

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**

MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

“MEXANIKA” KAFEDRASI

HAKIMOV RUSTAM QO'CHQOROVICH

**BALKA EGILISHINI BOSHLANG'ICH PARAMETRLAR USULI
YORDAMIDA HISOBLASH**

“5440200-mexanika” ta'lim yo'nalishi bo'yicha
bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar

ass. Burqutboyev Sh.M.

2014 yil “__” _____

Bitiruv malakaviy ishi “Mexanika” kafedrasida bajarildi.

Kafedraning 2014 yil “__” maydagi majlisida muhokama qilindi va himoyaga
tavsiya etildi (10-bayonnoma)

Fakultet dekani

prof. Soleev A.S.

Kafedra mudiri

dots. Berdiyev Sh.D.

Bitiruv malakaviy ishi YaDAKning 2014 yil “__” iyundagi majlisida himoya
qilindi va _____ball bilan baholandi. (____-bayonnoma)

YaDAK raisi: _____

A'zolari: _____

Samarqand 2014

MUNDARIJA

KIRISH.....	3
1-BOB. BALKA EGILISHINING KLASSIK TENGLAMASI VA UNGA DOIR SODDA MASALALAR.....	5
1.1. Balkaning egilish tenglamasi.....	5
1.2. Balkaning tekis taqsimlangan kuch ta'sirida egilishi.....	8
1.3. Aylanuvchi valning kritik burchak tezligini aniqlash.....	12
2-BOB. BALKA HISOBIDA BOSHLANG'ICH PARAMETRLAR USULI	15
2.1. Boshlang'ich parametrlar usulining qo'llanilish asoslari.....	15
2.2. Tashqi kuch ta'sirida balka egilishini Maple dasturi yordamida hisoblash.....	21
XULOSA.....	29
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.....	30

KIRISH

Masalaning qo'yilishi. Maskur bitiruv malakaviy ishida balkalarning turli tashqi kuchlar ta'sirida egilishi haqidagi muammolarni, ularni yechish usullarini zamonaviy dasturlar yordamida qo'llab yechish hamda tahlil qilish masalasi qo'yilgan.

Mavzuning dolzarbligi. Balkalar juda ko'p va xilma-xil muhandislik qurilmalarining tarkibiy qismlarini tashkil etadilar. Bundan tashqari ko'plab mashina va mexanizmlarning elementlaridir. Ular turli xil tashqi ta'sirlar ostida bo'lib, kesimlarida murakkab zo'riqishlar vujudga keladi. Balkalardagi bunday holatlarni aniqlash masalasi deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasining dolzarb masalalaridan biridir. Shu sababli bitiruv malakaviy ishida o'rganilgan masala dolzarb masalalar qatoriga kiradi.

Ishning maqsadi va vazifalari. Bitiruv malakaviy ishini bajarishda balkaning egilish tenglamasini yechishga boshlang'ich parametrlar usuli qo'llashni o'rganish maqsad qilib belgilangan va balka egilishi haqidagi masalalarni shu usul bilan Maple dasturini tadbiiq etgan holda o'rganish vazifasi qo'yilgan.

Ishning ilmiy tadqiqot usuli. Ishni bajarishda differensial va integral hisob usullaridan foydalanilgan. To'rtinchi tartibli differensial tenglamani ifodalovchi to'rtta birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasining matritsa ko'rinishi va boshlang'ich parametrlar usuli hamda Maple dasturi masalalar yechishga qo'llanilgan.

Ishning ilmiy ahamiyati. Olingan natijalarni plastinka va qobiqlarning tashqi kuch ta'sirida deformatsiyalanishini organishga tadbiiq etib rivojlantirish mumkin.

Ishning amaliy ahamiyati. Olingan natijalarni mashinasozlik, aviatsiya, qurulish kabi ko'pgina sohalardagi qurulma va inshootlarni loyihalashtirish, hamda ularni hisoblash ishlariga tadbiiq etish mumkin.

Ishning tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi 30 betdan iborat. U kirish, ikkita bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan tashkil topgan.

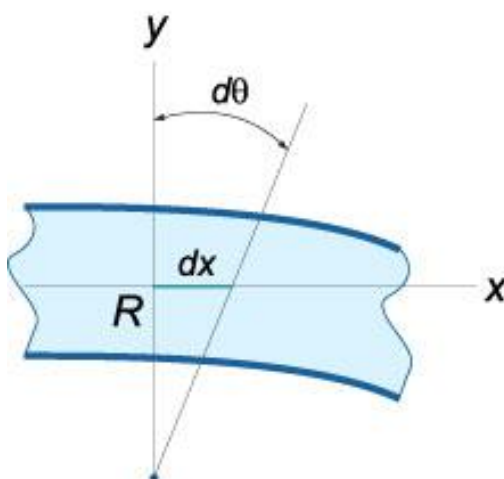
Olingan natijalarning qisqacha mazmuni. Ishda asosiy tushunchalar va balkaning egilish tenglamasi klassik holda keltirib chiqarilgan. Bu tenglama yordamida sodda masalalar yechilgan. Shundan so'ng turli kuchlar ta'sirida balkaning egilish tenglamasi keltirilgan. Bu tenglama boshlang'ich parametrlar usuli bilan Maple dasturi tadbiq etilib yechilgan. Olingan natijalar egilish, burilish burchagi, moment va qirquvchi kuchlarning grafiklari ko'rinishida keltirilgan. Bu grafiklar asosida balkaning tashqi kuch ta'sirida deformatsiyalanish holati tahlil qilingan. Sodda masalalar yordamida boshlang'ich parametrlar usulining va tuzilgan dasturning to'g'ri ishlashi tekshirilgan

1-BOB. BALKA EGILISHINING KLASSIK TENGLAMASI VA UNGA DOIR SODDA MASALALAR

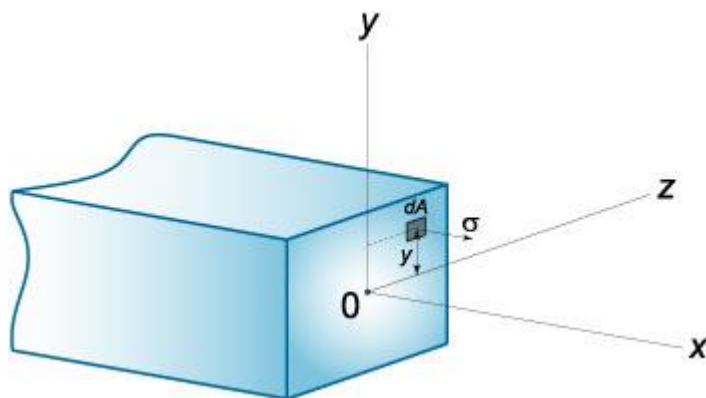
1.1. Balkaning egilish tenglamasi

Balka deb tashqi kuch ta'sirida egilishga ishlaydigan bir o'lchami qolgan ikki o'lchamidan yetarlicha kichik bo'lgan konstruksiya elementiga aytiladi. Balkaning kichik egilishlarini 4-tartibli chiziqli differensial tenglama orqali ifodalash mumkin.

Shu tenglamani keltirib chiqaramiz. Balkaning egilishida uning deformatsiyalanishidan oldin bir-biridan dx masofada yotuvchi ikkita qo'shni kesimlari $d\theta$ burchak tashkil qilsin (1.1-chizma).



1.1.-chizma



1.2-chizma

Bunda ε deformatsiy har bir nuqtada neytral o'qqa nisbatan hisoblaganda y koordinataga proporsional bo'ladi. Neytral o'qning uzunligi o'zgarmas deb hisoblaymiz.

1.1-chizmaga ko'ra quyidagi munosabat o'rinli bo'ladi

$$\varepsilon = \frac{y}{R} \quad (1.1)$$

bu yerda R – balkaning egrilik radiusi.

Kesimdagi normal kuchlanish σ ham y koordinatadan bog'liq bo'ladi. Guk qonuniga ko'ra

$$\sigma = \varepsilon E = \frac{E}{R} y, \quad (1.2)$$

bu yerda E – balkaning elastiklik moduli.

Berilgan kesim uchun Oz o'qqa nisbatan eguvchi moment $M(x)$ esa quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi

$$M(x) = M_z = \int_A \sigma y dA = \frac{E}{R} \int_A y^2 dA = \frac{E}{R} I,$$

bu yerda I – ko'ndalang kesimning Oz neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti (1.2-chizma). Bundan balka egrilik radiusi uchun quyidagi ifodaga ega bo'lamiz

$$R = \frac{EI}{M(x)}.$$

Ma'lumki egrilik radiusi

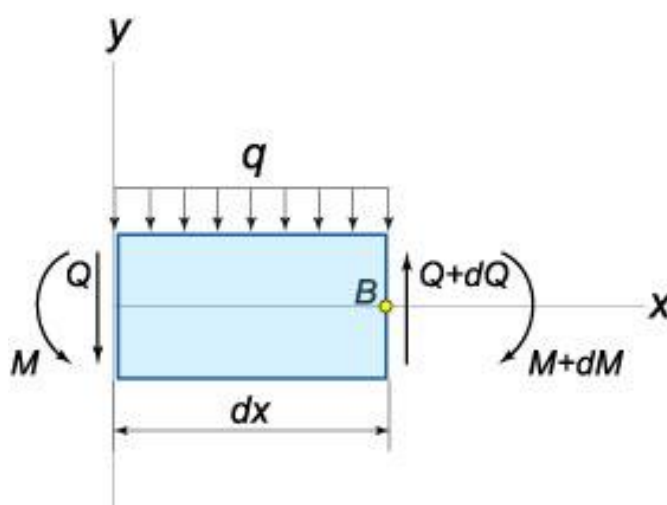
$$R = \frac{[1 + (y')^2]^{\frac{3}{2}}}{y''}$$

Balka egilishini yetarlicha kichik deb hisoblasak y' hosilaning kvadrati yetarli darajada kichik miqdor bo'ladi yuqoridagi ifodada shu hadni hisobga olmaslik

mumkin. U holda elastik chiziqning differensial tenglamasini quyidagicha yozish mumkin

$$y'' = \frac{M(x)}{EI} \text{ yoki } \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}. \quad (1.3)$$

$M(x)$ eguvchi momentni bizga ma'lum bo'lgan balkaga ta'sir etuvchi $q(x)$ tashqi kuch orqali ifodalash mumkin. Haqiqatan ham, dx kichik elementni ajratib olamiz va uning muvozanat shartini qaraymiz (1.3-chizma).



1.3-chizma

Barcha kuchlarning Oy o'qqa nisbatan proyeksiyalari nolga teng:

$$-Q - qdx + Q + dQ = 0.$$

Barcha kuch momentlarining dx element o'ng tomonidagi B nuqtaga nisbatan momentlari yig'indisi nolga teng:

$$-M + M + dM - Qdx - q \frac{(dx)^2}{2} = 0.$$

Bundan quyidagi munosabat kelib chiqadi

$$\begin{cases} \frac{dQ}{dx} = q \\ \frac{dM}{dx} = Q \end{cases} \text{ yoki } \frac{d^2 M}{dx^2} = q. \quad (1.4)$$

(1.4) da (1.3) ni hisobga olsak balkaning egilish tenglamasiga ega bo'lamiz

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right] = q. \quad (1.5)$$

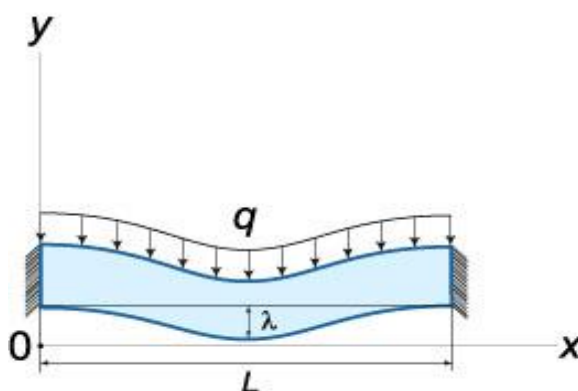
Bu tenglama balka egilishi uchun Eyler-Bernulli differensial tenglamasi deb ataladi. E va I miqdorlar Ox o'q bo'ylab o'zgarmas bo'lgan holda quyidagi to'rtinchi tartibli differensial tenglamani olamiz

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q. \quad (1.6)$$

Bu tenglama chegaraviy shartlar berilgan holda tashqi yuk ta'sirida bir jinsli ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan balkaning egilishini ifodalaydi.

1.2. Balkaning tekis taqsimlangan kuch ta'sirida egilishi

Ikki uchi ham qattiq mahkamlangan balkaning tekis taqsimlangan kuch ta'sirida egilishini qaraymiz (1.4-chizma).



1.4-chizma

Balkaning uzunligi L va unga ta'sir etuvchi kuch q gat eng bo'lsin. Elastiklik moduli E va inersiya moment I ni ma'lum deb hisoblaymiz.

Balkaning egilish tenglamasini quyidagicha olamiz

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -q.$$

Bunda q ning oldidagi “minus” isjorasi kuchning Oy o’qqa nisbatan qarama-qarshi yo’nalishda vertikal pastga yo’nalganligini bildiradi.

Balka uchlari qattiq mahkamlanganda quyidagi chegaraviy shartlar o’rinli bo’ladi

$$y(x=0) = 0, \quad y(x=L) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(x=0) = 0, \quad \frac{dy}{dx}(x=L) = 0.$$

Differensial tenglamani ketma-ket integrallab $y(x)$ funksiyani topamiz

$$\begin{aligned} \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{-qx}{EI} + C_1, \quad &\Rightarrow \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-qx^2}{2EI} + C_1 x + C_2, \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{-qx^3}{6EI} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3, \\ \Rightarrow y(x) = \frac{-qx^4}{24EI} + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4. \end{aligned}$$

Chegaraviya shartlardan integrallash o’zgarmaslarini topamiz

$$y(x=0) = 0 \text{ va } dy/dx(x=0) = 0$$

shartdan $C_3 = C_4 = 0$ ekanligi kelib chiqadi. Qolgan ikki chegaraviy shartlardan esa C_1 va C_2 larga nisbatan tenglamalarga ega bo’lamiz

$$\begin{cases} \frac{-qL^4}{24EI} + \frac{C_1 L^3}{6} + \frac{C_2 L^2}{2} = 0 \\ \frac{-qL^3}{6EI} + \frac{C_1 L^2}{2} + C_2 L = 0 \end{cases}.$$

Uni yechib C_1 va C_2 koefitsiyentlarni topamiz

$$\begin{cases} \frac{-qL^4}{24EI} + \frac{C_1 L^3}{6} + \frac{C_2 L^2}{2} = 0 \\ \frac{-qL^3}{6EI} + \frac{C_1 L^2}{2} + C_2 L = 0 \end{cases} \begin{vmatrix} \frac{24}{L^2} \\ \frac{6}{L} \end{vmatrix}, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \frac{-qL^2}{EI} + 4C_1 L + 12C_2 = 0 \\ \frac{-2qL^2}{EI} + 6C_1 L + 12C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{qL}{2EI} \\ C_2 = \frac{-qL^2}{12EI} \end{cases}.$$

Shunday qilib q tekis taqsimlangan kuch ta'sirida egilishi quyidagi funksiya ifodalaydi

$$y(x) = \frac{-qx^4}{24EI} + \frac{qLx^3}{12EI} - \frac{qL^2x^2}{24EI} = \frac{-qx^2}{24EI} (x^2 - 2Lx + L^2) = \frac{-qx^2}{24EI} (x - L)^2. \quad (1.7)$$

Balkaning eng katta egilishi λ ni aniqlash uchun $f(x) = x^2(x - L)^2$ funksiyani ekstremumga tekshiramiz. Bu funksiyaning hosilasini topamiz va uni nolga tenglashtiramiz

$$f'(x) = [x^2(x - L)^2]' = 2x(x - L)^2 + 2x^2(x - L) = 2x(x - L)(x - L + x) = 2x(x - L)(2x - L) = 0.$$

Bundan berilgan funksiya $x = L/2$ nuqtada maksimumga erishishi kelib chiqadi.

Bu nuqtada funksiya

$$f\left(\frac{L}{2}\right) = \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left(-\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{L^4}{16}.$$

ga teng maksimum qiymatga erishishi kelib chiqadi.

U holda balka egilishining maksimal qiymati

$$\lambda = -\frac{q}{24EI} \cdot \frac{L^4}{16} = -\frac{qL^4}{384EI} \quad (1.8)$$

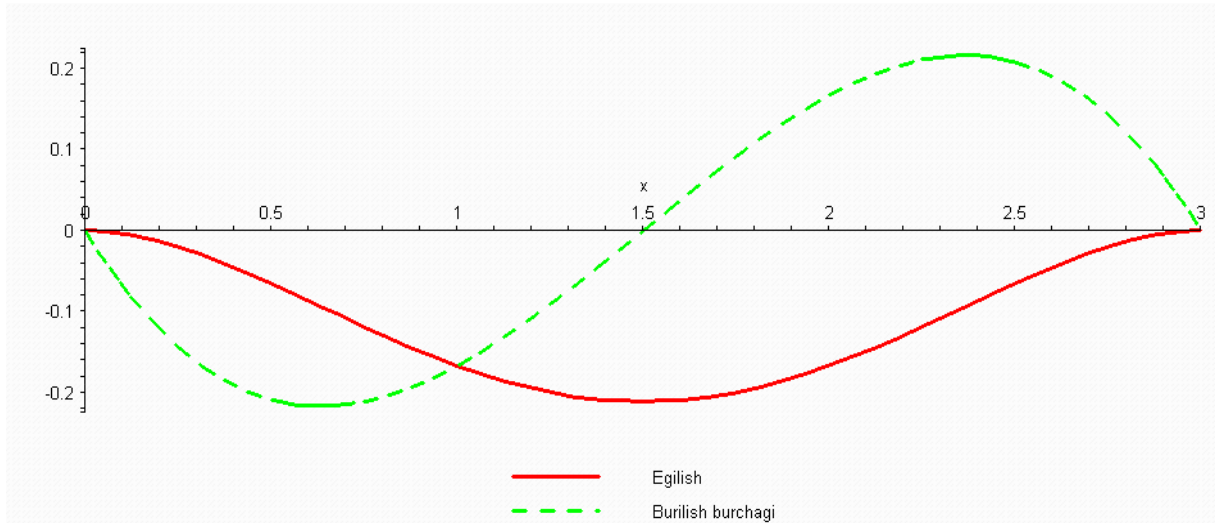
formuladan aniqlanadi.

Yuqoridagi natijadan ko'rinadiki, maksimal egilish balka uzunligining to'rtinchi darajasiga proporsional. Bunday kuchli bog'lanish bino va inshootlar konstruksiyalarida yetarli darajada chegaralanishlarga olib keladi.

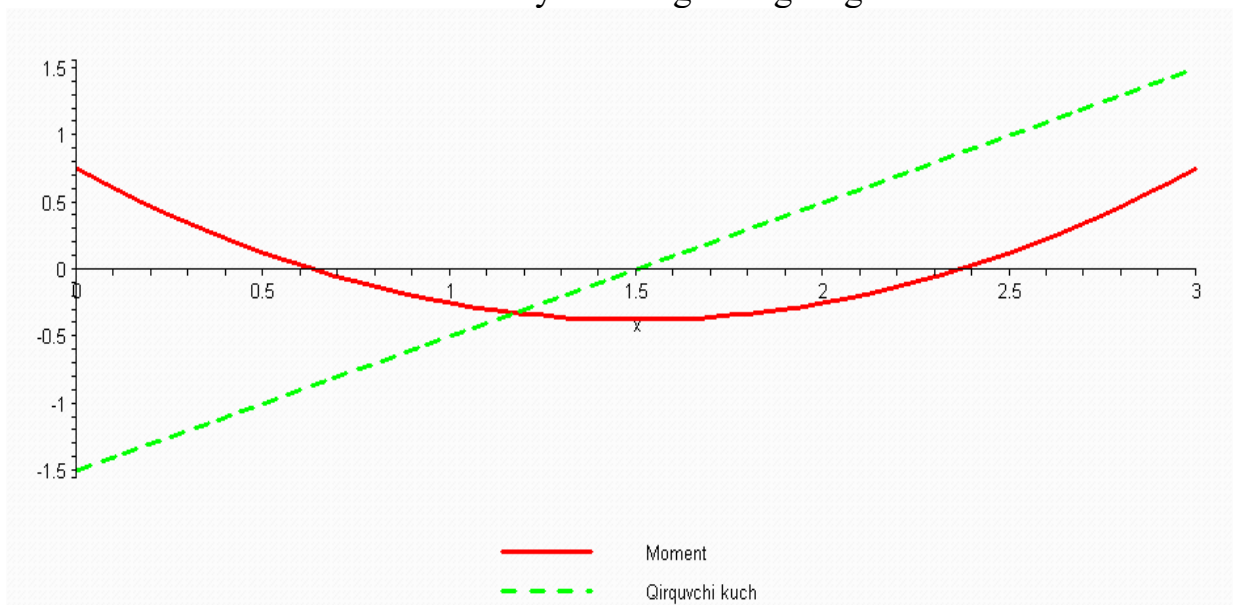
Olingan natijalarni yanada aniqroq tasavvur qilish uchun egilish, burilish burchagi, moment va qirquvchi kuchlarning grafiklarini Maple dasturi yordamida quramiz.

```
> restart: with(linalg):
E:=1; q:=1; K:=1; L:=3;
w:=-q*x^2/(24*E*K)*(x-L)^2;
lambda:=-q*L^4/(384*E*K);
theta:=diff(w,x);
M:=-E*K*diff(w,x,x);
```

```
Q:=diff(M,x);
plot([w,theta],x=0..3,linestyle=[1,3],thickness=2,legend=["Egili
sh","Burilish burchagi"]);
plot([M,Q],x=0..3,
linestyle=[1,3],thickness=2,legend=["Moment","Qirquvchi kuch"]);
```



1.5-chizma. O'zgarmas kuch ta'sirida balka egilishi va burilish burchagining uzunlik bo'yicha o'zgarish grafigi



1.5-chizma. O'zgarmas kuch ta'sirida balkada hosil bo'lgan moment va qirquvchi kuchning uzunlik bo'yicha o'zgarish grafigi

Grafiklardan ko'rinadiki, maksimal egilish yuqorida keltirilgani kabi balka markazida bo'ladi. Moment markaziy nuqta va chegaralarda katta qiymatlarga erishadi. Qirquvchi kuch esa chegaralarda maksimal qiymatlarni qabul qiladi.

1.3. Aylanuvchi valning kritik burchak tezligini aniqlash

Uzunligi L ga teng ω burchak tezlik bilan aylanuvchi yupqa valni qaraylik. Bu val burchak tezlik ω ning qanday qiymatida buzilishini aniqlaylik. Uning materiali elastiklik moduli E valning massasi M , ko'ndalang kesimining radiusi a ga teng bo'lsin.

Val aylanganda unga aylanish o'qiga nisbatan og'ish y ga proporsional bo'lgan markazdan qochuvchi kuch ta'sir etadi. Biror nuqtada deformatsiya oshganda shu nuqtada markazdan qochuvchi kuch ham oshadi. Bu esa valning yana egrilanishiga olib keladi. Bunday noustivorlik ma'lum chastotalarda yuzaga keladi va valning buzilishiga olib kelishi mumkin.

Bu masalani valning deformatsiyalanishini ifodalovchi differensial tenglama yordamida tadqiq etamiz

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = f,$$

bu yerda f markazdan qochuvchi kuchni bildiradi.

Valning dx elementiga

$$dF = \omega^2 y \frac{M}{L} dx.$$

ga teng markazdan qochuvchi kuch ta'sir etadi. Bunda $\frac{M}{L} dx$ elementning massasi, y – valning egilishi.

Natijada valning tebranish differensial tenglamasi

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{\omega^2 M}{L} y \text{ yoki } \frac{d^4 y}{dx^4} - \alpha^4 y = 0$$

ko'rinishni oladi, bu yerda $\alpha^4 = \frac{\omega^2 M}{EIL}$.

Yuqoridagi chiziqli differensial tenglamaga mos xarakteristik tenglama

$$s^4 - \alpha^4 = 0, \quad \Rightarrow (s^2 - \alpha^2)(s^2 + \alpha^2) = 0, \quad \Rightarrow (s - \alpha)(s + \alpha)(s^2 + \alpha^2) = 0.$$

Uning ildizlari

$$s_1 = \alpha, \quad s_2 = -\alpha, \quad s_3 = \alpha i, \quad s_4 = -\alpha i.$$

U holda differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y(x) = C_1 \exp(\alpha x) + C_2 \exp(-\alpha x) + C_3 \cos(\alpha x) + C_4 \sin(\alpha x).$$

C_i koeffitsiyentlar chegaraviy shartlardan topiladi. Bu holda val ikkita tayanchda turib aylanadi deb hisoblaymiz va chegaraviy shartlar quyidagicha bo'ladi:

- $x = 0$ va $x = L$ uchlarda valning egilishi nolga teng;
- $x = 0$ va $x = L$ nuqtalarda valning egriligi nolga teng.

Bundan

$$y(x=0) = 0, \quad y(x=L) = 0, \quad \frac{d^2 y}{dx^2}(x=0) = 0, \quad \frac{d^2 y}{dx^2}(x=L) = 0.$$

$y(x)$ funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasini topamiz:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= C_1 \alpha \exp(\alpha x) - C_2 \alpha \exp(-\alpha x) - C_3 \alpha \sin(\alpha x) + C_4 \alpha \cos(\alpha x), \\ \frac{d^2 y}{dx^2} &= C_1 \alpha^2 \exp(\alpha x) + C_2 \alpha^2 \exp(-\alpha x) - C_3 \alpha^2 \cos(\alpha x) - C_4 \alpha^2 \sin(\alpha x). \end{aligned}$$

y va $\frac{d^2 y}{dx^2}$ ni chegaraviy shartlarga olib borib qo'yamiz

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_3 = 0 \\ C_1 + C_2 - C_3 = 0 \\ C_1 \exp(\alpha L) + C_2 \exp(-\alpha L) + C_3 \cos(\alpha L) + C_4 \sin(\alpha L) = 0 \\ C_1 \exp(\alpha L) + C_2 \exp(-\alpha L) - C_3 \cos(\alpha L) - C_4 \sin(\alpha L) = 0 \end{cases}$$

Bu sistemaning yechimi

$$\begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 0 \\ C_3 = 0 \\ C_4 \sin(\alpha L) = 0 \end{cases}.$$

$C_4 = 0$ bo'lsa $y=0$ trivial yechimga ega bo'lamiz. Bu holda val deformatsiyalanmasdan qoladi. $C_4 \neq 0$ bo'lgan holda esa quyidagi shart o'rinli bo'lishi kerak

$$\sin(\alpha L) = 0 \text{ yoki } \alpha L = \pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Shuni aytib o'tamizki, n noldan katta, chunki $n=0$ bo'lganda yana $y = 0$ trivial yechimga ega bo'lamiz.

Demak $\alpha L = \pi n$ bo'lganda aylanuvchi val sinusoida shaklida egrilanishni boshlaydi

$$y(x) = C_4 \sin(\alpha x) = C_4 \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right).$$

Minimal kritik chastota ω_{kr} quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi

$$\alpha = \frac{\pi}{L} (n=1 da), \Rightarrow \frac{\omega_{kr}^2 M}{EIL} = \alpha^2 = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4, \Rightarrow \omega_{kr}^2 = \frac{EIL}{M} \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 = \frac{\pi^4}{L^3} \frac{EI}{M}, \Rightarrow \omega_{kr} = \frac{\pi^2}{L} \sqrt{\frac{EI}{LM}}.$$

Agar val radiusi a gat eng bo'lgan yaxlit sterjendan iborat bo'lsa, uning markaziy o'qqa nisbatan inersiya momenti

$$I = \frac{Ma^2}{4L}.$$

I ni bundan oldingi formulaga olib borib qo'ysak val aylanishida kritik tezlikni topamiz

$$\omega_{kr} = \frac{\pi^2}{L} \sqrt{\frac{EI}{LM}} = \frac{\pi^2}{L} \sqrt{\frac{E}{LM} \frac{Ma^2}{4L}} = \frac{\pi^2 a}{2L^2} \sqrt{E}.$$

2-BOB. BALKA HISOBIDA BOSHLANG'ICH PARAMETRLAR USULI

2.1. Boshlang'ich parametrlar usulining qo'llanilish asoslari

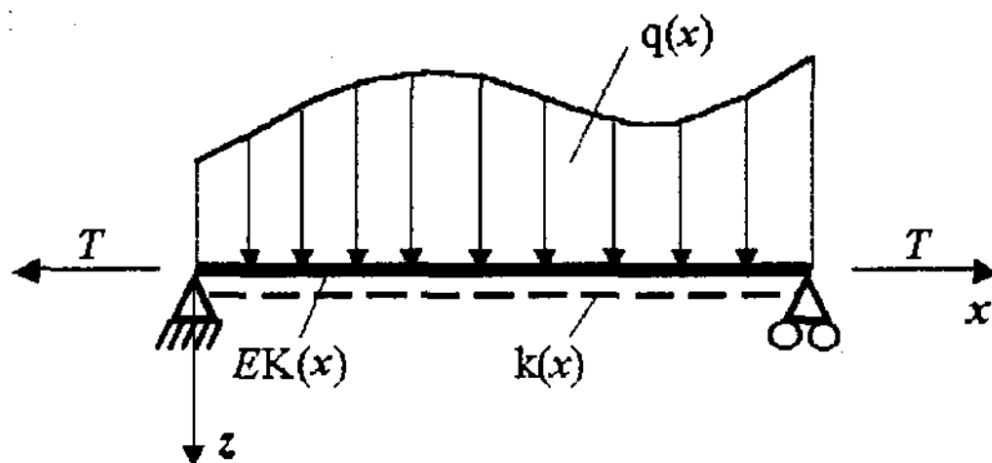
Bundan oldingi bobda kesimi o'zgarmas bir jinsli balka egilishining klassik tenglamasi tenglamasi keltirib chiqarildi va bu tenglama yordamida masalalar yechildi. Ushbu bobda esa balkaga o'q bo'ylab qo'yilgan kuch va elastik asosning ta'siri hisobga olingan holda boshlang'ich parametrlar usuli bilan Maple dasturi yordamida balkaning egilishi haqidagi masalalar yechiladi.

Yuklangan balkani hisoblashda boshlang'ich parametrlar usuli differensial tenglamalarni yechishdagi Koshi masalasini yechishning boshlang'ich shart berilgan nuqtada yechimni Teylor qatoriga yoyishga asoslangan usullardan biridir. Albatta qo'lda hisoblash yoki an'anaviy dasturlash tillarida yechimning qatorga yoyilmasida ko'proq hadlarning hisobga olinishi yoki o'zgaruvchan koeffitsiyentlarni Teylor qatoriga yoyishda qiyinchiliklarga olib keladi.

Elastik asosda yotuvchi qattiqligi va kesimi o'zgaruvchan balkani qaraymiz. Uning tashqi kuch ta'sirida egilishi to'rtinchi tartibli o'zgaruvchan koeffitsiyentli oddiy differensial tenglama orqali ifodalanadi

$$[EK(x)w''(x)]'' - Tw''(x) + k(x)w(x) = q(x).$$

bu tenglamada $k(x)$ - elastik asosning postel koeffitsiyenti, $q(x)$ - balka uzunligi bo'ylab taqsimlangan tashqi kuch, T - o'q bo'ylab qo'yilgan yuklanish, $w(x)$ - balkaning z o'q bo'yicha egilishi, $EK(x)$ ko'paytma balkaning qattiqligi, E - balka materialining elastiklik moduli $K(x)$ - ko'ndalang kesim yuzasining og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya moment. Birinchi bobda bu miqdor I bilan belgilangan edi, lekin ushbu bobda Maple dasturidan foydalanishda qulaylik uchun boshqacha belgilash kiritildi. Shuningdek $y(x)$ egilish ham $w(x)$ ga alamashtirildi.



2.1-Chizma. Ko'ndalang yuklanish va o'q bo'ylab qo'yilgan kuch ta'siri ostidagi elastik asosda joylashgan va ko'ndalang kesimi o'zgaruvchan balka

To'rtinchi tartibli differensial tenglamani to'rtta birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasi bilan almashtirish mumkin

$$w'(x) = \theta(x)$$

$$\theta'(x) = \frac{M(x)}{EK(x)}$$

$$M'(x) = N(x)$$

$$N'(x) = q(x) + \frac{T M(x)}{EK(x)} - k(x)w(x).$$

Uni foydalanishda qulay bo'lishi uchun matritsa ko'rinishida yozamiz

$$W'(x) = A(x)W(x) + B(x),$$

bu yerda $W(x)$ va $B(x)$ - (4×1) o'lchamli ustun vektorlar, $A(x)$ - (4×4) o'lchamli kvadrat matritsa:

$$W(x) = \begin{pmatrix} w(x) \\ \theta(x) \\ M(x) \\ N(x) \end{pmatrix}, \quad A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EK(x)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k(x) & 0 & \frac{T}{EK(x)} & 0 \end{pmatrix}, \quad B(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q(x) \end{pmatrix}.$$

Differensial tenglamalar sistemasidagi $W(x)$ vektorning komponentalari bo'lgan noma'lum funksiyalarning har biri mexanik ma'noga ega: $w(x)$ - balkaning egilishi, $\theta(x)$ - ko'ndalang kesimning burilish burchagi, $M(x)$ eguvchi moment, $N(x)$ qirquvchi kuch.

Balka egilishida masalaning to'g'ri qo'yilishi uchun balkaning $x=0$ va $x=l$ uchlari chegaraviy shartlarni berish kerak bo'ladi, bu yerda l - balka uzunligi. Hozircha chegaraviy masalalarga to'xtalib o'tirmasdan, uchlarda mahkamlanish berilgan konkret masalalarni yechishda qarab o'tamiz.

Endi Maple dasturidan foydalangan holda boshlang'ich parametrlar usuli yordamida balka egilishi masalasini qaraymiz. Balkani $x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n$ nuqtalarda n ta bo'lakka bo'lamiz, bunda $x_0 = 0$, $x_n = l$. Agar barcha $\Delta_k = x_{k+1} - x_k$, $k = 0..n-1$ lar balka uzunligiga nisbatan yetarlicha kichik bo'lsa, u holda bu oraliqlarda $A(x)$ va $B(x)$ matritsalarining o'zgarishlarini hisobga olmasdan ularni quyidagicha tanlash mumkin

$$A(x) = A(x_k) = A_k, \quad B(x) = B(x_k) = B_k, \quad x_k \leq x < x_{k+1}.$$

U holda $x_k \leq x < x_{k+1}$ intervalda o'rganilayotgan mexanik sistema holatini quyidagi o'zgarmas koeffitsiyentli differensial tenglama orqali ifodalash mumkin

$$W'(x) = A_k W(x) + B_k.$$

Bu sistemaning yechimini $x = x_k$ nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyib va uning beshta hadini olamiz, $W(x)$ ning $x = x_{k+1}$ nuqtadagi qiymatini quyidagi formula yordamida hisoblashimiz mumkin

$$W_{k+1} = W_k + \Delta_k W'_k + \frac{1}{2} \Delta_k^2 W''_k + \frac{1}{6} \Delta_k^3 W'''_k + \frac{1}{24} \Delta_k^4 W''''_k.$$

$W(x)$ ning $x = x_k$ nuqtadagi hosilalarini ketma-ket differensiallab topamiz

$$W'_k = A_k W_k + B_k,$$

$$W''_k = A_k (A_k W_k + B_k),$$

$$W'''_k = A_k^2 (A_k W_k + B_k),$$

$$W''''_k = A_k^3 (A_k W_k + B_k).$$

Hosilalarning $x = x_k$ nuqtada hisoblangan qiymatlarini $W(x)$ ning $x = x_{k+1}$ nuqtadagi qatorga yoyilmasiga olib borib qo'yamiz va uning $x = x_k$ nuqtadagi qiymatlari orqali hisoblaymiz

$$W_{k+1} = A_k^* W_k + B_k^*,$$

bu yerda quyidagicha belgilash kiritilgan

$$A_k^* = E + \Delta_k A_k + \frac{1}{2} \Delta_k^2 A_k^2 + \frac{1}{6} \Delta_k^3 A_k^3 + \frac{1}{24} \Delta_k^4 A_k^4,$$

$$B_k^* = \left(\Delta_k E + \frac{1}{2} \Delta_k^2 A_k + \frac{1}{6} \Delta_k^3 A_k^2 + \frac{1}{24} \Delta_k^4 A_k^3 \right) B_k.$$

E orqali 4×4 o'lchamli birlik matritsa belgilangan.

Keltirib chiqarilgan - yechimning k – intervalning chap tomonidagi qiymati orqali hisoblovchi munosabatdan foydalanib $W(x)$ yechimning $x = x_{k+1}$ nuqtadagi qiymatini $x = x_0$ nuqtadagi qiymati orqali, ya'ni chap uchdagi qiymati orqali ifodash mumkin

$$W_k = A_k^+ W_0 + B_k^+,$$

$$A_k^+ = A_k^* A_{k-1}^+, \quad A_0^+ = A_0^*,$$

$$B_k^+ = A_k^* B_{k-1}^+ + B_k^*, \quad B_0^+ = B_0^*, \quad k = 1..n.$$

$k=n$ bo'lganda bu tenglama chap tomondagi chegaraviy shartlarni o'ng tomonga ko'chirish tenglamasi deb ataladi. U noma'lum $W(x)$ funksiyalar vektorining ixtiyoriy k - nuqtadagi qiymatlarini tashqi yuklanish parametrlari va $W(x)$ ning balka chap uchiga mos keluvchi $x=0$ nuqtadagi qiymati orqali ifodalash imkonini beradi. W_0 vektorning to'rtta komponentasini aniqlash uchun balkaning ikki uchida ikkitadan to'rtta chegaraviy shart qo'yilishi kerak bo'ladi. W_0 vektorning komponentalari topilgandan so'ng balkaning uzunlik bo'yicha bo'linish nuqtalarida $k = 1..n$ lar uchun $W(x)$ larni ketma-ket ko'chirish usulini qo'llab topish qiyinchilik tug'dirmaydi.

Faqat yuqorida keltirilgan boshlang'ich parametrlar usulining algoritmini differensial tenglamalar sistemasi yechimini qatorga yoyib qo'lda hisoblash yoki "Fortran" yoki "Pascal" kabi dasturlash tillaridan foydalanib topish anchagina qiyinchiliklarga olib keladi.

Bir qarashda boshlang'ich parametrlar usuli balkaning uzunlik bo'yicha bo'linish nuqtalarida diskret yechimni olishga imkon beradi. Oraliq nuqtalarda yechimni olish uchun intervallarni yanada kichraytirib, chegaraviy shartlarni ko'chirish tenglamasini yana ko'proq nuqtalarda qurish mumkin. Agar analitik hisoblashlar funksiyaning qator ko'rinishida ifodalasa, u holda boshlang'ich parametrlar usuli analitik yechimni (darajali qator ko'rinishida) olishga imkon beradi. U yordamida balka hisobida talab qilingan kattalikni diskret nuqtalarda emas, balki balka uzunligi bo'yicha ixtiyoriy nuqtada topish mumkin bo'ladi.

Balka egilishi ifodalovchi differensial tenglamada $W(x)$ vektor bilan birga uning koeffitsiyentlarini ham Makloren qatoriga yoyamiz

$$A(x) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i x^i ,$$

$$B(x) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i x^i ,$$

$$W(x) = \sum_{i=0}^{\infty} W_i x^i .$$

Bulardan A_i - (4×4) o'lchamli kvadrat matritsa, $W(x)$ va $B(x)$ - (4×1) o'lchamli ustun vektorlar. A_i va B_i vektorlar ma'lum va ular $A(x)$ va $B(x)$ lardan aniqlanadi. W_i vektor komponentalari differensial tenglamadan chegaraviy shartlarni qanoatlantirilib aniqlanadi.

Differensial tenglamaga yechimning va uning koeffitsiyentlarining qatorga yoyilmasini olib borib qo'yamiz va ikkita qatorning tengligiga ega bo'lamiz

$$\sum_{j=0}^{\infty} (j+1)W_{j+1}x^j = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\left(\sum_{k+l=j}^{\infty} A_k W_l \right) + B_j \right) x^j .$$

x o'zgaruvchining bir xil darajali hadlari oldidagi koeffitsiyentlarni tenglashtirib, $W(x)$ ning qatorga yoyilmasidagi noma'lum koeffitsiyentlarga nisbatan algebraic tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz

$$W_1 = A_0 W_0 + B_0 ,$$

$$2W_2 = A_1 W_0 + A_2 W_1 + B_1 ,$$

$$3W_3 = A_2 W_0 + A_1 W_1 + A_0 W_2 + B_2 ,$$

.....

Bu sistemada ketma-ket o'rniga qo'yish natijasida W_j yechimlarning har birini W_0 orqali ifodalash mumkin. Bu esa balkaning egilish tenglamasi yechimini quyidagicha ko'rinishda ifodalashga imkon beradi

$$W(x) = W_0 \left(\sum_{j=1}^{\infty} W_j^* x^j \right) + \left(\sum_{j=1}^{\infty} B_j^* x^j \right) ,$$

bu yerda W_j^* matritsa B_j^* vektorlar bizga ma'lum bo'lgan A_k va B_k lardan aniqlanadi.

Masalaning formulorovkasi differensial tenglamaning yechimlari balka uchlaridagi ikkita chegaraviy shartlardan W_0 ning komponentalarini topish bilan tugaydi. Yechimni topish algoritmini tuzishda berilgan intervalda qatorlarning yaqinlashuvchiligi haqida to'xtalmasdan, ularni $[0,1]$ oraliqda yaqinlashuvchi deb faraz qilamiz.

2.2. Tashqi kuchlar ta'sirida balka egilishini Maple dasturi yordamida hisoblash

Bundan oldingi paragrafda keltirilgan algoritm bo'yicha an'anaviy dasturlash tillarida masalalar yechish juda ko'p vaqt talab qiladi. Maple dasturi yordamida masalalar yechish esa kamroq vaqt talab qiladi va dastur ham sodda kam sondagi operatorlardan iborat bo'ladi. Dastlab yechimlarning noma'lum koeffitsiyentlarini W_0 orqali ifodalaymiz.

Chegaraviy shartlarni ko'chirish tenglamasining ifodasi

```
> restart;
with(linalg):
# Berilganlarni kiritish
> alpha:=0.5; l1:=3; E:=1; q:=x; T:=0; K:=(1-4*alpha/6^2*x*(6-x));
# Yechining qatorga yoyilmasidagi hadlar soni
n:=20;
# Sistema matritsasi va ozod hadlar vektorlari
A:=array(1..4,1..4,[[0,1,0,0],[0,0,1/(E*K),0],[0,0,0,1],
                    [0,0,T/(E*K),0]]);
B:=array(1..4,[0,0,0,q]);
# Sistema matritsasi va ozod hadlar vektorlarining qatorga yoyilmasi
AT:=map(taylor,A,x=0,n+1):
AT:=map(convert,AT,polynom):
BT:=map(taylor,B,x=0,n+1):
BT:=map(convert,BT,polynom):
#Yechimning noma'lum hadlar orqali qatorga yoyilmasi
for j from 0 to n do
    W[j]:=[W[j,1],W[j,2],W[j,3],W[j,4]];
end do:
WT:=sum('W[j]*(x^j)', 'j'=0..n):
```

Differensial tenglamaning o'ng tomonini hisoblash

```
L:=evalm(AT*WT+BT):
```

Koeffitsiyentlarni aniqlash

```
for j from 0 to n do
```

```
w[j]:=map(coeff,L,x,j);
```

```
end do;
```

Bir xil darajali hadlar oldidagi koeffitsiyentlar

```
for c from 1 to 4 do
```

```
for k from 1 to n do
```

```
W[k,c]:=(w[k-1][c])/k;
```

```
end do;
```

```
end do;
```

```
a := 0.5
```

```
ll:=3
```

```
E := 1
```

```
q := x
```

```
K := 1 - 0.05555555556x (6 - x)
```

```
n := 20
```

```
A :=
```

0	1	0	0
0	0	$\frac{1}{1 - 0.05555555556x (6 - x)}$	0
0	0	0	1
0	0	0	0

```
B := [0, 0, 0, x]
```

Bu dasturda dastlab balka egilishi differensial tenglamasining zarur parametrlarini beramiz. Bular elastiklik moduli (E), balka uzunligi (ll), kesimning og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti (K), shuningdek sistemaning (A) matritsasi va ozod hadlar vektori (B). Bu kattaliklardan tashqari

yechimning yechimning qatorga yoyilmasida hisobga olinuvchi hadlar soni n , chunki dasturda qatorning cheksiz hadlarini hisoblash imkoni yo'q.

Bundan so'ng algoritmnining birinchi qismini bajarish boshlanadi. (AT) matritsa va (BT) vektor komponentalari qatorga yoyiladi (WT) yechim ham noma'lum koeffitsiyentlar bo'yicha qatorga yoyiladi, hamda bu koeffitsiyentlar tenglikning chap va o'ng tomonlaridagi bir xil darajali hadlarning oldidagi koeffitsiyentlar tenglashtirilib topiladi. Endi yechimning qatorga yoyilmasida noma'lum koeffitsiyentlarning w_0 orqali ifodalanishini qarasak. Maple dasturi noma'lumlardan birortasi biror aniq qiymat qabul qilsa, u holda undan keyingi hadlarda hisobga olinadi. Shuning uchun w_0 vektorning komponentalari ma'lum bo'lsa, w_1 u orqali ifodalanadi w_2 esa w_1 orqali ifodalanadi va demak $w_1, w_2, \dots, w_n$ larning hammasi w_0 orqali ifodalanadi.

Endi olingan yechimni chegaraviy shartlar bilan qanoatlantiramiz. Faraz qilaylik balkaning ikki uchi ham qattiq mahkamlangan bo'lsin. Bu holda differensial tenglamalar sistemasining yechimlari quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantirishi kerak

$$\begin{aligned} w[1](0) &= 0, & w[2](0) &= 0, \\ w[1](l) &= 0, & w[2](l) &= 0, \end{aligned}$$

bu yerda kvadrat qavs ichidagi indeks vektor komponentasini bildiradi, oddiy qavslarda esa erkli o'zgaruvchilarning chegaraviy shartlar qanoatlantiriladigan nuqtadagi qiymatlari berilgan.

$x = 0$ nuqtada (WT) vektor yechim w_0 ga teng, shuning uchun chegaraviy shartlarda uning dastlabki ikkita elementini nolga teng deb olish kerak. U holda barcha $w[j]$ koeffitsiyentlar $w[0]$ vektorning $w[0,3]$ va $w[0,4]$ elementlaridan va albatta erkli o'zgaruvchi x dan bog'liq bo'ladi.

O'ng uchdagi chegaraviy shartni qanoatlantirish uchun WT yechimning ikkita komponentasini $x = l$ da nolga tenglaymiz. Algoritmnining bu qismi quyida keltirilgan.

```

> W[0,1]:=0;
W[0,2]:=0;
eq:=eval(WT[1],x=11)=0;
eq1:=eval(WT[2],x=11)=0;
solve({eq,eq1},{W[0,4],W[0,3]});
assign(%);

```

$$W_{0,1} := 0$$

$$W_{0,2} := 0$$

$$eq := -4.6798 \cdot 10^{-9} = 0$$

$$eq1 := -3.339 \cdot 10^{-9} = 0$$

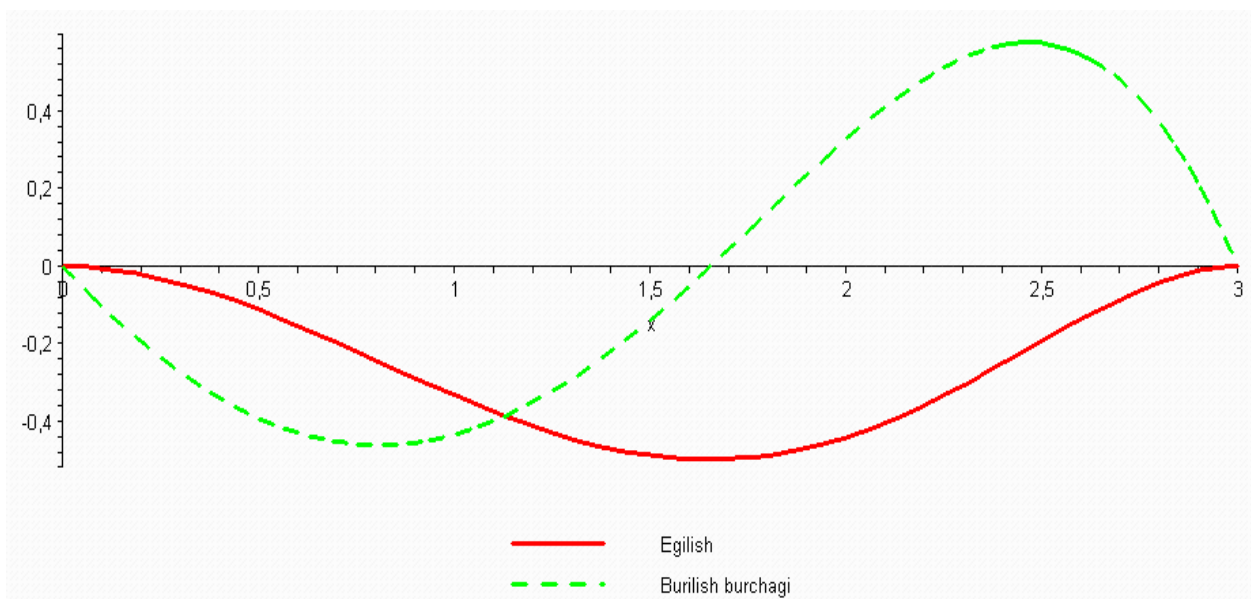
Ikkala tenglama ham `solve()` buyrig'i yordamida yechiladi. Ularda $w[0]$ ning uchinchi va to'rtinchi komponentalari noldan farqli bo'ladi. `assign(%)` buyrug'i chiziqli tenglamalar sistemasining yechimlari WT yechimda avtomatik hisoblanadi. Bunda faqat aniqlanmagan x erkli o'zgaruvchi qoldi. Endi olingan yechimlarni egilish va balka kesimining burilish burchagi (vektor yechimning dastlabki ikkita komponentasi), hamda moment va qirquvchi kuchlarning (vektor yechimdagi uchinchi va to'rtinchi komponentalar) uzunlik bo'ylab o'zgarish grafiklari ko'rinishida ifodalashimiz mumkin.

```

> plot([-WT[1],-
WT[2]],x=0..11,linestyle=[1,3],thickness=2,legend=["Egilish","Bu
rilish burchagi"]);

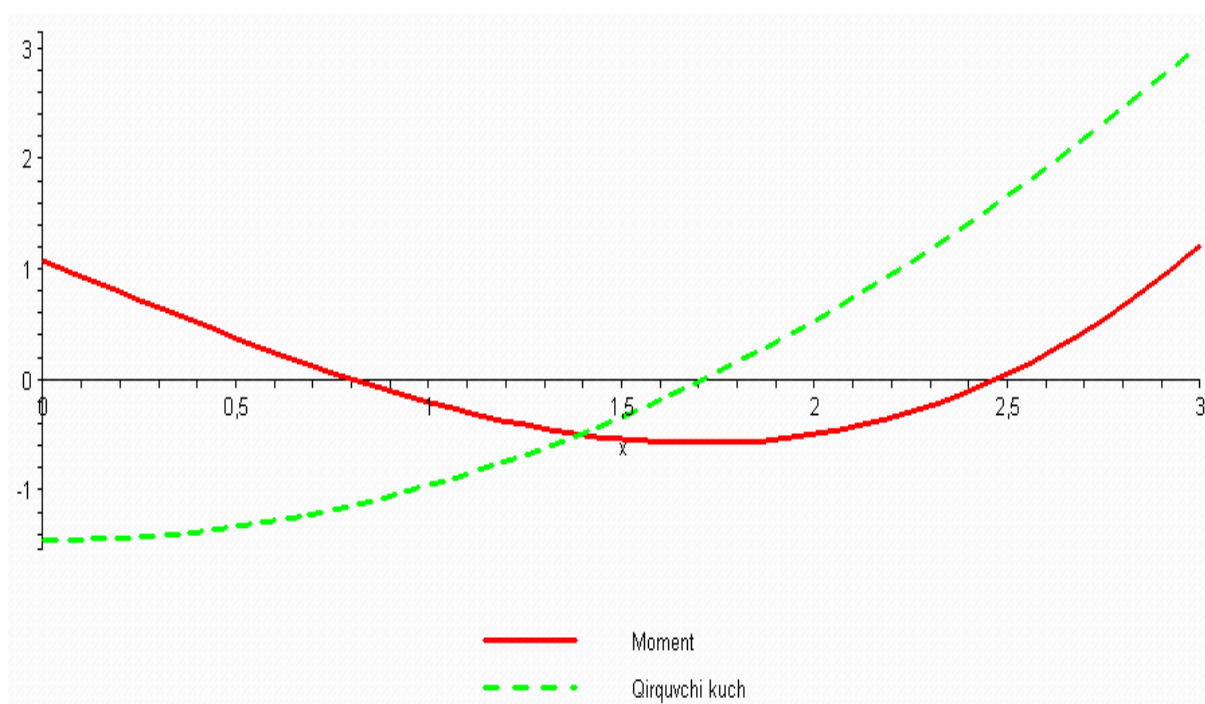
```

Maple dasturida bu amal bajarilgandan keyin uzunligi 3ga, Elastiklik moduli 1 ga teng bolgan balkaning $q = x$ qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi tashqi ko'ndalang kuch ta'sirida balkaning egilishi va burilish burchaklarining grafiklari chiziladi.



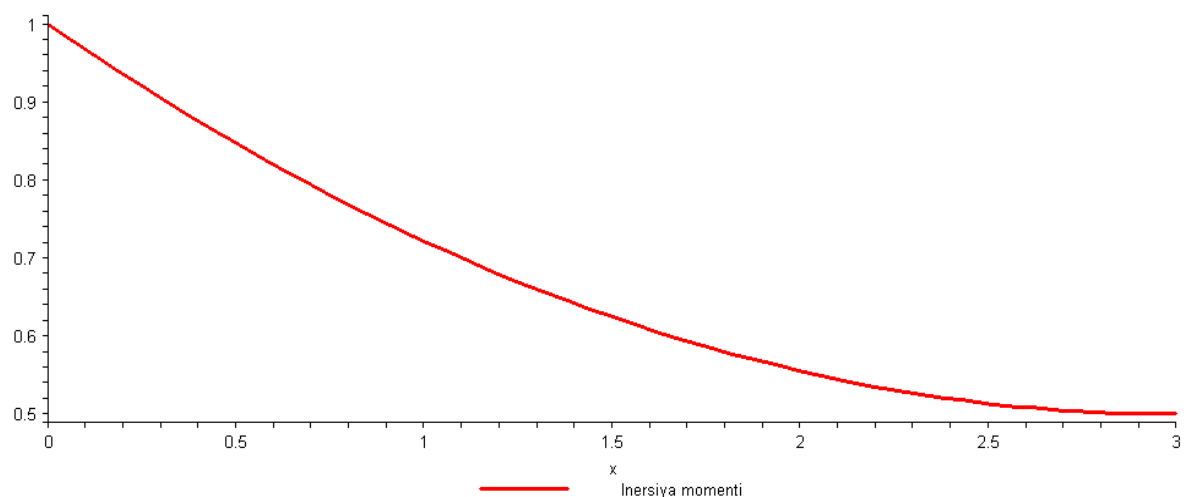
2.2-chizma. Tashqi $q = x$ kuch ta'sirida balkaning egilishi va ko'ndalang kesim burilish burchagining o'zgarish grafigi

```
plot([WT[3],WT[4]],x=0..11,thickness=2,linestyle=[1,3],legend=["Moment", "Qirquvchi kuch"]);
```



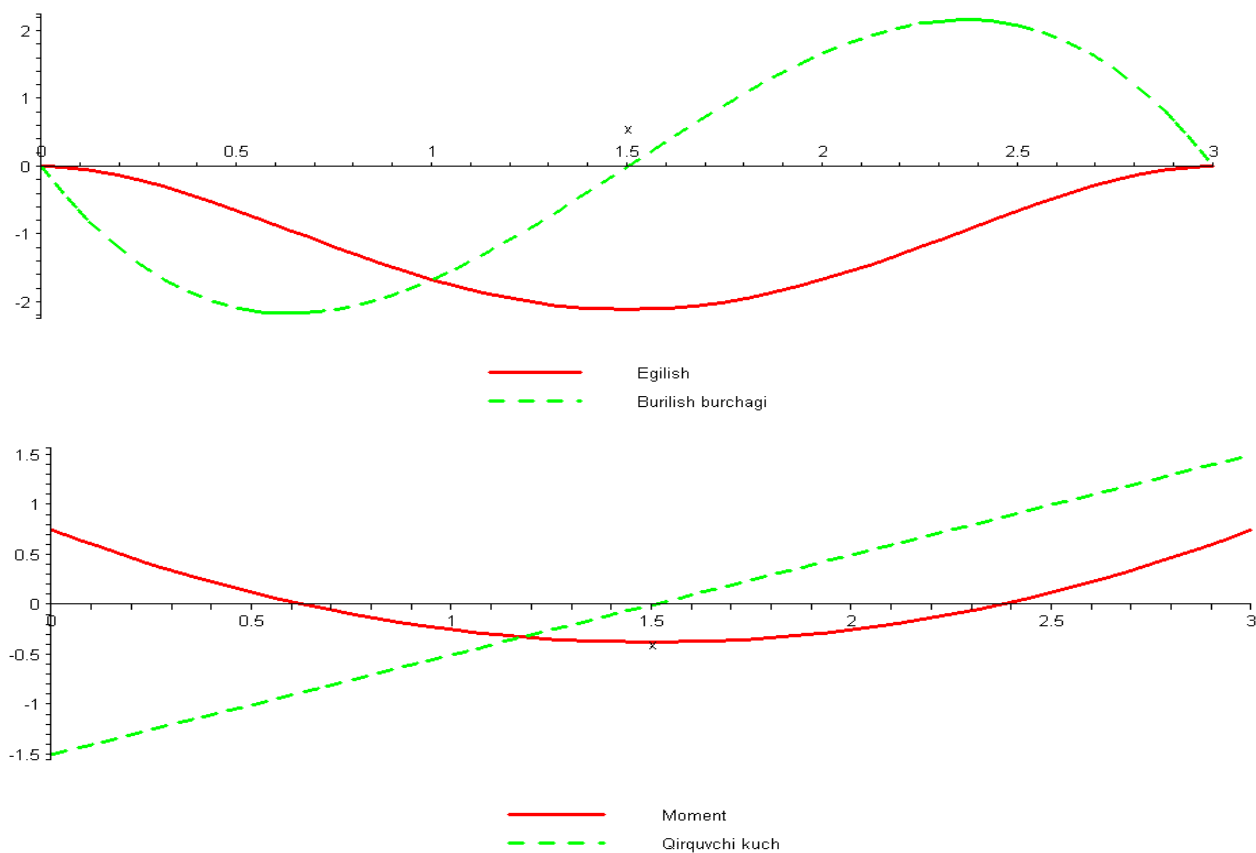
2.3-chizma. Tashqi $q = x$ kuch ta'sirida balkada hosil bo'ladigan moment va qirquvchi kuchning o'zgarish grafigi

```
> plot(K,x=0..11,thickness=2,legend="Inersiya momenti");
```



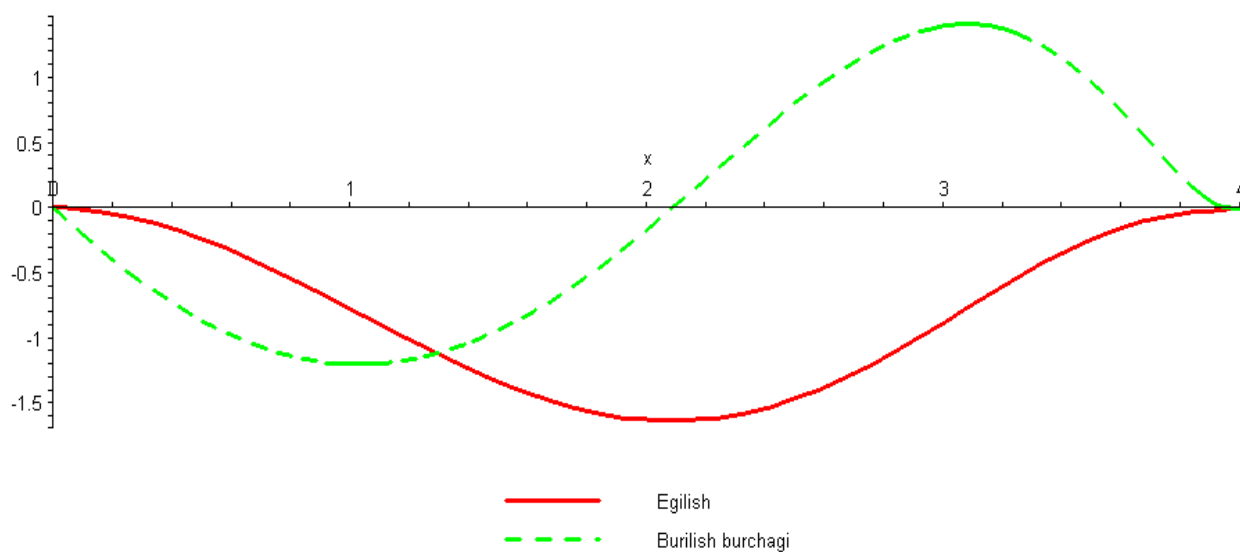
2.4-chizma. Balka ko'ndalang kesimi inersiya momentining uzunlik bo'ylab o'zgarishi

Agar yuqorida keltirilgan dasturda $E=1$; $q=1$; $K=1$; $l:=3$ deb olinsa, aynan 1.2-paragrafda yechilgan masaladagi kabi natijalarga ega bo'lamiz.

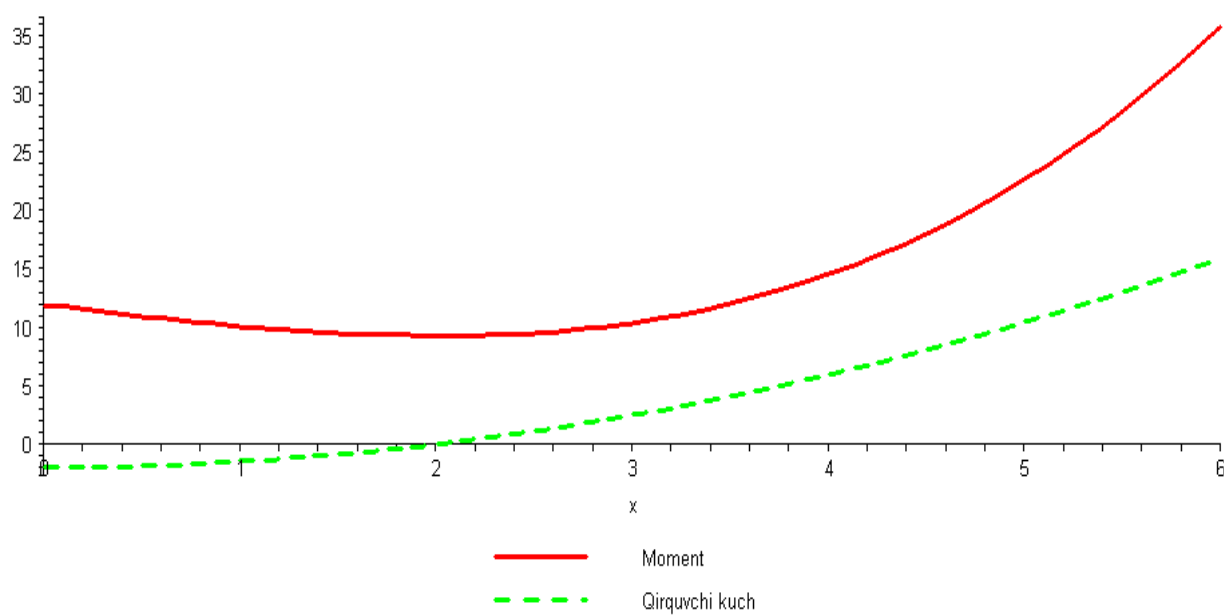


2.5-chizma. O'zgarmas kuch ta'sirida kesimi o'zgarmas balkada egilish, burilish burchagi, moment va qirquvchi kuchlarning uzunlik bo'yicha o'zgarish grafigi

Agar balka uzunligini $l=4$ deb tanlasak quyidagi natijalarga ega bo'lamiz



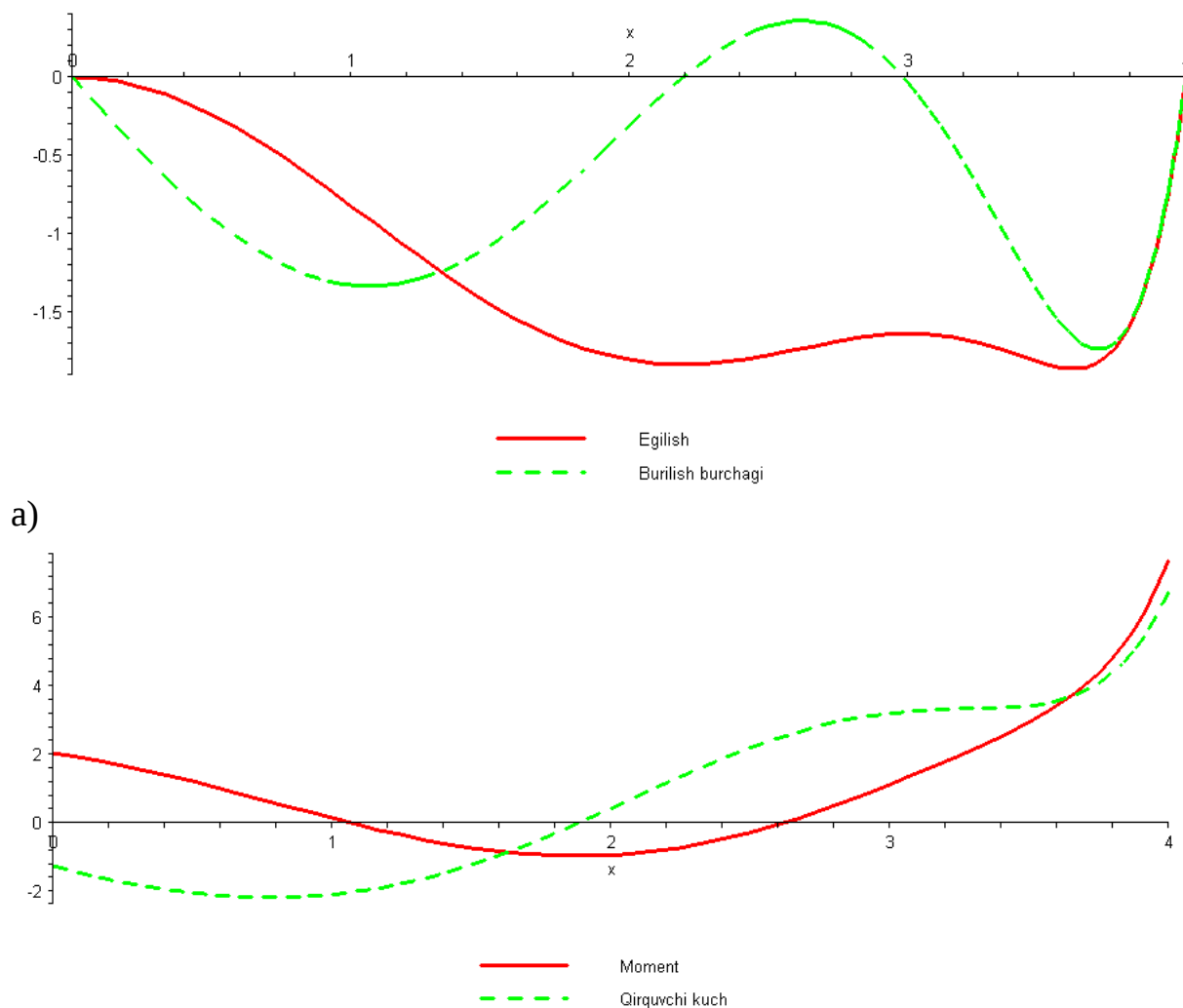
a)



b)

2.6-chizma. Uzunligi $l=4$ bo'lgan balkada egilish va burilish burchagi (a), moment va qirquvchi kuchlarning (b) uzunlik bo'yicha o'zgarish grafiklari

Endi o'q bo'ylab qo'yilgan siquvchi kuchning balka egilishiga ta'sirini tekshirsak. Buning uchun dasturda $T:=-1$ deb olamiz va quyidagi grafiklarni hosil qilamiz.



b) 2.7-chizma. Siquvchi kuch hisobga olinganda egilish va burilish burchagi (a), moment va qirquvchi kuchlarning (b) uzunlik bo'yicha o'zgarish grafiklari

2.6 va 2.7-chizmalardagi grafiklardan ko'rinadiki, uzunlik oshishi bilan tashqi kuch o'zgarmasa ham egilish amplitudasi va zo'riqishlar oshib borar ekan. Siquvchi kuch balakaning egilish shaklini o'zgartiradi. Amplitudaga esa kritik qiymatga erishmaguncha deyarli ta'sir ko'rsatmaydi. Moment va qirquvchi kuchlarning qiymatlari kamayishiga olib keladi.

XULOSA

Shunday qilib bitiruv malakaviy ishini bajarish davomida quyidagilar bajarildi:

- asosiy tushunchalar va balkaning egilish tenglamasi klassik holda keltirib chiqarildi;
- bu tenglama yordamida sodda masalalar yechildi;
- turli kuchlar ta'sirida balkaning egilish tenglamasi matritsaviy tenglamaga keltirildi;
- bu tenglama boshlang'ich parametrlar usuli bilan Maple dasturi tadbiq etilib yechildi;
- olingan natijalar egilish, burilish burchagi, moment va qirquvchi kuchlarning grafiklari ko'rinishida keltirildi;
- bu grafiklar asosida balkaning tashqi kuch ta'sirida deformatsiyalanishi tahlil qilindi;
- sodda masalalar yordamida boshlang'ich parametrlar usulining va tuzilgan dasturning to'g'ri ishlashi tekshirildi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого тела. М.: Наука. 1988.
2. Рекач В.Г. Руководство к решению прикладной теории упругости. М.: Высшая школа, 1973. – 384 с.
3. Матросов А. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. - СПб.: БХВ-Петербург, 2001
4. Ray W. Clough, Joseph Penzien. Dynamics of Structures. International Student Edition. 1975. p. 634 p.
5. Xolmurodov R.I., Xudoynazarov X. X. Elastiklik nazariyasi. I, II qismlar. Fan. 2003.