

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI
ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT
UNIVERSITETI**

**Qo'lyozma huquqida
539.3**

XOLBUTAYEVA NILUFAR

**BESSEL FUNKSIYALARI NAZARIYASINI VERTIKAL TOG'
ISHLANMASI USTIVORLIGI MASALASIGA QO'LLASH**

**5A440204 – Deformatsiyalanuvchi qattiq jism
mexanikasi mutaxassisligi**

**Deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasi mutaxassisligi
bo'yicha magistr darajasini olish uchun
MAGISTRLIK DISSERTATSIYASI**

Ish ko'rib chiqildi va himoyaga

ruxsat berildi.

«Mexanika» kafedrasini mudiri

Dotsent Sh.Berdiyev _____

Mexanika-matematika fakul'teti dekani

dots. X.Рузимурадов _____

«____» _____ 2015 y.

Ilmiy rahbar:

prof.X.Xudoynazarov _____

Ilmiy maslahatchi:

Sh.Burqutboyev _____

Samarqand – 2015

MUNDARIJA

	KIRISH.....	4
1 BOB	TOG' ISHLANMASI DEVORINI MUSTAHKAMLASH MUAMMOSINING ZAMONAVIY HOLATI	10
1.1	Silindrik qatlam va qobiqlar ko'rinishidagi muhandislik konstruksiya lari elementlari hamda vertikal tog' ishlanmasi devorini o'rab turuv chi tog' jinslari ustivorligini baholash zamonaviy usullari	11
1.2	Elastiklik nazariyasining qutb koordinatalaridagitekis masalasi.....	23
1.3	Ko'ndalang kesimi doiraviy vertical shaxtani o'rab turuvchi tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holati	32
1.4	Masalaning umumiy qoyilishi va uning yechimi taqdimoti	34
2 BOB	ISHLANMALI YARIM FAZONING DEFORMATSIYASI HAQIDAGGI AMALIY MASALALARNING QO'YILISHI VA YECHILISHI.....	42
2.1	Kuchlanish va deformatsiyalarni kuchlanish funksiyasi orqali Ifodalash	42
2.2	Kuchlanishlar funksiyasiga nisbatan tenglamani yechish usuli	44
2.3	Ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi amaliy masalalarning qo'yilishi	47
	Xulosalar.....	
3 BOB	VERTIKAL SHAXTA ATROFIDAGI TOG' JINSLARI DEFORMATSIYASI VA USTUVORLIGI	49
3.1	Elastik deformatsiyalanuvchi qo'shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali qatlam deformatsiyasi	49
3.2	Elastik deformatsiyalanuvchi qo'shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali qatlam deformatsiyasini hisoblash algoritmi va	

	programmasi	52
3.3	Mustahkamlanmagan ishlanmali qatlamning kuchlangan-deformatsiyalangan holati	55
3.4	Mustahkamlanmagan ishlanmali qatlamning kuchlangan-deformatsiyalangan holatini hisoblashalgoritmi va programmasi	58
	ASOSIY XULOSALAR.....	62
	FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR	63

KIRISH

Hozirgi zamon texnikasining juda tez sur'atlar bilan rivojlanishi deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasi oldiga yangidan-yangi, vaqt o'tgan sari tobora murakkablashib borayotgan masalalarni qo'yimoqda. Shu paytgacha ishlatibkelingan an'anaviy materiallar yuqori bosimli va yuqori haroratli o'ta murakkab sharoitlarda ishlatilmoqda, yangi-yangi materiallar har xil yuqori haroratlarga chidamli qotishmalar, kompozit materiallar, o'ta mustahkam va yaroqli modulli tolalar amaliyotda qo'llanilmoqda.

Ma'lumki Ozbekiston hududida Mendelev jadvalining hamma elementlari uchraydigan mamlakatlardan biridir. Shuning uchun mamlakatimizda foydali qazilmalarni izlab topish bo'yicha juda katta ishlar olib borilmoqda. Foydali qazilmalar konlarini izlab topish katta hajmdagi tog'-kon ishlarini olib borishni taqozo qiladi. Tog'-kon ishlarida yer osti inshootlarini qurish masalasi katta mablag' va vaqtni talab etadi. Bundan tashqari ushbu inshootlar devorlarini mustahkamlash juda murakkab va ko'p mehnat talab qiladigan jarayon bolib, bu vazifani ijro etish doirasiga tog' ishlanmasini o'rab turuvchi tog' jinslari massivining ustuvorligini oldindan aniqlash va baholash ham kiradi.

Mavzuning dolzarbligi. Keyingi vaqtlarda ishlanmaning ochilib qolgan devorlaridagi tog' jinslarining ustuvorligi masalasiga olimlar va muxandisar tomonidan katta e'tibor berilmoqda. Natijada ushbu muammoga bag'ishlangan ko'plab maqola va monografiyalar paydo bo'lgan. Ular eng avvalo masalani kengroq yoritishga, uning yechimi hamda yechish usullariga bag'ishlangan [.....]. Ustuvorlik muammosini nazariy tadqiq qilish usullari bilan bir qatorda eksperimental va tabiiy sharoitlar asosida tadqiqotlar o'tkazishga imkon beruvchi metodlar ham mavjud.

Shuning uchun ham turli tog'-geologiya sharoitlari uchun tog' ishlanmasini o'rab turuvchi massiv ustuvorligini hisoblash usullarini ishlab chiqishga har doim o'tkir zaruriyat mavjud va aktual masaladir. Bundan tashqari turli statik va dinamik ta'sirlar ostidagi tog' ishlanmalari holatini oldindan aniqlashning ilmiy asoslangan usullarini ishlab chiqish tog' jinslari mexanikasining, umumiyroq holda esa deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasining dolzarb muammolaridandir.

Ikkinchi tomondan ishlanmalar ustuvorligini baholash metodlarining etarli darajada mukammal ishlab chiqilmaganligi ko'p hollarda ishlanma devorlarini mustahkamlash uchun loyihaviy yechimlarning kam asoslangan yoki mutlaqo asoslanmagan usullarni qo'llashga olib keladi. Bu esa o'z navbatida, yuqorida eslatilgan katta mablag'lar sarflanishiga va juda ko'p vaqt yo'qotilishiga sabab bo'ladi. Aytilganlardan kelib chiqqan holda tog' ishlanmalari ustuvorligini baholash va oldindan aytib berish masalalari hamda turli tog'-geologiya sharoitlari uchun ishlanmalar devorlarini mustahkamlash muammolari hali o'z yechimlarini to'liq ravishda topmaganlar va shuning uchun ham hozirgi kunning dolzarb muammolari hisoblanadi.

Dissertatsiya ishining maqsadi, yuqorida aytilganlardan kelib chiqqan holda, modifitsirlangan Bessel funksiyalari yordamida vertical shaxtalar devorlari ustuvorligi masalasini yechishga qo'llash va elastic deformatsiyalanuvchi qo'shilma (qoplama) bilan mustahkamlangan shaxtalik qatlam deformatsiyasida devorlari mustahkamlanmagan shaxtalik qatlam deformatsiyasi haqidagi amaliy masalalarni analitik ravishda yechish va sonly natijalar olishdan iboratdir. Shuning bilan bir qatorda vertical shaxtalarning kuchlangan-deformatsiyalangan holatini tog' bosimi ta'sirini va mustahkamlagich ishini hisobga olgan holda aniqlash haqidagi yangi masalalarni qo'yishga asos yaratish ham dissertatsiya ishining maqsadi dorasiga kiradi.

Mazkur magistrlik dissertatsiya ishining asosiy maqsadi vertical shaxta ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan hol uchun ustuvorligini o'rganishekanligidan kelib chiqqan holda dissertatsiya ishining asosiy vazifalari qilib quyidagilar belgilangan:

- Elastiklik nazariyasi asosiy munosabatlarini o'rganish;
- Bessel funksiyalari nazariyasini o'rganish;
- differentsialtenglamalarni yechishning analitik usullarini, xususan, operatsion hisob usullaridan Fur'e almashtirishlarini o'rganish va amaliy masalalar yechishga tadbiq etish;
- amaliymasalalar yechish;

- olingan natijalar asosida ilmiy xulosalar chiqarish.

Dissertatsiya ishida tadqiqot predmeti. Vertikal tog' ishlanmasi ustuvorligini matematik usullar yordamida aniqlash, vertikal shaxtalarni o'rab turuvchi tog' jinslari massivini faqat siqilishga ishlaydigan elastik jism deb qarab tog' ishlanmasi joylashgan tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini tahlil qilish, tahlil natijalaridan kelib chiqqan holda vertikal shaxta devori mustahkamlagichi deformatsiyasi haqidagi masalalarni yechishdan iborat. Shaxta devorlari deformatsiyasini o'rganishda ularning o'zlariga xos xususiyatlarini hisobga olgan holda tadqiq qilishdan iborat.

Dissertatsiyaning tadqiqot usullari. Dissertatsiyada foydalanilgan tadqiqot usullari elastiklik chiziqli nazariyasi tekis masalasining ma'lum metodlaridan foydalanishga asoslangan. Bunda vertikal shaxta bo'shliqqa ega elastik fazo sifatida modellashtirilgan. Bundan tashqari dissertatsiyada qo'yilgan amaliy masalalarni yechishda Fur'ening almashtirish usuli, mustahkamlagich parametrlarini hisoblashning aniq matematik metodlari hamda tadqiqotchilarning keng doirasiga ma'lum bo'lgan sonli usullar qo'llanilgan.

Dissertatsiyaning ilmiy yangiligi. Dissertatsiya ishining ilmiy yangiligi quyidagilardan iborat:

- Bessel funksiyalari nazariyasini vertikal tog' ishlanmasi ustuvorligi masalasiga qo'llash usulu ishlab chiqildi va amalga oshirildi;
- doiraviy ko'ndalang kesimli vertikal tog' ishlanmasi joylashgan tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlash haqidagi masala chuqur silindrik bo'shliq bilan kuchsizlantirilgan yarim fazo deformatsiyasi haqidagi uch o'lchovli masalaning aniq qoyilishidan kelib chiqqan holda yechildi;
- devorlari mustahkamlanmagan yoki turlicha mustahkamlangan ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi amaliy masalalar qo'yildi va yechildi. Bu yerda elastik deformatsiyalanuvchi qo'shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali yarim fazo deformatsiyasi hamda devorlari umuman mustahkamlanmagan ishlanmali yarim fazo nuqtalaridagi

kuchlangan-deformatsiyalangan holatni aniqlash masalalari yechilgan;

- masalalarni yechish uchun ularning matematik modelini yaratishda asosiy rol o'ynovchi tenglamalar keltirib chiqarilgan. Bu tenglamalarni yechishning ilgaridan ma'lum usullari qaralayotgan masalalar uchun takomillashtirilgan.

Muammoning ishlab chiqilish darajasi. Doiraviy ko'ndalang kesimli vertical tog' ishlanmasi joylashgan tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlash haqidagi masala bilan juda ko'p olimlar ancha qadim zamonlardan buyon (A. Labass, K.B.Ruppeneyt) shug'illanishadi. Ammo, fan va texnikaning hozirgi zamon taraqqiyot darajasi moddalarning yangi-yangi xususiyatlarini, jumladan ularning reologik, anizotropik temperaturaviy va h.k. xususiyatlarini hisobga olgan holda tadqiqotlar o'tkazishni talab etmoqda. Bundan tashqari tog' jinslari massivining ustuvorligi masalasi aniqlashtirilgan tenglamalar asosida nisbatan kam miqdordagi ilmiy ishlarda tadqiq etilgan.

Tadqiqotning ilmiy ahamiyati. Dissertatsiya doirasida o'tkazilgan tadqiqotlarning, unda qoyilgan masalalar va ularning yechimlarining *ilmiy* ahamiyati doiraviy ko'ndalang kesimli vertical tog' ishlanmasi joylashgan tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlash va natijalarni ushbu massivning ustuvorligini baholash va oldindan aytib berishga oid masalalarni yechishga qo'llash metodlarining rivojlantirilishidadir.

Verticalshaxtalarustuvorligihaqidagimasalalarnitadqiqetishkeyingivaqtlardakattailmiyvaamaliyahamiatgaegabo'lmoqda. Shu nuqtai nazardan qaraganda dissertatsiya ishida qaralgan va yechilishi uchun analitik usullar tadbqiq etilgan masalalarning ilmiy ahamiyati juda katta.

Tadqiqotning amaliy ahamiyati. Dissertatsiya doirasida o'tkazilgan tadqiqotlarning, unda qoyilgan masalalar va ularning yechimlarining *amaliy* ahamiyati doiraviy ko'ndalang kesimli silindrik qatlam yoki qobiq ko'rinishidagi muhandislik qurilmalari elementlarining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlash va natijalarni ushbu elementlarning ustuvorligini baholash va oldindan aytib berishga oid masalalarni yechishga qo'llashdan iboratdir.

Hozirgi zamon texnikasi, qurilish, yerosti va yerusti inshootlari, aviatsiya,

kemasozlik va boshqa juda ko'plab sohalarda ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan silindrik qobiqlar muhandislik qurilmalarining asosiy elementlaridan biri sifatida ishlatiladi. Eksploatatsiya jarayonida bunday qobiqlar static hamda intensiv va impulsiv dinamik yuklar ta'siri ostida bo'ladilar va juda ko'p hollarda ularning dinamik chidamlilik darajasini eksperimentdan emas, balki hisoblashlar yordamida aniqlashga to'g'ri keladi.

Dissertatsiya ishining tuzilishi. Magistrlik dissertatsiya ishi kirish, uchta bob, asosiy xulosalar hamda foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib 61kompyuter sahifasida bayon qilingan. Ana shu hajm doirasiga tekstlar ichiga joylashtirilgan chizmalar hajmlari ham kiradi.

Dissertatsiya asosiy bo'limlarining qisqacha mazmuni. Dissertatsiya ishining kirish qismida ishning predmeti, va dolzarbligi tavsiflashga atroflicha to'xtalib o'tilgan. Ishning predmeti ishonarli dalillar asosida ko'rsatilgan va shu asosda uning ob'yekti konkretlashtirilgan.

Bessel funksiyalari nazariyasini vertikal tog' ishlanmasi ustivorligi masalasiga qo'llashzamonaviy mexanikaning o'ta dolzarb mavzularidan ekanligi isbotlangan. Dissertatsiya ishining maqsadi va bu maqsadni amalga oshirish uchun bajarilishi kerak bo'lgan vazifalar belgilab berilgan. Shunday vazifalardan beshtasi alohida ajratilgan va sanab o'tilgan. Ularning har biriga xarakteristika berilgan.

Dissertatsiya ishida hal qilinishi kerak bo'lgan muammo tahlil qilingan, uning shu vaqtgacha bo'lgan ishlab chiqilish darajasi aniqlangan. Olingan natijalarning ilmiy va amaliy ahamiyatlari sodda qilib tushintirib berilgan. Ilmiy ahamiyat amaliy ahamiyatdan ajratib ko'rsatilgan. Dissertatsiya ishining tuzilishi, qisqa bir necha satrlarda lo'nda qilib bayon qilingan.

Dissertatsiya ishining birinchi bobi "Tog' ishlanmasi devorini mustahkamlash muammosining zamonaviy holati"deb ataladi va o'z ichiga to'rtta paragrafni olgan. Disertatsiya ishining ushbu bobi silindrik qatlamlar, qobiqlar va sterjenlar tipidagi konstruksiya elementlari hamda elastik va qovushoq-elastik jismlarning tutash muhit bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvi haqidagi ilmiy adabiyotlar sharhiga bag'ishlangan.

Tog' ishlanmalari devorlarining ustuvorligi bo'yicha adabiyotlar sharhi keltirilgan. Masalan tayyorlov va kapital tog' ishlanmalari paydo bo'lgan zamonlardan buyon ularning ustuvorligini, konkret tog'-geologiya sharoitlaridan kelib chiqqan holda baholash usullari birinchi darajali ahamiyatga ega. Shunga qaramasdan, yaratilgan usullarning aniqligi qanoatlanarli bo'lmaanligi uchun hozirgi vaqtda ham bunday usullarni ishlab chiqishga juda katta ehtiyoj mavjud. Bundan tashqari turli faktorlarning, jumladan tog' bosimi, portlash ishlari, gravitatsio va seysmik va shunga o'xshash boshqa kuchlar ta'siridagi ishlanmaning kuchlangan- deformatsiyalangan holatini aniqlash hozirgi kunning o'ta dolzarb masalasidir. Bunday fikrning tog'tiligi va realligini ko'rsatilgan muammoning u yoki bu tomonlarini tadqiq qilishga bag'ishlangan ko'plab maqola va monografiyalardan bilish mumkin.

Tog' ishlanmalari ustuvorligini nazariy jihatdan tadqiq qilish turli fizik va mexanik xarakterdagi gipoteza va farazlarga tayanadi. Bundan tashqari shunday gipoteza va farazlar ishlanmani o'rab turuvchi tog' jinslari massivida kuchlanishlar va deformatsiyalar taqsimotiga nisbatan ham qo'llaniladi. Ularning deyarli hammasi, tog' ishlanmasini o'rab turuvchi tog' jinslari massivini tutash muhit sifatida qarab, ularga nisbatan elastiklik va plastiklik nazariyalarini qo'llashga asoslangan.

Dissertatsiya ishining ikkinchi bobi "Ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi amaliy masalalarning qo'yilishi va yechilishi" deb atalgan. Unda avvalo kuchlanish va deformatsiyalarni kuchlanish funksiyasi orqali ifodalash masalasi qaralgan va zarur ma'lumotlar keltirilgan. Kuchlanishlarning hamma noldan farqli komponentalari garmonik tenglamalarning umumiy yechimlar orqali ifodalandi. Kuchlanishlar uchun olingan ifodalar va ko'chishlar uchun olingan formulalar, konkret masalaning chegaraviy shartlaridan o'zgarmaslar aniqlanib teskari almashtirishlar amalga oshirilganidan keyin ishlanmaning istalgan ko'ndalang kesimidagi kuchlangan-deformatsiyalangan holatni radial va bo'ylama koordinatalar bo'yicha aniqlashga xizmat qiluvchi formulalar keltirib chiqarilgan. Shuningdek elastik deformatsiyalanuvchi qo'shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi va sirti tashqi yuklardan xoli bo'lgan ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi masalalar qo'yilgan.

Dissertatsiya ishining uchinchi bobi “Vertikal shaxta atrofidagi tog’ jinslari deformatsiyasi va ustuvorligi” deb ataladi. Ushbu bob doirasida devorlariy elastic beriluvchan va bika mustahkamlagichlar bilan mahkamlangan va umuman mahkamlanmagan vertikal shaxtalarning kuchlangan-deformatsiyalangan holati tadqiq etilgan. Bunda vertikal shaxta elastic yarim fazodagi bo’shliq sifatida modellashirilgan.

Elastik deformatsiyalanuvchi qo’shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali qatlam deformatsiyasi haqidagi masala yechilgan va qatlam deformatsiyasini hisoblash algoritmi va programmasi keltirilgan. Shuningdek mustahkamlanmagan ishlanmali qatlamning kuchlangan-deformatsiyalangan holati haqidagi masala yechilgan va qaralayotgan qatlamning kuchlangan-deformatsiyalangan holatini hisoblash algoritmi va programmasi keltirilgan.

I BOB. TOG' ISHLANMASI DEVORINI MUSTAHKAMLASH MUAMMOSINING ZAMONAVIY HOLATI

Disertatsiya ishining ushbu bobi avvalo silindrik qatlamlar, qobiqlar va sterjenlar tipidagi konstruksiya elementlari hamda elastik va qovushoq-elastik jismlarning tutash muhit bilan o'zaro nostatsionar ta'sirlashuvi haqidagi ilmiy adabiyotlar sharhiga bag'ishlangan. Shuningdek, ushbu bob doirasida, deformatsiyalanuvchi qattiq jism uchun potensial funksiyalarda ifodalangan to'lqin tenglamalari keltirilgan. Doiraviy silindrik elastik sterjenlarning buralma nostatsionar tebranishlarining umumiy tenglamalari keltirib chiqarilgan. Olingan tenglamalar koordinata va vaqt bo'yicha cheksiz katta tartibga ega va undan xususiy hollarda taqribiy klassik va aniqlashtirilgan tenglamalarni olish mumkinligidan kelib chiqqan holda umumiy tenglamalardan, xususiy holda, klassik ya'ni ikkinchi tartibli tebranish tenglamasi hamda turli aniqlashtirilgan tenglamalarkeltirib chiqarilgan.

1.1. Silindrik qatlam va qobiqlar ko'rinishidagi muhandislik konstruksiyalari elementlari hamda vertikal tog' ishlanmasi devorini o'rab turuvchi tog' jinslari ustivorligini baholash zamonaviy usullari

Tayyorlov va kapital tog' ishlanmalari paydo bo'lgan zamonlardan buyon ularning ustuvorligini, konkret tog'-geologiya sharoitlaridan kelib chiqqan holda baholash usullari birinchidarajali ahamiyatga ega. Shunga qaramasdan, yaratilgan usullarning aniqligi qanoatlanarli bo'lmaanligi uchun hozirgi vaqtda ham bunday usullarni ishlab chiqishga juda katta ehtiyoj mavjud. Bundan tashqari turli faktorlarning, jumladan tog' bosimi, portlash ishlari, gravitatsio va seysmik va shunga o'xshash boshqa kuchlar ta'siridagi ishlanmaning kuchlangan- deformatsiyalangan holatini aniqlash hozirgi kunning o'ta dolzarb masalasidir. Bunday fikrning tog'tiligi va realligini ko'rsatilgan muammoning u yoki bu tomonlarini tadqiq qilishga bag'ishlangan ko'plab maqola va monografiyalardan bilish mumkin.

Tog' ishlanmalari ustuvorligini nazariy jihatdan tadqiq qilish turli fizik va

mexanik xarakterdagi gipoteza va farazlarga tayanadi. Bundan tashqari shunday gipoteza va farazlar ishlanmani o'rab turuvchi tog' jinslari massivida kuchlanishlar va deformatsiyalar taqsimotiga nisbatan ham qo'llaniladi. Ularning deyarli hammasi, tog' ishlanmasini o'rab turuvchi tog' jinslari massivini tutash muhit sifatida qarab, ularga nisbatan elastiklik va plastiklik nazariyalarini qo'llashga asoslangan. Ushbu yonalishning rivojlanishiga A.N.Dinnik, A.B.Morgayevskiy va G.N.Savin [1], K.V.Ruppeneyt [2,3], L.V.Yershov va V.A. Maksimov[3], J.S.Yerjanov va boshqalar [4,5], A.N.Guz [6], N.S.Bulichev va X.I.Abramson [7,8,9], V.T.Glushko, N.N.Dolinina, M.I.Rozovskiyy[10], E.V.Kasparyan [11], N. P. Yerofeev [12], K.Terezawa [13], A.Labass [14] va boshqalarning ilmiy ishlari katta hissa qo'shgan.

Boshqa tomondan ma'lumki [15], tog' ishlanmasi qazib bo'lingandan keyin uni o'rab turuvchi tog' jinslari massivi bo'shliq hosil bo'lishi bilan bog'liq ravishda paydo bo'lgan kuchlanishlarning o'zgaruvchan maydoni ta'siri ostida bo'ladi. Bunday massivning kuchlangan-deformatsiyalangan holatini matematik tadqiq qilish uchun shunday metodlarni qo'llaydilarki, bunda ishlanmani o'rab turuvchi tog' jinslari massivining fizik-mexanik xossalari kerakli darajagacha ideallashtiriladi. Hozirgi vaqtda qo'llanilayotgan matematik metodlar massivning kuchlangan-deformatsiyalangan holatini ancha aniqlikda hisoblashga imkon beradi va bu bilan massiv ustuvorligini natural ishlash sharoitiga juda yaqin holatda baholash imkonini beradi.

Lekin, ikkinchi tomondan qaraganda, ancha ilgari zamonlarda e'lon qilingan ishlarga ham to'xtalib o'tish lozim bo'ladi. Chunki bu ishlar boshda massivning kuchlangan-deformatsiyalangan holati to'grishidagi tasavvurlarni shakllantirganlar, ularning xossalarni o'rganganlar va bizgacha yetkazib berganlar. Shunday ishlardan biri R. Fennerning [16] ishi bo'lib, unda jinslar massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlash uchun aniq va qat'iy matematik apparat ishlatiladi va deformatsiya jarayoni analitik usulda tadqiq qilinadi.

Vertikal va gorizontal shaxtalar deformatsiyasi haqidagi masalani yechishda jinslarning plastic xususiyatlarini hisobga oluvchi yondoshuv ishlab chiqilgan. Oqish zonasining radiusi analitik aniqlangan va bu zonada kuchlanishlar

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 \left(\frac{r}{a} \right)^{k-2}; \quad \sigma_{\theta\theta} = (k-1) \left(\frac{r}{a} \right)^{k-2}, \quad (1.1.1)$$

formulalar bilan aniqlanadi, bu yerda $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$ - bosh radial va tangensial kuchlanishlar; σ_0 - mustahkamlagichning radial reaksiyasi miqdori; r - radial koordinata; a - vertical tog' ishlanmasi ko'ndalang kesimining radiusi; k - quyidagi ifodadan aniqlanuvchi parameter

$$k = \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}}{\sigma_{rr}} = \frac{2}{1 - \sin \varphi}, \quad (1.1.2)$$

Bu yerda φ - oqish zonasida joylashgan tog' jinslari ichki ishqalanish burchagi. Ishda oqish zonasi radiusi uchun quyidagi formula taklif etilgan

$$b = a^{k-2} \sqrt{2\gamma H / \sigma_0 k(k-1)} \quad (1.1.3)$$

bu yerda γ - tog' jinsi zichligi; H - ishlanmaning qaralayotgan kesimi chuqurligi.

Tog' ishlanmasini tayyorlash jarayoni amaliyoti uchun, proyektlash bosqichigacha hal etilishi lozim bo'lgan ishlanmalar kuchlangan-deformatsiyalangan holatini oldindan aniqlash haqidagi masalalar juda muhim ahamiyatga ega. Ishlanma atrofidagi turli zonalarning kuchlangan-deformatsiyalangan holati haqidagi tasavvurlar bunday masalalarni yechishni ishlanma konturidagi tog' jinslari ustuvorligini hisoblashga keltiriladi. Ushbu sinfga tegishli masalalarni yechishda ustuvorlikning turli xil kriteriyalarini qo'llaydilar. Bunday kriteriyalarga eng avvalo tog' jinslari emirilishi chegarasidagi hisolar asosida ishlanmalar ustuvorligini baholashga imlon beruvchi kriteriyalar kiradilar.

Shu vaqtgacha ishlab chiqilgan kriteriyalar va jinslar massivining ustuvorligini hisoblash metodlari elastic modelning maksimal kuchlanishlari bilan massiv jinsining mustahkamlik shartini taqqoslashga asoslangan. Bu kriteriyalar asosan mo'rt jinslarda joylashga tog' ishlanmasining yon devorlarida yoriqlar paydo bo'lishining boshlanishiga mos keladi [12], ya'ni

$$k_0 \gamma H \leq \xi \eta [\sigma_{c, \mathcal{H}}], \quad (1.1.4)$$

bu yerda k_0 -kuchlanishlar konsentratsiyasi ko'effitsiyenti; ξ -tog' jinslari davomiy mustahkamligi ko'effitsiyenti; $[\sigma_{c\kappa c}]$ -bir o'qli siqilishda tog' jinslari mustahkamlik chegarasi.

Yuqoridagi (1.1.4) tenglikdan tog' jinslari ustuvorligi ko'rsatkichi kelib chiqadi

$$\frac{\gamma H}{[\sigma_{c\kappa c}]} \leq S \quad (1.1.5)$$

Tog' jinslari ustuvorligi uchun juda ko'p xususiy kriteriyalar mavjud. Jumladan L.N.Nasonov tomonidan, tog' jinslari massivini gips plitalar asosida modellashtirish asosida quyidagi kriteriy olingan

$$\eta[\sigma_{c\kappa c}] \geq 3,3m\gamma H \left(S = 0,3 \frac{\eta}{m} \right), \quad (1.1.6)$$

bu yerda m - zahira ko'effitsiyenti.

O'z vaqtida Yu.Z.Zaslavskiy, I.I.Isayev, A.P.Maksimov, O.S.Alferov, V.Yu. Izakson va boshqalar tomonidan taklif etilgan va (1.1.6) ga o'xshash kriteriyalarni aytib o'tish mumkin.

Qisqa ma'lumotli adabiyotlarda (spravochnaya lliteratura) I.L.Davidovich-V.V. Rayskiy kriteriysi alohida ko'rsatolgan. Ushbu kriteriy quyidagi ko'rinishga ega

$$S = 0,5 - 100/[\sigma_{c\kappa c}] \quad (1.1.7)$$

Mo'rt tog' jinslari uchun ustuvorlik kriteriysi shuningdek F.Mohr tomonidan ham taklif etilgan. Ushbu kriteriy bir oz soddalashtirishlardan keyin quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$$s = k_0 \frac{(1 + \sin \varphi)^2}{\gamma H (1 - \sin \varphi)}, \quad (1.1.8)$$

Ushbu kriteriyni vanada qulauroq bo'lgan quyidagi ko'rinishda ishlatgan ma'qul bo'ladi

$$S = \frac{(1 + \sin \varphi)^2}{2s \cos \varphi}, \quad (1.1.9)$$

bu yerda S - miqdor tog' jinrai ustuvorligi darajasini xarakterlaydi (ishlanma $s > 4$ bo'lganda ustuvor).

Shuni ham ta'kidlash lozimki juda ko'p hollarda ta'sir etayotgan kuchlanishlar miqdorlari, aniqroq qilib aytganda kuchlanishlar konsentratsiyasi koeffitsiyenti k_0 , elastic msalani yechishdan topiladi. Keyin ideal elastic muhit deb hisoblanuvchi tog' jinslari massivi xossalari maxsus ξ va η koeffitsiyentlarni kiritish va tanlash yoli bilan real xarakteristikalariga yaqinlashiladi.

Ba'zi bir tadqiqotlarda, tog' jinslari ustuvorligi kriteriyasini ishlab chiqishda, ta'sir etayotgan kuchlanishlar miqdorlari massiv jinsining mustahkamlik chegarasi bilan emas, balki ularning oqish chegarasi bilan $[\sigma_\tau] \prec [\sigma_{c\pi c}]$ taqqoslash taklif etilgan. Bu o'z navbatida ishlanma konturidagi deformatsiyaning ko'rinishini chegaralaydi. Agar tog' jinslarining elastic xarakteristikalaridan tashqari (elastiklik moduli va Puasson koeffitsiyenti), ichki ishqalanish burchagi va yopishish bilan xarakterlanuvchi elastoplastik xususiyatlari hisobga olinsa ustuvorlik kriteriyasi quyidagicha yozilishi mumkin

$$k_0 \gamma H \leq k_y \xi \eta [\sigma_{c\pi c}], \quad (1.1.10)$$

bu yerda

$$k_y = f(\varphi, \tau_0)$$

Plastic deformatsiyalana oladigan tog' jinslarining ustuvorligi oshishini hisobga oladigankoeffitsiyent; φ - ichki ishqalanish burchagi; τ_0 - tog' jinslari yopishish koeffitsiyenti.

Vertical tog' ishlanmasi devorlarining ustuvorligi uchun ham bir qancha kriteriyalar ishlab chiqilgan. Masalan V.G.Berezansev tadqiqotlaridan $p = 0$, shu kriteriyalardan birini olish mumkin. Limitik muvozanat hqidagi o'qqa nisbatan simmetrik masalaning boshqa, V.G.Berezansev echimidan ancha farq qiluchi yechiimi A.V.Nadejdin tomonidan taklif etilgan. Ushbu tadqiqotlar natijalari asosida quyidagilar isbot qilingan: ba'zi sharoitlarda ishlanma atrofida limitik holat sohasi vujudga keladi. Bu soha meridional tekislikda siljish chiziqlarining umumlashtiruchisi bo'lgan vertical chiziq bilan chegaralangan. Siljish chiziqlari bilan chegaralangan limitik holat sohasining paydo bo'lish sharti, vertical shaxta devorlarining ustuvorligi shartidan iborat bo'ladi.

A.V.Nadejdin tomonidan mustahkamlanmagan vertical ishlanma devorlari ustuvorligi uchun, nam qum modeli ustida o'tkazilgan ko'p sonly eksperimentlar natijalari asosida olingan ustuvorlik kriteriyasi taklif etilgan

$$H \leq \frac{R}{2tg\varphi g^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} \ln \frac{\gamma R}{\gamma R - 4k \frac{\sin \varphi}{1 + \sin \varphi}}, \quad (1.1.11)$$

Bu kriteriy limitik holatni nafaqat shaxta chuqurligi bilan, balki ishlanma ko'ndalang kesimi diametric bilan ham bog'laydi.

Vertikal shaxta misolida tog' jinslarining plastic xususiyatlarining bu jinslar ustuvorligiga ta'siri [13] isha o'rganilgan. Massivning modeli sifatida og'ir ideal elastoplastik muhit qabul qilinganki, bu muhit ichki ishqalanish koefitsiyenti va yopishqoqlik (tishlashish) bilan xarakterlanadi. Elastik sohada kuchlanishlar komponentalari umumlashgan Guk qonuni bilan, plastic sohada esa Kulon-Mor sharti bilan bog'langalar:

$$\sigma_{\theta} - \sigma_r = \sin \varphi (\sigma_{\theta} + \sigma_r) + 2k \cos \varphi. \quad (1.1.12)$$

Vertikal shaxta hajmiy og'rligi γ_p bo'lgan yuvuvchi suyuqlik bilan to'ldirilgan hol alohida qaralgan. Tog' jinslari massivining biror Z_e chuqurlikda erishiluchi limitik holati uchun quyidagi, amaliyotda ishlatish uchun ancha qulaulik tug'diruvchi, shart olingan

$$Z_e = \frac{k \cos \varphi}{\lambda \gamma (1 - \sin \varphi) - \gamma_p}$$

yoki

$$Z_e = \frac{\sigma_{c\kappa c}}{2\left(\lambda \gamma - \frac{\gamma_p}{1 - \sin \varphi}\right)}. \quad (1.1.13)$$

Agar yuvuvchi suyuqlik bo'lmasa, ya'ni yuvuvchi rastvor bo'lmaganda bus hart (1.1.4) bilan aynan bir xildir.

Limitik Z_c chuqurlik uchun ikkinchi limitik holat sharti quyidagi ko'rinishda olingan

$$z_c = \frac{\sigma_{c\pi c}}{2} \frac{\frac{\pi^{\alpha/2} - 1}{\sin \varphi} + 1}{\lambda \gamma - \frac{\gamma_p \pi^{\alpha/2}}{1 - \sin \varphi}}, \quad (1.1.14)$$

bu yerda

$$\pi = \varepsilon_{c\pi c} / \varepsilon_{c\pi c}^H$$

Agar shaxta ichda yuvuvchi rastvor bo'lmasa (1.1.14) ifoda quyidagi ko'rinishga keltiriladi

$$2\lambda \gamma z_c = \sigma_{c\pi c} \left(\frac{\pi^{\alpha/2} - 1}{\sin \varphi} + 1 \right) \quad (1.1.15)$$

Ushbu kriteriy o'ng tomonida plastic deformatsiyalana oladigan tog' jinslari ustuvorligi oshishini xarakterlovchi ko'paytmaning borligi bilan (qavs ichidagi ifoda) (1.1.13) yoki (1.1.4) birinchi limitik holat kriteriyalaridan farq qiladi.

Yer osti inshootlarini, xususan shaxtalar mustahkamlagichlarini qurishda turli xil konstruktiv elementlardan foydalaniladi. Konstruksiya elementlarinind dinamik masalalarini yechishda tadqiqotchilar turli usullarni qo'llaydilar. Ular orasida bu sistemalarning dinamik xarakterlarini taqribiy va aniq tebranish tenglamalari asosida o'rganish asosiy o'rin tutadi. Bu tadqiqotlar statikaning shunga o'xshash masalalaridagi kabi matematik dinamika masalalari uchun ham oddiyroq bir o'lchamli va ikki o'lchamli masalalarni taqriban integrallashga asoslangan.

Shu o'rinda M.A.Medick [17] darajali qatorlar va elastiklik dinamik nazariyasining uch o'lchovli chegaraviy masalasi asosida to'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesimga ega anizotrop sterjenlarning bir o'lchovli tebranishlarini tekshirgan. U quyidagi tenglamalardan kelib chiqqan holda ishlagan.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \\ & \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

bunda chegaraviy shartlar

$$U_i = \bar{U}_i \quad \text{jism sirtining } S = S_u \text{ qismida}$$

$$t_i = \bar{t}_i \quad \text{jism sirtining } S = S_\sigma \text{ qismida} \quad (1.1.17)$$

Sterjen $x_i (i=1,2,3)$ ortogonal dekart koordinatalari sistemasiga nisbatlangan, x_1 o'q bo'ylama o'q bo'ylab yo'naltirilgan, sterjenning yon qirralari esa $x_i = \pm h_i \quad (i=2,3)$ tenglamalar bilan aniqlangan. Ko'chishlar, kuchlanishlar va deformatsiyalar analitik funksiyalar hisoblanadi va ko'ndalang koordinatalar bo'yicha qatorlarga yoyilgan

Sterjenlar bo'ylama tebranishlari klassik nazariyasi sterjenning ko'ndalang kesimlari deformatsiya jarayonida tekisligicha qoladi degan farazga asoslangan. Bu nazariya bo'yicha bo'ylama normal kuchlanishlar ko'ndalang kesim bo'yicha tekis taqsimlanadi. Bunda, ko'ndalang kesimi o'zgarmas, bir jinsli va Guk qonuniga bo'ysunuvchi izotrop materialdan yasalgan sterjenning bo'ylama tebranishlari tenglamasi

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \epsilon \quad \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \frac{F}{E} \right) \quad (1.1.18)$$

$$E \frac{\partial u}{\partial x} = N \quad N = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.1.19)$$

ko'chishga ega. Bu yerda u -bo'ylama ko'chish; E – o'rtacha, nisbiy bo'ylama deformatsiya; N –bo'ylama zo'riqish (kuch); E - sterjenning uzayishga bikirligi.

Agar sterjen materiali bir jinsli bo'lmasa, (1.1.18) tenglama o'rniga quyidagi tenglama ishlatiladi:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \epsilon \quad \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \frac{F}{E} \right) \quad (1.1.20)$$

Agar E - elastiklik modulining bo'ylama koordinataga mos qiymatlari olinsa (1.1.18) va (1.1.20) tenglamalar o'z shakllarini anizotrop materialda yasalgan sterjen uchun saqlab qoladilar.

Yuqoridagi (1.1.18) tenglama keyinchalik A.Love tomonidan aniqlashtirilgan [18]. Tenglamani keltirib chiqarishda A. Love quyidagi farazlarga asoslangan:

1. Deformatsiya natijasida ko'ndalang kesimlari tekisligicha qoladilar;
2. O'q bo'ylab zo'riqishlar ko'ndalang kesimda tekis taqsimlangan.

Ana shu farazlar asosida hamda ko'ndalang harakatlar inertsiasini hisobga olganda, ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan elementning A.Love tomonidan taklif etilgan bo'ylama tebranish tenglamasi ushbu ko'rinishga ega

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} - (\nu r_0)^2 \frac{\partial^4 U_x}{\partial t^2 \partial x^2} - c_b^2 \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} = 0, \quad (1.1.21)$$

$$\sigma_{xx} = \rho(\nu r_0)^2 \frac{\partial^3 U_x}{\partial t^2 \partial x} + E \frac{\partial U_x}{\partial x}, \quad (1.1.22)$$

$$U_r = -\nu r \frac{\partial U_x}{\partial x}. \quad (1.1.23)$$

Bu yerda U_x va U_r - mos ravishda bo'ylama va radial ko'chishlar; ν - Puasson koeffitsienti. Yuqoridagi (1.1.21) – (1.1.23) ifodalardan U_r - ko'chish r bo'yicha chiziqli qonun asosida approksimatsiyalanadi, kuchlanish va deformatsiyalar esa (1.1.19) nisbatan murakkabroq bo'lgan munosabat vositasida bog'langanlar. Ushbu A.Love nazariyasi paragraf boshida keltirilgan klassik nazariyani, umuman olganda, juda kam miqdorda yaxshilaydi. Chunki bu nazariya ham elastiklik nazariyasining bir o'lchamli approksimatsiyasidan iboratdir. Klassik nazariyani sezilarli darajada yaxshilash siljish deformatsiyasini hisobga olgandan va ikki o'lchamli approksimatsiya o'tilgandan keyingina amalga oshirildi.

Amaliyot uchun chegaraviy masalalarni yechish uchun (1.1.18) va (1.1.20) tenglamalar chegaraviy shartlar bilan to'ldiriladi:

$$\text{a) qistirib mahkamlangan chet uchun} \quad U=0 \quad (1.1.24)$$

$$\text{b) erkin chet (uch) uchun} \quad \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (1.1.25)$$

Doiraviy elastik sterjenlarda bo'ylama to'lqinlar tarqalishi eng ko'p va mukammal o'rganilgan. Chunki doiraviy silindr uchun elastik va dinamik nazariyasining aniq yechimi mavjudligidir. Bu yechim L. Pochhammer va C. Chree (XIX-asr) tomonlaridan birinchi marta olingan.

Yuqorida murojaat etilgan [17] ishdan ma'lumki, klassik tenglama kichik chastotali tebranishlar jarayonlarini qanoatlanarli darajada tavsiflaydi va bir muncha katta chastotali jarayonlar uchun yetarli emas. Qisqa muddatli dinamik yuklanish

ta'siridagi mexanik sistema uchun esa klassik tenglamani umuman ishlatib bo'lmaydi. Shuning uchun klassik nazariyani aniqlashtirish ehtiyoji paydo bo'lgan va bu sohada juda ko'plab tadqiqotlar o'tkazilgan. Biz bu tadqiqotlarning ayrimlarigagina to'xtalib o'tamiz.

Doiraviy elastik sterjenning bo'ylama tebranishlari aniqlashtirilgan nazariyasi R.D.Mindlin va G.Herrmannlar tomonidan taklif etilgan[17]. Ular nazariyani ishlab chiqish uchun bo'ylama va ko'ndalang – Q zo'riqlashlarni quyidagicha approksimatsiyalashgan

$$\begin{aligned} N &= k_1 a^2 \frac{1}{2} (\mu + \lambda) \frac{\partial U}{\partial x}, \\ Q &= \frac{1}{4} k_2 a^2 \frac{\partial \omega}{\partial x}, \end{aligned} \quad (1.1.26)$$

radial va tangensial zo'riqlashlarni esa

$$P = k_3 a^2 \frac{1}{2} \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (1.1.27)$$

kabi, hamda radial - U_r , tangensial - U_θ va bo'ylama (o'q bo'ylab) - U_x ko'chishlarni

$$U_r = \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad U_\theta = \frac{1}{2} \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad U_x = \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial x} \quad (1.1.28)$$

kabi approksimatsiyalab, sterjen nuqtalarining radial va bo'ylama ko'chishlarini harakterlovchi $\omega(x,t)$ va $U(x,t)$ funksiyalarga nisbatan ushbu differensial tenglamalarni oldilar:

$$\begin{aligned} k^2 a^2 \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - 8k_1^2 (\mu + \lambda) \omega - 4\lambda k_1 a \frac{\partial U}{\partial x} &= \rho a^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}, \\ 2\lambda k_1 a \frac{\partial U}{\partial x} + (2\mu + \lambda) a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \rho a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1.1.29)$$

bu yerda k^2 va k_1 - to'g'rilash koeffitsiyentlari; a – sterjen radiusi;

λ va μ - Lamé o'zgarmaslari

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}; \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)};$$

Bu koeffitsiyentlar limitik hollar uchun olingan aniq yechimlar bilan solishtirish natijasida aniqlanadi. Bunda k^2 (yuqorida hamma joyda k orqali belgilangan) ushbu

$$4[(1-\xi k^2)(1-k^2)]^{\frac{1}{2}} = (2-k^2)^2, \quad 0 < k < 1$$

tenglamadan aniqlanadi. Bu yerda

$$\xi = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}; \quad k_1^2 = \frac{\eta^2(\lambda+2\mu)}{8(\lambda+\mu)},$$

bunda η - quyidagi

$$\frac{\lambda+2\mu}{2\mu} \eta J_0(\eta) = J_1(\eta)$$

tenglamaning eng kichik ildizi. Ushbu nazariya frontlari

$$c_e = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}} \quad \text{va} \quad c_k = \sqrt{\frac{k^2\mu}{\rho}}$$

tezliklar bilan harakatlanuvchi ikki turdagi to'lqinlar tarqalishini tavsiflaydi, bunda

$$c_k < c_e < c_b \quad c_b = \frac{E}{\rho}$$

Shuning uchun, kelgusida aytib o'tilayotgan ishlarga [21] monografiya va boshqa maqolalar shartlariga asosan ushbu desirtatsion ishda qaralayotgan masalalarga bevosita aloqador bo'lgan ayrim tadqiqotlarni ko'satib, o'tamiz. G.I.Petrashen, I.G. Filippov va X.Xudoynazarovlarning [20,21,24] ishlarida yoritilgan qayishqoqlikning dinamik nazariyasining uch o'lchamli masalalarining umumiy yechimidan foydalanish usuli qo'llanilgan nazariya kamchiliklardan holi nazariya deb topildi. Bu usulning ajoyib va omadli qila olgan I.G.Filippov va uning shogirdlari stejenlar, plastinalar, turli reologik anizotrop temperaturaviy bir jinsli emaslik va hokazo xossalarini hisobga olgan holda, shuningdek kesimning o'zgartirayotgan va boshqa faktorlarni hisobga olgan holda ixtiyoriy kesimga qalinlikdagi slindrik qobuq va qatlamlar uchun umumiy tebranish tenglamalarni oldilar.

Ular qayishqoqlikning , qayishqoq yoki deyarli qayishqoq sistema sirtining chegarilida berilgan dinamik shartlarni qanotlantiruvchi darajali qatorlarga yoyilagan taqribiy yechimidan topishga keltiriluvchi uch o'lchovlimasalarning umumiy yechimidan foydalanib va integral almashtirishlarni vaqt va koordinata bo'yicha qo'llshga asoslangan. Ushbu usulning qulay shuki , turli yechim yordamida ko'chish va kuchlanishlarni ixtiyoriy kesimda ixtiyoriy vaqt momenti uchun topish mumkin .

Bundan tshqari bu metoqqa asoslangan nazariya silindrik qatlam va qobiqning chegaralarida berilgan chegaraviy shartlarni , shuningdek muhitni qursgab olgan muhit chegarasida ta'sirlashish shartlarini yanada to'g'riroq talqin qilish mumkin. Bu nuqtai nazardan ko'plab ishlarda yoritilgan o'zi qurshab olgan muhit bilan nostasionar ta'sirlashuvchi doiraviy silindrik elastik qayishqoq qatlamning tebranishlarining matematik nazariyasi muhim ahamyatga ega .

Unda elastik qayishqoqlik anizotropiya , qalinlikning o'zgaruvchi qatlam materialining bir qancha xossalarini hisobga olib defoamsiyalanuvchi qattiq va suyuq muhit ta'sirida silindrik qatlamning o'qqa simmetrik bo'lgan tebranishlarining matematik nazariyasi yaratilgan .

I.L.Chernyakning tadqiqotlarida reologik xususiyatlarga ega bo'lgan massivlar uchun, xususiy holda qovushoq- elastik model uchun, uch xildagi deformatsiyalanish va yemirilish uchun ustuvorlik shartlari qarab chiqilgan :

1) agar ishlanma atrofidagi kuchlanishlar tog' jinslari uzoq muddatli mustahkamligi chegarasidan yuqori bo'lmasa va emirilishlar bo'lmasa, u holda massiv qovushoq-elastik deformatsiyalanadi. Bu holatda ishlanma atrofida faqat qovushoq-elastik deformatsiyalar zonasigina hosil bo'ladi va uning aniqlanishi uchun kriteriy quyidagidan iborat boladi

$$\sigma_y \leq k_0 \gamma H \leq \sigma_{c\gamma c} ;$$

2) agar ishlanma atrofidagi kuchlanishlar tog' jinslarining bir o'qli cho'zilishga mustahkamligi chegarasidan oshmasa, ammo uzoq muddatli mustahkamlik chegarasidan yuqori bo'lsa, u holda massivda uzoq muddatli emirilish zonasi va qovushoq-elastik deformatsiyalanish kuzatiladi. Bu holda kriteriy bo'lib quyidagi formula xizmat qiladi:

$$\xi\sigma_{c\mathcal{H}} \leq k_0\gamma H \leq \sigma_{c\mathcal{H}};$$

3) agar ishlanma atrofidagi kuchlanishlar tog' jinslarining bir o'qli cho'zilishga mustahkamligi chegarasidan ohsa, massivda shartli-oniy emirilish zonasi vujudga keladi va u uzoq muddatli yemirilish zonasiga o'tadi. Bunday deformatsiyalanish turning paydo bo'lish kriteriyasi

$$\sigma_{c\mathcal{H}} \leq k_0\gamma H$$

bo'ladi, bu yerda σ_y -elastiklik moduli.

Shunday qilib, o'rganib chiqilgan ilmiy adabiyotlar tog' ishlanmalari devorlarining ustuvorligi masalalari bo'yicha quyidagi xulosalarni chiqarishga imkon beradi:

- tog' ishlanmalari joylashgan tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holati to'g'risida ishonchli va ob'yektiv informatsiya asosida ishlanma devorlarining ustuvorligini baholash va uning kriteriyasi uchun yagona metodika shu vaqtgacha ishlab chiqilmagan;

- hozirgi vaqtdagi mavjud kriteriy va hisoblash usullari elastic model asosida hisoblangan maksimal kuchlanishlarni massivdagi tog' jinslarining mustahkamligi bilan taqqoslashga asoslangan. Bu kriteriyalar asosan ishlanma devorlarida yoriqlar paydo bo'lishining boshlang'ich davrini tavsiflashga qodir. Shu bilan bir qatorda ba'zi sanoqli ishlarda-gina urinma kuchlanishlar etiborga olingan bo'li ular shaxta devorlarida kesilish shaklidagi yoriqlar hosil bo'lishini ham hisobga oladi.

1.2.Elastiklik nazariyasining qutb koordinatalaridagi tekis masalasi

Jism doiraviy silindr sirtlari bilan yoki radial yo'nalishda uzoqlashuvchi sirtlar bilan chega-ralangan ko'p hollarda, elastiklik nazariyasining tekis masalasini qutb koordinatalari sistemasida tadqiq qilish qulay.

Qutb koordinatalari (r, θ) sistemasining qutbini (x, y) dekart koordinatalari sistemasining boshi bilan ustma-ust qo'yamiz, qutb o'qini $0x$ abssissalar o'qi bo'ylab

yo‘naltiramiz. Ixtiyoriy M nuqtaning bu ikkala sistemadagi koordinatalari o‘rtasidagi bog‘lanishlarni topish qiyin emas [...]:

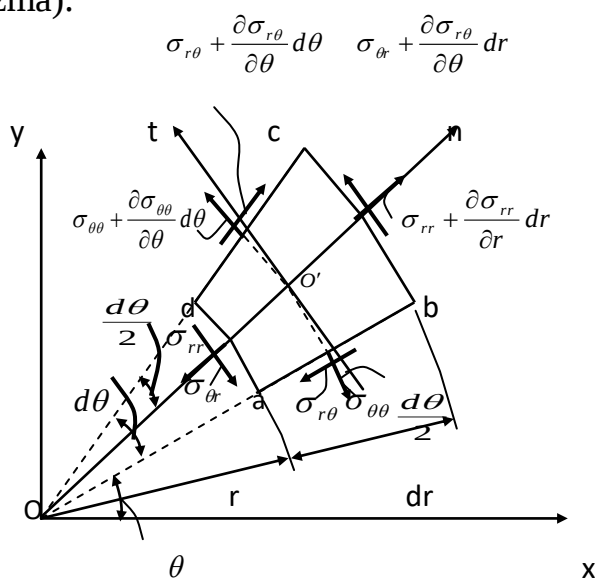
$$\begin{aligned}x &= r \cos \theta; \\y &= r \sin \theta.\end{aligned}\tag{1.2.1}$$

Teskari bog‘lanishlarning ko‘rinishi quyidagicha

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \\ \sin \theta &= \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.\end{aligned}\tag{1.2.2.}$$

Elastiklik nazariyasining qutb koordinatalaridagi tekis masalasi asosiy tenglamalari VII-bobdagi asosiy tenglamalarni (1.2.1), (1.2.2) munosabatlardan foydalanib chiqarilishi mumkin, yoki uch o‘lchovli tenglamalardan olinishi mumkin. Ammo, asosiy tenglamalarni qutb koordinatalari sistemasining o‘zida keltirib chiqarish osonroq va bundan tashqari ko‘rgazmaliroq bo‘lib masala mohiyatini chuqurroq tushunishga imkon beradi. Shuning uchun quyida asosiy tenglamalarni qutb koordinatalari sistemasida ham keltirib o‘tamiz.

1⁰. *Muvozanat tenglamalari.* Yuklangan tekis jismdan cheksiz kichik $abcd$ elementni ajratamiz (1-chizma).



1-chizma.

Bu elementni ikkita, radiuslari r va $r + dr$ bo'lgan konsentrik aylanalar hamda $0x$ o'qiga nisbatan θ va $\theta + d\theta$ burchaklar ostida o'tkazilgan nurlar hosil qilsin. Elementning qalinligini birga teng deb olamiz. Elementning ad va ab yoqlarida radial yo'nalishda σ_{rr} va tangensial yo'nalishda $\sigma_{\theta\theta}$ normal kuchlanishlar hamda $\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta r}$ urinma kuchlanishlar ta'sir etadilar. Bu kuchlanishlar bc va cd yoqlarda mos orttirmalar olishadi. Bundan tashqari r va θ yo'nalishlarida elementga hajmiy kuchlarning R va θ tuzuvchilari ta'sir qilishlari mumkin. Elementga ta'sir etuvchi hamma kuchlar va ularning orttirmalari 1-chizmada tasvirlangan.

Elementga ta'sir etuvchi hamma kuchlarni elementning θ' og'irlik markazidan o'tuvchi $\theta'n$ va $\theta't$ o'zaro perpendikulyar o'qlarga proyeksiyalaymiz:

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_{rr} + \frac{\ddot{\sigma}_{rr}}{\ddot{r}} dr \right) (r + dr) d\theta + \sigma_{rr} r d\theta - \left(\sigma_{\theta\theta} + \frac{\ddot{\sigma}_{\theta\theta}}{\ddot{r}} d\theta \right) dr \sin \frac{d\theta}{2} - \sigma_{\theta\theta} dr \sin \frac{d\theta}{2} + \\ & + \left(\sigma_{r\theta} + \frac{\ddot{\sigma}_{r\theta}}{\ddot{\theta}} d\theta \right) dr \cos \frac{d\theta}{2} - \sigma_{r\theta} dr \cos \frac{d\theta}{2} + R r dr d\theta = 0; \\ & \left(\sigma_{\theta\theta} + \frac{\ddot{\sigma}_{\theta\theta}}{\ddot{\theta}} d\theta \right) dr \cos \frac{d\theta}{2} - \sigma_{\theta\theta} dr \cos \frac{d\theta}{2} + \left(\sigma_{r\theta} + \frac{\ddot{\sigma}_{r\theta}}{\ddot{r}} dr \right) (r + dr) d\theta - \sigma_{r\theta} r d\theta + \\ & + \left(\sigma_{r\theta} + \frac{\ddot{\sigma}_{r\theta}}{\ddot{\theta}} d\theta \right) dr \sin \frac{d\theta}{2} + \sigma_{r\theta} dr \sin \frac{d\theta}{2} + \theta r dr d\theta = 0. \end{aligned}$$

Ushbu tenglamalarda mustaqil r va θ o'zgaruvchilarining uchta differensiallari ko'paytmasini o'zida saqlovchi hadlarni tashlab yuborib hamda θ burchak juda kichik bo'lganligi uchun

$$\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}; \quad \cos \frac{d\theta}{2} \approx 1.$$

almashtirishlardan foydalanib va nihoyat tenglamalarning hamma hadlarini $abcd$ elementning $rdrd\theta$ yuzasiga bo'lib yuborib qutb koordinatalaridagi tekis masala uchun quyidagi muvozanat tenglamalariga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + R &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{\theta r}}{r} + \theta &= 0. \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

2⁰. *Koshining differensial munosobatlari.* Cheksiz kichik element nuqtalarining ko'chishlari va deformatsialarini qaraymiz. Jism ixtiyoriy nuqtasining radius yo'nalishidagi u ko'chishi *radial ko'chish*, radiusga perpendikulyar yo'nalishdagi ϑ ko'chishga esa – *aylanma ko'chish* deyiladi. Element tomonining ε_{rr} nisbiy uzayishi – *radial deformatsia*, yoyning nisbiy uzayishi $\varepsilon_{\theta\theta}$ esa – *aylanma deformatsia* deyiladi. Nisbiy burchak deformatsiasi $\varepsilon_{\theta r} = \varepsilon_{r\theta}$ esa to'g'ri burchakning buzilishidan iborat. Ana shu deformatsialarning har birini alohida-alohida qaraymiz.

Element tomonining nisbiy uzayishi

$$\varepsilon_{rr} = \frac{bb_1 - aa_1}{ab} = \frac{u + \frac{\partial u}{\partial r} dr - u}{dr} = \frac{\partial u}{\partial r}$$

Aylanma $\varepsilon_{\theta\theta}$ deformatsiani topamiz

$$\varepsilon_{\theta}^{(1)} = \frac{a_1 d_1 - ad}{ad} = \frac{(r+u)d\theta}{rd\theta} = \frac{u}{r}.$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}^{(2)} = \frac{dd_2 - aa_2}{ad} = \frac{\vartheta + \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} d\theta - \vartheta}{rd\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta}.$$

Shunday qilib to'liq aylanma deformatsia

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(2)} = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

ga teng.

Burchak deformatsiasi $\varepsilon_{r\theta} = \alpha + \beta$ ni aniqlashda (8.3,d-chizma) $abcd$ element tomonining o'zgarishlarini yuqori tartibli kichik miqdor aniqligida hisobga olmaslik mumkin. Elementning radius yo'nalishida absolyut qattiq jism kabi biki ko'chishi uning burchaklarining buzulishiga olib kelmagani uchun a nuqtaning u ko'chishi chizmada ko'rsatilmagan. Elementning O qutb atrofida $\psi = \frac{\vartheta}{r}$ biki aylanishi ab tomonning xuddi shu burchakka burilishiga olib keladi. Shuning uchun bu narsa o'z aksini topgan. Endi 8.3, c-chizmaga asosan burchak deformatsiasi uchun

$$\varepsilon_{r\theta} = \alpha + \beta \approx \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{b_2 b_3}{a_2 b_3} + \frac{d_2 d_3}{a_2 d_2} = \frac{b b_2 - b b_4 - b_3 b_4}{a_2 b_3} + \frac{\alpha_2 \alpha_3}{a_2 \alpha_2}$$

ifodaga ega bo'lamiz. Bu yerda

$$\begin{aligned} b b_2 &= \vartheta + \frac{\partial \vartheta}{\partial r} dr; & b b_4 &= a a_2 = \vartheta; \\ b_3 b_4 &= \psi dr = \frac{\vartheta}{r} dr; & d_2 d_3 &= \frac{\partial u}{\partial \theta} d\theta; \\ a_2 b_3 &= dr; & a_2 d_2 &= ad = r d\theta \end{aligned}$$

ekanligini hisobga olib bir necha sodda almashtirishlardan keyin

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

ifodaga ega bo'lamiz.

Shunday qilib quyidagi Koshi munosabatlariga ega bo'ldik

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r}; & \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}; \\ \varepsilon_{r\theta} &= \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\vartheta}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta}. \end{aligned} \tag{1.2.4}$$

3⁰. *Guk qonuni*. Guk qonunining qutb koordinatalari sistemasidagi tenglamalari dekart koordinatalari sistemasidagi mos tenglamalardan 1 va 2 indekslar bilan almashtirish natijasida olinadi.

Tekis kuchlangan holat uchun Guk qonunining to‘g‘ri va tekis munosabatlari quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{rr} + \nu\varepsilon_{\theta\theta}); \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{\theta\theta} + \nu\varepsilon_{rr}); \quad \sigma_{r\theta} = \mu\varepsilon_{r\theta};\end{aligned}\tag{1.2.5}$$

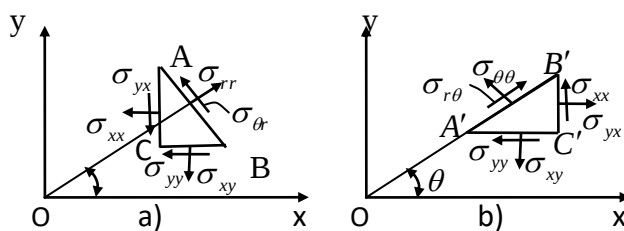
$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \frac{1}{E}(\sigma_{rr} - \nu\sigma_{\theta\theta}); \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{E}(\sigma_{\theta\theta} - \nu\sigma_{rr}); \quad \varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{\mu}\sigma_{r\theta}.\end{aligned}\tag{1.2.6}$$

Tekis deformatsia holati uchun Guk qonunining mos tenglamalarini (1.2.5) va (1.2.6) tenglamalarda E va ν elastiklik o‘zgarmaslarini VII - bobda olingan

$$E_1 = \frac{E}{1-\nu^2}; \quad \nu_1 = \frac{\nu}{1-\nu}\tag{1.2.7}$$

o‘zgarmaslar bilan almashtirish natijasida hosil qilinadi.

4⁰. *Dekart va qutb koordinatalaridagi kuchlanishlar orasidagi bog‘lanishlar*. Tekis jismdan asoslari to‘g‘ri to‘rtburchak shakliga ega (2 a,b-chizmalar) ikkita cheksiz kichik prizma ko‘rinishidagi elementlar ajratamiz. Elementlarning AC , BC va $A'C'$, $B'C'$ yoqlari Dekart koordinatalari sistemasining $0x$ va $0y$ o‘qlariga parallel. Qutb koordinatalar sistemasining radial yo‘nalishiga 2 a)-chizmada AB yoq perpendikulyar, 2 b)-chizmada $A'B'$ yoq parallel.



2-chizma

Bir koordinat sistemasidagi kuchlanishlarni ikkinchi koordinat sistemasidagi kuchlanishlar orqali ifodalash uchun ularning o'tish formulalaridan foydalanamiz. Qutb koordinatalari sistemasidagi $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{r\theta}$ kuchlanishlarni Dekart koordinatalari sistemasidagi $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ kuchlanishlar orqali ifodalash uchun yuqorida eslatilgan formulalarda (n) va (τ) indekslarini r va θ larga, α burchakni esa θ ga almashtirish kifoya qiladi:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + \sigma_{xy} \sin 2\theta; \\ \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta - \sigma_{xy} \sin 2\theta; \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin 2\theta + \sigma_{xy} \cos 2\theta.\end{aligned}\tag{1.2.7}$$

Ushbu formulalarni chiqarish uchun ajratilgan elementlarning ABC va $A'B'C'$ yoqlariga qo'yilgan kuchlarni mos ravishda radial va aylanma yo'nalishlarga proyeksiyalash yetarli.

Unchalik qiyin bo'lmagan almashtirishlarni bajarib (1.2.7) formulalardan $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ kuchlanishlarni $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{r\theta}$ kuchlanishlar orqali ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{rr} \cos^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \sin^2 \theta - \sigma_{r\theta} \sin 2\theta \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{rr} \sin^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \theta + \sigma_{r\theta} \sin 2\theta \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{2}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) \sin 2\theta + \sigma_{r\theta} \cos 2\theta.\end{aligned}\tag{1.2.8}$$

Olingan (1.2.7) va (1.2.8) formulalardan birinchi ikkitasini qo‘shib ikki o‘qli kuchlanganlik holatida kuchlanish tenzori birinchi invariantining bizga ma‘lum xossasini olamiz

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} \quad (1.2.9)$$

va quyida ushbu xossadan foydalanamiz.

5⁰. *Deformatsialarning uzviylik tenglamalari.* O‘tgan bobda tekis kuchlangan holatda massaviy kuchlar o‘zgarmas yoki nolga teng bo‘lganlarida deformatsialarning uzviylik tenglamasining kuchlanishlardagi ifodasi chiqarilgan va uning ko‘rinishi

$$\nabla^2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0 \quad (1.2.10)$$

edi, bu yerda

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

Laplas operatori.

(1.2.9) va (1.2.10) formulalardan ko‘rinadiki qutb koordinatalari sistemasida deformatsiyalarning uzviylik tenglamasini yo‘zish uchun ixtiyoriy funksiyaning dekart va qutb koordinatalaridagi xususiy hosilalari o‘rtasidagi bo‘g‘lanishlarni topish kifoya qiladi.

Oily matematika kursidan ikki o‘zgaruvchili murakkab funksiyaning xususiy hosilalari uchun quyidagi formulalar o‘rinli

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x}, \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y}. \end{aligned} \quad (1.2.11)$$

Endi (1.2.1) va (1.2.2) ifodalarni differensiallaymiz

$$\begin{aligned}\frac{\partial r}{\partial x} &= \frac{x}{r} = \cos \theta; & \frac{\partial r}{\partial y} &= \frac{y}{r} = \sin \theta; \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} &= -\frac{y}{r^2} = -\frac{\sin \theta}{r}; & \frac{\partial \theta}{\partial y} &= \frac{x}{r^2} = \frac{\cos \theta}{r}.\end{aligned}\quad (1.2.12)$$

va ulardan foydalanib ikkinchi tartibli xususiy hosilalarni hisoblaymiz:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x} &= \cos \theta \cdot \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta}; \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= \sin \theta \cdot \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta}.\end{aligned}\quad (1.2.13)$$

Demak,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \left(\cos \theta \cdot \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \times \\ &\times \left(\cos \theta \cdot \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) = \cos^2 \theta \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \\ &+ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right) \sin^2 \theta - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \sin 2\theta;\end{aligned}$$

xuddi shunday

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= \sin^2 \theta \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right) \cos^2 \theta + \\ &+ \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \sin 2\theta; \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} &= \cos 2\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 f}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \\ &+ \frac{\sin 2\theta}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \right).\end{aligned}$$

Ushbu formulalarning birinchi ikkitasini qo‘shib

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}.\quad (1.2.14)$$

Bu yerdan qutb koordinatalari sistemasida Laplas operatori quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (1.2.15)$$

Shunday qilib qutb koordinatalari sistemasida deformatsiyalarning uzviylik tenglamasi (1.2.9), (1.2.10), (1.2.14) va (1.2.15) lar asosida quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = 0. \quad (1.2.16)$$

Deformatsialarning uzviylik tenglamasi - (1.2.16) va (1.2.3) muvozanat tenglamalari uchta $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}$ va $\sigma_{r\theta}$ noma'lumlarni aniqlash uchun uchta tenglamalarning to'liq sistemasini tashkil etadilar.

Xuddi Dekart koordinatalari sistemasida tekis masalani yechishdagi kabi, uch noma'lumli uch tenglama sistemasini, kuchlanishlar funksiyasiga nisbatan, bitta bigarmonik tenglamaga keltirish mumkin

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = 0$$

yoki yoyilgan ko‘rinishda

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right) = 0. \quad (1.2.17)$$

Bunda $\varphi(r, \theta)$ kuchlanishlar funksiyasi orqali kuchlanishlar quyidagicha ifodalanadilar:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2}; \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}; \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

Shunday qilib qutb koordinata sistemasida tekis masalani yechish uchun zarur bo'lgan hamma formulalarni chiqardik. Quyida ana shu formulalar va tenglamalar yordamida konkret masalalarni yechishga misollar keltiramiz.

1.3. Ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan vertical shaxtani o'rab turuvchi tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holati

Turli xil tog'-geologiya sharoitlarida gorizont va vertical tog' ishlanmalarini qazish tog' jinslari teginilmagan massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holatining juda katta o'zgarishlariga olib keladi. Bu o'zgarishlar, turli static va dinamik (portlash) ta'sirlar natijasidagi o'zgarishlardan tashqari, tog' jinslari massivida qazish natijasida paydo bo'ladigan ko'ndalang kesimlari turlicha bo'lgan gorizont va vertical bo'shliqlar tufayli ham yuzaga keladilar. Bo'shliqning yuzaga kelishi, ya'ni gorizont va vertical tog' ishlanmasining paydo bo'lishi ishlanma atrofidagi tog' jinslari massivida kuchlanishlarning qayta taqsimlanishi bilan birgalikda ro'y beradi. Bunday qayta taqsimlanish elastic bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlar tarqalish tezliklariga teng tepliklar bilan sodir bo'ladi. Shuning uchun ishlanma atrofidagi massivning kuchlangan-deformatsiyalangan holatining o'zgarishi, amalda bir onda sodir bo'ladi deb hisoblash mumkin. Natijada ishlanma (yoki bo'shliq) konturining bevosita atrofidagi tog' jinslari massivining yangi kuchlangan-deformatsiyalangan holati yuzaga keladi.

Tog' jinslari massivining ishlanma ta'siri doirasida hosil bo'lga holatinin kuchlanishlar va deformatsiyalar maydonlarining hamma komponentalarini berish bilan xarakterlash mumkin.

Deformatsiya tenzori komponentalarini bilish har doim ko'chish vektori komponentalarini bir qiymarli aniqlashga imkon beradi. Shunga qaramasdan konkret amaliy masalalar uchun, kuchlanishlar va deformatsiyalar maydonlari bilan bir qatorda, ko'chishlar maydoni komponentalarining o'zgarish qonunlarini bilish hamda ularning qiymatlarini hisoblay olish muhim rol o'ynaydi. Ushbu maydonlarning parametrlari tog' jinslarining juda ko'p fizik-mexanik xususiyatlaridan hamda

birgalikda ta'sir qiluvchi kuch, zo'riqish va boshqa faktorlardan bog'liq bo'ladi. Bu faktorlarni ularning ta'sir qilish xarakteri va vaqtdan bog'liq ravishda bir necha guruhlariga bo'ladilar.

Birinchi guruhga hali teginilmagan (tog' ishlanmasi qazilmagan) tog' jinslari massivining tabiiy kuchlangan-deformatsiyalangan holati kiritiladi. Hozirgi vaqtda, analitik va eksperimental tadqiqotlar natijalari asosida, teginilmagan tog' jinslari massivining tabiiy kuchlangan-deformatsiyalangan holati, umuman olganda gravitatsion va tektonik kuchlanishlar maudonlarining birgalikdagi ta'siri bilan aniqlanishi isbotlangan. Massivning biunday holati uning chuqurligi 500 metrgacha bo'lgan qismlariga xos deb hisoblanadi. Juda katta chuqurliklarda esa gravitatsion kuchlanishlar taqsimoti gidrostatik ravishda ro'y berish ehtimoli oshadi va shuning uchun ham ko'rsatib o'tilgan gipotezalar juda chuqur joylashgan tog' jinslari uchun yaroqsiz deb hisoblashga asos bor.

Ikkinchi gruppaga tog' ishlanmalarining fazoviy-geometrik parametrlarini kiritadilar: ko'ndalang kesimning shakli va o'lchamlari, ishlanmalar uzunligi, kengligi va balandliklari orasidagi nisbatlar (munosabatlar), qo'shni parallel va kesuvchi ishlanmalarning mavjudligi va hokazolar.

Nihoyat uchinchi, asosiy guruhni ishlanmalar konturiga bevosita yaqin turgan tog' jinslarining deformatsion xarakteristikalarini tashkil etadi. Tog' ishlanmalarini qazish amaliyoti ko'rsatadiki, aynan ishlanmalar konturiga bevosita yaqin turgan tog' jinslari ishlanmani qazish va bo'shliq hosil bo'lishi bilan bog'liq bo'lga qoshimcha kuchlanishlarni qabul qiladilar. Shuning uchun quyida, dissertatsiya ishi doirasida, ko'ndalang kesimi doiraviy bo'lgan vertical bo'shliq (shaxta) devorlari konturiga bevosita yaqin turgan tog' jinslarining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlash uchun Besselning modifitsirlangan funksiyalari nazariyasini tatbiq etish masalasi qo'yilgan.

1.4. Masalaning umumiy qoyilishi va uning yechimi taqdimoti

Real tog' jinslari, tabiiy sharoitlarda elastic, plastic va qovushoq xususiyatlarga ega bo'ladi. Ba'zi tadqiqotlar avtorlarining ta'kidlashlarcha bir o'qli siqilishga mustahkamlik chegarasi $\sigma_{c\kappa} = 8 \cdot 10^3 - 12 \cdot 10^3 \text{ Па}$, va undan katta bo'lgan o'ta mustahkam tog' jinslari ham uncha katta bo'lmagan kuchlanishlar ta'sir etgan hollarda ham kuchlanishlar va deformatsiyalar orasidagi chiziqlimas bog'lanishlarni namoyon qiladilar.

Tog' ishlanmalari atrofidagi kuchlanishlar maydoni parametrlarini aniqlash, matematik nuqtai nazardan juda va juda murakkab masalani tashkil etadi. Shu munosabat bilan tog' jinslarining real massivlarini tadqiq etishda, ular deformatsiyalanishining asosiy xususiyatlarini aniqlaydilar va ular asosida elastic, elastoplastik yoki qovushoq- elastoplastik modellardan birini tanlaydilar. Mustahkamlik chegarasi yqori va elastic xarakteristikalarini - E - tkastiklik moduli va ν -ko'ndalang deformatsiya koeffitsiyenti (puasson koeffitsiyenti)ning qiymatlari katta bo'lgan tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlash uchun ideal elastic modelni qo'llash hisoblarning amaliyot ehtoyojlari uchun yetarli bo'lgan aniqligini ta'minlaydi.

Ikkinchi tomondan qaralganda ideal elastic modelni qo'llash to'g'ri, chunki yuqorida eslatilganidek ishlanma qazilganidan so'ng massivning kuchlangandeformatsiyalangan holati oniy ravishda o'zgaradi. Chunki bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlarning tog' jinslari massividagi tarqalish tezliklari juda yuqori bo'lib 1000m/s dan 2500 m/s gacha bo'lgan chegarada o'zgaradi. Bunday holda kuchlanishlar qayta taqsimoti ham oniy o'zgarganligi tufayli tog' jinslari massivining plastiklik va qovushoqlik xususiyatlari yuzaga chiqib ulgurmaydi. Shu sababli elastic yechimni real sharoitdagi kuchlanishlar mumkin bo'lgan qiymatlarining yuqiri chegarasi sifatida qarash mumkin.

Yuqorida keltirilgan mulohazalar asosida doiraviy ko'ndalang kesimli vertical shaxta atrofidagi tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holati haqidagi masalani qaraymiz. Buning uchun chuqur silindrik bo'shliq bilan kuchsizlantirilganyarim fazo deformatsiyasi haqidagi masalaning aniq uch o'lchovli

qo'yilishidan kelib chiqamiz. Bunda yarim fazoning kuchlangan-deformatsiyalangan holati, uch o'lchovli jism sifatida, elastiklik chiziqli nazariyasining asosiy talablariga bo'ysunadi va uning mos tenglama va munosabatlari bilan tavsiflanadi deb hisoblaymiz.

Masalani yechish uchun tog' ishlanmasi atrofidagi fazoda (r, θ, z) silindrik koordinatalari sistemasini kiritamiz. Koordinatalar boshini ishlanmaning yer sathidagi kesimida joylashtiramiz. Bo'ylama o'qni ishlanma o'qi bilan ustma-ust qo'ygan holda pastga yo'naltiramiz. U_r, U_θ, U_z lar orqali massiv nuqtalarining r, θ, z o'qlar bo'ylab kochishlarini, $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{rz}, \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{\theta z}$ lar orqali esa deformatsiya tenzorining (r, θ, z) koordinat sistemasidagi komponentalarini, $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}, \sigma_{rz}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta z}$ lar orqali kuchlanish tenzorining shu koordinat sistemasidagi komponentalarini belgilaymiz.

Kuchlanish tenzori va ko'chish vektorining hamma komponentalarini aniqlash uchun, boshqacha aytganda shakllantirilgan masalani yechish uchun elastic muvozanatning uch o'lchovli tenglamalarini integrallash kerak.

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad (i, j = r, \theta, z). \quad (1.4.1)$$

Bu tenglamalar sistemasi yozuvlarining juda ko'p shakllaridan Lamé shaklidagi statika tenglamalarini tanlaymiz. Ushbu tenglamalardan foydalanish ancha qulay bo'ladi, agar buralish vektorining $\omega_r, \omega_\theta, \omega_z$ komponentalari ko'chish vektorining U_r, U_z, U_θ -komponentalari bilan quyidagi formulalar orqali bog'langanligi e'tiborga olinsa

$$\omega_r = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} - \frac{\partial U_\theta}{\partial z} \right), \quad \omega_\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial r} \right), \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial(rU_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial U_r}{\partial \theta} \right]. \quad (1.4.2)$$

Lamé shaklidagi muvozanat tenglamalarini (1.4.2) ni hisobga olgan holda shakl almashtirib quyidagi foydalanish uchun ancha qulay bo'lgan tenglamalarga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} - \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z} \right) &= 0, \\
\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} - \frac{2\mu r}{\lambda + 2\mu} \left(\frac{\partial \omega_r}{\partial z} - \frac{\partial \omega_z}{\partial r} \right) &= 0, \\
\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{2\mu}{r(\lambda + 2\mu)} \left(\frac{\partial(r\omega_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} \right) &= 0,
\end{aligned} \tag{1.4.3}$$

bu yerda

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} - \text{Lame koefitsiyentlari};$$

E – elastiklik moduli (Yung moduli).

Hajmiy ε - deformatsiya U_r, U_θ, U_z ko'chishlar orqali quyidagicha ifodalanadilar:

$$\varepsilon = \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial z}.$$

Doiraviy ko'ndalang kesimli chuqur silindrik ishlanma o'tkazilgan yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi qaralayotgan uch o'lchovli masalani o'qqa nisbatan simmetrik masalasifatida ikki o'lchovli masalaga keltirish mumkin. Buning uchun ishlanma joylashgan massivga ta'sir etayotgan yuklama Oz o'qiga nisbatan simmetrik taqsimlangan deb hisoblash kifoya. U holda massiv nuqtalarining ko'chishlari ham simmetrik taqsimlanadilar, ya'ni ular θ burchak koordinatasidan bog'liq bo'lmaydilar

$$U_r = U_r(r, z); \quad U_\theta = U_\theta(r, z); \quad U_z = U_z(r, z).$$

Bu holda (1.4.3) muvozanat tenglasmalari ancha soddalashadilar quyidagi shaklga kiradilar

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\partial \omega}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(rU_\theta)}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} &= 0, \\
\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\partial(r\omega)}{\partial r} &= 0.
\end{aligned} \tag{1.4.4}$$

Bunda

$$\varepsilon = \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad \omega = \omega_\theta; \quad \omega_r = \omega_z = 0.$$

Keltirib chiqarilgan tenglamalar sistemasida U_θ ko'chish faqat ikkinchi tenglama tarkibiga kiradi, U_r va U_z ko'chishlar esa faqat birinchi va uchinchi tenglamalar tarkibiga kiradilar. Birinchi holda masala chekli qalinlikka ega silindrik qatlamning buralishi haqidagi masalaga, ikkinchi holda masala qaralayotgan massivning o'qqa nisbatan simmetrik deb ataluchi deformatsiyalanish masalasiga mos keladi. Demak, qo'yilgan masalani yechish uchun bundan keyin quyidagi soddalashtirilgan tenglamalarni yechish bilan kifoyalanish mumkin degan xulosaga kelish mumkin

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + v^* \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{v^*}{r} \frac{\partial(r\omega)}{\partial r} = 0, \quad (1.4.5)$$

bunda

$$v^* = (1 - 2\nu)/(1 - \nu).$$

Ushbu (1.4.5) tenglamalar sistemasining yechimi turli xil usullar bilan olinishi mumkin. Masalan yechimni ba'zi, ma'lum bir yo'l bilan kiritilgan yordamchi funksiyalar-kuchlanish funksiyalarini izlashga keltirish mumkin. Bunda ko'chishlar va kuchlanish komponentalarini oldindan ushbu kiritiluvchi funksiyalar orqali ifodalab olish talab etiladi. Bunday o'qqa nisbatan simmetrik vasalaning yechimlari bo'lmish funksiyalar turli mualliflar tomonidan turlicha kiritilgan bo'lib, ular yechilayotgan masalalarning qaysi tomonga yo'naltirilganligidan kelib chiqqanlar.

Biz qaralayotgan chuqur silindrik ishlanma o'tkazilgan yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi masala tog' jinslari mexanikasining konkret amaliy masalalarini yechishga yo'naltirilgan. Shu sababli qaralayotgan tog' jinslari massivi faqat siqilishgagina ishlayapti deb faraz qilish tabiiy. Ana shu mulohazalardan kelib chiqqan holda, [11] tadqiqot usuliga amal qilgan holda, lekin undan qaralayotgan amaliy masalaning mohiyatiga mos keluvchi farqlar bilan kuchlanishlar funksiyasidan birinchisini quyidagi formulalar yordamida kiritamiz:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{\mu r}{1-\nu} \omega; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{r(\lambda + 2\mu)}{2(1-\nu)} \varepsilon, \quad (1.4.6)$$

bu yerda

$\varphi(r, z) = \varphi - r$ va z – o'zgaruvchilarning funksiyasi.

(1.4.5) ning ikkinchi tenglamasida ε va ω lar o'rinlariga ularning qiymatlarini qo'yib tenglama aynan qanoatlantirilishiga ishonch hosil qilamiz. Oxirgi (1.4.6) ifodalarni (1.2.5) ning birinchi tenglamasiga qo'ysak

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad (1.4.7)$$

bunda

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Demak, agar ε va ω larni ushbu

$$\omega = -\frac{1-\nu}{\mu r} \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad \varepsilon = -\frac{2(1-\nu)}{r(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial \varphi}{\partial r}$$

ko'rinishda berib, $\varphi = \varphi(r, z)$ funksiyani (1.4.7) tenglamaning yechimi kabi aniqlansa ko'chishlarga nisbatan muvozanat tenglamalarini qanoatlantirish mumkin

Hajmiy deformatsiya va buralishning (1.4.4) va (1.4.2) ifodalaridan foydalanib ε va ω larning yuqorida keltirilgan ifodalarini $\varphi(r, z)$ funksiya orqali ifodalab quyidagi ko'rinishda ko'chirib yozamiz

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial(rU_r)}{\partial r} + \frac{\partial U_z}{\partial z} &= -\frac{2(1-\nu)}{(\lambda + 2\mu)} \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \\ \frac{\partial U_r}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial r} &= -\frac{2(1-\nu)}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1.4.8)$$

Endi yangi yordamchi funksiya - $\phi(r, z)$ ni quyidagicha kiritamiz:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial r} &= -\lambda \frac{\partial(rU_r)}{\partial r} + r(\lambda + 2\mu) \frac{\partial U_z}{\partial z}, \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} &= \mu r \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

Bu yerda (1.4.9) ning birinchi tenglamasini (1.4.8) ning $\lambda + 2\mu$ ga bo'lingan

birinchi tenglamasiga bo'lib, hamda (1.4.9) ning ikkinchi tenglamasini μ ga bo'lib (1.4.8) ning ikkinchi tenglamasi bilan qo'shamiz va U_r funksiyaga nisbatan differensial tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz. Bu tenglamalarni integrallab radial ko'chishlar U_r va kiritilgan yordamchi funksiyalar ϕ va ψ lar orasidagi bog'lanish quyidagi ko'rinishga ega bo'lishiga ishonch hosil qilamiz

$$U_r = \frac{1}{2\mu r} [\phi - 2(1-\nu)\psi] \quad (1.4.10)$$

Elastiklik nazariyasi kursidan [24] ma'lumki, o'qqa nisbatan simmetrik masalada U_r ko'chish

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right)^2 U_r = 0. \quad (1.4.11)$$

tenglamani qanoatlantirishi kerak

Olingan (1.4.11) tenglamaga radial ko'chish U_r ning (1.4.10) ifodasini qo'yamiz va (1.4.7) ni hisobga olgan holda differensiallaymiz. Natijada ϕ kuchlanish funksiyasiga nisbatan bigarmonik differensial tenglamaga ega bo'lamiz

$$\nabla^4 \phi = 0, \quad (1.4.12)$$

bunda

$$\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2 = (\nabla^2)^2$$

bigarmonik operator. Bu yerdan ko'rinadiki kiritilgan ϕ kuchlanish funksiyasi bigarmonik funksiya bo'lishi kerak.

Endi (1.4.9) formulaga U_r radial ko'chishning ϕ va ψ funksiyalar orqali (1.4.10) ifodalarini qo'yib bo'ylama U_z ko'chishning r va z koordinatalar bo'yicha hosilalari uchun differensial tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz. Olingan tenglamada, elastic o'zgarmlar orasidagi munosabatlarni hisobga olib, quyidagi natijaga kelamiz

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_z}{\partial r} &= \frac{1}{2\mu r} \frac{\partial}{\partial z} [\phi + 2(1-\nu)\psi], \\ \frac{\partial U_z}{\partial z} &= -\frac{1}{2\mu r} \frac{\partial}{\partial r} (\phi - 2\nu\psi), \end{aligned} \quad (1.4.10)_1.$$

bunda ν - Puasson koeffitsiyenti.

Bu tenglamalarning integrallanish shartiga U_z ko'chish hosilalarining qiymatlarini (1.4.7) ni hisobga olgan holda qoyib

$$\nabla^2 \phi = -2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}.$$

tenglamaga ega bo'lamiz.

Oxirgi tenglama yuqorida keltirilgan $\partial U_z / \partial r$ va $\partial^2 U_z / \partial z^2$ hosilalarga nisbatan tenglamalarning integrallanish shartidan iboratdir. Bu shartni qanoatlantirish uchun ϕ funksiyani quyidagi korinishda olish yetarli

$$\phi = \psi + r \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad (1.4.13)$$

bu yerda $\psi = \psi(r, z)$ - r va z koordinatalarning funksiyasi bo'lib ushbu differensial tenglamani qanoatlantiradi

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (1.4.14)$$

Shunday qilib kuchlanish funksiyasi - ϕ (1.4.13) ko'rinishida tasvirlandi. представлена в форме (1.4.13). Ushbu (1.4.13) tasvirning qulayligi shundaki u doiraviy ko'ndalang kesimli vertical shaxta atrofidagi deformatsiya jarayonini to'g'riroq tavsiflaydi.

Kuchlanish funksiyasi - ϕ ni tanlashning boshqa usuli ham mavjud. Bu usulga ko'ra ϕ - kuchlanish funksiyasini quyidagicha tasvirlash mumkin

$$\phi = \psi + z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (1.4.15)$$

Bu yerda shuni ta'kidlash lozimki, ϕ ko'chish funksiyasining oxirgi tasvirini chegaraviy shartlarning aniq bajarilishini faqatgina $z = \text{const}$ kesimlar-dagina aniq bajarilishini talab qiladigan masalalarda qo'llash, ya'ni qatlam tipidagi jismlar yoki yarim fazo deformatsiyasi haqidagi masalalarda qo'llash yaxshi natija beradi.

Asosiy, aniqlovchi rolni silindrik sirtlardagi chegaraviy shartlar o'ynovchi masalalarda esa, aynan biz tadqiq qilayotgan masaladagi kabi, (1.4.13) formuladan

foydalanish zarur. Chegaraviy shartlar o'zaro perpendikulyar $z = \text{const}$ va $r = \text{const}$ sirlarda bajarilishi talab etiladigan hollarda esa o'qqa nisbatan simmetrik masalaning yuqorida keltirilgan har ikkala variantini qo'llash zarur.

2 BOB. ISHLANMALI YARIM FAZONING DEFORMATSIYASI HAQIDAGGI AMALIY MASALALARNING QO'YILISHI VA YECHILISHI

2.1. Kuchlanish va deformatsiyalarni kuchlanish funksiyasi orqali ifodalash

Silindrik koordinatalar sistemasida kuchlanishlar va deformatsiyalar orasidagi bog'lanishlardan foydalanib, ko'chishlarga nisbatan qabul qilingan farazlar asosida, ya'ni

$$U_r = U_r(r, z), \quad U_\theta = 0, \quad U_z = U_z(r, z)$$

bo'lganda

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial U_r}{\partial r}; & \varepsilon_{v\theta} &= \frac{U_r}{r}; & \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial U_z}{\partial z}; \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right); & \varepsilon_{r\theta} &= \varepsilon_{\theta z} = 0. \end{aligned}$$

munosabatlarga egamiz. Ushbu tengliklarda U_r va U_z ko'chishlar o'rniga ularning (1.4.10) munosabatlar asosida ϕ va φ funksiyalar orqali ifodalarini qo'yib quyidagi formulalarga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \frac{\phi - 2(1-\nu)\varphi}{r}; & \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial \phi}{r \partial z}; \\ \varepsilon_{zz} &= -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial}{r \partial r} (\phi - 2\nu\varphi); & \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{2\mu} \frac{1}{r^2} [\phi - 2(1-\nu)\varphi] \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

Kuchlanish tenzori komponentalarini toppish uchun Guk qonunida foydalanamiz [24]. Masalaning o'qqa nisbatan simmetrikligini e'tiborga olgan holda quyidagi, kuchlanishlar va deformatsiyalar orasidagi bog'lanishlarga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \lambda\varepsilon + 2\mu \varepsilon_{rr}; & \sigma_{\theta\theta} &= \lambda\varepsilon + 2\mu \varepsilon_{\theta\theta}; \\ \sigma_{zz} &= \lambda\varepsilon + 2\mu \varepsilon_{zz}; & \sigma_{rz} &= 2\mu \varepsilon_{rz}. \end{aligned}$$

bunda

$$\begin{aligned}\sigma_{r\theta} &= 2\mu \varepsilon_{r\theta} = 0; & \sigma_{z\theta} &= 2\mu \varepsilon_{z\theta} = 0; \\ \varepsilon &= \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz} = -\frac{2(1-\nu)}{\lambda + 2\mu} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{1-2\nu}{\mu r} \frac{\partial \varphi}{\partial r}.\end{aligned}\quad (2.1.2)$$

Guk qonunining oxirgi ifodasiyga deformatsiyalarning qiymatlarini (2.1.1) formulalar bo'yicha qo'yib hamda hajmiy kengayishning (2.1.2) ifodasini qo'yib ushbuni olamiz

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \phi + \frac{2(1-\nu)}{r^2} \varphi - \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} [\phi - 2(1-\nu)\varphi] - \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \\ \sigma_{zz} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad \sigma_{rz} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial z}; \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{r^2} [\phi - 2(1-\nu)\varphi] - \frac{2\nu}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r}.\end{aligned}\quad (2.1.3)$$

Shunday qilib kuchlanish tenzorining harto'rttala komponentalari ham, normal

σ_{rr} , σ_{zz} , $\sigma_{\theta\theta}$ va urinma σ_{rz} kuchlanishlar hamda ko'chish vektorining nolga teng bo'lmagan komponentalari – radial U_r va bo'ylama U_z ko'chishlar kiritilgan kuchlanish funksiyalari ϕ va φ lar orqali ifodalandi.

Yozuvlarning qisqa bo'lishi uchun quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{r^2} [\phi - 2\psi - 2(1-\nu)\varphi]. \quad (2.1.4)$$

Ana shu (2.1.4) hisobga olsak (2.1.3) ning birinchi tenglamasini quyidagicha almashtirish mumkin:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} [\phi - 2(1-\nu)\varphi] - \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \\ &- \frac{1}{r^2} [\phi - 2(1-\nu)\varphi - 2\psi + 2\phi + 2\psi - 2\phi] - \\ &- \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} [3\phi - 2\psi - 2(1-\nu)\varphi] + \\ &+ \frac{2}{r^2} \left[\phi - \left(\psi + r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right].\end{aligned}$$

Bu yerdan (2.1.4) va (1.4.13) lar asosida ushbu ifodani keltirib chiqarish qiyinchilik tug'dirmaydi

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \bar{\psi};$$

аналогично

$$\sigma_{\theta\theta} = \psi - \frac{2(1+\nu)}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial r}; \quad \sigma_{zz} = -\frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial r}; \quad \sigma_{rz} = \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial z}. \quad (2.1.5)$$

Shunday qilib (2.1.1) va (2.1.5) formulalar, agar doiraviy ko'ndalang kesimli vertical shaxtaning atrofidagi tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holati haqidagi masalani modellashtiruvchi ishlanma silindrik sirtida berilgan tegishli chegaraviy shartlarda kvazigarmonik

$$\nabla^2\varphi = 0, \quad \nabla^2\psi = 0$$

tenglamalarning yechimlari topilgan bo'lsa, chuqur doiraviy ko'ndalang kesimli silindrik ishlanma o'tkazilgan yarim fazoning kuchlangan-deformatsiyalangan holatini aniqlashga imkon yaratadi.

2.2 Kuchlanishlar funksiyasiga nisbatan tenglamani yechish usuli

Yuqorida, bundan oldingi paragrafda, doiraviy ko'ndalang kesimli vertical shaxta atrofidagi tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holati to'g'risidagi masala kvazigarmonik

$$\nabla^2\varphi = 0; \quad \nabla^2\psi = 0; \quad a \leq r < \infty, \quad (2.2.1)$$

tenglamalarni qanoatlantiruvchi φ va ψ kuchlanish funksiyalarini topishga keltirilgan edi. Bu yerda ∇^2 operatori ushbu

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad (2.2.2)$$

formula bilan aniqlanadi, a – ishlanma radiusi.

Olingan (2.2.1) tenglamalarning umumiy yechimlarini topish uchun φ va ψ kuchlanishlar funksiyalari hamda ϕ va ψ larni xuddi [21] monografiyadagi kabi

$$F(r, z) = \int_0^\infty \frac{\sin \alpha z}{\cos \alpha z} \Bigg\} F^0(r, \alpha) d\alpha, \quad (2.2.3)$$

ko'rinishda tasvirlaymiz. Bu yerda $F(r, z) = -\varphi(r, z)$, $\psi(r, z) = \phi(r, z)$ yoki $\bar{\psi}(r, z)$. funksiyalardan biri. Bu tasvirlanishda (2.2.3) ko'rinishda tasvirlanuvchi funksiyalar uzunligi α_0 bo'lgan kesmadan tashqarida hisobga olmaslik mumkin bo'lgan darajada kichik deb hisoblanadi, ya'ni (2.2.3) tasvirlash faqat $\alpha \leq \alpha_0$ bo'lgan qiymatlar uchungina o'rinli deb hisoblanadi. Tasvirlanishning ushbu (2.2.3) shakli, qilingan farazlar doirasida φ , ψ , ϕ va $\bar{\psi}$ funksiyalarni r va z koordinatalar bo'yicha integral belgisi ostida qat'iy differensiallash imkonini beradi.

Kuchlanish funksiyalari φ va ψ larning (2.2.3) tasvirlarinin (2.2.1) tenglamalarga qoyib, mos ravishda ushbu tenglamalarni olamiz

$$\nabla_0^2 \varphi^0 = 0; \quad \nabla_0^2 \psi^0 = 0; \quad a \leq r < \infty, \quad (2.2.4)$$

bu yerda

$$\nabla_0^2 = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \alpha^2. \quad (2.2.5)$$

Keltirilgan

∇_0^2 operatorning ko'rinishidan ma'lumki, (2.2.4) tenglamalar Besselning oddiy differensial tenglamalaridan iboratdir. Bu tenglamalarning $r \rightarrow \infty$, bo'lganda chegaralangan umumiy yechimlari Besselning modifitsirlangan funksiyalari orqali ifodalanadilar va quyidagi ko'rinishlarga ega

$$\begin{aligned} \varphi^0(r, \alpha) &= A \cdot r K_1(\alpha r); \\ \psi^0(r, \alpha) &= B \cdot r K_1(\alpha r), \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

bu yerda

$$A = A(\alpha), \quad B = B(\alpha) -$$

r koordinataga nisbatan ixtiyoriy bo'lgan o'zgarmaslar va ular muhandislik praktikasining amaliy masalalarni yechish jarayonida chegaraviy shartlardan aniqlanishlari kerak.

Endi ϕ va $\bar{\psi}$ funksiyalarni ham, xuddi φ va ψ funksiyalar kabi (2.2.3) kabi tasvirlaymiz va olingan tasvirlarni (1.4.12) va (1.4.15) formulalarga qo'yib, mos

ravishda quyidagilarga ega bo'lamiz

$$\phi^0 = \psi^0 + r \frac{\partial \phi^0}{\partial r}; \quad \bar{\psi}^0 = \frac{1}{r^2} [3\phi^0 - 2\psi^0 - 2(1-\nu)\phi^0] \quad (2.2.7)$$

Olingan ifodalarga (2.2.6) umumiy yechimlarni qo'yamiz

$$\begin{aligned} \phi^0(r, \alpha) &= rK_1(\alpha r) \cdot B - \alpha r^2 K_0(\alpha r) A; \\ \bar{\psi}^0(r, \alpha) &= -\alpha K_0(\alpha r) \cdot A - \frac{1}{r} K_1(\alpha r) [B + 2(1-\nu)A]. \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Ko'chish vektorining U_r va U_z komponentalarini ham (2.2.6) umumiy yechimlar orqali ifodalash uchun ularni ham xuddi (2.2.3) kabi tasvirlaymiz. Keyinchalik olingan ifodalarni bundan oldingi paragrafdagi mos formulalarga qo'yib quyidagi ifodalarga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned} U_r^0(r, \alpha) &= \frac{1}{2\mu} \{K_1(\alpha r) [B - 2(1-\nu)A] - \alpha r K_0(\alpha r) A\}, \\ U_z^0(r, \alpha) &= \frac{1}{2\mu} \{K_0(\alpha r) [B + 2(1-\nu)A] + \alpha r K_1(\alpha r) A\}. \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

Olingan ushbu formulalar U_r^0 va U_z^0 ko'chishlarni almashtirishlar qo'llanilgan (2.2.4) tenglamalarning (2.2.6) umumiy yechimlari orqali aniqlashga imkon beradilar.

Endi kuchlanishlar tenzori komponentalarini umumiy yechimlar orqali ifodalaymiz. Buning uchun ularni ham xuddi (2.2.3) kabi tasvirlaymiz. Uncha qiyin bo'lmagan, yuqorida o'tkazilgan amaliyotlarga aynan o'xshash matematik almashtirishlardan keyin ushbu formulalarga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^0(r, \alpha) &= -\alpha K_0(\alpha r) (A + B) + \frac{1}{r} K_1(\alpha r) [B + 2(1-\nu)A + \alpha^2 r^2 A]; \\ \sigma_{zz}^0(r, \alpha) &= -\alpha^2 r K_1(\alpha r) A + \alpha K_0(\alpha r) (2A + B); \\ \sigma_{\theta\theta}^0(r, \alpha) &= (1 + 2\nu) \alpha K_0(\alpha r) A - \frac{1}{r} K_1(\alpha r) [B + 2(1-\nu)A]; \\ \sigma_{rz}^0(r, \alpha) &= \alpha K_1(\alpha r) B - \alpha^2 r K_0(\alpha r) A. \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

Shunday qilib kuchlanishlarning hamma noldan farqli komponentalari, xuddi ko'chishlar kabi, (2.2.3) garmonik tenglamalarning umumiy yechimlar orqali

ifodalandi. Kuchlanishlar uchun olingan (2.2.10) ifodalar va ko'chishlar uchun olingan (2.2.9) formulalar, konkret masalaning chegaraviy shartlaridan A va B o'zgarmaslar aniqlanib teskari almashtirishlar amalga oshirilganidan keyin ishlanmaning istalgan ko'ndalang kesimidagi kuchlangan-deformatsiyalangan holatni radial va bo'ylama koordinatalar bo'yicha aniqlashga xizmat qiladi.

2.3. Ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi amaliy masalalarning qo'yilishi

Ishlanmalarni qazish natijasida ochilib qolgan tog' jinslari ustuvorligini baholashning eng muhim muammolaridan biri ishlanmani o'rab turuvchi tog' jinslari massivi va yasalgan mustahkamlagichdan iborat sistemaning muvozanat tenglamalarini aniqlashdan iborat. Bu masala masalaning yechimini juda soda holga keltirishga va uni hech bir qiyinchiliksiz yechishga imkon beruvchi gipotezalar asosida juda ko'p avtorlar tomonidan yechilgan. Ammo masalaning yechimi uchun aniq matematik apparatdan foydalanilgan ishlar soni ancha kam.

Quyida yuqoridagi bo'limlar doirasida o'tkazilgan tadqiqotlar asosida bir qancha amaliy masalalarnig chegaraviy shartlari shakllantirilgan. Shunday qilib quyidagi chegaraviy masalalar qo'yilmoqda:

1. Elastik deformatsiyalanuvchi qo'shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi.

$$\begin{aligned}
 0 \leq z \leq l \text{ bo'lganda} \quad \sigma_{rr}(a, z) &= -\sigma_0; \\
 0 \leq z \leq \infty \text{ bo'lganda} \quad \sigma_{rr}(a, z) &= 0; \\
 0 \leq z \leq \infty, r \rightarrow \infty \text{ hamda} \quad a \leq r < \infty, r \rightarrow \infty \text{ bo'lganda} \\
 \sigma_{rr}(r, z) = \sigma_{rz}(r, z) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

bu yerda $\sigma_0 = const$ –mustahkamlagich bilan deformatsiyalanuvchi tog' jinsi

kontaklashgan sirtida yuzaga keluvchi normal kuchlanish; l ishlanma uzunligi; a – ishlanma radiusi.

2. Sirti tashqi yuklardan xoli bo'lgan ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi.

$$1) \sigma_{rr}(a, z) = 0;$$

$$2) \sigma_{rr}(b, z) = [\sigma^0], \quad 0 \leq z \leq l \text{ bo'lganda}$$

$$\sigma_{rr}(b, z) = 0, \quad l \leq z < \infty \text{ bo'lganda;} \quad (2.3.2)$$

$$3) \sigma_{rr}(r, z) = 0 \text{ agar } r \rightarrow \infty \text{ yoki } z \rightarrow \infty \text{ bo'lsa}$$

Quyida uchinchi bob doirasida ushbu masalalarning yechimlarini toppish va ular asosida sonly natijalar olish bilan shug'ullanamiz.

3 BOB

VERTIKAL SHAXTA ATROFIDAGI TOG' JINSLARI DEFORMATSIYASI VA USTUVORLIGI

Ushbu bob doirasida devorlari elastic berilubchan va bikr mustahkamlagichlar bilan mahkamlangan va umuman mahkamlanmagam bertikal shaxtalarning kuchlangan-deformatsiyalangan holati tadqiq etilgan. Bunda vertical shaxta elastic yarim fazodagi bo'shliq sifatida modellastirilgan.

3.1 Elastik deformatsiyalanuvchi qo'shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali qatlam deformatsiyasi

Ishlanmali yarimfazoning shu vaqtgacha e'lon qilingan hisoblash usullari mualliflar tomonidan shakllantirilgan u yoki bu shartlarga mos keladi, va ko'p hollarda real sharoitlarga to'la javob bermaydilar. Xususan, shaxtalar qurilishi sohasida uni o'rab turuvchi tog' jinslari bilan beriluvchan mustahkamlagichning o'zaro ta'sirlashuvini hisobga olish kerak. Shu mulohazadan kelib chiqqan holda doiraviy ko'ndalang kesimli silindrik ishlanmali yarim fazo uchun quyidagi kontakt masalasini qaraymiz

$$\begin{aligned} 0 \leq z \leq l \quad \text{bo'lganda} \quad \sigma_{rr}(a, z) &= -\sigma^0 ; \\ 0 \leq z \leq \infty \quad \text{bo'lganda} \quad \sigma_{rr}(a, z) &= 0 ; \\ 0 \leq z \leq \infty, r \rightarrow \infty \text{ hamda } a \leq r < \infty, r \rightarrow \infty \text{ bo'lganda} \\ \sigma_{rr}(r, z) = \sigma_{rz}(r, z) &= 0 \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

bu yerda $\sigma^0 = \text{const}$ – berilubchan mustahkamlagich bilan deformatsiyalanuvchi tog' jinsi orasidagi kontakt sirtida yuzaga keluvchi normal kuchlanish; l – ishlanma uzunligi; a – ishlanma radiusi; r, z – radial va bo'ylama silindrik koordinatalar. Bu yerda silindrik koordinatalar sistemasining boshi massibning yer sathi sirtida, ishlanma ko'ndalang kesimining simmetriya markazida joylashgan. Bo'ltma Oz o'qi esa ishlanmaning simmetriya o'qi bo'ylab pastga

yo'naltirilgan. Bundan tashqari ishlanmaning ko'ndalang kesimi qat'iy ravishda doiravi, ishlanmaning o'zi esa qat'iy ravishda vertical deb hisoblanadi.

Masalani yechish uchun (2.2.1) tenglamalarni (3.1.1) chegaraviy shartlarda integrallash kerak bo'ladi. Buning uchun almashtirishlardagi umumiy yechimlardan, ya'ni (2.2.6) yechimlardan va ko'chishlar uchun (2.2.9) hamda kuchlanishlar uchun (2.2.10) ifodalardan foydalanamiz. Buning uchun radial yo'nalishdagi normal $\sigma_{rr}(z) = \sigma_{rr}(\alpha, z)$ kuchlanishni quyidagi ko'rinishda tasvirlaymiz

$$\sigma_{rr}(z) = - \int_0^{\infty} \cos \alpha z \sigma_{rr}^0(\alpha) d\alpha \quad (3.1.2)$$

U holda, (3.1.1) ning ko'rinishidan kelib chiqqan holda $\sigma_{rr}(z)$ kuchlanishni hisoblash qiyin emas

$$\sigma_{rr}^0(\alpha) = - \frac{\pi \sin \alpha l}{2\alpha} \sigma^0 \quad (3.1.3)$$

Endi (3.1.1) chegaraviy shartlarga kuchlanishlarning (2.2.10) ifodalarini (3.1.2) tasvirni hisobga olgan holda qo'yib ushbu

$$\begin{aligned} -\alpha K_0(\alpha a)(A+B) + \frac{1}{a} K_1(\alpha a) [B + 2(1-\nu)A + \alpha^2 a^2 A] &= \sigma_{rr}^0(\alpha); \\ \alpha K_1(\alpha a)B - \alpha^2 a K_0(\alpha a)A &= 0. \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

formulaga ega bo'lamiz. Bu yerda ν – tog' jinsining Puasson koeffitsiyenti; $K_\gamma(\alpha r)$ - Makdonaldning tartibi γ bo'lgan silindrik funksiyasi; A va B – aniqlanishi kerak bo'lgan integrallash o'zgarmaslari; α – Fur'ye almashtirishi parametric. Bu yerda shuni alohida ta'kidlash kerakki, (3.1.1) chegaraviy shartlarda yechimlarning cheksizlikda nolga aylanish sharti Makdonald funksiyasining

$r \rightarrow \infty$ bo'lganda $K_\gamma(\alpha r) = 0$

xossasiga asosan avtomatik tarzda bajariladi.

Olingan (3.1.4) tenglamalar A va B koeffitsiyentlarga nisbatan chiziqli bo'lganliklaridan ularni, ba'zi soda almashtirishlardan keyin, qulayroq shaklga

keltirish qiyin emas. Ushbu almashtirishlarni bajarib (3.1.4) dan, (3.1.3) ni hisobga olgan holda quyidagini olamiz

$$\left[-\alpha K_0(\alpha a) + \frac{1}{a} K_1(\alpha a) \right] B + \left\{ \frac{1}{a} [2(1-\nu) + a^2 \alpha^2] K_1(\alpha a) - \alpha K_0(\alpha a) \right\} A = \frac{\pi \sin \alpha l}{2l} \sigma^0, \quad (3.1.5)$$

$$\alpha K_1(\alpha a) B - \alpha^2 a K_0(\alpha a) A = 0.$$

Hosil bo'lgan sistema A va B noma'lumlarga nisbatan chiziqli algebraic tenglamalar sistemasidan iborat, uni yechi nomalumlarni bir qiymatli aniqlash mumkin. Zarur matematik muolijalarni amalga oshirib va

$$W(\alpha a) = [2(1-\nu) + \alpha^2 a^2] K_1^2(\alpha a) - \alpha^2 a^2 K_0^2(\alpha a) \quad (3.1.6)$$

belgilash kiritib

$$A = \frac{a K_1(\alpha a)}{W(\alpha a)} \sigma_{rr}^0(\alpha) \quad B = \frac{\alpha a^2 K_0(\alpha a)}{W(\alpha a)} \sigma_{rr}^0(\alpha)$$

Ifodalarga ega bo'lamiz.

A va B larning ushbu olingan ifodalarini (2.2.10) va (2.2.9)larga qo'yib kuchlanishlar va ko'chishlar uchun formulalarga ega bo'lamiz. Hosil qilingan formulalarda $\sigma_{rr}^0(\alpha)$ o'rniga uning (3.1.3) formula boyicha ifodasini qo'yib, keyin (2.2.3) bilan moslashtirgasn holda ikkala tomonini ham $\sin \alpha z$ yoki $\cos \alpha z$ ko'paytiramiz va α bo'yicha noldan cheksizlikkacha inteirallab kuchlanish va deformatsiyalarni hisoblash uchun quyidagi formulalarga ega

bo'lamiz:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}(r, z) &= \frac{a\pi\sigma^0}{2} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l}{\alpha W(\alpha a)} \cos \alpha z \left\{ \frac{1}{r} K_1(\alpha r) [2(1-\nu)K_1(\alpha a) + \alpha a K_0(\alpha a) + \alpha^2 r^2 K_1(\alpha a)] - \right. \\
 &\quad \left. - \alpha K_0(\alpha r) [K_1(\alpha a) + \alpha a K_0(\alpha a)] \right\} d\alpha; \\
 \sigma_{zz}(r, z) &= \frac{a\pi\sigma^0}{2} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l}{\alpha W(\alpha a)} \cos \alpha z \times \\
 &\times \left\{ \alpha K_0(\alpha r) [2K_1(\alpha a) + \alpha a K_0(\alpha a)] - \alpha^2 r K_1(\alpha r) K_1(\alpha a) \right\} d\alpha; \\
 \sigma_{\theta\theta}(r, z) &= \frac{a\pi\sigma^0}{2} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l}{\alpha W(\alpha a)} \cos \alpha z \times \\
 &\times \left\{ (1+2\nu)\alpha K_1(\alpha a) K_0(\alpha r) - \frac{1}{r} K_1(\alpha r) [K_1(\alpha a) + 2(1-\nu)\alpha a K_0(\alpha r)] \right\} d\alpha; \\
 \sigma_{rz}(r, z) &= -\frac{a\pi\sigma^0}{2} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l}{\alpha W(\alpha a)} \sin \alpha z \left\{ \alpha^2 a K_1(\alpha r) K_0(\alpha a) - \alpha^2 r K_1(\alpha a) K_0(\alpha r) \right\} d\alpha.
 \end{aligned} \tag{3.1.7}$$

Xuddi shunday

$$\begin{aligned}
 U_r(r, z) &= \frac{a\pi\sigma^0}{4\mu} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l}{\alpha W(\alpha a)} \cos \alpha z \times \\
 &\times \left\{ K_1(\alpha r) [\alpha a K_0(\alpha a) - 2(1-\nu)K_1(\alpha a)] - \alpha r K_0(\alpha r) K_1(\alpha a) \right\} d\alpha; \\
 U_z(r, z) &= -\frac{a\pi\sigma^0}{4\mu} \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l}{\alpha W(\alpha a)} \sin \alpha z \times \\
 &\times \left\{ K_0(\alpha r) [\alpha a K_0(\alpha a) + 2(1-\nu)K_1(\alpha a)] + \alpha r K_1(\alpha r) K_1(\alpha a) \right\} d\alpha.
 \end{aligned} \tag{3.1.8}$$

Hosil qilingan (3.1.7) va (3.1.8) formulalar tarkibiga kiruvchi integrallarni α parametr qiymatlarining uzluksiz spektri bo'yicha hisoblash qiyin. Shuning uchun integrallarni α ning qiymatlari diskret spektri bo'yicha cheksiz yig'indilar bilan almashtiriladi. Bunda bu yig'indilarning massiv sirtiga yaqin nuqtalarda yomomn yaqinlashishi kuzatiladi. Shuning uchu, bunday hollarda hisoblash jarayonini yaxshilash maqsadida Makdonald funksiyalarining asimptotik tasvirlaridan foydalanishga asoslangan ratsional usuldan foydalangan ma'qul, hamda qatorlarning birinchi ikkita hadlari bilan chegaralanadilar, ya'ni

$$\begin{aligned}
 K_0(\alpha a) &= \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha a}} e^{-\alpha a} \left(1 - \frac{1}{8\alpha a} \right); \\
 K_1(\alpha a) &= \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha a}} e^{-\alpha a} \left(1 + \frac{3}{8\alpha a} \right).
 \end{aligned} \tag{3.1.9}$$

Kuchlanishlar va ko'chishlarni hisoblash uchun (3.1.9) ifodalarni (3.1.7) va (3.1.8) formulalarga qo'yish va integrallarni yig'indilarga almashtirish mumkin. Hisoblashlarni parametrning birinchi 10 ta qiymatlari uchun bajarish va bunda Puasson koeffitsiyentini 0,3 ga teng deb qabul qilish yetarli. Puasson koeffitsiyentining bunday qiymati tog' jinslari va gruntlar mexanikasida ancha yumshoq jinslar uchun qabul qilinadi. Shuning uchun quyida, navbatdagi paragraph doirasida yuqoridagidan aniqroq hisob algoritmi taklif etilgan va masalani sonly yechish programmasi tuzilgan.

3.2. Elastik deformatsiyalanuvchi qo'shilma bilan mustahkamlangan ishlanmali qatlam deformatsiyasini hisoblash algoritmi va programmasi

Bundan oldingi paragrafdagi (3.1.7) va (3.1.8) formulalar bilan σ_{rr} , σ_{zz} kuchlanishlar va U_r , U_z ko'chishlar hisoblandi. Hisoblashlarga oid algoritm va hisoblash programmasi quyida keltirilgan

```
>with (linalg): l:=50; z:=5; nu:=0.2; s01:=1000; s02:=5000; s03:=10000; y:=1;
a:=1;mu:=32000000;
pi:=3.14159;                                K0:=sqrt(Pi/(2*y))*exp(-y)*(1-1/(8*y)):
K00:=sqrt(Pi/(2*y*R/a))*exp(-y*R/a)*(1-1/(8*R*y/a)):    K1:=sqrt(Pi/(2*y))*exp(-
y)*(1+3/(8*y)):
K11:=sqrt(Pi/(2*R*y/a))*exp(-y*R/a)*(1+3/(8*R*y/a)):
wy:=(2*(1-nu)+y^2)*K1^2-y^2*K0:
srr1:=a*0.5*pi*s01*sin(y*l/a)*cos(y*z/a)*((1/R)*K11*(2*(1-
nu)*K1+y*K0+(y*R/a)^2*K1)-(y/a)*K00*(K1+y*K0))/(y*wy/a):
srr2:=a*0.5*pi*s02*sin(y*l/a)*cos(y*z/a)*((1/R)*K11*(2*(1-
nu)*K1+y*K0+(y*R/a)^2*K1)-(y/a)*K00*(K1+y*K0))/(y*wy/a):
srr3:=a*0.5*pi*s03*sin(y*l/a)*cos(y*z/a)*((1/R)*K11*(2*(1-
nu)*K1+y*K0+(y*R/a)^2*K1)-(y/a)*K00*(K1+y*K0))/(y*wy/a):
plot([srr1,srr2,srr3],    R=1..12,    color=[red,blue,black],    style=[line,line]);
szz1:=a*0.5*pi*s01*((sin(y*l/a)*cos(y*z/a)*((y/a)*K00*(2*K1+y*K0)-
(y/a)^2*R*K11*K1))/(y*wy/a):
```

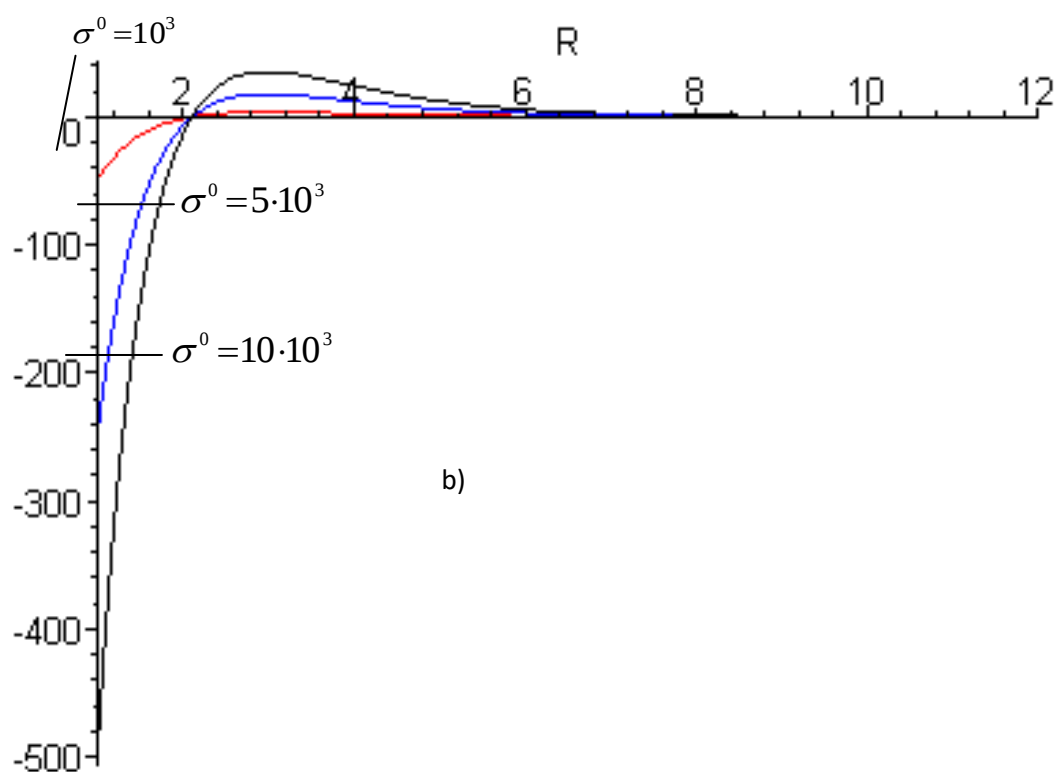
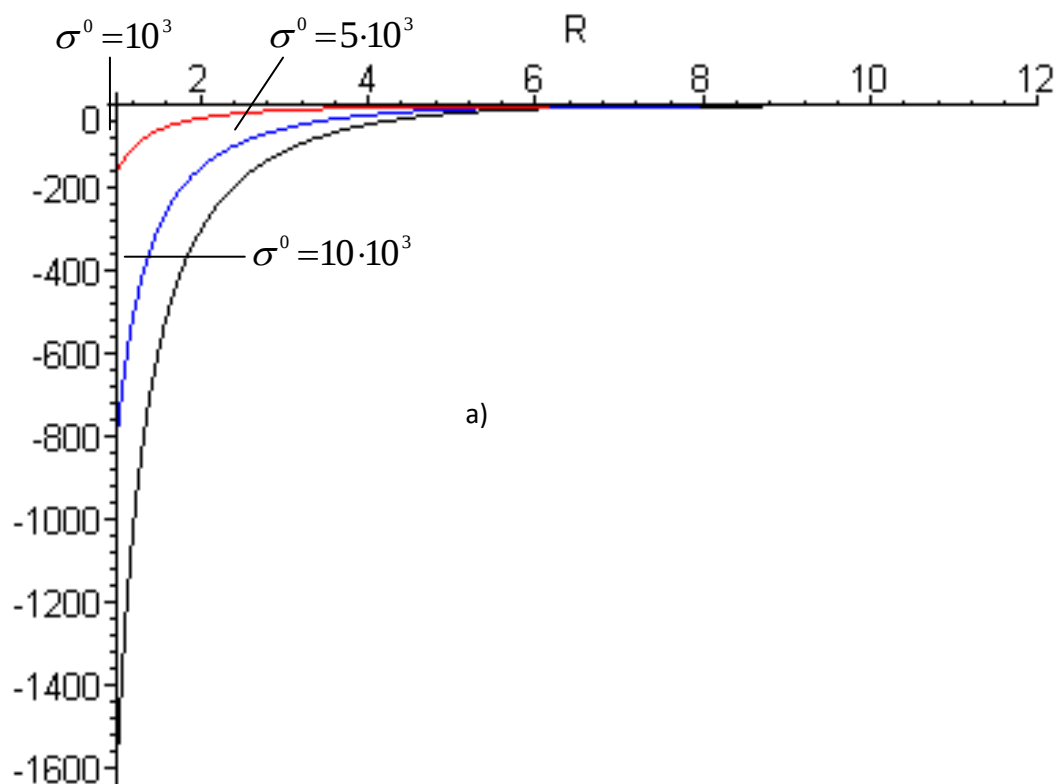
```

szz2:=a*0.5*pi*s02*((sin(y*l/a)*cos(y*z/a)*((y/a)*K00*(2*K1+y*K0)-
(y/a)^2*R*K11*K1))/(y*wy/a));
szz3:=a*0.5*pi*s03*((sin(y*l/a)*cos(y*z/a)*((y/a)*K00*(2*K1+y*K0)-
(y/a)^2*R*K11*K1))/(y*wy/a));
plot([szz1,szz2,szz3], R=1..12, color=[red,blue,black], style=[line,line]);
Ur1:=a*pi*s01/(4*mu)*(sin(y*l/a)*cos(y*z/a))/(y*wy/a)*(K11*(y*K0-2*(1-
nu)*K1)-y/a*R*K00*K1):
Ur2:=a*pi*s02/(4*mu)*(sin(y*l/a)*cos(y*z/a))/(y*wy/a)*(K11*(y*K0-2*(1-
nu)*K1)-y/a*R*K00*K1):
Ur3:=a*pi*s03/(4*mu)*(sin(y*l/a)*cos(y*z/a))/(y*wy/a)*(K11*(y*K0-2*(1-
nu)*K1)-y/a*R*K00*K1): plot([Ur1,Ur2,Ur3], R=1..12, color=[red,blue,black],
style=[line,line]); Uz1:=-
a*pi*s01/(4*mu)*(sin(y*l/a)*sin(y*z/a))/(y*wy/a)*(K00*(y*K0+2*(1-
nu)*K1)+y/a*R*K11*K1): Uz2:=-
a*pi*s02/(4*mu)*(sin(y*l/a)*sin(y*z/a))/(y*wy/a)*(K00*(y*K0+2*(1-
nu)*K1)+y/a*R*K11*K1): Uz3:=-
a*pi*s03/(4*mu)*(sin(y*l/a)*sin(y*z/a))/(y*wy/a)*(K00*(y*K0+2*(1-
nu)*K1)+y/a*R*K11*K1): plot([Uz1,Uz2,Uz3], R=1..12, color=[red,blue,black],
style=[line,line]);

```

Olingan natijalar 2.1 a) va 2.1 b) chizmalarda keltirilgan. Hisoblashlar ishlanma va uni o'rab turuvchi tog' jinslari asosiy parametrlarining quyidagi qiymatlari uchun bajarildi: $\ell = 50$; $\nu = 0,2$; $\mu = 32 \cdot 10^6$ Па.

Ushbu 2.1 a),b)-chizmalarda $\sigma_{rr}(r,z)$ va $\sigma_{zz}(r,z)$ kuchlanishlarning fiksirlangan $z=5$ ko'ndalang kesimdagi qiymatlarining o'zgarish grafiklari



2- **chizma.** σ_{rr} -(a) va σ_{zz} -(b) kuchlanishlarning radial r koordiatadan bo'g'lanish grafiklari $\sigma^0 = 10^3; 5 \cdot 10^3; 10 \cdot 10^3$ Па qiymatlar uchun.

mustahkamlagichning σ^0 kuchlanishining 10^3 , $5 \cdot 10^3$, $10 \cdot 10^3$ qiymatlari uchun keltirilgan. Olingan natijalar ko'rsatadiki:

- kuchlanishlar qo'zg'olishlari nisbatan juda tez so'nadilar. Radial koordinataning $r \geq 6$ qiymatlaridan boshlab bu qo'zg'olishlarni hisobga olmaslik mumkin;

- radial koordinata o'zgarishlarining $1 \leq r \leq 2,2$ oralig'ida kuchlanishlarning sakrab o'zgarishlari kuzatiladi. Bunda σ^0 ning qiymati qancha katta bo'lsa uning ta'siri shuncha uzoqqa ketadi;

- radial kuchlanishlar ham, bo'ylama kuchlanishlar ham manfiylar. Radial kuchlanishlar holida bu narsa kuchlanishlar radial koordinata yo'nalishiga teskari yo'nalganligini, ya'ni ishlanmaning ichki tomoniga yo'nalganligini ko'rsatadi. Bo'tlama kuchlanishlar holida esa ularning siquvchi ekanliklarini ko'rsatadi. Hisoblashlarning bunday natijasi masalaning fizik mohiyatiga to'liq mos keladi.

3.3 Mustahkamlanmagan ishlanmali qatlamning kuchlangan-deformatsiyalangan holati

Quyida devorlari umuman mustahkamlanmagan va tashqi kuchlar ta'siridan xoli bo'lgan tog' ishlanmasining kuchlangan-deformatsiyalangan holati to'g'risidagi amaliy masalani qaraymiz. Bunday vertical ishlanmani doiraviy silindrik bo'shliq deb qabul qilamiz. Masalaning o'qqa nisbatan simmetrikligidan foydalanib tog' jinslari massivi qatlamini (r, z) silindrik koordinatalari sistemasiga nisbatlaymiz. Bu yerda silindrik koordinatalar sistemasining boshi massivning yer sathi sirtida, ishlanma ko'ndalang kesimining simmetriya markazida joylashgan. Bo'ylama Oz o'qi esa ishlanmaning simmetriya o'qi bo'ylab pastga yo'naltirilgan. Bundan tashqari ishlanmaning ko'ndalang kesimi qat'iy ravishda doiraviy, ishlanmaning o'zi esa qat'iy ravishda vertical deb hisoblanadi.

Ushbu mulj hazalar asosida hamda foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatida keltirilgan tadqiqotlar natijalaridan foydalangan holda masalaning matemati modelini qurish mumkin, ya'ni chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishda bo'ladilar:

$$\begin{aligned}
0 \leq z \leq l \text{ bo'lib } r = a \text{ bo'lganda } \sigma_{rr}(r, z) &= 0; \\
0 \leq z \leq l \text{ bo'lib } r = b \text{ bo'lganda } \sigma_{rr}(r, z) &= \sigma_p^0; \\
l \leq z \leq \infty \text{ bo'lib } r = b \text{ bo'lganda } \sigma(r, z) &= 0; \\
r \rightarrow \infty \text{ hamda, } r \rightarrow \infty \text{ bo'lganda } \sigma_{rr}(r, z) &= 0.
\end{aligned} \tag{3.3.1}$$

bu yerda σ_p^0 tog' jinsining chozilishga mustahkamlik chegarasi; a – ishlanma radiusi; l – ishlanma uzunligi; b – strukturasi buzilgan tog' jinslari zonasining radiusi.

Masalani yechish uchun (2.2.1) tenglamalarni (3.1.1) chegaraviy shartlarda integrallash kerak bo'ladi. Buning uchun almashtirishlardagi umumiy yechimlardan, ya'ni (2.2.6) yechimlardan va ko'chishlar uchun (2.2.9) hamda kuchlanishlar uchun (2.2.10) ifodalardan foydalanamiz. Buning uchun radial yo'nalishda $r = b$ bo'lgandagi normal $\sigma_{rr}(z) = \sigma_{rr}(b, z)$ kuchlanishni (3.1.2) ko'rinishda tasvirlaymiz. Bu yerda faqat σ^0 kuchlanish o'rniga tog' jinslarining mustahkamlik chegarasi σ_r^0 ni olish kerak, ya'ni

$$\sigma_{rr}^0(r, z)|_{r=b} = -\frac{\pi \sin \alpha l}{2\alpha} \sigma_r^0 \tag{3.3.2}$$

bu yerda

$$\sigma_{rr}^0(r, z)|_{r=b} = -\int_0^{\infty} \cos \alpha z \sigma_{rr}^0(b, \alpha) d\alpha, \tag{3.3.3}$$

Endi (3.3.1) chegaraviy shartlarga $\sigma_{rr}^0(r, \alpha)$ – kuchlanishning ifodasini qo'yamiz. Uncha murakkab bo'lmagan matematik amallardan keyin A va B o'zgarmaslarga nisbatan algebraic tenglamalar sistemasini olamiz. Hosil qilingan sistemaning determinantini $w_1(\alpha, a, b)$ orqali belgilab olib $A(\alpha)$ va $B(\alpha)$ lar uchun quyidagi ifodalarga ega bo'lamiz

$$A = -\frac{W^A(\alpha a)}{W_1(\alpha, a, b)} b \sigma_{rr}^0(b, \alpha); \quad B = -\frac{W^B(\alpha a)}{W_1(\alpha, a, b)} b \sigma_{rr}^0(b, \alpha); \tag{3.3.4}$$

bu yerda

$$\begin{aligned}
W^A(\alpha a) &= K_1(\alpha a) - \alpha a K_0(\alpha a); \\
W^B(\alpha a) &= K_1(\alpha a) [\alpha^2 a^2 + 2(1-\nu)] - \alpha a K_0(\alpha a)
\end{aligned}
\tag{3.3.5}$$

Topilgan (3.3.4) qiymatlarni ko'chishlar uchun (2.2.9) va nolga teng bo'lmagan kuchlanishlar uchun (2.2.10) formulalarga qo'yib, ular uchun almashtirishlardagi formulalarga ega bo'lamiz. Hosil qilingan ifodalarda $\sigma_{rr}^0(b, \alpha)$ o'rniga uning (3.3.2) qiymatini qo'yamiz. Undan keyin kuchlanishlar va ko'chishlarni almashtirish formulalariga muvofiq ularning ikkala tomonlarini ham $\sin \alpha z$ yoki $\cos \alpha z$ ga ko'paytirib hamda α bo'yicha noldan cheksizlikkacha integrallab ko'chishlar va kuchlanishlar uchun oxirgi, natijaviy formulalarga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned}
U_r(r, z) &= \frac{\pi b}{4\mu} \sigma_r^0 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l \cos \alpha z}{\alpha W_1(\alpha, a, b)} \times \\
&\times [W^B(\alpha a) K_1(\alpha r) + W^A(\alpha a) [2(1-\nu) K_1(\alpha r) + \alpha r K_0(\alpha r)]] d\alpha \\
U_z(r, z) &= \frac{-\pi b}{4\mu} \sigma_r^0 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l \sin \alpha z}{\alpha W_1(\alpha, a, b)} \times \\
&\times \{W^B(\alpha a) \cdot K_0(\alpha r) - W^A(\alpha a) [2(1-\nu) K_0(\alpha r) + \alpha r K_1(\alpha r)]\} d\alpha.
\end{aligned}
\tag{3.3.6}$$

Xuddi shunday

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}(r, z) &= \frac{\pi b}{2r} \sigma_r^0 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l \cdot \cos \alpha z}{\alpha W_1(\alpha, a, b)} [W^A(\alpha r) W^B(\alpha a) - W^B(\alpha r) W^A(\alpha a)] d\alpha, \\
\sigma_{\theta\theta}(r, z) &= \frac{-\pi b}{2r} \sigma_r^0 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l \cos \alpha z}{\alpha W_1(\alpha, a, b)} \times \\
&\times \{[(1+2\nu)\alpha r K_0(\alpha r) - 2(1-\nu) K_1(\alpha r)] W^A(\alpha a) + K_1(\alpha r) W^B(\alpha a)\} d\alpha, \\
\sigma_{zz}(r, z) &= \frac{\pi b}{2} \sigma_r^0 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l \cos \alpha z}{\alpha W_1(\alpha, a, b)} \times \\
&\times \{[\alpha^2 r K_1(\alpha r) - 2\alpha K_0(\alpha r)] W^A(\alpha a) + \alpha K_0(\alpha r) W^B(\alpha a)\} d\alpha, \\
\sigma_{rz}(r, z) &= -\frac{\pi b}{2} \sigma_r^0 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha l \sin \alpha z}{\alpha W_1(\alpha, a, b)} [\alpha^2 r K_0(\alpha r) W^A(\alpha a) + \alpha K_1(\alpha r) W^B(\alpha a)] d\alpha.
\end{aligned}
\tag{3.3.7}$$

Olingan formulalar silindrik bo'shliq atrofidagi tog' jinslari massivining kuchlangan deformatsiyalangan holatini hisoblashga imkon beradi.

3.4 Mustahkamlanmagan ishlanmali qatlamning kuchlangan-deformatsiyalangan holatini hisoblash algoritmi va programmasi

Bundan oldingi paragrafda keltirib chiqarilgan (3.3.7) formulalar bilan σ_{rr} , σ_{zz} kuchlanishlar hisoblandi. Mos hisob algoritmi va programmasi quyida keltirilgan.

```
>with (linalg): l:=50; nu:=0.2; S0:=1000; S02:=5000; S03:=7000; y:=1; a:=1;
b:=1.5;
pi:=3.14159; mu:=32000000;Z:=10;
K0:=sqrt(pi/(2*y))*exp(-y)*(1-1/(8*y)): K0b:=sqrt(pi/(2*y*b/a))*exp(-
y*b/a)*(1-1/(8*b*y/a)): K00:=sqrt(pi/(2*y*r/a))*exp(-y*r/a)*(1-1/(8*r*y/a)):
K1:=sqrt(pi/(2*y))*exp(-y)*(1+3/(8*y)): K1b:=sqrt(pi/(2*y*b/a))*exp(-
y*b/a)*(1+3/(8*b*y/a)):
K11:=sqrt(pi/(2*R*y/a))*exp(-y*r/a)*(1+3/(8*r*y/a)):
Wab:=(y/a)^2*(a^2-b^2)*K1*K1b-(y/a)*(1-2*nu)*(b*K0b*K1-a*K0*K1b)-
(y/a)^3*a*b*(a*K1*K0b-b*K1b*K0): Wa:=K1-y*K0:
Wb:=K1*(y^2+2*(1-nu))-y*K0: Wa1:=K11-y*r*K00/a:
Wb1:=K11*(y^2*r^2/a^2+2*(1-nu))-y*r*K00/a:
srr1:=((b*0.5*pi*S0)/(2*r))*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)*(Wa1*Wb-Wb1*Wa)/(y*Wab/a):
srr2:=((b*0.5*pi*S02)/(2*r))*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)*(Wa1*Wb-
Wb1*Wa)/(y*Wab/a):
srr3:=((b*0.5*pi*S03)/(2*r))*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)*(Wa1*Wb-
Wb1*Wa)/(y*Wab/a):
plot([srr1,srr2,srr3], r=1..12, color=[red,blue,black], style=[line,line]);
szz1:=b*0.5*pi*S0*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)/(y*Wab/a)*(((y/a)^2*r*K11-
2*y*K00/a)*Wa+y*K00*Wa/a):
szz2:=b*0.5*pi*S02*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)/(y*Wab/a)*(((y/a)^2*r*K11-
2*y*K00/a)*Wa+y*K00*Wa/a):
szz3:=b*0.5*pi*S03*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)/(y*Wab/a)*(((y/a)^2*r*K11-
2*y*K00/a)*Wa+y*K00*Wa/a):
```

```

plot([szz1,szz2,szz3], r=1..12, color=[red,blue,black], style=[line,line]);
Ur1:=pi*b*S0/(4*mu)*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)*(Wb*K11+Wa*(2*(1-
nu)*K11+y*r/a*K00))/(y*Wab/a):
Ur2:=pi*b*S02/(4*mu)*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)*(Wb*K11+Wa*(2*(1-
nu)*K11+y*r/a*K00))/(y*Wab/a):
Ur3:=pi*b*S03/(4*mu)*sin(y*l/a)*cos(y*Z/a)*(Wb*K11+Wa*(2*(1-
nu)*K11+y*r/a*K00))/(y*Wab/a):
plot([Ur1,Ur2,Ur3], r=1..12,
color=[red,blue,black], style=[line,line]);
Uz1:=-
pi*b*S0/(4*mu)*sin(y*l/a)*sin(y*Z/a)*(Wb*K00-Wa*(2*(1-
nu)*K00+y*r/a*K11))/(y*Wab/a):
Uz2:=-
pi*b*S02/(4*mu)*sin(y*l/a)*sin(y*Z/a)*(Wb*K00-Wa*(2*(1-
nu)*K00+y*r/a*K11))/(y*Wab/a):
Uz3:=-
pi*b*S03/(4*mu)*sin(y*l/a)*sin(y*Z/a)*(Wb*K00-Wa*(2*(1-
nu)*K00+y*r/a*K11))/(y*Wab/a):
plot([Uz1,Uz2,Uz3], r=1..12,
color=[red,blue,black], style=[line,line]);

```

```

with (linalg): l:=50; nu:=0.2; S0:=10000; S02:=20000; S03:=30000;

```

```

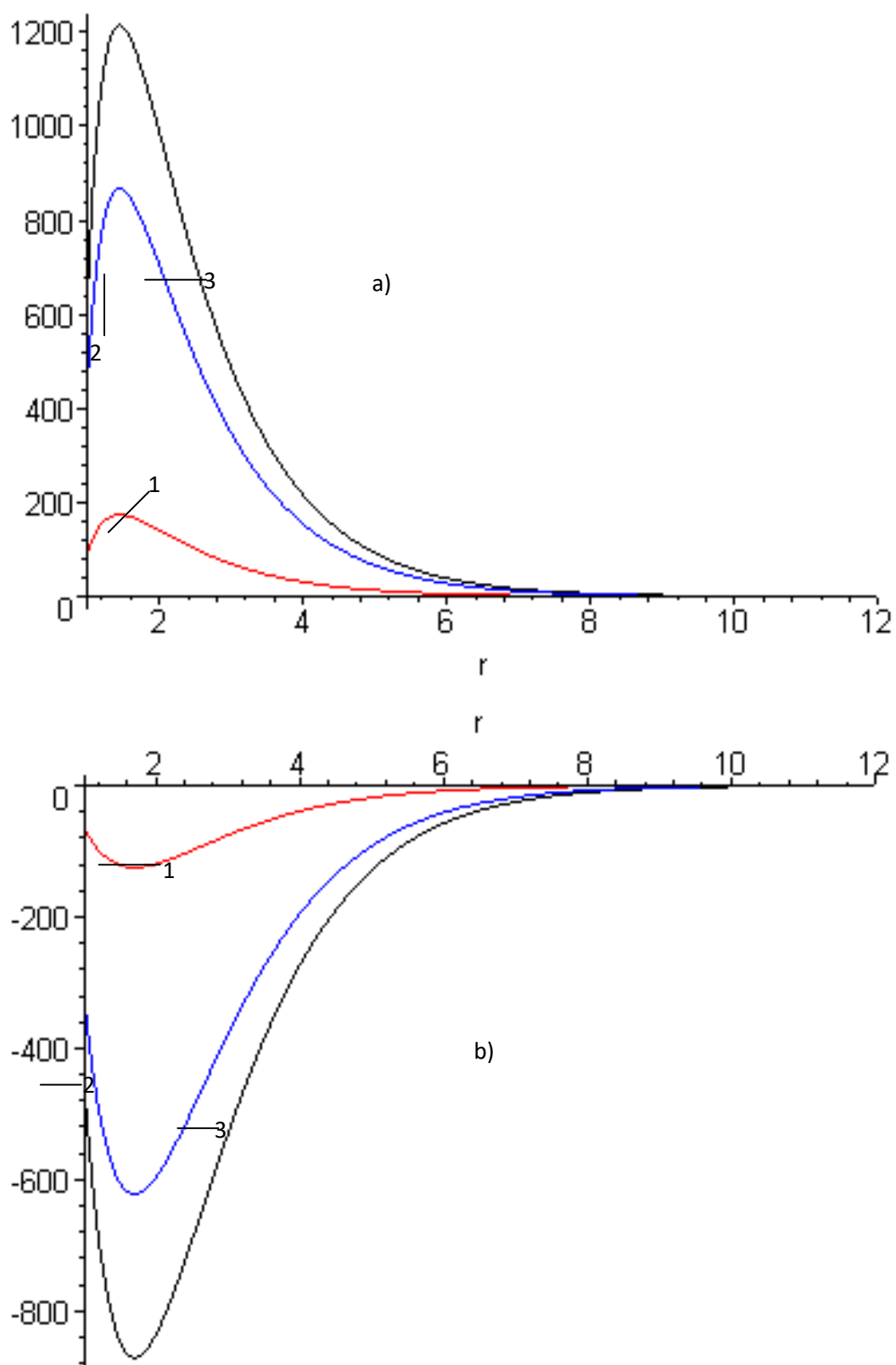
y:=1; a:=1;

```

```

pi:=3.14159; mu:=32000000;Z:=10; R:=1.5;

```



3-chizma. σ_{rr} -(a) va σ_{zz} -(b) kuchlanishlarning radial koordinatadan bog'liq o'zgarishlari.
 σ_p^0 ning 10^3 -«1»; $5 \cdot 10^3$ -«2»; $7 \cdot 10^3$ -«3» qiymatlari uchun.

Hisoblashlar uchun asosiy parametrlarning quyidagi qiymatlari qabul qilingan:
 $l=50$; $\nu=0,2$; $m=32 \cdot 10^6$. Olingan natijalar 3 a), b) chizmalarda keltirilgan.

Ushbu chizmalarda $\sigma_{rr}(r,z), \sigma_{zz}(r,z)$ kuchlanishlarning, tog' jinslari mustahkamlik chegarasi σ_r^0 ning mos ravishda $10^3; 5 \cdot 10^3; 7 \cdot 10^3$ larga teng qiymatlari uchun, radial koordinatadan bog'liq o'zgarishlari keltirilgan. Olingan natijalar quyidagi xulosalarni qilishga imkon beradi:

- σ_r^0 ning qiymatlaridan qat'i nazar $\sigma_{rr}(r,z), \sigma_{zz}(r,z)$ kuchlanishlar sonuvchi xarakterga ega. Ushbu kuchlanishlar qo'zg'olishlari σ_r^0 ning qiymatlaridan bog'liq bo'lmagan holda $r \geq 6 \div 8$; bo'lgan qiymatlar uchun so'nadi;

- tog' jinslarining emirilish chegarasida σ_{zz} kuchlanish o'zining maksimal qiymatiga erishadi, keyinchalik juda tik pasayish zonasi keladi va uning uzunligi r bo'yicha 2 dan 8 gacha davom etadi;

- hamma kuchlanishlar qo'zg'olishlari strukturasi buzilgan tog' jinslari zonasining radiusi- b ning $1,4 \leq b \leq 1,6$ oraliqdagi qiymatlarida stabillashadilar. Bundan korinadiki, agar $\alpha = 1$ ekanligini hisobga olsak, xavfli zonaning chegarasi 0,4 dan 0,6 gacha bo'ladi, ya'ni emirilgan yoki strukturasi buzilgan tog' jinslari zonasining qalinligi 0,4 metrdan 0,6 metrgacha bo'ladi.

ASOSIY XULOSALAR

Dissertatsiya ishining asosiy xulosalari quyidagilardan iborat:

- chuqur silindrik ishlanma o'tkazilgan yarim fazoning deformatsiyasi haqidagi uch o'lchovli masaladan kelib chiqqan holda doiraviy ko'ndalang kesimli vertical tog' ishlanmasi atrofidagi tog' jinslari massivining kuchlangan-deformatsiyalangan holati haqidagi masalaning modifitsirlangan Bessel funksiyalari orqali umumiy yechimi topildi;

- devorlari mustahkamlangan va mustahkamlanmagan ishlanmali yarim fazoning deformatsiyasi haqida amaliy masalalar qoyildi va yechildi;

- kuchlanishlar qo'zg'olishlari nisbatan juda tez so'nadilar. Radial koordinataning $r \geq 6$ qiymatlaridan boshlab bu qo'zg'olishlarni hisobga olmaslik mumkin;

- radial koordinata o'zgarishlarining $1 \leq r \leq 2,2$ oralig'ida kuchlanishlarning sakrab o'zgarishlari kuzatiladi. Bunda σ^u ning qiymati qancha katta bo'lsa uning ta'siri shuncha uzoqqa ketadi;

- radial kuchlanishlar ham, bo'ylama kuchlanishlar ham manfiylar. Radial kuchlanishlar holida bu narsa kuchlanishlar radial koordinata yo'nalishiga teskari yo'nalganligini, ya'ni ishlanmaning ichki tomoniga yo'nalganligini ko'rsatadi. Bo'tlama kuchlanishlar holida esa ularning siquvchi ekanliklarini ko'rsatadi. Hisoblashlarning bunday natijasi masalaning fizik mohiyatiga to'liq mos keladi;

- σ_r^u ning qiymatlaridan qat'i nazar $\sigma_{rr}(r, z), \sigma_{zz}(r, z)$ kuchlanishlar sonuvchi xarakterga ega. Ushbu kuchlanishlar qo'zg'olishlari σ_r^u ning qiymatlaridan bog'liq bo'lmagan holda $r \geq 6 \div 8$; bo'lgan qiymatlar uchun so'nadi;

- tog' jinslarining emirilish chegarasida σ_{zz} kuchlanish o'zining maksimal qiymatiga erishadi, keyinchalik juda tik pasayish zonasi keladi va uning uzunligi r bo'yicha 2 dan 8 gacha davom etadi;

- hamma kuchlanishlar qo'zg'olishlari strukturasi buzilgan tog' jinslari zonasining radiusi- b ning $1,4 \leq b \leq 1,6$ oraliqdagi qiymatlarida stabillashadilar.

Bundan korinadiki, agar $\alpha = 1$ ekanligini hisobga olsak, xavfli zonaning chegarasi 0,4 dan 0,6 gacha bo'ladi, ya'ni emirilgan yoki strukturasi buzilgan tog' jinslari zonasining qalinligi 0,4 metrdan 0,6 metrgacha bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Динник А.Н., Моргаевсей А.Б., Савин Г.Н. Распределение напряжений вокруг подземных горных выработок//Труды совещания по управлению горным давлением. - М.: Академиздат, 1938 г.
2. Руппенейт К.В. Деформируемость массивов трещиноватых горных пород.- М.: Недра, 1975. - 223 с.
3. Руппенейт К.В. О давлении на крепь в штрекообразных выработках // Вопросы горного дела, № 10, 1953 г.
4. Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Шилкин П.И. Конструирование и расчет набрызгбетонной крепи.- М.: Недра, 1984.
5. Ержанов Ж.С., Сагинов А.С., Векслер Ю.А. Расчет устойчивости горных выработок, подверженных большим деформациям.- Алма-Ата: Наука Казахстана, 1973. - 176 с.
6. Гузь А.Н. Основы теории устойчивости горных выработок.- Киев: Наук. думка, 1977. -244с.
7. Булычев Н.С. Механика подземных сооружений.- М.: Недра, 1982. - 272 с.
8. Булычев Н.С., Абрамсон Х.И. Крепь вертикальных стволов шахт.- М.: Недра, 1978.- 191 с.
9. Булычев Н.С., Амусин Б.З., Оловянный А.Г. Расчет крепи капитальных горных выработок.- М.: Недра, 1974.- 320 с.
- 10.Глушко В.Т., Долинина Н.Н., Розовский М.И. Устойчивость горных выработок. – Киев: Наук. думка, 1973. - 193с.
11. Каспарьян Э.В. Устойчивость горных выработок в скальных породах. – Л.: Изд-во Наука, 1985, - 183 с.
12. Ерофеев Н.П. Прогнозирование устойчивости горных выработок.- Алма-Ата: Наука Казахстана, 1977. - 80 с.
13. Teresawa K. On the elastic equilibrium of semi-infinite solid under given boundary conditions with same applications// J. Of college of sci. Tokyo. Imp.Univ.- 1976.v.337, N7.pp.16-31.

14. Лабасс А. Давление горных пород в угольных шахтах// В кн. Вопросы теории горного давления.- М.: Недра, 1961. С.59-164.
15. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек// Итоги науки и техники. Сер. Механика деформ. Твердых тел. – Т. 5 – М.: ВИНТИ, 1973. – 272с.
16. Айталиев Ш.М., Алдамжаров. и другие Реология и сейсмомеханика породного массива.- Алма-Ата: Изд-во Наука Казахстана, 1984,-198 с.
17. Феннер Р. Исследование горного давления//В кн. Вопросы теории горного давления.- М.: 1961. - С.5-58.
18. Markus Stefan. The mechanics of cylindrical shells.-Amsterdam: «Elsevier», 1988.-195p.
19. Ляв А. Математическая теория упругости. – М. – Л.: ОНТИ, 1935. – 674с.
20. Петрашень Г.И. Проблемы инженерной теории колебаний вырожденных систем // Исследования по упругости и пластичности.- Л.:»Изд-во ЛГУ», 2006. №4.-С. 23-51.
21. Худойназаров Х.Х. Нестационарное взаимодействие круговых цилиндрических упругих и вязкоупругих оболочек и стержней с деформируемой средой. – Ташкент: «Изд-во им. Абу Али ибн Сино», 2003.- 325с.
22. Huang H. Interaction of acoustic shock waves with a cylindrical elastic shell immersed near a hard surface// Wave Motion, 2001, 3, № 5.- pp. 269 – 278.
23. Khudaynazarov Kh., Yalgashev B.F. Axisymmetrical oscillations of cyclic cylindrical laer with the viscous compressible liquid // Materials of the international conference dedicated to M.A.Lavrentyev on the occasion of his birthday centenary. Ukraine, Kiev, 31 oktober-3 november 2000.
24. Xolmurodov R.I., Xudoynazarov X.X. Elastiklik nazariyasi. – Tashkent: «FAN», 2003. – ч.I. – 159с, ч.II. – 163с.