган ҳисобланади.

ТАЖРИБА ИШИ № 1

Чизиқсиз тенгламаларни сонли-тақрибий ечиш усуллари

Ишдан мақсад: *Чизиқсиз тенгламаларни сонли-тақрибий ечиш усулларини ўзлаштириш, уларнинг алгоритмларини ишлаб чиқиш ва ишлаб чиқилган алгоритмлар бўйича кўрсатилган алгоритмик тилда дастурлар яратиш.*

ИШ РЕЖАСИ:

1. *Чизиқсиз тенгламалар ҳақида умумий маълумотлар.*
2. *Чизиқсиз тенгламаларни ечишнинг геометрик маъноси.*
3. *Чизиқсиз тенгламаларни ечиш усуллари ҳақида қисқача маълумотлар.*
4. *Оралиқни тенг иккига бўлиш усулининг ишчи алгоритми ва дастури.*
5. *Оддий кетма-кетлик усулининг ишчи алгоритми ва дастури.*
6. *Уринмалар усулининг ишчи алгоритми ва дастури*
7. *Дастурлар натижалари ва уларнинг тахлили.*

1. *Чизиқсиз тенгламалар ҳақида умумий маълумотлар.*

Одатда тенгламаларни уларда қатнашаётган номаълумларнинг қаерда жойлашганлигига қараб турли синфларга ажратилади;

- *чизиқли тенгламалар;*
- *квадрат тенгламалар;*
- *кубик ва юқори даражали тенгламалар;*
- *тригонометрик кўрсатгичли, иррационал, логарифмик, даражали тенгламалар;*
- *вах.з.*

Чизиқли тенгламадан ташқари барча синфларга тегишли тенгламаларни қисқача қилиб чизиқсиз тенгламалар деб аталади.

Чизиқсиз тенгламаларни ечишнинг умумлашган усули мавжуд эмас. Ҳар бир синфга тегишли тенгламалар ўзига хос усуллар билан ечилади. Хатто баъзи бир ўта чизиқсиз тенгламаларнинг ечимларини аналитик усулда аниқлаш имконияти бўлмаслиги мумкин.

Ҳозирги пайтда чизиқсиз тенгламаларни ечиш учун олдинги ўринга сонли-тақрибий усуллар чиқиб олди. Бу усуллар ўзларининг умумлашгани, тенгламани етарли аниқликда еча олиши билан ажралиб туради. Шунинг учун чизиқсиз тенгламаларни ечишнинг сонли-тақрибий усуллари учун дастур таъминотларини яратилиши муҳим ва актуал масала ҳисобланади.

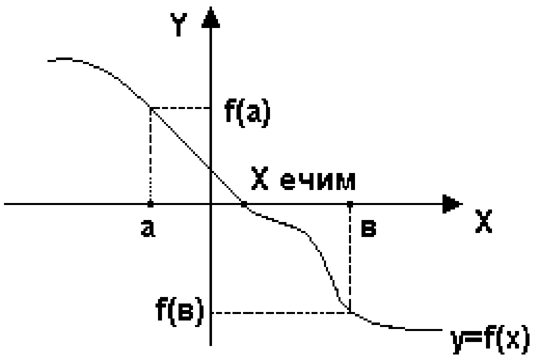
Чизиқсиз тенгламалардан наъмуналар:

1. $x^3-3x^2+7x-6=0$
2. $x^2-\sin x=0$
3. $\ln|7x|-\cos 6x=0$
4. $e^{2x}-x=0$

2. *Чизиқсиз тенгламаларни ечишнинг геометрик маъноси.*

Чизиқсиз тенгламаларни сонли-тақрибий усуллар билан ечишни ташкил қилиш учун тенгламанинг нечта ечими мавжуд эканлиги ёки умуман ечими йўқлиги ҳақида маълумотга эга бўлишимиз керак. Бундан ташқари, тенгламанинг ягона ечими ётган оралиқни ҳам аниқлашга тўғри келади. Бунинг учун берилган тенгламани ечишнинг график усулидан фойдаланамиз.
Бизга қуйидаги умумий ҳолда ёзилган чизиқсиз тенглама берилган бўлсин:

$$f(x)=0 \qquad (1)$$



Тенгламанинг $y=f(x)$ функциясини графигини OXY декарт координаталар системасида кўрамиз.

Функция графигининг OX ўқини кесиб ўтган $x_{ечим}$ нуқтаси тенгламанинг қидирилаётган ечими ҳисобланади. Ечим жойлашган оралиқни функцияни ишорасини алмаштириш шартидан фойдаланиб аниқлаш мумкин:

$$f(a)\cdot f(b)<0 \quad (2)$$

Шундай қилиб, тенгламанинг ечими ётган оралиқ ва унинг қиймати ҳақида етарли маълумотга эга бўлдик.

3. ***Чизиқсиз тенгламаларни ечиш усуллари ҳақида қисқача маълумотлар.***

Юқорида эслатганимиздек чизиқсиз тенгламаларни уларни қайси типга тегишлилигига қараб ечимни аналитик, яъни формула кўринишда аниқлаш мумкин. Лекин, кўпинча чизиқсиз тенгламани аналитик ечимларини формулалар ёрдамида аниқлаш имконияти бўлмайди. Шунинг учун ихтиёрий чизиқсиз тенгламани ечишнинг ЭҲМдан фойдаланишга мўлжалланган сонли-тақрибий усулларига эътибор кучайиб бормокда.

Бу усуллар жумласига қуйидагиларни киритиш мумкин:

- оралиқни тенг иккига бўлиш;
- оддий кетма-кетлик (итерация);
- уринмалар (Ньютон);
- ватарлар (хорд) ва бошқалар

Санаб ўтилган усуллардан оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватарлар усули тўғри танланган оралиқларда кўтилган натижаларни узоқроқ вақт сарфлаб бўлса ҳам аниқлаб беради. Уринмалар ва оддий кетма-кетлик усуллари эса мос равишда тўғри танланган бошланғич қиймат ва $|\varphi(x)| << 1$ шартда ўта тезлик билан тақрибий ечимни зарур аниқликда топиш имкониятини яратади.

4. ***Оралиқни тенг иккига бўлиш усулининг ишчи алгоритми ва дастури***

Энди чизиқсиз тенгламани тақрибий ечишнинг оралиқни тенг иккига бўлиш усулини ишчи алгоритми билан тўлиқроқ танишиб чиқайлик.

(1) тенгламанинг Е аниқликдаги (Е-ўта кичик сон, ечимни топиш аниқлиги) тақрибий-сонли ечимини (a;b) оралиқда топишни қуйидаги алгоритм быйича ташкил қиламиз:

1. Берилган (a;b) оралиқни ыртасини аниқлаймиз.

$$C = \frac{a+b}{\mathbf{2}}$$

2. Ечимни [a;c] ёки [c;b] оралиқдалигини

$$f(a)\cdot f(c)<0$$

шартидан фойдаланиб аниқлаймиз.

3. Шартни қаноатлантирадиган оралиқни янги оралиқ сифатида оламиз ва уни яна тенг иккига былиб, юқоридаги ишларни яна такрорлаймиз.

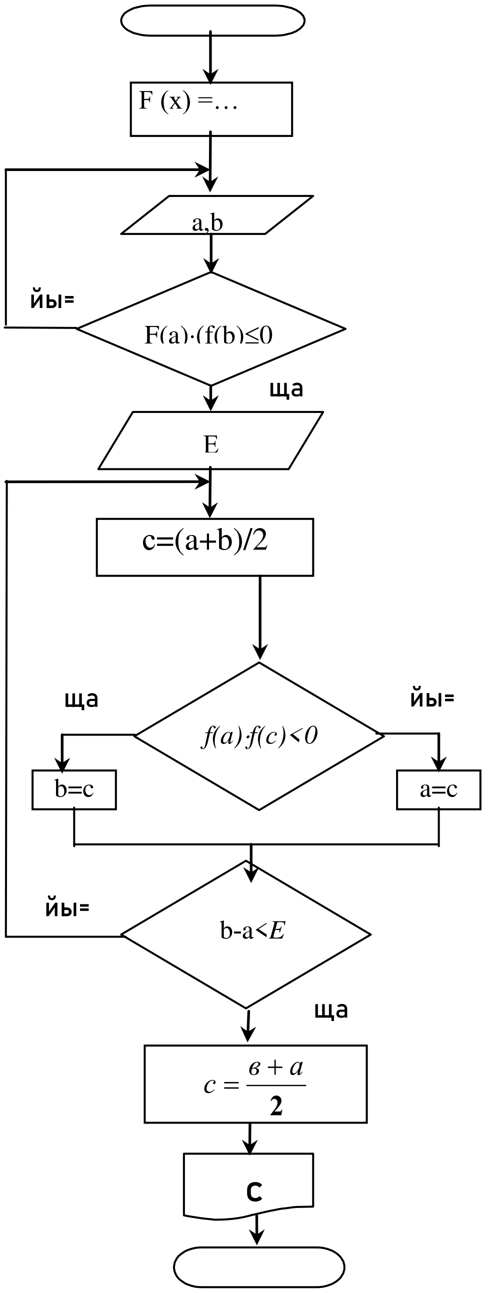
Хулоса қилиб айтганда, биз танлаб олаётган кесмаларда тенгламанинг тақрибий илдизи ётади.Демак, кесмаларни торайтириб борар эканмиз.

Натижада, қандайдир қадамдан сынг тенгламанинг аниқ ёки талаб қилинган аниқликдаги тақрибий илдизини ҳосил қиламиз

Янги оралиқ учун юқоридаги ишларни қайта такрорлаймиз ва буни оралиқ узунлиги Е-дан кичик былмагунча давом эттирамиз. Охирги оралиқдаги ихтиёрий нуқтани тенгламанинг тақрибий ечими сифатида қабул қилиш мумкин.

Танишиб чиққан алгоритм быйича бирор дастурлаш тилида дастур тузишдан аввал масалани ечиш алгоритмини блок-схемалар орқали ифодалаб оламиз.

Масала ечими алгоритмнинг
<u>Б л о к - с х е м а с и</u>



Алгоритмнинг PASCAL дастури:

```
Program_Teng ikkiga bolish;
label L1, L2;
var a, b, c, eps : real;
function F(x : real) : real;
begin F:=....
end ;
begin
  L1: writeln('a,b= '); readln( a, b);
```

```
if f(a)*f(b)>0 then goto L1;
readln(eps);
L2:C:=(a+b)/2;
if f(a)*f(c)<0 then b:=c else a:=c;
if abs(b-a)>eps then goto L2;
c:=(a+b)/2;
writeln ('тенглама ечими= ', c, 'ечим ани=лиги=', f(c));
end.
```

5. ***Кетма-кет я=инлашиш усулининг ишчи алгоритми ва дастури.***

Ю=орида айтганимиздек орали=ни тенг иккига былиш усулининг асосий камчилиги бажариладиган амаллар сонининг кыплигидир, бу эса дастурни компьютерда бажарилиш ва=тини кескин орттириб юборади. Бу камчиликни тылдирадиган усуллардан бири оддий кетма-кетлик усулидир.

Усулнинг ишчи алгоритми (1) тенгламани

$x=\varphi(x)$, бу ерда $|\varphi'(x)|<<1$

кыринишга келтириб ечишга асослангандир, яъни:

$x_n=\varphi(x_{n-1})$, $n=1,2,\ldots$ (3)

X_0-ечимнинг бошлан\ич =иймати. Тенглама ечимини ани=лаш $|x_n-x_{n-1}|<E$ шарти бажарилгунча, (3) реккурент формула быйича давом эттирилади. Бу шартнинг бажарилиши тенглама ечимининг E нисбий ани=ликда ани=ланганлигини билдиради.

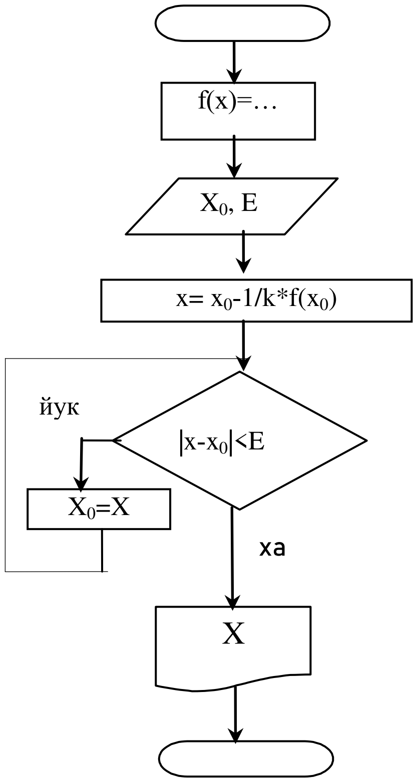
Берилган функцияни ю=оридаги кыринишга келтиришдан =утилиш ма=садида =уйидаги алмаштиришларни бажариш мумкин. $f(x)=0$ тенгламани щар иккала томонини $(-1/к)$ га кыпайтирамиз ва x ни =ышамиз.

$x=x+(-1/к)f(x)$, бу ерда к-ихтиёрий сон. Демак хосил былган формулани реккурент формула сифатида олиш мумкин.

$x_n = x_{n-1} +(-1/к)f(x_{n-1})$,

Бунда щам я=инлашиш жараёни берилган ани=ликкача давом эттирилади.

Оддий кетма-кетлик алгоритмининг
<u>Блок схемаси:</u>



Алгоритмнинг PASCAL дастури:

```
Program Iteratciya;
 Label L1, L2,L3;
 Var  x, x0, eps: real;
      i:integer;
 Function f(x:real):real;
 Begin f:=....   end;
 Begin    write('ани=ликни киритинг е='); readln(eps);    L1:writeln('x0 ва к ни
           киритинг='); readln (x0,к);
           i:=0;
           L2:x:=x0-(1/к)*f(x0);
           if abs(x-x0)<eps  then goto L3;
          if I>50 then gotol L1;
           i:=i+1; x0:=x;  goto L2;
         L3:write ('ечим= ';x);
   End.
```

6. Уринмалар усулининг ишчи алгоритми ва дастури

Орали=ни тенг иккига былиш усули узо= ва=т ишласа, оддий кетма-кетлик усулида эса тенгламанинг кыринишини ызгартиришга ты\ри келади. Бундай камчиликлардан уринмалар усули щолидир.Бу усул кутилган натижани агар бошлан\ич =иймат ты\ри танланса, жуда тез ани=лаб беради.Энг асосийси x_0 бошлан\ич =ийматни ты\ри танлашда.Ечим ётган (а,в) орали= бор деб щисобланиб,=иймати киритилади. а ва в ну=талардан ватар ытказамиз.Ватарга мос ты\ри чизи= тенгламасидан ватарнинг х ы= билан кесишиш ну=таси с ни ифодасини топамиз.

$$c = a - f(a)\frac{b-a}{f(b)-f(a)}$$

+уйидаги шартлардан фойдаланиб,бошлан\ич =иймат сифатида а ёки в ни танлаб олиш мумкин.

f(a)f(c) <0 былса,x_0=<u>а</u>

f(a)f(c)>0 былса,x_0=в

Бошлан\ич =иймат ани=лангандан кейин шу ну=тадан уринма ытказилади. Уринмалар ёрдамида кетма-кет я=инлашишларни амалга оширамиз. Унинг ишчи алгоритми бирор ну=тадан ытувчи уринмалар тенгламаси ор=али ани=ланади:

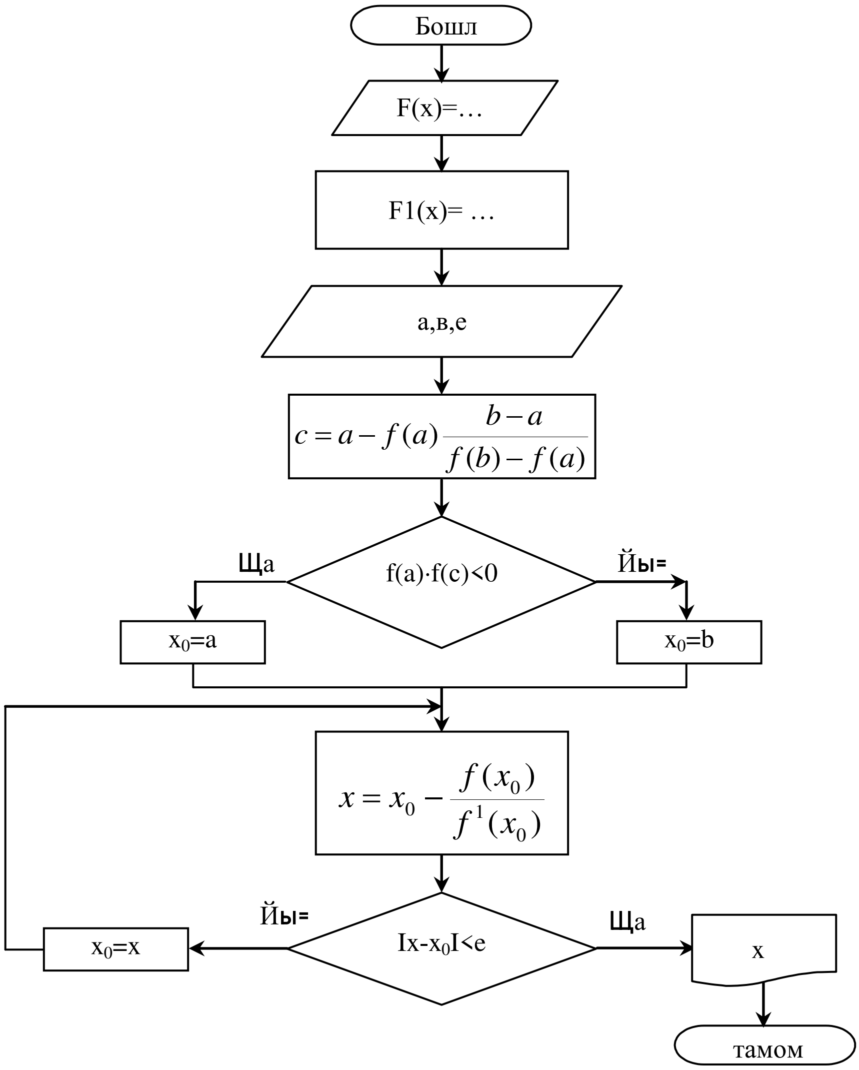
$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \quad , \ n= 1, 2, \ldots \quad (4)$$

Щисоблашлар эса токи $|x_n - x_{n-1}| < E$ шарт бажарилгунча давом эттирилади. Бу ердаги x_0 – бошлан\ич =иймат.

Алгоритмнинг Pascal дастури

```
Program Urinma;
Label L1;
Var
   a,b,x, x0, eps,c : real;
        Function F (x: real): real;
              Begin F: = … end;
        Function F 1(x: real): real;
              Begin F 1: = … end;
Begin
     writeln(‘a,b=’); readln(a,b);
writeln(‘ аникликни киритинг'); readln( eps);
        c:=a-f(a)(b-a)/(f(a)-f(b));
    if f(a)*f(c)<0 then x0=a else x0=b;
L1 : x : = xo-F(xo)/F1(xo);
    If  abs(x-x0)>eps then begin xo: =x; goto L1; end;
        Writeln (‘тенглама ечими= ‘,x,’аниклиги=’,f(x));
End.
```

Уринмалар усули алгоритмининг
<u>Блок-схемаси</u>



7. Дастурлар натижалари ва уларнинг тащлили

Ишлаб чи=илган алгоритмларнинг ва яратилган дастурларнинг хатоси йы=лигини текшириш учун дастур ёрдамида ечими олдиндан маълум былган тест мисолини ечиб кырилади.

Масалан: $x^3+x-1=0$ тенгламани 0.001 ани=ликда ечинг. Ечим ётган орали= сифатида [0; 1] ни олиш мумкин. Бошлан\ич =иймат х-ни эса шу орали=даги бирорта сонга тенглаш мумкин.

+уйида щар бир усул быйича олинган натижалар кырсатилган:

1. орали=ни тенг иккита былиш усули быйича x=0,682189
   ечим ани=лиги 0,0004
2. оддий кетма-кетлик усули быйича x=0,68299156
   ечим ани=лиги 0,0006

3. уринмалар усули быйича $x=0,682327804$
ечим ани=лиги 0,0000002

Олинган натижаларни тащлил =иладиган былсак, уринмалар усулида ечимнинг ани=лиги ю=ори эканлигини кыриш мумкин.

Умуман олганда барча усулларда ишлаб чи=илган алгоритм ва яратилган дастурлар ты\рилигини топилган ечимлар кырсатиб турибди.

?	*Назорат саволлари*

1) Чизи=сиз тенгламаларни та=рибий ечиш зарурияти =аердан келиб чикади?
2) Чизи=сиз тенгламаларни ечиш =андай геометрик маънога эга?
3) Чизи=сиз тенгламаларни ечишнинг =андай та=рибий усулларини биласиз?
4) Чизи=сиз тенгламаларни та=рибий ечиш учун керак быладиган орали= =андай танланади?
5) Орали=ни тенг иккига былиш жараёни =андай давом этади?
6) Оддий кетма-кетлик усулининг мощиятини тушунтириб беринг?
7) Уринмалар усулига мос даслабки я=инлашиш =андай топилади?
8) Чизи=сиз тенгламалар =андай масалаларни ечишда щосил былиш мумкин?

1- Тажриба ишига доир масалалар вариантлари.

Тенгламанинг илдизларини график усулда ажратинг ва унинг та=рибий ечимларини Е=0.001 ани=ликда ю=орида санаб ытилган барча усуллар ёрдамида топинг ва натижаларни тащлил =илинг.

1. a) $2x^3-2x-1=0$ b) $3x+\cos x+1=0$

2. a) $x^3-x+7=0$ b) $\ln x+2\sqrt{x}=0$

3. a) $2x^3-2x^2+3x+1=0$ b) $x+\cos x-1=0$

4. a) $2x^3-x-5=0$ b) $\sqrt{x+1}=\frac{1}{x}.$

5. a) $x^3-3x^2+2x-4=0$ b) $x^2+4\cdot\sin x=0$

6. a) $x^3+2x^2+5x+2=0$ b) $\ln x+x+1=0$

7. a) $2x^3+2x-4=0$ b) $2x-\lg x=3$

8. a) $x^3-2x^2+7x-1=0$ b) $x=\sqrt{\lg(x+2)}$

9. a) $2x^3+3x+4=0$ b) $x^2=3\sin x$

10. a) $x^3-3x^2+6x+2=0$ b) $3x-2\ln x=4$

11. a) $x^3-2x+2=0$ b) $4x-e^x=0$

12. a) $x^3-3x^2+2x-4=0$ b) $x\cdot(x+1)^2=2$

13. a) $x^3+x-8=0$ b) $3-2x=\ln x$

14. a) $x^3-3x^2+5x+1=0$ b) $2x-\cos x=0$

15. a) $x^3-x+2=0$ b) $\sin(x/2)+1=x^2$

16. a) $x^3-3x^2+7x+1=0$ b) $2x+\lg x=-0,5$

17. a) $x^3-3x+1=0$ b) $(2-x)\cdot e^x=1$

18. a) $x^3+x^2+2x+4=0$ b) $x^3=2\sin x$

19. a) $x^3-2x-5=0$ b) $2x-2^x=0$

20. a) $x^3+2x^2+3x-2=0$ b) $x^2-4\cdot\sin x=0$

21. a) $x^3+4x-6=0$ b) $x^2=\ln(x+2)$

22. a) $x^3-3x^2+6x-5=0$ b) $2x-\cos x=0$

23. a) $x^3-2x+7=0$ b) $3x+\cos x=2$

24. a) $x^3-4x+1=0$ b) $x+\lg x=1,5$

25. a) $x^3+2x+1=0$ b) $x\sqrt{x+2}-3=0$

ТАЖРИБА ИШИ № 2

Чизи=ëè àëãåáðàèê òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñèíè Ãàóññ óñóëè áèëàí щисоблаø.

Èøäàí ìà=ñàä: *Òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñèíè Ãàóññ óñóëè áèëàí å÷èøíè òàøêèë =èëèøíè ыðãàíèø.*

Èø ðåæàñè:

1. *Чизи=ëè àëãåáðàèê òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñèíè å÷èø óñóëëàðè щà=èäà óìóìèé ìàúëóìîòëàð.*
2. *Òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñèíè å÷èøíèíã Ãàóññ óñóëè èø÷è àëãîðèòìè âà äàñòури.*
3. *Äàñòóð íàòèæàсè âà óíèíã òàщëèëè.*

1. ***Чизи=ëè àëãåáðàèê òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñèíè å÷èø óñóëëàðè щà=èäà óìóìèé ìàúëóìîòëàð.***

Чизи=ëè, àëãåáðàèê òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñèíè óìóìèé õîëäà =óéèäàãè÷à ëçèø ìóìêèí:

$$\begin{cases} a_{11}\cdot x_1 + a_{12}\cdot x_2 + ...+ a_{1n}\cdot x_n = b_1 \\ a_{21}\cdot x_1 + a_{22}\cdot x_2 + ...+ a_{2n}\cdot x_n = b_2 \\ .... \\ a_{n1}\cdot x_1 + a_{n2}\cdot x_2 + ...+ a_{nn}\cdot x_n = b_n \end{cases} \qquad (1)$$

ëêè ìàòðèöàëè - âåêòîð ôîðìàñèäà

$$\mathbf{A\cdot X=B} \qquad \mathbf{(2)}$$

áó åðäà À — (n x n) - òàðòèáëè êâàäðàò ìàòðèöà;

X, B-n — тартибли вектор; n-тенгламалар системасининг тартиби;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix},$$

Тенгламалар системаси амалда та=симот масалаларни ечишда кенг =ылланилади. Системани ечишнинг =уйидаги кенг тар=алган усуллари мавжуд:

- номаълумларни кетма-кет йы=отиш, Гаусс усули.
- детерминантларни щисоблашга асосланган Крамер усули;
- тескари матрицани щисоблашга асосланган усул;
- квадрат илдизлар усули;
- оддий кетма-кетлик (итерация), Зейдель усули.

Амалда тенгламалар системасини ечиш учун асосан бош щадни танлашга асосланган Гаусс усулидан фойдаланилади. Лекин, айрим màñàëàëàðíè å÷èøäà äåòåðìèíàíò щèñîáëàø ëêè òåñêàðè ìàòðèöà òîïèøãà òы\ðè êåëàäè. Øóíèíã ó÷óí, óëàðíè щèñîáëàø àëãîðèòìëàðèíè èøëàá ÷è=èø âà äàñòóðèíè ÿðàòèø õàì äîëçàðá ìàñàëàäèð.

2. ***Òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñèíè å÷èøíèíã Ãàóññ óñóëè èø÷è àëãîðèòìè âà äàñòури.***

Ãàóññ óñóëè èêêè бос=ичäàí èáîðàò. Áèðèí÷è бос=ичäà òыëè= òåíãëàìàëàð ñèñòåìàñè ó÷áóð÷àê щîëèãà êåëòèðèëàäè. Èêêèí÷è бос=ичäà ýñà ó÷áóð÷àêëè ñèñòåìà îõèðãè òåíãëàìàñèäàí áîøëàá òåñêàðèãà =àðàá å÷èá áîðèëàäè âà ñèñòåìàíèíã å÷èìëàðè àíè=ëàíàäè.

1-бос=ич =уйиäàãè èø÷è ôîðìóëàëàð ёðäàìèäà àмàëãà îøèðèëàäè:

$$a_{ml}^{(k+1)} = a_{ml}^{(k)} - \frac{a_{mk}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} \cdot a_{kl}^{(k)}$$

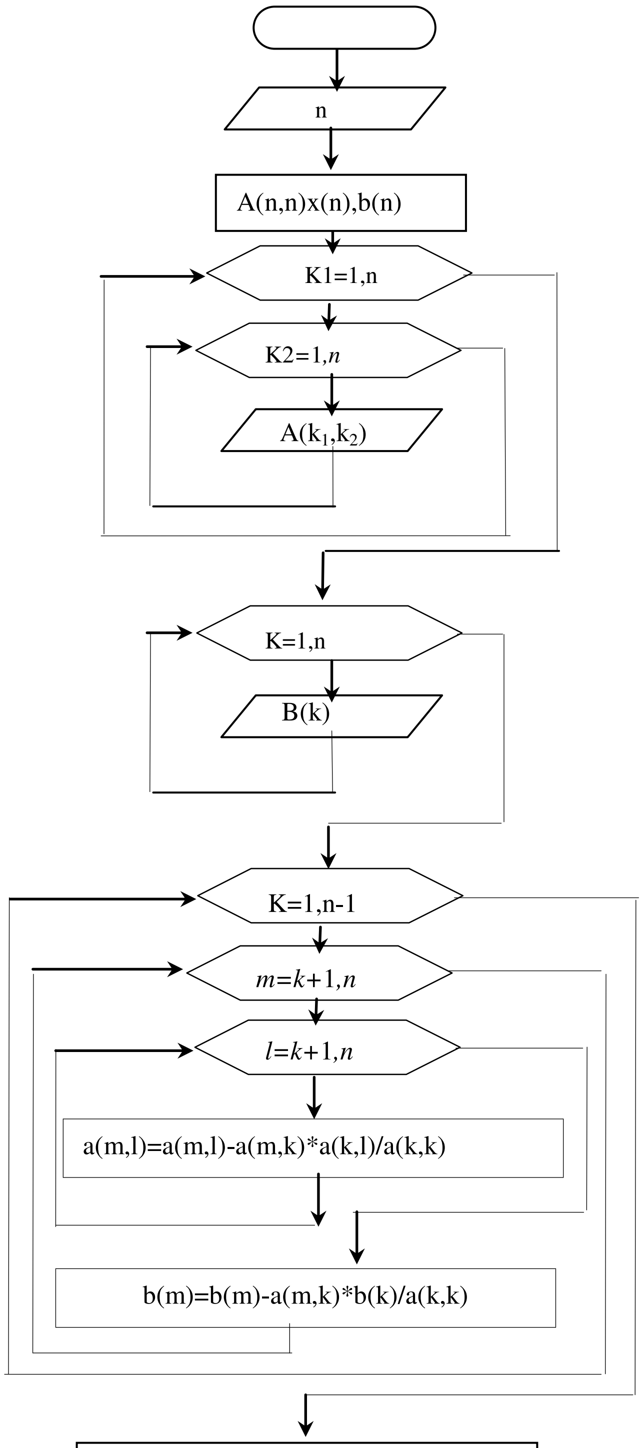
$$b_m^{(k+1)} = b_m^{(k)} - \frac{a_{mk}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}} \cdot b_k^{(k)}, \quad k < m,\ l \le n$$

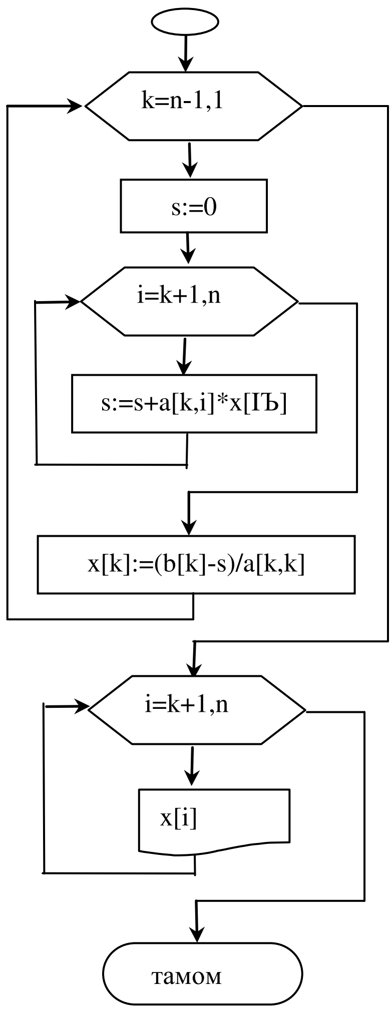
<u>2-бос=ич </u>ýñà =óéèäàãè ôîðìóëàëàð áèëàí áàæàðèëàäè:

$$x_n = \frac{b_n^{(n)}}{a_{nn}^{(n)}}$$

$$x_k = \frac{1}{a_{kk}^{(k)}}\left(b_k^{(k)} - \sum_{i=k+1}^{n} a_{ki}^{(k)} \cdot x_i\right),\ \ k = n-\mathbf{1}, n-\mathbf{2}, \ldots, \mathbf{1}$$

Ãàóññ óñóëè àëãîðèòìиíèíã áëîê-ñõåìàñè.





Àëãîðèòìíèíã PASCAL òèëèäàãè äàñòóðè.

```
Program m1;
const n=...; {ñèñòåìàíè òàðòèáèíè åçèíã}
var k1,k2,k:byte;
        A:Array[1..n,1..n] of real;          x,b:Array[1..n] of real;
 begin
          for k1:=1 to n do
          for k2:=1 to n do
           readln(A[k1,k2])
          for k1:=1 to n do
           readln(B[k1])
          for k:=1 to n-1 do
        begin
            for m:=k+1 to n do
          begin
            for l:=k+1 to n do
                 a[m,l]:=a[m,l]-a[m,k]*a[k,l]/a[k,k];
                 b[m]:=b[m]-a[m,k]*b[k]/a[k,k];
          end;
        end;
    X[n]:=B[n]/a[n,n];
    for k:=n-1 downto 1 do
    begin
       s:=0;
       for i:=k+1 to n do  s:=s+a[k,i]*x[i];
       x[k]:=(b[k]-s)/a[k,k];
    end;
    for k:=1 to n do  writeln(x[k]);
 end.
```

3.Дастур натижаси ва унинг ташлили

Ю=оридаги алгоритмнинг ты\рилигини текшириш учун =уйидаги системани оламиз.

$$\left.\begin{aligned} 1{,}1x_1 + 2{,}3x_2 + 3{,}4x_3 - 2{,}0x_4 &= 6{,}5, \\ 2{,}8x_1 - 1{,}2x_2 - 2{,}3x_3 - 3{,}9x_4 &= 8{,}8, \\ 3{,}9x_1 + 2{,}8x_2 - 1{,}3x_3 + 2{,}8x_4 &= 4{,}1, \\ 2{,}7x_1 - 3{,}6x_2 + 2{,}6x_3 + 1{,}7x_4 &= -8{,}7. \end{aligned}\right\}$$

Гаусс усулига мос дастур таъминотини ишлатиб кыриб, =уйидаги натижаларга эга быламиз.

x_1=2.6372176354E+00

x_2=7,9322297761E-01

x_3=-6,2607093330E-01

x_4=-1,8050300306E+00

Гаусс усули ты\ри усуллар гурущига кирса щам, ща=и=ий сонлар устида бажарилган амаллар туфайли баъзи бир щисоблаш хатоликлари келиб чи=иши мумкин. Шу хатоликни ани=лаш учун =уйидаги формуладан фойдаланамиз:

$$R_i = \sum_{j=1}^{n} x_j a_{ij} - b_i$$

Натижада =уйидаги хисоблаш хатоликлари келиб чи=ади:

R_1=0.0000000000E+00

R_2=0.0000000000E+00

R_3=2.1456221112E-11

R_4=0.0000000000E+00

Хатолик ми=дорининг жуда кичиклиги алгоритм ва дастурнинг ты\рилигини ва ишлатиш учун яро=лилигини кырсатади. Тажриба иши вариантлари =уйиро=да умумий =илиб берилган.

?	***Назорат саволлари***

1) Гаусс усулининг афзаллиги нимада?
2) ЧАТС ни ечишнинг яна =андай усулларини биласиз?
3) Гаусс усулидаги икки бос=ичнинг вазифаларини тушунтириб беринг?
4) Гаусс усулида матрицани учбурчак щолига келтириш =андай амалга оширилишини тушунтириб беринг?
5) Гаусс усули ты\ри усуллар гурущига кирган щолда, ечимнинг маълум маънода та=рибий чи=ишига сабаб нима?
6) +андай амалий масалаларни ечишда ЧАТС дан фойдаланилади?

Ю=ори тартибли детерминантларни Гаусс усули ёрдамида щисоблаш

Ишдан ма=сад: Ю=ори тартибли детерминантларни щисоблашни ырганиш ва улардан фойдаланиб тенгламалар системасини ечишни ташкил =илишни ырганиш.

Режа

1. Ю=ори тартибли детерминантлар ва уларни щисоблаш быйича =ис=ача назарий маълумотлар.

2. Ю=ори тартибли детерминантларни щисоблашнинг Гаусс усулига асосланган алгоритми ва дастури.

3. Олинган натижалар ва уларнинг тащлили.

Ìàòåìàòèêà êóðñèäàн маълумки, иккинчи ва учинчи тартибли äåòåðìèíàíòëàðíè щèñîáëàøлар ты\ридан-ты\ри бажарилиши мумкин. Ëåêèí, þ=îðè òàðòèáëè äåòåðìèíàíòëàðíè щèñîáëàøäà маълум бир =ийинчиликларга дуч келинади. Уларни щисоблаш учун бир =анча усуллардан фойдаланиш мумкин. Математика фанида ю=ори тартибли детерминантлар алгебраик тылдирувчилар ва минорларга ёйиш ор=али тартиби кетма-кет пасайтирилиб , хисобланган. Лекин,бундай усул детерминант щисоблаш алгоритмининг мураккаблашиб кетишига ва бажариладиган амаллар сонининг кескин ошишига олиб келади. Шунинг учун детерминант щисоблаш усулини танлаганда ана шу нарсаларга кучлиро= ащамият бериш лозим.

Детерминантлар асосан математик обьект сифатида амалда кенг =ылланилиши мумкин. Биз эса улардан кыпро= ю=ори тартибли чизи=ли алгебраик тенгламалар системасини Крамер усулида ечишда фойдаланамиз,яъни

$$[A]\vec{x} = \vec{B}$$

системани $x_1 = \frac{|A_1|}{|A|}, x_2 = \frac{|A_2|}{|A|}, ..., x_n = \frac{|A_n|}{|A|}$ ечимларини топишда. Шу билан бир =аторда турли амалий масалаларнинг ечимларини =уришда хосил быладиган алгоритмлар щам ю=ори тартибли детерминантлар ор=али ифодаланиши мумкин.

Ю=орида таъкидлаганимиздек ,ю=ори тартибли детерминантларни алгебраик тылдирувчилар ва минорларга ёйиб щисоблашда хосил быладиган алгоритм нисбатан мураккаб щамда амаллар сони жуда кып былади Бу эса дастурлаш жараёнини ташкил =илишда но=улайлик келтириб чи=аради. Шунинг учун, амалда кыпро= Гаусс усулининг ишчи алгоритмига асосланган усулдан фойдаланилади.Бунда берилган детерминант матрицаси учбурчак щолига Гаусс усулининг биринчи бос=ич ишчи формулалари ёрдамида келтириб олинади: $a_{ml}^{(k+1)} = a_{ml}^{k} + \frac{a_{mk}^{k} \cdot a_{kl}^{k}}{a_{kk}^{k}}$

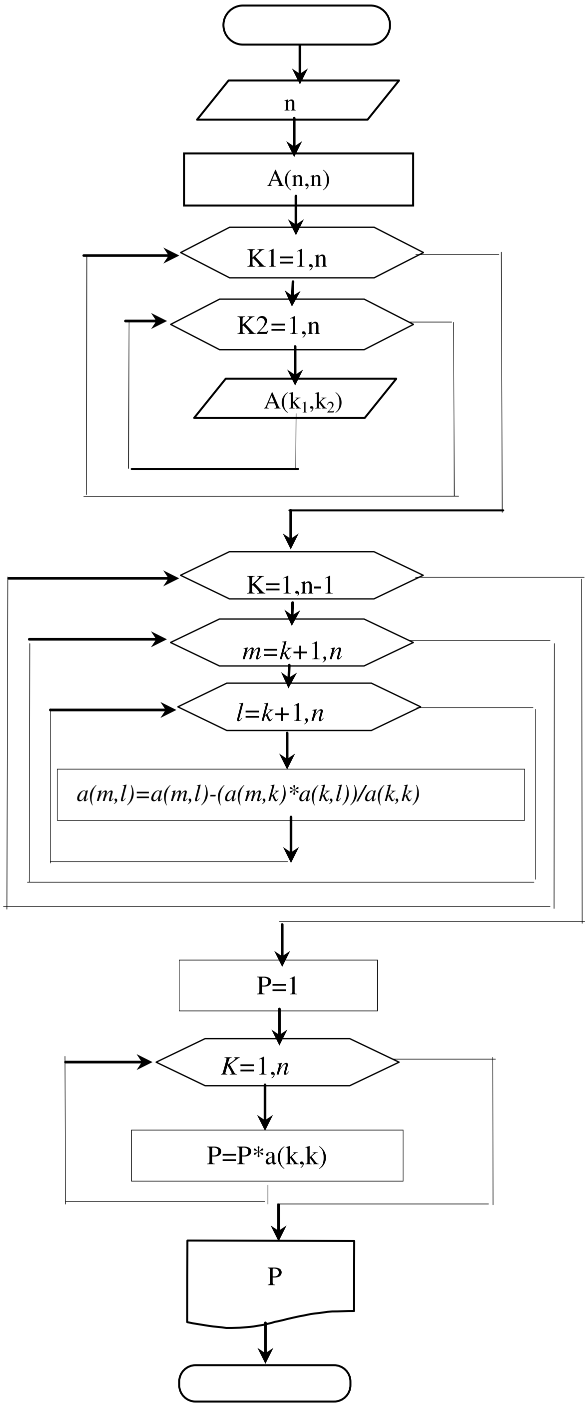
Бу ерда $a_{i,j}$ (i=1..n, j=1..n) Детерминант щадлари;

$k < m, \; l \le n, \; \le k \le n-1$;

Хосил =илинган учбурчак кыринишдаги детерминантнинг =иймати эса асосий диагоналдаги щадлар кыпайтмаси ор=али топилади:

$$P = \det A = \begin{vmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{11}^{(1)} & ... & a_{1n}^{(1)} \\ a_{21}^{(1)} & a_{22}^{(1)} & ... & a_{2n}^{(1)} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{n1}^{(1)} & a_{n2}^{(1)} & ... & a_{nn}^{(1)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{11}^{(1)} & ... & a_{1n}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(2)} & ... & a_{2n}^{(2)} \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & a_{nn}^{(1)} \end{vmatrix} = a_{11}^{(1)} \cdot a_{22}^{(2)} \cdot ... \cdot a_{nn}^{(n)} = \prod_{k=1}^{n} a_{kk}^{(k)}$$

Детерминант щисоблаш алгоритмининг блок схемаси



Àëãîðèòìíèíã PASCAL дастурè

```
program Determinant;
 const n=   ;
 var
   k1,k2,k,m,l:byte;
   p:real;
   a:array [1..n,1..n] of real;
 begin
   for k1:=1 to n do
     for k2:=1 to n do
       readln(a[k1,k2]);
   for k:=1 to n-1 do
     for m:=k+1 to n do
       for l:=k+1 to n do
    a[m,l]:=a[m,l]-a[m,k]*a[k,l]/a[k,k];
   p:=1;
   for k:=1 to n do
    p:=p*a[k,k];
     writeln('get A=',  p);
 end.
```

3. Олинган натижалар ва уларнинг тащлили

Ю=оридаги алгоритмнинг ты\рилигини текшириш учун аввалги тажриба ишини бажаришда фойдаланилган системани олиб, унга мос щисобланиши керак былган детерминантни ёзиб оламиз.

$$\det A=\begin{vmatrix} 1.1 & 2.3 & 3.4 & -2.0 \\ 2.8 & -1.2 & -2.3 & -3.9 \\ 3.9 & 2.8 & -1.3 & 2.8 \\ 2.7 & -3.6 & 2.6 & 1.7 \end{vmatrix}$$

Алгоритмга мос щисоблаш дастурини ишлатишдан олинган натижа =уйидагича: det A=794.4342. Ю=ори тартибли детерминантни щисоблашнинг Гаусс усулига асосланган алгоритмнинг щисоблаш хатолиги =андай эканлигини текшириш учун ю=оридаги детерминантни биз аввал ырганган анъанавий- алгебраик тылдирувчилар ёрдамида щисобладик. Натижа: 794,4345. Щисоблаш хатолиги: 0,0001. Хатолик ми=доринининг унчалик катта эмаслиги алгоритм ва дастурнинг ты\рилигини ва ишлатиш учун яро=лилигини кырсатади. Тажриба иши вариантлари =уйиро=да умумий =илиб берилган.

?	***Назорат саволлари***

1) Матрица детерминантининг =андай былиши унга мос тенгламалар системаси ечимининг мавжудлигига бо\ли=ми?
2) Детерминантни щисоблашни =андай усулларини биласиз?
3) Ю=ори тартибли детерминантлар щисоблашнинг Гаусс усулига асосланган алгоритмининг мощияти =андай?
4) Детерминантлардан =андай масалаларни ечишда фойданалиш мумкин?

Берилган матрицага тескари матрицани щисоблаш

Ишдан ма=сад: Матрицанинг тескарисини топиш алгоритмини =уриш ва дастурини ёзишни ырганиш.

Режа:

1.Тескари матрицалар ща=ида =ис=ача назарий маълумотлар.
2.Тескари матрицани щисоблашнинг Жордан-Гаусс усулини ишчи алгоритми ва дастури.
3.Олинган натижаларни тащлил =илиш.

1.Тескари матрицалар ща=ида =ис=ача назарий маълумотлар.

Матрицалар математика курсининг энг кып ишлатиладиган объектларидан бири щисобланади. Чизи=ли алгебраик тенгламалар системаси, турли хил дифференциал тенгламаларни ечиш алгоритмлари, кып аргументли функциялар устида турли амалларни бажариш жараёни ва чизи=ли программалаш масалаларини ечиш алгоритмлари матрицалар устида турли амаллар бажариш ва тескари матрицаларни щисоблашларни ыз ичига олиши мумкин. Шунинг учун, матрицалар алгебрасининг дастурий таъминотини яратиш долзарб масалалардан щисобланади.

Матрицалар устида асосан =уйидаги амалларни бажариш мумкин:

1. Матрицаларни =ышиш ёки айириш($c_{i,j} = a_{i,j} \pm b_{i,j}$);
2. Матрицаларни ызгармасга кыпайтириш ($b_{i,j} = ka_{i,j}$)
3. Матрицаларни кыпайтириш

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$$

4. Матрица тескарисини топиш (A^{-1}=?)

Ю=оридагилардан кыриниб турибдики, матрицалар устидаги учта амал жуда осон амалга оширилиади, лекин тескари матрицани топиш алгоритми анча =ийинчиликлар щосил =илиши мумкин.

Олий математика курсида берилган А матрицанинг тескари матрицасини топиш (A^{-1}) =уйидагича амалга оширилади:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} A_{11} \; A_{21} \; \dots \; A_{n1} \\ A_{12} \; A_{22} \; \dots \; A_{n2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ A_{1n} \; A_{2n} \; \dots \; A_{nn} \end{bmatrix}$$

Бу ерда $A_{i,j}$ (i=1..n, j=1..n) –А матрицанинг алгебраик тылдирувчилари.

Маълумки, алгебраик тылдирувчилар ю=ори тартибли детерминантлар кыринишида былади. N^2 та n- тартибли детерминантларни щисоблаш алгоритми эса ыз навбатида жуда кып хисоблаш ва=тини талаб =илади. Шунинг учун тескари матрицани щисоблашнинг Гаусс усулига мослаштирилган Жордан-Гаусс усулидан фойдаланиш компьютер ресурсларидан о=илона фойдаланиш имконини беради.

2.Тескари матрицани щисоблашнинг Жордан-Гаусс усулини ишчи алгоритми ва дастури.

Бизга =уйидаги n тартибли, квадрат матрица берилган былсин,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Бу матрицага тескари матрицани A^{-1} деб белгиласак, у щолда

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$$

матрица мавжуд былиб,$A*A^{-1} = E$ шарт бажарилса (бу ерда E-бирлик матрица), A^{-1} матрица A матрицага тескари матрица дейилади.
Агар A матрицанинг щар бир устунини вектор деб олиб, $A*A^{-1} = E$ тенгликдан =уйидаги кыпайтмалар тузсак,

$$A^* \begin{pmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{21} \\ \vdots \\ \gamma_{n1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}; \quad A^* \begin{pmatrix} \gamma_{12} \\ \gamma_{22} \\ \vdots \\ \gamma_{n2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \dots \dots\dots \; \mathbf{A^*} \begin{pmatrix} \gamma_{1n} \\ \gamma_{2n} \\ \vdots \\ \gamma_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

тескари матрицанинг ноъмалум устун щадларига нисбатан n та тенгламалар системасига эга быламиз.

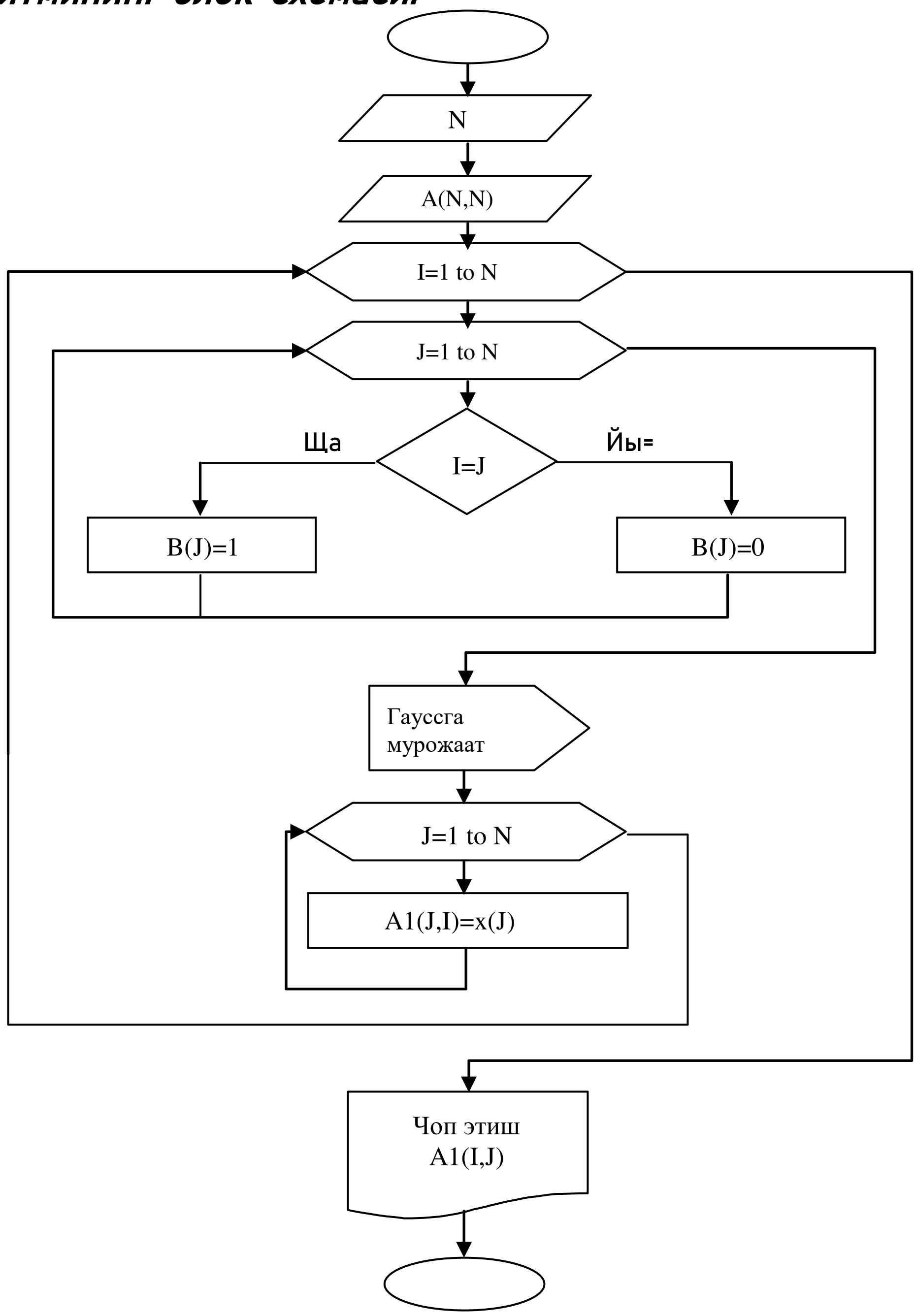
Маълумки, чизи=ли алгебраик тенгламалар ситемасини векторга кыпайтирсак вектор щосил былади, уни система щолида ёзсак,1-тенгликдан

$$\begin{cases} a_{11}\gamma_{11} + a_{12}\gamma_{21} + \dots + a_{1n}\gamma_{n1} \\ a_{21}\gamma_{11} + a_{22}\gamma_{21} + \dots + a_{2n}\gamma_{n1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}\gamma_{11} + a_{n2}\gamma_{21} + \dots + a_{nn}\gamma_{n1} \end{cases}$$

щосил былади.

Бу чизи=ли алгебраик тенгламалар системаларини Гаусс усули ёрдамида ечиб, тескари матрицанинг щадларини кетма-кет ани=лаймиз.

Усул алгоритмининг блок-схемаси:



Тескари матрица усулининг дастури

```
Program Teskari_mat;
const n=3;
type
  mat=array[1..n,1..n] of Real;
  Vec=array[1..n] of Real;
Var
  A,T,E:Mat;
  X,B:Vec;   i,j,K:Integer;
Procedure Gauss(a:Mat; b:Vec; n:byte;Var x:Vec);
var
   k,l,m,i:byte;    s:real;
```

```
begin
 for k:=1 to n-1 do
 begin
   for m:=k+1 to n do
   begin
     for l:=k+1 to n do a[m,l]:=a[m,l]-a[m,k]*a[k,l]/a[k,k];
     b[m]:=b[m]-a[m,k]*b[k]/a[k,k];
   end;
end;
 x[n]:=b[n]/a[n,n];
 for k:=n-1 downto 1 do
 begin
   s:=0;
   for i:=k+1 to n do s:=s+a[k,i]*x[i];
   x[k]:=(b[k]-s)/a[k,k];
  end;
end;
begin
  For I:=1 to n do For J:=1 to n do Readln(A[i,j]);
  For I:=1 to n do
    Begin
      For J:=1 to n do If i=j Then B[J]:=1 else B[J]:=0;
      Gauss(A,B,N,X);
      For J:=1 to n do T[J,I]:=X[J];
    End;
    For I:=1 to n do
   Begin
     For J:=1 to n do Write(T[i,j]:12:4);
      Writeln;
    End;
    Writeln('Tekshirish');
    for i:=1 to n do
    for j:=1 to n do
   begin
      e[i,j]:=0;
      for k:=1 to n do e[i,j]:=e[i,j]+a[i,k]*T[k,j];
    end;
    for i:=1 to n do
   begin
      for j:=1 to n do write(E[i,j]:8:4);
      writeln;
    end;
    readln;
end.
```

3. Олинган натижаларни тащлил =илиш.

Ю=оридаги алгоритмнинг ва дастур таъминотининг ты\рилигини текшириш учун =уйидаги матрицани мисол сифатида оламиз:

$$A=\begin{bmatrix} 1,1 & 2,3 & 5,5 & 2,3 \\ 3,3 & 1,3 & 1,8 & 3,1 \\ 2,6 & 4,3 & 1,1 & 1,7 \\ 1,1 & 3,8 & 2,9 & 2,7 \end{bmatrix}$$

Тескари матрицани топиш алгоритмига мос дастур таъминотини ишлатиб кыриб, =уйидаги тескари матрицани хосил =иламиз.

$$A^{-1}=\begin{bmatrix} 0,16 & 0,16 & 0,34 & -0,54 \\ -0,05 & 0,19 & 0,20 & 0,12 \\ 0,31 & -0,07 & 0,04 & -0,21 \\ -0,33 & 0,27 & -0,47 & 0,64 \end{bmatrix}$$

Олинган натижанинг ты\рилигини текшириш учун берилган матрицани тескари матрицага кыпайтириб кырдик. Натижада кыпайтма бирлик матрицадан иборат былди. Бу жараён дастурнинг текшириш =исмида ыз ифодасини топган. Бу эса алгоритм ва дастурнинг ты\рилигини ва ишлатиш учун яро=лилигини кырсатади.

?	***Назорат саволлари***

1) Тескари матрицани топишнинг =андай йылларини биласиз?
2) Тескари матрицани щисоблашнинг Гаусс усулига асосланган алгоритмнинг мощиятини тушунтириб беринг?
3) Тескари матрицанинг ты\ри щисобланганлигини =андай текшириб кыриш мумкин?
4) Тескари матрицадан =андай амалий масалаларни ечишда фойдаланиш мумкин?

2-Òàæðèáà èøè вариантëàðè.

+уйида берилган рационал коэффициентли тенгламалар системасини Гаусс усулида ечинг, система коэффициентларидан тузилган детерминантни щисобланг, система коэффициентларидан тузилган матрицага мос тескари матрицани топинг.

1. $$\left.\begin{array}{l} 1,4x_1 + 0,3x_2 - 0,4x_3 + 0,9x_4 = 1,3, \\ 0,6x_1 - 0,4x_2 + 1,3x_3 - 0,6x_4 = -0,4, \\ 0,8x_1 - 2,2x_2 - 0,5x_3 + 0,5x_4 = 0,6, \\ 0,3x_1 + 1,4x_2 + 0,6x_3 - 1,3x_4 = 0,9. \end{array}\right\}$$

2. $\left.\begin{array}{l} 7{,}5x_1-2{,}4x_2+4{,}1x_3+1{,}2x_4=9{,}9,\\ 7{,}1x_1+2{,}7x_2-1{,}4x_3+1{,}4x_4=6{,}9,\\ -1{,}8x_1-x_2+4{,}3x_3+1{,}3x_4=7{,}9,\\ 1{,}5x_1-3{,}4x_2+7{,}8x_3-1{,}8x_4=15{,}1. \end{array}\right\}$

3. $\left.\begin{array}{l} -3{,}1x_1+2x_2-4x_3+5x_4=4{,}9,\\ 2x_1-x_2+x_3+1{,}2x_4=-9{,}7,\\ x_1-3x_2-2x_3+2{,}7x_4=13{,}1,\\ 5x_1-x_2+3x_3+7{,}8x_4=10{,}6. \end{array}\right\}$

4. $\left.\begin{array}{l} 2{,}6x_1-3{,}1x_2+3{,}4x_3+2{,}5x_4=3{,}5,\\ 6{,}6x_1+9{,}9x_2-2{,}3x_3-0{,}1x_4=-4{,}3,\\ 10{,}1x_1+3{,}2x_2-3{,}7x_3-2{,}8x_4=3{,}8,\\ 8{,}9x_1+6{,}4x_2+1{,}1x_3+3{,}9x_4=-7{,}8. \end{array}\right\}$

5. $\left.\begin{array}{l} 3{,}5x_1+0{,}2x_2+3{,}8x_3-0{,}3x_4=0{,}8,\\ 4{,}5x_1+2{,}1x_2-0{,}1x_3-0{,}2x_4=1{,}1,\\ -2{,}1x_1+3{,}2x_2+0{,}2x_3-0{,}2x_4=0{,}2,\\ 3{,}2x_1+1{,}8x_2-3{,}2x_3+0{,}2x_4=0{,}1.. \end{array}\right\}$

6. $\left.\begin{array}{l} 1{,}1x_1+2{,}3x_2+5{,}5x_3+2{,}3x_4=7{,}9,\\ 3{,}3x_1+1{,}3x_2+1{,}8x_3+3{,}1x_4=2{,}6,\\ 2{,}6x_1+4{,}3x_2+1{,}1x_3+1{,}7x_4=10{,}6,\\ 1{,}1x_1+3{,}8x_2+2{,}9x_3+2{,}7x_4=9{,}3. \end{array}\right\}$

7. $\left.\begin{array}{l} 1{,}3x_1+3{,}2x_2+2{,}1x_3+3{,}3x_4=1{,}9,\\ 3{,}5x_1-4{,}1x_2-5{,}3x_3-2{,}5x_4=-4{,}7,\\ 2{,}8x_1+3{,}5x_2-7{,}6x_3-4{,}9x_4=-6{,}7,\\ 1{,}4x_1+2{,}8x_2+3{,}9x_3-1{,}8x_4=-4{,}8. \end{array}\right\}$

8. $\left.\begin{array}{l} 0{,}2x_1+0{,}8x_2-0{,}1x_3+0{,}2x_4=0{,}1,\\ 0{,}8x_1+1{,}1x_2+0{,}1x_3+1{,}1x_4=2{,}3,\\ -0{,}3x_1+0{,}1x_2+3{,}0x_3-2{,}0x_4=0{,}1,\\ 0{,}1x_1+1{,}1x_2+1{,}1x_3-1{,}3x_4=0{,}2. \end{array}\right\}$

9. $\left.\begin{array}{l} 1{,}1x_1+1{,}3x_2-6{,}3x_3-4{,}5x_4=6{,}3,\\ 3{,}9x_1-0{,}7x_2-6{,}8x_3-4{,}7x_4=2{,}7,\\ 2{,}8x_1+3{,}3x_2+9{,}1x_3+2{,}8x_4=6{,}9,\\ 3{,}1x_1+2{,}7x_2+3{,}4x_3-8{,}1x_4=-7{,}1. \end{array}\right\}$

10. $\left.\begin{aligned} 1{,}1x_1 + 2{,}3x_2 + 3{,}4x_3 - 2{,}0x_4 &= 6{,}5,\\ 2{,}8x_1 - 1{,}2x_2 - 2{,}3x_3 - 3{,}9x_4 &= 8{,}8,\\ 3{,}9x_1 + 2{,}8x_2 - 1{,}3x_3 + 2{,}8x_4 &= 4{,}1,\\ 2{,}7x_1 - 3{,}6x_2 + 2{,}6x_3 + 1{,}7x_4 &= -8{,}7. \end{aligned}\right\}$

11. $\left.\begin{aligned} 6{,}1x_1 - x_2 - x_3 + 1{,}5x_4 &= 7{,}6,\\ -x_1 + 6{,}3x_2 - x_3 + 5{,}7x_4 &= 3{,}9,\\ -x_1 - x_2 + 6{,}7x_3 + 3{,}4x_4 &= 4{,}6,\\ 2{,}2x_1 - x_2 + 3{,}1x_3 - 1{,}4x_4 &= 7{,}2. \end{aligned}\right\}$

12. $\left.\begin{aligned} 2{,}3x_1 - 1{,}1x_2 + 3{,}4x_3 + 2{,}6x_4 &= 4{,}3,\\ 3{,}4x_1 + 3{,}8x_2 + 3{,}6x_3 - 2{,}1x_4 &= 6{,}5,\\ 3{,}9x_1 - 0{,}3x_2 - 0{,}1x_3 + 2{,}3x_4 &= 6{,}3,\\ 3{,}1x_1 - 0{,}7x_2 + 3{,}8x_3 - 1{,}1x_4 &= 5{,}1. \end{aligned}\right\}$

13. $\left.\begin{aligned} -x_1 + 0{,}1x_2 - 2{,}1x_3 - 0{,}1x_4 &= 0{,}2,\\ 0{,}8x_1 + 0{,}2x_2 - 0{,}2x_3 - 0{,}8x_4 &= 1{,}4,\\ 0{,}3x_1 - 0{,}2x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}5x_4 &= 2{,}1,\\ 1{,}1x_1 + 3{,}1x_2 + 0{,}2x_3 - 1{,}1x_4 &= -0{,}1. \end{aligned}\right\}$

14. $\left.\begin{aligned} 0{,}7x_1 - x_2 + 3{,}2x_3 + 4{,}1x_4 &= 0{,}1,\\ x_1 + x_2 - 8{,}3x_3 + 2{,}4x_4 &= 10{,}2,\\ 3{,}8x_1 - 0{,}5x_2 - 2{,}4x_3 + 8{,}8x_4 &= 1{,}1,\\ 8{,}3x_1 + 7{,}3x_2 - 0{,}7x_3 + 10{,}1x_4 &= 9{,}2. \end{aligned}\right\}$

15. $\left.\begin{aligned} 2{,}1x_1 + 3{,}3x_2 - 0{,}7x_3 + 0{,}1x_4 &= 1{,}1,\\ 8{,}3x_1 + 12{,}1x_2 - 9{,}3x_3 + 8{,}7x_4 &= 3{,}3,\\ 4{,}8x_1 + 6{,}2x_2 + 3{,}4x_3 - 2{,}5x_4 &= 3{,}5,\\ 2{,}6x_1 + 3{,}7x_2 + 9{,}8x_3 - 7{,}6x_4 &= 3{,}4. \end{aligned}\right\}$

16. $\left.\begin{aligned} 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}2x_4 &= 0{,}1,\\ 0{,}3x_1 + 2{,}1x_2 + 3{,}4x_3 + 4{,}6x_4 &= 6{,}2,\\ 0{,}5x_1 + 3{,}3x_2 + 6{,}4x_3 + 10{,}1x_4 &= 8{,}3,\\ 0{,}2x_1 + 4{,}1x_2 + 10{,}3x_3 + 2{,}9x_4 &= 9{,}2. \end{aligned}\right\}$

17. $\left.\begin{aligned} x_1 - 6{,}3x_2 + 1{,}2x_3 - 5{,}9x_4 &= 7{,}1,\\ -3{,}8x_1 - 7{,}2x_2 + 2{,}4x_3 - x_4 &= 7{,}9,\\ 6{,}1x_1 - 5{,}6x_2 - 4{,}1x_3 + x_4 &= 9{,}4,\\ x_1 + 2{,}3x_2 - 0{,}7x_3 + 9{,}1x_4 &= 11{,}2. \end{aligned}\right\}$

18. $$\left.\begin{aligned} &2{,}2x_1 - 3{,}2x_2 + 1{,}2x_3 - 0{,}9x_4 = 0{,}5,\\ &1{,}5x_1 + 2{,}1x_2 - 0{,}5x_3 + 1{,}4x_4 = 1{,}5,\\ &0{,}9x_1 - 1{,}4x_2 + 0{,}6x_3 + 0{,}3x_4 = -0{,}1,\\ &0{,}5x_1 + 1{,}3x_2 - 0{,}6x_3 - 0{,}9x_4 = 0{,}4. \end{aligned}\right\}$$

19. $$\left.\begin{aligned} &4{,}1x_1 - 3{,}3x_2 + 2{,}4x_3 - 0{,}7x_4 = 8{,}1,\\ &3{,}2x_1 - 2{,}1x_2 + 0{,}5x_3 - 3{,}2x_4 = 7{,}2,\\ &2{,}4x_1 - 0{,}2x_2 + 0{,}1x_3 - 5{,}1x_4 = 6{,}3,\\ &5{,}3x_1 - 3{,}1x_2 + 0{,}3x_3 + 8{,}2x_4 = 1{,}1. \end{aligned}\right\}$$

20. $$\left.\begin{aligned} &3{,}1x_1 - 0{,}1x_2 + 1{,}1x_3 - 0{,}2x_4 = 1{,}1,\\ &-1{,}8x_1 + 1{,}1x_2 + 0{,}1x_3 - 0{,}8x_4 = 0{,}1,\\ &0{,}2x_1 - 2{,}1x_2 + 0{,}7x_3 - 1{,}7x_4 = 1{,}2,\\ &0{,}2x_1 + 0{,}2x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}3x_4 = 0{,}2. \end{aligned}\right\}$$

21. $$\left.\begin{aligned} &0{,}6x_1 + 0{,}8x_2 + 4{,}1x_3 + 5{,}2x_4 = 7{,}9,\\ &-3{,}2x_1 + 2{,}1x_2 - x_3 + 3{,}4x_4 = 1{,}9,\\ &-2{,}5x_1 + 3{,}9x_2 + 2{,}2x_3 - 1{,}3x_4 = 3{,}9,\\ &1{,}4x_1 - x_2 - 3{,}4x_3 - 1{,}6x_4 = 5{,}6. \end{aligned}\right\}$$

22. $$\left.\begin{aligned} &2{,}1x_1 - 0{,}1x_2 + 0{,}3x_3 - 0{,}3x_4 = 3{,}1,\\ &4{,}3x_1 - 2{,}3x_2 - 2{,}4x_3 + 3{,}3x_4 = 2{,}7,\\ &2{,}4x_1 - 0{,}1x_2 + 5{,}3x_3 - 6{,}1x_4 = 1{,}1,\\ &2{,}3x_1 - 0{,}4x_2 - 3{,}3x_3 + 4{,}3x_4 = 5{,}4. \end{aligned}\right\}$$

23. $$\left.\begin{aligned} &0{,}8x_1 + 0{,}7x_2 - 0{,}8x_3 + 4{,}2x_4 = 2{,}2,\\ &0{,}6x_1 - 0{,}8x_2 + 1{,}4x_3 - 0{,}6x_4 = 1{,}7,\\ &0{,}9x_1 + 0{,}8x_2 - 1{,}8x_3 + 0{,}9x_4 = -0{,}5,\\ &1{,}3x_1 - 0{,}5x_2 - 0{,}7x_3 + 1{,}2x_4 = 0{,}7. \end{aligned}\right\}$$

24. $$\left.\begin{aligned} &0{,}6x_1 + 1{,}1x_2 + 0{,}7x_3 + 0{,}03x_4 = 2{,}0,\\ &1{,}8x_1 + 0{,}9x_2 - 0{,}6x_3 + 0{,}7x_4 = 0{,}2,\\ &2{,}7x_1 - 0{,}8x_2 + 1{,}2x_3 - 2{,}4x_4 = 1{,}3,\\ &3{,}6x_1 + 0{,}2x_2 - 3{,}4x_3 - 1{,}2x_4 = 0{,}1. \end{aligned}\right\}$$

25. $$\left.\begin{aligned} &x_1 + 2{,}3x_2 + 3{,}4x_3 + 4{,}6x_4 = 5{,}6,\\ &2{,}7x_1 + 1{,}1x_2 + 2{,}7x_3 - 3{,}7x_4 = 1{,}9,\\ &-3{,}8x_1 + 2{,}8x_2 + 1{,}4x_3 + 2{,}8x_4 = 1{,}7,\\ &4{,}5x_1 + 3{,}9x_2 + 2{,}5x_3 + 1{,}6x_4 = -5{,}3. \end{aligned}\right\}$$

ТАЖРИБА ИШИ № 3

Мавзу: Уч ва беш диагоналли тенгламалар системалари. Диагоналли тенгламалар системаларни ечишнинг щайдаш усули

Ишдан ма=сад: Талабаларни амалий масалаларни ечишда кып =ылланиладиган чизи=ли алгебраик тенгламалар системаси, уларни ечиш усуллари, усулларнинг имкониятлари, махсус тенгламалар системаси, уни ечишнинг щайдаш усули билан таништириш, щайдаш усулига мос ишчи алгоритм ва дастур таъминоти яратиш малакасини щосил =илиш, натижаларни ташлил этиш.

1. Махсус тенгламалар системаси ва уни ечишнинг щайдаш усули ща=ида назарий маълумотлар.
2. Щайдаш усулининг ишчи алгоритми.
3. Щайдаш усулига мос дастур таъминоти.
4. Тажриба ишидан олинган натижалар ва уларнинг тащлили.
5. Тажриба ишига доир топшири=лар рыйщати.

1. Махсус тенгламалар системаси ва уни ечишнинг щайдаш усули ща=ида =ис=ача назарий маълумотлар.

Маълумки чизи=ли алгебраик тенгламалар системасини ечиш усуллари сонли усуллар орасида мущим ырин тутади. Чунки жуда кып амалий масалалар бундай системалларни ечиш билан бо\ли=. Агар тенгламалар системасини матрица щолида ифодаласак, у =уйидаги кыринишда булади

$$A \cdot x = B \tag{1}$$

Маълум щадлардан иборат матрица турли кыринишларда, масалан: симметрик, учбурчак, диагонал щолида былиши мумкин. Агар матрицада диагонал ва унга параллел былган иккита =ышни былган элементлари нолдан фар=ли, бош=а элементлар барчаси нолга тенг былса бундай матрица уч диагоналли деб аталади. Масалан =уйи тартибли, уч диагоналли матрицага =уйидаги мисолни келтиришимиз мумкин:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Беш диагоналли матрицалар учун щам худди шундай таърифни беришимиз мумкин.

Бундай махсус тенгламалар системасини ечиш учун ЧАТС ни ечишга мылжалланган ты\ри усуллар, масалан Гаусс усулини =ыллаш мумкин, биро= диагоналли системаларнинг тартиби жуда ю=ори былишлиги ва n^2 та коэффициентлардан фа=ат $3n+1$ тасигина 0дан фар=лилиги анъанавий усулларни =ыллашга имконият бермайди. Одатда система тартиби

$10\,000,\ 100\,000$ ларга тенг былиши мумкин. Биро= бу ноллар устида маъносиз амалларнинг бажарилишига ва компьютернинг щисоблаш ва=тини самарасиз сарфланишига сабаб былади. Шунинг учун бундай тенгламалар системасини ечишнинг алощида усуллари ишлаб чи=илган. Шундай усуллардан бири энг содда ва дастурлашга =улай, хатоликлар йи\илмаси щосил =илмайдигани: **щайдаш услидир**.

Усулнинг мощияти =уйидагича. Уч диагоналли тенгламалар системаси умумий щолда =уйидача берилган былсин:

$$\begin{cases} B_0 y_0 + C_0 y_1 = F_0 \\ A_i y_{i-1} + B_i y_i + C_i y_{i+1} = F_i \qquad\qquad i = \overline{1,\dots,n-1} \\ A_n y_{n-1} + B_n y_n = F_n \end{cases} \quad (2)$$

ёки

$$\begin{bmatrix} B_0 & C_0 & 0 & 0 \\ A_1 & B_1 & C_1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & A_n & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ \dots \\ F_n \end{bmatrix}$$

Система $y_0, y_1, \dots, y_n$ дан иборат $n+1$ номаълумли $n+1$ та тенгламадан иборат. Махсус диагоналли системаларни ечишга мылжалланган «щайдаш» усули икки бос=ичдан иборат:

- номаълумли коэффициентларни ани=лаш (ты\ри бос=ич);
- системанинг ечимларини ани=лаш (тескари бос=ич).

Биринчи бос=ичда (2) системанинг ечими =уйидаги кыринишда =идирилади:

$$y_i = \alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1} \quad (3)$$

бу ерда α_{i+1} ва β_{i+1} лар щозирча номаълум коэффициентлар.

Уларни топиш учун (3) тенгликдан щосил =илинган

$$y_i = \alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1}$$

ва

$$y_{i-1} = \alpha_i y_i + \beta_i$$

ифодаларни (2) системадаги тенгламалардан бирига =ыямиз:

$$A_i \alpha_i (\alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1}) + A_i \beta_i + B_i \alpha_{i+1} y_{i+1} + B_i \beta_{i+1} + C_i y_{i+1} = F_i$$

ёки

$$(A_i\alpha_i\alpha_{i+1}+B_i\alpha_{i+1}+C_i)y_{i+1}+(A_i\alpha_i\beta_{i+1}+A_i\beta_i+B_i\beta_{i+1}-F_i)=0$$

Бу чизи=ли ифода айнан 0 га тенг былиши учун y_i лар нолдан фар=ли эканлигини щисобга олиб, коэффициентлар айнан нолга тенг былиши керак дея оламиз:

$$\begin{cases} A_i+B_i\alpha_{i+1}+C_i\alpha_i\alpha_{i+1}=0 \\ B_i\beta_{i+1}+C_i\alpha_i\beta_{i+1}+C_i\beta_i-F_i=0 \end{cases}$$

Щосил =илинган тенгликлардан α_{i+1}, β_{i+1} номаълум коэффициентларни топиш унчалик =ийин эмас

$$\alpha_{i+1}=\frac{-C_i}{B_i+C_i\alpha_i}, \qquad \beta_{i+1}=\frac{F-A_i\beta_i}{B_i+A_i\alpha_i} \qquad i=\overline{1,\ldots,n-1} \tag{4}$$

Мазкур реккурент формуладаги барча α_{i+1} ва β_{i+1} ларни ани=лаш учун ёки бош=ача айтгандек рекурент формулани «юриши» учун дастлабки α_1 ва β_1 =ийматларни топишимиз керак. Бу =ийматларни топишимиз учун (2) тенгламалар системасидаги биринчи тенгламани щар иккала томонини B_0 коэффициентга быламиз ва y_0 ни топамиз:

$$y_0=-\frac{C_0}{B_0}y_1+\frac{F_0}{B_0}$$

Бош=а томондан

$$y_0=\alpha_1 y_1+\beta_1$$

ифодани щисобга олсак,

$$\alpha_1=-\frac{C_0}{B_0}, \qquad \beta_1=-\frac{F_0}{B_0}$$

эканлиги келиб чи=ади. α_1,β_1 =ийматлар маълум былгач, барча кейинги α_i,β_i лар (4) формулалар ёрдамида топилади. Бу жараён щайдаш усулининг ты\ри бос=ичини ташкил этади.

Иккинчи бос=ичда α ва β ларнинг =ийматлари ёрдамида (3) формула ёрдамида y_i ечимлар топилади. Лекин дастлаб реккурент формула учун дастлабки y_n =иймат топиб олинади. Бунинг учун (2) тенгламалар системасидаги

$$A_n y_{n-1}+B_n y_n=F_n$$

тенгламадан ва (3) тенгликнинг y_n учун ёзиб олинган

$$y_{n-1}=\alpha_n y_n+\beta_n$$

ифодаларидан фойдаланамиз, яъни уларни система деб =араб, бу системадан y_n ани=лаймиз:

$$y_n = \frac{F_n - A_n \beta_n}{A_n \alpha_n + \beta_n}$$

y_n щисоблангач,

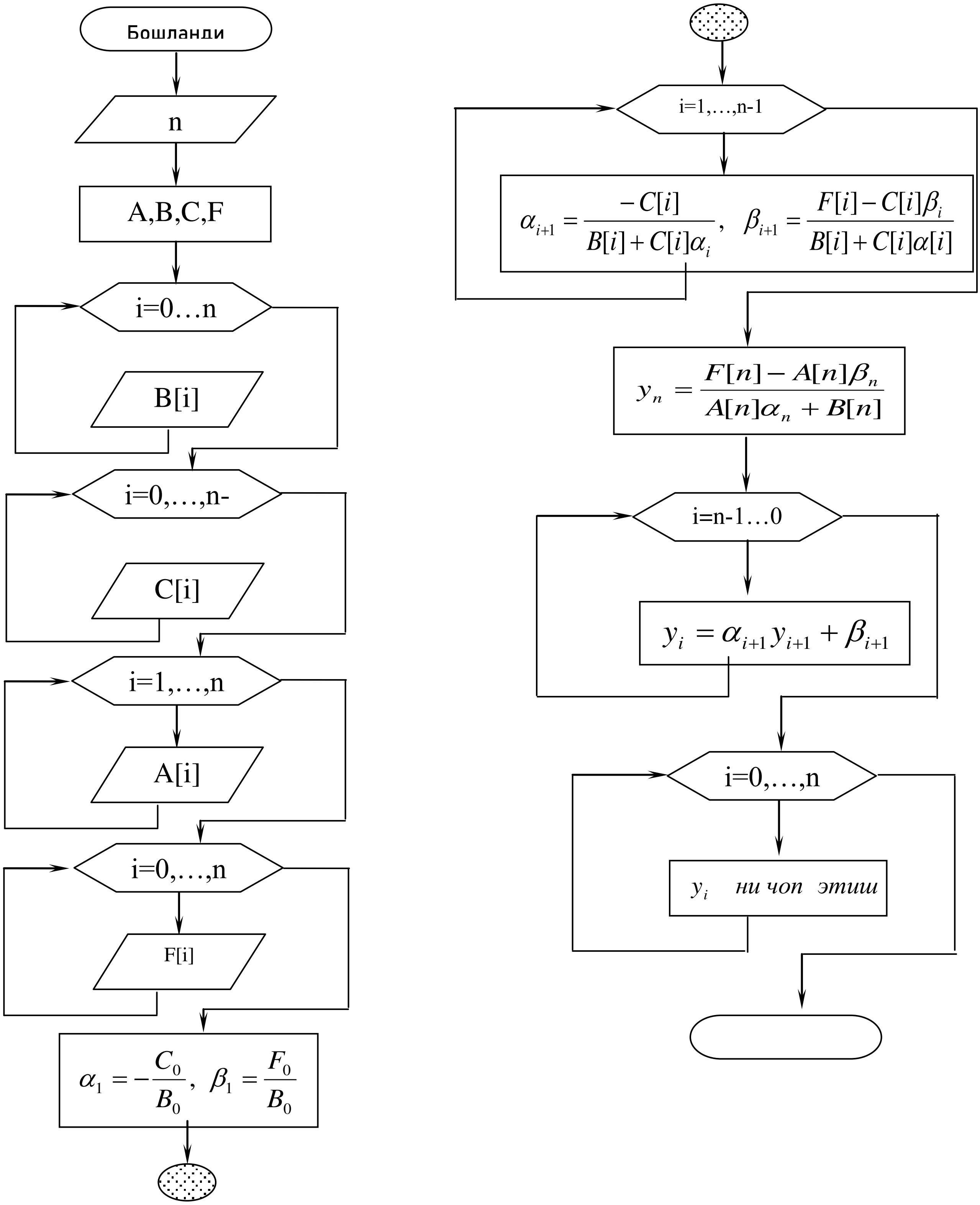
$$y_i = \alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1}$$

реккурент формула ёрдамида $i = \overline{n-1,0}$ =ийматларга мос барча =идирилаётган y_i лар щисобланади. Бу жараён i га нисбатан тескари тартибда былгани учун уни щайдашнинг тескари бос=ичи деб аталади.

Шундай =илиб биз, =ыйилган масалани яъни (2) кыринишдаги махсус тенгламалар системаси ечиш алгоритмини щосил =илдик.

Беш диагоналли тенгламалар системаси щам худди уч диагоналли махсус тенгламалар системаси каби кыринишга эга былади. Фа=ат унда диагоналлар сони бешта былади. Бундай махсус тенгламалар системасини щам щайдаш усулида ечиш ма=садга мувофи=. Бунда ечимни =идириш жараёни 2 та ызгарувчига бо\ли= былиб, тенгламадаги номаълумлар сони щам кыпро= былади.

Щайдаш усулига мос алгоритм блок схема



Тажриба ишидан олинган натижалар ташлили

Ишлаб чи=илган алгоритмнинг ва унга мос дастур таъминотининг ты\рилигини текшириш учун =уйидаги мисолни =арайлик:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Бу ерда $n=3$ га тенг. Демак, дастур учун киритиладиган A,B,C,F массив элементлари =уйидагича:

$$A = (6,1,1)$$
$$B = (2,1,2,4)$$
$$C = (3,5,3)$$
$$F = (1,2,0,5)$$

Массивлар учун керакли =ийматлар киритилиб, дастур таъминоти ишлатиб кырилганда олинган натижалар =уйидагича былади:

$$y_0 = 1,3889$$
$$y_1 = -0,5926$$
$$y_2 = -1,1481$$
$$y_3 = 0,9629$$

Олинган натижаларни ты\рилигини текшириш учун берилган тенгламалар системасига олинган =ийматларни =ыйиб текшириб кырамиз:

$$2*1,3889+3*(-0,5926)=2,7778-1,7778=1$$
$$6*1,3889+(0,5926)+5*(-1,1481)=8,328-6,3331=2$$
$$-0,5926+2*(-1,1481)+3*0,9629=-0,5926-2,2962+2,8887=0$$
$$1,1481+4*0,9629=1,1481+3,8516=5$$

Назорат саволлари

1. Тенгламалар системасини ечишнинг =андай усулларини биласиз?
2. Усулларнинг имкониятлари ща=ида нималар дея оласиз?
3. Щайдаш усулининг ызига хос хусусияти нимада?
4. Щайдаш усулига тегишли ты\ри бос=ичнинг мощиятини тушинтириб беринг.
5. Щайдаш усулига тегишли тескари бос=ичнинг мощиятини тушунтириб беринг.

Тажриба ишига доир вариантлар

Махсус тенгламалар системасининг тартиби $n=3$ былган щолни =араймиз, яъни:

$$\begin{bmatrix} B_0 & C_0 & 0 & 0 \\ A_1 & B_1 & C_1 & 0 \\ 0 & A_2 & B_2 & C_2 \\ 0 & 0 & A_3 & B_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

Коэффициентга мос =ийматларни =уйидаги жадвалдан олиб, щосил былган махсус тенгламалар системасини ***<u>щайдаш</u>*** усулини =ыллаб ечинг.

№	B_0	B_1	B_2	B_3	C_0	C_1	C_2	A_1	A_2	A_3	F_0	F_1	F_2	F_3
1.	5	4.1	6	7	1.2	2.3	3	-1	3	2.1	4.2	3	2	1
2.	6	5.2	9	4	2.4	5.3	5	7	8	7	1.8	1.5	4	3
3.	4	7	8	7	1.8	6	2.5	9	7	5	2.3	1	5.5	2.7
4.	8	9	7	5	2.3	5	2	4.2	-5.1	6	1	1.1	3.1	1.7
5.	5	4.2	-5.1	6	1	2	2.3	6	7	6	1.2	1	2	3
6.	4.1	6	7	6	1.2	3	1	9	4	1	3	2	1	1.2
7.	5.2	9	4	1	3	2	1.2	2	1.1	3.1	1.7	2.1	4.2	3
8.	7	8	7	2.4	5.3	5	1	2.1	1	2	3	1.4	2	1.5
9.	5	4.1	6	1.8	6	2.5	1.3	1	2	1.4	3	3.8	2	1
10.	6	5.2	9	2.3	5	2	3	2	1	4.1	1.8	2	1	1.2
11.	4	7	8	1	2	2.3	2	1	2	2	2.3	2.1	4.2	3
12.	8	9	7	7	1	2	1.8	4.2	-5.1	6	1	1.4	2	1.5
13.	8	9	7	9	2	1	2.3	6	7	6	1.2	3.8	2	1
14.	5	4.2	-5.1	4.2	-5.1	3	1	9	4	1	3	1.4	2	1.5
15.	4.1	6	7	6	2	2	1.2	1.2	2	2.3	2.3	3.8	2	1
16.	5.2	9	4	9	4	1	3	2	1	2.3	1.2	2	1	1.2
17.	4	7	8	7	2.3	3	1	9	4	1	1.4	2.1	4.2	3
18.	8	9	7	5	1	2	1.2	2	1.1	3.1	4.1	2.1	4.2	3
19.	5	4.2	-5.1	6	1.2	5	1	2.1	1	2	2	1.4	2	1.5
20.	4.1	6	7	6	3	2.5	1.3	1	2	1.4	6	3.8	2	1
21.	5.2	9	4	1	5.3	2	3	7	8	7	6	2	1	1.2
22.	7	8	7	2.4	6	2.3	2	9	7	5	1	2.1	4.2	3
23.	5	4.1	6	1.8	3	1	9	4	1	1	2	3.1	1.2	-1
24.	6	5.2	9	2.3	1.1	3.1	4.1	2.1	1	2	1.2	-2	2.3	1.2
25.	4	7	8	1	1	2	2	1.4	1.2	5	1	2	1	1.2
26.	8	9	7	7	2	1.4	6	3.8	3	2.5	1.3	2.1	4.2	3
27.	8.1	9	7	9	1.2	3.2	2	3	1.1	3.1	4.1	2.1	2.3	5.1
28.	7	8	7	2.4	1.1	3.1	4.1	2.1	1	2	2	1.4	1	1.2
29.	5	4.1	6	1.8	1	2	2	1.4	2	1.4	6	3.8	2	1
30.	6	5.2	9	2.3	2	1.4	6	3.8	7	6	2	1	1.2	3.1
31.	4	7	8	1	1.2	3.2	2	3	2	3	7	8	1.2	2
32.	4.6	9.5	2.3	8	1.1	3.1	4.1	2.1	3.1	4.1	2.1	1	2	3
33.	8	9	7	7	6	2.3	2	9	2	2	1.4	1.2	2.3	1.2
34.	8.1	9	7	9	3	1	9	4	1.4	6	3.8	3	1.2	2.3
35.	7	8	7	2.4	1.1	3.1	4.1	2.1	2.3	5.1	2.3	1.2	-1	-2

ТАЖРИБА ИШИ № 4

Жадвал функцияларни аналитик кыринишда ифодалаш усуллари

<u>Ишдан ма=сад:</u> ***Талабаларни амалий масалаларни ечишда кып ишлатиладиган функцияларни интерполяциялаш масаласи билан, энг кичик квадратлар усулига оид назарий маълумотлар ва дастур таъминоти билан таништириш.***

Режа:

1. *Функцияларни интерполяциялаш ва энг кичик квадратлар усули быйича назарий маълумотлар;*
2. *Энг кичик квадрадлар усули алгоритмининг блок-схемаси ва дастури;*
3. *Олинган натижалар тащлили;*
4. *Тажриба ишига доир топшири=лар ва назорат саволлари*

1.Функцияларни интерполяциялаш ва энг кичик квадратлар усули быйича назарий маълумотлар;

Интерполяция деганда эркли ызгарувчи ми=дор билан функциянинг дискрет ну=таларидаги мос =ийматлари орасида муносабати маълум былган щолда функционал бо\ланишнинг та=рибий ёки ани= аналитик ифодасини тузиш тушунилади.

Кыпинча турмушда кузатишлар ва тажрибалар ор=али эмпирик формулаларни келтириб чи=ариш мумкин.

Масалан, щароратнинг кытарилиши ёки аксинча пасайишини, симоб устунининг кытарилиши ёки пасайишига =араб билиш мумкин. Демак, щарорат билан симоб устини ыртасидаги чизи=ли бо\ланиш борлигини тажриба ор=али билиш мумкин.

Бундай масалаларни ечишда энг кичик квадратлар усулидан фойдаланамиз.

Энг кичик квадратлар усули биринчи марта 1874 йилда Гаусс томонидан ишлаб чи=илган былиб, айрим адабиётларда бу усул Гаусс усули деб аталади.

Энди энг кичик квадратлар усулининг мощияти билан танишиб чи=имиз.

Айтайлик, х эркли ызгарувчининг n та =иймати берилган былсин. X_1, X_2, X_3, ..., X_n унга мос функция =ийматлари Y_1, Y_2, Y_3, ... , Y_n былсин.

Демак, функция жадвал кыринишда берилган.

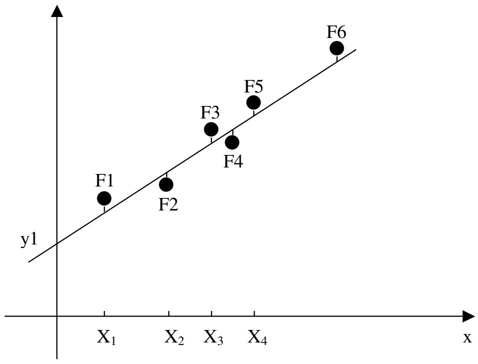
X	X_1	X_2	…	X_n
Y	Y_1	Y_2	…	Y_n

Жадвал функциянинг =ийматларини хоу декарт координата системасидаги =уйидаги ну=талар ор=али ифодалаш мумкин:

F_1 (X_1,Y_1)

F_2 (X_2,Y_2)...

Бу =ийматларга мос ну=таларни координата текислигида тасвирлайлик.



Демак, биз ана шу тажриба ыткaзиш натижасида щосил =илинган ну=талардан жуда кам фар= =иладиган y=ax+b функцияни кыришимиз керак(чизи=ли щол).

Умуман олганда бу функция квадратик, яъни $y=ax^2+bx+c$ ёки y=asinφx+bcosφx кыринишларда танлаб олиниши мумкин. Тажриба ну=таларининг жойлашиш щолатига =араб зарур кыринишдаги функциялар танлаб олинади.

Чизмада ясалган ты\ри чизи= билан бир ну=та орасидаги масофалар айирмасининг квадратларининг йи\индисининг хатолари минимум былсин:

$$Z(a;b)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))^2 \qquad \min z=?$$

Ушбу шарт бажарилиши учун, ноъмалум коэффицентлардан олинган хусусий хосилалар нолга тенг былиши керак, яъни $\frac{\partial z}{\partial a}=0; \quad \frac{\partial z}{\partial b}=0;$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))\cdot(-x_i)=0$$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))\cdot(-1)=0$$

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^{n}x_iy_i+a\sum_{i=1}^{n}x_i^2+b\sum_{i=1}^{n}x_i=0 \\ -\sum_{i=1}^{n}y_i+a\sum_{i=1}^{n}x_i^2+b\sum_{i=1}^{n} \quad =0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n}x_iy_i+b\sum_{i=1}^{n}x_i=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i \\ a\sum_{i=1}^{n}x_i+b\cdot n=\sum_{i=1}^{n}y_i \end{cases} \qquad (1)$$

керакли белгилашларни киритиб,

$$\begin{cases} c_{11}a+c_{12}b=p_1 \\ c_{21}a+c_{22}b=p_2 \end{cases}$$

тенгламалар системасини щосил =иламиз. Бу ерда:

$$c_{11}=\sum_{i=1}^{n}x_i^2,\ c_{12}=\sum_{i=1}^{n}x_i \quad p_1=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$$

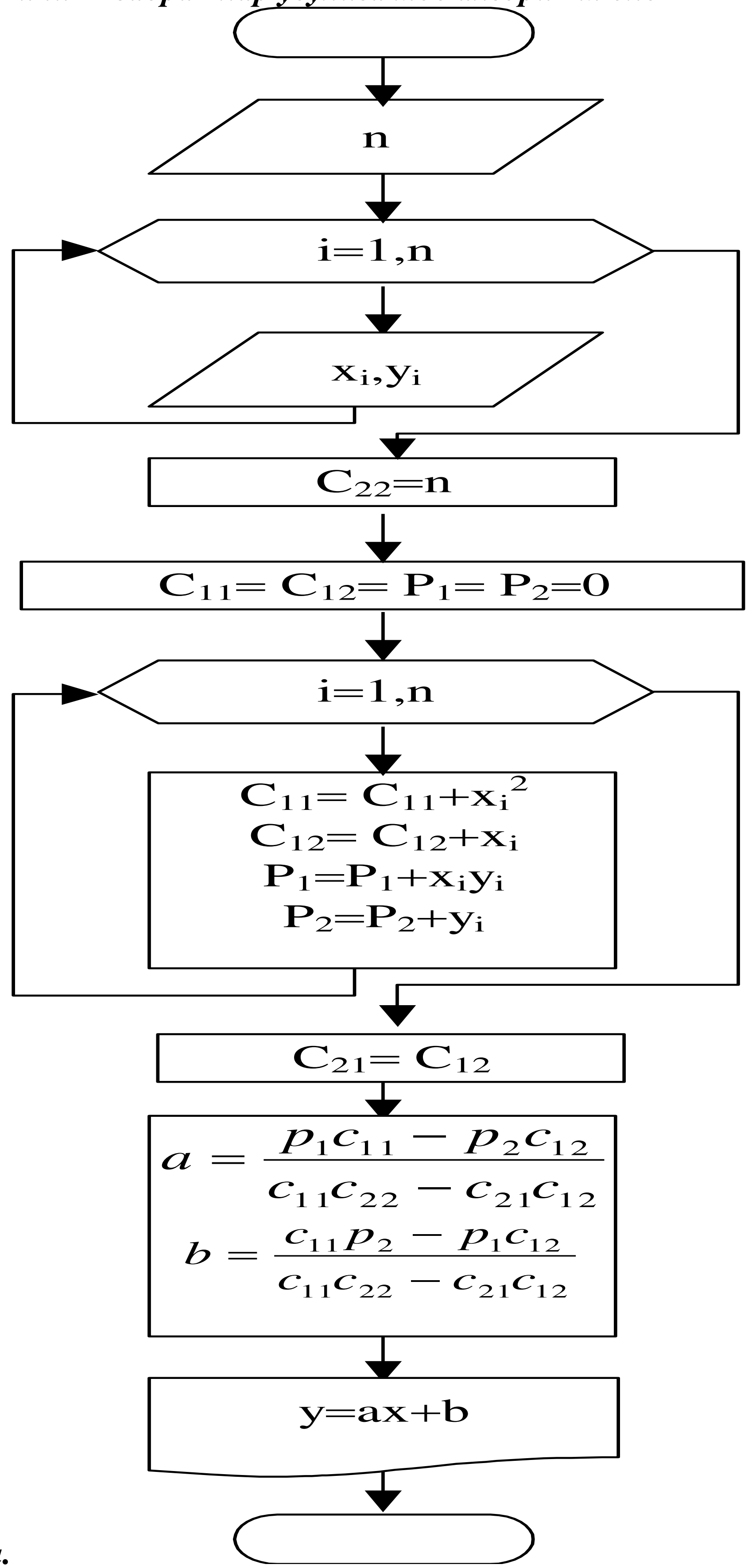
$$c_{21}=c_{12},\quad c_{22}=n,\quad p_2=\sum_{i=1}^{n}y_i$$

Икки номаълумли тенгламалар системасини Крамер усулида ечиш =улайро=, яъни

$$a=\frac{p_1c_{11}-p_2c_{12}}{c_{11}c_{22}-c_{21}c_{12}} \qquad b=\frac{c_{11}p_2-p_1c_{12}}{c_{11}c_{22}-c_{21}c_{12}}$$

(1) системадан а ва в топилгандан сынг $y=ax+в$ функцияни ифодасини щосил =иламиз. Энди щар =андай аргументнинг =ийматида функциянинг =ийматини щисоблаш мумкин былади.

Энг кичик квадратлар усулига мос алгоритм блок-



схемаси.

Алгоритмнинг дастур матни:

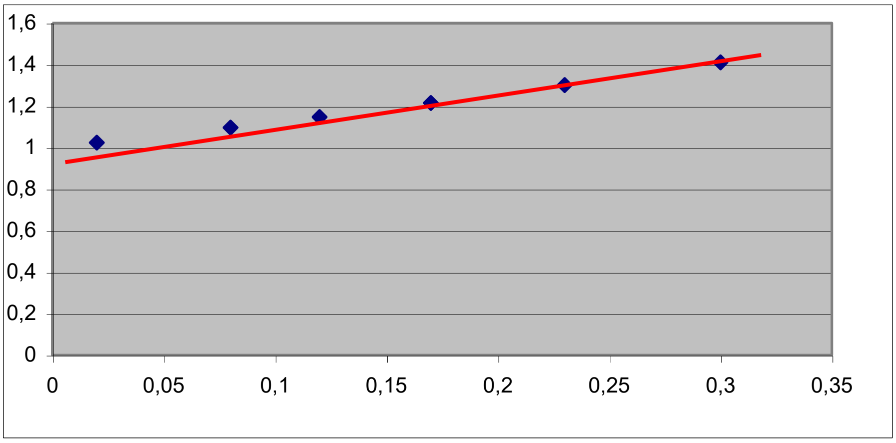
```
Program Kvaduzul;
const n=6;
  var x0,y0,a,b,c11,c12,c21,c22,p1,p2:real;
      x,y:array[1..6] of real;
begin
  write('Qaysi qiymat uchun hisoblaymiz');
  readln(x0);
 write('Massiv elementlarini kiriting');
 for i:=1 to n do
  readln(x[I],y[I]);
    c11:=0; c12:=0; p1=0; p2:=0;
 for I:=1 to n do
  begin
     c11:=c11+x[I]*x[I];
    c12:=c12+x[I];
    p1:=p1+x[I]*y[I];
    p2:=p2+y[I];
  end;
    a:=(p1*c11-p2*c12)/(c11*c22-c21*c12);
    b:=(c11*p2-p1*c12)/(c11*c22-c21*c12);
  writeln('a=',a,'b=',b);
    y0:=a*x0+b;
     writeln('y0=',y0);
end.
```

3. Олинган натижалар тащлили.

Ю=оридаги алгоритмларнинг ты\рилигини текшириш учун =уйидаги ну=таларга мос =ийматларни олайлик.

x	Y
0,02	1,02316
0,08	1,09590
0,12	1,14725
0,17	1,21483
0,23	1,30120
0,30	1,40976

Дастурни ишлатиб кыриш натижасида =уйида графиги тасвирланган чизи=ли функцияни щосил =илдик. Бунда a=2.26717, b=0.95105 га тенг былди.



Натижалардан кыриниб турибдики, щосил =илинган функция графиги берилган ну=таларга анча я=индир. Бу эса ишлаб ч=илган алгоритмлардан амалий масалалар ечишда фойдаланиш мумкинлигини кырсатади.

Тажриба ишига доир вариантлар:

X	Y	№	X	X	Y	№	X
0.43	1.63597	1	0.702	0.02	1.02316	2	0.102
0.48	1.73234	7	0.512	0.08	1.09590	8	0.114
0.55	1.87686	13	0.645	0.12	1.14725	14	0.125
0.62	2.03345	19	0.736	0.17	1.21483	20	0.203
0.70	2.22846	25	0.608	0.23	1.30120	26	0.154
0.75	2.35973			0.30	1.40976		

X	Y	№	X	X	Y	№	X
0.35	2.73951	3	0.526	0.41	2.57418	4	0.616
0.41	2.30080	9	0.453	0.46	2.32513	10	0.478
0.47	1.96864	15	0.482	0.52	2.09336	16	0.665
0.51	1.78776	21	0.552	0.60	1.86203	22	0.537
0.56	1.59502	27	0.436	0.65	1.74926	28	0.673
0.64	1.34310			0.72	1.62098		

X	Y	№	X	X	Y	№	X
0.68	0.80.866	5	0.896	0.11	9.05421	6	0.314
0.73	0.89492	11	0.812	0.15	6.61659	12	0.235
0.80	1.02964	17	0.774	0.21	4.69170	18	0.332
0.88	1.20966	23	0.955	0.29	3.35106	24	0.275
0.93	1.34087	29	0.715	0.35	2.73951	30	0.186
0.99	1.52368			0.40	2.36522		

X	Y	№	X	X	Y	№	X
1.375	5.04192	1	1.383	0.115	8.65729	2	0.1264
1.380	5.17744	7	1.392	0.120	8.29329	8	0.1315
1.385	5.32016	13	1.386	0.125	7.95829	14	0.1232

1.390 1.395 1.400	5.47069 5.62968 5.79788	19 25	1.393 1.386	0.130 0.135 0.140	7.64893 7.36235 7.09613	20 26	0.1334 0.1285

X	Y	№	X	X	y	№	X
0.150	6.61659	3	0.152	0.180	5.61543	4	0.1838
0.155	6.39989	9	0.161	0.185	5.46693	10	0.1875
0.160	6.19658	15	0.166	0.190	5.32634	16	0.1944
0.165	6.00551	21	0.154	0.195	5.19304	22	0.1976
0.170	5.82558	27	0.162	0.200	5.06649	28	0.2038
0.175	5.65583			0.205	4.94619		

X	Y	№	X	X	y	№	x
0.210	4.83170	5	0.212	1.415	0.888551	6	1.4179
0.215	4.72261	11	0.216	1.420	0.889599	12	1.4258
0.220	4.61855	17	0.223	1.425	0.890637	18	1.4396
0.225	4.51919	23	0.226	1.430	0.891667	24	1.4236
0.230	4.42422	29	0.224	1.435	0.892687	30	1.4315
0.235	4.33337			1.440	0.893698		

Назорат саволлари

1. Функцияни интерполяциялаш деганда нимани тушунасиз?
2. Функцияни интерполяциялаш масаласи =айси амалий жараёнларда учрайди?
3. Энг кичик квадратлар усулининг мощияти =андай?
4. Нима учун айнан «энг кичик квадратлар» дейилади?

ТАЖРИБА ИШИ № 5
Àíè= èíòåãðàëëàðíè ñîíëè щисобëàø àëãîðèòìè âà äàñòóðèíè ÿðàòèø

Èøäàí ìà=ñàä: Òàëàбàëàðãà àíè= èíòåãðàëëàðíè щисобëàø óñóëëàðèíè ыðãàòèø âà þçàëàðíè èíòåãðàëëàð ¸ðäàìèäà щисобëàø àëãîðèòìëàðè âà äàñòóðëàðèíè ÿðàòèø.

Èø ðåæàñè:

1.Ани= èíòåãðàëëàðíè ãåîìåòðèê ìàúíîñè âà óíè щèñîáëàø óñóëëàðè õà=èäà =èñ=à÷à ìàúëóìîòëàð;

2.Ани= èíòåãðàëëàðíè òы|ðè òыðòáóð÷àêëàð óñóëè áèëàí òà=ðèáèé щèñîáëàø àëãîðèòìè âà äàñòóðè;

3.Ани= èíòåãðàëíè òðàïåöèÿ óñóëè áèëàí òà=ðèáèé щèñîáëàø àëãîðèòìè âà äàñòóðè;

4.Ани= èíòåãðàëíè ïàðàáîëàëàð (Ñèìïñîí) óñóëè áèëàí òà=ðèáèé щèñîáëàø àëãîðèòìè âà äàñòóðè;

5. Îëèíãàí íàòèæàëàð âà óларíè òàщëèëè.

1.Ани= èíòåãðàëëàðíè ãåîìåòðèê ìàúíîñè âà óíè щèñîáëàø óñóëëàðè õà=èäà =èñ=à÷à ìàúëóìîòëàð.

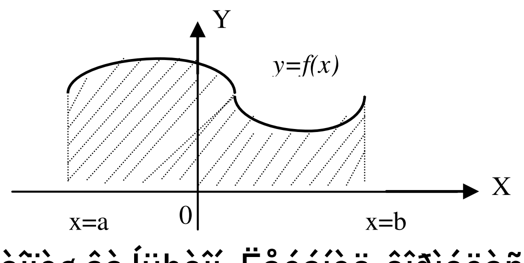
Маълумки,берилган функциянинг щосиласини топиш амали дифференциаллаш деб аталиб, унинг учун бошлан\ич функцияни топишдан иборат тескари амал интеграллаш деб аталади (латинча-untegrare-тиклаш деган маънони билдиради). Амалда кыпгина функцияларнинг бошлан\ич функцияларини формулалар билан щисоблаш имкони щамма ва=т щам былавермайди. Шунинг учун бу функцияларнинг ани= интегралларини баъзан та=рибий усуллар билан щисоблаш зарурияти ту\илади.

Ани= интегралларни та=рибий щисоблаш эгри чизи=ли трапециянинг юзи ща=идаги масаланинг геометрик ечими билан узвий бо\ли=дир. +уйидан ох ы=даги [a,в] кесма билан, ю=оридан мусбат =иймат =абул =иладиган у=f(x) узлуксиз функциянинг графиги билан, ён томонлардан х=a ва х=в ты\ри чизи=ларнинг кесмалари билан чегараланган фигурани эгри чизи=ли трапеция дейилади. [a,в] кесмани эса эгри чизи=ли трапециянинг асослари дейилади. Эгри чизи=ли трапециянинг юзини

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

билан ифодалаш мумкин. Ю=орида таъкидланганидек бошлан\ич функцияни интеграллаш =оидалари ва формулалар ёрдамида щисоблаш имкони былмаганда уни интеграл йи\индилар ёрдамида та=рибан щисобланади.

Aíè= èíòåãðàëíè щèñîáëàø ó÷óí èíòåãðàë îñòè ôóíêöèÿñèíèíã áîшëàí\è÷



ôóíêöèÿñèíè òîïèø âà Íüþòîí-Ëåéáíèö ôîðìóëàñèäàí ôîéäàëàíèø çàðóð:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Aíè= èíòåãðàëíè ãåîìåòðèê ìàúíîñè ю=оридаги øòðèõëàíãàí ñîщàíèíã þçàñèíè òîïèø äåìàêäèð.

Îäàòäà èíòåãðàë îñòèäàãè ôóíêöèÿíèíã áîøëàí\è÷ ôóíêöèÿñèíè òîïèø ìàòåìàòèê æèщàòäàí àí÷à =èéèí÷èëèê òó\äèðàäè, àéðèì ôóíêöèÿëàð ó÷óí ýñà áîøëàí\è÷ ôóíêöèÿíè òîïèøíèíã ìóòëà=î èëîæè éы=. Øóíèíã ó÷óí, êåðàê áыëãàí àíè=ëèêäà ани= èíòåãðàëëàðíè щèñîáëàø àëãîðèòìëàðèíèíã èøëàá ÷è=èëèøè âà äàñòóðëàðèíèíã ÿðàòèëèøè àêòóàë ìàñàëàëàðäàí щèñîáëàíàäè.

Àíè= èíòåãðàëларíè òà=ðèáèé щèñîáëàø ó÷óí àìàëäà =óéèäàãè óñóëëàðäàí êåíã ôîéäàëàíèëàäè:

1. ×àï âà ыíã òы\ðè òыðòáóð÷àêëàð;
2. Òðàïåöèÿ;

3. Ïàðàáîëàëàð (Ñèìïñîí).

2.Ани= èíòåãðàëëàðíè òы\ðè òыðòáóð÷àêëàð óñóëè áèëàí òà=ðè-áèé щèñîáëàø àëãîðèòìè âà äàñòóðè

Интеграл тарихан эгри чизи=лар билан чегараланган фигураларнинг юзини, хусусан эгри чизи=ли трапециянинг юзини щисоблаш муносабати билан келиб чи==ан. Трапециянинг асоси былган [a;b] кесмани $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ну=талар билан n та кесмаларга быламиз. У щолда былиниш орали\и узунлиги h=(b-a)/n формула билан ифодаланади. $x_0=a$ десак, $x_i=x_{i-1}+h$ ну=таларни белгилаб оламиз, бунда $i=1,2,3,\ldots n$. $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ ну=талардан чегаравий эгри чизи= билан кесишгунга =адар вертикал параллел ты\ри чизи=лар ытказамиз ва кесишиш ну=таларининг ординаталарини =уйидагича $y(x_1)$, $y(x_2)$, …, $y(x_i)$, … каби белгилаймиз. Щар бир орали=даги оординатаси узунлиги $y(x_i)$га тенг ты\ри тыртбурчакнинг юзаларини топамиз.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

n та ты\ри тыртбурчакнинг юзини =ышамиз:

$$S = h \cdot (y(x_1) + y(x_2) + y(x_3) + \ldots + y(x_n))$$

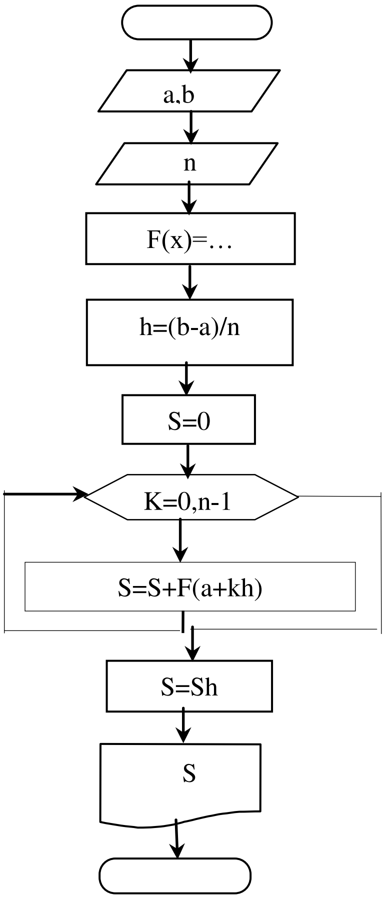
Юзаларни щисоблашда $k=1,2,\ldots n$ деб олсак, вертикал ты\ри чизи=ларга нисбатан ынг томондаги ты\ри тыртбурчаклар олингани учун ынг ты\ри тыртбурчаклар усулининг формуласи келиб чи=ади:

$$S = \int_b^a f(x)dx \approx h\left[f(a) + f(a+h) + \ldots + f(a+n\cdot h)\right] = h \cdot \sum_{k=1}^{n} f(a+kh)$$ $i=0,1,2,\ldots,n-1$ деб олсак,

вертикал ты\ри чизи=ларга нисбатан чап томондаги ты\ри тыртбурчаклар олингани учун чап ты\ри тыртбурчаклар усулининг фрмуласи келиб чи=ади.

$$S = \int_b^a f(x)dx \approx h[f(a+h) + \ldots + f(a+(i-1)h)] = h \cdot \sum_{k=0}^{n-1} f(a+kh);$$

Чàï ты\ðè òыðòáóð÷àêëàð óñóëèнинг ишчи алгоритми ó÷óí áëîê ñõåìà



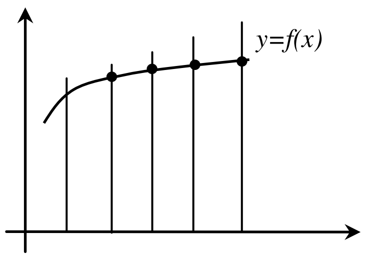
Àëãîðèòìíèíã pascal äàñòóðè

```
program Turtburchakli yuza;
var a,b,s, h:real;
n,k:byte;
function F(x:real):real;
begin F:=.... end;
begin  writeln ('a,b='); readln(a,b);
          writeln('n='); readln(n);
      h:=(b-a)/n;
      s:=0;
      for k:=0 to n-1 do
      s:=s+f(a+k*h);
      s:=s*h;
    writeln('íàòèæà=',s);
 end.
```

3.Ани= èíòåãðàëíè òðàïåöèÿ óñóëè áèëàí òà=ðèáèé щèñîáëàø àëãîðèòìè âà äàñòóðè;

Бу усулда щам ты\ри тыртбурчаклар усулидаги каби *[a,b]* кесмани $a = x_0, x_1, ..., x_n = b$ ну=талар билан n та тенг былакка быламиз. Щар бир тугун ну=талар орасидаги масофа *h=(b-a)/n* формула билан ани=ланади.

[a,b] кесмани былувчи ну=талардан чегаравий эгри чизи= билан кесишгунга =адар перпендикуляр ытказамиз. Эгри чизи= мос ну=таларинн\г ординаталарининг $y_0=f(x_0),\ y_1=f(x_1), \ldots,\ y_{n-1}=f(x_{n-1}),\ y_n=f(x_n)$ деб щисоблаб оламиз.



$a=x_0 \quad x_1 \quad x_2 \ \ldots \ b=x_n$

Перпендикулярларнинг $y=f(x)$ чизи= билан кесишган =ышни ну=таларини ватарлар билан бирлаштирамиз ва щосил =илинган щар бир ты\ри чизи=ли трапецияларнинг юзини топамиз:

$$\frac{y_0+y_1}{2}\cdot h; \quad \frac{y_1+y_2}{2}\cdot h; \quad \cdots \quad \frac{y_{n-1}+y_n}{2}\cdot h;$$

Барча n та трапеция юзини =ышамиз

$$S=h\left[\frac{y_0}{2}+y_1+y_2+\ldots+\frac{y_n}{2}\right]$$

Демак. Эгри чизи=ли трапециянинг юзи та=рибан =уйидагига тенг

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\ldots+y_{n-1}\right)$$

ёки $y_0=f(a),\ y_n=f(b),\ x_i=a+ih$ десак, трапеция усулининг ишчи фомуласи

$$S=\int_a^b f(x)dx = h\cdot\left[\frac{f(a)+f(b)}{\mathbf{2}}+\sum_{k=\mathbf{1}}^{n-\mathbf{1}} f(a+kh)\right]$$

былади.

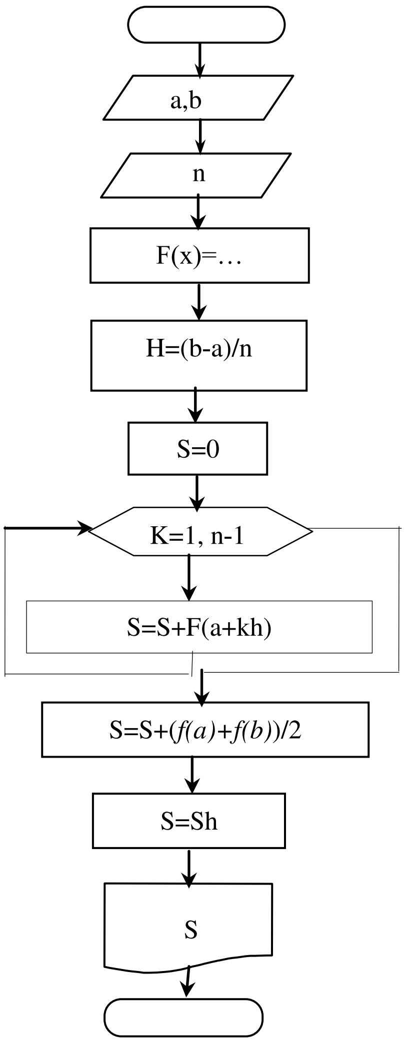
Ани= интегралларни та=рибий щисоблашнинг барча усулларида (a,b) интеграллаш орали\ини былинишлар сонини (nни)орттириш туфайли хатолик ми=дорини камайтириш мумкин, чунки былинишлар натижасида щосил былган юза =анчалик кичик былса, формула ор=али топаётган фигуранинг юзи эгри чизи=ли трапециянинг юзига шунчалик я=ин былади.

Àëãîðèòìè Pascal äàñòóðè

```
Program Trapetsia;
var a,b,h,S:real;
   n,k:byte;
  function f(x:real):real;
     begin f:= .... end;
  begin
   write('Îðàëè=íè êèðèòèíã,a,b=');
```

```
  readln(a,b);
    write('Áыëèíèøëàð ñîíè,n=');
  readln(n);
      h:=(b-a)/N;
      s:=0;
      for k:=1 to n-1 do
      s:=s+f(a+k*h);
      s:=s+(f(a)+f(b))/2;
      s:=s*h;
    writeln('Èíòåãðàë íàòèæàñè,s=',s);
end.
```

Трапеция усули алгоритмининг блок-схемаси.



4.Ани= èíòåãðàëíè ïàðàáîëàëàð (Ñèìïñîí) óñóëè áèëàí òà=ðè-áèé щèñîáëàø àëãîðèòìè âà äàñòóðè;

Àíè= èíòåãðàëíè Ñèìïñîí óñóëèäà щèñîáëàø, îðàëè=íè áыëèø (áыëèíèøëàð ñîíè æóôò áыëèøè êåðàê) íàòèæàñèäà õîñèë =èëèíãàí þçàëàðíè þ=îðèäàí ïàðàáîëàëàð áèëàí ÷åãàðàëàíãàí äåá ôàðàç =èëèíàäè âà áóíäàé þçàíè щисобëàø àíè= èíòåãðàëíè áîøëàí\è÷ ôóíêöèÿñèíè òîïèø щисобèãà àìàëãà îøèðèëàäè.

[а,в] кесмани узунлигини $h=(b-a)/2n$ га тенг былган 2n та жуфт былакка x_1, $x_2,\ldots,$ x_{2n-1} ну=талар ор=али ажратамиз. Бунда $[x_0,\ x_2],[\ x_2,\ x_4],\ldots,[\ x_{2n-2},\ x_{2n}]$ кесмалар хосил былади. Бу ерда $x_0=a$, $x_{2n}=b$ былади. Бу кесмаларнинг ырталари мос равишда x_1 ,x_3 ,…,x_{2n-1} ну=талар былади.У щолда асосий щисобланувчи интегрални

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_4} f(x)dx + \ldots + \int_{x_{2n-2}}^{x_{2n}} f(x)dx$$

интеграл йи\индига ажратамиз.

Щар бир $[x_{2i,}\ x_{2i+2}]$ (i=0 дан n-1 гача) кесмаларда $(x_{2i},\ Y_{2i})$, $(\ x_{2i+1},\ Y_{2i+1})$,$(\ x_{2i+2},\ Y_{2i+2})$ ну=талар ор=али щамма ва=т парабола ыtказиш мумкин,шу билан бирга бундай парабола $[x_{2i},y_{2i+2}]$ кесмада фа=ат битта былади. Ёрдамчи парабола билан чегараланган эгри чизи=ли трапеция юзи та=рибан берилган эгри чизи=ли трапециянинг юзига тенг, яъни

$$\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f(x)dx = \int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} (Ax^2 + Bx + C)dx$$

Параболага тегишли щар учта ну=та учун ю=оридаги тенгламани ёзамиз:

$$\begin{cases} Ax_{2i}^2 + Bx_{2i} + C = y_{2i} \\ Ax_{2i+1} + Bx_{2i+1} + C = y_{2i+1} \\ Ax_{2i+2} + Bx_{2i+2} + C = y_{2i+2} \end{cases}$$

Щосил былган A,B,C номаълумли учта тенгламалар системасини ечиб, A,B,C ларнинг =ийматини интеграл ифодага =ыйиб, интегрални щисоблаймиз. Щар бир кесмалар учун уларнинг =ийматини =ышиб, параболалар усулига мос формулани щосил =иламиз.

Уñóëíèíã èø÷è ôîðìóëàñè =óéèäàãè êыðèíèøäà ëçèëàäè:

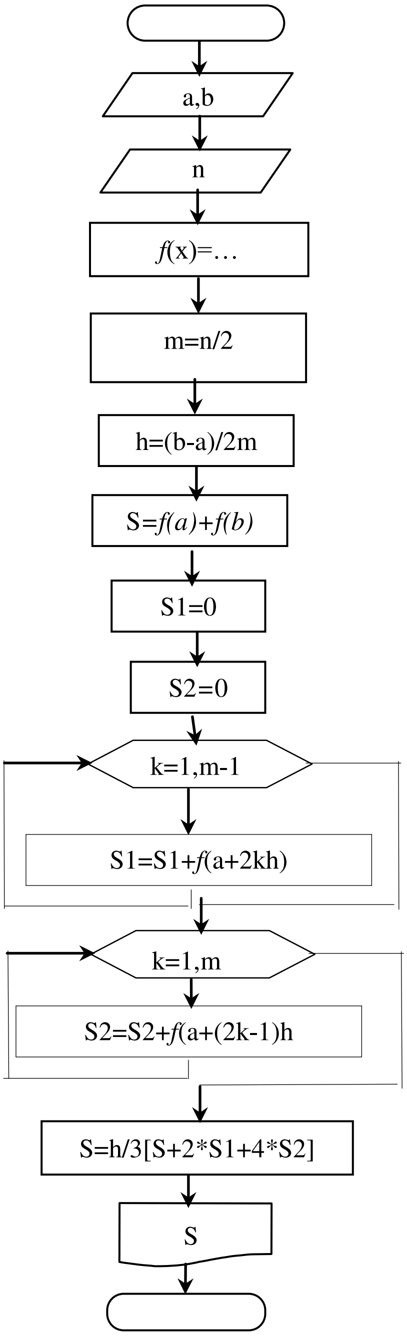
$$S = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + f(b) + 2\cdot\sum_{k=1}^{n} f(a+(2k-1)h) + 4\cdot\sum_{k=1}^{n} f(a+2kh) \right];$$

бу ерда   h=(b-a)/2n .

Àëãîðèòìíèíã Pascal äàñòóðè

```
Program Parabola;
var a,b,h,s,s1,s2:real;
k,m,n:byte;
function f(x:real):real;
begin f:=... end;
begin
write('a,b íè êèритèíã');  readln( a,b);
write('n='); readln(n);
m:=n*2; h:=(b-a)/m;   s:=f(a)+f(b); s1:=0; s2:=0;
for k:=1 to m-1 do s1:=s1+f(a+2*k*h);
for k:=1 to m do s2:=s2+f(a+(2*k-1)*h);
s:=h/3*(s+2*s1+4*s2);
writeln('s=',s);
end.
```

Ñèìïñîí (ïàðàáîëàëàð óñóëè) àëãîðèòìèíèíã áëîê ñõåìàñè.



5. Олинган натижалар ва уларнинг тащлили

Ишлаб чи=илган алгоритмларнинг ва яратилган дастурларнинг ты\рилигини текшириб кыриш учун тест мисолини танлаб олайлик ва унинг =ийматини ани=лайлик:

$$I=\int_0^1 (x^3+2x^2-x+5)dx=\frac{x^4}{4}+2\cdot\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+5x\Big|_0^1=$$

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+5=5+\frac{3+8}{12}-\frac{1}{2}=5+\frac{11}{12}-\frac{1}{2}=$$

$$=5+\frac{11-6}{12}=5\frac{5}{12}$$

Äåìàê, иíòåãðàëíèíã ани= =èéìàòè $5\frac{5}{12}$ ёки 5,41(6)ãà òåíã ýêàí.

Äàñòóð ишлаши учун çàðóð áыëãàí бошлан\ич =èéìàòëàð:

a=0, *b=1*

n=20

Берилган =ийматларни киритиб, ю=оридаги алгоритмлар асосида дàñòóð таъминотини ишлатиб кырамиз. Улардàí îëèíãàí íàòèæàëàð:

1) Òы\ðè òыðòáóð÷àêëàð óñóëèäà: s=*5,41566723*
2) Òðàïåöèÿ óñóëèäà: s=*5,4236673*
3) Ñèìïñîí óñóëèäà: s=*5,4166666*

Îëèíãàí íàòèæàëàðíèíã áàð÷àñè ани= å÷èìãà ÿ=èíäèð. Ëåêèí, óñóëëàðäàí ýíã ÿõøè íàòèæà áåðãàíè Ñèìïñîí óñóëè áыëñà, ýíã ëîïî íàòèæà òы\ðè òыðòáóð÷àêëàð óñóëèäàí îëèíäè. Ìàíòè=àí õàì îëèíãàí íàòèæàëàð ðîñòäèð. Демак, ю=орида берилган алгоритм ва дастурлар ты\ри, амалда ишлатиш учун яро=ли.

Òàæðèáà èøè вариантëàðè.

Ани= интегралларни ю=оридаги усуллар билан щисоблашни ташкил этинг ва натижалар сифатини оширишга эришинг.

1. а) $\int_{0,8}^{1,6}\frac{xsinxdx}{\sqrt{2x^2+1}}$ б) $\int_{0,6}^{1,4}\frac{cosx}{x+1}dx$
2. а) $\int_{1,2}^{2,4}\frac{dx}{\sqrt{0,5+x^2}}$ б) $\int_{0,4}^{12}\sqrt{x}\cdot\cos(x^2)dx$
3. а) $\int_{1,4}^{2,1}\frac{dx}{\sqrt{3x^2+1}}$ б) $\int_{0,8}^{1,2}\frac{\sin(2x)}{x^2}dx$
4. а) $\int_{0,2}^{1,2}\frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$ б) $\int_{1,2}^{2}\frac{lg(x+2)}{x}dx$
5. а) $\int_{0,8}^{1,4}\frac{dx}{\sqrt{2x^2+3}}$ б) $\int_{1,6}^{2,4}(x+1)\sin xdx$

6. а) $\int_{0,,4}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{2+0,5x^2}}$ б) $\int_{0,2}^{1} \frac{tg(x^{2;})}{x^2+1} dx$

7. а) $\int_{1,2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1,3}}$ б) $\int_{1,2}^{8,9} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx, h=0,77.$

8. а) $\int_{1,2}^{2,7} \frac{1}{\sqrt{x^2+3,2}} dx$ б) $\int_{0}^{3,4} \frac{\cos^2 x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx, h=0,17.$

9 а) $\int_{0,4}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{3+x^2}}$ б) $\int_{1}^{11} x\sqrt{1+2xdx}, h=1.$

10 а) $\int_{0,6}^{1,5} \frac{dx}{\sqrt{1+2x^2}}$ б) $\int_{0,4}^{0,8} \frac{\lg(x^2+0,5)}{1+2x^2} dx$

11. а) $\int_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+x+1}}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{x^2 ctg(x+2)}{x+3} dx$

12. а) $\int_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{\lg(x-1)}{\sin x} dx$

13. а) $\int_{0,8}^{1,6} \frac{ctgxdx}{\sqrt{4x^3-x}}$ б) $\int_{1,4}^{2.2} \frac{x+5}{tgx-2} dx$

14. а) $\int_{0,5}^{1,6} \frac{(x-5)dx}{\sqrt{x+\lg x}}$ б) $\int_{1,8}^{2,6} \sqrt{\frac{x\sin x}{x+2\lg x}} dx$

15. а) $\int_{0,8}^{1,8} \frac{x^4 dx}{\sqrt{x\lg x}}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{\lg(x-5)}{x^2-1} dx$

16. а) $\int_{2,4}^{3,6} \frac{(x+\ln x)dx}{\sin(x+1)}$ á) $\int_{1,2}^{2} \frac{\lg(x+2)}{x} dx$

17. а) $\int_{0,8}^{1,6} \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x+\lg x}}$ б) $\int_{1,6}^{2} \frac{tg(x-3)}{x-\sin x} dx$

18. а) $\int_{0,4}^{1,2} \frac{\sin x dx}{x\sqrt[3]{x+2}}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{\sin(x+1)}{x\sqrt{x+1}} dx$

19. а) $\int_{0,8}^{1,6} \frac{x\cos x dx}{\sqrt{x+5}}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{\sin(x+2)x}{3x} dx$

20. а) $\int_{0,8}^{1,6} \frac{(2+\ln x)dx}{x\sin(x+1)}$ б) $\int_{1,2}^{2,4} \frac{tg(x+2)}{x\ln x} dx$

21. а) $\int_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{\lg(x+2)}{x} dx$

22. а) $\int_{1,8}^{2,8} \frac{x^3-2\sin x dx}{\sqrt{x+1}}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{\cos(x+2)}{x^3 tgx} dx$

23. а) $\int_{1,2}^{1,8} \frac{\sqrt{x+5}dx}{\sin(x+2)}$ б) $\int_{1,2}^{2} \frac{2\lg x}{xtg(x-1)} dx$

24. а) $\int\limits_{1,2}^{1,8} \frac{x\sqrt{x+6}dx}{\sin x}$ б) $\int\limits_{1,2}^{2,2} \frac{x\lg(x+1)}{\cos x}dx$

25. а) $\int\limits_{0,8}^{1,6} \frac{\sin dx}{\sqrt{2ctgx+1}}$ б) $\int\limits_{1,2}^{2} \frac{tg(x+1)}{x\sin x}dx$

Назорат саволлари:

1) Юза ва щажмлар щисобида ани= интеграллардан =андай фойдаланилади?
2) Ани= интегралнинг геометрик маъноси =андай?
3) Ани= интегрални та=рибий щисоблаш зарурияти =аердан келиб чи=ади?
4) +андай та=рибий щисоблаш усулларини биласиз?
5) Ты\ри тыртбурчаклар усулининг мощиятини тушунтириб беринг?

6) Трапеция усулининг мощияти =андай?
7) Усулга оид ишчи формулаларни кырсатинг?
8) Та=рибий щисобнинг ани=лигини оширишнинг =андай имкониятлари мавжуд?
9) Симпсон усулининг мощияти =андай?
10) Усулга оид ишчи формулалар =андай щосил =илинади?
11) Симпсон усулида та=рибий щисобнинг ани=лиги бош=а усулларга =араганда ю=ориро= былади деган фикрга =ышиласизми?