МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ХИМИКО - ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА «ФИЗИКИ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ»

Курбанов Р.

Сборник лекций по физике

Часть - 1

(МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА, ЭЛЕКТРОСТАТИКА ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ)

ТАШКЕНТ 2010 г.

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов – бакалавров 1-2 курса обучающихся по направлению «Инженерное дело», «Охрана окружающей среды», «Профессиональное образование», «Химическая технология», «Технология переработки нефти и газа», «Технология деревообрабатывающей промышленности», «Биотехнология», «Технология пищевого производства», «Автоматизация и управление». Пособие составлено в соответствии с учебной программмой по общему курсу физики для технических учебных заведений и служит существенным дополнительным материалом к имеющимся учебникам по данным разделам физики.

В данном сборнике лекций кратко и в доступной форме изложены основные понятия и законы механики, молекулярной физики и термодинамики, а также электромагнетизма. Тшательный отбор материала и простой стиль изложения обеспечили небольшой объём пособия.

В начале каждой лекции приведены вновь изучаемые ключевые слова и основные физические термины. Для самоконтроля приведены контрольные вопросы. Обозначения и единицы физических величин приведены в системе СИ.

Рецензенты: д.ф.-м.н., проф. Касымжанов М.
к.ф.-м.н, доцент Холов А.

Дизайн и графическое оформление выполнены ассистентом кафедры «Физики и электротехники» Базаровым И. Т

Учебное пособие обсуждено и одобрено на заседании кафедры «Физики и электротехники» (протокол №___ от « 2 » ноября 2010г.) и рекомендовано к изданию научно-методическим Советом ТКТИ (протокол № __ от «____» ____________2010г.).

СОДЕРЖАНИЕ

1. Кинематика материальной точки.

План:

1. Система отсчета.
2. Радиус-вектор и траектория. Перемещения.
3. Скорость и ускорение.
4. Равномерное и равнопеременное прямолинейное движение.
5. Нормальное и тангенциальное ускорение.
6. Угловая скорость и угловое ускорение.

Ключевые слова: кинематика; материальная точка; система отсчета; радиус-вектор; траектория; путь; скорость; ускорение; угловая скорость; линейная скорость; угловое ускорение; частота; период.

1. ***Кинематикой*** называется раздел механики, в котором изучается движение тел без учета, каких либо воздействий на эти тела других тел или полей. Во многих случаях при рассмотрении движения тела можно пренебречь его размерами и формой. Такое тело называется ***материальной точкой.*** Например, при рассмотрении движения Земли вокруг Солнца земной шар, может быть принят как материальная точка. Положение материальной точки в пространстве в любой момент времени определяется относительно другого тела, условно принятого за неподвижное. Такое тело называется ***телом отсчета.*** С телом отсчета связывается система координат. Простейшей системой координат является ***прямоугольная декартовая*** система ***X, Y, Z*** (рис.1.1).

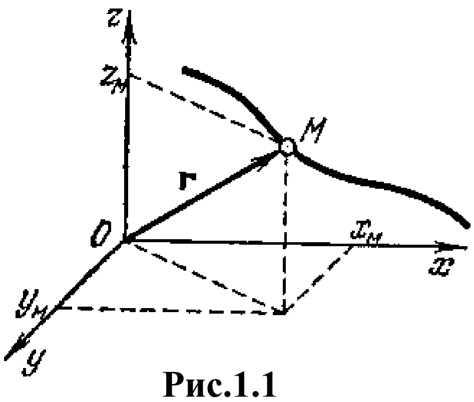


Рис.1.1

Совокупность тела отсчета и системы координат называют ***системой отсчета.***

Положение материальной точки ***M*** в системе координат определяется тремя координатами X_m, Y_m и Z_m .

2. Положение материальной точки ***M*** в пространстве может быть задано также ***радиусом-вектором*** $\bar{r}$, соединяющим начало координат с материальной точкой (рис. 1.1). При движении материальной точки ***M*** конец радиуса - вектора $\bar{r}$ описывает в пространстве некоторую линию. Линия, по которой движется точка, называется ***траекторией***.

Уравнение зависимости радиус-вектора движущейся точки от времени $r = r(t)$ или эквивалентная ему система уравнений $x = x(t)$, $y = y(t)$ и $z = z(t)$ называется ***уравнением движения точки.*** При движении точки положение ее радиуса-вектора в пространстве изменяется. Разность $\Delta r = r_2 - r_1$ характеризующая конечное (2) и начальное (1) положение точки в промежутке времени $\Delta t = t_2 - t_1$ называется ***перемещением*** (рис. 1.2). Проекции вектора перемещения на координатные оси могут быть выражены через разности координат его конца и начала: $\Delta r_x = \Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta r_y = \Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta r_z = \Delta z = z_2 - z_1$. Векторы складываются геометрически. Путь (S или ΔS) является скалярной величиной. Модуль Δr вектора перемещения в общем случае не равен пути ΔS. Только при прямолинейном движении $\Delta r = \Delta S$.

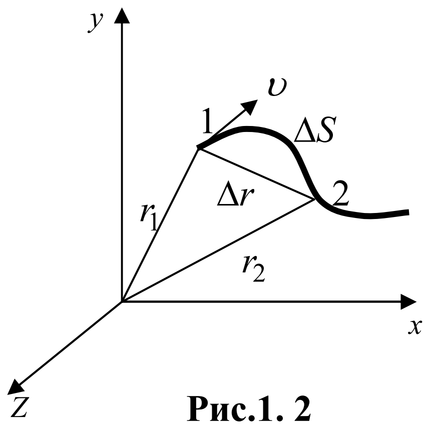


Рис.1. 2

3. ***Средней скоростью*** движения ϑ_{cp} называется векторная величина, равная отношению вектора перемещения Δr точки, к длительности промежутка времени Δt :

$$\bar{\vartheta}_{cp} = \Delta \bar{r} / \Delta t \qquad (1.1)$$

Мгновенной скоростью называется величина, равная пределу, к которому стремится средняя скорость, при бесконечном уменьшении Δt :

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} \qquad (1.2)$$

Скорость есть первая производная радиус-вектора по времени. Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории (рис. 1.2).

Средней скалярной скоростью называется отношение пути ΔS , пройденного за промежуток времени Δt :

$$\vartheta_{cp} = \Delta S / \Delta t \qquad (1.3)$$

При бесконечном уменьшении Δt значение скалярной скорости ϑ_{cp} совпадает со значением мгновенной скорости ϑ :

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \qquad (1.4)$$

Средним ускорением называется величина, равная отношению изменения скорости $\Delta \bar{\vartheta} = \bar{\vartheta}_2 - \bar{\vartheta}_1$ к длительности времени $\Delta t = t_2 - t_1$, в течение которого это изменение произошло:

$$a_{cp} = \Delta \vartheta / \Delta t \qquad (1.5)$$

При бесконечном уменьшении Δt , ускорение определяется как

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{\vartheta}}{\Delta t} = \frac{d\vartheta}{dt} \qquad \text{или} \qquad a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\right) = \frac{d^2 r}{dt^2} \qquad (1.6)$$

и называется мгновенным ускорением. Следовательно, ускорение можно определить как первую производную скорос-ти по времени, либо как вторую производную радиус-вектора по времени.

4. При равнопеременном прямолинейном движении ускорение остается постоянным и по модулю и по направлению (*a* = *const*). Если направление ***a*** совпадает с направлением скорости ϑ точки, движение называется ***равноускоренным.*** Если направления векторов *a* и ϑ противоположны, движение называется ***равнозамедленным.*** Если в момент начала отсчета времени скорость точки равна ϑ_0, а в момент времени *t* скорость ϑ_t , то ускорение точки равно

$$a = \vartheta_t - \vartheta_0 / t \qquad (1.9)$$

Из формулы (1.9) можно определить скорость, в момент времени *t*:

$$\vartheta_t = \vartheta_0 \pm at \qquad (1.10)$$

В (1.10) знак минус соответствует равнозамедленному движению. Когда тело останавливается ($\vartheta_t = 0$) , то из (1.10) получим ***время торможения:***

$$\vartheta_t = \vartheta_0 - at_{тор} = 0 \quad \text{или} \quad t_{тор} = \vartheta_0 / a \qquad (1.11)$$

Если известно время и средняя скалярная скорость $\vartheta_{ср} = (\vartheta_0 + \vartheta_t)/2$, то путь пройденный материальной точкой при равномерном движении:

$$S = \vartheta_{ср} t = \frac{\vartheta_0 + \vartheta_t}{2} \cdot t \qquad (1.12)$$

Подставляя вместо ϑ_t его значение из формулы (1.10), получим выражения:

$$S = \vartheta_0 t \pm at^2/2 \qquad (1.13)$$

В (1.13) знак минус соответствует равнозамедленному движению. Если в (1.13) поставим значение t из (1.9) то получим следующую формулу пути:

$$S = \frac{\vartheta_t^2 - \vartheta_0^2}{2a} \quad (1.14) \qquad S = \frac{\vartheta_0^2 - \vartheta_t^2}{2a} \quad (1.15)$$

Формула (1.14) соответствует равноускоренному, а (1.15) соответствует равнозамедленному движению. При равнозамедленном движении, когда тело останавливается $\vartheta_t = 0$, получаем формулу для определения тормозной пути:

$$S_{тор} = \vartheta_0^2 / 2a \qquad (1.16)$$

График зависимости пройденного пути по времени $S(t)$ для равноускоренного и равнозамедленного движения изображены на рис.1.3. Точка S_u соответствует тормозному пути, точка t_u времени торможения.

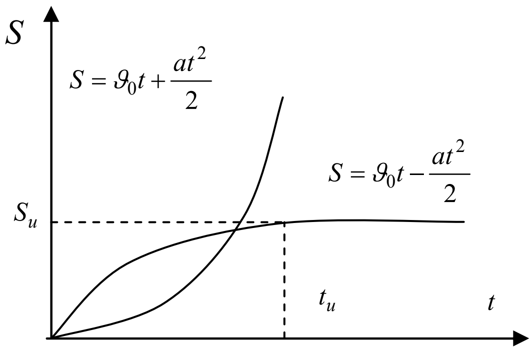


Рис.1.3

5. При криволинейном не равномерном движении вектор скорости непрерывно изменяется как по направлению, так и по модулю (рис. 1.4). В точке A скорость равен $\bar{\vartheta}_1$.В точке B скорость равен $\overline{\vartheta_2}$. Скорость $\overline{\vartheta_1}$ перенесем параллельно в точку B. Разность $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$ определяет полное изменение модуля скорости за время Δt .

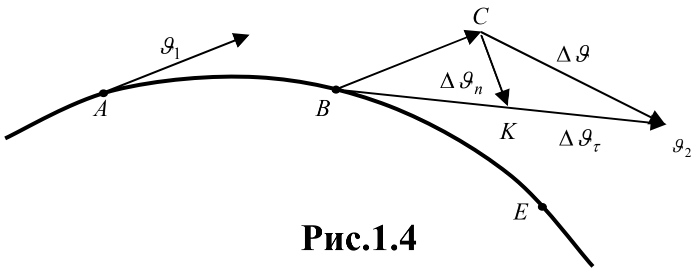


Рис.1.4

На ϑ_2 отложим отрезок BK равной по величине ϑ_1 и соединим точку C с точкой K. Отрезок $KD = |\vartheta_2| - |\vartheta_1| = \Delta\vartheta_\tau$ равен изменению скорости по модулю. Вектор $\overrightarrow{CK} = \Delta\overline{\vartheta_n}$ показывает изменение вектора скорости по направлению за тоже время Δt . Вектор полного изменения скорости $\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_n + \Delta\vartheta_\tau$ или с учетом (1.6):

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vartheta_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vartheta_\tau}{\Delta t} = a_n + a_\tau \qquad (1.17)$$

В выражении (1.7) первое слагаемое a_n, называется нормальным (центростремительным), а второе a_τ тангенциальным (касательным) ускорением. Поскольку вектор ускорения a_n направлен по радиусу кривизны траектории к центру кривизны, а вектор a_τ вдоль касательной к траектории, то a_n и a_τ взаимно перпендикулярны (рис. 1.5, а и б). Вектор a_τ направлен в сторону движения точки при увеличении ее скорости ($\Delta\vartheta > 0$) (рис. 1.5, а) и в противоположную сторону при уменьшении скорости ($\Delta\vartheta < 0$) (рис. 1.5, б). По теореме Пифагора, получаем формулу для определения модуля полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \qquad (1.18)$$

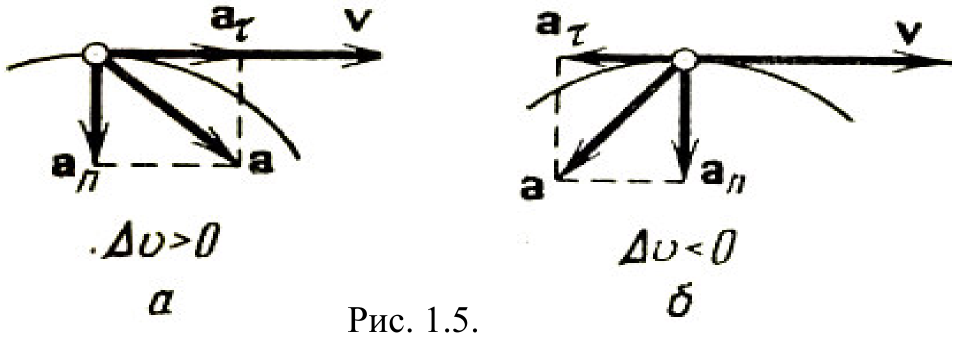


Рис. 1.5.

6. Вращательное движение является частным случаем криволинейного движения. При вращательном движении все точки тела описывают окружности. Если точка *1* (рис. 1.6), двигаясь по окружности за время Δt переместится на точку *2*, то положение точки характеризуется углом поворота $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, радиуса *R*, который отсчитывается от оси *OX*. Отношение угла поворота $\Delta\varphi$ ко времени Δt называется ***средней угловой скоростью:***

$$\omega_{ср} = \Delta\varphi / \Delta t \qquad (1.19)$$

Мгновенная скорость определяется как:

$$\omega = \lim_{t\to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \qquad (1.20)$$

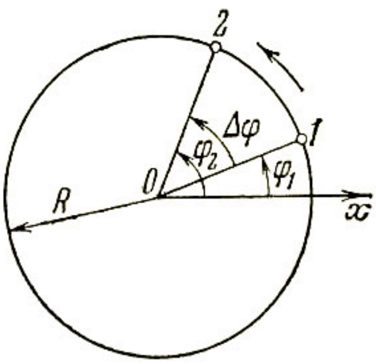


Рис.1.6

Если радиус вектор *R* за равные промежутки времени Δt поворачивается на равные углы $\Delta\varphi$, такое движение называется ***равномерным вращательным движением.*** Угловая скорость измеряется в радианах в секунду $[\omega] = рад/сек$. Время ***T*** в течении, которого точка совершит один полный оборот по окружности, называется ***периодом вращения****,* а величина ν, обратная периоду $\nu = 1/T$ ***частотой вращения.*** За один период угол поворота радиус-вектора равен 2π радиан, поэтому $2\pi = \omega T$, откуда $T = 2\pi/\omega$ или

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu \qquad (1.21)$$

При вращательном движении величина линейной скорости равна отношению длины дуги ΔS ко времени Δt, за которое эта дуга пройдена т.е.:

$$\vartheta = \Delta S/\Delta t \qquad (1.22)$$

Если точка делает один оборот *(t = T),* то она проходит путь равной длине окружности $\Delta S = 2\pi R$. Поэтому модуль линейной скорости:

$$\vartheta = 2\pi R/T \qquad \text{или} \qquad \vartheta = 2\pi R\nu \qquad (1.23)$$

Сравнивая (1.21) и (1.23) можно установить связь между ϑ и ω:

$$\vartheta = \omega R \tag{1.24}$$

При равномерном вращении со временем изменяется только направление скорости ϑ, а модуль остается неизменным. Поэтому нет тангенциального ускорения, а есть только нормальное ускорение:

$$a_n = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} \tag{1.25}$$

При малых углах $\Delta\varphi$ можно записать $\Delta\vartheta = \vartheta\Delta\varphi$. Учитывая, что $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ и $\omega = \vartheta/R$, для $\Delta\vartheta$ получим $\Delta\vartheta = \vartheta^2\Delta t/R$. Подставляя это значение в формулу нормального ускорения находим:

$$a_n = \vartheta^2/R \quad \text{или} \quad a_n = \omega^2 R = 4\pi^2 R\nu^2 \tag{1.24}$$

При неравномерном вращательном движении угол поворота радиуса R за любые равные Δt неодинаковы. Угловая скорость ω с течением времени изменяется. Это изменение характеризуется средним ***угловым ускорением***, которая, определяется выражением:

$$\varepsilon_{cp} = \Delta\omega/\Delta t \tag{1.25}$$

Если угловая скорость $\Delta\omega$ за одинаковые промежутки времени Δt изменяется одинаково ($\Delta\omega_1 = \Delta\omega_2$ и т.д.) то $\varepsilon = const,$ что соответствует равнопеременному вращательному движению.

Угловым (мгновенным) ускорением вращающегося тела называется физическая величина, определяемая выражением:

$$\varepsilon = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \tag{1.26}$$

При возрастании угловой скорости вращательное движение называется ***равноускоренным,*** а при убывании ***равнозамедленным.***

С учетом (1.20) выражение (1.26) можно написать в виде:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \tag{1.27}$$

Следовательно, угловое ускорение можно определить как вторую производную угла поворота по времени. Тангенциальная составляющая ускорения

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon R \tag{1.28}$$

В случае равнопеременного движения точки по окружности, угловая скорость ω и угол поворота φ определяется следующими формулами:

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t\,, \qquad \varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2/2 \tag{1.29}$$

В (1.29) знак плюс соответствует равноускоренному, а знак минус соответствует равнозамедленному вращательному движению.

Контрольные вопросы.

1.Что такое траектория, путь и перемещение? Что такое скорость, ускорение?
2. Как вычисляется нормальное, тангенциальное и полное ускорение?
3. Запишите формулу скорости и пути при равнопеременном движении.
4. Что называется угловой и линейной скоростью вращательного движения?
5. Дайте определение понятиям частоты и периоду вращения.
6. Что такое угловое ускорение при неравномерном вращательном движении?

2. Динамика материальной точки

План

1. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.
2. Понятие силы. Масса и плотность тела.
3. Второй закон Ньютона.
4. Третий закон Ньютона.

Ключевые слова: инерция; инерциальная система отсчета; сила; масса; плотность; инертная масса; центр массы; равнодействующая сила.

1. В динамике рассматривается влияние взаимодействий между телами на их механическое движение. Задача динамики состоит в определении положения тела в произвольный момент времени по известным начальному положению тела, начальной скорости и силам, действующим на тело. Динамика основывается на трех законах Ньютона.

Первый закон Ньютона: ***Всякое тело сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешние воздействия не изменяют этого состояния.*** Свойство тел сохранять в отсутствии внешних воздействий состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется ***инерцией.*** Поэтому первый закон называется также законом инерции.

Системы отсчета, в которых тело покоится или движется прямолинейно и равномерно, называются ***инерциальными системами отсчета.*** При инерциальном движении скорость тела не изменяется с течением времени ни по направлению, ни по модулю ($\vartheta = const$) .

Системы отсчета, в которых тело не сохраняет скорость движения неизменной, называются ***неинерциальными системами отсчета.*** Например, на столике внутри вагона лежит шарик. В неподвижном вагоне относительно Земли и стенки вагона шарик сохраняет состояние покоя. Когда поезд начинает ускоренно двигаться, шарик, оставаясь в покое относительно Земли, приобретает ускорение относительно стенки вагона. В этом случае на основании первого закона Ньютона, невозможно объяснить движение шарика в системе отсчета связанной с вагоном. Значит система отсчета связанная с вагоном, является неинерциальной системой.

2. Состояние тела изменяется за счет внешних воздействий. Для оценки внешних воздействий вводится понятие сила. ***Сила*** – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей.

Сила полностью определена, если заданы ее модуль, направление и точка приложения в телу. Прямая, вдоль который направлен вектор силы, называется линией действия силы. В результате действия силы данное тело изменяет скорость движения (приобретает ускорение) или деформируется. На основании этих опытных фактов производится измерение сил. Например, для измерения силы применяются приборы - динамометры, в которых используют упругую деформацию пружины. Сила обозначается буквой ***F.*** В механике также рассматриваются гравитационные силы (силы тяготения) и две разновидности электромагнитных сил – силы упругости и силы трения.

Если на материальную точку или тело одновременно действуют несколько сил (F_1, F_2, ...F_n), то они могут быт заменены одной силой F_Σ, называемой равнодействующей силой и равной их сумме $F_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} F_i$.

Свойства тела сохранять свою скорость в отсутствии взаимодействия с другими телами называется ***инертностью.*** Физическая величина, являющаяся мерой инертности материальной точки или мерой инертности тела в поступательном движении, называется ***инертной массой.***

Масса характеризует и еще одно свойство тел – их способность взаимодействовать с другими телами в согласии с законом всемирного тяготения. В этих случаях масса выступает как мера гравитации, или мера тяготения, и ее называют ***гравитационной массой.*** В современной физике с высокой степенью точности установлена тождественность значений инертной и гравитационной масс данного тела. Поэтому их не различают и говорят просто о массе тела. Масса обозначается буквой ***m***.

В механике Ньютона считается, что: ***а) масса тела не зависит от скорости его движения; б) масса тела равна сумме масс всех частиц (или материальных точек), из которых оно состоит; в) для данной совокупности тел выполняется закон сохранения массы: при любых процессах, происходящих в системе тел, ее масса остается неизменной.***

Впоследствии выяснилось, что масса тела существенно увеличивается, когда его скорость приближается к скорости света в вакууме. А. Эйнштейн в специальной теории относительности показал, что масса движущегося тела зависит от скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\vartheta / c)^2}} \tag{2.1}$$

где m_0 – масса покоящегося тела; ϑ- скорость тела; c – скорость света в вакууме.

Согласно (2.1) масса тела возрастает с увеличением скорости и при $\vartheta \to c$ масса тела $m \to \infty$. Зависимость массы от скорости наблюдается экспериментально при изучении движений микрочастиц (электронов, протонов и др.) со скоростями близкими скорости света. Однако макроскопические тела не достигают таких скоростей. Скорость самых быстрых ракет в мире не превышает ***12 км/с.*** При таких скоростях массу можно считать постоянной.

Для несимметричных твердых тел пользуются понятием ***центр массы.*** Центром масс (центром инерции) системы материальных точек называется точка, радиус- вектор ***r*** которая определяется выражением

$$r_ц = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} m_i \tag{2.2}$$

где m_i – масса i – й материальной точки, r_i – ее радиус- вектор, n – число материальных точек. Центр массы является точкой, в которой может считаться сосредоточенной масса тела при его поступательном движении. В СИ за единицу массы принят килограмм ***(кг).***

Тела, имеющие одинаковый объем, но изготовленные из различных веществ, имеют различную массу. Чтобы сравнивать свойства инертности или тяготения тел из различных веществ, вводят понятие плотности тела.

Средней плотностью тела называется физическая величина, равная отношению массы ***m*** тела к его объему ***V:***

$$\rho_{cp} = \frac{m}{V} \quad (2.3)$$

Плотность ρ тела в данной точке равна пределу отношения массы Δm к элементарному объему ΔV при его бесконечном уменьшении:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (2.4)$$

Если тело однородно, то $\rho = \rho_{cp} = m/V$.

3. Основным законом динамики поступательного движения является второй закон Ньютона. Этот закон отвечает на вопрос, как изменится механическое движение тела под действием приложенных к телу внешних сил. Опыты показывают, что при воздействии на одно и тоже тело различных сил, ускорение пробретаемое телом всегда пропорционально величине приложенной силы:

$$a \approx F(m = const) \quad (2.5)$$

При действии одной и той же силы на тела с различными массами их ускорения оказались различными. Чем больше масса тела, тем больше их инертность и тем меньше ускорение оно приобретает, т. е. :

$$a \approx 1/m\,(F = const) \quad (2.6)$$

Используя выражения (2.5) и (2.6), можем написать следующую формулу

$$a = F/m \quad (2.7)$$

Соотношение (2.7) выражает второй закон Ньютона: ***Ускорение, приобретаемое материальной точкой в инерциальной системе отсчета, прямо пропорционально действующей на тело силе F, и обратно пропорционально массе тела m, и по направлению совпадает с направлением силы.***

Из (2.7) можно определить величину приложенной к телу силы:

$$F = ma \quad (2.8)$$

Выражение (2.8) в механике называют динамическим уравнением движения тела. Уравнения (2.7) и (2.8) второго закона Ньютона справедливы в инерциальной системе отсчета для тел, масса которых не изменяется в течении времени действия постоянной силы.

Выражения (2.8) можно преобразовать также следующим образом

$$F = ma = m\frac{d\vartheta}{dt} \quad (2.9)$$

Так как в классической механике масса тела величина постоянная, в (2.9) ее можно внести под знак производной:

$$F = d\,(m\,\vartheta)/dt \quad (2.10)$$

Величина равная произведению массы тела на ее скорости называется количеством движения (импульсом) этого тела

$$p = m\vartheta \quad (2.11)$$

Подставляя (2.11) в (2.10) получим

$$F = dp/dt \quad (2.12)$$

Выражения (2.12) утверждает, что скорость изменения импульса тела равна действующей на тело силе F.

В СИ за единицу силы принимается ***Ньютон (Н)*** – сила, которая теле с массой в ***1 кг*** сообщает ускорение ***1*** $м/с^2$**:** ***1Н=1 кг·1*** $м/с^2$**.**

Если на материальную точку или тело одновременно действует несколько сил, то каждая из них сообщает точке ускорения, как будто других сил не было. Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач.

На рис. 2.1 показано схема разложения силы $F = ma$ на два компонента – на тангенциальную силу F_τ (направлена по касательной к траектории) и нормальную силу F_n (направлена по нормали к центру кривизны). Используя выражения $a_\tau = d\vartheta/dt$ и $a_n = \vartheta^2/R$, а также $\vartheta = R\omega$, получим:

$$F_\tau = ma_\tau = m\cdot\frac{d\vartheta}{dt}; \qquad F_n = ma_n = m\vartheta^2/R = m\omega^2 R \tag{2.7}$$

Общая сила F находится исходя из теоремы Пифагора

$$F = \sqrt{F_\tau^2 + F_n^2} \tag{2.8}$$

4. Третий закон Ньютона: ***При механическом воздействии два тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю, противоположными по направлению, и направленными вдоль одной прямой*** (рис. 2.2). Здесь $\boldsymbol{F_{12}}$ – сила действующая со стороны первого тела ко второму телу; $\boldsymbol{F_{21}}$ - сила действующая со стороны второго тела к первому телу. Знак минус в этом уравнении указывает на противоположную направленность векторов сил.

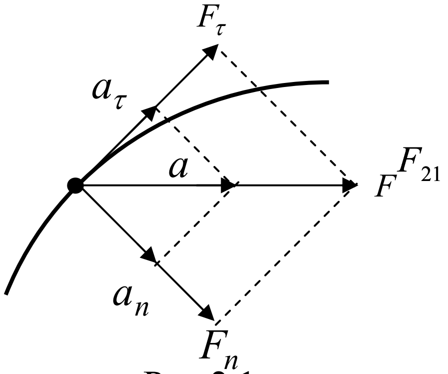


Рис.2.1

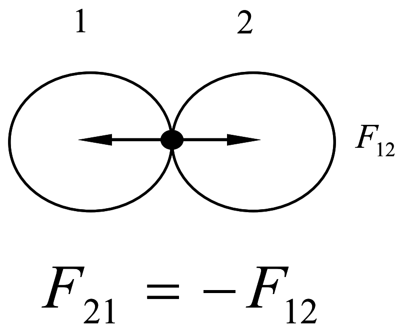


Рис.2.2

Третий закон Ньютона отражает факт равноправия взаимодействующих тел. Силы $\boldsymbol{F_1}$ и $\boldsymbol{F_2}$ приложены к разным точкам и могут взаимно уравновешиваться только в том случае, когда обе точки принадлежат одному и тому же абсолютно твердому телу.

Контрольные вопросы

1.Что такое инерциальные и неинерциальные системы отсчета?

2. Что такое сила? Дайте определение единице измерения силы.

3. Дайте определение понятиям «масса» и «плотность» тела.

4. Сформулируйте второй и третий законы Ньютона.

5. Что такое принцип независимости действия сил?

3. Виды сил в природе. Закон сохранения импульса

План

1. Импульс силы. Закон сохранения импульса.
2. Виды сил в природе. Закон Всемирного тяготения.
3. Силы тяжести. Вес. Невесомость.
4. Силы упругости и трения.

Ключевые слова*:* импульс; импульс силы; закон сохранения импульса; гравитационное и электромагнитное взаимодействие; сильное и слабое взаимодействие; силы упругости; силы трения; сила тяжести; вес; невесомость; абсолютное удлинение; относительное удлинение; механическое напряжение; модуль Юнга; внешнее трение; внутреннее трение; трение покоя; трение скольжения; трение качения.

1. Второй закон Ньютона можно представить в общем виде, с учетом двух понятий – импульс тела (количество движения) и импульс силы. Как уже отмечалось, импульсом тела p называется вектор, равный произведению массы тела m на его скорость ϑ. Модуль импульса определяется формулой:

$$p = m\vartheta \tag{3.1}$$

Импульсом силы $F\Delta t$ называется вектор, равный произведению силы F на время Δt действия этой силы. Подставив в формулу второго закона Ньютона $F = ma$, значение ускорения $a = \Delta\vartheta/\Delta t$, получаем

$$F = m\,\Delta\vartheta/\Delta t \quad \text{или} \quad F\Delta t = m\Delta\vartheta \tag{3.2}$$

Следовательно, второй закон Ньютона можно сформулировать так: ***импульс силы, действующий на тело, равен изменению импульса (количества движения) тела за тот же промежуток времени.***

Если рассматривается движение под действием изменяющейся силы, то когда $t \to 0$ сила вычисляется по формуле

$$F = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta(m\vartheta)}{\Delta t} = \frac{dp}{dt} \tag{3.3}$$

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, масса и скорость которых соответственно равны $m_1, m_2,\ldots m_n$ и ϑ_1, $\vartheta_2,\ldots\vartheta_n$. Второй закон Ньютона для каждого из n тел системы имеет вид:

$$\frac{d(m_1\vartheta_1)}{dt} = F_1' + F_1$$

$$\frac{d(m_2\vartheta_2)}{dt} = F_2' + F_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{d(m_n\vartheta_n)}{dt} = F_n' + F_n$$

где F' - внутренние силы взаимодействия тел системы, а - F_n равнодействующая внешних сил, приложенных к данному телу системы. Сложив, левые и правые части этих уравнений, имеем:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 + ... + m_n\vartheta_n) = F_1' + F_2' + ... + F_n' + F_1 + F_2 + ... + F_n$$

или
$$\frac{dp}{dt} = F'_{\sum внут} + F_{\sum внеш}$$

где dP - изменение суммарного импульса системы за время Δt. Геометрическая сумма внутренних сил системы по третьему закону Ньютона, равна нулю, поэтому можно записать:

$$dp\ /dt\ =\ F_{\sum\ внеш} \qquad (3.4)$$

т.е. изменение суммарного импульса механической системы определяется суммой внешних сил. Если система замкнута, то $F_{\sum внеш} = 0$ и

$$dp/dt = 0 \quad \text{или} \quad p = const \qquad (3.5)$$

В этом заключается закон сохранения импульса для замкнутой системы тел: с***уммарный импульс замкнутой системы тел с течением времени не изменяется.***

Импульс механической системы может быть выражен через ее центр. Так как $P = m\vartheta_c$, где ϑ_c - скорость центра масс, то для замкнутой системы тел

$$p = m\vartheta_c = const \qquad (3.6)$$

откуда $\vartheta_c = const$, т.е. центр масс замкнутой системы тел либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.

2. В современной физике известно четыре вида сил взаимодействия: а) ***гравитационное взаимодействие***, возникающее между всеми телами, в соответствии с законом всемирного тяготения; б) ***электромагнитное взаимодействие***, возникающее между телами или частицами, обладающими электрическими зарядами; в) ***сильное взаимодействие (ядерные силы),*** существующие между частицами, из которых состоят ядра атомов; г) ***слабое взаимодействие,*** характеризующее процессы превращения некоторых элементарных частиц. В задачах механики учитываются гравитационные силы (силы тяготения) и две разновидности электромагнитных сил – ***силы упругости*** и ***силы трения.***

Закон всемирного тяготения: ***между телами действуют силы взаимного притяжения, прямо пропорциональные массам этих тел, и обратно пропорциональные квадрату расстояния между ними***.

Модуль силы тяготения определяется выражением:

$$F\ =\ \gamma\,\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (3.7)$$

где $\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}\ н \cdot м^2/кг^2$ - гравитационная постоянная, m_1 и m_2 - массы тел, r - расстояние между телами. Гравитационные силы являются потенциальными силами.

Если Землю рассматривать как однородный шар с радиусом *R,* а все тела на поверхности как материальные точки, то сила тяготения тела к Земле

$$F_{тяг}\ =\ \gamma\,\frac{mM}{R^2} \qquad (3.8)$$

где m-масса тела, M-масса Земли, R- радиус Земли. Под действием силы тяги $F_{тяг}$, согласно второму закону Ньютона, все тела движутся с ускорением g свободного падения. Таким образом, на всякое тело действует сила

$$F_{тяг} = P = mg\,, \tag{3.9}$$

называемая силой тяжести. Приравнивая (3.8) и (3.9) получим:

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} \tag{3.10}$$

При известных значениях γ и ускорения свободного падения g, выражение (3.10) позволяет вычислить массу Земли:

$$M = \frac{gR^2}{\gamma} \tag{3.11}$$

Сила тяжести и ускорение свободного падения уменьшаются при удалении от поверхности Земли. Например, на высоте h над поверхностью Земли сила тяжести и ускорение свободного падения определяются выражениями:

$$P = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2} \quad (3.12) \qquad g = \gamma \frac{M}{(R+h)^2} \quad (3.13)$$

В физике также пользуются понятием вес тела. ***Весом тела называют силу, с которой тело, вследствие тяготения к Земле, действует на опору или на подвес.*** Вес тела проявляется только в том случае, если тело движется с ускорением, отличным от g вследствие действия других сил.

Представим, что тело подвешено через подвес на потолок лифта (рис. 3.1). При этом на тело действуют две силы: P - сила тяжести и P'- вес, с которым тело, вследствие тяготения к Земле, действует на подвес (рис. 3.1а). Если лифт, а значит и тело, получит ускорение a направленное вверх, то равнодействующая сил P и P', согласно второму закону Ньютона, сообщает телу ускорение:

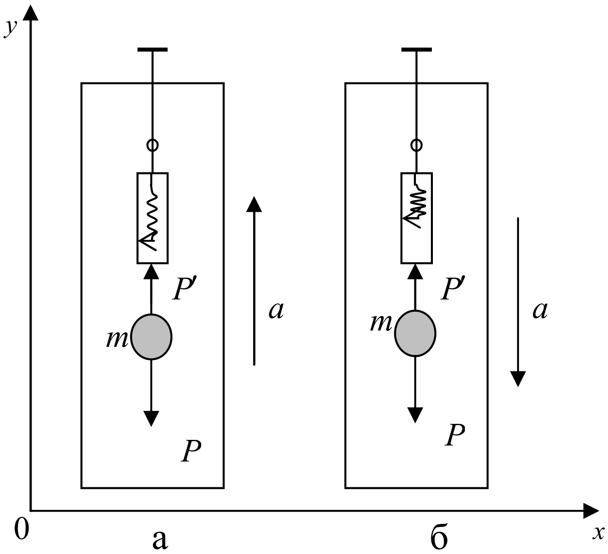


Рис.3.1

$$P' - P = ma$$

отсюда вес

$$P' = P + ma = m(g+a) \tag{3.14}$$

Таким образом, вес тела, а значит, и сила реакции со стороны подвеса, при движении тела с ускорением вверх, больше, чем сила тяжести. Если лифт (тело) движется с ускорением a, направленным вниз (рис. 3.1б), то согласно второму закону Ньютона $P - P' = ma$, отсюда:

$$P' = P - ma = m(g-a) \tag{3.15}$$

т.е. вес тела уменьшается. Если лифт (тело) движется вниз с ускорением $a = g$, то вес тела согласно (3.15), будет равным нулю $P' = 0$. ***Состояние тела, когда вес равен нулю, называется невесомостью.*** Такое явление наблюдается в космических кораблях.

4. Силы, возникающие при упругой деформации тел, называются ***силами упругости***. ***Деформацией*** называется изменение формы и объемов тел под воздействием внешних сил. В большинстве задач рассматриваются одномерные деформации растяжения или сжатия. Закон Гука для растяжения (сжатия): ***Упругая сила, возникающая при растяжении (сжатии) прямо пропорциональна вектору удлинения (сжатия) и противоположна ему по направлению:***

$$F = -k\Delta l \tag{3.16}$$

где k- коэффициент упругости. При приложении силы F на стержень длиной l_0 и площадью поперечного сечения S, он удлиняется на величину $\Delta l = l - l_0$ (рис.3.2). Величина Δl называется абсолютным удлинением. Отношение

$$\varepsilon = \Delta l / l_0 \tag{3.17}$$

называется относительным удлинением (сжатием).

Сила, действующая на единицу площади поперечного сечения, называется ***механическим напряжением:***

$$\delta = F / S \tag{3.18}$$

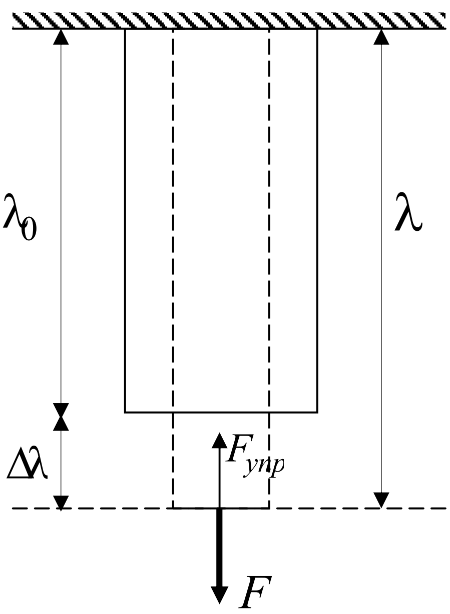


Рис.3.2

Экспериментально установлено, что механическое напряжение прямо пропорционально относительному удлинению:

$$\delta = E\varepsilon = E\Delta l / l_0 \tag{3.19}$$

где коэффициент пропорциональности E называется модулем Юнга. Из (3.19) находим E:

$$E = \frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{\delta}{\Delta l / l_0} \tag{3.20}$$

Если $\Delta l = l_0$, то, $\varepsilon = 1$, тогда $E = \delta$. Отсюда вытекает физический смысл модуля Юнга: ***модуль Юнга, это механическое напряжение, возникающее в стержне, при удлинении его длины в два раза.***

Выражение (3.19) перепишем в виде:

$$\frac{F}{S} = \frac{E\Delta l}{l_0} \quad \text{или} \quad F = \frac{ES}{l_0}\Delta l \tag{3.21}$$

Сравнивая выражения (3.16) и (3.21), получим

$$k = ES / l_0 \tag{3.22}$$

Эта формула отражает связь коэффициента упругости k с модулем Юнга E.

В механических явлениях при взаимодействии тел происходят перемещения одних тел по поверхности других. В местах соприкосновения тел возникают силы трения. Они обнаруживаются как при относительном движении тел, так и при их относительном покое.

Трение между поверхностями, разных соприкасающихся твердых тел при отсутствии какой-либо прослойки, например, смазки между ними, называется ***внешним или сухим трением.***

Трение между твердым телом и жидкостью или газом, а также между слоями жидкости или газа называется ***внутренним или вязким***.

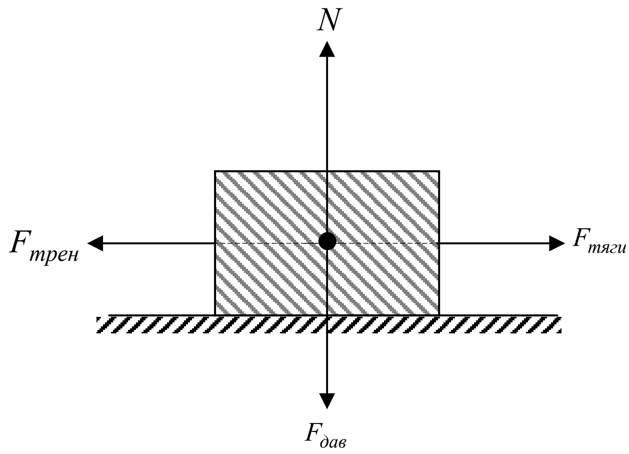


Рис.3.3

Внешнее трение подразделяют на трение покоя, скольжения и качения. Пусть тело A прижимается к столу с силой $F_{дав}$, направленной по нормали к поверхности стола (рис. 3.3). $F_{дав}$ – любая внешняя сила; она может быть обусловлена также силой тяжести тела. Если к телу A приложим возрастающую силу $F_{тяги}$, то при изменении $F_{тяги}$ от нуля до некоторого значения, движения тела не возникает. Это означает о наличие силы трения покоя $F^0{}_{тр}$. Относительное движение тела возникает при условии $F_{тяги} \rangle F^0{}_{тр}$. Силу $F^0{}_{тр}$ называют предельной силой трения покоя. Опытами установлено, что чем больше сила нормального давления, тем больше сила трения покоя. Если тело при наличии трения движется равномерно и прямолинейно, то на него действует сила трения скольжения, которая уравновешивает силу тяги. Сила трения обычно направлена в сторону, противоположную направлению движения тела.

Установлены следующие законы внешнего трения для твердых тел: **а)** сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления, прижимающей трущиеся поверхности друг к другу. Модуль силы трения скольжения

$$F_{тр} = \mu F_{дав} \quad \text{или} \quad F_{тр} = \mu mg \tag{3.23}$$

так как в большинстве случаев $F_{дав} = P = mg$. Безразмерная величина μ называется коэффициентом трения. Сила трения скольжения обычно меньше силы трения покоя; **б**) величина силы трения не зависит от площади поверхности соприкосновения трущихся тел.

Если одно тело катится по поверхности другого, то возникает трение качения. Сила трения качания для данных трущихся поверхностей во много раз меньше силы трения скольжения. Для жидкостей сил трения покоя не существует. Тело, плавающее в жидкости, можно сдвинуть с места очень малой силой. Поэтому для уменьшения трения между движущимися частями механизмов используется смазка – слой вязкой жидкости.

Контрольные вопросы.

1. Что такое импульс тела и импульс силы?
2. Сформулируйте закон сохранения импульса.
3. Назовите виды сил в природе. Объясните природу возникновения сил.
4. Дайте определение закону всемирного тяготения.
5. Чем отличается сила тяжести от веса тела? Как возникает невесомость?
6. Когда возникают силы упругости? Запишите закон Гука для стержня.
7. Выведите формулу, связывающую коэффициент упругости с модулем Юнга.
8. Назовите виды сил трения. Дайте объяснение каждому из них.
9. Как определяют силы трения скольжения? От чего они зависят?

4. Механическая работа и энергия

План:

1. Механическая работа. Мощность.
2. Кинетическая энергия.
3. Потенциальная энергия.
4. Закон сохранения энергии.

Ключевые слова: механическая работа; средняя мощность; мгновенная мощность; кинетическая энергия; потенциальная энергия; закон сохранения энергии; нуль отсчета потенциальной энергии.

1. Действие силы, связанная с перемещением тела, характеризуется механической работой. Работа - это скалярная физическая величина. Если перемещение тела (материальной точки) происходит под действием постоянной силы, то работа равна произведению модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла α между векторами силы и перемещения:

$$A = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha \quad (4.1)$$

Если траектория прямая линия, то модуль перемещения Δr равен пути S. Тогда работу можно записать в виде:

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha \quad (4.2)$$

Если направление силы совпадает с направлением движения тела ($\alpha = 0$), то

$$A = F \cdot S \quad (4.3)$$

Из (4.2) видно, если $\alpha < \pi/2$, то работа будет положительной. Когда $\alpha > \pi/2$ сила F выполняет отрицательную работу. Это значит, что сила F оказывает сопротивление движению тела.

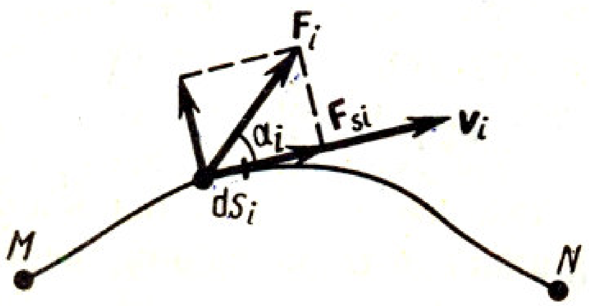


Рис.4.1

При движении тела работа не выполняется ($A = 0$) в двух случаях: а) тело совершает инерциальное движение ($F=0$); б) сила направлена перпендикулярно к направлению движения ($\alpha = \pi/2$). Если сила изменяется (переменная сила), то можно разбить перемещение на малые отрезки dS, в пределах каждого, в которых силу можно считать постоянной (рис. 4.1). Тогда Элементарная работа:

$$dA_i = F_i \cdot dS \cdot \cos\alpha \quad (4.4)$$

Работа переменной силы на пути *M -N* будет равна сумме элементарных работ:

$$A = \int F \cdot dS \cdot \cos\alpha = F \cdot S \cdot \cos\alpha \quad (4.5)$$

За единицу работы в СИ принят ***Джоуль (Дж)*** - работа силы *1Н* при перемещении ею тела на ***1 м*** **:** ***1Дж = 1Н· м.***

Чтобы характеризовать скорость совершения работы, вводится понятие ***мощность***. ***Средняя мощность*** – это физическая величина, равное отношению работы ΔA к промежутку времени, в течении которого эта работа совершается:

$$N_{cp} = \Delta A / \Delta t \quad (4.6)$$

Мгновенной мощностью называется скалярная величина, равная пределу, к которому стремится средняя мощность, при бесконечном уменьшении Δt

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \qquad (4.7)$$

Если работа выполняется под действием постоянной силы, то мощность

$$N = A / t \qquad (4.8)$$

Зависимость мощности от скорости при равномерном движении тела, выражается формулой:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot S \cdot \cos\alpha}{t} = \frac{F \cdot \vartheta \cdot t \cdot \cos\alpha}{t} = F \cdot \vartheta \cdot \cos\alpha \qquad (4.9)$$

Единицей мощности в СИ служит ***Ватт (Вт)***: ***1 Вт = 1 Дж/ с.***

2. Кинетическая энергия тела является мерой их механического движения, зависящей от скорости их движения в инерциальной системе отсчета. Найдём работу выполняемой силой F при изменении скорости тела массой m от значения ϑ_1 до ϑ_2.

Если направление F совпадает с направлением перемещения тела, тогда работа $A = F \cdot S$. Согласно второму закону Ньютона, силу F перепишем в виде:

$$F = ma = \frac{m\vartheta_2 - m\vartheta_1}{\Delta t}$$

Пройденный телом путь можно определить:

$$S = (\vartheta_1 + \vartheta_2)\frac{\Delta t}{2}$$

Подставим значения F и S в формулу (4.3) работы:

$$A = F \cdot S = \frac{m\vartheta_2 - m\vartheta_1}{\Delta t} \cdot \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} \cdot \Delta t$$

Отсюда:

$$A = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2} = \frac{m^2\vartheta_2^{\,2}}{2m} - \frac{m^2\vartheta_1^{\,2}}{2m} = \frac{P_2^2}{2m} - \frac{P_1^2}{2m} \qquad (4.10)$$

Таким образом, работа, выполняемая при изменении скорости тела от ϑ_1 до ϑ_2, равна изменению некоторой величины:

$$K = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{P^2}{2m} \qquad (4.11)$$

Величину K называют кинетической энергией. Здесь $P = m\vartheta$ – импульс тела. Как видно из (4.11), кинетическая энергия тела пропорциональна квадрату его скорости, поэтому она всегда положительна.

Соотношение (4.10) также известно как теорема о кинетической энергии***: изменение*** ΔK ***кинетической энергии тела при переходе из одного положения в другое, равно работе А всех сил, действуюших на тело:***

$$A = \Delta K = K_2 - K_1 \qquad (4.12)$$

где K_2 – кинетическая энергия тела в конечном положении, K_1 – кинетическая энергия тела в начальном положении.

3. Потенциальной энергией называется ***энергия, обусловленная взаимодействием тел и зависящая только от их взаимного расположения.***

Взаимодействие между телами осуществляется с помощью потенциальных (консервативных) сил. Потенциальная энергия измеряется той работой, которую может совершить система при перемещении без изменения скорости из данного положения в пространстве в другое, условно соответствующее нулевому значению потенциальной энергии.

Поскольку во всех задачах интерес представляет разность значений потенциальной энергии, нуль отсчета потенциальной энергии выбирают произвольно. В связи с этим потенциальная энергия может быть положительной $(П > 0)$, отрицательной $(П < 0)$, или равной нулю $(П = 0)$.

Мерой изменения потенциальной энергии системы при ее переходе из одного состояния в другое является ***работа потенциальных сил*** $\boldsymbol{A_{пот}}$. При этом работа $A_{пот}$ равна изменению $\Delta П$ потенциальной энергии системы, при ее переходе из начального состояния в конечное, взятому обратным знаком:

$$A_{пот} = П_1 - П_2 = -(П_2 - П_1) = -\Delta П \qquad (4.13)$$

Здесь $П_1$ -потенциальная энергия системы в начальном состоянии, $П_2$ - в конечном состоянии. Ниже мы приведем выражения для потенциальной энергии взаимодействия простейших механических систем.

I. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух тел с массами *m и M:*

$$П = -\gamma \frac{m \cdot M}{r} \qquad (4.14)$$

Здесь r - расстояние между двух тел, $\boldsymbol{\gamma}$ - гравитационная постоянная, а нуль отсчета потенциальной энергии $(П = 0)$ принять при $r = \infty$.

Потенциальная энергия взаимодействия тела с массой m с Землей

$$П = -\gamma \frac{m \cdot M_З \mathrm{h}}{R_З (R_З + \mathrm{h})} \qquad (4.15)$$

где h – высота тела над поверхностью Земли, $M_З$ – масса , $R_З$ – радиус Земли.

Если нуль отсчета потенциальной энергии $(П = 0)$ выбрана поверхность Земли $(h=0)$, то потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту h равно:

$$П = mgh = A_{тяж} \qquad (4.16)$$

Таким образом, потенциальная энергия равна работе сил тяжести.

II. Потенциальная энергия упругих взаимодействий:

$$П = \frac{k(\Delta l)^2}{2} \qquad (4.17)$$

где k - коэффициент упругости, Δl - модуль одномерной деформации (удлинение или сжатия). Как видно из (4.17), потенциальная энергия упругого взаимодействия определяется упругими свойствами пружины и величиной ее деформации.

4. Сумму кинетической и потенциальной энергии системы называют ***полной механической энергией системы.*** Закон сохранения механической энергии гласит**:** ***полная механическая энергия системы сохраняется постоянной в процессе движения системы:***

$$E = K + П \qquad (4.18)$$

Этот закон справедлив как для замкнутых, так и для не замкнутых тел.

Рассмотрим случай, когда между телами действуют только консервативные силы взаимодействия. При взаимодействии тел изменяются их скорости. Изменение скоростей приводит к изменению их кинетических энергий, значит, совершается работа:

$$A = K_2 - K_1 \tag{4.19}$$

В результате столкновения изменяются взаимное расположение тел, что приводит к изменению потенциальной энергии системы. При этом также совершается работа:

$$A = -(\Pi_2 - \Pi_1) \tag{4.20}$$

Приравняем правые части уравнений (4.19) и (4.20), в результате получим:

$$K_2 - K_2 = -(\Pi_2 - \Pi_1) \quad \text{или} \quad K_1 + \Pi_1 = K_2 + \Pi_2 \tag{4.21}$$

Согласно уравнению (4.18), уравнение (4.21) запишем в виде:

$$E_1 = E_2 = const \tag{4.22}$$

Это и есть общая формула закона сохранения механической энергии.

Если в замкнутой системе отсутствуют неконсервативные силы, то в этих системах происходит превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот, но полная механическая энергия системы сохраняется.

Примером взаимного превращения энергии может, служить движение тела свободно падающая вниз. На высоте h над Землей оно обладает максимальной кинетической энергией $E_P = mgh$. При падении оно приобретает постоянно увеличивающуюся скорость и растет его кинетическая энергия $E_k = m\vartheta^2/2$. Одновременно уменьшается его потенциальная энергия, так как уменьшается h. При достижении Земли скорость тела $\vartheta = \sqrt{2gh}$, а кинетическая энергия:

$$E_k = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{m(\sqrt{2gh})^2}{2} = mgh = E_P \tag{4.23}$$

т. е. его потенциальная энергия полностью превращается в кинетическую.

Если в замкнутой системе присутствуют неконсервативные силы, например сила трения, тогда полная механическая энергия системы не сохраняется. Изменение полной механической энергии будет равно работе сил трения:

$$E_2 - E_1 = A_{тр} \tag{4.24}$$

т.е. часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию тел. В результате этого тела греются.

Таким образом, энергия не исчезает, а превращается с одного вида в другой вид.

Контрольные вопросы

1. Чему равна механическая работа?
2. В каких случаях при движении тела работа не выполняется?
3. Какими единицами измеряется работа, мощность?
4. Дайте определение энергии.
5. Выведите формулу кинетической энергии.
5. Напишите формулу для потенциальной энергии гравитационного взаимодействия, упругих взаимодействий и потенциальной энергии тела поднятого над поверхностью Земли.
6. Сформируйте закон сохранения и превращения энергии.

5. Динамика вращательного движения

План

1. Момент силы. Момент инерции.
2. Теорема Штейнера.
3. Основное уравнение вращательного движения.
4. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.
5. Кинетическая энергия вращательного движения.

Ключевые слова: абсолютное твердое тело; вращающая сила; плечо силы; момент силы; момент инерции; теорема Штейнера; момент импульса; закон сохранения момента импульса; кинетическая энергия вращения;

1. Рассмотрим вращательное движение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси O\`O\` (рис. 5.1).

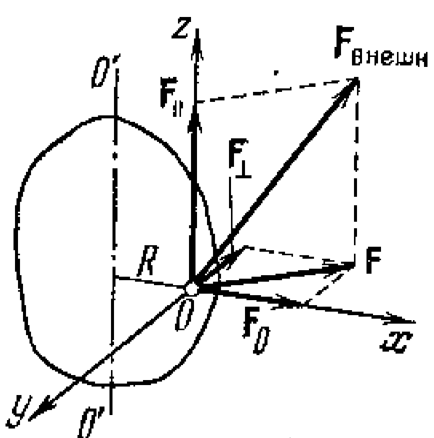


Рис.5.1

При вращении угловые скорости и угловые ускорения всех точек твердого тела будут равны. Если к точке *O* тела, находящейся на расстоянии *R* от оси вращения, приложена внешняя сила $F_{внеш}$,то ее составляющая $F_{\perp}$, лежащая в плоскости перпендикулярной к оси вращения, приводит к изменению вращательного движения тела. Поэтому сила $F_{\perp}$ называется ***вращающей силой***. Составляющие F_{11} и F_0 не влияют на вращательное движение. Первая из них F_{11} параллельная оси вращения, может вызвать ускоренное поступательное движение тела вдоль оси *OZ.* Вторая F_0, линия которая пересекает ось вращения, может вызвать ускоренное поступательное движение тела вдоль координатной оси *OX.*

Плечом силы относительно оси называется кратчайшее расстояние *d* от оси вращения до линии действия силы. На рис. 5.2 показаны плечи d_1, d_2 и d_3 сил F_1, F_2 и F_3, приложенных к телу в точках 1, 2 и 3.

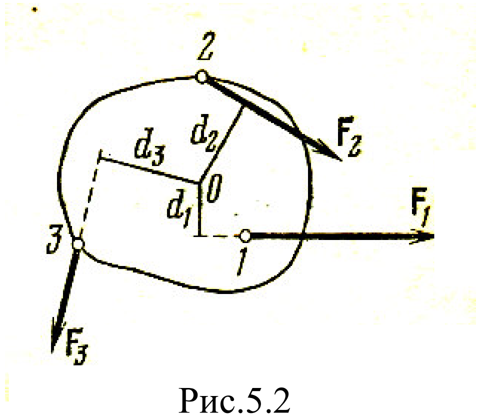


Рис.5.2

Моментом силы называется величина *M,* равная

$$M = Fd\,, \qquad (5.1)$$

где *F* – модуль приложенной к телу силы, а *d* – плечо этой силы относительно данной оси. Моменты сил, вращающих тело вокруг данной оси по часовой стрелке и против часовой стрелки, берутся с разными знаками. Например, моменты сил F_1 и F_3 считаются положительными, а момент силы F_2 - отрицательным (рис. 5.2)

Моментом инерции материальной точки относительно данной оси называется скалярная величина I_i, равная произведению массы m_i точки на квадрат ее расстояния R_i^2 от оси:

$$I_i = m_i R_i^2 \qquad (5.2)$$

Моментом инерции тела относительно оси называется величина, равная сумме моментов инерции всех точек тела:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 \qquad (5.3)$$

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении. Он играет такую же роль, что и масса при поступательном движении тела. Но если масса данного тела в задачах Ньютоновской механики считается величиной постоянной, то момент инерции данного тела зависит от положения оси вращения.

Ниже приводятся моменты инерции некоторых однородных тел простейшей формы (***m*** – масса тела):

а) ***Сплошной шар*** радиуса *R*, ось вращения проходит через центр масс шара:

$$I = 2mR^2/5 \qquad (5.4)$$

б) ***Сплошной цилиндр (диск)*** радиуса ***R***, ось вращения совпадает с продольной осью цилиндра и проходит через центр его масс:

$$I = mR^2/2 \qquad (5.5)$$

в) ***Полый тонкостенный цилиндр (обруч)*** радиуса ***R***, ось вращения совпадает с продольной осью цилиндра и проходит через центр масс:

$$I = mR^2 \qquad (5.6)$$

г) ***Прямолинейный тонкий стержень*** длиной ***l***, ось вращения перпендикулярна к продольной оси стержня и проходит через центр его масс:

$$I = ml^2/12 \qquad (5.7)$$

д) ***Прямолинейный тонкий стержень*** длиной ***l***, ось вращения перпендикулярна к продольной оси стержня и проходит через конец стержня:

$$I = ml^2/3 \qquad (5.8)$$

2. Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штайнера (рис. 5.3): ***Момент инерции тела I относительно любой оси вращения равен сумме момента его инерции I_C относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния a между осями***

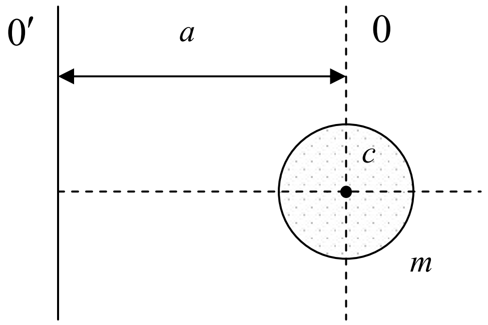


Рис.5.3

$$I = I_C + ma^2 \qquad (5.9)$$

3. Основной закон динамики вращательного движения гласит: ***в инерциальной системе отсчета угловое ускорение ε, приобретаемое телом, вращающимся относительно неподвижной оси, пропорционально суммарному***

моменту $M_{внеш}$ ***всех внешних сил, действующих на тело, и обратно пропорционально моменту инерции*** I ***тела относительно данной оси:***

$$\varepsilon = M_{внеш} / I \tag{5.10}$$

Моментом импульса точки относительно некоторой неподвижной оси называется величина L_i, равная произведению момента инерции I_i точки на угловую скорость ω ее движения вокруг этой оси:

$$L_i = I_i\omega \tag{5.11}$$

Для материальной точки $I_i = m_i R_i^2$ и $\omega = \vartheta_i / R_i$, поэтому

$$L_i = m_i R^2{}_i \frac{\vartheta_i}{R_i} = p_i R_i \tag{5.12}$$

где $p_i = m_i \vartheta_i$ - модуль импульса материальной точки, а R - ее расстояние от оси вращения.

Моментом импульса тела относительно некоторой неподвижной оси называется величина L, равная сумме моментов импульсов всех n точек тела относительно этой оси:

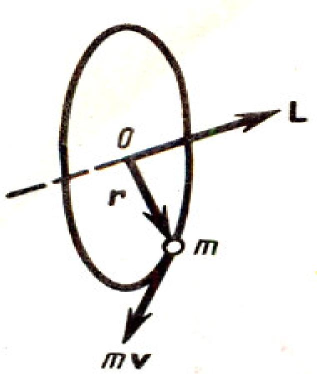


Рис.5.4

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \sum_{i=1}^{n} I_i\omega \quad \text{или} \quad L = I\omega \tag{5.13}$$

где I - момент инерции тела относительно данной неподвижной оси. Момент импульса твердого тела – это вектор направленной по оси вращения так, чтобы видеть с его конца вращения, происходящим по часовой стрелки (рис. 5.4).

4. Продифференцируя уравнение (5.13) по времени и получим:

$$\frac{dL}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\varepsilon = M_{внеш} \quad \text{или} \quad \frac{dL}{dt} = M_{внеш} \tag{5.14}$$

Уравнение (5.14) также отражает закон вращательного движения. Если система замкнутая, то момент внешних сил $M_{внеш} = 0$, тогда

$$dL/dt = 0 \quad \text{или} \quad L = I\omega = const \tag{5.15}$$

Выражение (5.15) представляет собой закон сохранения момента импульса: ***момент импульса замкнутой системы не изменяется с течением времени.***

5. Найдем кинетическую энергию тела, вращающегося относительно оси O′O′ (рис 5.1). Мысленно разобьем это тело на маленькие объемы с массами m_1, $m_2, \ldots m_n$ находящимися на расстоянии $R_1, R_2, \ldots R_n$ от оси вращения. Эти элементарные объемы имеют различные линейные скорости ϑ_n, но угловая скорость этих объемов одинакова:

$$\omega = \vartheta_1 / R_1 = \vartheta_2 / R_2 = \ldots = \vartheta_n / R_n \tag{5.16}$$

Кинетическую энергию тела найдем как сумму кинетических энергий его элементарных объемов:

$$K = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2\vartheta_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_n\vartheta_n^2}{2} \quad \text{или} \quad K = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i\vartheta_i^2}{2} \tag{5.17}$$

Вставляя в (5.17) соотношение $\vartheta = \omega \cdot R$, получим:

$$K = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \omega^2}{2} R_i^{\,2} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i R_i^{\,2} = \frac{I\omega^2}{2} \qquad (5.18)$$

Это выражение аналогично выражению для кинетической энергии поступательно движущегося тела: $E_k = m\vartheta^2/2$. Роль массы играет момент инерции, роль линейной скорости - угловая скорость.

Если тела одновременно участвуют во вращательном и поступательном движениях, например: движение колеса автомобиля, то полная энергия равна

$$W = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \qquad (5.19)$$

В этом выражении ϑ - скорость поступательного движения, m – масса катящегося тела. Учитывая, что $I = mR^2$ и $\omega = \vartheta/R$, формулу (5.19) можно написать

$$W = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{\vartheta^2}{R^2} = m\vartheta^2 \qquad (5.20)$$

В ниже приведенной таблице сопоставлены основные величины и уравнения, определяющие вращательное и поступательное движения тела, подчеркнув их аналогию.

Поступательное движение		Вращательное движение	
Путь	S	Угол поворота	φ
Скорость	$\vartheta = \frac{dS}{dt}$	Угловая скорость	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
Линейное ускорение	$a = \frac{d\vartheta}{dt}$	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
Масса	m	Момент инерции	$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2$
Сила	F	Момент силы	$M = Fl$
Импульс	$P = m\upsilon$	Момент импульса	$L = I\omega$
$F = ma$ $F = \frac{dP}{dt}$	Основное уравнение динамики		$M = I\varepsilon$ $M = \frac{dL}{dt}$
$dA = FdS$	Работа		$dA = Md\varphi$
$N = F\vartheta$	Мощность		$N = M\omega$
$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$	Кинетическая энергия		$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$

Контрольные вопросы

1. Что такое момент силы? Единица измерения момента силы.
2. Что называется моментом инерции? Единица измерения момента инерции.
3. Дайте определения и напишите формулу теоремы Штейнера.
4. Сформулируйте и запишите основной закон вращательного движения.
5. Что называется моментом импульса? Как определяется направление момента импульса?
6. Напишите выражения закона сохранения момента импульса.
7. Выведите формулу кинетической энергии вращательного движения.

6. Гармонические колебания

План:

1. Гармонические колебания.
2. Скорость и ускорение гармонического колебания.
3. Гармонические колебания пружинного и математического маятника.
4. Физический маятник.
5. Энергия колебательного движения.

Ключевые слова: колебательное движение; гармонические колебания; амплитуда, фаза, частота и период колебания; пружинный, математический и физический маятник; возвращающаяся сила; частота собственных колебаний; период собственных колебаний.

1. ***Колебаниями или колебательными движениями*** являются движения или изменения состояния, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. Колебания весьма разнообразны по своей физической природе: механические колебания тела, подвешенного на пружине, качание маятников, колебания струн, вибрация фундаментов зданий, электромагнитные колебания в колебательном контуре и др.

Колебания называются ***периодическими,*** если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени.

Периодом колебания Т называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения всех величин, характеризующих колебательное движение. За это время совершается одно полное колебание.

Частотой периодических колебаний ν называется число полных колебаний, которые совершаются за единицу времени:

$$\nu = 1/T \qquad (6.1)$$

Циклической (круговой) частотой периодических колебаний ω называется число полных колебаний, которое совершается за 2π единиц времени:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T \quad \text{откуда} \quad T = 2\pi/\omega . \qquad (6.2)$$

Частным случаем периодических колебаний являются ***гармонические колебания***, в которых колеблющаяся физическая величина $\boldsymbol{x}$ изменяется с течением времени по закону

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad (6.3)$$

где A, ω и φ_0 - постоянные величины, причем А > 0, ω > 0. Величина A, называется ***амплитудой*** колебания, φ_0 - начальная фаза колебания. Выражение $(\omega t + \varphi_0)$ определяет значение $\boldsymbol{x}$ в данный момент времени и называется ***фазой*** колебания.

Простейшим примером гармонического колебания является колебание по оси OX проекции конца радиус-вектора точки, движущейся по окружности радиуса A. При t=0 радиус-вектор OB составляет с осью Oy угол φ_0, а за время t описывается угол ωt, так что в произвольный момент времени $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ (рис. 6.1)

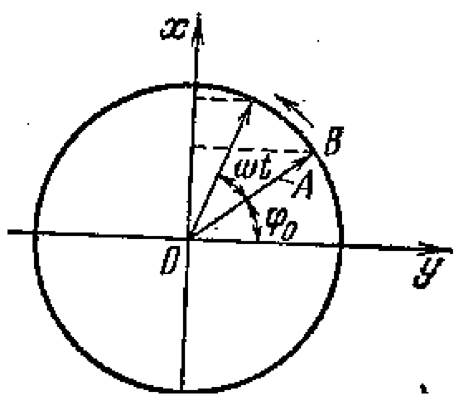


Рис.6.1

Свободными колебаниями - называются колебания, которые возникают в системе в результате какого-либо однократного начального отклонения этой системы от состояния равновесия. При свободных колебаниях в системе всегда действуют силы, стремящиеся возвратить систему в положение равновесия. Свободные колебания являются затухающими.

Незатухающие свободные колебания в системе возможно лишь при отсутствии трения и любых других сил сопротивления. Амплитуда незатухающих колебаний не зависит от времени и остается постоянной.

2. ***Скорость гармонического колебания*** определятся выражением:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A\sin(\omega t + \varphi_0)] = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad (6.4)$$

или

$$\vartheta = \vartheta_0 \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi/2) \qquad (6.5)$$

где $\vartheta_0 = \omega A$ есть амплитуда скорости. Из сравнения (6.1) и (6.5) видно, что фаза скорости опережает фазу смещения на угол $\pi/2$.

Ускорение гармонического колебания описывается уравнением:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\omega A\cos(\omega t + \varphi_0)\right] = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x \qquad (6.6)$$

или

$$a = a_0 \sin\left(\omega t + \pi + \varphi_0\right) \qquad (6.7)$$

где $a_0 = \omega^2 A$ - есть амплитуда ускорения. Из сравнения (6.1) и (6.7) видно, что фаза ускорения опережает фазу смещения x на угол π . На рис. 6.2 приведены графики зависимости от времени t смещения x, скорости ϑ, ускорения a и амплитуды A, в предположении, что начальная фаза $\varphi_0 = 0$.

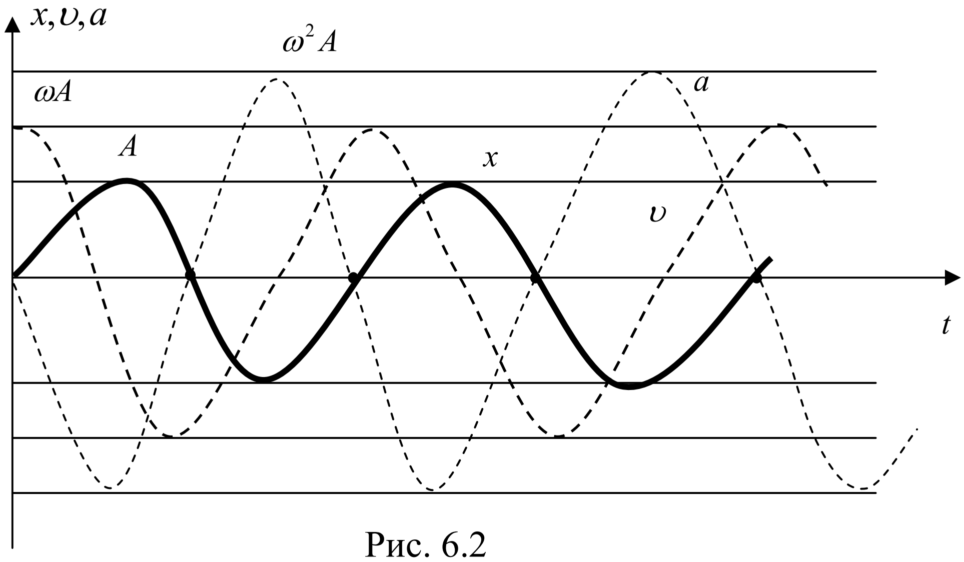


Рис. 6.2

3. Пружинный маятник представляет собой груз с массой ***m*** подвешенной на пружине (рис. 6.3). Если маятник вывести из положения равновесия, то возникает сила упругости, определяемой законом Гука:

$$F = -kx \tag{6.8}$$

По второму закону Ньютона, эта сила дает ускорение грузу:

$$F = ma \tag{6.9}$$

Приравнивая (6.8) и (6.9) получим:

$$ma = -kx \quad \text{или} \quad a = -kx/m \tag{6.10}$$

Сравнивая (6.6) и (6.10) получим:

$$-kx/m = -\omega_0^2 x \ .$$

Отсюда:

$$\omega = \sqrt{k/m} \tag{6.11}$$

которая, называется ***собственной циклической частотой колебаний пружинного маятника. Собственный период колебаний пружинного маятника*** определяется выражением:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{6.12}$$

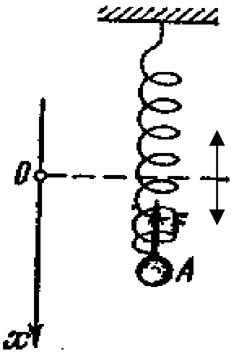


Рис.6.3

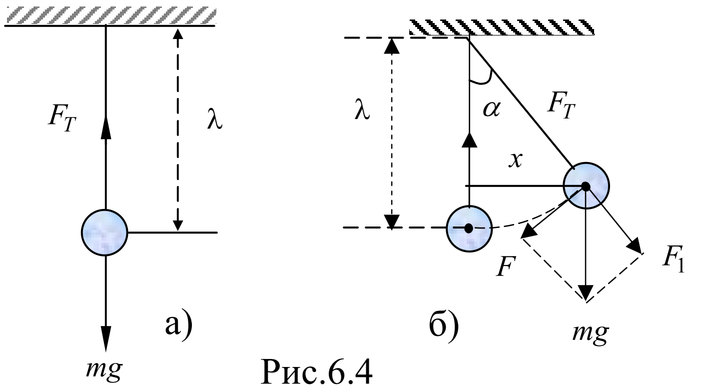


Рис.6.4

Математическим маятником называется материальная точка, с массой ***m***, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити совершающая движение в вертикальной плоскости под действием силы тяжести ***mg*** (рис. 6.4 а).

Если отклонить маятник из положения равновесия на малый угол α (рис. 6.4 б), то сила тяжести ***mg*** и сила натяжения $\boldsymbol{F_T}$ будут направлены под углом друг к другу, и они не уравновешиваются. Возвращающей силой для математического маятника является составляющая ***F*** его силы тяжести ***mg***, равная:

$$F = mg\sin\alpha \tag{6.13}$$

При малых углах отклонения $\sin\alpha \approx \alpha = x/l$ (x- величина смещения от положения равновесия, l- длина нити). Учитывая, что направление смещения $\boldsymbol{x}$ противоположно направлению F, получим:

$$F = -mg\,\frac{x}{l} \tag{6.14}$$

По второму закону Ньютона, эта сила дает ускорение грузу $F = m\,a$. Следовательно:

$$ma = -mg\frac{x}{l} \quad \text{или} \quad a = -\frac{g}{l}x \tag{6.15}$$

Сопоставляя (6.6) и (6.15) получим:

$$-\omega^2 x = -\frac{g}{l}x \quad \text{или} \quad \omega^2 = g/l \tag{6.16}$$

Отсюда: $\omega = \sqrt{g/l}$, который называется ***собственной циклической частотой колебаний математического маятника.***

Собственный период колебаний математического маятника определяется:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{6.17}$$

Эта формула используется для определения ускорения ***g*** силы тяжести:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \tag{6.18}$$

Если за время t маятник совершает n полных колебаний, то период $T = t/n$. Следовательно, для ***g*** получим формулу

$$g = \frac{4\pi^2 n}{t^2} \tag{6.19}$$

4. ***Физический маятник*** – твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси O подвеса, не проходящей через центр масс тела (рис. 6.5).

Если маятник отклонен из положения равновесия на угол α, то в соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела момент M возвращающей силы F_τ, можно записать в виде:

$$M = F_\tau l = -mgl \cdot \sin\alpha = -mgl\alpha \tag{6.18}$$

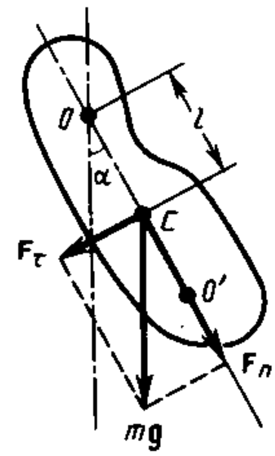


Рис.6.5

где l – расстояние между точкой подвеса О и центром масс C маятника, $F_\tau = -mg\sin\alpha$ возвращающая сила (рис. 6.5). Для малых углов отклонения $\sin\alpha \approx \alpha$. Поэтому $F_\tau = -mg\alpha$. Знак минус означает, что направление F_τ и a всегда противоположны. Известно, что момент силы $M = I\varepsilon$.Тогда (6.18) можно переписать:

$$I\varepsilon + mgl\alpha = 0 \tag{6.19}$$

Учитывая, что $\varepsilon = d^2\alpha/dt^2$ уравнение (6.19) принимает вид:

$$\frac{Id^2\alpha}{dt^2} + mgl\cdot\alpha = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{I}\alpha = 0 \tag{6.20}$$

Принимая, что $\omega^2 = mgl/I$, получим уравнение

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2\alpha = 0 \tag{6.21}$$

решение, которого соответствует уравнению гармонического колебания

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Таким образом, физический маятник совершает гармоническое колебание с собственной циклической частотой ω и периодом:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (6.22)$$

где $L = I/ml$ приведенная длина физического маятника.

5. При гармонических колебаниях пружинного маятника происходит превращение потенциальной энергии упруго деформированного тела $\Pi = kx^2/2$ в его кинетическую энергию $K = m\vartheta^2/2$, где k –коэффициент упругости, $\boldsymbol{x}$ - абсолютное значение смещения маятника из положения равновесия, m - масса маятника, ϑ- его скорость. С учетом выражений (6.3) и (6.4), эти формулы можно переписать в следующем виде:

$$\Pi=\frac{kx^2}{2}=\frac{kA^2}{2}\sin^2(\omega t+\varphi_0) \qquad (6.23)$$

$$K=\frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{m\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t+\varphi_0) \qquad (6.24)$$

Выражения для полной энергии E пружинного маятника:

$$E=K+\Pi=\frac{m\vartheta^2}{2}+\frac{kx^2}{2}=\left(\frac{m\omega^2A^2}{2}\cos^2(\omega t+\varphi_0)+\frac{kA^2}{2}\sin^2(\omega t+\varphi_0)\right)$$

Учитывая, что $\omega^2 m = k$ и $\left(\sin^2(\omega t+\varphi_0)+\cos^2(\omega t+\varphi_0)\right)=1$ для полной энергии пружинного маятника получим следующую формулу:

$$E = kA^2/2 \qquad (6.25)$$

Таким образом, полная энергия гармонических колебаний пружинного маятника ***пропорциональна квадрату амплитуды колебаний***. С учётом, что $k = m\omega_0^{\ 2}$, из (6.25) получим выражения для полной энергии математического маятника.

$$E=\frac{kA^2}{2}=\frac{m\omega_0^{\ 2}A^2}{2}$$

Таким образом, полная энергия гармонических колебаний математического маятника ***пропорциональна квадратам собственной частоты и амплитуды колебаний***.

Контрольные вопросы

1. Какое движение называется колебательным? Приведите примеры.
2. Что называется амплитудой, фазой, периодом и частотой колебания?
3. Какое колебание называется гармоническим и как оно возникает?
4. Что представляет график гармонического колебания?
5. С помощью, каких формул определяется скорость и ускорение материальной точки при гармоническом колебании?
6. Выведите формулы для собственных частот и периода колебаний пружинного и математического маятников.
7. Выведите формулы для полной энергии пружинного и математического маятников, совершающих гармоническое колебание.

7. Механические (упругие) волны.

План:

1. Основные понятия и определения упругих волн.
2. Поперечные и продольные волны. Скорость распространения волн.
3. Длина волны. Волновое число.
4. Энергия и интенсивность волны.

Ключевые слова: упругая волна; волновая поверхность; луч; плоская волна; сферическая волна; поперечная волна и уравнение волны; волновое число; энергия волны; интенсивность волны; мощность волны.

1. Если какое - либо тело совершает колебания в упругой среде, то оно воздействует на частицы среды, прилегающие к телу, и заставляет их совершать вынужденные колебания. Среда вблизи колеблющегося тела деформируется, и в ней возникают упругие силы. Эти силы действуют на все более удаленные от тела частицы среды, выводя их из положения равновесия. Постепенно все частицы среды вовлекаются в колебательное движение.

Волнами называются всякие возмущения состояния вещества или поля, распространяющиеся в пространстве с течением времени. Например, звуковые волны в газах или жидкостях представляют собой колебания давления, распространяющиеся в этих средах.

Упругими волнами называются механические возмущения, которые расспространяются в упругой среде. Тела, вызывающие эти возмущения в среде называются ***источниками волн*** (колеблющиеся камертон, струны музыкальных инструментов и т.д.).

Волновой поверхностью (иначе – фронтом волны) называется геометрическое место точек среды, колеблющихся в одинаковых фазах.

Лучом называется линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением распространения волны. В однородной изотропной среде луч является прямой, перпендикулярной к фронту волны, и совпадает с направлением переноса энергии волны.

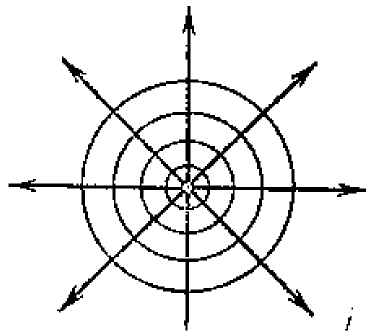


Рис.7.1

В плоской волне волновыми поверхностями являются плоскости, перпендикулярные к направлению распространения волн. Лучами являются параллельные прямые, совпадающие с направлением скорости распространения волны.

В ***сферической волне*** волновые поверхности являются сферами. Такие волны возникают, если источник волн является точечным. Лучи в сферической волне направлены вдоль радиусов сфер от центра, где расположен источник волны (рис 7-1)

Волна называется ***поперечной, если частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны.*** например, поперечная волна распространяется вдоль натянутого шнура, один конец которого закреплен, а другой приведен в колебательное движение (рис.7.2).

Волна называется ***продольной, если колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны.*** Гармонические колебания поршня в трубке, заполненной газом или жидкостью, под действием сил упругости передаются частицами вещества, и вдоль трубы распространяется продольная упругая волна (рис.7.3). Она представляет собой систему областей сжатия и разряжения среды, периодически меняющих свои состояния.

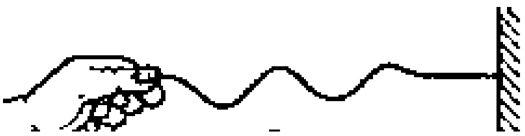


Рис.7.2

Рис.7.3

Скоростью распространения волны (***фазовой скоростью)*** называется физическая величина, численно равная расстоянию, которое за единицу времени проходит любая точка волновой поверхности. Скорость расспространения упругих волн в газах зависит от термодинамической температуры T газа. Для идеальных газов скорость распространения волны определяется выражением:

$$\vartheta = \sqrt{\gamma \frac{R}{M} T} \qquad (7.1)$$

где, γ - постоянная для данного газа. Например, для воздуха γ =1,4. R- универсальная газовая постоянная, M - молярная масса газа, T - температура газа.

Скорость упругих волн в жидкостях и продольных волн в твердых телах превышает скорость звука в газах и зависит от сжимаемости (упругости) и плотности среды:

$$\vartheta = \sqrt{K / \rho} \qquad (7.2)$$

где K- коэффициент объемной упругости, ρ - плотность среды. Например, для воды $\vartheta = 1430\,м/с$, для алюминия $\vartheta = 4890\,м/с$.

Фронт волны распространяется от источника волн за время Δt на некоторое расстояние. Для волны в изотропной среде оно равно

$$\Delta x = \vartheta \cdot \Delta t \qquad (7.3)$$

где ϑ - скорость распространения волны.

Длиной волны λ называется расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе, т.е. со сдвигом фаз $\Delta\varphi = 2\pi$. Иначе, длиной волны называется расстояние, на которое распространяется фронт волны за время T, равное периоду колебаний в источнике волны (рис. 7.4). Связь длины волны с частотой колебаний источника волн выражается формулой:

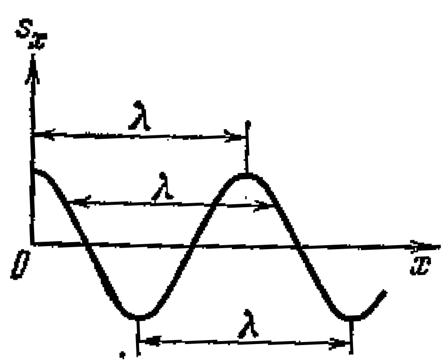


Рис.7.4

$$\lambda = \vartheta T = \frac{\vartheta}{\nu} = \frac{2\pi\vartheta}{\omega} \qquad (7.4)$$

где $\nu = 1/T$ частота колебаний в источнике, ω циклическая частота. Частота колебаний зависит только от свойств источника волн. От свойств среды зависит скорость распространения волн и, вследствие этого, длина волны.

Если в источнике волн изменение колеблющейся величины происходит по закону $s = A\cos(\omega t + \varphi)$, с амплитудой А, циклической частотой ω и начальной фазой φ, то колебания частиц фронта плоской волны в точке, отстоящей на расстоянии x от источника, запаздывают по времени на Δt:

$$s_x = A\cos\left[\omega(t - \Delta t) + \varphi\right] \quad (7.5)$$

При этом предполагается, что в процессе распространения волны не происходит ее затухания.

Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси *OX:*

$$S_x = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) + \varphi\right] \quad (7.6)$$

Величина

$$k = \frac{\omega}{\vartheta} = \frac{2\pi}{\vartheta T} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (7.7)$$

называется ***волновым числом***. Оно показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии, равном 2π единиц длины. Скорость распространения волны $\vartheta = \omega/k$ называется фазовой скоростью. С учётом, что $\omega = k\vartheta$, выражение (7.6) можно написать в виде:

$$S_x = A\cos(\omega t - kx + \varphi) \quad (7.8)$$

Из этого уравнения следует, что амплитуда плоской незатухающей волны в данной точке среды остаётся постоянной. Любая точка среды (x = const) совершает гармоническое колебания $S_x = A\cos(\omega t + \alpha)$, фаза которых зависит от удаления x_0 данной точки от источника колебаний $\alpha = \varphi - kx_0$

На ри с. 7.5 изображены «моментальные фотографии» поперечной волны в два момента времени: t и $t + \Delta t$. За время Δt волна переместилась вдоль оси ОХ на расстояние $\Delta x = \vartheta \cdot \Delta t$. Для любой точки на графике волнового процесса (например, для точки А на рис.7.5) выражение $(\omega t - kx)$ не изменяется по величине. С течением времени t изменяется координата этой точки.

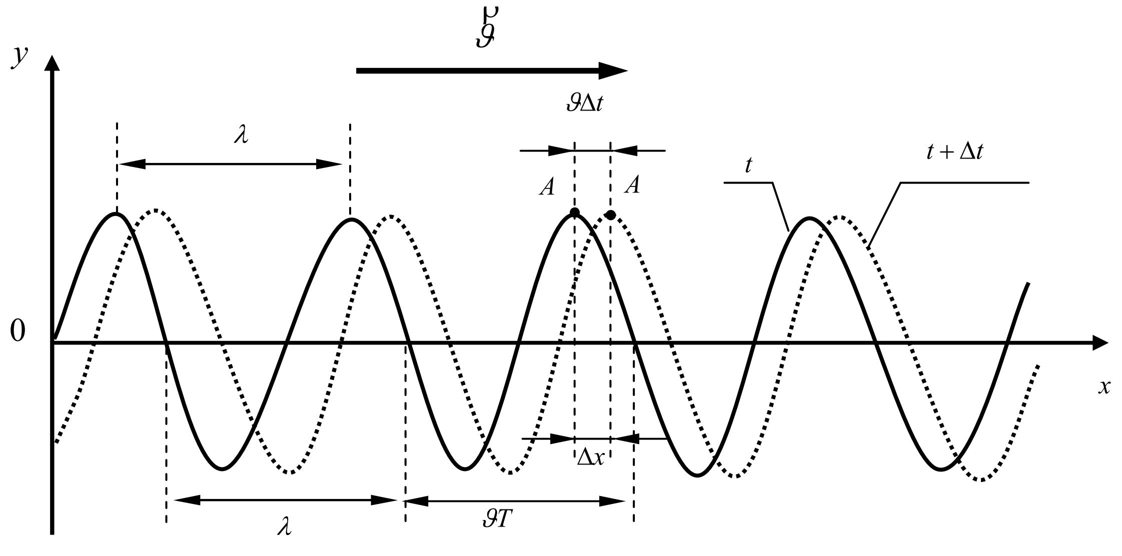


Рис.7.5

Из уравнения (7.6) видно, что плоская синусоидальная волна обладает двойной периодичностью – во времени и в пространстве. Временной период равен периоду колебаний T частиц среды, пространственный период равен длине волны λ. Волновое число k является пространственным аналогом круговой частоты ω.

4. Колеблющийся источник волн обладает энергией. В процессе распространения волны каждая частица среды, до которой доходит волна, также колеблется и имеет энергию. В некотором объеме V упругой среды, в которой распространяется волна с амплитудой A и циклической частотой ω, имеется средняя энергия, $W_{ср}$ равная

$$W_{ср} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \qquad (7.9)$$

где m - масса выделенного объема среды.

Средняя плотность (средняя объемная плотность) энергии волны w есть энергия волны, сосредоточенная в единице объема среды:

$$w_{ср} = \frac{W_{ср}}{V} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \qquad (7.10)$$

где ρ - плотность среды.

Интенсивностью волны J называется величина, равная энергии, которую в среднем переносит волна за единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной к направлению распространения волны:

$$J = w\vartheta = (1/2)\rho\vartheta\omega^2 A^2 \qquad (7.11)$$

де ϑ - скорость распространенияволны. Энергия и интенсивность волны прямо пропорциональны квадрату ее амплитуды.

Мощностью P (средней мощностью) волны называется средняя энергия, которая переносится волной за единицу времени через поверхность с площадью S. Связь мощности P с интенсивностью волны J выражается формулой:

$$P = J \cdot S \qquad (7.12)$$

При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передается лишь состояние колебательного движения (фаза) и его энергия. Поэтому основным свойством всех волн независимо от их природы является перенос энергии без переноса вещества.

Контрольные вопросы

1. Что такое упругая волна и как она возникает?
2. Что называется поперечной и продольной волной? Как они возникают?
3. Какое соотношение между длиной волны, скоростью ее распространения и периодом?
4. От чего зависит скорость распространения волн?
5. Как математически можно описать волновой процесс?
6. От чего зависит энергия, переносимая волной?
7. Что называется интенсивностью и мощностью волны?

8. Основы молекулярной физики.

План.

1. Основные понятия и определения.
2.. Законы идеального газа. Изопроцессы.
3. Уравнение состояния газа.
4. Основное уравнение молекулярно- кинетической теории.

Ключевые слова: атом; молекула; относительная атомная (молекулярная) масса; атомная единица массы; моль; постоянная Авогадро; молярная масса; идеальный газ; изотерма; изобара; изохора; молярный объём; газовая постоянная; нормальное условие; постоянная Больцмана; средняя квадратичная скорость.

1. Молекулярная физика базируется на молекулярно-кинетическую теорию. ***Молекулярно - кинетической теорией*** называется учение, которое объясняет строение и свойства тел движением и взаимодействием частиц, из которых состоят тела.

В основе молекулярно-кинетической теории лежат три важнейших положения, которые подтверждены экспериментально: а**)** все вещества имеют дискретное строение, т. е. состоят из множества мельчайших частиц – атомов, молекул и ионов; б**)** все частицы (атомы, молекулы и ионы) находятся в непрерывном хаотическом движении, называемом ***тепловым движением*****;** в**)** между частицами существуют силы взаимодействия - ***притяжения и отталкивания.***

Эти исходные положения подтверждаются явлениями диффузии, броуновского движения, а также свойствами веществ.

Атомом называется наименьшая устойчивая частица данного химического элемента. Атом состоит из положительно заряженного ядра и отрицательно заряженных электронов. Атом в целом электрически нейтрален.

Молекулой называется наименьшая устойчивая частица данного вещества, обладающая его основными химическими свойствами. Молекула состоит из нескольких атомов одинаковых или различных химических элементов.

Размеры молекул и атомов чрезвычайно малы. Их радиус составляет порядка 10^{-10}м. Массы отдельных молекул также очень малы. Поэтому неудобно пользоваться абсолютными их значениями. Для характеристики масс атомов и молекул используют относительную атомную (молекулярную) массу. Относительной атомной (или молекулярной) массой A_R (или M_R) называют отношение массы атома (молекулы) к 1/12 массы атома углерода ${}_6C^{12}$:

$$A_R(M_R) = \frac{m_0}{(1/12)m_C} \qquad (8.1)$$

где m_o – масса данного атома (молекулы), m_C – масса атома углерода. Величина равная (1/12) части массы атома углерода, получила ***название атомной единицы массы (а. е. м***.) (масса атома углерода m_C = $19{,}92\cdot10^{-27}$*кг*). По такой шкале A_R углерода равна точно 12, кислорода – 15,99, а M_R водорода H_2 = 2,01, азота N_2 = 28,01. На основании экспериментальных измерений установлено, что 1 а.е.м. = m_C /12 = $1{,}66\cdot10^{-27}$ *кг*. Зная относительную атомную A_R(или M_R)

массу, можно рассчитать массу любого атома (молекулы) в килограммах $m_0 = A_R \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ *кг*. (или $m_o = M_R \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ *кг*.).

Поскольку масса не является мерой количества вещества, то в СИ за единицу количества вещества принимается моль. ***Моль – это количество вещества, содержащее столько же частиц, сколько атомов содержится в 0,012 килограмм углерода $_6C^{12}$***. Таким образом, моль любого вещества содержит по определению, одинаковое число частиц. Это число называют ***постоянной Авогадро:*** $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,моль^{-1}$

В молекулярной физике пользуются также понятием молярной массы, то есть масса одного моля вещества выраженных в килограммах

$$M = m_0 \cdot N_A \tag{8.2}$$

где m_0 - масса одной молекулы. Число молей ν в веществе с массой m определяется как

$$\nu = m / M \tag{8.3}$$

где M - молярная масса данного вещества. С другой стороны число ν молей можно определять с помощью отношения

$$\nu = N / N_A \tag{8.4}$$

где N - общее количество частиц (атомов, молекул) в веществе. Сравнивая (8.3) и (8.4), получим выражение для определения N

$$N = \frac{m}{M} N_A \tag{8.5}$$

2. Поскольку в газах молекулы находятся на расстояниях, в десятки раз превосходящих их собственные размеры и силы взаимодействия между ними достаточно малы, то для рассмотрения закономерностей поведения газа можно представить его в виде следующей идеальной модели: **а)** молекулы газа представляют собой материальные точки, т.е. собственным объёмом молекул можно пренебречь; **б)** силы взаимодействия между молекулами отсутствуют; **в)** столкновение молекул между собой и со стенками сосуда происходит по законам абсолютного упругого удара. ***Такая модель называется идеальным газом.***

До создания молекулярно кинетической теории было известно несколько законов, которые правильно описывают поведение идеальных газов в различных состояниях. Состояние идеального газа описывается следующими макропараметрами: p – давление, V - объём, T -температура и m- масса газа.

I. ***Закон Бойля - Мариотта:*** для данной массы газа при постоянной температуре ($m, T = const$) произведение давления газа на его объём есть величина постоянная

$$pV = const \tag{8.6}$$

Процесс, протекающий при постоянной температуре газа, называется ***изотермическим.*** Кривая изображающая зависимость между величинами p и V, называется ***изотермой.*** На графике изотерма располагается тем выше, чем выше температура газа (рис. 8.1 а). Такая зависимость наблюдается только при небольших давлениях (~$5 \cdot 10^7$ Па) и температур.

II. ***Закон Гей – Люссака:*** объём данной массы газа при постоянном давлении ($m, p = const$) пропорционален его абсолютной температуре:

$$V_1/V_2 = T_1/T_2 \quad \text{или} \quad V/T = const \tag{8.7}$$

Процесс, происходящий при постоянном давлении газа, называется ***изобарическим.*** График изображающий зависимость между величинами *V* и *T,* называется ***изобарой***. Изобары представляют собой прямые линии, располо-женные тем выше, чем меньше давление (рис. 8.1 б).

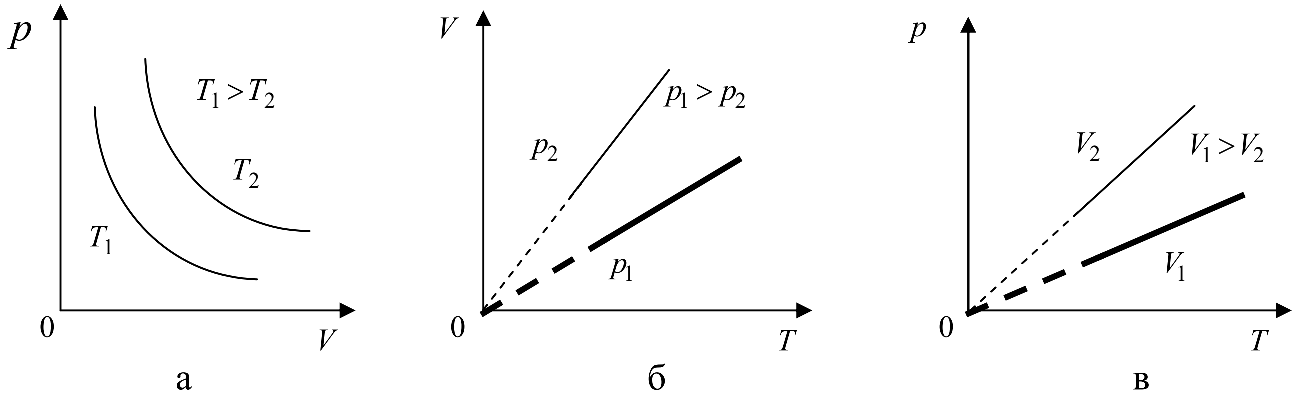


Рис. 8.1

III. ***Закон Шарля:*** давление данной массы газа при постоянном объёме (*m, V = const*) пропорционален его абсолютной температуре:

$$p_1/p_2 = T_1/T_2 \qquad \text{или} \qquad p/T = const \qquad (8.8)$$

Процесс, происходящий при постоянном объёме называется, ***изохорическим.*** График изображающий зависимость между величинами *p* и *T,* называется ***изохорой.*** Изохоры представляют собой прямые линии, расположенные тем выше, чем меньше объём (рис. 8.1в). Пунктирная часть линий изобар и изохор на рис. 8.1а и б является лишь теоретически, а на практике при низких температурах наблюдается заметное отклонение от линейной зависимости.

3. Французский физик Клайперон вывел уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля-Мариотта, Гей-Люссака и Шарля. Если некоторая масса газа в одном состоянии характеризуется параметрами p_1, V_1 и T_1, то эта же масса газа в другом состоянии характеризуется параметрами p_2, V_2 и T_2. Он установил взаимосвязь между двумя состояниями газа, который выражается уравнением:

$$p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2 \qquad \text{или} \qquad pV/T = B = const \qquad (8.9)$$

Это уравнение называется ***уравнением Клайперона.*** *B* – называется удельной газовой постоянной. В этом уравнении постоянная *B* различна для различных газов, что является недостатком данного уравнения. Д. И. Менделеев устранил этот недостаток, объединив закон Клайперона с законом Авогадро. Последний читается так: ***при одинаковых температуре и давлении моли любых газов занимают одинаковые объёмы.*** При нормальных условиях этот объём равен $V_m = 22{,}4\cdot10^{-3}м^3$. Так как при одинаковых *p* и *T* моли всех газов имеют одинаковое V_m, следовательно постоянная *B* будет одинаковой для всех газов. Обозначив *B* через *R* получим

$$pV_m = RT \qquad (8.10)$$

Выражение (8.10) называется ***уравнением Менделеева – Клайперона***. Значение *R* определим из (8.10), полагая, что моль газа находится в нормальных условиях ($p_0 = 1{,}013\cdot10^5$ *Па*, $T_0 = 273{,}15$ *К*, $V_{m0} = 22{,}4\cdot10^{-3}$ $м^3$). Тогда R=8,31*Дж/моль· К.*

Если V_m – объём одного моля газа, то газ, содержащий ν количества молей, имеет объём:

$$V = \nu V_m \qquad \text{или} \qquad V = (m/M)V_m \tag{8.11}$$

Отсюда находим

$$V_m = V(M/m) \tag{8.12}$$

где m –масса газа, M–молярная масса газа. Подставим (8.12) в (8.10) и получим

$$pV = \frac{m}{M}RT \tag{8.13}$$

Это выражение называется ***уравнением состояния для любой массы газа.*** Уравнения (8.13) позволяет определить плотность газа. Учитывая что $\rho = m/V$, получим

$$\rho = pM/RT \tag{8.14}$$

Умножим и разделим правую часть уравнения (8.13) на постоянную Авогадро:

$$pV = \frac{m}{M}\frac{N_A}{N_A}RT = \frac{NRT}{N_A} \tag{8.15}$$

Здесь $N = (m/M)\cdot N_A$, общее число молекул содержащихся в m массе газа. Величина $k = R/N_A = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ *Дж/К* называется ***постоянной Больцмана.*** С учетом этого уравнению состояния (8.13) можно придать вид:

$$pV = N\kappa T \tag{8.16}$$

Разделим обе части этого уравнения на V. Отношение $N/V = n_0$ есть концентрация молекул, следовательно

$$p = n_0 \kappa T \tag{8.17}$$

Отсюда

$$n_0 = p/kT \tag{8.18}$$

Это значит, что при одинаковых температуре и давлении газа, все газы содержат в единице объёма одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся 1м^3 газа, при нормальных условиях называется ***числом Лошмидта.*** Это число равно $n_0 = 2{,}69\cdot 10^{25}$ *м*$^{-3}$.

4. Согласно молекулярно-кинетической теории, газ, находящийся в сосуде представляет собой совокупность множества хаотических движущихся молекул. При своём движении молекулы газа ударяются о стенки сосуда, и при каждом ударе молекула действует на стенку с некоторой силой, перпендикулярной к поверхности стенки. Эта сила и создаёт давление газа. И так***, давление газа обусловлено тепловым движением и проявляется ударами молекул о стенки сосуда.*** Выведем уравнение, позволяющее определить это давление.

Отдельная молекула с массой m_0, летящая, например, по оси ***X*** со скоростью ϑ_x (рис.8.2) во время упругого соударения со стенкой отскочит назад, в результате чего его импульс изменится на величину

$$\Delta p = m\vartheta_x - m(-\vartheta_x) = 2m\vartheta_x \tag{8.19}$$

Поскольку число молекул газа в единице объёма очень велико, и они бомбардируют стенки сосуда непрерывно, то на

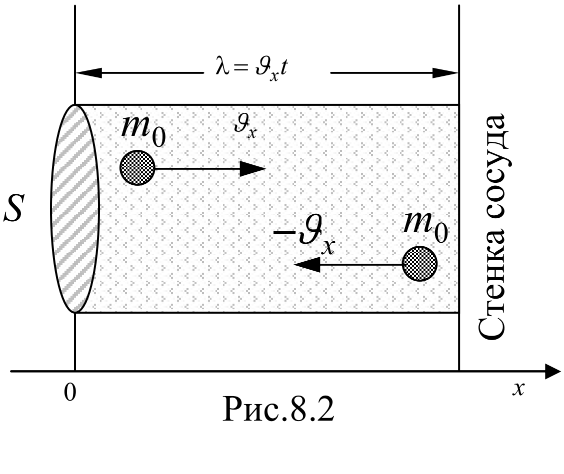


Рис.8.2

стенку действует усреднённая сила *F,* определяемая суммарным изменением импульса всех молекул, столкнувшихся со стенкой, за единицу времени. Общее число молекул ***n*** ударяющихся о стенку за время t равно число молекул в цилиндре длиной $l = \vartheta_x \cdot t$, т. е. $n = n_0 S \cdot l = n_0 S \vartheta_x t$, где $n_0 = n/V = n/Sl = n/S\vartheta_x t$ концент-рация молекул, S - площадь основания цилиндра (рис.8.2). При этом следует учитывать, что в виду симметрии из общего количества молекул в цилиндре только n_0 */2* молекул в данный момент времени двигается в направлении к стенке, остальная часть молекул летит от неё, и, следовательно, с этой стенкой не сталкивается. С учётом этого импульс усреднённой силы равен:

$$F \cdot t = n\Delta P = n 2 m_0 \vartheta_x = (1/2) n_0 S \vartheta_x t \cdot 2 m_0 \vartheta_x \tag{8.20}$$

А усреднённая сила будет равно:

$$F = n_0 m_0 S \vartheta_x{}^2 \tag{8.21}$$

Выводя формулу (8.21) мы считали, что все молекулы имеют одинаковую скорость. На самом деле, молекулы газа имеют различную скорость, и, следовательно усреднённая сила F должно определятся средней квадратичной скорости молекул $\overline{\vartheta^2}$. Если считать, что $\overline{\vartheta^2} = \overline{\vartheta_x^2} + \overline{\vartheta_y^2} + \overline{\vartheta_z^2}$**,** то из соображений симметрии все три слагаемые этого уравнения должны быть равны, т.е. $\overline{\vartheta_x^2} = \overline{\vartheta_y^2} = \overline{\vartheta_z^2}$. Следовательно, $\overline{\vartheta^2} = 3\,\overline{\vartheta_x^2}$ или $\overline{\vartheta_x^2} = (1/3)\overline{\vartheta^2}$. С учётом этого, выражения (8.21) можно написать

$$F = \frac{1}{3} n_0 m_0 \overline{\vartheta^2} \tag{8.22}$$

Давление, оказываемое газом на стенку

$$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} n_0 m_0 \overline{\vartheta^2} \quad \text{или} \quad p = \frac{2}{3} n_0 \frac{m_0 \overline{\vartheta^2}}{2} = \frac{2}{3} n_0 K_0 \tag{8.23}$$

где K_0 – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы. Формула (8.23) является ***основным уравнением молекулярно-кинетической теории газа.*** Уравнение (8.23) показывает, что давление газа прямо пропорционально средней кинетической энергии молекулы. Из сравнения выражений (8.17) и (8.23), следует, что

$$\overline{K}_0 = 3kT/2 \tag{8.24}$$

Таким образом, температура есть величина, пропорциональная средней энергии поступательного движения молекул.

Контрольные вопросы.

1. Какие положения лежат в основе молекулярно - кинетической теории?
2. Что такое относительная атомная (молекулярная) масса?
3. Дайте определение атомной единице массы (а. е. м.).
4. Какими свойствами обладает идеальный газ?
5. Сформулируйте законы идеального газа. Напишите их формулы.
6. Напишите основное уравнение молекулярно- кинетической теории.
7. Как связана средняя кинетическая энергия молекул с температурой?

9. Основы термодинамики

План.

1. Внутренняя энергия идеального газа.
2. Работа, совершаемая газом при изменении его объёма.
3. Первое начало термодинамики. Теплоёмкость газов.
4. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.
5. Адиабатический процесс.

Ключевые слова: внутренняя энергия; число степеней свободы; теплота; удельная теплоёмкость; молярная теплоёмкость; уравнения Пуассона.

1. Сумма кинетической и потенциальной энергии всех частиц вещества называется ***внутренней энергией:***

$$U = E_к + E_п. \qquad (9.1)$$

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, и следовательно не обладают потенциальной энергией ($E_п = 0$). Поэтому энергия молекул газа состоит только из кинетической энергии поступательного и вращательного движений.

Для учёта средней кинетической энергии вращательного движения вводится понятие число степеней свободы молекулы. Числом степеней свободы называются ***числа независимых координат***, определяющих положение системы в пространстве. Молекулы одноатомного газа можно рассматривать как материальную точку, которая имеет три степени свободы *(i = 3)* поступательного движения (рис. 9.1а). При этом энергию вращательного движения молекулы можно не учитывать ($r = 0; I = mr^2 = 0; E_{вр} = I\omega^2/2 = 0$).

Молекулу двухатомного газа можно рассматривать как две материальные точки жёстко связанных атомов. Это система кроме трёх степеней свободы поступательного движения, имеет ещё две степени свободы вращательного движения (рис. 9.1б). Вращение вокруг третьей оси проходящей через оба атома не имеет смысла. Таким образом двухатомные молекулы имеют 5 степеней свободы *(i = 5).* Трёхатомные молекулы (рис.9.1в) имеют 6 степеней свободы – три поступательных и три вращательных (i = 6).

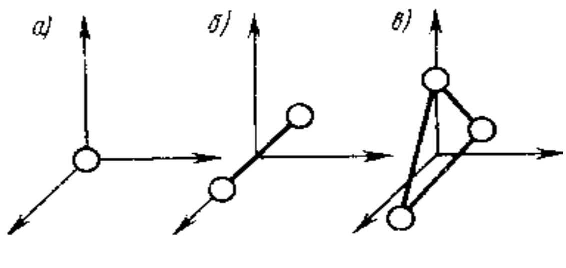


Рис.9.1

Так как средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы, обладающая тремя степенями свободы, равна $E_к$ = (3/2) $кT$, то на каждую степень свободы приходится 1/3 значения $E_к$, т. е.:

$$E_1 = \frac{E_к}{3} = \frac{1}{2}кT \qquad (9.2)$$

Когда молекула участвует одновременно в поступательное и во вращательном движениях, то его полная энергия

$$E = (i/2)kT \qquad (9.3)$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Внутренняя энергия одного моля газа будет равна сумме кинетических энергий N_A (постоянная Авогадро) молекул:

$$U_m = \frac{i}{2}kT \cdot N_A = \frac{i}{2}\frac{R}{N_A} \cdot T \cdot N_A = \frac{i}{2}RT \qquad (9.4)$$

Если имеется $\nu = m / M$ молей газа, то его внутренняя энергия

$$U = \nu\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT \qquad (9.5)$$

где m – масса газа, M – молярная масса газа. Таким образом, внутренняя энергия любой массы газа пропорциональна числу степеней свободы молекул и абсолютной температуре.

2. Для определения совершаемую газом работу при изменении его объёма, рассмотрим газ, находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде (рис. 9.2). В начальный момент газ имеет температуру T_1, давление p и объём V_1. При изобарическом нагреве (p = *const*), температура газа повышается до T_2, и занимает объём V_2. Поршень переместится из положения 1 в положение 2 (рис. 9.2). При этом газ совершает работу против внешних сил (в данном случае против силы тяжести поршня):

$$A = F\Delta l = p\,S\,\Delta l \qquad (9.6)$$

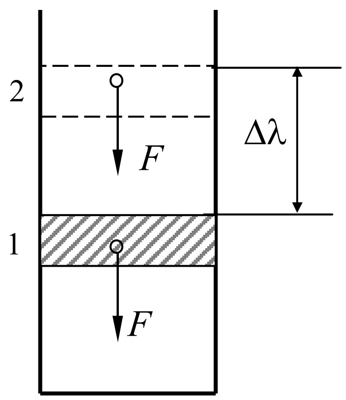


Рис.9.2

где S – площадь поршня. Поскольку $S\Delta l = \Delta V$ приращение объёма, то работа при расширении газа

$$A = p\Delta V = p\,(V_2 - V_1) \qquad (9.7)$$

Если в процессе изменения объёма газа, давление не будет постоянным, то полное изменение ΔV разбиваем на малые элементы dV, в которых давление можно считать постоянным. Тогда элементарная работа $d\,A = p\,dV$. Полную работу A совершаемую газом при изменении объёма от V_1 до V_2, найдём путём интегрирования:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV \qquad (9.8)$$

3. Первый закон термодинамики рассматривает процессы, связанные с взаимопревращением механической и внутренней энергии, а также передачей внутренней энергии от одного тела к другому в термодинамических системах. Закон сохранения и превращения энергии в этом случае гласит: ***изменение внутренней энергии системы*** ΔU ***при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме работы*** A^1 ***внешних сил и количеству теплоты Q, переданного системе:***

$$\Delta U = A^1 + Q \qquad (9.9)$$

Если учитывать, что $A' = -A$ (A работа совершаемая газом над внешними силами), то (9.9) записывается уравнением

$$\Delta U = -A + Q \quad \text{или} \quad Q = \Delta U + A \qquad (9.10)$$

Уравнение (9.10) представляет собой математическое выражение первого закона термодинамики: ***теплота Q, переданное системе идёт на изменение***

её внутренней энергии ΔU и на совершение системой работы A над внешними телами. Выражение (9.10) для малого изменения состояния системы будет иметь вид:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \qquad (9.11)$$

Из (9.10) следует, что количество теплоты выражается в тех же единицах, что работа и энергия, т. е. в ***Джоулях (Дж).*** Иногда используется для измерения количества теплоты внесистемные единицы – ***калория (1 кал. = 4,19 Дж)*** или ***килокалорию (1 ккал = 4190 Дж).***

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то $\Delta U = 0$. Тогда согласно первому закону термодинамики $A = Q$. Исходя из этого первый закон термодинамики формулируется также следующим образом: ***нельзя построить периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем переданной ему извне энергии: вечный двигатель первого рода невожможен.***

Чтобы вычислить количество теплоты, переданное для изменения температуры тела, вводят понятие удельной теплоёмкости вещества. Удельная теплоёмкость ***c*** определяется ***количеством теплоты, которое необходимо сообщит телу массой 1 кг, чтобы увеличить его температуру на 1 К:***

$$c = \frac{\Delta Q}{m(T_2 - T_1)} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \qquad (9.12)$$

Единица удельной теплоёмкости в СИ – ***Дж / (кг· К).*** Вводится также понятие молярной теплоёмкости – ***величина равная количеству теплоты необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 К:***

$$C_M = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T} \quad \text{или} \quad C_M = \frac{\Delta Q M}{m\Delta T} = cM \qquad (9.13)$$

где $\nu = m / M$ число молей вещества. Единица молярной теплоёмкости в СИ – ***Дж / (моль· К)***. Из (9.13) видно, что ***c*** связана со $\boldsymbol{C_M}$ соотношением $C_M = cM$ где M – молярная масса вещества.

Различают теплоёмкости при постоянном объеме $\boldsymbol{C_V}$ и при постоянном давлении $\boldsymbol{C_p}$. В первом случае всё переданное тепло идёт только на увеличение внутренней энергии газа, так как объём газа не изменяется $(V = const,\ \Delta V = 0)$, и работа над внешними силами равно нулю $(A = P\Delta V = 0)$. Тогда первое уравнение термодинамики (9.11) для одного моля газа записывается в виде:

$$\Delta Q = C_V \Delta T = \Delta U_m \quad \text{или} \quad C_V = \Delta U_m / \Delta T \qquad (9.14)$$

Учитывая формулу (9.4), выражения (9.14) запишем в виде:

$$C_V = iR/2 \qquad (9.15)$$

Если газ нагревается при постоянном давлении ($p = const$), то требуется ещё дополнительное количество теплоты на совершение работы над внешними силами. Тогда выражение (9.11) можно записать в виде:

$$\Delta Q = C_p \Delta T = \Delta U_m + p\Delta V_m. \qquad (9.16)$$

Поделив оба части уравнения (9.16) на ΔT, получим:

$$C_p = \frac{\Delta U_m}{\Delta T} + \frac{p\Delta V_m}{\Delta T} = C_V + R \qquad (9.17)$$

Здесь учтено, что $p\Delta V_m = R\Delta T$. Выражение (9.17) называется уравнением Майера, который показывает что C_p всегда больше чем C_V на величину R.

Используя (9.15) уравнение (9.17) можно написать в виде:

$$C_p = (i+2)R/2 \tag{9.18}$$

При изучении термодинамических процессов важное значение имеет отношение C_P к C_V для каждого вида газа:

$$\gamma = C_P / C_V = (C_V + R)/C_V \qquad \text{или} \qquad \gamma = (i+2)/i \tag{9.19}$$

где γ - называется коэффициентом Пуассона.

4. Рассмотрим применение первого закона термодинамики к изопроцессам. Исходя из выражения (9.8), определим работу для изотермического процесса *(T = const)*:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \tag{9.20}$$

Так как для изотермического процесса $\Delta T = 0$, то $\Delta U = (m/M)R\Delta T = 0$. Следовательно, из первого закона термодинамики

$$\Delta Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \tag{9.21}$$

т. е. всё количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы над внешними силами.

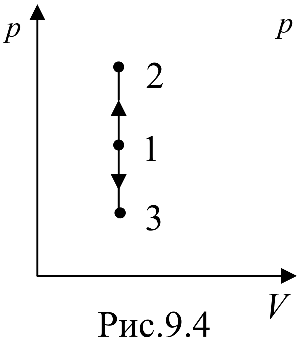


Рис.9.4

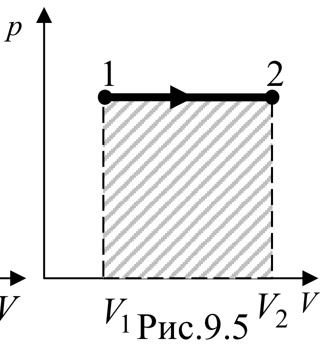


Рис.9.5

Для изохорного процесса объём остаётся постоянной *(V = const)*. График изохорного процесса изображается прямой, параллельной оси ординат (рис. 9.4), где процесс 1-2 есть изохорное нагревание, а 1-3 изохорное охлаждение. При этом процессе газ не совершает работы над внешними силами, т.е.:

$$\Delta A = p\Delta V = 0 \tag{9.22}$$

Тогда теплота сообщаемая газу, идёт на увеличение его внутренней энергии:

$$\Delta Q = \Delta U \tag{9.23}$$

Согласно формуле (9.14) $\Delta U_m = C_V \Delta T$. Тогда для произвольной массы газа

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T \tag{9.24}$$

Для изобарного процесса *p=con*st. График изобарного процесса изображается прямой параллельной оси *V* (рис. 9.5). В изобарном процесссе работа газа при расширении от объёма V_1 до V_2 равно:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1) = p\Delta V \tag{9.25}$$

и определяются площадью заштрихованного прямоугольника на рис. 9.5.

Запишем уравнения Менделеева–Клайперона для двух состояний газа:

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1 \qquad \text{и} \qquad pV_2 = \frac{m}{M} RT_2$$

Откуда получим:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{m}{M} \frac{R}{p} (T_2 - T_1) \tag{9.26}$$

Вставляя (9.26) в уравнение (9.25), получим для работы формулу:

$$A = (m/M)R(T_2 - T_1) \tag{9.27}$$

Из этого уравнения вытекает физический смысл универсальной газовой постоянной ***R*: *если $T_2 - T_1 = 1$ К и $m/M = 1$ моль, то R численно равно работе расширения газа при нагревании его на 1 К.***

5. Адиабатический процесс. ***Процесс, протекающий без теплообмена с внешней средой, называется адиабатическим.*** Чтобы найти уравнение адиабаты идеального газа, воспользуемся уравнением (9.11) первого закона термодинамики, подставив в него выражения (9.24) для ΔU и написав элементарную работу в виде $p\Delta V$:

$$\Delta Q = (m/M)C_V \Delta T + p\Delta V \tag{9.28}$$

В отсутствие теплообмена с внешней средой $\Delta Q = 0$. Поэтому для адиабатического процесса уравнение упрощается следующим образом:

$$p\Delta V = -(m/M)C_V \Delta T \tag{9.29}$$

Взяв дифференциал от обеих частей уравнения Менделеева-Клайперона $pV = (m/M)RT$, придем к равенству:

$$pdV + Vdp = -\frac{m}{M}RdT \tag{9.30}$$

Умножим уравнение (9.29) на отношение R/C_V и сложим его с уравнением (9.30). В результате получим:

$$\gamma pdV + Vdp = 0 \tag{9.31}$$

где $\gamma = 1 + R/C_V = C_p/C_V$. На конец разделим (9.30) на произведение pV:

$$\gamma\frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0 \tag{9.32}$$

Левую часть этого уравнения можно представить в виде $d\ln(pV^\gamma)$. Откуда следует что:

$$pV^\gamma = const \tag{9.33}$$

Мы получили уравнение адиабаты идеального газа в переменных p и V. Его называют ***уравнением Пуассона.***

Написав уравнение (9.33) в виде $pV \cdot V^{\gamma-1} = const$ и заменив pV через $(m/M)RT$, придем к уравнению адиабаты идеального газа в переменных T и V:

$$TV^{\gamma-1} = const \tag{9.34}$$

(постоянные m, M и P включены в константу; следовательно, константы в формулах (9.33) и (9.34) имеют неодинаковое значение).

Из уравнения (9.34) вытекает, что при адиабатическом расширении идеальный газ охлаждается, а при сжатии нагревается.

Контрольные вопросы.

1. От чего зависит внутренняя энергия идеального газа?
2. Чем определяется работа газа, при изменении его объёма?
3. Сформулируйте первый закон термодинамики?
4. Что называется удельной теплоёмкостью, молярной теплоёмкостью?
5. Напишите формулы первого закона термодинамики к изопроцессам.
6. Как записывается 1- закон термодинамики для адиабатического процесса?

10. Статическое распределение молекул.

План.

1. Распределение молекул газа по скоростям. Закон Максвелла.
2. Барометрическая формула. Распределенеие Больцмана.
3. Обратимые и необратимые процессы.
4. Цикл Карно. Второй закон термодинамики.
5. Коэффициент полезного действия тепловой машины.

Ключевые слова: средняя квадратичная скорость; средняя арифметическая скорость; наиболее вероятная скорость; барометрическая формула; распределение Больцмана; обратимый процесс; необратимый процесс; цикл Карно; коэффициент полезного действия (к.п.д.).

1. Молекулы газа в равновесном состоянии, обладают различными скоростями и в процессе теплового движения скорость молекул в результате столкновения непрерывно меняется (увеличивается или уменьшается). При этом, как установлено в молекулярно - кинетической теории, средняя кинетическая энергия молекулы с массой m_0 определяется выражением

$$\overline{E} = \frac{m_0 \vartheta_{кв}^2}{2} \qquad (10.1)$$

С другой стороны кинетическая энергия молекулы пропорциональна температуре т.е.:

$$\overline{E} = 3kT/2 \qquad (10.2)$$

Здесь k – постоянная Больцмана. Приравнивая (10.1) и (10.2), получим:

$$\frac{m_0 \vartheta_{кв}^2}{2} = \frac{3}{2}\kappa T \quad \text{или} \quad \vartheta_{кв} = \sqrt{3\kappa T / m_0} \qquad (10.3)$$

Учитывая, что $k=R/N_A$ и $m_0 N_A = M$ – молярная масса, (10.3) записывается в виде

$$\vartheta_{кв} = \sqrt{3RT/M} \qquad (10.4)$$

Таким образом, при известном значении T можно вычислить среднюю квадратичную скорость молекулы.

Английский физик Джеймс Максвелл теоретически вывел закон распределения молекул по скоростям $f(\vartheta)$. Если разбить диапазон скоростей молекул на малые интервалы, равные $d\vartheta$, то на каждый интервал приходится некоторое число молекул $dN(\vartheta)$. Функция $f(\vartheta)$ определят относительное число молекул $dN(\vartheta)/N$, скорости которые лежат в интервале от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$, т. е.:

$$f(\vartheta)d\vartheta = dN(\vartheta)/N$$

Применяя методы теории вероятности, Максвелл нашел функцию $f(\vartheta)$ - закон для распределения молекул газа по скоростям:

$$f(\vartheta) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m\vartheta^2}{2kT}\right) \cdot 4\pi\vartheta^2 \qquad (10.5)$$

Из (10.5) видно, что конкретный вид функции зависит от рода газа (от массы молекулы) и от параметра состояния T (термодинамическая температура). График функции $f(\vartheta)$ приведен на рисунке 10.1.

Относительное число молекул $dN(\vartheta)/N$, скорости которых лежат в интервале от ϑ до $\vartheta + d\vartheta$, равно площади заштрихованной на рис. 10.1. Из графика видно, что функция распределения стремится к нулю при $\vartheta \to 0$ и $\vartheta \to \infty$ и проходит через максимум при скорости, называемой наиболее вероятной скоростью. Причём этой скоростью обладает наибольшее число молекул. Значение $\vartheta_{вр}$ можно найти, продифференцировав выражение (10.5) по аргументу ϑ, и используя условие для максимума выражения $f(\vartheta)$

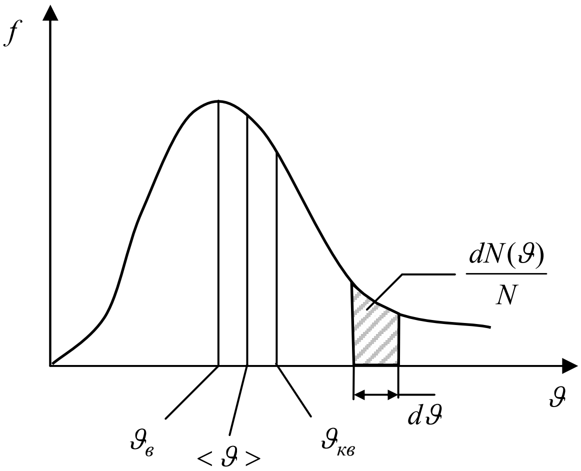


Рис.10.1

$$\vartheta_{вр} = \sqrt{2kT/m_0} = \sqrt{2RT/M} \qquad (10.6)$$

Здесь учтено, что $k = R/N_A$ и $m_0 N_A = M$. В молекулярно-кинетической теории пользуются понятием средней арифметической скорости $<\vartheta>$ поступательного движения молекул, также вычисляемой из закона (10.5):

$$\langle\vartheta\rangle = \sqrt{8RT/(TM)} \qquad (10.7)$$

Таким образом, как следует из закона Максвелла, состояние газа характеризуется тремя видами скоростей:

1. Наиболее вероятная $\vartheta_{вр} = \sqrt{2RT/M}$
2. Средняя арифметическая $\langle\vartheta\rangle = \sqrt{8RT/(TM)} = 1{,}13\vartheta_{вр}$
3. Средняя квадратичная $\vartheta_{кв} = \sqrt{3RT/M} = 1{,}22\vartheta_{вр}$

Эти скорости представлены на рис. 10.1.

2. Известно, что атмосферное давление убывает с высотой. Найдём функцию *p(h)* описывающую зависимость давления от высоты. Если давление на высоте *h* равно *p*, то на высоте *h*+*dh* равно *p*+*dp* (рис. 10.2) Разность давлений *p* и *p*+*dp* равно весу газа, заключённого в цилиндре высотой Δh:

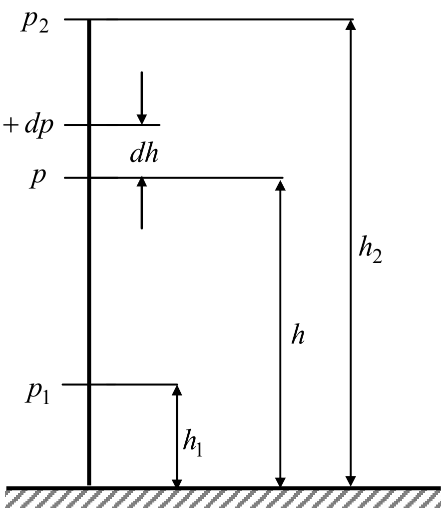


Рис.10.2

$$p - (p + dp) = \rho g dh \qquad (10.8)$$

ρ-плотность газа на высоте *h*. Из-за того, что *dh* очень мала, плотность газа можно считать постоянной. Следовательно

$$dp = -\rho g dh \qquad (10.9)$$

Знак минус в (10.9) указывает, что давление с высотой уменьшается. Из уравнения Менделеева – Клайперона находим плотность:

$$\rho = m/V = pM/RT \qquad (10.10)$$

Подставив это уравнение в (10.9), получим:

$$dp = -\frac{PMg}{RT}dh \qquad (10.11)$$

Здесь M- молярная масса воздуха. Разделив переменные, получим уравнение:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT}dh \qquad (10.12)$$

Для изотермической атмосферы (T - $const$), интегрирование (10.12) даёт

$$\ln p = -\frac{Mgh}{RT} + C \qquad (10.13)$$

Потенцируя это соотношение, придём к формуле:

$$p = C\exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right) \qquad (10.14)$$

Положив $h=0$, в (10.14) получим $C=p_0$ атмосферное давление на поверхности земли. Таким образом

$$p = p_0 \exp(-Mgh/RT) \qquad (10.15)$$

Формула (10.14) называется ***Барометрической формулой,*** где p – давление на высоте h.

Заменим в формуле (10.15) отношение $M/R=m/k$ и представим p и p_0 как $p=nkT$, $p_0=n_0kT$. В результате получим

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) \qquad (10.16)$$

где n_0-концентрация молекул при $h=0$, n-концентрация молекул на высоте h, и $mgh=E_p$ потенциальная энергия молекулы на высоте h. Поэтому:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_p}{kT}\right) \qquad (10.17)$$

Выражение (10.17) называется ***распределением Больцмана.***

3.Обратимым процессом называется процесс, ***который может происходить в двух противоположных направлениях через одни и те же промежуточные состояния, без изменений в окружающих телах.*** В тепловых процессах обратимыми являются только равновесные процессы. В реальных условиях строгого равновесия процесс происходить не может, так как одинакового изменения параметров во всех точках системы можно добиться только при бесконечно медленном их изменении.

Если промежуточные состояния системы неравновесны, такой процесс всегда не обратим. Для необратимых процессов существенно направление их протекания. В одном направлении они протекают самопроизвольно, а в исходную точку их можно вернуть только за счёт каких либо изменений в окружа--ющей среде. Так, газ, занимавший часть объёма, самопроизвольно займёт весь объём, если убрать препятствующую перегородку. Но обратно в одну половину молекулы сами по себе не соберутся. Здесь необходимо выполнять работу, например, сжать газ. При теплообмене наблюдается переход тепла от более нагретого тела к менее нагретому телу. Обратный переход никогда не происходит. Реальные термодинамические процессы сопровождаются трением, диффузией, теплообменом со средой, и протекают с конечной скоростью, поэтому являются необратимыми.

4. Второй закон термодинамики указывает на направление процессов, которые могут происходить в действительности. Основоположником второго закона термодинамики считается французский физик Сади Карно.

Круговым процессом (или циклом) называется процесс, при котором система через ряд состояний, возвращается в исходное.

Для примера рассмотрим цикл состоящий из двух изохорных ($2\to3$ и $4\to1$) и двух изобарных процессов ($1\to2$ и $3\to4$) (рис.10.3). После расширения газа от объёмаV_1 до V_2, понижают его давление изохорно от p_1 до p_2 и изобарно сжимают до V_1. Наконец, увеличивают давление до p_1 при постоянном V_1. Таким образом, газ вернули в первоначальное состояние и цикл можно повторить сначала. Полезная работа, выполненная газом за цикл, равна:

$$A = (P_1 - P_2)(V_1 - V_2) \tag{10.18}$$

Она численно соответствует площади прямоугольника, заштрихованного на рис. 10.3. При изменении состояния системы по изохоре ($4\to1$) и изобаре ($1\to2$) газ должен получать количество теплоты Q_1, и нагреваться (температура увеличиваться от T_2 до T_1). При переходе по изохоре ($2\to3$) и изобаре ($3\to4$) газ отдаёт количество теплоты Q_2 и температура понижается снова до T_2.

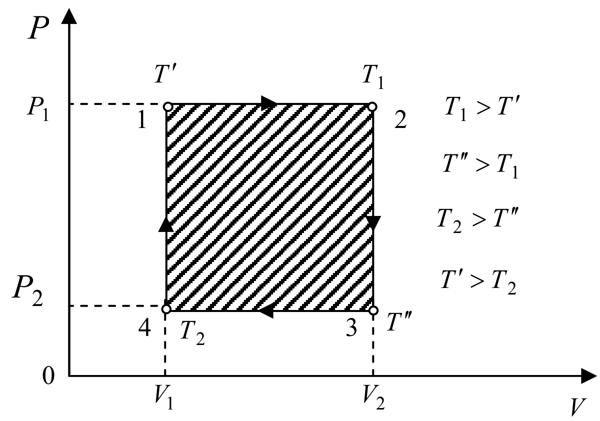


Рис.10.3

Если система в результате цикла совершает некоторую работу A, то такая система называется ***тепловой машиной.*** Тепловая машина должна состоять из трёх элементов: 1) ***рабочего тела (газ или пар);*** 2) ***нагревателя, который отдаёт рабочему телу количество теплоты Q_1;*** 3) ***холодильника, отбирающего у рабочего тела количество теплоты Q_2*** (рис.10.4). Нагреватель должен периодически повышать температуру рабочего тепла до T_1, а холодильник – понижать ее до T_2 (рис.10.4).

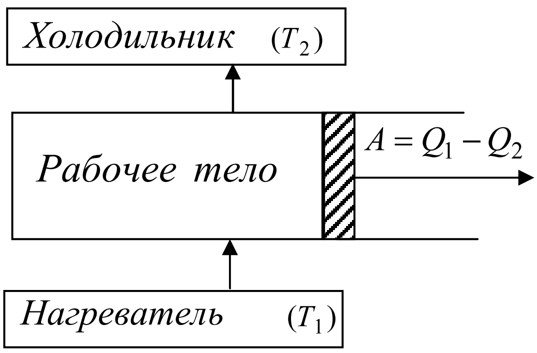


Рис.10.4

Самым экономичным является цикл Карно, состоящий из двух изотермических ($1\to2$ и $3\to4$), и двух адиабатных ($2\to3$ и $4\to1$) процессов (рис.10.5).

При изотермическом расширении, газ, переходя из состояния 1 в состояние 2, совершает работу

$$Q_1 = A_{12} = \frac{m}{M} R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} \tag{10.19}$$

На участке $2\to3$ газ адиабатически расширяется, и совершает работу за счёт уменьшения внутренней энергии

$$A_{23} = -\frac{m}{M} C_v (T_2 - T_1) \tag{10.20}$$

Теплота Q_2, отданная газом холодильнику на участке $3 \to 4$, равна работе сжатия

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2 \qquad 10.21)$$

Работа адиабатического сжатия на участке $4 \to 1$:

$$A_{41} = -\frac{m}{M} C_V \left(T_2 - T_1\right) = -A_{23} \qquad (10.22)$$

При этом газ возвращается к исходному состоянию. Работа, совершаемая за весь цикл, равна сумме всех указанных выше работ:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 - Q_2 \qquad (10.23)$$

Работа A численно равна площади 1-2-3-4, ограниченной графиком (рис.10.5).

Отношение работы A, к полученной от нагревателя количеству теплоты Q_1 называется ***коэффициентом полезного действия (к.п.д.)*** тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q} \qquad (10.24)$$

Применив уравнение адиабат для $(2 \to 3)$ и $(4 \to 1)$, получим:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (10.25)$$

Это выражение называется ***термическим к.п.д. тепловой машины.*** Из последнего следует, что ***к.п.д.*** тепловой машины не может быть равным единице, так как невозможно достигнуть температуры холодильника $T_2=0$. Этот вывод формулируется как второй закон термодинамики: ***невозможен процесс, единственным результатом которого было бы превращение всей внутренней энергии в работу.***

В реальных тепловых машинах потери очень большие, так как они работают по разомкнутому циклу: после расширения газ выбрасывается и сжимается новая порция газа.

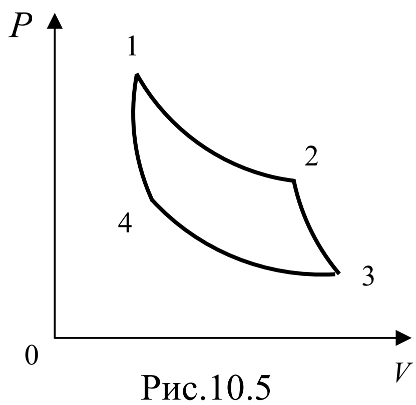


Рис.10.5

Контрольные вопросы

1. Начертите кривую распределения Максвелла. Что такое наиболее вероятная, средняя арифметическая и средняя квадратичная скорость молекул?
2. Как изменяется давление газа от высоты? Напишите выражение для распределения Больцмана.
3. Чем отличаются обратимые и необратимые процессы?
4. Что называется круговым процессом (циклом)? Почему цикл Карно называется идеальным?
5. Сформулируйте второй закон термодинамики.
6. Какие устройства называются тепловыми машинами? Как они устроены?
7. Что называется к. п. д. тепловой машины и как он определяется?

11. Реальные газы.

План

1. Уравнение Ван-дер-Ваальса,
2. Критическое состояние вещества.
3. Внутренняя энергия реальных газов.
4. Эффект Джоуля Томпсона.

Ключевые слова: собственный объём молекул; добавочное молекулярное давление; поправки Ван-дер-Ваальса; критическая температура; критическая точка; положительный и отрицательный эффект Джоуля Томсона; энтальпия; температура инверсии.

1. Модель идеального газа, используемая в молекулярно - кинетической теории, позволяет достаточно – точно описывать поведение газов при небольших давлениях и в невысоких температурах. Но при больших давлениях реальные газы нельзя описывать уравнением идеальных газов. Повышение давления приводит к уменьшению среднего расстояния между молекулами, поэтому необходимо учитывать объём молекул и взаимодействие между ними. Учёт собственного объёма молекул и сил межмолекулярного взаимодействия привел Ван-дер-Ваальса к выводу уравнения состояния реального газа, в котором введены две поправки. Первая поправка связана с учетом собственного объема молекул, а вторая учитывает притяжение молекул. Свободный объём, в котором могут двигаться молекулы реального газа, будут ровно $V_c= V_0 - b$, где V_0 – объём сосуда, b – поправка Ван-дер-Ваальса на собственный объём молекул одного моля газа. Она имеет размерность ***кубический метр на моль (м^3/моль).*** Силы притяжения между молекулами реального газа приводит появлению дополнительного давления в газе, называемого внутренним давлением. Расчёты показывают, что добавочное давление обратно пропорционально квадрату объема газа т.е. $p_i = a/V_0^2$. Полное давление внутри одного моля газа равна $p_{полн.} = p + a/V_0^2$. Размерность коэффициента ***[a] = Н·м^4 / моль^2***. С учетом этих поправок Ван-дер-Ваальс предложил следующее уравнение состояния для одного моля газа:

$$(p + a/V_0^2)(V_0 - b) = RT \tag{11.1}$$

Поправки a и b различны для различных газов и зависят от их химической природы, теоретически не рассчитываются, а определяются экспериментально для каждого вида газа. Для произвольной m массы газа, соответствующей $\nu = m/M$ молям газа, уравнение Ван-дер-Ваальса принимает вид

$$(p + \nu a/V_0^2)(V_0 - \nu b) = RT \tag{11.2}$$

2. Выражения (11.1) по своей сути является уравнением третьей степени относительно V_0. Как известно, уравнение третьей степени может иметь один или три действительных корня. Изотермы газа, подчиняющиеся закону Ван-дер-Ваальса, имеют вид представленной на рис. 11.1, где $T_1 < T_2 < T_3 < T_4 < T_5$. При $T < T_к$, имеется область состояний, где каждому значению давления соответствуют три значения объёма системы. При $T > T_к$ изотермы Ван-дер-Ваальса близки к изотермам Бойля – Мариотта. Такое поведение реального газа при его изотермическом сжатии объясняется особенностями взаимодействия молекул газа. Если температура газа больше критической $T_к$, то кинетическая энергия молекул больше максимально возможной потенциальной энергии их взаимодействия. Молекулы сближается, упруго соударяются и разлетаются в разные стороны. Вещество остается в газообразном состоянии.

При температуре $T<T_к$, при сближении на определённое расстояние молекулы газа попадают в потенциальную яму, глубина которой больше их кинетической энергии. Теперь после соударения молекулы не могут свободно разлетаться в разные стороны. Поступательное движение молекул превращаются в колебательное, появляется структура ближнего порядка, т. е. происходит конденсация газа - превращение в жидкость. Именно процессу сжижения газов и соответствует участок *АВ* изотермы Ван-дер-Ваальса (рис 11.1). На этом участке вещество существует в двухфазном состоянии: жидкость - газ. Ветвь изотермы слева от точки *В* соответствует сжатию вещества в жидком состоянии. На изотерме соответствующей критической температуре $T_к$, точка *А* и *В* сливаются в одну точку *К*, называемая критической точкой. Соответствующее ей давление $p_к$ и молярный объём V_k назы ваются критическими. В критической точке пропадает различие между жидкостью и газообразным состоянием вещества. Состояние с критическими параметрами называется критическим состоянем. В этом состоянии молярные объёмы жидкости и газа равны, а поверхностное натяжение жидкости исчезает.

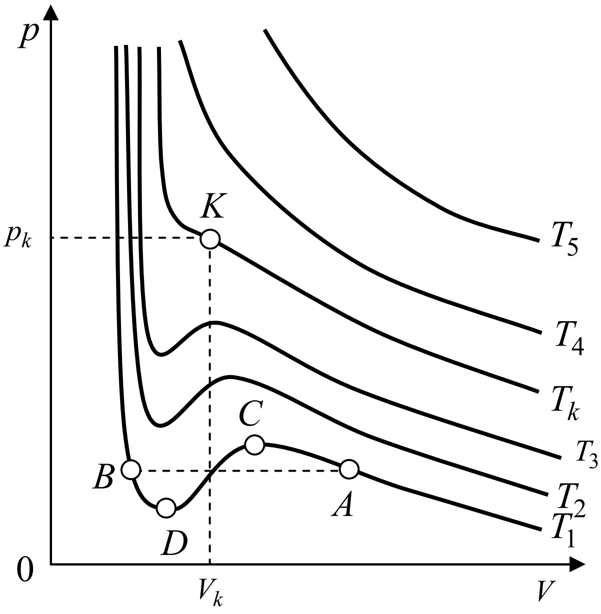


Рис. 11.1

3. Внутренняя энергия реального газа складывается из кинетической энергии теп-лового движения его молекул равная C_VT и из потенциальной энергии межмолекулярного притяжения. Как было упомянуто выше, наличие сил притяжения приводит к возникновению внутреннего давления на газ $p_i = a/V_0^2$. Работа, которая затрачивается для преодоления сил притяжения, действующая между молекулами, идет на увеличение потенциальной энергии системы, то есть $dA = p_i dV_0 = d\Pi$, или $d\Pi = adV_0/V_0^2$, откуда

$$\Pi = -\frac{a}{V_0} \qquad (11.4)$$

Знак минус означает, что молекулярные силы, создающие внутреннее давление p_i, является силами притяжения. Учитывая (11.4), формула для внутренней энергии одного моля реального имеет вид:

$$U_m = C_V T - a / V_0 \qquad (11.5)$$

Видно, что внутренняя энергия расчет с повышением температуры и увеличением объёма.

Если газ расширяется без теплообмена с окружающей средой (адиабатический процесс, т. е. $dQ = 0$) и не совершает внешней работы (расширение газа в вакуум т. е. $dA = 0$), то на основании первого закона термодинамики $dQ = (U_2 - U_1) + dA$) получим, что $U_1 = U_2$. Следовательно, при адиабатическом расширении без совершения работы внутренняя энергия газа не изменяется

4. Эффект Джоуля – Томпсона. Как уже известно, при адиабатическом расширении газ охлаждается, так как в этом случае совершается работа за счет его внутренней энергии. Подобный процесс с реальными газами осуществили английские физики Дж. Джоуль и У.Томпсон. На рис. 11.2 представлена схема устройства их опыта. В теплоизолированной трубке с пористой перегородкой находится два поршня, которые могут перемещаться без трения.

Слева от перегородки газ характеризуется параметрами давления p_1, объём V_1, температура T_1, а справа газ отсутствует (поршень 2 придвинут к перегородке). После прохождения газа через перегородку в правой части, давление газа p_2, объём V_2 и температура T_2. Давления p_1 и p_2 поддерживается постоянным. Так как расширение газа происходит без теплообмена, то на основании I-го закона термодинамики:

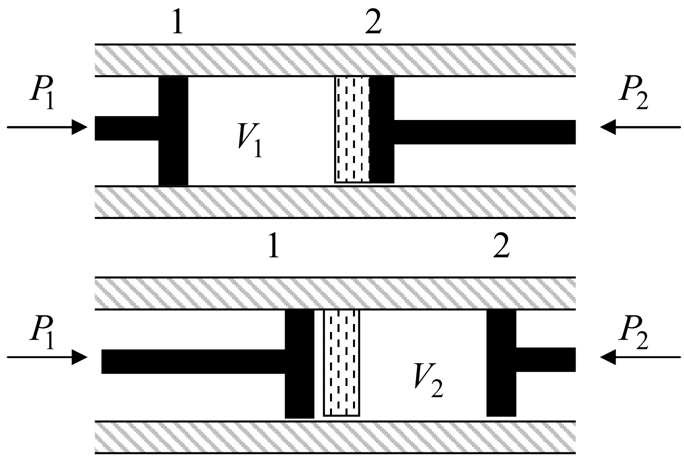


Рис. 11.2.

$$dQ = (U_2 - U_1) + dA = 0 \tag{11.6}$$

При движении поршня 2 совершается положительная работа $A_2 = p_2 V_2$, а при движении поршня 1 отрицательная работа $A_1 = p_1 V_1$, т.е. $dA = A_2 - A_1$. Подставляя выражения работ в формулу (11.6), и перенося величины с одинаковыми индексами, получим:

$$U_2 + p_2 V_2 = U_1 + p_1 V_1 \tag{11.7}$$

Таким образом, при адиабатическом расширении реального газа величина $U + pV$ остается неизменной и называется энтальпией системы. Подставим в формулу (11.7) выражение $U_1 = C_V T_1 - a/V_1$; $U_2 = C_V T_2 - a/V_2$ и, произведя преобразования получим

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{2a(1/V_2 - 1/V_1) - b(p_2 - p_1)}{C_V + R} - \frac{ab(1/V_2^2 - 1/V_1^2)}{C_V + R} \tag{11.8}$$

Как видно из (11.8), знак разности $(T_2 - T_1)$ зависит от поправок Ван-дер-Ваальса. Проанализируем данное выражение, допустив что $p_2 << p_1$ и $V_2 >> V_1$, для следующих случаев: а) Не учитываются силы притяжения между молекулами, т.е. $a \approx 0$. Тогда

$$T_2 - T_1 \approx \frac{-b(p_2 - p_1)}{C_V + R} > 0$$

В данном случае газ нагревается. б) Не учитываются размеры молекул, т.е. $b \approx 0$. Тогда:

$$T_2 - T_1 \approx \frac{2a(1/V_2 - 1/V_2)}{C_V + R} < 0$$

В данном случае газ охлаждается. в) Учитываются обе поправки, тогда после преобразования имеем:

$$\Delta T = T_2 - T_1 \approx \frac{\dfrac{bRT_1}{V_1 - b} - \dfrac{2a}{V_1}}{C_V + R} \qquad (11.9)$$

т.е. знак ΔT зависит от значений V_1 и T_1. ***Изменение температуры реального газа в результате его адиабатического расширения - медленного прохождения газа под действием перепада давления сквозь пористую перегородку называется эффектом Джоуля-Томпсона.*** Эффект считается положительным, если газ в процессе прохождения охлаждается (ΔT <0), и отрицательным если газ наг-ревается (ΔT >0). В зависимости от условий прохождения один и тот же газ может давать как положительный так и отрицательный эффект Джоуля – Томпсона. ***Температура при которой разность ΔT меняет свой знак называется температурой инверсии.*** Ее зависимость от объёма получим, приравняв выражения (11.9) нулю:

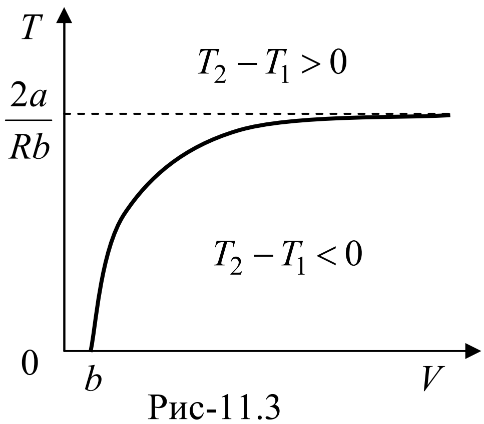


Рис-11.3

$$T = \frac{2a}{Rb}\left(1 - \frac{b}{V}\right) \qquad (11.10)$$

Кривая инверсии определяется уравнением (11.10), и приведена на рис. 11.3.

Как видно из графика, область выше этой кривой соответствует отрицательному эффекту, ниже положительному эффекту Джоуля – Томпсона. Положительный эффект Джоуля – Томпсона широко используется в криогенной технике, в процессе сжижения газов.

Контрольные вопросы:

1. Какую модель предложил Ван-дер-Ваальс для объяснения закономерностей поведения реальных газов?
2. Какой физический смысл поправок a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса?
3. Как объясняется вид изотерм Ван-дер-Ваальса?
4. Что такое критическая температура?
5. Чем отличается внутренняя энергия реального газа от идеального газа?
5. Что такое энтальпия системы?
6. Объясните сущность эффекта Джоуля –Томпсона.

12. Основы электростатики.

План:

1. Основные понятия. Закон сохранения заряда.
2. Закон Кулона.
3. Электрическое поле. Принцип суперпозиции.
4. Теорема Гаусса для электростатического поля.

Ключевые слова: электростатика; электрический заряд; кулоновская сила; диэлектрическая проницаемость; напряженность электрического поля; силовые линии; принцип суперпозиции; теорема Гаусса;

1. ***Электростатикой*** называется раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействия, неподвижных электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом. Электрические заряды делятся на положительные и отрицательные. Положительный заряд возникает, например, на стекле, натертым кожей, отрицательный на янтаре, натертым шерстью.

Стабильными носителями электрических зарядов являются элементарные частицы. Носителями положительного заряда являются протон и позитрон, отрицательного – электрон и антипротон. Наименьшими устойчивыми частицами, которые обладают отрицательным (положительным) электрическим зарядом и входят в состав любого вещества, являются ***электроны и протоны.*** Электрический заряд протона и электрона по абсолютному значению равен $1{,}6\cdot10^{-19}$ *Кл.* Массы электрона и протона равны соответственно и $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ *кг.*, $m_p = 1{,}67\ 10^{-27}$ *кг.* Электрический заряд протона и электрона называется ***элементарным зарядом.*** Электрический заряд любого заряженного тела равен целому числу элементарных зарядов. В электрически нейтральной (незаряженной) системе содержится равное число элементарных зарядов противоположного знака. Электрически нейтральными являются атомы, молекулы, а также макроскопические тела. Если электрическая нейтральность тела нарушена, то она называется ***наэлектризованным.*** Для электризации тела необходимо, чтобы на нем был создан избыток электрических зарядов того или другого знака. При всех явлениях, связанных с перераспределением электрических зарядов в изолированной системе тел, алгебраическая сумма электрических зарядов $\sum q$ сохраняется постоянной (***закон сохранения заряда***).

2. Силы электростатического взаимодействия зависят от формы и размеров наэлектризованных тел. В случае неподвижных точечных зарядов q и q_0 справедлив закон Кулона: ***сила F электростатического взаимодействия между зарядами q_1 и q_2, находящимися в вакууме, прямо пропорциональна произведению величин зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними***:

$$F = k\frac{q \cdot q_0}{r^2} \tag{12.1}$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц, используемой при расчетах. В системе СИ коэффициент пропорциональности в формуле (11.1) пишут в виде $k=1/4\pi\varepsilon_0$, где ε_0 - электрическая постоянная. Следовательно, закон Кулона в этой системе имеет вид:

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\cdot q_0}{r^2} \tag{12.2}$$

Значение ус ε_0 установлено опытным путем и равна ε_0= 8,85 $\cdot 10^{-12}$ Ф/м. Подстановка значения ε_0 в выражение для k приводит к величине k=9$\cdot 10^9$ $н{\cdot}м^2/Кл^2$.

Установлено что, разноименные электрические заряды притягиваются друг к другу, одноименные – отталкиваются. Этим кулоновские силы принципиально отличаются от гравитационных сил, всегда являющихся силами притяжения. Опыт показывает, что силы взаимодействия электрических зарядов в среде меньше чем в вакууме. Величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в данной среде, меньше чем вакууме, называется относительной диэлектрической проницаемостью среды и обозначается буквой ε и определяется как $\varepsilon = F_0/F$, где F_0 - сила взаимодействия в вакууме. Закон Кулона для зарядов находящихся в жидкой или газообразной среде с диэлектрической проницаемостью ε имеет вид:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\cdot q_0}{\varepsilon r^2} \tag{12.3}$$

Единица электрического заряда ***Кулон (Кл)*** определяется через единицу силы тока ***ампер (А)*** и единицу времени (*с*), как заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при токе силой ***1 А*** за время ***1 с.***

3. Взаимодействие электрических зарядов осуществляется с помощью электрического поля. Электрическое поле представляет собой одну из форм материи, существующую в пространстве вокруг электрического заряда и проявляющую себя силами, действующими на другие заряды.

Для сравнения электрического поля в разных точках пространства служит силовая характеристика поля - вектор напряженности ***Е.*** Напряженность это физическая величина, измеряемая силой, с которой электрическое поле действует на единичный положительный заряд, q_0 помещенный в эту точку:

$$E = F/q_0 \tag{12.4}$$

Как следует из формулы (12.3) и (12.4) напряженность поля точечного заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r^2} \tag{12.5}$$

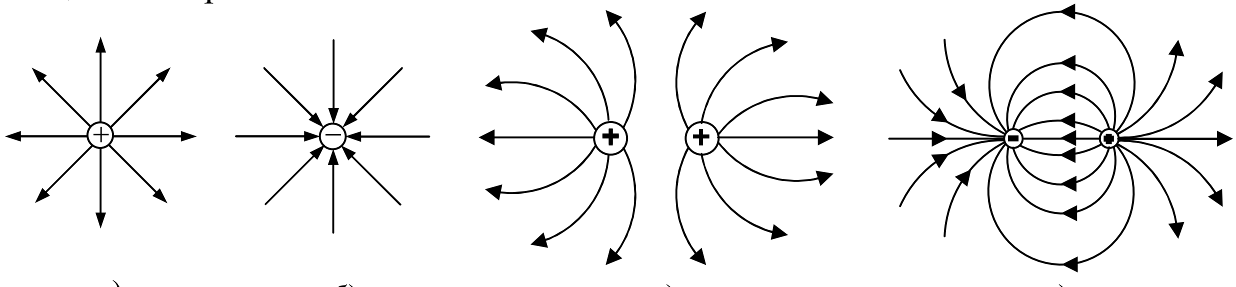
Вектор *Е* направлен вдоль радиальной прямой, проходящей через заряд в данную точку поля, от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен.

В разных точках поля векторы напряженности могут, различаться по величине и направлению. Такое поле называется неоднородным. Если векторы напряженности во всех точках поля одинаковы, т.е. равны по модулю и параллельны друг к другу, то такое поле однородно.

Во многих случаях электрическое поле создается системой точечных зарядов. В этом случае напряженность результирующего поля определяется как:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \cdots + \bar{E}_n \qquad (12.6)$$

Напряженность в данной точке поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженности полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности. Это положение выражает принцип суперпозиции электрических полей.



а) *б*) *в*) *с*)

Рис. 12.1

Графически электрическое поле изображают с помощью линий напряженности (силовых линий). Линией напряженности электрического поля называ-ется воображаемая линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности ***E*** поля в этой точке и «густота» силовых линий пропорциональна величине Е в данной точке. Принято считать, что линии напряженности начинаются на положительном заряде и оканчиваются на отрицательном и не прерываются между зарядами. Электрические силовые линии также не пересекаются, так как это означало бы, что в точке пересечения существует несколько направлений вектора ***E***. К примеру на рисунках 12.1(а, б, в, с) изображены силовые линии некоторых электрических полей точечных зарядов.

4. Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и величину напряженности электрического поля, условились проводить их с определенной густотой. Число линий напряженности, пронизывающих единицу поверхности, перпендикулярной линиям напряженности должно быть равно модулю вектора *E*. Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS, нормаль **n** который образует угол α с вектором E, равно $E\ dS\ \cos\alpha = E_n\ dS$, где E_n-составляющая вектора E по направлению нормали **n** к площадке (рис. 12.2). Величина

$$d\Phi_E = E_n dS = EdS \qquad (12.7)$$

называется ***потоком вектора напряженности*** через площадку dS. Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора E через эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S EdS \qquad (12.8)$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S.

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей значительно упрощается при использовании теоремы Гаусса, определяющая поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность.

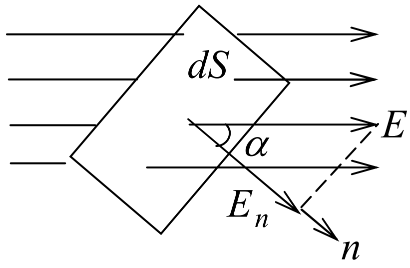


Рис.12.2

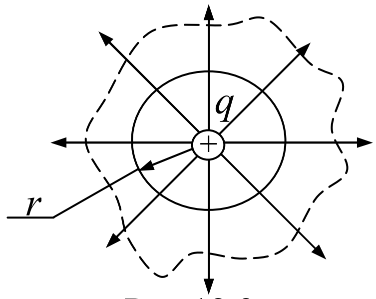


Рис.12.3

В соответствии с формулой (12.8), поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r (рис-12.3), охватывающая точечный заряд q, находящийся в ее центре равна:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (12.9)$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы.

Рассмотрим общий случай произвольной поверхности, окружающий n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность E поля, создаваемая всеми зарядами, равна сумме напряженностей E_i, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $E = \sum_i E_i$ Поэтому

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \left(\sum_i E_i \right) dS = \sum_i \oint_S E_i dS \qquad (12.10)$$

Согласно (12.9), каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен q_i / ε_0 . Следовательно

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (12.11)$$

Формула (12.11) выражает теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме: ***поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на*** ε_0**.** Это теорема была выведена математически для векторного поля М. Остроградским, а затем независимо К. Гауссом, применительно к электростатическому полю. В связи с этим эту теорему также называют теоремой Остроградского-Гаусса.

В общем случае электрические заряды в различных точках пространства могут имет различную объёмную плотность $\rho = dQ/dV$. Тогда суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности S охватывающей обём V

$$\sum_i Q_i = \int_V \rho dV$$

Используя эту формулу, теорему Остроградского-Гаусса можно записать в виде

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV$$

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте закон взаимодействия точечных электрических зарядов.
2. Что называется напряженностью электрического поля?
3. Объясните принцип суперпозиции полей.
4. Как определяется поток напряженности электрического поля?
5. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля.

13. Работа сил электростатического поля. Потенциал.

План:

1. Вычисление электростатических полей с помощью теоремы Гаусса.
2. Работа сил электростатического поля.
3. Потенциал электростатического поля.
4. Эквипотенциальные поверхности.
5. Связь между напряженностью поля и разностью потенциалов.

Ключевые слова: поверхностная и линейная плотность заряда; потенциальная энергия заряда; потенциал электрического поля; разность потенциалов; эквипотенциальные поверхности.

1. Теорема Гаусса позволяет в ряде случаев найти напряженность поля более простыми средствами, чем формула

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot}{\varepsilon r^2} \tag{13.1}$$

а также принципа суперпозиции полей. Для использования теоремы Гаусса вводятся понятия поверхностной и линейной плотности заряда. Поверхностная плотность заряда определяется отношением $\sigma = dq/dS$, где *dq*-заряд, заключюченный в слое площади *dS***.** Под *dS* подразумевается физически малый участок поверхности. Линейная плотность заряда определяется отношением $\lambda = dq/dl$, где *dl* – длина бесконечно малого отрезка цилиндра, *dq* – заряд, сосредоточенный на этом отрезке. Ниже приводятся, примеры вычисленных напряженностей электростатических полей с помощью теоремы Гаусса.

Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости. Бесконечная плоскость заряжена с поверхностной плотностью $+\sigma$. Линии напряженности перпендикулярны к плоскости и направлены от нее в обе стороны (рис. 13.1). Поэтому поток вектора напряженности равен ***2ES***. Согласно теореме Гаусса **(**формула 12.11, стр.58) $2ES = \sigma S/2\varepsilon_0$ **,** откуда

$$E = \sigma/2\varepsilon_0 \tag{13.2}$$

где ε_0 - электрическая постоянная. Из этого следует, что на любых расстояниях от плоскости напряженность поля одинакова по величине, иными словами поле

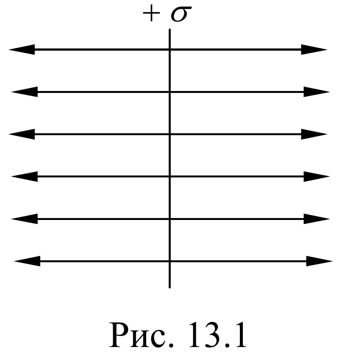


Рис. 13.1

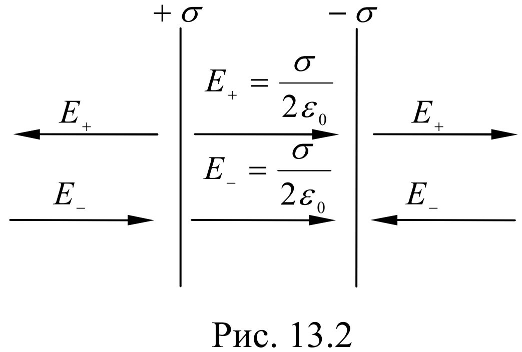


Рис. 13.2

равномерно заряженной плоскости однородно. Вид линий напряженности показан на рис. 13.1**.**

Поле двух бесконечно параллельных разноименно заряженных плоскостей. Пусть плоскости заряжены разноименными зарядами с поверх-ностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$ (рис 13.2). Поле плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Слева и справа от плоскостей поля вычитываются (линии напряженности направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряженность поля *E=0.* В области между плоскостями $E = E_+ + E\_$ (E_+ и $E\_$ определяется формулой 13.1). Поэтому результирующая напряженность

$$E = \sigma/\varepsilon_0 \tag{13.3}$$

Таким образом, поля в данном случае сосредоточенны между плоскостями и является в этой области однородной (рис-13.2).

Поле равномерно заряженной сферической поверхности. Пусть сферическая поверхность радиуса *R,* имеющая заряд q, заряжена с поверхностной плотностью $+\sigma$. Линии напряженности поля, созданные зарядами, направлены радиально (рис. 13.3). Если выделить сферу радиуса *r (r > R)*, то вовнутрь поверхности попадает весь заряд q, и по теореме Гаусса (12.11) $4\pi^2 E = q/\varepsilon_0$, откуда

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} (r \geq R) \tag{13.4}$$

Если *r' < R,* то внутренняя поверхность сферы не содержит заряды, следовательно, поле отсутствует *E = 0* (рис.13.3).

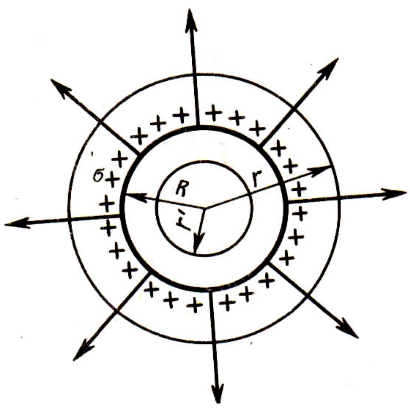


Рис.13.3

2. Сила *F*, действующая на заряд q_0, находящийся в электростатическом поле с напряженностью *E*, равна $F = q_0 E$. Элементарная работа ΔA силы *F* при перемещении заряда на q_0 расстояние Δl:

$$\Delta A = F \cdot \Delta l \cdot \cos\alpha = q_0 \cdot E \cdot \Delta l \cos\alpha \tag{13.5}$$

где Δl - модуль вектора элементарного перемещения, α - угол между направлениями векторов *E* и Δl (рис.13.4). Работа при перемещении заряда q_0 между

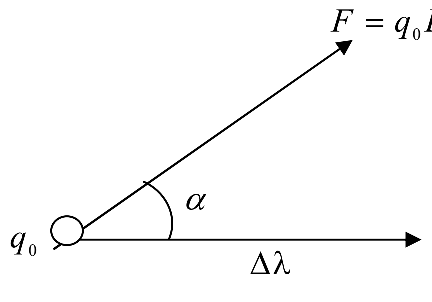


Рис.13.4

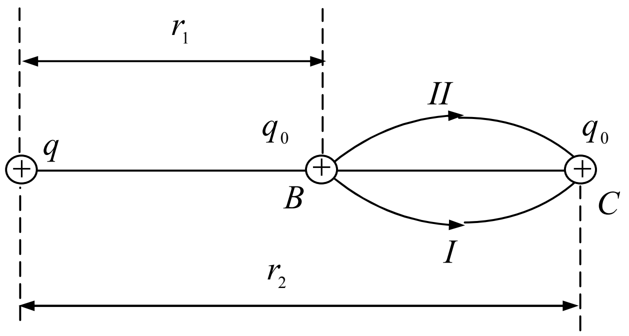


Рис.13.5

двумя точками *B* и *C* поля равна сумме элементарных работ (рис.13.5):

$$A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \cdots = \sum_i q_0 \cdot E_i \cdot \Delta l_i \cos\alpha \tag{13.6}$$

Работа по перемещению заряда из одной точки электростатического поля в другую не зависит от формы пути, а зависит лишь от начального и конечного положений заряда (свойство потенциальности электростатических сил). Работа совершенная электростатическими силами при перемещении заряда по замкнутой траектории в электростатическом поле, равна нулю.

Работа, которая совершается электростатическими силами при перемещении электрического заряда q_0 в электрическом поле, равна убыли потенциальной энергии Π этого заряда:

$$A = -\Delta\Pi = -(\Pi_2 - \Pi_1) = \Pi_1 - \Pi_2 \qquad (12.3)$$

где Π_1 и Π_2 – потенциальная энергия заряда соответственно в начальной и конечной его траектории.

Если в поле, созданном точечным зарядом q, помещен точечный заряд q_0, то, как показывают расчеты, потенциальная энергия их взаимодействия определяется выражением

$$\Pi = qq_0/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r \qquad (13.4)$$

где r расстояние между зарядами q и q_0.

3. Энергетической характеристикой электростатического поля является его потенциал. Потенциалом поля в данной точке называется скалярная величина, численно равная потенциальной энергии Π единичного положительного заряда, помещенного в эту точку:

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \qquad (13.5)$$

Электростатическое поле, каждая точка которого характеризуется некоторым потенциалом, является примером потенциального поля.

Работа по перемещению заряда q_0 из точки 1 в точку 2 равно

$$A = \Pi_1 - \Pi_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (13.6)$$

Разность потенциалов в начальной (1) и конечной (2) точках пути численно равна работе, которую совершают силы электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда между этими точками:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A/q \qquad (13.7)$$

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ также называется напряжением. Если точка 2 находится в бесконечности, то $\Pi_2 = 0$ и соответственно $\varphi_2 = 0$. Работа A' по перемещению заряда из точки 1 в бесконечность $A' = \Pi_1 = q\varphi_1$, откуда

$$\varphi = A'/q \qquad (13.8)$$

Потенциал электростатического поля шара с радиусом R и зарядом q, равномерно распределенным по его поверхности, совпадает вне шара с потенциалом поля точечного заряда q, помещенного в центре шара (при условии что $\varphi \to 0$ при $r \to \infty$). Внутри шара имеется постоянный потенциал поля, равный

$$\varphi = q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \qquad (13.9)$$

хотя напряженность поля внутри шара равна нулю.

В СИ за единицу потенциала (разности потенциалов или напряжения) принят вольт (***В***). В соответствии с формулой (13.7) ***1В = 1Дж / Кл***

4. Электрическое поле графически изображают также при помощи эквипотенциальных поверхностей. Вокруг любых источников электрического поля можно провести бесконечное множество эквипотенциальных поверхностей. Обычно их проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы.

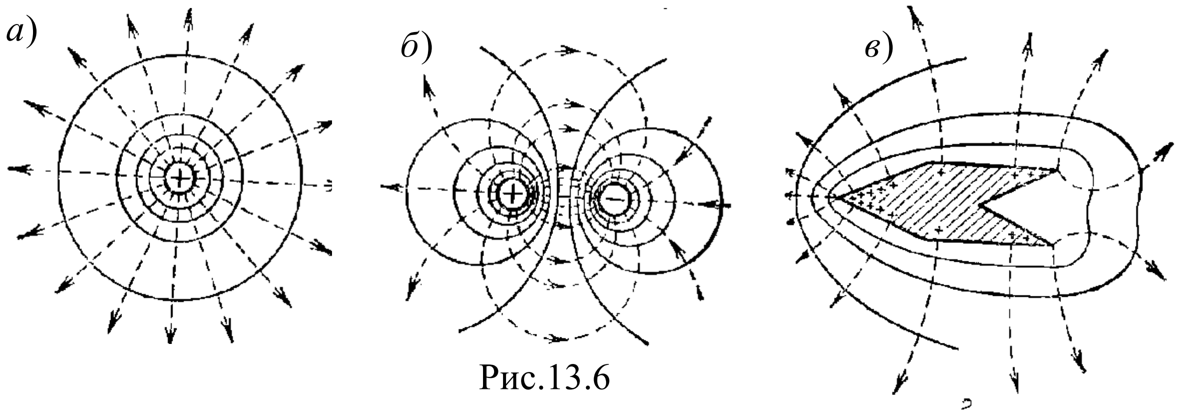


Рис.13.6

По известному расположению линий напряженности электростатического поля можно построить эквипотенциальные поверхности, и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей можно в каждой точке поля определить величину и направление вектора напряженности поля.

На рис-13.6 изображены плоские сечения электростатических полей положительного точечного заряда (а), диполя (б) и заряженного металлического проводника сложной конфигурации (в). Пунктиром изображены силовые линии, сплошными линиями - сечения эквипотенциальных поверхностей.

5. В однородном электростатическом поле на точечный заряд q_0 со стороны поля действует постоянная сила *F,* так как напряженность поля во всех точках одинакова. Под действием этой силы заряд q_0 перемещается вдоль силовой линии поля из точки 1 в точку 2, расстояние между которыми равна d, то работа сил поля на этом пути $A = Fd = q_0 Ed$. С другой стороны та же работа $A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$. Поэтому $q_0 Ed = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$, откуда получаем

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d \qquad (13.10)$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2) = U$ напряжение между двумя точками. Следовательно, напряженность однородного электростатического поля численно равна разности потенциалов на единице длины силовой линии. Из (13.10) получим, что

$$U = Ed \qquad (13.11)$$

На основании формулы (13.10) можно определить наименование единицы измерения напряженности поля. В СИ напряженность измеряется ***(В/м).***

Контрольные вопросы

1. Как определяется работа по перемещению заряда в электрическом поле?
2. Как определяется потенциал электрического поля? Назовите единицу измерения потенциала.
3. Чему равна работа перемещения заряда по эквипотенциальной поверхности?
4. Какова связь между напряженностью поля и разностью потенциалов?
5. Объясните принцип графического построения эквипотенциальных поверхностей. Приведите пример.

14. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле.

План

1. Проводники в электростатическом поле.
2. Диэлектрики в электростатическом поле.
3. Электроёмкость проводников. Конденсаторы.
4. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов.
5. Энергия электростатического поля.

Ключевые слова: проводники; электростатическая индукция; электростатическая защита; диэлектрик; полярный и не полярный диэлектрик; диполь; электрический момент диполя; пробой диэлектрика; электроёмкость; фарада; конденсатор; энергия электростатического поля.

1. Проводниками являются металлы, водные растворы солей, кислот и другие, а также ионизованные газы. При образовании металла валентные электроны взаимодействующих друг с другом атомов отщепляются и становятся ***свободными электронами.***

Если металлический проводник поместить в электрическое поле, то под действием этого поля электроны проводимость будет перемещаться в направлении, противоположном напряженности поля. Например, в проводнике, помещенном во внешнее однородное электрическое поле с напряженностью E, электроны будут перемещаться справа налево (рис.14.1). На поверхности AB проводника появится избыточный отрицательный заряд, на поверхности CD – избыточный положительный заряд. Заряды, появляющиеся на поверхностях проводника, создают внутри него внутреннее электрическое поле, вектор напряженности которого $E_{вн}$ направлен противоположно вектору E. При условии $|E| = |E_{вн}|$ сила, действующая на электроны проводимости, станет равной нулю, и упорядоченное перемещение зарядов в проводнике прекратится.

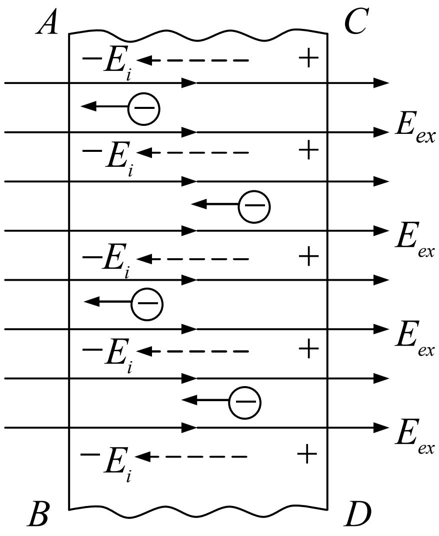


Рис.14.1

Явление перераспределения зарядов в проводнике во внешнем электростатическим поле ***называется электростатической индукцией.*** Оно состоит в разделении положительных и отрицательных зарядов, которые содержатся в проводнике в одинаковых количествах. Заряды, разделенные электростатическим полем (наведенные, индуцированные заряды), взаимно компенсирует друг друга, если проводник удаляет из поля. При этом восстанавливается обычное состояние металлического твердого тела.

Если внутри проводника имеется полость, то в этой полости напряженность электростатического поля равна нулю независимо от того, какое поле имеется вне проводника и как заряжен проводник. Внутренняя полость в проводнике защищена от внешних электростатических полей. На этом основана электростатическая защита: ***если прибор окружен замкнутой металлической***

поверхностью, то никакие внешние электрические поля на этот прибор действовать не будут. Потенциал экрана сохраняется равным нулю.

Во всех точках поверхности заряженного проводника напряженность электростатического поля перпендикулярна к поверхности. Во всех точках внутри заряженного проводника его потенциал φ одинаков. Поверхность заряженного проводника является эквипотенциальной поверхностью.

2. Вещества, в которых при обычных температурах и очень сильных электрических полях имеются только связанные электрические заряды, ***называют диэлектриками (изоляторами).*** Рассмотрим свойства диэлектриков, помещенных в электрическое поле. В зависимости от строения молекул различают неполярные и полярные диэлектрики. Если электрические заряды в молекуле распределены несимметрично, то диэлектрик будет полярным. Молекулу полярного диэлектрика можно рассматривать как диполь - систему двух разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на некотором расстоянии $\boldsymbol{l}$ друг от друга. Такие молекулы называются ***дипольными*** (рис. 14.2).

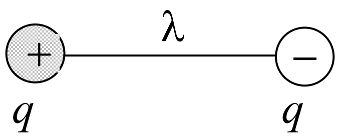


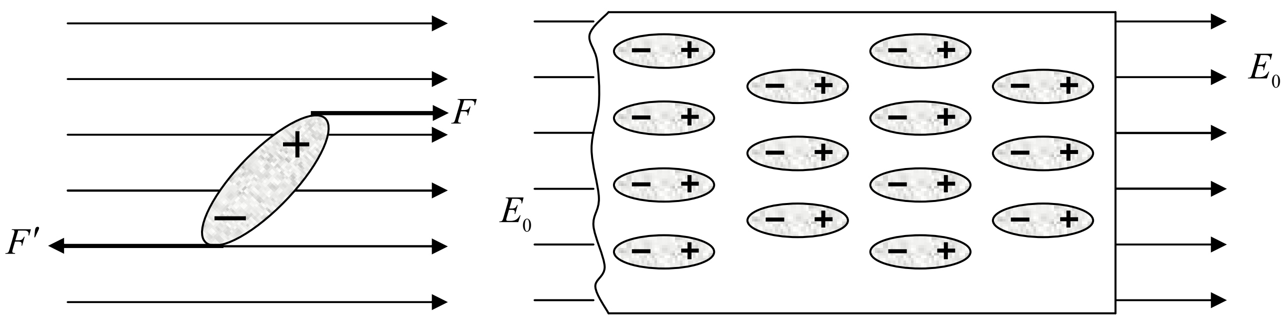
Рис.14.2

Дипольная молекула характеризуется вектором электрического момента p_e, численно равным произведению величины одного из зарядов диполя на расстояние между зарядами, т. е.

$$p_e = ql \tag{14.1}$$

Вектор p_e направлен вдоль прямой, соединяющей заряды, от отрицательного заряда к положительному.

В отсутствие внешнего электрического поля дипольные молекулы ориентировано хаотичны, и на поверхности диэлектрика нет электрического заряда. Если полярный диэлектрик поместить в электрическое поле, то на каждую дипольную молекулу действует пара сил F и F', момент которой поворачивает молекулу вдоль линии напряженности поля (рис 14.3 а). Дипольная молекула в электрическом поле ориентируется так, что вектор, p_e совпадает по направлению с вектором напряженности поля E_0 (рис. 14.3б).



а) б)

Рис.14.3

Тепловое хаотическое движение молекул препятствует строгой ориентации дипольных молекул вдоль линий поля. Одновременное действие двух противоречивых факторов – электрического поля и хаотического движения молекул – приводит лишь к частичной ориентации их электрических моментов вдоль силовых линий полей. Диэлектрик переходит в такое состояние, когда внутри малого объема вещества геометрическая сумма векторов дипольных электрических моментов молекул оказывается отличной от нуля. ***Такой диэлектрик называется поляризованным***.

В неполярных диэлектриках под действием внешнего электрического поля происходит смещение зарядов в молекулах. ***Это явление называется электронной, или деформационной поляризацией диэлектрика.*** В нем наводятся диполи, ориентированные вдоль силовых линий.

Поляризационные заряды создают внутри диэлектрика внутреннее поле, вектор напряженности $E_{вн}$, который направлен противоположно вектору напряженности внешнего поля E_0. таким образом напряженность результирующего поля E в какой – либо точке внутри диэлектрика по величине равна $E = E_0 - E_{вн}$, т. е. электрическое поле в диэлектрике ослабляется. Поэтому сила взаимодействия между двумя зарядами, помещенными в диэлектрическую среду, меньше силы их взаимодействия в вакууме. В диэлектрической среде результирующее поле имеет напряженность E, в ε раз меньшую напряженности E_0 внешнего поля т.е.

$$\varepsilon = E_0 / E \tag{14.2}$$

где ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды, введенная ранее в формулу закона Кулона. Для разных диэлектриков (керосин, стекло, парафин, эбонит и др.) величина ε различны.

Значительное увеличение напряженности внешнего электростатического поля, в которое помещен диэлектрик, приводит к разрушению диполей. Вследствие этого электрические заряды становятся свободными, а диэлектрик разрушается. ***Такое явление называется пробоем диэлектрика, оно сопровождается его механическим повреждением.***

3. Когда на проводнике увеличивается заряд q, то прямо пропорционально заряду возрастает потенциал проводника φ. Отношение заряда проводника к его потенциалу не зависит от величины заряда, находящегося на проводнике, и определяется свойствами самого проводника, а также среды, в которой он находится. Характеристикой электрических свойств проводника, определяющей возможность накопления зарядов на данном проводнике является электроемкость. Физическая величина, измеряемая отношением заряда q уединенного проводника к его потенциалу φ, ***называется электроемкостью (емкостью) уединенного проводника:***

$$C = q / \varphi \tag{14.3}$$

В СИ электроемкость измеряется в ***фарадах (Ф).*** Фарада - емкость уединенного проводника, сообщение которому заряда в *1 Кл* увеличивает его потенциал на *1В*. ***1Ф = 1 Кл/В***. Фарада – очень крупная единица емкости. Поэтому в практических расчетах применяются дольные единицы фарады: микофарада ($1\ мкФ = 10^{-6} Ф$) и пикофарада ($1пФ=10^{-12}Ф$).

Электроемкость проводников не зависит от материала, из которого они изготовлены. В качестве примера вычислим электроемкость уединенного проводящего шара радиуса R. Поскольку потенциал шара в однородном диэлектрике равен $\varphi = q/(4\pi\varepsilon_0\varepsilon R)$,то после подстановки значения φ в формуле (14.3), получаем выражение электроемкости шара

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \qquad (14.4)$$

Итак, электроемкость проводящего шара пропорциональна его радиусу.

В технике широко применяют ***конденсаторы*** из двух групп изолированных проводников (обкладок), находящихся на расстоянии друг от друга, намного меньшем их линейных размеров**.** Конденсатор, имеющий плоские обкладки называется плоским. Электроемкость конденсатора вычисляют по формуле.

$$C = q/\varphi_1 - \varphi_2 \quad \text{или} \quad C = q/U \qquad (14.5)$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ разность потенциалов между обкладками конденсатора. Для вычисления электроемкости плоского конденсатора, площадь обкладки которого S и расстояние между обкладками d удобно применять иную формулу. Напряженность поля между пластинами заряженного конденсатора с поверхностной плотностью заряда σ пределяется формулой $E = \sigma/(\varepsilon_0\varepsilon)$ или $E = q/\varepsilon_0\varepsilon S$, где $\sigma = q/S$. Учитывая, что $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$, получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = qd/\varepsilon_0\varepsilon S \qquad (14.6)$$

Если в формулу (14.5) подставить выражение (14.6), то получим формулу для вычисления емкости плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d \qquad (14.7)$$

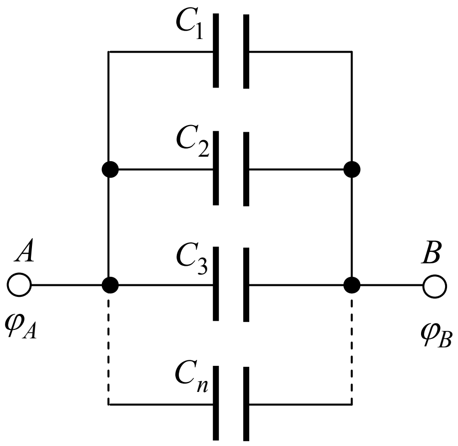


Рис.14.4

Электроемкость конденсатора зависит от его линейных размеров и от того, каким изолятором (диэлектриком) заполнено пространство между обкладками.

4. Часто для получения нужной электроемкости конденсаторы соединят друг с другом в батарею параллельно, последовательно или смешанно. На рис. 14.4 показано параллельное соединение конденсаторов. Разности потенциалов на их пластинах равны разности потенциалов точек *A* и *B,* т. е. $U = \varphi_A - \varphi_B$. Если электроемкости конденсаторов C_1, C_2, ...C_n, то заряды на них соответственно равны $q_1 = C_1U$, $q_2 = C_2U$,... $q_n = C_nU$. Общий заряд на всех n конденсаторах:

$$q = q_1 + q_2 + ... + q_n = (C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n)U \qquad (14.8)$$

Подставив значение q из (14.8) в формулу (14.5) получим значение электроемкости при параллельном соединение

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n \qquad (14.9)$$

Следовательно, электроемкость группы параллельно соединенных конденсаторов равна сумме электроемкостей этих конденсаторов.

На рис. 14.5 показано последовательное соединение конденсаторов. Источник напряжения соединяется с крайними пластинами батареи (точки *A* и *B)*. Если обкладка, соединенная с точкой *A*, несет заряд + *q,* то вследствие электростатической индукции на другой обкладке этого конденсатора возникает заряд

– q, а на соседней пластине второго конденсатора заряд + q и т. д. Таким образом заряд каждого из последовательно соединенных конденсаторов равен q, а напряжение на обкладках каждого из них определяется электроемкостью

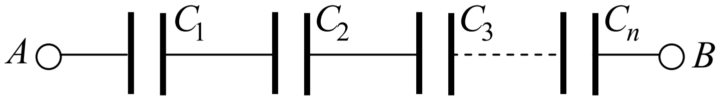


Рис.14.5

соответствующего конденсатора $U_1 = q/C_1$, $U_2 = q/C_2$, $U_3 = q/C_3$,... $U_n = q/C_n$. Поскольку общее напряжение U между крайними обкладками батареи конденсаторов равно сумме напряжений на каждом из конденсаторов $U = U_1 + U_2 + .. + U_n$, то после подстановки значений напряжений равенство принимает вид

$$\frac{q}{C} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \frac{1}{C_n}\right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \qquad (14.10)$$

Из формулы (14.10) определяют электроемкость батареи последовательно соединенных конденсаторов.

5. Заряженный конденсатор обладает энергией, равной работе, выполняемой силами электрического поля при зарядке конденсатора, т. е. $П_э = A$. Эти силы выполняют работу по перемещению заряда q с одной обкладки конденсатора на другую. Поскольку при зарядке конденсатора напряжение между его обкладками возрастает от 0 до U, то для вычисления работы A по формуле $A = qU$ можно взять среднее арифметическое значение напряжения. Тогда $A = qU_{ср}$, где $U_{ср} = (0 + U)/2$. Заряд конденсатора равен $q = CU$. Подставляя значения заряда и среднего значения напряжения в формулу работы, получаем выражение энергии заряженного конденсатора

$$W_{эл} = CU^2/2 \qquad (14.11)$$

Учитывая, что $U = Ed$ и $C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d$, преобразуем формулу (14.11) и получаем выражение для энергии заряженного конденсатора

$$W_{эл} = \varepsilon\varepsilon E^2 V/2 \qquad (14.12)$$

где $V = S \cdot d$ – объем, в котором сосредоточенно электрическое поле конденсатора. Энергия, заключенная в единице объема электростатического поля, называется объемной плотностью энергии $w_{эл} = W_{эл}/V$. Подставляя в это уравнение значение $W_{эл}$ из (14.12) находим

$$w_{эл} = \varepsilon_0 \varepsilon E^2/2$$

Таким образом, объемная плотность энергии электрического поля пропорциональна квадрату напряженности среды, в которой образовано поле.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит явление электростатической индукции?
2. В чем состоит явление поляризации диэлектрика?
3. Что называют электроемкостью? Единица измерения электроемкости?
4. Как зависит емкость шара и конденсатора от линейных размеров?
5. Выведите формулу для вычисления ёмкости конденсаторов соединенных параллельно и последовательно.
6. От чего зависит энергия электростатического поля?

15. Постоянный ток.

План

1. Постоянный ток. Сила и плотность тока.
2. Закон Ома для участка цепи. Электрическое сопротивление.
3. Зависимость сопротивления от температуры. Сверхпроводимость.
4. Последовательное и параллельное соединение проводников.

Ключевые слова: стационарное электрическое поле; сила тока; плотность тока; проводимость; электрическое сопротивление; удельное сопротивление; сверхпроводимость; эквивалентное сопротивление;

1. Электрическим током называют ***направленное движение заряженных частиц.*** В металлах электрический ток создается направленным движением электронов, в электролитах направленным движением ионов, в газах – ионов и электронов.

Причиной вызывающей и поддерживающей направленное движение зарядов, является электрическое поле. Если распределение зарядов в пространстве, например в проводнике с током, во времени не изменяется, хотя сами заряды при этом находятся в непрерывном движении, то поле, созданное ими, ***называют стационарным электрическим полем.***

Как известно, электростатическое поле внутри проводника отсутствует *(E=0),* а вне проводника вектор напряженности электростатического поля *E* перпендикулярен к его поверхности. ***Стационарное электрическое поле существует как внутри проводника, так и вокруг него.*** Кроме того, стационарное электрическое поле сопровождается магнитным полем, а электростатическое - магнитного поля не создает. Чтобы обеспечить стационарное распрееление движущихся зарядов в проводнике, проводник присоединяют к источику тока, который поддерживает постоянную разность потенциалов на его конах. Условились, что направление тока совпадает с направлением движения положительных зарядов. В металлах свободные электроны двужутся в направлении, противоположном этому принятому.

Количественными характеристиками электрического тока, как направленного движения зарядов под действием электрического поля источника, являются сила тока и плотность тока. Силой тока I называют скалярную физическую величину, определяемую величиной заряда q, переносимого через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = q/t \tag{15.1}$$

Под влиянием многих факторов сила тока в цепи может изменяться. Если за промежуток времени Δt через поперечное сечение проводника переносится суммарный заряд Δq , то говорят о среднем значении силы тока в проводнике:

$$I_{cp} = \Delta q/\Delta t \tag{15.2}$$

Переходя к пределу отношения $\Delta q/\Delta t$ (при бесконечном уменьшении промежутка времени) получаем мгновенную значению силу тока

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{15.3}$$

Если с течением времени за любые одинаковые промежутки времени через поперечное сечение проводника переносится в одном направлении одинаковый заряд, то такой ток называется ***постоянным.*** Сила тока в СИ измеряется в амперах (*А*). Сила тока, приходящаяся на единицу площади *S* поперечного сечения проводника, равна плотности тока

$$j = I/S\,. \qquad (15.4)$$

Плотность тока – векторная величина. Направление вектора плотности совпадает с направлением скорости движения положительных зарядов. Поскольку $I = q/t$, то выражение плотности тока можно переписать в виде

$$j = q/St \qquad (15.5)$$

Плотность тока в проводнике можно также выразить через скорость направленного движения зарядов. Для этого предположим, что участок цепи представляет собой однородный цилиндрический проводник из металла, площадью поперечного сечения *S* и длиной *l*. В объеме проводника $V = S{\cdot}l$ содержится *n* частиц, заряд каждой из них равен элементарному заряду электрона *е*. При создании стационарного поля в проводнике, заряжённые частицы движутся направленно со средней скоростью $\vartheta_{\text{ср}}$. Пусть за промежуток времени *t* все *n* носителей тока пройдут через поперечное сечение у торца проводника. Тогда суммарный заряд перенесённый через это сечение $q = ne$, где *е* - абсолютное значение заряда электрона. После преобразования формулы (15.5) получим

$$j = \frac{ne}{St} = \frac{nel}{Slt} = \frac{n}{V}e\frac{l}{t} \qquad (15.6)$$

Здесь $n/V = n_0$- концентрация электронов в проводнике; $\vartheta_{cp} = l/t$ средняя скорость движения электронов. Следовательно, плотность тока

$$j = n_0 e\,\vartheta_{cp} \qquad (15.7)$$

Немецкий физик Ом экспериментально установил закон, согласно которому сила тока, текущего по проводнику, пропорционально приложенному к его концам напряжению, т. е. $I = kU$. Коэффициент *k* – в этой формуле называется проводимостью. В практических расчётах более удобно пользоваться величиной, обратной проводимости. Эта величина $R = 1/k$ называется ***сопротивлением проводника.*** Подключая к одному и тому же источнику тока разные проводники, можно заметить, что в цепи ток протекает различной силы. Это значит, что каждый проводник обладает способностью ограничивать ток в цепи. ***Это свойство проводника называют электрическим сопротивлением.*** Уравнения зависимости силы тока от напряжения и сопротивления имеет вид

$$I = U/R \qquad (15.8)$$

Уравнение (15.7) выражает закон Ома для участка цепи: ***сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению и обратно пропорциональна сопротивлению проводника.*** Сопротивление измеряется в Омах *(Ом)*. ***Сопротивление 1 Ом имеет такой проводник, в котором при напряжении на его концах равным 1В, через него течет ток силой 1А (1 Ом = 1В/А).***

3. Опыты показывают, что сопротивление металлических проводников зависит от размеров проводника и материала, из которого изготовлен проводник. Сопротивление проводника пропорциональна его длине l и обратно пропорциональна площади сечения S:

$$R = \rho \cdot l/S \tag{15.9}$$

В этом выражении ρ называется удельным сопротивлением материала. Единицей удельного сопротивления является ***1 Ом·м.***

Закон Ома в дифференциальной форме имеет следующий вид:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{U}{RS} = \frac{US}{S\rho l} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l} = \gamma \cdot E \tag{15.10}$$

При выводе (15.10) использовали формулы (15.8), (15.9), а также $\gamma = 1/\rho$, который называется удельной электропроводностью, $E = U/l$ - напряженность электрического поля внутри проводника. Выражение

$$\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E} \tag{15.11}$$

носит название закон Ома для ***постоянного тока в дифференциальной форме.***

Установлено, ***что сопротивление металлических проводников обусловлено столкновением свободных электронов с ионами кристаллической решетки.*** Свободные электроны в проводнике совершают хаотическое движение, подобно молекулам идеального газа. При включении электрического поля на хаотическое движение электронов накладывается дрейф электронов. В процессе дрейфа электроны сталкиваются с ионами кристалллической решетки. Чем чаще происходит столкновение, тем больше сопротивление, тем меньше сила тока в проводнике.

Сопротивление проводников зависит также от температуры. Для большинства металлов зависимость сопротивления от температуры выражается формулой $R=R_0\,(1+\alpha t)$, где R_0 – сопротивление проводника при 0^0С; t - температура проводника по шкале Цельсия; α - температурный коэффициент сопротивления. Температурный коэффициент сопротивления $\alpha = R - R_0/R_0\,t$ показывает, на сколько увеличивается каждая единица сопротивления проводника при повышении температуры на один градус.

При понижении температуры удельное сопротивление металлов уменьшается. При глубоком охлаждении (2-8 К) ртуть, свинец и некоторые другие металлы скачком теряют свое сопротивление электрическому току. Это явление называется ***сверхпроводимостью.*** На рис 15.1 показана зависимость удельного сопротивления ρ от абсолютной температуры: 1 - обычный металл, 2 - сверхпроводник. Температура, при котором сопротивление ρ скачком уменьшается до нуля назы-вается критическим ($T_к$) .

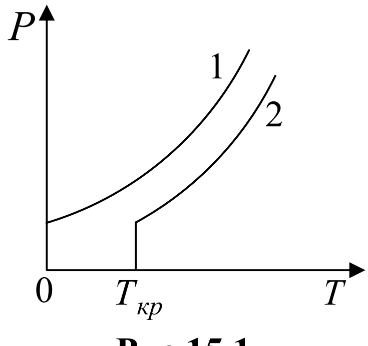


Рис.15.1

Сверхпроводимость объясняется тем, что при температурах близких к абсолютному нулю, положительные ионы в узлах кристалличекой решетки почти «замерзают» и электроны движутся практически без столкновений с ионами решетки. В результате ток в проводнике резко возрастает.

4. В электрических цепях различают последовательное и параллельное соединения проводников. На рис. 15.2 показана схема последовательного соединения сопротивлений $R_1, R_2, \ldots, R_n$. Для измерения силы тока и напряжения на всех участках цепи включены амперметры и вольтметры. При замыкании цепи все амперметры показывают одинаковую силу тока. Следовательно, при последовательном соединении сила тока во всех сопротивлениях одинаково:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \ldots = I_n \qquad (15.10)$$

Напряжение, приложенное к концам цепи последовательно соединенных сопротивлений, обозначим через U. На отдельных участках этой цепи по показаниям вольтметров напряжения соответственно равны U_1, U_2, $\ldots, U_n$. Соответственно общее напряжение равно

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n \qquad (15.11)$$

Предположим, что к источнику вместо n последовательно соединенных сопротивлений присоединен один проводник. Сопротивление такого проводника называют ***эквивалентным сопротивлением*** последовательной цепи $R_{посл}$. Используя эквивалентное сопротивление и применяя закон Ома, выражение (15.11) можно записать так:

$$IR_{посл} = IR_1 + IR_2 + \cdots + IR_n \qquad (15.12)$$

После сокращения I в уравнении (15.12) получаем выражение для эквивалентного сопротивления последовательной цепи

$$R_{посл} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n \qquad (15.13)$$

Если все сопротивления одинаковы, то эквивалентное сопротивление

$$R_{посл} = nR. \qquad (15.14)$$

Согласно (15.10), равенства $I_1 = I_2$, можно написать в следующем виде

$$U_1/R_2 = U_2/R_2 \ \text{или}\ U_1/U_2 = R_1/R_2 \qquad (15.15)$$

т. е. при последовательном соединении напряжения на проводниках пропорциональна их сопротивлениям.

Последовательное соединение потребителей не всегда удобно, поскольку при отключении одного из них ток прекращается во всей цепи и одновременно отключаются все потребители.

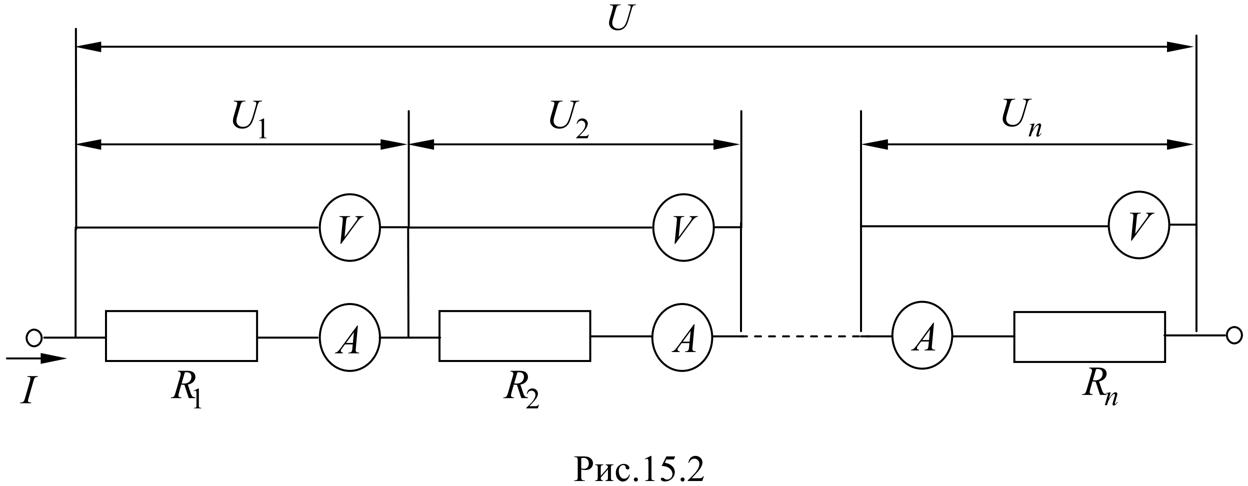


Рис.15.2

На рис. 15.3 показана схема разветвленной цепи, состоящей из n параллельно соединенных проводников, сопротивления которых соответственно равны $R_1, R_2, ..., R_n$. Ток I до разветвления и токи $I_1, I_2, ..., I_n$ в параллельных ветвях измеряются амперметрами. Ко всем ветвям приложено напряжение U. Тогда общий ток до разветвления будет равен сумме токов в разветвлениях:

$$I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n. \qquad (15.16)$$

Используя понятие эквивалентного сопротивления параллельного соединения $R_{пар}$ и закона Ома, уравнение (15.16) можно записать в виде

$$\frac{U}{R_{пар}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \cdots + \frac{U}{R_n} \quad \text{или} \quad \frac{1}{R_{пар}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \qquad (15.17)$$

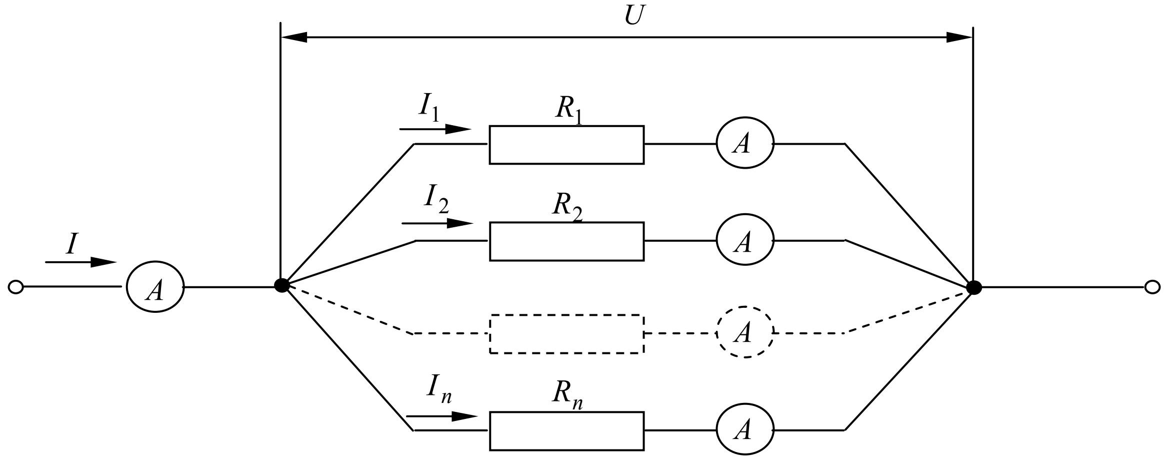


Рис.15.3

Если сопротивления всех ветвей одинаковы, то эквивалентное сопротивление разветвления

$$R_{пар} = R_1 / n. \qquad (15.18)$$

При параллельном соединении напряжение на всех проводниках одинаково, т. е. $U_1 = U_2 = ... = U_n$. Исходя из этого, и согласно закону Ома

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad \text{или} \quad I_1/I_2 = R_2/R_1 \qquad (15.19)$$

т. е. при параллельном соединении сила тока обратно пропорционально сопротивлению проводника.

При постоянном напряжении между узлами токи в ветвях параллельного соединения не зависят друг от друга. Выключение тока в одной или нескольких ветвях не влияет на величину тока в других ветвях цепи, что удобно для потребителей.

Контрольные вопросы.

1. Что называется постоянным электрическим током?
2. Сформулируйте закон Ома для участка цепи. В каких единицах измеряется сопротивление проводника?
3. Чем обусловлено электрическое сопротивление проводников?
4. Какая зависимость сопротивления проводника от его геометрических величин и температуры? Что такое сверхпроводимость?
5. Как вычисляются эквивалентные сопротивления при последовательном и параллельном соединении проводников?

16. Электродвижущая сила. Законы постоянного тока.

План

1. Электродвижущая сила источника тока. Закон Ома для полной цепи.
2. Законы Кирхгофа.
3. Работа и мощность электрического тока. Закон Джоуля – Ленца.
4. Законы электролиза.

Ключевые слова: сторонние силы; электродвижущая сила; внутреннее сопротивление; правила Кирхгофа; работа и мощность тока; закон Джоуля – Ленца; электролиз; электрохимический эквивалент; химический эквивалент.

1. В источнике тока происходит разделение разноименных электрических зарядов, в результате на его клеммах накапливаются заряды противоположных знаков и между клеммами устанавливаются разность потенциалов. Работу по разделению зарядов выполняют ***сторонние силы.*** Природа этих сил может быть различна. В источнике электрического тока происходит непрерывное превращение энергии, например, в электрогенераторе - механической, в аккумуляторе - химической, в термобатарее - тепловой, в фотоэлементе - световой в электрическую энергию.

Разделение зарядов представляет собой процесс перемещения заряда q против сил поля ранее разделенных зарядов. Возникает направленное перемещение заряда – электрический ток, величина которого зависит от внутреннего сопротивления r источника тока. Поэтому работа сторонних сил состоит из работы A по перемещению заряда q против сил поля разделенных зарядов и работы $A^{/}$, затрачиваемой на преодоление электрического сопротивления внутри источника тока, т. е. $A = qU$ и $A^{/} = qU^{/}$, где U - напряжение на внешнем участке цепи; $U^{/}$ - напряжение на внутреннем участке цепи. Полная работа в замкнутой цепи совершается только за счет энергии сторонних сил источника, действующих на внутреннем участке. Итак, работа сторонних сил $A_{cm}= A + A^{/}$ или $A_{cm}= qU + qU^{/}$. Разделив это равенство почленно на q, получим

$$A_{cm}/q = U + U^{/} \qquad (16.1)$$

Отношение A_{cm}/q не зависит от величины переносимого в замкнутой цепи заряда. Оно является энергетической характеристикой источника тока. Физическая величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда в замкнутой цепи, ***называется электродвижущей силой (э. д. с.) источника тока***

$$\varepsilon = A_{cm}/q \qquad \mathbf{(16.2)}$$

Электродвижущая сила источника тока измеряется в вольтах (B). После подстановки **(**16.2**)** формула (16.1) принимает вид:

$$\varepsilon = U + U^{/} \qquad (16.3)$$

На основании закона Ома для участка цепи $U = IR$ и $U^{/}=I\cdot r$. Следовательно, формулу (16.3) можно переписать в виде:

$$\varepsilon = IR + Ir \qquad (16.4)$$

Отсюда
$$I = \varepsilon/(R + r) \qquad (16.5)$$

Это уравнение выражает закон Ома для полной цепи: ***сила тока в цепи пропорциональна э. д. с. источника и обратно пропорциональна сумме сопротивлений внешнего и внутреннего участка цепи.***

Коэффициент полезного действия (к. п. д.) источника тока определяется отношением полезной работы по перемещению заряда во внешней цепи, к полной работе сторонних сил:

$$\eta = \frac{A_{полез}}{A} = \frac{qU}{q\varepsilon} = \frac{U}{\varepsilon} \qquad (16.6)$$

Следовательно, к.п.д. источника тока численно равен отношению напряжения на внешнем участке цепи к э. д. с. источника тока. Поскольку на основании закона Ома $U = IR$ и $\varepsilon = I(R + r)$ то уравнение (16.6) принимает вид

$$\eta = R/(R + r) \qquad (16.7)$$

Таким образом, к. п. д. источника тока определяется отношением сопротивления внешнего участка цепи к ее полному сопротивлению.

2. Электрическая цепь представляет собой совокупность проводников и источников тока. В общем случае электрическая цепь является разветвленной (сложной) и содержит узлы. Узлом *A* в разветвленной цепи называется точка, в которой сходиться не менее трех проводников (рис.16.1).

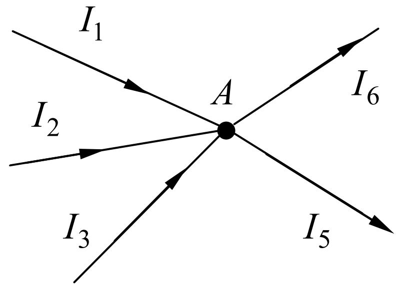


Рис.16.1

Расчет разветвленной цепи состоит в том, чтобы по заданным сопротивлениям участков цепи и приложенным к ним э. д. с. найти силы токов в каждом участке цепи. Для расчетов цепей применяются правила узлов и контуров.

Правило узлов (первое правило Кирхгофа): ***алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю:***

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \qquad (16.8)$$

где *n* - число проводников, сходящихся в узле. Токи считаются положительными, если они втекают в узел. Отрицательными считаются токи, отходящие от узла. Например, для рис. 16.1 первое правило Кирхгофа пишется так:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0 \qquad (16.9)$$

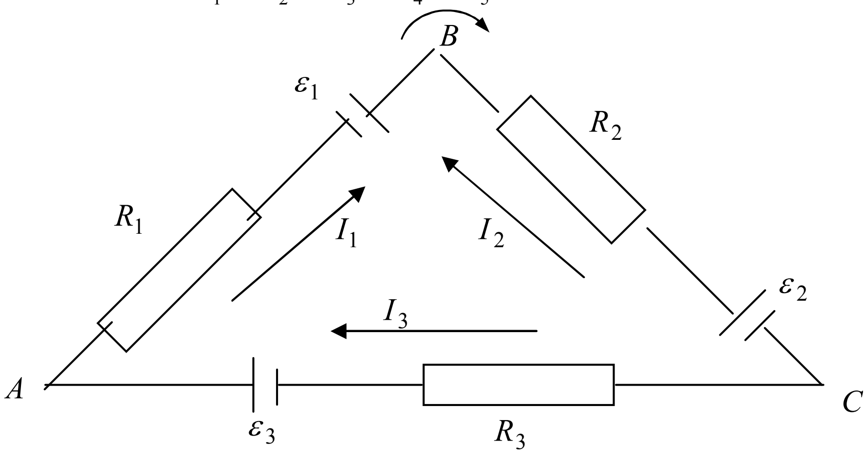


Рис.16.2

Второе правило Кирхгофа получается из обобщения закона Ома для разветвленных цепей. Рассмотрим контур, состоящий из трех участков (рис. 16.2). Положительное направление обхода примем по часовой стрелке. Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считаются положительными, не совпадающие – отрицательными. Э. д. с. источников токов считаются положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура. Обозначая через φ_A, φ_B и φ_C потенциалы точек *A, B* и *C,* и применяя к участкам закон Ома можно записать:

$$\begin{aligned} I_1R_1 &= \varphi_A - \varphi_B + \varepsilon_1 \\ -I_2R_2 &= \varphi_B - \varphi_C - \varepsilon_2 \\ I_3R_3 &= \varphi_C - \varphi_A + \varepsilon_3 \end{aligned} \qquad (16.10)$$

Складывая почленно эти уравнения, получим:

$$I_1R_1 - I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \qquad (16.11)$$

Это уравнение выражает второе правило Кирхгофа, который гласит: ***В замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме э. д. с. ε_k, встречающихся в этом контуре:***

$$\sum_i I_iR_i = \sum_k \varepsilon_k \qquad (16.12)$$

3. В замкнутой электрической цепи, при протекании электрического тока происходит сложный процесс непрерывного превращения энергии из одних видов в другие, как в источнике тока, так и во внешней цепи. Например, в активном сопротивлении *R* энергия электрического поля превращается во внутреннюю энергию проводника, в электродвигателе – в механическую, в электрических лампах - в энергию светового и теплового излучения. Мерой превращения в нагрузке энергии стационарного электрического тока в другие виды энергии служит работа *A*. Если на участке цепи направленно движутся заряженные частицы, то работа $A = q{\cdot}U$, где U – напряжение, приложенное на этом участке цепи. Поскольку за время t через поперечное сечение проводника протекает заряд $q=I{\cdot} t$, то работа электрического тока

$$A = I{\cdot}U{\cdot}t \qquad (16.13)$$

Если сила тока выражать в амперах, напряжение в вольтах, а время в секундах, то работа электрического тока, вычисленная по формуле (16.13), определяется в джоулях ***1Дж = 1А·1В·1с.***

Если в формулу (16.13) на основании закона Ома для участка цепи подставляют значение напряжения или тока, то получают еще две эквивалентные формулы для вычисления работы электрического тока:

$$A = I^2Rt \quad \text{или} \quad A = U^2t/R \qquad (16.14)$$

Первой формулой удобно пользоваться при последовательном, а второй формулой при параллельном соединении проводников.

Мощность электрического тока с учётом формул (16.13) и (16.14) определяется как:

$$P = A/t = IU\,, \quad P = I^2R \quad \text{или} \quad P = U^2/R \qquad (16.15)$$

Мощность тока измеряется в ваттах (*Вт*): ***1Вт = 1А·1В***.

В проводнике под действием электрического поля свободные электроны движутся с ускорением. Сталкиваясь с ионами кристаллической решетки, электроны передают им часть своей кинетической энергии. Вследствие этого проводник нагревается и отдает окружающим телам количество теплоты:

$$Q = I^2 Rt \tag{16.16}$$

Это положение впервые было экспериментально установлено независимо друг от друга Джоулем и Ленцем и называется ***законом Джоуля – Ленца***. Закон Джоуля – Ленца читается так: ***количество теплоты выделившиеся в проводнике, пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени прохождения тока.***

4. Электролитами называются электропроводящие среды, в которых протекание тока сопровождается переносом вещества. Носителями зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы. К электролитам относятся водяные растворы кислот, солей и щелочей, а также расплавы ионных кристаллов. При протекании электрического тока через электролиты происходит выделение вещества на электродах. Это явление получило название ***электролиза*** (рис.16.3).

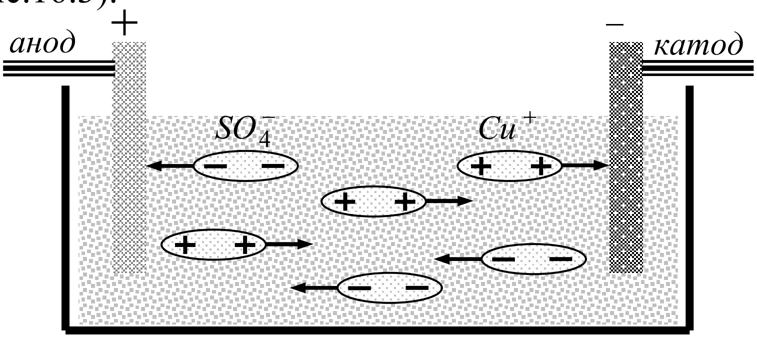


Рис.16.3

Положительные ионы движутся к отрицательному электроду (***катоду***), отрицательные ионы – к положительному электроду (***аноду***). Поэтому эти ионы называются ***катионами*** и ***анионами*** соответственно.

В электролитах положительные и отрицательные ионы появляются в результате расщепления нейтральных молекул солей, кислот и щелочей. Это явление называется ***электролитической диссоциацией.*** Например, молекула соляной кислоты HCl в воде распадается на ионы H^+ и Cl^-. Разноименные ионы двигаясь в растворе могут столкнуться и снова объединяться в нейтральные молекулы. Этот процесс называется рекомбинацией. При неизменных условиях между процессами диссоциации и рекомбинации устанавливается динамическое равновесие.

Измеряя величину протекающего через электролит заряда и массу катода до и после электролиза, Фарадей установил, что ***масса вещества, выделившегося при электролизе, прямо пропорциональна величине заряда, который протекает через раствор:***

$$m = kq \tag{16.17}$$

Коэффициент пропорциональности k численно равен массе вещества, выделившегося на электроде при прохождении через раствор единицы заряда, и

называется электрохимическим эквивалентом вещества. Поскольку $q = It$, то уравнение (16.17) записывают в виде

$$m = kIt \tag{16.18}$$

Уравнение (16.18) выражает первый закон Фарадея: ***масса вещества, выделившегося на электроде, пропорциональна силе тока, протекающего через электролит, и времени электролиза.***

Если при электролизе на одном из электродов выделился один моль вещества, то при этом нейтрализовалось количество ионов, равное числу Авогадро. Отношение массы M одного моля вещества к валентности n его ионов называется химическим эквивалентом вещества, т.е. (M/n).

Из опытов Фарадей нашел, чтобы для выделения на электроде одного химического эквивалента любого вещества нужно пропустить через электролит одинаковый заряд $\boldsymbol{F = 9{,}65\cdot10^4}$ ***Кл/моль.*** Этот заряд называют ***числом Фарадея.*** Следовательно, число Фарадея равно общему заряду всех ионов, составляющих один химический эквивалент вещества.

Если на электроде выделилось вещество, масса которого равно m, то число химических эквивалентов выделившегося вещества равно отношению $m/(M/n)$. С другой стороны, это же число можно определить как q/F. Тогда

$$\frac{m}{M/n} = \frac{q}{F} \qquad \text{или} \qquad \frac{m}{q} = \frac{1}{F}\cdot\frac{M}{n} \tag{16.19}$$

Сравнивая формулу первого закона Фарадея (16.17) с выражением (16.19) получаем

$$k = \frac{1}{F}\cdot\frac{M}{n} \tag{16.20}$$

Формула (16.20) выражает второй закон Фарадея для электролиза: ***электрохимические эквиваленты различных веществ пропорциональны их химическим эквивалентам.***

Из (16.20) следует, что если при электролизе на катоде выделяется одновалентное вещество ($n=1$), то его химический эквивалент равен одному молю этого вещества. Поскольку при этом на катоде оседает количества ионов, равное числу Авогадро, то по известному числу Фарадея можно определить заряд одновалентного иона

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{9{,}65\cdot10^4\ Кл/моль}{6{,}02\cdot10^{23}\ 1/моль} = 1{,}6\cdot10^{-19}\,Кл$$

которая представляет собой заряд электрона. Следовательно, заряд иона оказывается целым кратным величины e.

Электролиз применяется в технике для очистки металлов от примесей, для получения чистых металлов из расплавов, для получения антикоррозионных покрытий - никелирование, хромирование, серебрение и золочение, а также для получения рельефных копий изображений.

Контрольные вопросы.

1. Что называется электродвижущей силой источника тока?
2. Сформулируйте первые и вторые правила Кирхгофа.
3. Запишите формулы для вычисления работы и мощности тока.
4. Сформулируйте закон Джоуля – Ленца.
5. Что называется электролизом? Запишите законы Фарадея для электролиза.

17. Магнитное поле постоянного тока.

План.

1. Общие сведения о магнитном поле.
2. Вектор магнитной индукции. Напряженность магнитного поля.
3. Закон Био–Савар–Лапласа.
4. Применение закона Био–Савар–Лапласа.
5. Магнитная индукция соленоида и тороида.

Ключевые слова: магнитное поле; вектор магнитной индукции; прямой ток; круговой ток; правила буравчика (правого винта); магнитный момент; вращающий момент поля; напряженность магнитного поля; магнитная постоянная; магнитная проницаемость.

1. Магнитное поле, как и электрическое, является особой формой материи. Особенность магнитного поля состоит в том, что оно создаётся движущимися заряженными частицами или переменным электрическим полем. Впервые магнитное поле вблизи проводника с током обнаружил в своих опытах Эрстед в 1820г. Опыты показали что, если над магнитной стрелкой расположить параллельно ей прямолинейный проводник, то при протекании тока стрелка отклоняется от первоначального направления. При изменении направления тока в проводнике магнитная стрелка отклоняется в противоположную сторону (рис. 17.1) . Магнитное поле обнаруживается также силовым действием на движущиеся заряды, прямолинейный проводник или рамку, по которым про-

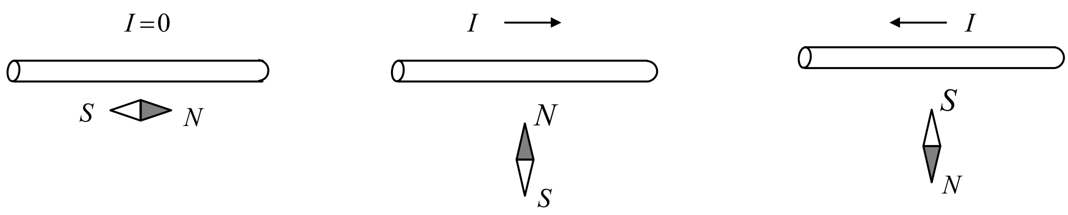


Рис. 17.1

текает электрический ток. На намагниченные тела магнитное поле действует независимо от того, движутся они или неподвижны.

Силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции $\vec{B}$. Вектор магнитной индукции определяет силы, действующие на токи или движущиеся заряды в магнитном поле.

За положительное направление вектора $\vec{B}$ принимается направление от южного полюса **S** к северному полюсу **N** магнитной стрелки, свободно устанавливающейся в магнитном поле.

Магнитное поле изображают силовыми линиями. Линии магнитной индукции – это линии, в каждой точке которых вектор $\vec{B}$ направлен по касательной. Магнитные стрелки ориентируются по направлению касательных к линиям индукции. На рисунках (рис. 17.2) и (рис. 17.3) приведены линии магнитной индукции полей катушки с током и постоянного магнита.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты, они нигде не пересекаются и не обрываются. Это означает, что нет магнитных зарядов, создающих магнитное поле. Для прямого тока, силовые линии это окружности с центрами на оси проводника с током (рис 17.4). Направление силовых линией (вектора магнитной индукции $\vec{B}$) прямого тока определяют по правилу буравчика (правого винта): ***если направление поступательного движения буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то вращательное движение буравчика совпадает с направлением вектора магнитной индукции*** $\vec{B}$.

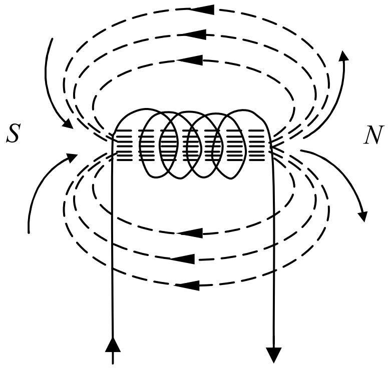


Рис.17.2

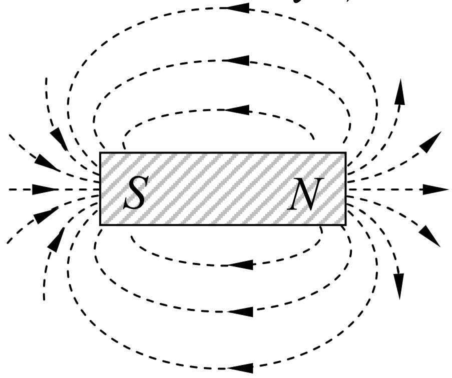


Рис.17.3

2. Количественная характеристика магнитного поля устанавливается с помощью ориентирующей действия магнитного поля на плоский контур с током. Магнитным моментом замкнутого плоского контура, по которому протекает ток силой I называется вектор $\vec{P}_m$ равный

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}_0 \tag{17.1}$$

где S – площадь контура, n_0 – единичный вектор нормали. Векторы $\vec{P}_m$ и $\vec{n}_0$ перпендикулярны к плоскости контура и ориентированы так, чтобы из концов векторов $\vec{P}_m$ и $\vec{n}_0$ ток оказался протекающим против часовой стрелки (рис.17.5). Направление $\vec{P}_m$ и $\vec{n}_0$ также определяется правилом правого буравчика.

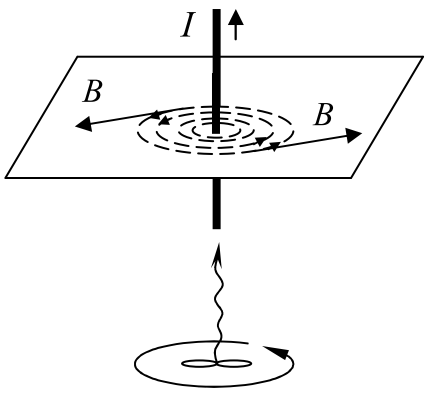


Рис.17.

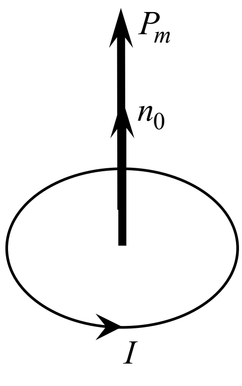


Рис.17.5

Если рамку с током с длиной стороны l, помещают в магнитное поле, то на него действует пара сил, которая поворачивает рамку. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки. Модуль вращающего момента определяется формулой

$$M = P_m B \sin\alpha \tag{17.2}$$

где B – модуль вектора магнитной индукции, P_m - магнитный момент рамки с током, α - угол между векторами P_m и B.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными P_m, то на них действуют различные M_{max} (максимальное значение момента при $\alpha = \pi/2$ в формуле 17.2). Однако магнитная индукция $B = M_{\max} / P_m$ для всех контуров остаётся одно и тоже. Поэтому с помощью этой формулы можно определить модуль вектора *B:*

$$B = M_{\max} / P_m \tag{17.3}$$

В системе СИ за единицу магнитной индукции принята ***Тесла (Тл).*** Из (17.3) следует, что ***1Тл = 1Н·м /А·м²= 1Н/А·м.*** Тесла крупная единица. Для примера магнитное поле земли приблизительно равно $5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Магнитное поле называется однородным, если векторы $\vec{B}$ во всех точках поля одинаковы. В противном случае поле называется неоднородным.

Магнитное поле также характеризуется напряженностью. Напряженность поля прямолинейного проводника с током I выражается формулой:

$$H = I / 2\pi r \tag{17.4}$$

где r – кратчайшее расстояние от проводника до точки, в которой определяется напряженность. В СИ величина ***H*** измеряется единицей **(А/м).**

Напряженность *H* векторная величина. За направление вектора *H* принимают, направление, по которому устанавливается северный полюс магнитной стрелки. Вектор магнитной индукции *B* связан с вектором напряженности *H,* следующим образом:

$$B = \mu_0 \mu H \tag{17.5}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H / A^2$ магнитная постоянная, μ - магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз индукция B магнитного поля в однородной среде отличается по модулю от индукции B_0 магнитного поля в вакууме

$$\mu = B / B_0 \tag{17.6}$$

О физических смыслах величин μ_0 и μ более подробно написано в следующих параграфах (стр. 83-84).

Соленоидом называется цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа витков проволоки, прилегающих друг к другу. В соленоиде магнитное поле однородная: линии магнитной индукции параллельны оси соленоида, а вектор магнитной индукции поля постоянной.

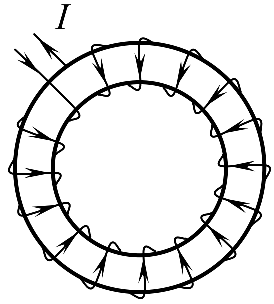


Рис.17.6

Для достаточно длинного соленоида с числом витков *N* и длиной *l* модуль вектора магнитной индукции в точках, удаленных от концов, определяется по формуле

$$B = \mu \mu_o n I \tag{17.7}$$

где *I* – сила тока, протекающего по виткам, $n=N/l$ - число витков на единицы длины соленоида.

Колцевая катушка, витки которой намотаны на круговой каркас, называется ***тороидом*** (рис. 17.6**.** Линии магнитной индукции поля тороида имеют форму окружностей, проходящих внутри витков тороида. Модуль вектора магнитной индукции внутри тороида (в центре окружности радиусом *R*) также определяется по формуле (17.7). В окружностях радиусом r $(r < R)$ внутри тороида магнитная индукция определяется по формуле

$$B = \mu\mu_o nI\, R/r \qquad (17.7)$$

Французские физики Био и Савар провели исследование магнитных полей создаваемых постоянными токами текущих по проводам различной формы. Обобщая экспериментальные данные, полученные Био и Саваром, Лаплас вывел формулу для вычисления магнитной индукции, создаваемую элементом тока длины dl в точке А (рис 17.7**).** Эта формула имеет вид:

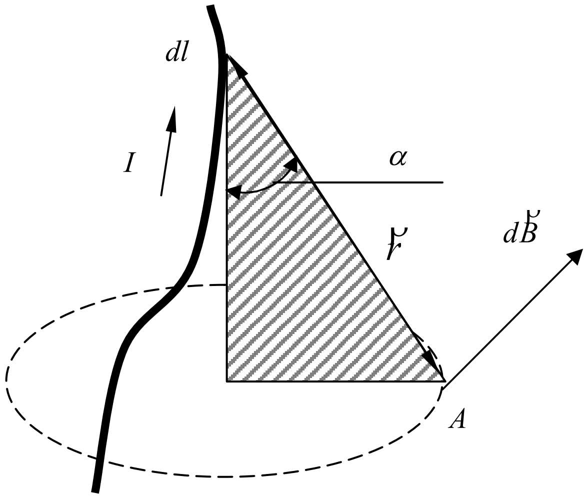


Рис.17.7

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\mu I\left(dl\cdot\vec{r}\right)}{4\pi r^3} \qquad (17.8)$$

В связи с этим соотношение (17.8) носит название закона Био–Савара–Лапласа. Из рис. 17.7 видно, что вектор $d\vec{B}$ направлен перпендикулярно к плоскости, проходящей через dl и точку А, причём так, что вращение вокруг dl в направлении dB связано с dl правилом правого буравчика. Модуль dB определяется выражением:

$$dB = \frac{\mu_0\mu I dl\sin\alpha}{4\pi r^2} \qquad (17.9)$$

где α - угол между векторами dl и r.

В большинстве случаев магнитное поле создается несколькими токами. В таком случае результирующий вектор магнитной индукции в произвольной точке пространства равен

$$B = \sum_{i=1}^{n} B_i \qquad (17.10)$$

где n – количество токов. Это уравнение выражает принцип суперпозиции магнитных полей: ***магнитная индукция поля созданного системой токов, равна векторной сумме магнитных индукций, созданных этими токами в отдельности.***

Расчёт $\vec{B}$ и $\vec{H}$ по вышеприведенным формулам довольно сложен. Однако если распределение тока имеет симметрию, то применение закона (17.9) совместно с принципом суперпозиции (17.10), позволяет довольно просто вычислять магнитные индукции поля. Применим формулу (17.8) для вычисления магнитной индукции прямого тока (рис 17.8). Все векторы dB в данной точке имеют одинаковое направление (в нашем случае за чертёж). Поэтому сложение векторов dB можно заменит сложением их модулей. Из рис 17.8 видно, что

$$r = \frac{R}{\sin\alpha} \quad \text{и} \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{R d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

Подставим эти значения в формулу (17.8) и получим

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} \sin\alpha \cdot d\alpha \qquad (17.11)$$

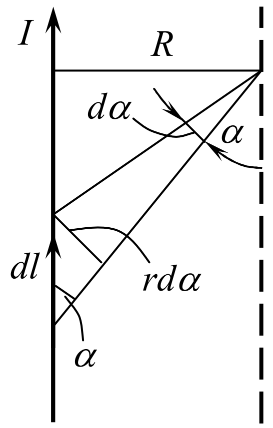


Рис.17.8.

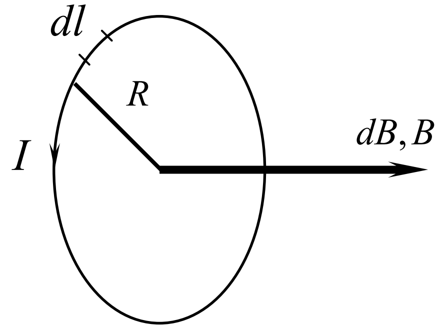


Рис.17.9

где R – расстояние от провода до точки A. Угол α изменяется в пределах от 0 до π. Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} \int_0^{\pi} \sin\alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R} = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R} \qquad (17.12)$$

Применим закон Био–Савар–Лапласа для вычисления магнитной индукции в центре кругового тока (рис 17.9). Как следует из рисунка, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитную индукцию одинакового направления - вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов dB можно заменить сложением их модулей. Так как все элементы dl перпендикулярны к R, то $\sin\alpha = 1$, и согласно (17.9):

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} dl \qquad (17.12)$$

Тогда

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 \mu I 2\pi R}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}$$

Следовательно, магнитная индукция поля в центре кругового тока определяется величиной тока, протекающей по витку.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение магнитному полю. Как оно возникает?
2. Назовите величины характеризующее магнитное поле.
3. Как определяется направление вектора магнитной индукции?
4. Назовите свойства линий магнитной индукции.
5. Как определяется магнитная индукция соленоида и тороида?
6. Сформулируйте закон Био-Савар-Лапласа.
7. Выведите формулу для вычисления магнитной индукции прямого тока и кругового тока с использованием закона Био-Савар-Лапласа.

18. Проводник с током в магнитном поле

План.

1. Взаимодействие параллельных токов.
2. Закон Ампера. Сила Лоренца.
3. Магнитный поток.
4. Работа по перемещению проводника в магнитном поле.

Ключевые слова: магнитная постоянная; относительная магнитная проницаемость; сила Ампера; правило левой руки; сила Лоренца; циклотрон; поток вектора магнитной индукции.

1. Взаимодействие проводников с токами можно наблюдать на опытах. Два длинных гибких проводника располагают параллельно на небольшом расстоянии друг от друга. Если по проводникам пропускают токи в одном направлении, то они притягиваются (рис 18.1а). Если же по проводникам пропускают токи в противоположных направлениях, то они отталкиваются (рис 18.1б). Взаимодействие токов вызываются их магнитными полями: ***магнитное поле одного тока действует с определённой силой на другой ток и наоборот.*** Модуль силы магнитного взаимодействия параллельных проводников с токами определяется по формуле:

$$F_0 = \frac{kI_1 I_2 \Delta l}{R} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \Delta l}{2\pi R} \qquad (18.1)$$

В СИ коэффициент пропорциональности $k = \mu_0 / 2\pi$, где μ_0 магнитная постоянная, R - расстояния между проводниками, Δl - длина взаимодействующих проводников с токами I_1 и I_2. Сила магнитного взаимодействия зависит также от магнитных свойств среды, в которой помещены проводники с токами.

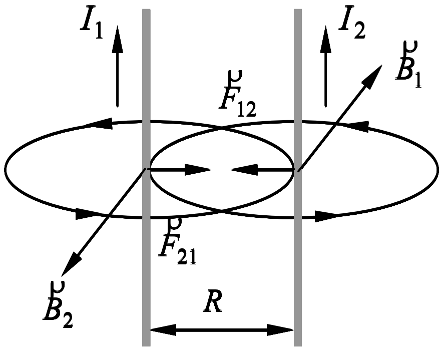


Рис. 18.1(а)

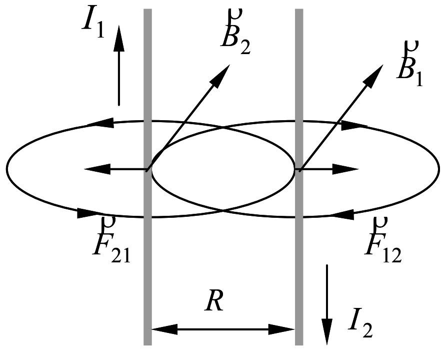


Рис. 18.1(б)

Отношение модуля силы F взаимодействия токов в среде к модулю силы F_0 взаимодействия их в вакууме называют относительной магнитной проницаемостью среды

$$\mu = F / F_0 \qquad (18.2)$$

Таким образом, модуль силы взаимодействия токов, помещенной в среде с учётом (18.1), определяется

$$F = \mu F_0 = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 \Delta l}{2\pi R} \quad (18.3)$$

В СИ единица силы тока – ампер (*А*) определяется на основании формулы (18.1). ***Ампер сила такого постоянного тока, при прохождении по двум параллельным проводникам малого сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1м один от другого, возникает сила взаимодействия равная 2·10⁻⁷ Н на каждый метр длины.*** Из (18.3) можно определить величину μ_0 магнитной постоянной:

$$\mu_0 = \frac{F \cdot 2\pi R}{\mu I_1 I_2 \Delta l} \quad (18.4)$$

Если считать, что $R = 1м$, $I_1 = I_2 = 1A$, $F/\Delta l = 2\cdot 10^{-7}\, H/м$, $\mu = 1$ (для вакуума), то $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\, H/A^2 = 4\pi \cdot 10^{-7}\, Гн/м$. Здесь ***(Гн) - Генри*** единица индуктивности. В последующем будет доказано, что $H/A^2 = Гн/м$.

2. На проводник с током в магнитном поле действует сила. Это сила называется силой Ампера. Для определения направления силы Ампера используют правило левой руки: ***если расположить левую руку так, чтобы линии магнитной индукции $\overline{B}$ входили в ладонь, а вытянутые пальцы были направлены вдоль направления тока, то отогнутый большой палец укажет направление силы, действующей на проводник с током*** (рис. 18.2).

Опыты показывают, что сила, действующая со стороны магнитного поля на участок проводника, пропорциональна силе тока *I,* длине Δl этого участка, и синусу угла α между направлениями тока и вектора магнитной индукции:

$$F = IB\Delta l \sin\alpha \quad (18.5)$$

Это соотношение ***называется законом Ампера.*** Из (18.5) видно, что когда $\alpha = \pi/2$, $\sin\alpha = 1$ и сила Ампера достигает максимального значения $F_{\max}$. Это соответствует тому, когда проводник с током перпендикулярен линиям магнитной индукции.

Х. Лоренц предположил, что сила Ампера обусловлена силами, действующими на отдельные заряженные частицы, движущиеся внутри проводника. Он вывел формулу, выражающую силу Ампера, через силы, действующие на отдельные носители заряда. Если n_0 концентрация свободных электронов в проводнике длиной Δl, ϑ - модуль скорости движения электронов, e-заряд электрона, тогда сила тока в проводнике с площадью поперечного сечения *S:*

$$I = en_0\vartheta S \quad (18.6)$$

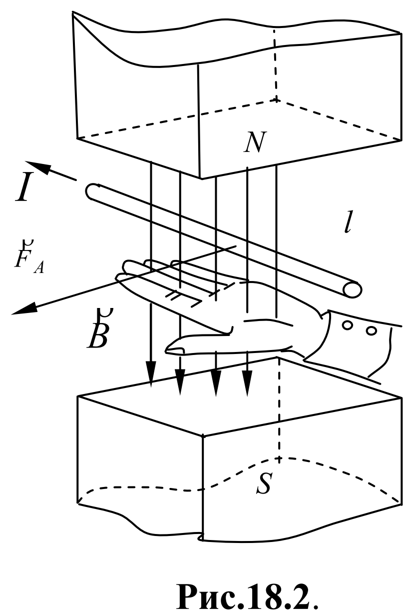


Рис.18.2.

Учитывая формулу (18.6), выражения для силы Ампера можно записать в виде:

$$F = en_0\vartheta S\Delta l B \sin\alpha \quad (18.7)$$

где $n_0 S\Delta l = n_0 V = n$ общее количество свободных электронов в проводнике. Сила, действующая на один электрон, равна

$$F_Л = F / n = e\vartheta B \sin\alpha \qquad (18.8)$$

Эту силу называют силой Лоренца. Угол α равен углу между вектором ϑ и вектором B. Направление силы Лоренца такое же, как сила Ампера и определяется правилом левой руки.

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно векторам $\overline{\vartheta}$ и $\overline{B}$. Поэтому при движении заряженной частицы в магнитном поле сила Лоренца не совершает работы. Следовательно, модуль вектора скорости, также и кинетическая энергия заряженной частицы не изменяется.

В виду того, что сила Лоренца всегда перпендикулярна к скорости заряда, она играет роль центростремительной силы:

$$F_Л = ma_{ц.с} = m\vartheta^2 / R \qquad (18.9)$$

где $a_{ц.с} = \vartheta^2 / R$ центростремительное ускорение, m – масса частицы. Приравнивая (18.8 и 18.9) и при условии $\alpha = \pi / 2$, можно определить радиус окружности R, по которой частица движется:

$$\frac{m\upsilon^2}{R} = e\vartheta B \quad \text{или} \quad R = \frac{m\vartheta}{eB} \qquad (18.10)$$

Период обращения частицы равен:

$$T = \frac{2\pi R}{\vartheta} = \frac{2\pi m}{eB} \qquad (18.11)$$

Из (18.11) следует, что период вращения частицы не зависит от скорости и радиуса окружности. Это особенность движения заряженных частиц в магнитном поле позволила создать установку для их ускорения электрическим полем в течение ряда циклов – циклотрон. В циклотроне заряженные частицы приобретают большие энергии, до несколько тысяч гигаэлектронвольт (ГэВ).

Если частица влетает в магнитное поле под углом α к вектору B магнитной индукции, то скорость частицы $\overline{\vartheta}$ имеет составляющую $\overline{\vartheta}_0$, вдоль направления магнитного поля (рис. 18.3), и такая частица будет двигаться по спирали (рис. 18.4). При этом радиус спирали R зависит от модуля перпендикулярной магнитному полю составляющей $\vec{\vartheta}_\perp$ вектора $\vec{\vartheta}$, а шаг спирали h от модуля продольной составляющей $\overline{\vartheta}_0$.

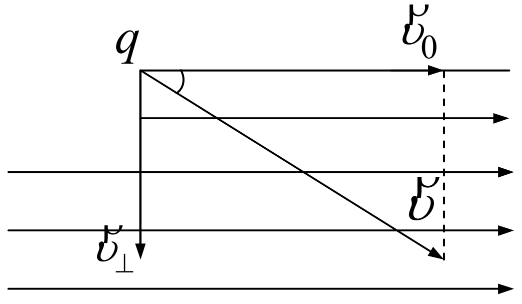


Рис.18.3

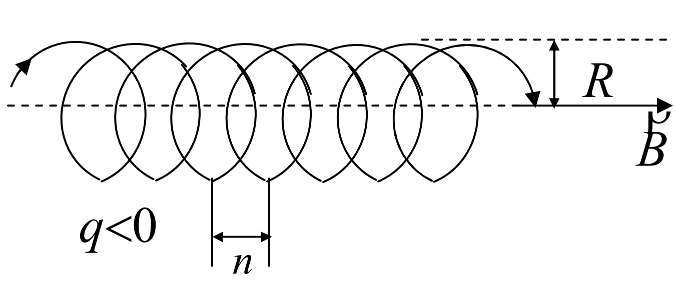


Рис.18.4

3. В физике пользуются понятием потока вектора магнитной индукции. Поток вектора магнитной индукции, пронизывающий плоскую поверхность S в магнитном поле, определяется уравнением

$$\Phi = BS\cos\alpha \tag{18.12}$$

где α - угол между направлением нормали $\boldsymbol{n}$ к поверхности S и направлением вектора индукции B. В магнитном поле поверхность S выделяется контуром, по которому течет ток. Направление нормали n_0 к поверхности S контура совпадает с направлением правого буравчика, если его рукоятку вращать в направлении тока в контуре.

За единицу магнитного потока в СИ принят ***Вебер*** (***Вб***): **1*Вб* = 1*Тл*·1*м*^{2}.** Изменение любой из трех величин, имеющихся в правой части уравнения (18.12), может привести к изменению магнитного потока. Очень часто для изменения магнитного потока изменяют угол α относительно B. Например, при равномерном вращении контура (рамки) вокруг неподвижной оси магнитный поток во времени изменяется по синусоидальному закону.

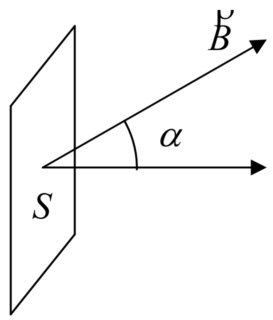


Рис.18.5.

4. На проводник с током в магнитном поле действует сила, определяемая законом Ампера. Под действием этой силы проводник длиной l, изготовленной в виде подвижной перемычки, может скользит по неподвижным проводам (рис. 18.6). Следовательно, магнитное поле совершает работу. При указанных на рис.18.6 направлениях тока и магнитного поля ($\overline{B}$ исходит перпендикулярно от площади рисунка), под действием силы Ампера, проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx. Работа, совершаемая магнитным полем, равна

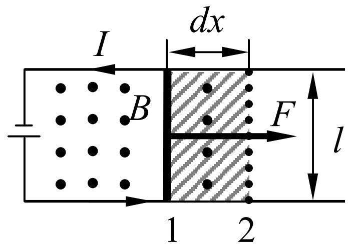


Рис.18.6.

$$A = Fdx = IBldx = IBdS \tag{18.13}$$

Здесь F - сила Ампера, $ldx = dS$ площадь пересекаемая проводником, $BdS = d\Phi$ магнитный поток, пронизывающий эту площадь.

Таким образом

$$A = Id\,\Phi \tag{18.14}$$

т. е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересечённый движущимся проводником.

Контрольные вопросы

1. Как взаимодействуют параллельные проводники с током?
2. Какая сила называется силой Ампера? Как определяется направление силы Ампера?
3. Как определяется единица силы тока – Ампер?
4. Запишите формулу силы Лоренца. Объясните, почему сила Лоренца не выполняет работу.
5. От чего зависит период обращения частицы в магнитном поле?
6. Что называется магнитным потоком, и в каких единицах оно измеряется?
7. Чему равна работа по перемещению проводника в магнитном поле?

19. Магнитные свойства вещества.

План.

1. Магнитное поле в веществе. Классификация магнетиков.
2. Диамагнетизм и парамагнетизм.
3. Ферромагнетизм. Ферриты.
4. Намагниченность. Магнитный гистеризис.

Ключевые слова: магнитная проницаемость; магнитный момент электрона; магнитный момент атома; спин; парамагнетики; диамагнетики; ферромагнетики; ферриты; точка Кюри; намагниченность; петля гистерезиса; домен.

1. Мы до сих пор рассматривали магнитные поля, создаваемые проводниками с током, в предположении, что они находятся в вакууме. Если несущие ток провода находятся, в какой то среде, магнитное поле изменяется. Например, при прохождении тока через соленоид, расположенного в вакууме, внутри его создается магнитное поле с индукцией B_0. Заполним полость соленоида железным сердечником. При этом сердечник намагничивается и становится способным притягивать железные предметы. Магнитная индукция поля $\overline{B}$ в намагниченном веществе отличается от магнитной индукции $\overline{B}_0$, созданного тем же током в вакууме.

Магнитной проницаемостью μ называется физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция $\overline{B}$ магнитного поля в среде отличается по модулю от индукции $\overline{B}_0$ магнитного поля в вакууме:

$$\mu = B / B_0 \tag{19.1}$$

Опыты подтверждают, что одни вещества усиливают магнитное поле $(\mu > 1)$, а другие ослабевают $(\mu < 1)$.

Магнитные свойства разных веществ определяются магнитными свойствами заряженных частиц, из которых состоят атомы вещества.

Согласно гипотезе Ампера, внутри вещества циркулируют микроскопические круговые токи. Магнитные свойства атомов вещества определяются в основном движением электронов в атоме. Движение электронов по орбите вокруг ядра атома представляется как электрический ток, протекающий по замкнутому контуру (рис. 19.1). Такой ток обладает магнитным моментом P_m называемый орбитальным магнитным моментом электрона. Векторная сумма всех орбитальных моментов электронов в атоме равна магнитному моменту атома.

Одним из важнейших свойства электрона также является наличие у него собственного магнитного поля, называемый ***спином*** (спин - означает вращение). Спиновое магнитное поле обусловлено вращением электрона вокруг собственной оси.

Во внешнем магнитном поле с индукцией B_0 происходит ориентация магнитных моментов атомов вещества в одном направлении. Вследствие этого в веществе возникает внутреннее магнитное поле с индукцией $B_{вн}$ и вещества намагничиваются. Индукция результирующего поля внутри вещества:

$$B = B_0 + B_{вн} \tag{19.2}$$

В зависимости от направления $B_{вн}$, результирующая индукция B магнитного поля может быт больше или меньше B_0 внешнего поля.

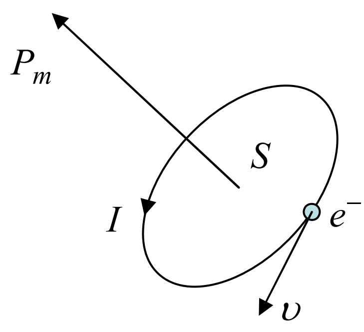


Рис.19.1

2. У большинства веществ магнитные свойства выражены слабо. Слабомагнитные вещества делятся на две большие группы парамагнетики и диамагнетики. При внесении во внешнее магнитное поле парамагнитные образцы намагничиваются так, что их собственное магнитное поле оказывается направленным по внешнему полю, а диамагнитные образцы намагничиваются против внешнего поля. Поэтому у парамагнетиков (платина, алюминий, редкоземельные элементы, кислород и др.) $\mu > 1$, а у диамагнетиков (золото, серебро, медь, цинк, висмут, ртуть, вода, и др.) $\mu < 1$. Отличие μ от единицы у пара- и диамагнетиков чрезвычайно мало, и составляет порядка $10^{-5} \div 10^{-6}$.

Диамагнитные вещества состоят из атомов, магнитные моменты которых при отсутствии внешнего поля полностью скомпенсированы. Во внешнем магнитном поле магнитные моменты атомов ориентируются противоположно направлению B_0 внешнего поля. В результате наложения противоположных векторов индукции, в диамагнетике магнитное поле ослабевает, и диамагнетик выталкивается в область более слабого поля.

В атомах парамагнитных веществ магнитные поля электронов не полностью скомпенсированы. В отсутствии внешнего поля магнитные моменты атомов ориентированы хаотично, так что суммарная магнитная индукция равна нулю. Во внешнем магнитном поле магнитные моменты атомов ориентируются по направлению B_0 внешнего поля. В результате внутри парамагнетика магнитное поле усиливается, и парамагнетик втягивается в область сильного поля. Характерным свойствам диа – и парамагнитных веществ является то, что для них μ не зависит от индукции $\boldsymbol{B_0}$ намагничивающего поля, и следовательно зависимость $\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{B_0}$ является линейной.

3. Ферромагнетиками называются вещества, способные сильно намагничиваться в магнитном поле. Магнитная проницаемость μ ферромагнетиков в пределах $10^2 \div 10^5$. Например, у стали $\mu = 8000$, а у пермаллоя – материала, используемого для изготовления сердечников в трансформаторах $\mu = 100000$.

Ферромагнитные свойства проявляют железо, никель, кобальт, гадолиний, а также эрбий, диспрозий, тулий и тербий. Интересные свойства имеют ферриты – химические соединения окиси железа с окислами других металлов.

Магнитная проницаемость ферромагнетиков в различных полях непостоянна. Она зависит от напряженности $\boldsymbol{H}$ внешнего магнитного поля и может изменяться в широких пределах. С возрастанием $\boldsymbol{H}$ магнитная проницаемость μ вначале быстро растёт, достигает максимума и затем убывает, стремясь к единице. Зависимость проницаемости μ от H показана на рис. 19.2.

Для каждого ферромагнетика существует определённая температура, так называемая ***точка Кюри,*** выше которой ферромагнитные свойства исчезают, и вещество становится парамагнетиком. У железа температура Кюри равна 770°С, у кобальта 1130°С, у никеля 360°С и т. д.

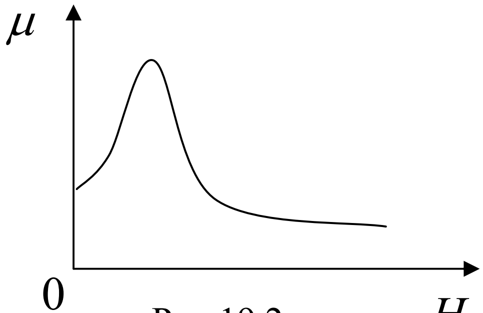


Рис.19.2.

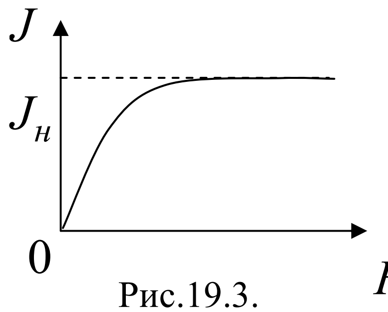


Рис.19.3.

4. Магнитное состояние ферромагнетика во внешнем поле сложным образом зависит от напряженности *H* магнитного поля. Это состояние удобно характеризовать намагниченностью материала – величиной $J = B - B_0$, показывающей, насколько индукция магнитного поля в ферромагнетике больше индукции поля в вакууме.

Зависимость *J* от *H* показана в виде графика на рис. 19.3. При малых значениях ***H*** намагниченность растёт с увеличением *H*. Однако при значительном возрастании ***H*** ферромагнитное вещество достигает состояния магнитного насыщения $\left(J = J_н\right)$. Опыты показывают, что при устранении внешнего поля ферромагнетики обладают остаточной намагниченностью J_0. При этом обнаруживают, что кривая *Б* размагничивания не совпадает с кривой *А* первоначального намагничивания (рис. 19.4). Видно, что при уменьшении *H* внешнего поля до нуля ферромагнетик сохранят некоторую остаточную намагниченность J_0. Для того, чтобы полностью размагнитить ферромагнетик, необходимо, изменить направление внешнего поля. При напряженности $H_к$, ферромагнетик полностью размагничивается. Эту напряженность поля называют коэрцитивной силой. Далее процесс перемагничивания может быть, продолжен, как это показано на рис. 19.4. Сложная кривая, полученная на рис. 19.4 называется ***петлей гистерезиса.***

Стрелками указано направление процессов намагничивания и размагничивания ферромагнитного образца при изменении напряженности внешнего магнитного поля.

Форма петли гистерезиса характеризует магнитные свойства ферромагнитного материала. Узкую петлю гистерезиса имеют так называемые магнитомягкие материалы (малая коэрцитивная сила, небольшая J_0). Магнитомягкие материалы (чистое железо, электротехническая сталь, неко-

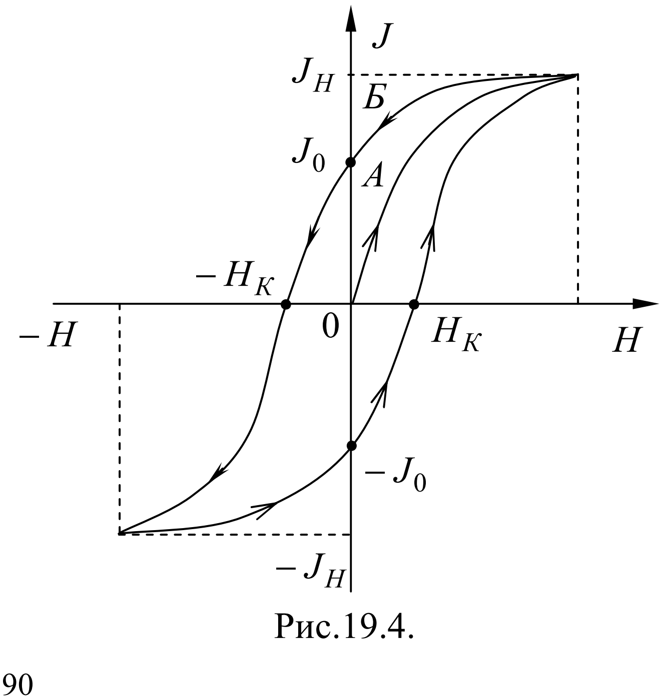


Рис.19.4.

торые сплавы). У магнитотвёрдых материалов петля гистерезиса широкая. Эти материалы сохраняют свою намагниченность и после удаления их из магнитного поля. Примерами могут служить углеродистая сталь и специальные сплавы. Магнитотвёрдые материалы используются для изготовления постоянных магнитов.

Как указывалось выше, диа – и парамагнетизм связаны с орбитальным движением электронов в атомах. Природа ферромагнетизма значительно сложнее, и объясняется наличием собственных (спиновых) магнитных полей электронов.

Экспериментальные исследования ферромагнитных кристаллов позволили выявить на поверхности кристалла так называемые домены, линейные размеры которых составляет $10^{-1} \div 10^{-4}$ см.. В этих доменах спиновые магнитные моменты расположены в одном направлении. Итак, в ферромагнитном кристалле имеются домены с самопроизвольной (спонтанной) намагниченностью. Каждый домен представляет собой небольшой постоянный магнит (рис. 19.5).

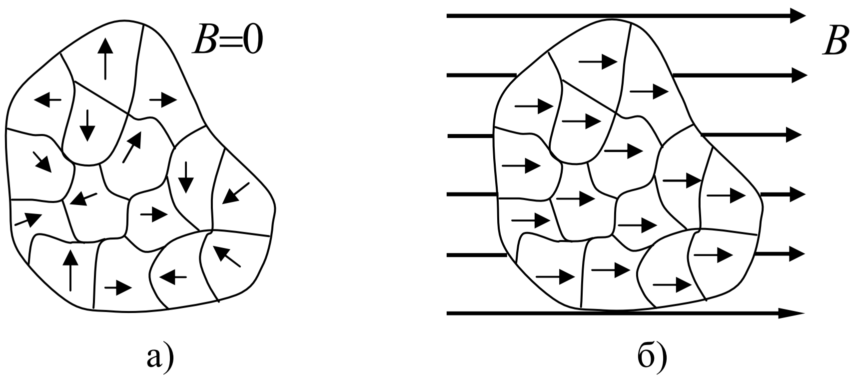


Рис.19.5

В отсутствии внешнего поля ($B = 0$) направления векторов индукции магнитных полей доменов, ориентированы хаотически (рис. 19.5а). Такой кристалл, в среднем окажется ненамагниченным. При наложении внешнего магнитного поля происходит ориентация магнитных моментов доменов в направлении линий индукции (рис. 19.5б). Поворот доменов происходит не сразу, поскольку между доменами возникает магнитное трение, затрудняющее поворот доменов. Однако в очень сильном внешном поле, домены кристалла полностью ориентируется в направлении поля и наступает магнитное насыщение. Магнитное трение между доменами является причиной магнитного гистерезиса и следовательно, остаточной намагниченностью ферромагнетика.

Контрольные вопросы.

1. Каков физический смысл магнитной проницаемости?
2. В чём существенное отличие между диамагнитными, парамагнитными и ферромагнитными веществами?
3. Какая температура называется точкой Кюри?
4. Как называется кривое намагничивание ферромагнитного вещества? Как его можно получить?
5. Объясните механизм намагничивания ферромагнитного образца.

20. Электромагнитная индукция. Самоиндукция

План

1. Явление электромагнитной индукции.
2. Закон электромагнитной индукции. Правила Ленца
3. Самоиндукция. Индуктивность.
4. Энергия магнитного поля.

Ключевые слова: электромагнитная индукция; индукционный ток; правила Ленца; самоиндукция; индуктивность; энергия магнитного поля; объемная плотность энергии.

1. Явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при изменении магнитного потока сквозь поверхность этого контура называется электромагнитной индукцией. Это явление открыто Фарадеем в 1831 г. Возникающий при этом в контуре ток называется ***индукционным.***

Если составить замкнутый цеп из катушки и гальванометра и внутрь катушки вводить и выводить из нее постоянный магнит (рис 20.1), то гальванометр покажет возникновение индукционного тока. При введении магнита в катушку стрелка гальванометра отклоняется в одну сторону (рис. 20.1а), а при выведении – в противоположную (рис 20.1б). Вращение магнита внутри катушки не вызывает индукционного тока. Значит, не всякое движение магнита возбуждает индукционный ток.

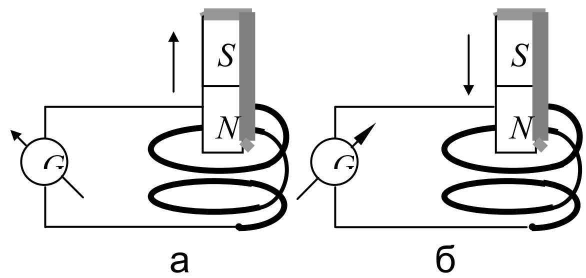


Рис.20.1

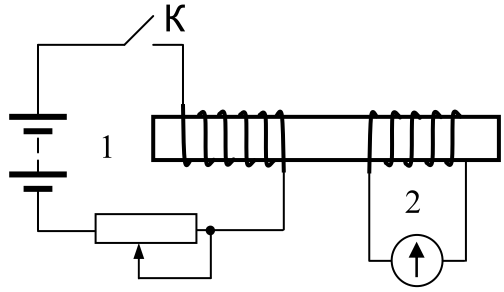


Рис.20.

Если две катушки из изолированного провода насадить на общий сердечник (рис. 20.2) и концы одной из них присоединить через выключатель к источ-нику тока (контур 1), а второй к гальванометру (контур 2), то при включении и выключении тока в первой катушке будет создаваться изменяющийся магнитный поток, который пронизывает вторую катушку и возбуждает в ней индук-ционный ток разного направления, протекающий через гальванометр.

Таким образом, ***при всяком изменении магнитного потока, пронизывающий замкнутый контур возникает индукционный ток.***

2. Обобщая результаты опытов можно сформулировать закон Фарадея для электромагнитной индукции: ***электродвижущая сила электромагнитной индукции в контуре пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур:***

$$\varepsilon = -\Delta\Phi / \Delta t \quad \text{или} \quad \varepsilon = -d\Phi / dt \qquad (20.1)$$

Для катушки с числом витков *N:*

$$\varepsilon = -Nd\Phi / dt \qquad (20.2)$$

Знак минус в формуле (20.1) отражает правило Ленца: ***индукционный ток, возбуждаемый в замкнутом контуре при изменении магнитного потока, всегда направлен так, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.***

Правила Ленца отражает тот экспериментальный факт, что $\mathcal{E}$ и $\Delta\Phi / \Delta t$ всегда имеет противоположные знаки (знак минус в формуле 20.1). Правила Ленца можно объяснить следующим образом. Пусть проводящий контур находится в магнитном поле. За положительное направление нормали к конту-ру примем направление $\boldsymbol{B}$ внешнего поля. При возрастании индукции поля $\boldsymbol{B}$ ($\Delta\Phi/\Delta t>0$), пронизывающий контур, индукционный ток $\boldsymbol{I_{инд}}$ направлен так, что вектор $\boldsymbol{B_i}$ создаваемого им поля направлен противоположно $\boldsymbol{B}$ (рис. 20.3а). Индукционный ток $\boldsymbol{I_{инд}}$ течёт навстречу выбранному положительному направлению обхода контура и $\mathcal{E}<0$.

При уменьшении индукции поля $\boldsymbol{B}$ ($\Delta\Phi/\Delta t<0$), магнитный поток индукционного тока стремится восполнить убывающий поток внешнего поля (рис. 20.3б), направление индукционного тока $\boldsymbol{I_{инд}}$ совпадает с положительным направлением обхода контура и $\mathcal{E}>0$.

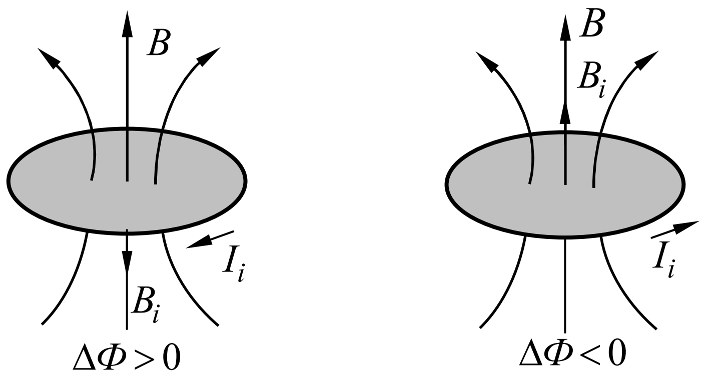


Рис.20.3.

Рассмотрим возникновение э. д. с. индукции в проводнике движущимся в магнитном поле. Проводник длиной l расположен перпендикулярно к направ-лению B, и движется со скоростью ϑ (рис 20.4). На свободные электроны, внутри проводника действует сила Лоренца $F_л = e\vartheta B$. Вследствие этого на концах проводника накапливаются разноименные заряды. Поскольку величина э. д. с. индукции $\varepsilon = \left|\Delta\Phi / \Delta t\right|$, то для ее определения необходимо знать изме-нение магнитного потока сквозь поверхность, описанную проводником в единицу

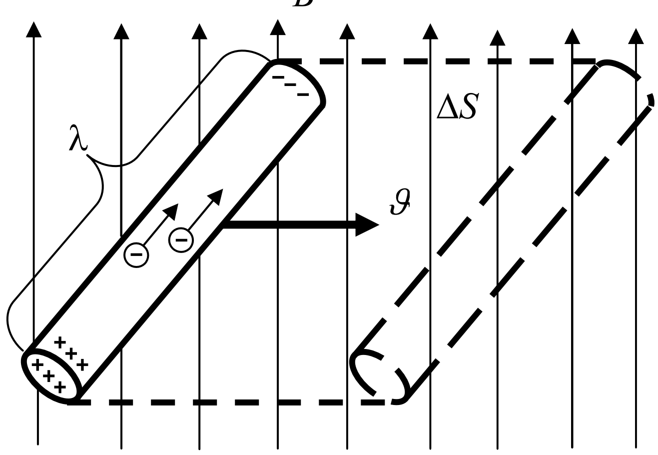


Рис.20.6

времени. При движении проводника за время Δt изменение магнитного потока равна $\Delta\Phi = B\Delta S$, где ΔS площадь, описанная движущимся проводником в магнитном поле (рис 20.4). Поскольку $\Delta S = l\vartheta\Delta t$, то формула Фарадея для э. д. с. индукции принимает вид:

$$\varepsilon = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{Bl\vartheta\Delta t}{\Delta t} = Bl\vartheta \qquad (20.3)$$

В общем случае э. д. с. индукции в движущихся проводниках определяется по формуле

$$\varepsilon = Bl\vartheta\sin\alpha \qquad (20.4)$$

где α - угол между вектором магнитной индукции B и направлением скорости ϑ проводника.

3. Самоиндукция является частным случаем электромагнитной индукции, когда изменяющийся магнитный поток, вызывающий э. д. с. индукции, создается током в самом контуре. Если ток в рассматриваемом контуре по каким-то причинам изменяется, то изменяется и магнитный поток, пронизывающий контур. В контуре возникает э. д. с. самоиндукции, которая согласно правилу Ленца препятствует изменению тока в контуре. Для наблюдения самоиндукции состав-ляют цеп, изображённый на рис. 20.5. При замыкании цепи ток в лампочке *1* возрастает быстро (рис. 20.6, линия 1) и загорается ярко. Ток в лампочке 2, соединенная последовательно с катушкой *L*, растёт медленно (рис. 20.6, линия 2), поэтому загорается с запаздыванием. Это объясняется тем, что в цепи при возникновении тока в катушке, возникает увеличивающийся магнитный поток, пронизывающий контур. Возникающий в контуре ток самоиндукции, направлен противоположно основному току, и препятствует быстрому нарастанию тока. Собственный магнитный поток *Ф*, пронизывающий контур или катушку с током, пропорционален силе тока *I:*

$$\Phi = LI \qquad (20.5)$$

Коэффициент пропорциональности *L* в этой формуле называется ***индуктивностью катушки.*** Единица индуктивности в СИ называется ***Генри (Гн).*** Индуктивность контура или катушки равна *1Гн,* если при силе постоянного тока *1 А,* собственный магнитный поток равен *1 Вб:* ***1 Гн =1Вб/1А*.**

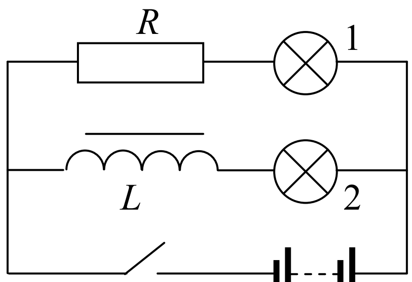


Рис.20.4

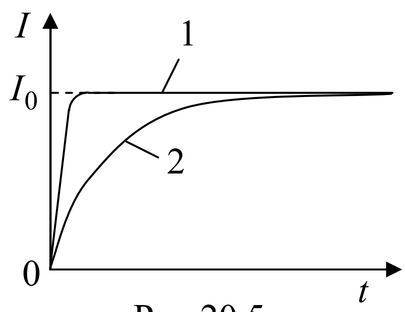


Рис.20.5

Рассчитаем индуктивность длинного соленоида, имеющего *N* витков, площадь сечения *S* и длину *l*. Магнитное поле соленоида определяется формулой $B = \mu_0 In$, где *I* – ток в соленоиде, $n = N/l$ – число витков на единицу длины соленоида. Магнитный поток, пронизывающий все *N* витки соленоида, равен:

$$\Phi = B \cdot S \cdot N = \mu_0 n^2 SlI \qquad (20.6)$$

Следовательно, индуктивность соленоида равна:

$$L = \Phi / I = \mu_0 n^2 Sl = \mu_0 n^2 V \qquad (20.7)$$

где $V = Sl$ – объем соленоида, в котором сосредоточено магнитное поле. Если соленоид заполнен веществом с магнитной проницаемостью μ, то магнитное поле $B = \mu_0 \mu In$. Индуктивность катушки с сердечником также увеличивается в μ раз:

$$L_\mu = \mu L = \mu_0 \mu n^2 V \qquad (20.8)$$

Электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в катушке с постоянным значением индуктивности, согласно формуле Фарадея равна:

$$\varepsilon = \varepsilon_L = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \quad \text{или} \quad \varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \qquad (20.9)$$

Электродвижущая сила самоиндукции прямо пропорциональна индуктивности катушки и скорости изменения силы тока в ней. Выражение (20.9) есть э. д. с. самоиндукции в дифференциальном виде.

Индуктивность–это физическая величина, численно равная э. д. с. самоиндукции, возникающей в контуре при изменении силы тока на 1 А за 1с.

Индуктивность проводника равна 1Гн, если в нем при изменении силы тока на 1А за 1с возникает э. д. с. самоиндукции 1В.

4. Магнитное поле обладает энергией. Подобно тому, как в заряженном конденсаторе имеется запас электрической энергии, в катушке, по виткам который протекает ток, имеется запас магнитной энергии. Эта энергия равна работе, которую необходимо совершить для создания тока в контуре.

При замыкании электрической цепи ток возрастает от нуля до значения I и в контуре возникает э.д.с. самоиндукции. Последняя возбуждает индукционный ток в контуре, протекающий навстречу току, создаваемому источником. Чтобы ток в контуре достиг конечного значения I, источник тока должен выполнить работу против сил электрического поля. Эта работа расходуется на сообщение энергии контуру с током. В момент размыкания цепи, когда ток исчезает, энергия выделяется в той или иной форме.

Расчеты показывают, что энергия тока I, протекающего по контуру с индуктивностью L:

$$W = \frac{LI^2}{2} \qquad (20.10)$$

С учётом формулы (20.5) получим ещё две эквивалентные формулы для энергии

$$W = \frac{\Phi I}{2} \quad \text{или} \quad W = \frac{\Phi^2}{2L} \qquad (20.11)$$

Энергия, определяемая выражениями (20.10) и (20.11), называется собственной энергией тока (собственная энергия тока не имеет ничего общего с энергией, выделяемой током в цепи в виде тепла).

Применим полученное выражение для энергии катушки длинного соленоида с магнитным сердечником. Используя приведенные выше формулы для индуктивности L_μ соленоида с сердечником и для магнитного поля *B,* создаваемого током *I,* можно получить:

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 I^2}{2} V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V \qquad (20.12)$$

где V- объём соленоида. Из выражения следует, что магнитная энергия локализована не в витках соленоида, а рассредоточена по всему объёму, в котором создано магнитное поле.

Собственная энергия тока расходуется на создание магнитного поля в пространстве и равна энергии магнитного поля. Ее можно выразить через характеристики поля – магнитную индукцию *B* и напряженность *H*. Объемная плотность энергии магнитного поля (энергия единицы объема), измеряемая в джоулях на кубический метр, определяется формулой

$$w_H = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

Контрольные вопросы

1. Что называется явлением электромагнитной индукции?
2. Сформулируйте закон Фарадея для электромагнитной индукции.
3. Что можно определит по правилу Ленца? Сформулируйте правило Ленца.
4. Чему равно э. д. с. индукции в проводнике, движущееся в магнитном поле?
5. Что называется явлением самоиндукции?
6. Что называют индуктивностью катушки? Единица изменения индуктивности.
7. Чему равна энергия магнитного поля катушки с током?

Использованная литература

1. И.В. Савельев. Курс физики. Том 1. Изд. «Наука». М., 1989 г.
2. И.В. Савельев. Курс общей физики. Том 2. Изд. «Наука». М., 1988 г.
3. Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев. Справочное руководство по физике Изд. «Наука». М. 1989 г.
4. Т.И. Трофимова. Курс физики. Изд. «Высшая школа».М. 1985 г.
5. П.П. Луцик. Курс физики. Изд. «Вища школа». Киев, 1978.