

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI
QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

KVANT MEXANIKASI

fanidan

MA'RUZALAR MATNI

(FIZIKA yo'nalishi uchun)

Tuzuvchi:

M.J.QORJOVOV. Katta o'qituvchi

Taqrizchi:

M.B.YULDOSHEV fiz.-mat. fanlari nomzodi

O'qitish semestri: VI, VII

Umumiy soat: 220

Ma'ruza: 50

Amaliy mashg'ulot: 54

Mustaqil ta'lim: 116

*Ma'ruza matnlari va uning rejasi kafedraning 28-avgust 2009 y.
yig'ilishida qo'rilgan, ma'qullangan*

Qarshi -2009

LECTION 1

1-MA'RUZA

Kirish. Mumtoz nazariyaning asosiy qiyinchiliklari. Plank gepotezasi. Eynshteynning fotonlar nazariyasi. Bor nazariyasi. Vvedenie. Osnovnye trudnosti klassicheskoy teorii. Gepoteza Planka. Fotonnaya teoriya A.Eynshteyna. Teoriya Bora. The nonrelativistically theory. Introduction. The basic difficulties of the classical theory. Hepoteza of Planks. The photon theory of Einstein. The theory of Bohr.

REJA:

Kirish: Kvant mexanikasida mumtoz mexanika elementlari va ulardan foydalanishning chegaralanganligi.

Asosiy qism:

1. Kvant mexanikasiga kirish. Vvedenie. The nonrelativistically theory. Introduction.
2. X1X asr oxirlari XX asr boshlarda fizika sohasidagi fundamental kashfiyotlar..
3. Mumtoz nazariyaning asosiy qiyinchiliklari. Osnovnye trudnosti klassicheskoy teorii. The basic difficulties of the classical theory
4. Plank gepotezasi. Gepoteza Planka. Hepoteza of Planks.
5. Eynshteynning fotonlar nazariyasi. Fotonnaya teoriya A.Eynshteyna The Einsteins photon theory.
6. Bor nazariyasi... Teoriya Bora. Bohr theory.

Xulosa: Plank gepotezasi va Bor mumtoz nazariyasining hozirgi zamon fizikasida va o'rta va maxsus tahlimdagi ahamiyati.

Fizika rivojining tarixiy kechishining tahlili fizikadagi ideyalarni va nazariyalarni izchil va oydinlashgan holda tushunish imkoniyatini beradi. Fizikaviy nazariyani tarixi bilan birgalikda urganish uni to'la-to'kis tushunish imkonini beradi. Ikkinchi tarafdin fizikani chuqur urganishni axd qilgan o'quvchilarning ko'pgina fundamental tushunchalar ichida dovdirab qolmasliklari uchun tarixiy faktlarga murojaat etib, uning tahlilini keltirish zarur. Shu sababli hozirgi zamon fizikasining fundamental hollariga to'xtalib utamiz.

X1X asrning boshlari va XX asrning oxirlariga kelib mumtoz fizika qonunlari yordamida tavsiflab bo'lmaydigan qator tajriba ma'lumotlari tuplandi. Bunday tajriba ma'lumotlarini shartli ravishda ikki guruhga bo'lib

urganaylik. Ularning biriga: mutlaq qora jismning nurlanishi, yoritilgan metallardan elektronlarning urib chiqarilishi¹, Komptono masarasi, past energiyali elektronlar dastasining difraktsiyasi kabilar kirs, ikiinchisiga: Atomlar tuzilishining murakkabligini tasdiqlovchi tajribalar, atomlarning nurlanish va yutilish spektrlari kabilar kiradi. Bunday xodislarning dastlabki guruh samaralaridan zarrachalarning to'lqin, to'lqinlarning zarracha (korpuskula) tabiatililigi kelib chiksa², ikkinchi guruh effektlardan mumtoz fizika qonunlari bilan tavisflab bo'lmaydigan optik xodislarning mavjudligi kelib chiqadi.

X1X asrning oxirlariga kelib **mumtoz fizikaning**: a) XY1 asrda Galiley, XY11asrda Nyuton asos solgan **mumtoz mexanika**; b) Mayer, gelmgolts, Klaizius va Kelvinlar tomonidan «entropiyaning ortib borishi» va «energiyaning saqlanish» qonunlarining kashf etilishi bilan bog'liq bo'lgan **termodinamika**; v) Faradey-Maksvellning elektromagnit maydon nazariyasiga asoslangan **elektrodinamika**; g) Klaizius, Maksvell, Boltsman va Gibbslar asos solgan **mumtoz statistik fizika** bilan tavsiflangan gazlarning kinetik nazariyasi kabi bo'limlari tugal holga kelgan edi.

O'sha davrda mumtoz mexanikada katta yutuqlarga erishildi: osmon jismlarining hamma turdagi harakatlari Nyutonning butun olam tortish qonuniga asoslangan holda juda katta aniqlik bilan tavrlandi. Uning oddiy va tabiiy ilovalari uzluksiz muhitlar: gaz, suyuklik, qattiq jism va plazmalarning zarrachalari harakatlari qonuniyatlarida ham o'z aksini topdi. Faradey-Maksvellning elektromagnit maydon nazariyasi elektromagnetizmning nafaqat statsionar va kvazistatsionar jarayonlarini tushuntira oldi, balki elektromagnit to'lqinlarning mavjudligini oldindan aytib berdi. Bu hol G.Gertsning tajribalarida tasdiqlandi. Bunda yorug'likning to'lqin nazariyasi korpuskulyar nazariyasi ustidan g'alaba qilgandek tuyo'lar edi.³

X1Xasrda ochilgan uch kashfiyot: elektron, rentgen nuri (1895 y.) va radiofaollik⁴ (Bekkerel, 1896 y.), Shuningdek jahon efirining yukligini isbotlovchi Maykelson tajribasi o'sha vaqt mumtoz fizika qonunlari yordamida tushuntirilmadi. Ularning biri kvant fizikasi⁵, oxirgisi nisbiylik nazariyasi (A.Eynshteyn, 1905 y.)ning yaratilishiga olib keldi.

¹ Bu xodisa fanga tashki fotosamara nomi bilan kiritildi.

² Bu xol zarracha va tulkinlarning ikkiyoklama, яxni dualistik tabaitiligi deb nomlangan.

³ Kvant mexanikasi ikkala holning bir vaktida namoyon budishi mumkinligini isbotladi.

⁴ Radius lotincha nur mazmunini anglatadi.

⁵ Kvant mexanikasi mutlak kora jismning nurlanishi konunlarini urganish jarayonida yuzaga kelgan.

1859 y. YU.Plyukker katodga katta elektr maydon ta'sirida kelib urilayotgan elektronlar hisobiga katodning sirtiga tik va chiziqli tarqalayotgan nurni ochdi⁶. Bu nurning manfiy zaryadlangan zarrachalar to'plamidan iboratligini J.Perren (1895 y.) va J.J.Tomson (1897 y.) aniqlashgan⁷.

1895 y. noyabrida V.Rentgen (Vyurtsberg universiteti) maxsus tabiatli nurning mavjudligini ko'rsatdi. Bu nur, katod nurini berayotgan razryadli trubkadan chiqishini va juda katta kirish va utish kobiliyatiga ega ekanini topdi⁸. U uzining keyingi uch yil davomidagi kuzatishlariga asoslanib bu noma'lum nur elektronlarning keskin tormozlanishidan kelib chiqadi degan to'g'ri xulosaga keldi.

Atomda musbat zaryadlarning taqsimoti to'g'risida ikki xil model taklif etilgan edi. Ularning biri nuklear (yadroviy) modeli⁹ bo'lib, ikkinchisi esa musbat zaryadlar atomning hajmi bo'ylab bir jinsli taqsimlangan deb hisoblangan modeldir. Nuklear (yadroviy) model: J.Perren (1901 y.) taklif etgan «nuklear-planetar»; X.Nagaoki (1904 y.) taklif etgan «saturnsimon tizilma» modellardan iboratdir. Nuklear-planetar modeli nazariy tasavvurga asoslanganligi boisidan mumtoz elektrodinamikaning qonunlarini qanoatlantirmas edi. Chunki bu model atomni noturgun holatga olib keladi. Bu kamchilik J.J.Tomson taklif etgan ikkinchi modelda yukdek edi. Unga asosan (Ze) musbat zaryad atomning asosiy massasini tashkil etib, atom radiusi $a \approx 10^{-8} \text{ cm}$ bo'lgan sferaning hajmi bo'ylab tekis taqsimlangandir. Masalan atom 4 elektronli bo'lsa, uning elektronlari tetraedr tugunlarida joylashgan bo'lib, uning markazida musbat zaryadlar joylashgandir. J.J.Tomsonning fikricha atom spektridagi chiziqli spektrlar elektronlarning tebrashilariga asoslangandir. Birok bu model atom spektridagi chiziqli spektrlarning fizikaviy tabiatini to'la ochib bera olmadi. Shuningdek P. Lenardning (1903 y.) β nurlar yordamida o'tkazilgan tajribalari J.J.Tomsonning modelini tasdiqlamadi. Manchestr ilmiy laboratoriyasida G.Geyger va E.Marsdenlarning α - zarrachalar bilan o'tkazgan tajribalari¹⁰ dan ham J.J.Tomson modeli tasdiqlanmadi. Shu sababdan E.Rezerford ogir elementlar yadrolaridan sochilishiga asoslangan

tajribalariga asoslanib atomning nuklear-planetar modelining to'g'riligini isbotladi.

Markazida yadro joylashgan atomning modeli 1911 yilga kadar aniqlangan bo'lsa-da, radiofaollik¹¹ka ega bo'lgan kimyoviy elementlarning yarim emirilishi davrlari ehtimoliy tabiatli: ayrimlarda u kattalik bir necha sekundni tashkil etsa, ayrimlarida bir necha yilni tashkil etadi. Bu hol kvant mexanikasi yaratilgandan sung to'la-to'kis hal etildi.

Kvantlar haqida tasavvur. Nemis olim G.Kirxgof mutlaq qora jismning gir jinslim nurlanishini tekshirib, uning xususiyati faqat haroratiga bog'liq degan xulosaga keldi. Bu holni nazariy tushuntirishi mumkin bo'lgan ikki: Vinning siljish qonuni va Stefan Boltsman qonuni tajriba natijalarining ikki tomoni: mos holda ultrabinafsha va infraqizil sohalarnigina tushuntira olardi. Bu holni to'la-to'kis M.Plank (1900 y., 19-oktyabr) «kvant»lar tushunchasini kritib, tushuntira oldi. Tajribaga mos keladigan nazariyani ko'rish uchun M.Plank mutlaq qora jismni *ostsilatorlar, ya'ni muvozanat holatiga nisbatan tebranib turuvchi zarrachalar tizimidan* (§ -) iborat, va *ostsilatorlarning energiyalari uzluksiz bo'lmasdan, balki uzlukli-uzlukli (disret) bo'lad* degan xulosaga kelgan. Uning fikricha, nur uzluksiz energiyali tizim bo'lmasdan, uzlukli (diskret) energiyaga ega bo'lgan zarracha -kvantlardan iboratdir. Kvantning energiyasi $E = \hbar\omega$ ($\hbar = h/(2\pi)$) ifoda yordamida aniqlanadi. Bu erda $\omega = 2\pi\nu$ - yoruglikning tsiklik chastotasi, $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J sek}$ –Plank dimiysi.

Kvantlar nazariyasini birinchi bo'lib buyuk kashfiyot ekanligini A.Eynshteyn tushunib etdi. U 1905 y. energiyaning kvantlashgan holda yutilishi yoki nurlanishi, fakatgina issiklikli nurlanishgagina xos bo'lmasdan, balki ixtiyoriy nurlanish uchun urinli degan genial fikrni o'rtaq tashladi¹². Bunda A.Eynshteyn yoruglik to'lqinining $E = \hbar\omega$ energiyadan tashqari, $p = h/\lambda = hc/\nu$ ham ega bo'lishini ko'rsatdi (c - yoruglikning bushlikdagi tezligi¹³). Xususan A.Eynshteyn «Yoruglikning yuzaga kelishi boshka zarrachaga aylanishi haqida bir evristik tahlilot» makolasida nafaqat

¹¹ Radiofaollik xodisasini Anri Bekkerel (1896 y.) birinchi bulib urian elementida topgan. Bu xodisaning boshka elementlarda xam bo'lishi mumkinligini Mariya va P'er Kyurilar (1898 y.) aniqlashgan.

¹² A.Eynshteynning 1905 y. CHop etgan uch: nisbiylik nazariyasi, braun xarakati nazariyasi va yoruglik kvantlarining gepotezasi ilmiy ishlarining xar biri Nobel mukofotiga loyik deb xisoblangan. Xususan u oxirgi keltirilgan ishga 1921 y. Nobel mukofotiga sazovor bulgan. YOruglikning kvanti amerikalik fizik va kimyogar olim Gelbert Luis tomonidan *foton* deb nomlangan.

¹³ Aniqrok aytganda C elektrodinamik ktalik bulib, $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ munosabat yordamida aniqlanadi

⁶ Bu nurni I.Goldshteyn (1876 y) «katod» nuri deb atagan.

⁷ «Elektron» so'zini Fiizika faniga Jonstan Stoney (1891 y.) kiritgan.

⁸ U nurni V..Rentgen «x – nur» deb atadi.

⁹ Nuklear-planetar modeli buyicha atomning markazida musbat zaryadlar joylashgan deb taklif kilingan.

¹⁰ α - zarrachalar 150⁰ burchakkacha ogganlig aniqlangan.

yoruglikning kvantlardan iboratligini, balki metallarda kuzatilgan tashqi fotoelektrik xodisani to'g'ri tavsifladi va fotouygotilgan elektronlarning

bushlikka metallardan chikkandan keyingi energiyasi $\frac{mv^2}{2} = h \cdot \nu - A$

ifodadan aniqlanishini hisoblagan. Bunda m – elektronning bushlikdagi massasi, A - metallardan elektronning chiqish ishi. Bunday fizikaviy original qarash A.Kompton (1923 y.) va R.Milleken (1925 y.) tajribalarida tasdiqlandi. Bu bilan paradoksial: birgina yoruglik ham zarracha, ham to'liqin xususiyatlariga ega bo'lish vaziyati yuzaga keldi. Bu hol kvant mexanikasi yordamida hal etildi. Lekin M.Plank va A.Eynshteynning kvant (foton)lar nazariyasi N.Bor Vodorod atomining nazariyasini ko'rishga imkon berdi.

Vodorod atomining Bor nazariyasi. E.Rezerford, G. Geyger va E.Mardsdenlarning tajribaviy natijalari nuklear - planetar modelining ishonchli ekaniga asos soldi. Bu model buyicha ulchamlari $\sim 10^{-12}$ sm bo'lgan uta massiv yadro atrofida aylanib yuruvchi engil elektronlar joylashgandir¹⁴. Bu model, bir karaganda, mumtoz elektrodinamika qonunlariga zid kelardi, chunki tashqi uygotuvchi maydon ta'sir etmagunga kadar elektronlar yadroga tortiladi. Bu esa atomning stabil uzoq yashishiga imkon bermaydi. E.Rezerford laboratoriyasida o'z ilmiy ishlarini olib borayotgan N.Bor(1913 y.):

1. Atomda elektronlarning bir nechta statsionar holatlari bo'lib, bu holatda uzoq vaqt harakatlana oladi, Bunda elektron energiya yutmaydi ham, nurlantirmaydi ham.

2. Elektron bir statsionar holatdan ikkinchisiga o'tsa energiya yutadi yoki nurlantiradi kabi *ikkita posto'lati* yordamida mumtoz elektrodinamika va mexanika qonunlariga bo'ladigan ziddiyatni yuqotdi. Bu posto'latlar yordamida vodorod atomining spektri chiziqli ekanini va har spektral chiziqqa mos keladigan elektronli utishlar to'la - to'kis tushuntirildi. Bu posto'latlarsiz esa – mumtoz fizika spektrning uzluksiz bo'lishiga olib kelar edi. Bu tajribaga zid natija bo'lardi.

N.Bor uzining «*Atom va molekulaning tuzilishi*» makolasida (1913 y.) nafaqat tajribada kuzatiladigan ultrabinafsha nurlanish (Balmer seriyasi)ni, balki o'sha paytda tajribada aniqlanmagan infraqizil nurlanishni ham oldindan aytib berdi. Bor nazariyasi chegaralangandir.

Uning yordamida barcha nurlanish (masalan, Pekiring seriyasi¹⁵) va vodorod va geliy aralashmasida kuzatilgan Fauker seriyalarining nazariy tavsifini berish imkoni yuk, chunki bunday hollarda ikki jism masalasini e'tiborga olish zarur. Bu hol Bor nazariyasida e'tibordan chetda qolgan. Shuningdek Bor nazariyasiga kura elektronga zaryadli nukta tusi berilgan. Bu hol vodorodsimon atomlardagina emas, balki ixtiyoriy ko'p elektronli tizimlarda urinli bo'lavermaydi. Ma'lumki elektron aniq orbita bo'ylab harakatlanadi deyish mumkin emas, chunki u to'liqin xususiyatiga ham ega. Bor nazariyasi zarrachaning dualistik tabiatliligini e'tiborga ola olmaydigan kamchilikka ega bo'lsa-da, u **mikrofizikaga** asos soldi. Xususan J.Frank va G.Gertslarning (1914 y.) qator kimyoviy elementlarning ionlanish energiyasini aniqlash maqsadida o'tkazgan tajribasi¹⁶da statsionar elektronli holatlarning mavjudligini isbotladi.

Shunday qilib Bor nazariyasi makro- va mikrofizika qonunlari turlicha tabiatli ekanini tasdiqlovchi faktidir.

Materiyaning to'liqlari. Korpuskulaviy to'liqin dualizm. Frantsuz fizigi Lui de Broyl (1923 yil .sentyabr) har bir qarashda g'alati tuyo'lgan ideyani ya'ni tinchlikda massaga ega bo'lgan zarralarning, yoruglik kvant (foton)lariga xos, bir vaqtning uzida ham korpuskula, ham to'liqin tabiatli bo'lishi mumkin va ular *mexanikaviy va elektromagnitaviy to'liqlardan ehtimoliy tabiatliligi bilan farq qiladi* degan ideyani ilgari surdi. U keyingi ilmiy maqolalarida materiyaning korpuskulyar-to'liqin tabiatli ekanini e'tirof etib, yangi (kvant) va mumtoz mexanikalar bir-biridan to'liqin va geometrik optikalar kabi farqlanishini yozdi. 1925 y.Elzasser tomonidan Ramzauer samarasi, ya'ni kichik energiyali elektronlar uchun atomning kirituvchanligining ortishi, elektronlarning atomlardagi difraktsiyasi orqali tushuntiriladi. Bu esa de Broyl nazariyasining tajribada tasdigidir. Bunday tajribalar K.J.Devisson, L.G.Jermerlar va J.Tomson (J.J.Tomson- lord Kel'vinning ugli)lar tomonidan o'tkazilib elektronlar difraktsiyasi yakko tasdiqlandi (difraktogrammlar olindi)¹⁷.

Yuqorida qayd etilgan tajribaviy faktlar E. Shryodingerning «To'liqin mexanikasi», Geyzenbergning «Matiritsaviy kvant mexanikasi» kitoblarida o'z aksini topgan. Geyzenbergning «Matritsaviy kvant

¹⁵ Bunday nurlanish ζ yulduzlar turkumining spektrida aniqlangan.

¹⁶ J.Frank va G.Gertslar bu ishlariga (1925 y.) Nobel mukofotiga sazovor bo'lishgan.

¹⁷ Tsyurix universitetining professori E.Shryodinger (1926 yil 26 sentyabr) Annalen der Physik jurnalida to'liqinli kvant mexanikasining asosini tashkil etgan tenglamalarni e'lon qildi.

¹⁴ Adroni Quyosh, elektronlarni –planetalar sifatida karasak bu xol Quyosh tizimini takrorlaydi. SHu sababdan bu model **planetar model** deb ataladi.

mexanikasi»da korpuskulaviy tabiatli zarrachalar masalalarning echimi mantikan tushunariligi bilan ajralib turadi. Shryodinger tenglamasining echimi kvant nazariyasining ehtimoliy tabiatini ochib berdi, Shuningdek Geyzenbergning noaniqlik tamoyilini tushunarli tarzda ifodaladi, Borning to'ldirish tamoyilini oydinlashtirdi; Shuningdek kvant mexanikasidan mumtoz mexanikaga utishni ifodalab berdi. Shryodinger tenglamasining echimi - *to'lqin funktsiya* deb yuritiladi va u, umuman olganda, fizik ma'noga ega emas. To'lqin funktsiya modulini ng kvadrati zarracha bo'lish ehtimolligining hajmiy zichligini aniqlaydi.

V.Geyzenberg tomonidan ochilgan (1925 yil), V.Geyzenberg, N.Born, Iordan tomonidan rivojlantirilgan *matritsaviy kvant mexanikasi* atomda kechadigan xodisani fazo va zamonga nisbatan aniq ifodalashdan bosh tortadi ; unda kuzatilishi mumkin bo'lgan kattaliklar: *energiyaviy termalar, ehtimoliy utish amplitudalari* xususida fikr yuritishi mumkin, holos. Bir so'z bilan aytganda atomdagi elektronning harakati haqida so'z yuritib bo'lmaydi. Ikkinchi tomondan Shryodinger mikrozzarrachalarni to'lqin paketi (to'plami)ga moslab ular haqida fikr yuritadi. V.Geyzenberg *noaniqlik tamoyilini* ochib kvant mexanikada katta iz koldirdi¹⁸. Bu tamoyilga asosan ixtiyoriy o'zaro mavxum kushmalashgan kattaliklar , masalan energiya (ΔE) va vaqt (Δt) oraliklari, impuls (ΔR) va koordinata (ΔX) uzgarishlarini bir vaqtda aniq ulchab bo'lmaydi. Masalan zarrachaning koordinatasi (traektoriyasi) kancha aniq bo'lsa, uning impulsi Shunga noaniq bo'ladi. Bu tamoyil kvant mexanikasidagi sababiylik qonunini ham to'la ifodalashda kul keladi va yoruglik va materiyaning dualistik –korpuskulaviy to'lqinli tabiatidan kelib chiqadi Kvant mexanikasidagi fundamental tamoyillardan yana biri *Borning to'ldirish tamoyilidir*. Unga asosan: to'lqin va zarracha bir-birini to'ldiradi, sodir bo'layotgan jarayonning tasvirini oydinlashtiradi. Mikrozzarrachalarning korpuskulaviy to'lqin xususiyatlaridan ziddiyat mikroobhekt va mikroasboblari o'rtasidagi nazorat qilib bo'lmaydigan o'zaro ta'sirdir. O'lchov asboblari ikki tabakalidir: biri borlikning to'lqin, ikkinchisi korpuskula xususiyatlarini his qiladi. Shu sababdan to'lqin va korpuskulalar mavjud fizikaviy tajribadagi «izlaridir».

Shunday qilib mikroduyoni korpuskulaviy to'lqinli dualizm yordamida to'la tasavvur etish mumkin.

Elementar zarrachalar materiyaning tashkil etuvchilaridir. XIX asrning 30-yillarida yadro fizikasi, sungra elementar zarralar fizikasi keng rivojlandi, chunki bu vaqtda norelyativistik kvant mexanikasi to'la tavsiflandi, relyativistik kvant mexanikasining asosiy qonunlari kashf qilingan edi. Xususan Dirakning relyativistik tenglamasining ikki echimi (1931 yil) elektronning antizarrachasi – pozitronning mavjudligini oldindan aytib berishga imkon beradi.

Elementar zarralardan dastlab, sungra foton yaratilgan. AQSH olimi K.Anderson (1932 yil 1-sentyabr) tomonidan pozitron tajribada topildi*.

J.CHedvik (1932 y) berilliyi nurlantirishga bag'ishlangan tajriba natijalaridan neytronni kashf etdi. Shundan sung V.Geyzenberg , D.D.Ivanenkolar yadroning proton va neytronlardan iboratligini qayd qilganlar. YAdroning bu modeli proton, neytronning o'zaro ta'sirini urganishga , bu esa mezonlarning yaratilishiga olib keldi, chunki proton – neytronli o'zaro ta'siri elektromagnit tabiatli emasligi aniq edi . Bunday o'zaro ta'sir «kuchli o'zaro ta'sir» deb yuritiladi va bu maydonning zarrachasi nuklonidir. Bu ta'sir aniq masofalarda mavjuddir : neytron va proton yadro ulchami (10^{-13} sm) dan katta masofalarda o'zaro ta'sirlashmaydilar. YApon fizigi X.YAkova (1935 yil) nuklonlarda o'zaro ta'sir $\approx 200 m_0$ massali ($m_0=9.1 \cdot 10^{-31}$ kg erkin elektron massasi) mezonlar bilan almashishi hisobiga kechadi deb hisoblangan*. Biroz utgandan sung bu hol mezonlar (massasi $\approx 206 m_0$) xosligi kashf etildi. Kuchli o'zaro ta'sir yangi tabiatli o'zaro ta'sir bo'lib, elektromagnit va gravitatsiyaviy o'zaro ta'sirlardan tubdan farq qiladi .

Bu bilan taxminan bir vaqtda neytronning β -emirilishida aniqlangan kuchsiz o'zaro ta'sir ham topilib, u ham yangi , yuqoridagilardan tubdan farq qiluvchi fundamental o'zaro ta'sirdir. Bunda neytron uzidan elektron chiqarib protonga aylanadi. V.Pauli bu iborani oydinlashtirib neytronning

β -yemirilishida yana bir neytral zarra («neytrino») ham ajralib chiqishini ta'kidlagan . Bu zarrachaning emirilishda mavjudligi energiya va impul's saqlanish qonunining bir vaqtda bajarilishidan kelib chiqadi. Keyinroq kuchsiz o'zaro ta'sir bilan boglangan π mezon ham aniqlangan. Shu sababdan neytrino deyarli muhitda tutib qolinmaydi.

Kuchli o'zaro ta'sirning keyingi zarralari K-mezon , giperonlar aniqlangan. Bu zarralar «adronlar » ham deb yuritiladi. Ular tez vaqtda nisbatan engilrok «g'alati » zarralarga emirilishi mumkin. Ularning yashash vaqti 10^{-8} - 10^{-10} sek.

¹⁸ Bu natijaga elektronning troektoriyasi, aylanish chastotasi kabi tushunchalarni rad etish bilan keldi.

Oxirgi 20 yil ichida elementar zarralar fizikasi rivojlanib adronlar «kvark»lar va «glyuon»lardan iboratligi isbotlandi. Ularni tabiiy erkin holda kuzatish mumkin emas. Shunday qilib bulinmas erkin zarralar ham boshka zarralardan tashkil topgandir. Fizikada esa turt xil: gravitatsiyaviy, elektromagnit, kuchli va kuchsiz o'zaro ta'sirlar mavjuddir. Endi qisqacha gravitatsiyaviy va elektromagnit o'zaro ta'sirlarga to'xtalaylik. Kuchli (qisqa masofalarda) va kuchsiz (uzoq masofalarda) o'zaro ta'sirlardan fizikaviy tabiati bilan farq qiluvchi elektromagnit ta'sir mumtoz fizikadan ham, masalan, zaryadlar o'rtasida uchraydi. Elektromagnitning o'zaro ta'sirini tashuvchi kvant – fotondir. Bu o'zaro ta'sir kimyoviy va biologiyaviy jarayonlarda ham uchraydi.

Gravitatsiyaviy o'zaro ta'sir butun olam tortishish qonuni bilan ifodalanuvchi eng kuchsiz o'zaro ta'sir bo'lib, mikrofizikada bu ta'sir e'tiborga olinmasa ham bo'ladi. Gravitatsiyaviy ta'sir ul'tra kichik (10^{-33} sm) masofalarda sezilarlidir. Mikrodunyoda bu ta'sir asosiy bo'lib, kosmik jismlar tasviri bu o'zaro ta'sir qonunlariga buy sinadi.

Umuman olganda bir fizikaviy jarayonda bir vaqtning uzida bir necha o'zaro ta'sir o'z ta'sirini ko'rsatadi, faqat ularning ulushlari mikdoran har xil bo'ladi.

Har qanday o'zaro ta'sir maydoni orqali uzatiladi. Hozirgi zamon fizikasida maydon ko'p sonli uzgaruvchan qiymatli zarralar (maydon kvantlari) to'plami sifatida qaraladi. Maydon kvantlari bo'lmagan va eng kichik energiyali maydon bushlikdir. Bu holatda mumtoz fizika qonunlari ma'noga ega emas, chunki bo'shliq odatdagi materiyaning bir ko'rinishi mas. Bo'shliq mumtoz fizikaviy bo'shliq emas, u, kvant fizikasi buyicha, uygotgan holatda mikrozararlarga ega bo'ladi. Xususan bushlikda gravitatsiyaviy maydon, uning kvanti –gravitonlar ham bo'lishi mumkin. biroq bu nazariy taxmin , tajribada kuzatilmagan.

Hozirgi zamon fizikasida, masalan , kvantli xromodinamikada «virtual (oralik) maydon», « virtual zarralar» tushunchalarga to'xtalib utmaymiz, chunki bo'larni tushunish uchun o'quvchi ma'lum darajada chuqur nazariy fizikaviy tushunchalar bilan qurollangan bo'lishi kerak .

1915-1916 yy. nemis fizigi A.Zommerfeld Borning nazariyasini rivojlantirib, vodorod atomi spektrining nozik tizilmasi nazariyasini ko'rdi. U bunda *radial va azimutal kvant sonlarini* kiritdi. Nemis olimi P.Debay bilan hammualliflikda Zeeman samarasining nazariyasini kurib, *magnit kvant sonidan* foydalandi va fazoviy kvantlashish tushunchasini kiritdi.

A.Eynshteyn kvant nazariyasidan foydalanib, atomli tizimlarda spontan (o'z-o'zidan) va majburiy optikaviy nurlanishlarning ehtimolliklari koeffitsientlarini kiritdi va indutsirlangan nurlanigshlarni bashorat qilgan edi.

1921 y. N.Bor kvantlar nazariyasiga asoslangan holda kimyoviy elementlarning davriy tizimining ko'pgina qonuniyatlarini tavsiflab berdi.

Ko'pgina tajriba faktlarining ayrimlari bir vaqtning uzida Fizikaviy obhektlarningdualistik tabatining zoxir bo'lishini talab etardi. Bu holni tavsiflashda va murakkab atomlarning fizikaviy tabiatini tushuntirishda M.Plank va N.Bor nazariyasi o'jizlik kila boshladi. Bunday kamchiliklardan holeh nazariyani avstriyalik Ervin SHryodenger, germaniyalik Verner Geyzenberg (keyinchalik Maks Born, Paskual Iordan) va Angliyalik Pol Andri Mari Diraklar ko'rdilar. Ular yaratgan nazariyalarga asoslangan fanlar mos holda *norelativistik to'lqin va matiritsaviy kvant mexanikasi* va *relativistik kvant mexanikasi* deb yuritila boshladi.

1926 y. E.Shryodinger uzining mashxur Shryodingerning statsionar va nostatsionar tenglamalarini kashf qilib, ma'lum vaqt utgandan sung Geyzenbergning *maritsaviy kvant mexanikasi* va uzining nomi bilan boglangan *to'lqin kvant mexanikasi* riyoziyot nuktai nazaridan aniyligini ko'rsatdi. Bu orada M.Born esa *to'lqin funktsiyasining* fizikaviy ma'noga ega emasligi, uning modulining kvadrati esa *zarrachaning izalanayotgan sohada topilishi ehtimolligini bildirishini* ta'kidlab utgandi. Shryodinger tenglamasi sferik simmetriyaviy potentsial maydondagi echimlaridan *bosh, magnit va orbital ekvant sonlari* bevosita kelib chiqadi.

1927 y. V.Geyzenberg uzining mashxur *noaniqlik munosabatlarini* xosil kildi. 1928 y. P.A.Dirak Shryodingerning statsionar va nostatsionar tenglamalarini maxsus nisbiylik nazariyasining talabdarni qanoatlantiradigan tenglamalarini topdi. Bu tenglamalrning echimlaridan elektrondan ishorasi bilan farqlanuvchi musbat zaryadlangan, massasi elektron massasiga teng bo'lgan *antielektron*, ya'ni *pozitronning* mavjudligini bashorat qilgan edi.

Ayrim tajriba faktlarini to'la tasvirlash maqsadida AQSHlik olimlar Samuel Gaudsmit va Jorj Ulenbeklar elektronlarning *spini* tushunchasini o'rtaga tashlagan bo'lsalar, shveytsariyalik Volfgang Pauli *spin tushunchasini* to'la to'kis bayon kila oldi. Bu holni yorituvchi tenglamani Shryodinger – *Pauli tenglamasi* deb yuritiladi.

Frantso'z fizigi Lui de-Broyl 1924 yilda Bor posto'latlarining mohiyatini tushuntirish maqsadida o'sha davr fiziklarini o'ta taajjubga solgan gipotezani o'rtaga tashladi: moddiy zarracha harakatiga ma'lum to'lqin tarqalishi mos keladi, masalan, elektor ham korpuskulyar, ham to'lqin

xususiyatga ega: boshqacha aytganda yorug'lik uchun Eynshteyn taklif qilgan korpuskulyar-to'lqin dualizm bir xil darajada elektron va boshqa har qanday zarrachalar uchun ham o'rinalidir. Eynshteynning yorug'lik kvanti uchun yozgan munosabatidan foydalanib de-Broyl zarracha impulsi va uning erkin harakatiga mos kelgan monoxromatik to'lqin (de-Broyl to'lqini)ning uzunligi λ orasidagi $\lambda = h/p$ bog'lanishni topdi. De-Broyl to'lqinining tabiati mexanik yoki elektromagnit to'lqinlarnikidan farq qilib statistik tavsifga egadir (Maks Born 1926 yil). Elektronlarning to'lqin xususiyatlariga bog'liq xodisalari 1927 yilda amerikalik fiziklar Klinton Devisson va Lester Jermer tajribasida ko'zatildi. Keyinroq to'lqin xususiyatlari atomlar va xatto molekularlar dastalarida ham topildi va de-Broyl gipotezasi tajribada to'liq tasdiqlandi.

Tajriba natijalarini tushuntirishda ma'lum muvaffaqiyatlarga erishgan bo'lishiga qaramay, Plank Bor kvant nazariyalari mantiqiy ichki qarama-qarshilikdan holi emas edi: bir tomondan Nyuton mexanikasi asoslaridan foydalanilsa, boshqa tomondan esa unga va mumtoz elektrodinamikaga mutlaqo beg'na bo'lgan qandaydir sunoiy kvantlashish qoidolari qo'llanilardi. Buning ustiga Bor nazariyasi murakkab atomlar xususiyatlarini tushuntirishga ozij-lik qildi, nurlanish intensivliklarini katoiy hisoblashda katta qiyin-chiliklarga duch keldi. Shu sababdan elektron va boshqa mikrozararlarning korpuskulyar-to'lqin xossalarini birgalikda e'tiborga olib tashqi maydon-lardagi harakatini to'g'ri va batafsil ifodalovchi nazariya zarur bo'lib qoldi. 1925 yilda nemis fizigi Verner Geyzenberg bu yo'lda ilk qadam qo'ydi. Uning harakat tenglamalarida elektron koordinatasi va tezliklari urniga ma'lum abstrakt algebraik kattaliklar-matritsalar katnashadi, tajribada ko'zatiladigan fizik kattaliklar (masalan, nurlanish chastotalari va inten-sivliklari) va matritsalar orasidagi bog'lanish uchun sodda qoidalar berildi. Geyzenbergning bu ishlari vatandoshlari Maks Born va Paskual Iordanlar (1926 y.) tomonidan rivojlantirildi. Shunday qilib matritsaviy mexanika vujudga keldi.

1926 yilda avstriyalik nazariyotchi fizik Ervin Shryodinger faqat erkin mikrozararlarning to'lqin harakati (de-Broyl to'lqinlari) nigina emas, balki ixtiyoriy tashqi maydon ta'siridagi zarracha harakatini ifodalovchi mashur to'lqin tenglamasini berdi. To'lqin funktsiyasi uchun yozilgan bu tenglamani Shryodinger vodorod atomidagi elektron harakatiga qo'lladi. Borning sirli tuyo'lgan kvantlashish qoidolari endilikda elektron harakatlarini ifodalovchi turg'un de-Broyl to'lqinlarining mavjudlik shartlari sifatida tabiiy ravishda o'z-o'zidan kelib chiqdi. Ana Shunday yo'l

bilan to'lqin mexanikasi yuzaga keldi. Tez orada Shryodinger matritsaviy va to'lqin mexanikalar matematik jihatdan ekvivalent ekanligini isbot qildi. Mikrozaralar harakatini o'rganuvchi yangi mexanika umumiy bir nom bilan kvant mexanikasi deb atala boshlandi. Shryodingerning to'lqin tenglamasi norelyativistik kvant mexanikasining asosiy tenlamasi hisoblanadi. 1928 yilda ingliz fizigi Pol Dirak Shryodinger tngldamasini umumlashtirib, maxsus nisbiylik nazariyasi talablarini qanoatlantiradigan relyativistik to'lqin tenglamasini xosil qildi. Dirak tenglamasi relyativistik kvant mexanikasining eng muhim tenglamalaridan biri bo'lib, xususan, elektron-pozitron jufti to'g'ilishi mumkinligini bashorat etdi.

Bir qator atom xodisalarini, birinchi navbatda, atomlar nurlanish spektrlarini sinchiklab o'rganish elektron xossalarini to'liq ifodalash uchun uni elektr zaryad va massadan tashqari ichki (xususiy) impuls momenti-spin bilan ham tavsiflash zarurligiga olib keldi. Elektron $\hbar/2$ xususiy mexanik

moment va $\ell_0: \frac{e_0 \hbar}{2m_0 \ell}$ yoki $e_0 \hbar 2m_0 \ell \quad \hbar / 2m_0 \left(\hbar = \frac{\hbar}{2\pi} \right), e_0, m_0$ elektron

zaryadi va massasi) xususiy magnit momentga egaligi to'g'risidagi gipoteza 1925 yilda amerikalik fiziklar Semyuel Gaudsmit va Jorj Ulenbeklar tomonidan o'rta tashlangan edi. Elektronning spin nazariyasi shveytsariyalik fizik Volfgang Pauli ishlarida keng rivojlantirildi. U elektron spinini hisobga olish natijasida atomlar, molekularlar, atom yadrolari va qattiq jismlar nazariyalarida hal qiluvchi ahamiyat kasb etgan o'zining taqiqlanish tamoyilini (Pauli tamoyili 1925 yil) kashf etishga muvaffaq bo'ldi. Pauli tamoyiliga muvofiq ixtiyoriy atom tizimda ayni bir kvant holatda bittadan ortiq elektron bo'lishi mumkin emas. Elektron spinining mavjudligi atomlar spektrining multiplet (nozik) strukturasini, Zeeman samarasini, atomlar elektron qobiqlarining to'lib borish tartibini, ferromagnetizm va boshqa juda ko'p xodisalarini to'g'ri tushuntirib berdi. Bu yerda Shuni qayd qilmoq kerakki, agar norelyativistik kvant mexanikasining matematik apparatiga spin tushunchasi Pauli tomonidan fenomenologik ravishda kiritilgan bo'lsa, Dirakning relyativistik to'lqin tenglamasidan elektron spinga va spin magnit momentga ega bo'lishi bevosita kelib chiqadi.

Atom tuzilishini o'rganish umuman aytganda, o'z mohiyatiga kura ko'p jism masalasi bo'lib, dastlabki paytdan boshlab kvant mexanikasini o'zaro ta'sir-laShuvchi ko'p sondagi zarrachalar tizimsiga tadbik etishni talab etardi. 1926 yilda V. Geyzenberg almashinuv energiyasi tushunchasini kiritib geliy atomining kvant nazariyasini ko'rdi, nemis nazariyotchi fizigi Valter

Gaytler va ingliz fizigi Geynts London 1927 yilda birinchi bo'lib vodorod molekulasini taqribiy hisoblash yo'lini ishlab chiqdilar. Ana Shu tarika kvant-ximiyasi vujudga kela boshladi. Ko'p elektronli tizimning kvant mexanikasiga metallar va yarim o'tkazgichlar nazariyasida ham keskin extiyoj sezildi. P. Dirakning ko'rsatishicha (1926 yil) spini $\hbar/2$ ga tok karrali zarrachalar tizimsining to'liq funktsiyasi ikki zarracha koordinatalarini almashtirishga nisbatan antisimmetrik (Fermi-Dirak statistikasi), spini $\hbar$ ga karrali zarrachalar tizimsi uchun esa simmetrik (Boze-Eynshteyn statistikasi) bo'ladi. Tez orada og'ir atomlar elektron qobiqlarini hisoblashga imkon beradigan statistik modeli (amerika fizigi Levelin Tomas va E. Fermi, 1927-1928 yillar) va o'z-o'ziga moslashgan maydon metodi (ingliz fizigi Duglas Hartri va V. Fok, 1928-1930 yillar) yaratildi.

Kvant mexanikasi va uning fizika hamda kimyo fanlaridagi urni
Ma'lumki, fizika fani materiyaning eng oddiy harakatlarini o'rganadi. Materiya ko'rinishi xilma xil bo'lib, cheksiz kichik oboektlardan tortib to Koinot galaktikalarigacha bo'lishi mumkin. Tarixan inson dastlab o'zini urab olgan ko'zga ko'rinadigan atrof-muhitni mukammal o'rgangan. Bunda u ma'lum qonuniyatlar, tushunchalar yaratdi. Ana Shu ilmiy bisoti bilan u o'zidan uzoqda joylashgan Koinot jismlarining harakatini va atrof - muhitning ko'zga ko'rinmas qismlarini o'rganishga kirishdi. Ammo har qaysi sohalarning o'ziga xos xususiyatlarini e'tiborga olish natijasida fizika fanining yangi bo'limlari paydo bo'ldi. Shulardan biri kvant mexanikasi bo'lib, u asrimizning 20- yillarida shakllana boshladi. Kvant mexanikasining fizika fanidagi to'tgan urnini va qo'llanish chegarasini olam masshtabi (o'lchami) tushunchasida tasavvur qilaylik. Hozirgi kunda inson o'z tafakkuri, fan va texnika yutuqlari yor-damida uzunlikni eng kichik 10^{-18} m (elektron o'lchami) dan boshlab eng katta 10^{26} m (Koinot chegarasi) gacha o'lchay 'ladi. Bu bir butun olam uchun umumiy (universal) qonuniyatlar yo'qligi tufayli uni xususiyatlariga qarab quyidagi turtta sohaga shartli ravishda bo'lishi mumkin (1.1-rasm):

I soha $0 \leq R \leq 10^{-18}$ bo'lib, uni submikroolam deyiladi;

II soha $10^{-18} \text{ m} \leq R \leq 10^{-7} \text{ m}$ bo'lib, uni mikroolam deyiladi;

III soha $10^{-7} \text{ m} \leq R \leq 10^{24} \text{ m}$ bo'lib, uni makroolam deyiladi;

IV soha $10^{24} \text{ m} \leq R \leq \infty$ bo'lib, uni mega'lam deyiladi;

Har qaysi olam o'zining fundamental doimiysiga ega bo'lib, bu kattalik mazkur olamdagi fizik kattaliklarining o'lchov birligi hisoblanadi. Shu bilan birga bu fundamental doimiylik bir olamdan ikkinchi olamga utish

chegarasini bildiradi. Submikroolam o'lchami elektron o'lchamidan (10^{-18} m) kichik bo'lgan sohalar bo'lib, texnik qiyinchiliklarga kura amaliy jihatdan o'rganilmagan. Nazariy hisoblashlarga qaraganda bu sohada vaqt va fazo tushunchami o'z ma'nosini yo'qotadi. Bu sohada uzunlikning fundamental doimiysi bo'lishi kerak, ammo hozircha u aniqlanmagan. Makroolam xususiyatlari, u erdagi harakat qonuniyatlari mumtoz fizika tomonidan boshqa sohalariga qaraganda nisbatan mukammal o'rganilgan. Mega'lam fizikaning kosmologiya bo'limi tomonidan o'rganilmokda. Mikroolam elektron o'lchamidan (10^{-18} m) boshlab molekula o'lchamigacha (10^{-7} m) bo'lgan sohani o'z ichiga oladi. O'lchami Shu oralikka mos kelgan barcha zarrachalar (elementar zarrachalar, yadro, atom, molekula va hakazo) mikrozarachalar deyiladi. Biz ularni qisqacha zarrachalar deb ham yuritamiz. Bu sohaning boshqa sohalardan tubdan farq qildiruvchi xususiyatlari bor. Ularning asosiylari quyidagilardan iborat:

a) mikroolam zarrachalari bir vaqtning o'zida ham to'liq, ham korpuskulyar xususiyatga ega bo'ladi ;

b) mikroolam strukturasi makroolamnikiga o'xshash o'zluksiz bo'lmay, balki diskret (o'zluqli) dir;

v) mikroolamda zarrachalarni tavsiflovchi fizik kattaliklar ko'pincha diskret qiymatlar 'ladi;

g) mikroolam Plank doimiysi deb ataluvchi fundamental doimiylikka ega. Ko'pgina fizik kattaliklar $\hbar$ birligida o'lchanadi ($\hbar = 1.05492 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$);

d) mikroolamda makroolamga xos bo'lgan traektoriya tushunchasi yo'q. Buning urniga mikroolamda zarrachaning fazoni biror elementida ma'lum vaqt momentida bo'lish ehtimolligi ishlatiladi;

e) mikroolamda zarracha holatini o'rganish ehtimollik nazariyasiga asoslanganligi tufayli u statistik tavsifga ega. Ammo u makroolamga xos bo'lgan mumtoz statistikadan tubdan farq qiladi. Mumtoz statistika ko'p zarrachali tizimlarga xos bo'lsa, mikroolamda har bir zarracha holati ham statistik ma'noga ega bo'lishi mumkin.

Mikroolamning yuqorida qayd etilgan oboektiv xususiyatlarini o'zida aks ettiruvchi fizikaning bo'limi kvant mexanikasidir. Kvant mexanikasi mik-roolam zarrachalarning harakati bilan bog'liq bo'lgan xodisalarini o'rganadi. Ravshanki, har qanday makrojism xossalari uni tashkil etgan zarrachalar xususiyatlari bilan o'zviy bog'liqdir. Shu boisdan kvant

mexanikasi mikroolam xususiyatlarini o'rganish jarayonida mumtoz fizika hal eta olmagan makroolam xususiyatlarini asoslab beradi.

Kvant mexanikasi XX asr fizikasining eng rivojlangan sohasi bo'lib, fan va texnikaning hamma sohalariga kirib bormoqda. Modda tuzilishining funadamental asosi hisoblanadi. Hozirgi zamon yadro energetikasining rivoji, lazer nurlarining keng qo'llanilishi, o'ta o'tkazuvchanlik nazariyasi kvant mexanikasining maxsulidir.

Kvant mexanikasi norelyativistik (zarracha tezligi yorug'lik tezligidan juda kichik va spini hisobga olinmaydigan) va relyativistik (zarracha tezligi yorug'lik tezligiga yaqin, spinga ega) kvant mexanikasiga bo'linadi..

Mutlaq qora jism deb o'ziga tushgan har qanday to'liq uzunlikdagi elektromagnit to'liqinni to'la yutuvchi jismga aytiladi. Garchi mutlaq qora, yaltirok yoki tiniq jism tabiatda topilmasa ham xususiyati Shunga yaqin bo'lgan jismlar bo'ladi. O'zidan issiqlikni o'tkazmaydigan materialdan yasalgan, a tirqishli, sferik shakldagi (1.1- rasm) jism mutlaq qora jism xususiyatiga ega. chunki uning tirqishidan o'tgan nur ichki sirtida bir necha bor qaytib, har qaytishda energiyasini yo'qota borib,okibatda to'la yutiladi. Shunday jismni ma'lum haroratgacha kizdirsak, uning ichida termodinamik muvozanatli nurlanish xosil bo'ladi. Tajribadan ma'lum bo'lishicha, nurlanish energiyasining spektral zichligi $\rho_T(\omega)$ nurlanish chastotasi ω ortishi bilan ortadi va ω ning ma'lum (T ning har bir qiymati uchun alohida) $\omega = \omega$ qiymatdan sung ω ortishi bilan $\rho_T(\omega)$ kamayadi. Nazariyaning vazifasi bu tajriba natijasiini (1.1 - rasm) tushuntirish va

$$\rho_T(\omega) = f(\omega, T) \quad (1.1)$$

bog'lanishni aniqlashdan iborat edi. Shu maqsadda ko'p o'rinishlar bo'ldi. Termodinamika qonuniga asosan G. Kirxg'f muvozanatli nurlanishning umumiy qonunlarini berilgan haroratda nurlanish energiyasining spektral zichligi $\rho_T(\omega)$ qora jism moddasining tabiatiga bog'liq emasligini hamda qora jism nurlanish kobiliyatining nur yutish kobiliyatiga nisbati $\rho_T(\omega)$ ga mutanosibligini aniqladi.Oberts Stefan-Boltsman mutlaq qora jism yuza birligidan vaqt birligi ichida sochilgan nurlanish energiyasi ε haroratning turtinchi darajasiga to'g'ri mutanosib

$$\varepsilon = \sigma T^4 \quad (1.2)$$

ekanligini topdi. Bu erda $\sigma = 5.6697 \cdot 10^{-8} \frac{\mathcal{K}}{M^2 c K^4}$ bo'lib Stefan- Boltsman doimiysi deyiladi.

Stefan Boltsman qonuni 1.2-rasmdagi egri chiziq 'stidagi yuzaga son jihatdan teng bo'lsa ham (1.2) bog'lanishni izoxlay olmaydi.

Statistik fizika qonunlariga asoslanib V.Vin nurlanish energiyasi spektral zichligining maksimumini aniqladi:

$$\lambda_{\max} T = 2.8979 \cdot 10^{-3} [MK] \quad (1.3)$$

Bu qonunga binoan nurlanish energiyasining maksimumiga to'g'ri kelgan to'liq uzunlik qora jism haroratsiga teskari mutanosib ekan.Shu sababdan harorat ortishi bilan 2.2 rasmdagi energetik maksimum ung (katta chas-totali) tomonga siljiydi.

Reley va Jins elektrodinamika, statistik fizika va umuman mumtoz fizikaning barcha yutuqlaridan foydalanib, mutlaq qora jismni 'stsillyatorlar to'plamidan iborat deb qarab,nurlanish energiyasining spektral zichligi uchun quyidagi natijani aniqlashdi:

$$\rho_T(\phi) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \prec E \succ \quad (1.4)$$

Bu erda s - yorug'likning bushliqdagi tezligi, ω - 'stsillyatorning tebranish chastotasi, $\prec E \succ$ - bitta 'stsillyatorning o'rtacha energiyasi Boltsman teoremasiga binoan,har bir erkinlik daraja soniga o'rtacha $k_B T / 2$ miqdordagi energiya to'g'ri keladi. Tebranma harakat qilayotgan zarracha ikkita erkinlik daraja soniga ega bo'lganligi sababli $\prec E \succ = k_B T$ ga teng bo'ladi (bu erda k_B -Bolitsman doimiysi). Buni hisobga olsak (1.4) formula

$$\rho_T(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} k_B T \quad (1.5)$$

ko'rinishga keladi. Aniqlangan (1.5) nazariy natija tajriba bilan solishtirilganda u chastotaning kichik qiymatlarida ($\hbar \omega \ll k_B T$) tajribaga mos kelib , yuqori chastotalarda ($\hbar \omega \gg k_B T$) (ultrabinafsha sohada) tajribaga mutlaqo zid bo'ladi (1.3-rasm). Bu holni "ultrabinafshaviy halokat " deyiladi. Shunday qilib mumtoz fizika tushunchalariga asoslanga (1.5) nazariy ifodalar tajriba natijalarni tushuntirsa –da, qisman spektrlarini taqqoslash ham $\rho_T(\omega)$ ning berilgan haroratda ω ga bog'liqligini aniqlay olmadi. Bu masala muamoligicha qoldi. Bunday natijalar mumtoz

fizika mutlaq qora jism nurlanishining tajribaga mos keluvchi umumiy qonuniyatini aniqlashga o'zaro ekanligini ko'rsatdi.

Mutlaq qora jism nurlanishi uchun Plank nazariyasi. Mumtoz fizika na-moyondalaridan farqli ravishda M.Plank 'stillyator tomonidan nurlanayotgan energiya o'zluksiz bo'lmasdan diskret bo'lsin deb qabul qildi. Shuning uchun 'stillyator energichsini quyidagicha olinadi:

$$E = n\hbar\omega \quad (1.6)$$

Bu erda $n = 1, 2, 3, \dots$ qiymatlarni 'ladi va kvant soni deb yuritiladi, ω -

ostsillyatorning tebranish chastotasi, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ Plank doimiysi (

$$\hbar = 6.62491 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}).$$

Shunday qilib, Plank tomonidan mumtoz fizikaga yot bo'lgan yangi tushuncha - mikroboekt energiyasining kvantlanishi kiritildi hamda mikro- va makroolamning chegaraviy doimiysi $\hbar$ aniqlandi.

Statistik fizika qonunlariga binoan (1.6) ifodaning o'rtacha qiymati

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar\omega}{\exp \frac{\hbar\omega}{k_B T} - 1} \quad (1.7)$$

teng bo'ladi. Buni (1.4)ga qo'y sak,

$$\rho_T(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \quad (1.8)$$

kelib chiqadi. Uni Plank formulasi deyiladi va u tajribadan olingan natijaga (ω_0 ning katta va kichik qiymatlarida ham) yaxshi mos keladi (2.3-rasm). Bu borada Shuni tapkidlash o'rinliki, tajriba haqiqat mezonidir. Naza-riyaning tajribaga mos kelishi esa uning yaratilishiga asos qilib olingan tushunchalarning to'g'riligidan dalolat beradi. Demak, kvantlashish tushunchasi mutlaq qora jismni tashkil etgan 'stillyatorlarning, ya'ni mikroboektlarning oboektiv xususiyatidir.

Plank formulasi (1.8) tajribaga mos kelish bilan birga, u umumiy hamdir. Bunga quyidagi amallarni bajarish bilan ishonch xosil qilish mumkin: a) (1.8) ifodani ω ning barcha o'zgarish sohasi buyicha

Integrallasak $E = \int_0^\infty \rho_T(\omega) d\omega = \frac{\pi^2 k_B^4 T^4}{15c^3 \hbar^3}$ -Stefan-Boltsman qonuni kelib

chiqadi; b) (1.8) ifodadan $\frac{d\rho_T(\omega)}{d\omega} = 0$ tenglamaga asosan $\rho_T(\omega)$ ning

maksimumi $\left(\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}\right)$ almashtirish qilib)

$$\eta \ell^\eta = 5(\ell^\eta - 1) \quad (1.9)$$

transsendent tenglamadan aniqlanadi. U η ning $\eta = \frac{2\pi \hbar c}{k_B T \lambda_{\max}} = 4.96$

qiymatida qanoatlanadi. Bu esa Vin qonunidir;

v) (1.8) ifodadagi eksponentsial funktsiyani ω ning $\hbar\omega \ll k_B T$ shartni qanoatlantiruvchi qiymatlarida qatorda yoysak, Reley va Jins qonuni (1.5) kelib chiqadi.

Savollari

1. Kvant mexanikasining paydo bo'lishini taqazo etgan tajribalar.
2. Kvant mexanikasining rivojlanish etaplari.
3. Kvantlashish tushunchasi.
4. Mikroolam
5. Stefan-Boltsman qonuni.
6. Vin qonuni.
7. Reley va jins qonuni
- 8.. Ultrabinafsha fojia
9. Plank formulasi
10. Plank formulasidan mumtoz qonuniyatlar keltirib chiqarish

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1982.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1972.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. .G.X.Xoshimov, R.YA.Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.: O'qituvchi, 1995. -274 bet
7. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 268 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicag' Press.

LECTION 2

2- MAVZU

Lui-de-Broyl to'liqlari. Superpozitsiya tamoyili. To'liq funktsiyalari yordamida holatlarni tavsiflash. *Volnq de Broyle. Tamoyil suprepozitsii. Volnovqe funktsii. Waves De - Broyle. A principle of a superposition. Wave functions.*

REJA:

Kirish : Korpuskulyar-to'liqnazariyasi va uning haqidagi tarixiy ma'lumotlar

Asosiy qism:

1. **Lui-de-Broyl to'liqlari.** *Volnq de Broyle. Waves De - Broyle.*

2. **Superpozitsiya tamoyili.** *Tamoyil suprepozitsii A principle of a superposition*

3. **To'liq funktsiyalari yordamida holatlarni tavsiflash..** *Volnovqe funktsii.. Wave functions.*

Xulosa: Korpuskulyar to'liqnazariyaning hozirgi zamon fizikasidagi, jumladan o'rta va maxsus tahlil tizimidagi ahamiyati.

YUqorida qayd etganimizdek, bir qancha xodisalarni, jumladan fotosamara, Kompton samarai, atomning nurlanish va nur yutishini yorug'likning to'liq tabiati yordamida tushuntirib bo'lmaydi. Bunday xodisalarni izohlash uchun yorug'likning kvant nazariyasi (Plank tomonidan fanga kiritilgan nurlanish energiyasining kvantlashish xususiyati) asos qilib olinadi. A. Eynshteynning (1905 y.) taklifiga binoan yorug'lik kvanti

$$\varepsilon = \hbar\omega \quad (2.1)$$

energiya va

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (2.2)$$

impulsga ham ega bo'lishi kerak. Bu erda $\vec{k}$ - to'liq vektori bo'lib, yuqoridagi yorug'lik tarqalish yo'nalishini ko'rsatadi. Uning X,Y,Z o'qlari bo'yicha tashkil etuvchilarini quyidagicha yozish mumkin:

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha, k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta, k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma,$$

α, β, γ - yorug'lik tarqalish yunalishi bilan X,Y,Z uqlari orasidagi burchaklar γ -yorug'lik to'liq uzunligi. Keyinchalik energiyasi (2.1),

impulsi (2.2) formulalar bilan aniqlanuvchi yorug'lik kvantiga G. Lyuis (1926 y.) *foton* deb nom berdi. Faraz qilaylik, foton energiyasi E, impulsi r bo'lgan zarracha bilan to'qnashsin. To'qnashish natijasida zarracha hamda fotonning energiya va impuls-lari o'zgaradi. O'zaro to'qnashish jarayoni uchun energiya va impulsning saqlanish qonunlari o'rinli bo'ladi:

$$\hbar\omega_0 + E_0 = \hbar\omega + E \quad (2.3)$$

$$\hbar\vec{k}_0 + \vec{p}_0 = \hbar\vec{k} + \vec{p} \quad (2.4)$$

Bu erda $\hbar\omega_0, E_0$ va $\hbar\vec{k}_0, \vec{p}_0$ -mos holda foton va zarrachaning to'qnashgungacha energiyalari va impuls-lari $\hbar\omega, E$ va $\hbar\vec{k}, \vec{p}$

xuddi Shu kattaliklarning to'qnashishidan keyingi qiymatlari. (2.2)Va (2.4) ifodalar yordamida quyidagi xodisalarni izohlash mumkin: a) $\omega = 0$ (bu holda $\vec{k} = 0$) bu $\hbar\omega_0$ energiyali yorug'lik kvantining yutilishidir: b) $\omega = 0$ (bu holda $R = 0$). Bu $\hbar\omega$ energiyali yorug'lik kvantining nurlanishidir: v) $\omega = 0, \hbar\omega_0 = 0$. Bu holda $\hbar\omega_0$ energiyali va $\hbar\vec{k}_0$ impulsi yorug'lik kvanti to'qnashish tufayli sochilib, boshqa yorug'lik kvantiga ($\hbar\omega, \hbar\vec{k}$) aylanadi. Yorug'lik kvant nazariyasining tub ma'nosi Shundan iboratki, yuqoridagi xodisalarda, ya'ni yutilishda, nurlanishda va sochilishda energiya va impulsning o'zgarishi ixtiyoriy bo'lmay, kvantlashgan bo'ladi. Shunday qilib, hozirgi zamon ta'limotiga ko'rayorug'lik kvanti bir vaqtning o'zida ham to'liq, ham korpuskulyar xususiyatiga ega bo'lgan dinamik zarrachadir. U faqat to'liqdan iborat emas, chunki uning energiyasi chastotaga mutanosib. To'liq maydonining energiyasi esa to'liq amplitudasi bilan aniqlanadi. Amplituda bilan chastota o'rtasida hech qanday bog'lanish yuk. Demak, foton energiyasi to'liq kabi amplitudaga bog'liq emas. Tinch holatda mavjud bo'la olmasligi sababidan foton korpuskula ham emas. (2.1) va (2.2) formulalar fotonning korpuskulyar va to'liq xususiyatini o'zaro bog'lovchi asosiy tenglamadir. Shunday qilib, yorug'lik ikkilangan xususiyatga- to'liq-korpuskulyar dualizmiga ega. Uning tarqalishida to'liq xususiyati ko'proq namoyon bo'lsa, biror mikro-zarracha bilan to'qnashishda korpuskulyar xususiyati ko'proq ahamiyatli bo'ladi.

Bitta oboektiv-xos bo'lgan bu ikki xususiyat mikro-lamning oboektiv-xususiyati bo'lib, ularni bir-biridan ajratib bo'lmaydi, aksincha ular bir-birini to'ldiradi. A. Eynshteyn tomonidan yaratilgan yorug'likning kvant nazariyasi fotosamara, Kompton samarasi xodisalarini, atomning nurlanishi va nur yutishini to'g'ri tushuntirishga imkon berdi.

Ma'lumki, tashqi fotosamara deyilganda yorug'lik ta'sirida metallardan elektronni urib chiqarilishi (2.1-rasm) tushuniladi. A. Eynshteyn energiyaning saqlanish qonuni (2.2) ga asoslanib fotosamara uchun

$$\hbar\omega = A + \frac{m_0\mathcal{G}^2}{2} \quad (2.5)$$

qonuniyatni aniqlanadi. Bu erda $\hbar\omega$ metallga tushayotgan yorug'lik kvantining energiyasi, A-elektronning metalldan chiqish ishi, $\frac{m_0\mathcal{G}^2}{2}$ -

urib chiqarilgan elektronning bo'shliqdagi kinetik energiyasi. Topilgan (2.5) qonuniyat tajribaga to'lamas keladi va fotosamaraning boshqa qonuniyatlarini ham tushuntirishga imkon beradi. *Kompton samarai* erkin elektronlarda yorug'likning to'lqin uzunligini o'zgartirib (2.2 -rasm) sochilishidir. Bu xodisani to'g'ri tushuntirish uchun energiya (2.2) va impuls (2.4)ning saqlanish kounida foydalanish lozim. U 2 holda yorug'lik to'lqin uzunligining o'zgarishi

$$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.6)$$

munosabatdan aniqlanadi. yorug'lik oqimining fotonlardan iboratligi S.I. Vavilov tajribasida ham isbotlandi. Bu tajribada yorug'lik oqimining fluktuatsiyasi ko'zatildi. Fluktuatsiya xodisasi esa ko'p zarrachali tizimlarga xos statistik xususiyatdir. Demak, yorug'lik oqimi fotonlardan iborat. Shunday qilib, yorug'likning Niyutondan keyingi zamonda rad etilgan korpuskulyar xususiyati yangi mazmunda bir-biri bilan qarama-qarshi ikki xususiyatning falsafiy umumiyligida tiklandi.

ZARRACHALARNING TO'LQIN XUSUSIYATLARI. De Broyl to'lqini. yorug'likning korpuskulyarlik xususiyati e'tibordan chetda kolgan kabi zarrachaning to'lqin xususiyatiga ham nazar qilinmadi. Bunga birinchi marta e'tibor bergan Lui de Broyl A. Eynshteynning yorug'lik kvanti uchun yozilgan

$$E = \hbar\omega, \quad (2.7)$$

munosabatlar mikrozzarrachalarga ham xos bo'lishi kerak degan qarorga keldi. Shunga asoslanib de Broyl E energiyali va p impulsli har qanday erkin zarrachaning harakatini quyidagi

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (2.8)$$

$$\vec{\psi}(r, t) = \psi_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (2.9)$$

munosabatlari mikrozzarrachalarga ham xos bo'lishi kerak degan qarorga keldi. Shunga asoslanib de Broyl E energiyali va $\vec{p}$ impul'sli har qanday erkin zarrachaning harakatini quyidagi

$$\vec{\psi}(r, t) = \psi_0 e^{-i(\omega t - \vec{p}\vec{r})} \quad (2.10)$$

yassi to'lqinning tarqalishi bilan bog'ladi. Bu erda $\vec{r}$ -fazo ixtiyoriy nuqtasining radius vektori, t - vaqt (2.7) va (2.8) ni e'tiborga olib, (2.8) ni quyidagicha qayta yozish mumkin:

$$\vec{\psi}(r, t) = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})} \quad (2.11)$$

Bu zarracha harakatiga mos keltirilayotgan bunday to'lqin *de Broyl to'lqini* deb yuritiladi. Elektromagnit to'lqinidan farqli ravishda de Broyl to'lqin bush fazoda ham dispersiyalanadi. (2.8) ifodadagi $\varphi = \omega t - \vec{k}\vec{r}$ ga to'lqinning fazasi deyiladi. Bir ulchovli fazoda tarqalayotgan to'lqin fazasining konkret biror qiymatini olaylik:

$$\omega t - kx = const. \quad (2.12)$$

Albatta, bu faza vaqt o'tishi bilan x o'qi bo'ylab ko'chib boradi. Bu erdan

$$\mathcal{G}_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (2.13)$$

bo'lib, unga *to'lqinning fazoviy tezligi* deyiladi. (2.13) formulada s-yorug'lik tezligi, ϵ , μ - muhitning elektr va magnit singdiruvchanligi. Endi to'lqin xususiyatga ega bo'lgan zarrachaning fazaviy tezligini aniqlaylik. Ma'lumki nisbiylik nazariyasiga ko'ra zarracha energiyasi E uning impulsi $\vec{p}$ bilan quyidagicha

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (2.7)$$

bog'langan, $v \ll c$ shartida (2.7) ifodani qatorga yoysak

$$T = m_0 c^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \dots \quad (2.8)$$

kelib chiqadi. Bu erda m_0 -zarrachaning tinchlikdagi massasi. (2.1) va (2.2)ni hisobga olsak, (2.8) dan

$$\omega = \frac{m_0 c^2}{\hbar} + \frac{\hbar k^2}{2m_0} + \dots \quad (2.9)$$

xosil bo'ladi. Demak $v_\phi = \frac{\omega}{k} = f(k)$, ya'ni zarracha uchun fazaviy tezlik

k ga bog'liq ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$ λ ga bog'liq). Boshqacha aytganda, de Broyl to'liqini hatto bo'shliqda ham dispersiyaga ega.

Endi zarracha harakati bilan to'liqin tarqalishi o'rtasidagi bog'lanishni aniqlaylik. Buning uchun to'liqinni chastotasi qat'iy monoxromatik emas, balki chastotalari bir-biriga yaqin bo'lgan (2.2) kabi to'liqinlar superpozitsiyasidan iborat deb kabo'l qilaylik. Bunday to'liqinni *to'liqinlar guruhsi* deyiladi. Uni x o'qi yo'nalishida tarqalayotgan hol uchun quyidagicha yozish mumkin:

$$\psi(x, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} \psi_0(k) e^{-i(\omega t - kx)} dk. \quad (2.17)$$

Bu erda $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – to'liqin soni, $\varphi_0(k)$ -koordinata va vaqtga bog'liq bo'lmagan, ammo k yoki ω ning etarlicha sekin o'zgaruvchan funktsiyasi. Shuning uchun uni integraldan tashqariga chiqaramiz. chastota ω ni k ning funktsiyasi sifatida qarab, (2.16)ni $k - k_0$ ning darajasi buyicha qatorga yoyamiz:

$$\omega = \omega_0 + \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} (k - k_0) + \dots \quad (2.18)$$

(2.18)ni e'tiborga olgan holda (2.17) dan

$$\psi(x, t) = \psi_0(x, t) e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)} \quad (2.19)$$

natijaga ega bo'lamiz. Bu erda

$$\psi_0(x, t) = 2\psi_0(k_0) = \frac{\sin\left\{\left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)t - x\right]\Delta k\right\}}{\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} t - x} \quad (2.20)$$

funktsiya vaqt va koordinata bog'liq holda etarlicha sekin o'zgaruvchi bo'lib, to'liqin guruhining amplitudasidir. Shuning uchun (2.19) formula bilan ifodalanuvchi to'liqinni deyarli monoxromatik deyish mumkin, $\varphi = \omega_0 t - k_0 x$ $\psi = \omega \cdot t - R_0$ bunday to'liqinning fazasi bo'ladi. (2.19) formula bilan aniqlanuvchi amplituda maksimum bo'lgan nuqtaning koordinatasini

aniqlaylik. Bu to'liqin guruhining markazi bo'ladi. (2.19) ifodadan ko'rinadiki,

$$\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} t - x = 0 \quad (2.21)$$

bo'lganda $\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi}{\varphi} = 1$ to'liqin guruhining amplitudasi $\Psi_0(x, t)$

maksimumga erishadi. Bu nuqtaning tezligi qaralayotgan to'liqin guruhsi markazining tezligi yoki qisqacha *guruhviy tezlik* (v_{gr}) deyiladi. Guruhviy tezlik (2.14) tenglamadan topiladi:

$$\mathcal{G}_{zp} = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0}. \quad (2.22)$$

Zarrachaning harakati de Broyl to'liqini yordamida ifodalansa, uning chastotasi (2.9) ga binoan k ga noxiziqli bog'liq bo'lganligi sababli guruhviy va fazaviy tezliklari o'zaro farqlandi (2.1-rasm), (2.9)ni hisobga olsak, guruh tezligini quyidagicha yozish mumkin:

$$\mathcal{G}_{zp} = \frac{d}{dk} \left(\frac{m_0 c^2}{\hbar} + \frac{\hbar k^2}{2m_0} + \dots \right) = \frac{\hbar k}{m_0} + \dots \quad (2.23)$$

(2.23) ni va $p = m_0 v$ ni e'tiborga olsak

$$\mathcal{G}_{zp} = \frac{p}{m_0} = \frac{m_0 v}{m_0} = v \quad (2.24)$$

bo'lib, guruh tezligi zarrachaning tezligi ga teng bo'lar ekan. Shunday qilib to'liqin guruhsi markazining tezligi (v_{gr}) zarrachaning tezligiga (v) tengdir. Ammo bu natijalardan mikroolamda zarrachani to'liqin to'plami (paketi) dan iborat bo'ladi deb tushunish noto'g'ri bo'lur edi. chunki to'liqin guruhining tashkil etgan har bir to'liqin hatto bo'shliqda ham dispersiyaga uchraganligi, ya'ni turli tezlik bilan tarqalishi tufayli vaqt utishi bilan u guruhdan ajralib chikib ketadi. Boshqacha aytganda, to'liqin guruhining ulchami vaqt utishi bilan kattalashib boraveradi. To'liqin guruhsi bir jinsli bo'lmagan muhitda tarqalganda uning dispersiyasi yanada kuchli bo'ladi. Shuning uchun mikrozarrachani aynan to'liqinlar to'plamidan iborat deb kabo'l qilish noto'g'ridir. Uning fazodagi harakati to'liqinning tarqalishiga o'xshash bo'lishi mumkin. Ammo har bir ulchashda zarracha bir butun moddiy ob'ekt sifatida namoyon bo'ladi. Shuning uchun to'liqin va korpuskulyar xususiyatga ega bo'lgan zarrachaning harakatida to'liqlik xususiyati

ko'prok namoyon bo'lsa, uning biror boshqa ob'ekt bilan to'qnashishida esa (jumladan har qanday ulchash o'zaro ta'sirga asoslangan) korpuskulyarlik xususiyati asosiy bo'ladi deb tushunish to'g'riroq bo'ladi. Har ikkala xususiyat bir-biridan ajralmasdir. To'lqin va korpuskulyar tushunchalar mikroolamda dialektik birlashadi. Ular bir - biri bilan Plank doimiysi orkali bog'langan

$$E = \hbar\omega, p = \frac{\hbar}{\lambda}$$

(2.20) ifodadan

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{\hbar}{m\vartheta} \quad (2.25)$$

Bunga de Broyl to'lqinining uzunligi ega bo'lishi mexanik tasavvurlarga tamoman yot bo'lib, uning to'g'riligini faqat tajriba isbotlashi mumkin. Tabiatidan kat'i nazar har qanday to'lqin uchun interferentsiya va difraktsiya xodisasi xosdir.

Zarrachalar difraktsiyasi. Devisson va Jermerlar (1927) elektronlar oqimining kristall sirtida sochilishini tajribada tekshirayotib (2.2-rasm), sochilgan elektronlar intensivligi fazoda notekis taqsimlanganligini aniqlashdi. Bu to'lqinga xos xususiyat edi. Monokriatall K dan qaytgan elektronlar oqimi F Faradey tsilindriga tushib elektr tokini xosil qiladi. Galivonometr (G) ning ko'rsatishiga qarab tokning qiymatini, ya'ni qaytgan elektronlar intensivligini baholash mumkin. F tsilindr bir-biriga tik bo'lgan ukar buyicha siljish imkoniyatiga ega. Uni har xil yunalishlarda siljitib K monokristalldan qaytgan elektronlar intensivligining fazodagi taqsimotini aniqlash mumkin. Tajribadan aniqlanishicha K monokristalldan qaytgan elektronlar ma'lum yunalishlarda maksimumlarga va minimumlarga ega bo'lgan (2.3-rasm). Maksimumlarning tartibi quyidagicha:

$$d \cdot \sin \varphi = n\lambda \quad (2.26)$$

Bu erda d - kristall panjarasining doimiysi (berilgan material uchun o'zgarmasdir), φ - difraktsion maksimumlarni ko'zatish burchagi, n - maksimumlar tirtibi, λ - kristallga tushayotgan elektron to'lqin uzunligi. Elektronning tezligi v ni elektr potentsiallar farqi U orkali ifodalasak (2.26) formuladagi to'lqin uzunligi λ ni elektr ulchov asboblari yordamida aniqlash mumkin bo'lgan quyidagi

$$\lambda = \sqrt{\frac{150}{U}}, \text{ \AA} \quad (2.27)$$

ifodaga ega bo'lamiz. Buni e'tiborga olib (2.26) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{1}{n} \sqrt{U} = \sin \varphi = \text{const} \quad (2.28)$$

Shunday qilib, berilgan K monokristalldan qaytayotgan elektronlar, elektr kuchlanishi, elektronning to'lqin uzunligiga bog'liqholda fazoning qaysi yo'lshlarida maksimumga egabo'lishi (2.26) va (2.27) formulalar yordamida'ldindan aytib berish va uni tajriba bilan taqqoslash mumkin. Tajriba natijalari zarracha (2.25) to'lqin uzunlikka ega deb topilgan (2.26) va (2.28) natijalarni, ya'ni de Broyl (2.5-rasm). Vodorod (H_2) molekulalarining gipotezasini to'latasdiqladi. Litiy ftorid (LiF) kristallidan Elektronlar difraktsiyasi qaytishdagi difraktsion manzarasi Devisson va Jermer birinchi tajribasida (2.2-rasm) monokristallning sirtidan qaytishi tufayli ko'zatilgan. Tartakovsiy va Tomsonlar (1928) elektronlarning polikristalldan difraktsiyasini tekshirishdi. Bu holda elektronlar oqimi yupka kolikristall parda (plyonka) dan o'tkazilgan. Pardada kristallchalar betartib joylashganligi sababli elektronlar difraktsiyasi fazoviy bo'lib, rentgen nurlari difraktsiyasi uchun aniqlangan

$$2d \sin \varphi = n\lambda \quad (2.29)$$

Vulf - Bregglar shartini qanoatlantiradi. Bu holda ham λ ni (2.28) yordamida aniqlash mumkin. Ekranga tushgan elektronlar intensivligi kontsentrik halqalar ko'rinishida (yorug'lik difraktsiyasiga o'xshash) bo'lgan (2.4-rasm). SHtern va Esterman geliy ($2Ne^4$) atomi va vodorod (H_2) molekulasini LiF-litiy ftorid kristalidan qaytgan difraktsiyasini kuzatishgan (2.5-rasm). Bu holda atom va molekulalar qizdirish yo'li bilan tezlashtiriladi, ularning kristall sirtidan qaytgandagi intensivligi esa sezgir monometrlar yordamida aniqlanadi. Shuningdek, neytronlarning difraktsiyasi ham tajribada tekshirib ko'rilgan.

YUqorida keltirilgan tajriba natijalari de Broyl gipotezasining to'g'riligini mikrozarachalar korpuskulyarlik xususiyati bilan bir qatorda to'lqin xususiyatiga ham ega ekanliklarini to'laisbotladi. Tajriba natijalaridan ko'rinadiki, to'lqin xususiyat faqat elektronga emas, proton, neytronlarga, atom va molekulalarga, umuman hamma mikrozarachalarga xosdir. Shunday qilib, bir vaqtning uzida zarrachaning ham korpuskulyar,

ham to'liqin xususiyatga ega bo'lishi mikroolamning oboektivxususiyati ekanligidan kelib chiqadi.

Mavzu buyicha tayanch iboralar,suzlar:

Lui-de-Broyl to'liqinlari. Superpozitsiya tamoyili. To'liqin funktsiyalari yordamida holatlarni tavsiflash.

Fotosamara, Kompton samarai, atomning nurlanishi va nur yutishi Yorug'likning to'liqin tabiati. Yorug'likning kvant nazariyasi. Plank tomonidan fanga kiritilgan nurlanish energiyasining kvantlashish xususiyati. Eynshteynning (1905 y.) taklifi. Yorug'lik kvanti: $\varepsilon = h\omega$ - energiya. To'liqin vektori. Yorug'lik kvanti – foton. Fotonning energiya va impulslari. Yorug'lik kvant nazariyasi. YUtilishi, nurlanishi va sochilishi. Kvantlashish. To'liqin, ham korpuskulyar xususiyati. To'liqin-korpuskulyar dualizmi. Mikroolam. Tashqi fotosamara. Metalldan elektronni urib chiqarilishi. De Broyl to'liqini. yorug'likning korpuskulyarlik xususiyati. To'liqinning fazoviy tezligi. To'liqlar *guruhsi* Elektronlar difraktsiyasi. Devisson va Jermer tajribasi. elektronlar intensivligi kontsentrik xalkalar ko'rinishida (Yoruglik difraktsiyasi

SHtern va Esterman geliy (2 Ne^4) atomi va vodorod (N_2) molekulasini LiF-litiiy ftorid kristalli. Difraktsiya. Neytronlarning difraktsiyasi. de Broylgipotezasi. Mikrozarachalar. Korpuskulyarlik. To'liqin xususiyat elektronda, proton va neytronlarda, atom va molekulalarda. Mikrozarachalar. Zarachaning korpuskulyar, to'liqin xususiyatga ega bo'lishi Mikroolamning oboektiv xususiyati

1. Shryodinger tenglamasi kay holda yuzaga kelgan?
2. Shryodingerning statsionar tenglamasining ma'nosi nima?
3. Shryodingerning nostatsionar tenglamasining ma'nosi nima?
4. .Shryodinger tenglamasining energiyaning saqlanish qonuni bilan alokasini ayting.
5. Mumtoz nazariyaning asosiy qiyinchiliklari nimalardan iborat.
6. Lui-de-Broyl to'liqinlari ifodalang.
7. Superpozitsiya tamoyili haqida qanday tushunchaga egasiz?
8. To'liqin funktsiyalari yordamida holatlarni tavsiflang.
9. To'liqin va korpuskulr dualizmi deyilganda nimani tushunasiz?
10. Kompton effektiga tahrif bering.
11. Superpozitsiya tamoyili nima?
12. De Broyl to'liqinini haqida gapiring.
13. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

14. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\vec{\psi}(r,t) = \psi_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad \vec{\psi}(r,t) = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})}$$

15. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\mathcal{G}_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

16. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x,t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} \psi_0(k) e^{-i(\omega t - kx)} dk.$$

17. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x,t) = \psi_0(x,t) e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)}$$

18. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi_0(x,t) = 2\psi_0(k_0) = \frac{\sin\left\{\left[\left(\frac{d\omega}{dk}\right)t - x\right]\Delta k\right\}}{\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} t - x}$$

19. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} t - x = 0 \quad \mathcal{G}_{zp} = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0}$$

$$\mathcal{G}_{uh} = \frac{d}{dk} \left(\frac{m_0 c^2}{\hbar} + \frac{\hbar k^2}{2m_0} + \dots \right) = \frac{\hbar k}{m_0} + \dots$$

$$\mathcal{G}_{zp} = \frac{p}{m_0} = \frac{m_0 \mathcal{G}}{m_0} = \mathcal{G}$$

20. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$d \cdot \sin \varphi = n\lambda$$

21. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$d\omega = |\psi|^2 dV = \psi\psi^* dV \quad \frac{d\omega}{dV} = |\psi|^2 = \psi\psi^* \quad d\omega(t) = |\psi(t)|^2 dV$$

$$\int d\omega = \int |\psi|^2 dV = 1 \quad \int d\omega(t) = \int |\psi(t)|^2 dV = 1$$

22. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2 \quad \psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2 + \dots + C_v\psi_v + \dots = \sum_v C_v\psi_v$$

Asosiy adabiyotlar:

- Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1982.
- Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1972.
- Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
- Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
- Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
- G.X.Xoshimov, R.YA.Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent: O'qituvchi, 1995. –274 bet
- E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 268 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicag' Press.

LECTION 3

3-MAVZU

SHryodinger tenglamasi. Moslik tamoyili. Mumtoz mexanikaga uzviy chegaraviy utish. *Uravneniya Shryodingera. Tamoyil sootvetstviya. Predelnqy perexod k klassicheskoy fizike. The equations of Shryodinger A principle of conformity. Limiting transition to classical physics.*

REJA:

Kirish: Shryodinger tenglamasi va uning yaratilishi.

Asosiy qism:

- Shryodinger tenglamasi
- Statsionar Shryodinger tenglamasi
- Nostatsionar Shryodinger tenglamasi
- Shryodinger tenglamasining umumiy echimlari haqida

Xulosa: Shryodinger tenglamasining hozirgi zamon fizikasidagi ahamiyati Shryodinger tenglamasi. Biz yuqorida berilgan impul'sli zarrachaning to'liq funksiyasini aniq chastotali *de-Broylning yassi to'liq funksiyasi* sifatida tanlanishi mumkinligini ko'rdik.

Fizikaviy tizimning to'liq tenglamasining ko'rinishi tizimning Gamiltoniani orqali aniqlanadai. Shu sababdan (Shu ma'noda) de-Broyl to'liq funksiyasi ham Gamiltonianning xususiy funksiyasi bo'lishi kerak. Bunda erkin zarrachaning Gamiltoniani fazoning bir jinsliligi va izotropligi,

Shuningdek Galileyning nisbiylik tamoyili bilan bog'liq bo'lgan umumiy talablarni qanoatlantirishi kerak.

Nazariy mexanikadagi energiya (E) va impul's ($\vec{p}$) o'rtasidagi

kvadratik munosabat : $E = \frac{\vec{p}^2}{2m}$ da m doimiylik zarrachaning massasini anglatadi. Kvant mexanikasida ham Shunday munosabat mavjud bo'lib, bunda E erkin zarrachaning Gamiltoniani ($\frac{\vec{p}^2}{2m}$) ning xususiy qiymati urnida keladi. Tabiiyki bu operatorning xususiy funktsiyasini topish masalasi ham ko'ndalang bo'ladi. Bunda impul's operatorining $\vec{p} = grad = \vec{\nabla} = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ (bu erda $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ dekart koordinatalar tizimidgi birlik vektorlardir) ko'rinishini e'tiborga olsak Gamiltonianni:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + U(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z)$$

(3.1)

ko'rinishda qayd qilish mumkin; bu holda zarrachaning ($U(x, y, z)$) potentsial maydonida harakatlanayapti deb hisobladik

($\vec{\nabla}^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ operatorni nabla operatori deb yuritiladi).

U holda statsionar operatorlar algebrasidan

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

yoki

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi,$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi, \quad (3.2)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi$$

munosabatlarga ega bo'lamiz.

Umuman olganda nostatsionar hol uchun $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ hosilaning qiymati psi-funktsiyaning o'sha vaqt momentidagi qiymati bilan aniqlanishi kerak; aniqlanganda ham, suprepozitsiya tamoyiliga asosan, bu munosabat chiziqli bo'lishi kerak. Shu boisdan

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi \quad (3.3)$$

yoki

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x, y, z; t) \right] \psi$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z; t) \right] \psi$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z; t) \right] \psi$$

nostatsionar Shryodinger tenglamasiga ega bo'lamiz. Bu ifodalarda $U(x, y, z; t)$ vaqt va koordinatalarga bog'liq bo'lgan funktsiya bo'lib, u zarrachaning potentsial energiya operatorini anglatadi. Agar u, kurgina hollardagi kabi, vaqtga oshqora bog'liq bo'lmasa, u holda psi-funktsiyani ikkita tashkil etuvchilar: koordinata va vaqtlarga alohida-alohida bog'langan $\varphi(\vec{r})$ va $f(t)$ funktsiyalarning ko'paytmasi

$$\psi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}) f(t) \quad (3.4)$$

dan iborat deb hisoblab, (3.3) munosabatdan: $i\hbar \varphi \frac{\partial f}{\partial t} = f \hat{H} \varphi$ yoki

$$i\hbar \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) / f = \hat{H} \varphi / \varphi = \text{const} = E; \text{ bo'lardan esa } \hat{H} \varphi = E \varphi \text{ va}$$

$i\hbar \frac{\partial f}{\partial t} = E f$ munosabatlarga ega bo'lamiz. Oxirgi munosabatdan

$f(t) = C_1 \exp(-iEt/\hbar)$ (C_1 integrallash doimiysi bo'lib masalaning tabiatiga bog'liqdir). U holda umumiy to'lqin funktsiya – nostatsionar to'lqin funktsiya

$$\psi(\vec{r}, t) = C_1 \varphi(\vec{r}) \exp(-iEt/\hbar) \quad (3.5)$$

ko'rinishda qayd etiladi. Shunday qilib nostatsionar Shryodinger tenglamasining umumiy yechimini $\psi(\vec{r}, t) = \exp\left[-\left(\frac{i}{\hbar}\right)(E \cdot t + \vec{p} \cdot \vec{r})\right]$

ko'rinishda izlash mumkin. Superpozitsiya tamoyiliga asosan impul'si $p_0 - \Delta p$ dan $p + \Delta p$ gacha uzlusiz uzgaruvchi zarracha psi-funktsiyasini (3.5) ko'rinishdagi to'lqin funktsiyaning qatori

$$\psi(x, t) = \int_{p_0 - \Delta p}^{p_0 + \Delta p} b(p) \exp\left[-\left(\frac{i}{\hbar}\right)(E \cdot t + p \cdot x)\right] \cdot dp$$

ko'rinishda tasvirlash mumkin. Agar E energiyani ω chastota orqali $(E/\hbar) = \omega$ kabi, p impul'sni k to'lqin vektori (soni) orqali $k = p/\hbar$ kabi ifodalasak

$$\psi(x, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} c(k) \exp[-i(\omega \cdot t + k \cdot x)] \cdot dk$$

to'lqinlar guruhini yoki to'lqin paketining ifodasiga ega bo'lamiz. CHastotani to'lqin soniga nisbatan qatorga yoyib va birinchi ikkita hadi bilan chegaralansak: $\omega(k) = \omega_0 + (k)_0(k - k_0)$ va bu munosabatni oxirigi psi-funktsiyaga o'z yisak ($\zeta = k - k_0$)

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= \psi(x, t) = \psi(x, t) = c(k_0) \times \exp[-i(\omega_0 \cdot t + k_0 \cdot x)] \\ &\int_{-\Delta k}^{\Delta k} \exp\left[i\left(x - \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t\right) \cdot \zeta\right] \cdot d\zeta = \\ &= 2c(k_0) \frac{\sin\left[\left(x - \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t\right) \cdot \Delta k\right]}{\left(x - \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t\right)} \exp[-i(\omega_0 \cdot t + k_0 \cdot x)] = \end{aligned}$$

$$A(x, t) \times \exp[-i(\omega_0 \cdot t + k_0 \cdot x)].$$

Oxirgi munosabatda Δk ning qiymatining juda kamligini e'tiborga olsak, uni monoxromatik to'lqin munosabati deb qarashimiz mumkin. Bunday holda to'lqin paketi markazi, ya'ni amplitudasi maksimum bo'lgan koordinatasi

$$x_c = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t, \text{ uning tarqalish tezligi, ya'ni gruxli}$$

$$\text{tezligi } v_{gr} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 \text{ ko'rinishda bo'ladi.}$$

Erkin zarrachaning norelyativistik energiyasi esa $E(k) = \frac{p^2}{2m}$

ko'rinishda tanlansa, E ni $\hbar\omega$ orqali, p ni $\hbar k$ orqali ifodalab $\omega = \frac{k^2 \hbar}{2m}$ munosabatga ega bo'lamiz.

Mavzu bo'yicha nazorat savollari:

1. Shryodingerning nostatsionar tenglamasi ning mazmunini aytib bering.
2. Shryodinger tenglamasining umumiy echimi haqida naima deya olasiz?
3. Mumtoz va kvant nazariyalarning bog'liqligi haqida nimalar bilasiz?
4. Shryodinger tenglamasini xosil qilishni bilasizmi?
5. Shryodingerning sattsionar va to'la tenglamasi qanday bo'ladi?
6. Shryodinger tenglamasi yechimiga qo'yilgan shartlarni bilasizmi?
7. Statsionar holatning xususiyatlari haqida nimani bilasiz?
8. Erkin xarakat energiyasi va to'lqin funktsiyasi qanday?
9. Shryodingerning nostatsionar tenglamasining mazmunini aytib bering.
10. Shryodinger tenglamasining umumiy echimi haqida naima deya olasiz?
11. Mumtoz va kvant nazariyalarning bog'liqligi haqida nimalar bilasiz?

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nereyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka. 1974.
7. G.X.Xoshimov, R.YA.Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.: O'qituvchi, 1995. –374 bet

LECTION 4 4-MAVZU

To'lqin funktsiyasining ehtimoliy talqini. Xususiy funktsiyalarning ortonormallanganligi va to'laligi. *Veroyatnostnaya interpretatsiya volnovoy funktsii. Ortonormirovannostg' Probability interpretation of wave function.*

REJA:

Kirish: To'lqin va korpuskulyar nazariya va uning kvant mexanikasidagi urni

Asosiy qism:

1. To'lqin funktsiyasi va superpozitsiya tamoyili.
2. Qatorga yoyilish koeffitsientlarining fizikaviy ahamiyati.
3. Orto-va normirovkalanganlik shartlari
4. UzlukSiz va diskret energetik holatlar uchun to'lqin funktsiyasi
5. To'lqin funktsiyasi fizikaviy ma'nosi.

Xulosa: To'lqin kvant mexanikasining fizikada ahamiyati.

Mikroolam xususiyatlari bilan qisqacha tanishdik. Endi uni tashkil etgan zarrachalar holatini fazo va vaqtda qanday tavsiflash mumkinligi bilan hamda zarrachalarni holatlovchi fizik kattaliklarni aniqlash usullari bilan tanishaylik. YUqorida qayd etganimizdek, biz mikroolam xususiyatlarini o'rganishga mumtoz fizikada o'rganilgan tushunchalar bilan kirib bormoqchimiz. Ularning ayrimlari mikroolamda o'rinsiz yoki o'rinli ekanligi haqida qisqacha 6- da aytiladi. Shuning uchun kvant mexanikasi tushunchalari doimo mumtoz fizika tushunchalari bilan solishtirib boriladi.

Mikroolamning uziga xos xususiyatlarga ega ekanligi uni tashkil etgan zarrachalar holatini va fizik kattaliklarni aniqlashda albatta o'z ta'sirini ko'rsatadi. Mazkur paragrafda zarracha holatini tasvirlash va zarrachani tavsiflovchi fizik kattaliklar, ularni bir vaqtda kuzatish usullari bilan tanishamiz.

1. *Mikrotizim holatini tasvirlash.* Har qanday nazariyaning asosida u o'rganadigan tizimning holatini tasvirlash (bayon qilish, aniqlash) usuli muhim o'rin to'tadi. Bu masala mumtoz fizikada juda soddadir. Moddiy nuqta berligan vaqt momentida (t) fazoning biror nuqtasida (ya'ni x_0, y_0, z_0 koordinatalarga ega) bo'lsa, ixtiyoriy vaqt momentidan (t_1) sung uning fazodagi holatini (x_1, y_1, z_1) aniqlash, impulsini (tezligini topish mumkin. Uning oxirgi holati bilan dastlabki holatini bir-biri bilan harakat tenglamasi orqali bog'lash mumkin. Demak, mumtoz fizikada boshlang'ich holat ma'lum bo'lsa, ixtiyoriy vaqt momentida (lahzasida) zarrachaning

koordinatasi impulsini aniqlash mumkin bo'ladi. Bunga mumtoz fizikadagi sababiyatlik tamoyili deyiladi.

Kvant mexanikasida xodisalarni evolyutsion o'zgarishini bunday sababiyat tamoyili asosida ifodalab bo'lmaydi, chunki vaqtning biror momentida fazoning berilgan dV hajm elementida aniqlangan zarracha holati unga berilayotgan tashqi ta'sir doimiy bo'lsa, vaqt o'tishi bilan o'zgarish kerak.

Kvant mexanikasida zarracha to'lqin - korupskulyar xususiyatga ega bo'lganligi tufayli bir vaqtda uning koordinatani va impulsini aniqlab bo'lmaydi. Shuning uchun kvant mexanikasida zarracha holati statistik ma'noda to'lqin funktsiyasi ψ orqali ifodalanadi. Umuman olganda ψ funktsiyasi x, y, z va t ga bog'liq bo'lib kompleks bo'lishi mumkin. Qisqa yozish maqsadida faqat x, y, z ga bog'liq bo'lgan funktsiyani ψ bilan va x, y, z, t ga bog'liq bo'lgan funktsiyani $\psi(t)$ bilan belgilaymiz.

Kvant mexanikasining statistik tavsifi. ψ va $\psi(t)$ funktsiyalar yordamida aniqlanadigan $|\psi|^2$ yoki $\psi(t)^2$ Shu funktsiyalar aniqlangan sohada zarracha topilishi ehtimolligining zichligidir. Xakikatan ham ψ funktsiyasi aniqlangan deylik. U holda Shunday ψ funktsiyali zarrachaning $dx \cdot dy \cdot dz = dV$ hajm elementida topilish ehtimolligi $d\omega$ quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$d\omega = |\Psi|^2 dV = \psi \psi^* dV \quad (4.1)$$

Bu erda $|\psi| = \sqrt{\psi \psi^*}$ bo'lib, ψ^* funktsiyasi ψ funktsiyasidagi $i = \sqrt{-1}$ ni $-i$ ni — i bilan (ehtimollik haqiqiyson ko'rinishida aniqlanadi) bilan almashtirish tufayli hosil bo'ladi, ya'ni ψ^* funktsiyasi ψ funktsiyasining kompleks kushmasidir. (4.1) formuladan

$$\frac{d\omega}{dV} = |\Psi|^2 = \Psi \Psi^* \quad (4.2)$$

zarracha topilish ehtimolligining zichligidir. Zuddi Shuningdek $\psi(t)$ funktsiyasi uchun ham (4.2) formulaga o'xshash ifodani yozish mumkin:

$$d\omega(t) = |\Psi(t)|^2 dV \quad (4.3)$$

Bu formula asosida $\psi(t)$ to'lqin funktsiyasi zarrachaning dV fazo elementida t vaqt momentida topilish ehtimolligini aniqlaydi. Keyinchalik (12-) aniq bo'ladiki, ψ funktsiya yordamida zarrachani fazoning dV hajm

elementida topish ehtimolliginigina emas, balki zarracha holatini tavsiflovchi fizik kattalikni o'lchash ehtimolligini ham topish mumkin. (4.1) va (4.2) formulalarni x, y, z uzgaruvchilarining barcha o'zgarish sohasi bo'yicha Integrallasak, ehtimolliklarning yig'indichi ishonchli xodisa uchun 1 ga teng bo'lganligi sababli

$$\int d\omega = \left[\int |\psi|^2 dV \right] = 1 \quad (4.4)$$

va

$$\int [d\omega(t)] = \int |\psi(t)|^2 dV = 1 \quad (4.5)$$

shart kelib chiqadi. Bu shartni qanoatlantiruvchi ψ va $\Psi(t)$ funktsiyalarni normallangan funktsiyalar deyiladi. Bu shartlar diskret spektrli holatlar uchun o'rinli bo'lib, Integrallash chegarasi bilan cheklangan sohada holati ψ yoki $\psi(t)$ funktsiya bilan tavsiflanuvchi zarrachaning albatta topilishini bildiradi. ψ - funktsiya yordamida zarrachaning dV hajmi elementida bo'lishi ehtimollik nazariyasi yordamida aniqlanishi kvant mexanikasi qonunlarining statistik tavsifini anglatadi. Mumtoz fizikada statistik tekshirish metodi ko'p zarrachali tizimlarga qo'llaniladi va zarrachalar soni etarli kichik bo'lganda bu metod o'z kuchini yukotadi (masalan harorat tushunchasi). Kvant fizikasida esa yuqoridagi natijalardan ko'rinadiki, bitta zarrachaning holati ham statistik metod bilan aniqlanadi.

KVANT MEXANIKASIDA SUPERPOZITSIYA TAMOYILI. Kvant mexanikasida qo'llaniladigan muhim fizik qonunlardan biri *holatlarning superpozitsiya tamoyilidir*. Uni quyidagicha tushunish lozim. Faraz qilaylik. Shryodinger tenglamalarini yechib tizim holatini ifodalovchi ψ_1 , ψ_2 funktsiyalarini aniqladik. Agar tizim (zarracha yoki zarrachalar to'plami) ψ_1 va ψ_2 funktsiyalar bilan aniqlanuvchi holatlarda bo'lsa, u albatta bu ikki holat chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo'lgan

$$\Psi = C_1 \Psi_1 + C_2 \Psi_2 \quad (4.6)$$

holatda ham bo'la ladi. Bu erdagi S_1 va S_2 lar mos holda ψ_1 va ψ_2 xususiy holatlar amplitudasini aniqlovchi kattalik bo'lib, umumiy holda kompleks sonlardir. (4.1) formula kvant mexanikasida holatlar superpozitsiyasining matematik ifodasidir. Agar holatlar soni ko'p bo'lsa (4.6) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$\Psi = C_1 \Psi_1 + C_2 \Psi_2 + \dots + C_v \Psi_v + \dots = \sum_v C_v \Psi_v \quad (4.7)$$

Bu murakkab holat funktsiyasidir. Agar superpozitsiyalanuvchi holatlar bir-biridan, masalan, impuls bo'yicha cheksiz kichik qiymatga farq qilsa, (4.7) formulani Integral orqali ifodalash mumkin:

$$\Psi = \int C_p \rightarrow \Psi_p \rightarrow dp_x dp_y dp_z. \quad (4.8)$$

Superpozitsiya tamoyili mumtoz fizikada ham uchraydi. Masalan, fazoda elektr maydonini bir necha nuqtaviy zaryadlar hosil qilgan bo'lsa, fazoning ixtiyoriy nuqtasidagi elektr maydon kuchlanganligi har bir nuqtaviy zaryadning Shu nuqtadagi elektr maydon kuchlanganliklarining ge'metrik yig'indisi iborat bo'ladi. Shunday yo'l bilan dipoli, kvadrupoli maydonlari hisoblanadi. Kvant mexanikasidagi superpozitsiya tamoyili mumtoz fizikdagi superpozitsiya tamoyilidan tubdan farq qiladi. Masalan, zarracha Ψ_1 holatda bo'lganda uni tavsiflovchi kattalik L_1 bo'lsin, Ψ_2 holatda- L_2 bo'lsin. Tizim (8.1) formula bilan aniqlanuvchi Ψ holatda bo'lganda uni tavsiflovchi parametr L_1 va L_2 ning kombinatsiyasidan (mumtoz fizikadagi o'xshash) iborat bo'lmaydi. Bu yangi Ψ holatda ham tizimni tavsiflovchi parametr L_1 yoki L_2 bo'ladi. Qaysi birinchi bo'lish (yoki o'lchash) da ko'prok topilishi ehtimolligi S_1 va S_2 koeffitsientlar o'rtasidagi nisbatga bog'liq. yana bir misol. Mumtoz fizikada ikkita tebranishning superpozitsiyasi tufayli yangi qo'shiluvchi tebranishlardan fizik kattaliklari bilan farq qiluvchi tebranma har akat hosil bo'ladi. Kvant mexanikasida esa ikkita bir xil holatning qo'shilishi holat funktsiyasini biror doimiy qiymatga ko'paytmasiga teng kuchli. Demak, bu holda yangi holat vujudga kelmaydi. Kvant mexanikasining superpozitsiya tamoyili tajribalarda tasdiqlangan bo'lib, tizimning har qanday holatini ko'p mikrodagi holatlar superpozitsiyasi ko'rinishida ifodalash mumkinligini yoki berilgan kvant tizimsi uchun o'zaro superpozitsiyalanuvchi holat funktsiyalarini hosil qilish mumkinligini ko'rsatadi.

MIKROOLAMDA FIZIK KATTALIKLARNI. Fizika fani tajribaga asoslangandir. Tajriba xodisalarini to'g'ri tushuntirish ularning ichki uzviy bog'lanishlarini, umumiy asoslarini aniqlash kvant mexanikasining asosiy vazifasi hisoblanadi. Nazariy natijalarni tajriba bilan taqqoslash amalda fizik kattaliklarni o'lchash yo'li bilan bajariladi. Ammo mikroolamda o'lchash jarayoni katta muammodir. chunki o'lchov asboblari, tabiiyki, mumtoz fizika qonunlariga buysunuvchi makroob'ektlardir. Mikroolam zarrachalari esa uziga xos xususiyatli kvant mexanikasi kounnlariga itoat qiluvchi ob'ektlardir. Har qanday o'lchash esa o'zaro ta'sirga asoslangan. Demak, mikroolam zarrachalarining fizik

kattaliklarini o'lchash mumtoz va kvant fizikasi qonunlariga buysinuvchi ikkita ob'ektni to'qnashishi tufayli amalga oshadi. Ana shunday to'qnashishlarni to'g'ri aks ettiradigan fundamental tenglamalarning yukligi o'lchash tufayli mikroolamning ob'ektiv kattaliklarini aniqlashni qiyinlashtiradi.

Ikkinchi tomondan mikrozarracha fizik kattaliklarning (masalan, $p_x \cdot p_y \cdot p_z \cdot x, y, z, t, E, \dots$) barchasini ham bir vaqtda o'lchab bo'lmaydi. Mumtoz fizikada esa korpuskulaning koordinatini (x) va u bilan kanonik qo'shma bo'lgan impulsni (p_x) bir vaqtda aniq o'lchash mumkin. Mikroolamda zarracha holatini (Ψ holat funktsiyasini) aniqlovchi parametrlar bir-birini inkor qiluvchi gruhlarga bo'linadilarki, ularni bir vaqtda o'lchab bo'lmaydi. Bunday parametrlar uchun Geyzenbergning noaniqlik munosabatlari mavjud. Ammo kvant mexanikasida zarracha holatini qisman aniqlovchi bir guruh parametrlarni (masalan, x, y, z) ikkinchi guruh parametrlari (masalan p_x, p_y, p_z) to'ldiradi. Natijada zarracha holatini aniqlash uchun to'la parametrlar (x, y, z, p_x, p_y, p_z) to'plamiga ega bo'lamiz. Bunga kvant mexanikasida to'ldirish tamoyili detsiladi. Bu tamoyilni N. Bor asoslagan. Uning fikricha mikrozarracha holatini tavsiflovchi dinamik o'zgaruvchilar bir-birini to'ldiruvchi ikkita sinfga, fazo-vaqt parametrlariga va impuls- energetik parametrlarga bo'linadi. O'lchash jarayonida bu parametrlar bir-birini inkor etadi. Shuning uchun bu ikki guruh parametrlarni bir vaqtda o'lchovchi asboblari aloxida - aloxida bo'lishi kerak. O'lchov asboblari zarrachani holatlariga karab ajratadi (spektral analiz) va unga qo'shimcha bo'lgan detektor zarrachaning qaysi holatda ekanligini aniqlaydi. Albatta, o'lchash jarayonida mumtoz o'lchov asbobi zarracha holatiga kuchli ta'sir o'tkazmasligi kerak. Shunday qilib, kvant mexanikasidagi o'lchov jarayoni mikroxodisadan boshlanib makroxodisa bilan tugaydi.

Mavzu bo'yicha nazorat savollari:

1. Xususiy funktsiyalar yoyilish koeffitsientlarining fizik ma'nosi qanday?
2. Fizik kattaliklar uchun nokommutativ operatorlar orqali ifodalangan noaniqlik munosabatini ifodalang.
3. Kuzatiluvchilarning to'la to'plami haqida tushunchangiz.
4. Kvant mexanika qonunlari – mikroodunoyning ob'ektiv qonunlaridir deganda nimani tushunasiz.
5. Holatlarning vaqt utishi bilan uzgarishi qanday bo'ladi?

6. Statsionar holatning xususiyatlari haqida nimani bilasiz?
7. Erkin xarakat energiyasi va to'liq funktsiyasi qanday?
8. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} \psi_0(k) e^{-i(\omega t - kx)} dk.$$

9. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x, t) = \psi_0(x, t) e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)}$$

10. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$d\omega = |\psi|^2 dV = \psi \psi^* dV \quad \frac{d\omega}{dV} = |\psi|^2 = \psi \psi^* \quad d\omega(t) = |\psi(t)|^2 dV$$

$$\int d\omega = \int |\psi|^2 dV = 1 \quad \int d\omega(t) = \int |\psi(t)|^2 dV = 1$$

11. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi = C_1 \psi_1 + C_2 \psi_2 \quad \psi = C_1 \psi_1 + C_2 \psi_2 + \dots + C_v \psi_v + \dots = \sum_v C_v \psi_v$$

$$\psi = \int C_p \rightarrow \psi_p \rightarrow dp_x dp_y dp_z.$$

12. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x, t) = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - P_x x)} = \psi_0 e^{i P_x x}$$

13. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V(r) \cdot \Psi \quad \Psi = \Psi(\vec{r}, t) = U(\vec{r}) e^{-iEt/\hbar}$$

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0$$

14. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n C_n \Psi_n(\vec{r}, t) \quad \Psi(\vec{r}, t) = [C_1, C_2, \dots, C_n]^* \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \hat{C} \hat{\Psi}$$

15. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t) \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |t\rangle = \hat{H} |t\rangle$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] \psi = E \psi \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0,$$

16. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\Psi_n(\vec{r}, t) = \sum_k C_{kn}(t) \Psi_k^{(0)}(\vec{r}, t)$$

17. Superpozitsiya tamoyili kvant mexanikasi fanda qanday ahamiyat kasb etadi?

18. Kvant mexanikasi ulchash nimani anglatadi?

19. Qatarga yoyilish koefitsientlarining fizikaviy ahamiyati haqida nimalarni bilasiz.

20. Orto- va normirovkalanganlik shartlari nimani anglatadi?

21. Uzlüksiz va diskret energetik holatlar uchun to'liq funktsiyasi haqida nimani bilasiz?

22. To'liq funktsiyasining fizikaviy ma'nosi nima?

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nereyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
1. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1974.
2. G.X. Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent: O'qituvchi, 1995. –374 bet
3. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicag' Press.

LECTION 5

5-MAVZU

Energiya impul's va koordinata operatorlari. Operatorq impul'sa, energii i koordinatq. The 'perators of a pulse, energy and coordinate.

REJA:

Kirish: Kvant mexanikasi va mumtoz mexanika.

Asosiy qism:

1. Chiziqli operatorlar. Energiya operatori
2. Kinetik energiya operatori
3. Impul's operatori.
4. Koordinata operatori.
5. Operatorlarning kommutativlik va antikommutativlik shartlari.

Xulosa: Operatorlar matematikasi va hozirgi zamon fizikasi

CHIZIQLI OPERATORLAR. Nazariy fizikaning asosiy vazifalaridan biri aniqlangan qonuniyatlarni matematik ifodalarga keltirishdir. Buning uchun mos matematik apparatdan foydalanish lozim. Kvant mexanikasining tushunchalari, qonuniyatlari uziga xos bo'lganidek, uning matematik apparati ham maxsusdir. Kvant mexanikasida operatorlar bilan ish quriladi. Zarracha holatini tavsiflovchi har bir fizik kattalik o'z operatoriga ega. Mumtoz fizikada biror qonuniyatni matematik tilda yozish uchun funktsional bog'lanishdan foydalaniladi. Masalan, mutlaq qora jismning yuza birligidan vaqt birligi ichida sochilgan nurlanish energiyasi haroratning funktsiyasi tarzida yoki analitik ko'rinishda beriladi. Bu bog'lanish yordamida T ga qiymatlar berib, ularning unga mos son qiymatlari aniqlanadi. Demak, funktsiya bir son qiymatni o'zaro bog'laydi.

Kvant mexanikasidagi operatorlar esa bir funktsiya bilan ikkinchi funktsiyani o'zaro bog'layli. Operatorlarni ustida "A" belgisi bo'lgan harflar bilan ifodalash qabul qilingan. Shunday qilib, operator deb funktsiyadan funktsiyaga o'tish qoidasiga aytiladi:

$$\psi = \hat{K}\varphi, \quad (5.1)$$

K-operator; u turli xil matematik operatorlar : ko'paytirish, differentsiallash, darajaga ko'tarish, o'rin almashtirish va xokazo bo'lishi mumkin. (5.1) ko'rinishdagi bog'lanish K operatori bilan funktsiyaga ta'sir etsak, funktsiya hosil bo'ladi, deb o'qilishi keark.

Kvant mexanikasida chiziqli operatorlar bilan ish ko'riladi, chunki Shunday operatorlar bilan zarracha holatini aniqlovchi funktsiyaga ta'sir etish tufayli kvant mexanikasining asosiy qoidalaridan biri bo'lgan superpozitsiya tamoyili buzilmaydi. Quyidagi

$$\hat{K}(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2) = C_1\hat{K}\varphi_1 + C_2\hat{K}\varphi_2 \quad (5.2)$$

shartni qanoatlantiruvchi K operatorga chiziqli operator deyiladi. Bu erda φ_1 va φ_2 lar ixtiyoriy funktsiyalar, C_1 va C_2 ixtiyoriy o'zgarmas kattaliklar.

1. *Operatorlar algebrasi.* Chiziqli operatorlar ustida ayrim amallarni ko'raylik. Agar ixtiyoriy funktsiya uchun quyidagi tenglik

$$\hat{K}\varphi = \hat{L}\varphi + \hat{G}\varphi = (\hat{L} + \hat{G})\varphi \quad (5.3)$$

o'rinli bo'lsa, u holda K operatorni L va G operatorlarining yig'indisi deyiladi, ya'ni

$$\hat{K} = \hat{L} + \hat{G} \quad (5.4)$$

Agarda ixtiyoriy φ funktsiya uchun quyidagi tengsizlik

$$\hat{K}\varphi = \hat{L}\varphi - \hat{G}\varphi = (\hat{L} - \hat{G})\varphi \quad (5.5)$$

bajarilsa, u holda K operatorini L va G operatorning ayirmasi deyiladi.

$$\hat{K} = \hat{L} - \hat{G} \quad (5.6)$$

Quyidagi

$$\hat{K} = \hat{G} \cdot \hat{L} \quad (5.7)$$

ko'rinshda operatorlarning ko'paytmasini ham aniqlash mumkin. Ko'paytma operatorlar bilan funktsiyasi ikki xil ta'sir etish mumkin (5.7) òaklda avval G operatori bilan funktsiyaga ta'sir etib, sungra chikkan natijaga L operatori bilan ta'sir etamiz:

$$\hat{K}\varphi = \hat{L}(\hat{G}\varphi). \quad (5.8)$$

$$\hat{K}'\varphi = \hat{G}(\hat{L}\varphi). \quad (5.9)$$

Umuman olganda $K = K$, ammo ba'zan har ikkila holda aniqlangan natija o'zaro teng bo'lishi ham mumkin. Bu holda L va G operatorlarini o'zaro kommo'tatsiyalanuvchi operatorlar deyiladi. Misol uchun $L=5$, bo'lsin, U holda

$$\hat{L}(\hat{G}\varphi) = 5\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right) = 5\frac{d^2\varphi}{dx^2} \text{ va } \hat{G}(\hat{L}\varphi) = \frac{d^2\varphi}{dx^2}(5\varphi) = 5\frac{d^2\varphi}{dx^2}$$

Demak, bunday misollarda

$$\hat{L}(\hat{G}\varphi) = \hat{G}(\hat{L}\varphi). \quad (5.10)$$

Agarda (5.7) ko'paytma operator bilan ixtiyoriy funktsiyaga ta'sir etishimiz tufayli hosil bo'lgan natija, $\hat{L}$ va $\hat{G}$ operatorlarning ta'sir etish tartibiga bog'liq bo'lsa, bu operatorni o'zaro kommo'tatsiyalanmaydigan operatorlar deyiladi. Masalan, $\hat{L} = x^3$, $\hat{G} = \frac{d^2}{dx^2}$ bo'lsin

U holda

$$\hat{L}(\hat{G}\varphi) = \frac{d^2}{dx^2}(x^3\varphi) = \frac{d}{dx}\left(3x^2\varphi + x^3\frac{d\varphi}{dx}\right) =$$

ea

$$= 6x\varphi + 6x^2\frac{d\varphi}{dx} + x^3\frac{d^2\varphi}{dx^2}$$

Demak,

$$\hat{L}(\hat{G}\varphi) \neq \hat{G}(\hat{L}\varphi)$$

Quyidagi

$$[\hat{L}, \hat{G}] = \hat{L}\hat{G} - \hat{G}\hat{L}. \quad (5.11)$$

operatorga L va G operatorlarining kommutatori deyiladi, Agar

$$\hat{L}\hat{G} = -\hat{L}\hat{G} \quad (5.12)$$

shart bajarilsa, L va G operatorlarining antikommutatsiyalaShuvchi operatorlar deb nomlanadi. Odatda

$$[\hat{L}, \hat{G}]_{\pm} = \hat{L}\hat{G} \pm \hat{G}\hat{L} \quad (5.13)$$

$\hat{L}$ ea $\hat{G}$ operatorlarning antikommutatori deyiladi.

Operatorning xususiy qiymati. $\hat{G}$ operatori bilan uzluksiz, chekli va bir qiymatli bo'lgan funktsiyasiga ta'sir etganimizda yana shu funktsiyaning uzi biror doimiy songa ko'paytirilgan holda bo'lishi mumkin:

$$G\varphi = g\varphi \quad (5.14)$$

Bu holda g kattalikni $\hat{G}$ operatorning *xususiy qiymati*, funktsiyasi esa $\hat{G}$ operatorning g xususiy qiymatiga mos kelgan *xususiy funktsiyasi* deyiladi. Masalan, $\hat{G} = d^2/dx^2$, $\varphi = \sin 5x$ bo'lsin. U holda

$$\hat{G}\varphi = \frac{d^2}{dx^2}\sin 5x = -25\sin 5x = -25\varphi. \quad \text{Demak, } u = -25. \quad \text{Odatda } G$$

operatorning xususiy qiymatini ham operator ($\wedge$) belgisiz o'sha harf bilan belgilash qabul qilingan. $\hat{G}$ operatorning xususiy qiymati ko'p bo'lishi mumkin. Ularning barchasini $\hat{G}$ operatorning xususiy qiymatlar spektri deyiladi. Muayyan masalalar shartiga bog'liq ravishda xususiy qiymatlar spektri diskret, uzluksiz yoki aralash qiymatlar to'plamidan iborat bo'ladi. Agar operatorning bitta xususiy qiymatiga bir nechta xususiy funktsiya ($\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_v$) to'g'ri kelsa, u holda *turlanish* (*aynish*) mavjud deyiladi. Turli xil xususiy funktsiyalar sonini (v) *turlanish darajasi* deyiladi. Kvant

mexanikasida saqlanuvchi fizik kattalikning xususiy funktsiyalari to'plami tizimning to'la holatini ifodalaydi. Shuning uchun har qanday funktsiyani xususiy funktsiyalar tulik to'plami bo'yicha qatorga yoyib yozish mumkin:

$$\Psi = \sum_v C_v \Psi_v. \quad \text{Bu erda } C_v - \text{doimiy son, } \Psi_v - \text{xususiy funktsiyalar.}$$

YUqorida qayd etilgandek har bir fizik kattalik uzining operatoriga ega. Zarrachaning holat funktsiyasi bu operatorning xususiy funktsiyasi bo'ladi. Zarracha parametrini o'lchashda bu operator xususiy qiymatlaridan biri aniqlanadi. Uning ehtimolligi $|C_v|^2$ ga tengdir.

ERMIT OPERATORLARI. Kvant mexanikasida zarracha tavsifistikasi bo'ladigan har bir fizik kattalikka ma'lum operator mos keladi. Superpozitsiya priniipi buzilmasligi uchun operator chiziqli bo'lishi kerak. chiziqli operator fizik kattalikning haqiqiyqiymatini ifodalashi uchun

$$\int \psi^* \hat{G} \varphi dV = \int \varphi \hat{G}^* \psi^* dV \quad (5.15)$$

shartni qanoatlantirish kerak. Bunday operatorlarni *ermit*, *o'z-o'ziga qo'shma* operatorlar deyiladi. Bu erda va ixtiyoriy fnuktsiya bo'lib, Integral o'zgaruvchilarning barcha o'zgarishi sohasi bo'yicha olinadi. Ermit operatorlari quyidagi xususiyatlarga ega:

a) Ermit operatorining xususiy qiymati haqiqiysondir, ya'ni

$$G^* = G \quad (5.15a)$$

Operatorning xususiy qiymati va xususiy funktsiyasi Ta'rifiga ko'ra ermit operatorlari uchun

$$\hat{G}\psi = G\psi \quad (5.16)$$

va

$$\hat{G}^* \psi^* = G^* \psi^* \quad (5.17)$$

larni yozish mumkin. Bu erda (5.15) shartga muvofik (G va G* xususiy qiymatlar bo'lganligi uchun integral ishorasi tashqarisiga chiqariladi) agar deb olsak,

$$G \int \Psi^* \Psi dV = G^* \int \Psi^* \Psi dV \quad (5.18)$$

kelib chiqadi;

b) ermit operatorlarining turli xususiy qiymatlariga mos kelgan xuussiy funktsiyalari o'zaro ortog'naldirlar. Agar ikkita funktsiya va lar skalyar ko'paytmasining barcha bir-biriga bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilar bo'yicha Integrali nolga teng bo'lsa, ular o'zaro ortog'nal bo'ladi.

Faraz qilaylik, G ermit operatorining G_v va G_r xususiy qiymatlariga mos kelgan xususiy funktsiyalari mos holda φ_v va φ_r bo'lsin. U holda bu ikki funktsiyaning ortog'nallik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\int \varphi_v^* \varphi_k dV = 0, v \neq k \quad (5.19)$$

Buni isbotlash uchun (5.1) shartdan foydalanamiz. φ_v va φ_r xususiy qiymatlar uchun uni quyidagicha yozish mumkin

$$\int \varphi_v^* \varphi_k dV = 0$$

Bu erda

$$(G_k - G_v^*) \int \varphi_v^* \varphi_k dV = 0$$

yoki (5.15)ni hisobga olsak,

$$(G_k - G_v) \int \varphi_v^* \varphi_k dV = 0 \quad (5.20)$$

Shartga ko'ra $G_k \neq G_v$ bo'lganligi sababli (5.20) tenglik o'rinli bo'lishi uchun quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\int \varphi_v^* \varphi_k dV = 0. \quad (5.21)$$

Bu φ_v va φ_k funktsiyalarning ortog'nallik shartidir. Tizim holatini ifodalovchi funktsiyalari normallashtirilgan bo'lishi shartligi bizga ma'lum (7- §) funktsiyalar uchun aniqlangan bu har ikkala shartni umumlashtirib quyidagicha yozish mumkin

$$\int \varphi_v^* \varphi_k dV = \delta_{vk} = \begin{cases} 1, v = k, \\ 0, v \neq k. \end{cases} \quad (5.22)$$

Bu xususiy funktsiyalarning *ortonormallashtirilganlik sharti* deyiladi.

OPERATORLARNING O'RTACHA QIYMATI. Yuqorida qayd etganimizdek, kvant mexanikasida har bir fizik kattalik o'z operatoriga ega. O'z navbatida har bir operator xususiy qiymatlar spektriga ega. O'lchash jarayonida bu xususiy qiymatlarning u yoki bu qiymat va har o'lchashda esa turli qiymatlari qayd qilinadi. Shuning uchun zarracha holatini aniqlovchi operatorning o'rtacha qiymati tushunchasi kiritiladi. Ehtimolliklar nazariyasidan ma'lumki, tasodifiy kattaliklarning o'rtacha qiymati

$$\langle a \rangle = \frac{a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_k v_k}{N} \quad (5.23)$$

formula bilan aniqlanadi. Bu erda $a_1 - a$ kattalikning N marta o'lchashda v_1 marta qayd etiladigan qiymati va xokazo. O'lchashlar soni

kiyik bo'lganda (5.23) formula bilan aniqlanuvchi o'rtacha qiymat turlicha bo'lishi muim. Agar o'lchashlar soni $N \rightarrow \infty$, u holda $\langle a \rangle$ o'rtacha qiymat aniq bir chegaraviy qiymat a_0 ga intiladi, $\frac{v_1}{N}, \frac{v_2}{N}, \dots$ lar esa mos holda a_1, a_2 va hakazo qiymatlarning qayd kilinishi ehtimolligi bo'ladi:

$$\begin{aligned} a_0 &= \lim_{N \rightarrow \infty} \langle a \rangle = a_1 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{v_1}{N} + a_2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{v_2}{N} + \dots + a_n \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{v_n}{N} = \\ &= a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + \dots + a_n \omega_n = \sum_{i=1}^n a_i \omega_i. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Demak, tasodifiy kattalikning o'rtacha qiymati tasodifiy qiymatlar bilan ularning qayd qilinish ehtimolliklari ko'paytmasining yig'indisiga teng ekan. Agarda tasodifiy qiymatlar uzluksiz o'zgarsa, uning o'rtacha qiymatini Integral orqali

$$\langle a \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} a f(x) dx \quad (5.25)$$

ifodalash mumkin. Bu erda $f(x)$ taqsimot funktsiyasidir. Bu aniqlangan natijani operatorlar uchun umumlashtirsak, ixtiyoriy G fizik kattalikning o'rtacha qiymati:

$$\langle \hat{G} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{G} \psi dV. \quad (5.26)$$

Bu kvant mexanikasida turli masalalrni yechishda ko'p uchraydigan asosiy formulalardan biridir. U funktsiya ma'lum bo'lsa har qanday fizik kattalik operatorini o'rtacha qiymatini aniqlashga imkon beradi.

AYRIM FIZIK KATTALIKLARNING OPERATORLARI. Zarrachani xaakterlovchi barcha fizik kattalikning operatorlari albatta uziga kushma, chiziqli (ermit) operatori ko'rinishida bo'lishi kerak. Bunday operatorlarning ayrimlari bilan tanishaylik. Fizik (dinamik) kattalik operatorini aniqlashning umumiy qoidasi quyidagicha: ixtiyoriy fizik kattalik G operatori $\hat{G}$ Shunday ko'rinishga ega bo'lishi kerakki, u bilan zarrachaning holat funktsiyasi Ψ ga ta'sir etganimizda G fizik kattalik G operatorining xususiy qiymati, funktsiya esa uning xususiy funktsiyasi bo'lsin, ya'ni

$$\hat{G} \psi = G \psi. \quad (5.27)$$

Bu erda Ψ funktsiya sifatida zarrachaning muayyan holatini fizik kattalik bilan bir qatorda aniqlaydigan holat funktsiyasi tushuniladi.

Koordinatalar va vaqt operatorlari. Ψ funktsiyasi quyidagi koordinatalar x, y, z, t ning funktsiyasidir. Bu o'zgaruvchilarning operatorlari uzlarining son kiytsmatlariga teng bo'ladigan holni ko'raylik. Shuning uchun bu operatorlar bilan biror Ψ funktsiyaga ta'sir etish, Ψ funktsiyasini Shu son qiymatiga ko'paytirishga teng kuchlidir:

$$\hat{x}\Psi = x\Psi, \hat{y}\Psi = y\Psi, \hat{z}\Psi = z\Psi, \hat{t}\Psi = t\Psi. \quad (5.28)$$

2. *Potentsial energiya operatori.* Potentsial energiya U faqat koordinatalrning funktsiyasi bo'lganligi sababli potentsial energiya operatori ham uning qiymatiga teng bo'ladi:

$$\hat{U}\Psi = U\Psi \quad (5.29)$$

Energiya operatori. Ta'rif (5.29)ga ko'ra energiya operatori

$$\hat{E}\Psi = E\Psi \quad (5.30)$$

shartni qanoatlantirishi kerak. Ψ zarrachaning energiyasi E energiya operatori $\hat{E}$ ning xususiy funktsiyasi bo'lishi kerak. Bu operatorning ko'rinishini aniqlash uchun Ψ funktsiyasi sifatida de Broyl to'lqin funktsiyasini

$$\Psi(t) = \Psi^0 e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \quad (5.31)$$

olamiz. Bu erda $\Psi^0 = \Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}P_x x}$ to'lqin funktsiyaning vaqtga bog'liq bo'lmagan qismi (5.30) va (5.31) larni solishtirishdan ko'rinadiki,

$$\hat{E} = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}. \quad (5.32)$$

Demak, energiya operatori vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila olish operatsiyasini bildiradi.

Impuls operatori. Ma'lumki, zarracha impulsi operatorini tashkil etuvchilari orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{P} = \hat{a}_1 \hat{P}_x + \hat{a}_2 \hat{P}_y + \hat{a}_3 \hat{P}_z \quad (5.33)$$

$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ – Dekart koordinatalar tizimining birlik vektorlari. $\hat{P}_x$ ko'rinishini aniqlaylik. Buning uchun de Broyl to'lqini

$$\Psi(x, t) = \Psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - P_x x)} = \Psi_0' e^{\frac{i}{\hbar}P_x x} \quad (5.34)$$

$$\hat{P}_x \Psi = P_x \Psi \quad (5.35)$$

dan foydalanmiz. Bu erda koordinataga bog'liq bo'lmagan kattalik. (5.30) shartga ko'ra

$$\hat{P}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \quad (5.36)$$

bo'lishi kerak. (5.35) va (5.36)larni solishtirishdan ko'rinadiki, (5.9) shart bajarilishi uchun R operatorining ko'rinishi

$$\hat{P}_y = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y}, \hat{P}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z} \quad (5.37)$$

bo'lishi kerak. Xuddi shu yo'l bilan impuls operatorining qolgan tashkil etuvchilarini aniqlash mumkin:

Bo'larni (5.7) ga qo'ysak

$$\hat{P} = \frac{\hbar}{i} (\vec{a}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{a}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{a}_3 \frac{\partial}{\partial z}) = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \quad (5.38)$$

kelib chiqadi. Bu erda

$$\vec{\nabla} = \vec{a}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{a}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{a}_3 \frac{\partial}{\partial z} \quad (5.39)$$

- gradient (nabla) operatori.

Ayrim funktsiyalarning operatorlari (kinetik energiya, Gamilton fnuktsiyasi, impuls momenti va h.k) uni tashkil etgan kattaliklar operatorlari orqali ifodalanishi mumkin. Bunda natijaviy operator albatta ermit operatori bo'lishini talab qilish kerak.

Kinetik energiya operatori. Zarrachaning kinetik energiyasi T ni uning impulsi orqali ifodalash mumkin:

$$T = \frac{\vec{P}^2}{2m_0}. \quad (5.40)$$

Bu erga (5.12) ni qo'ysak, kinetik energiya operatori

$$T = \frac{\vec{P}^2}{2m_0} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \vec{\nabla}^2 \quad (5.41)$$

ko'rinishda yoziladi. Demak, kinetik energiya operatori Laplas operatori ($\vec{\nabla}^2 = \Delta$) orqali ifodalanar ekan.

Gamilton operatori. Ma'lumki, statsionar holatlar uchun Gamilton funktsiyasi kinetik T va potentsial U energiyalar yig'indisidan iborat.

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U} \quad (5.42)$$

Bu erga kinetik va potentsial energiya operatorlarini qo'ysak, Gamilton operatori quyidagicha ifodalanadi:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \vec{\nabla}^2 + U(x, y, z).$$

Impuls momenti operatori. Mikroob'ekt ko'p hollarda (masalan , yatom molekulada) potentsial maydonni hosil qiluvchi biror markaz atrofida har akat qiladi. Bunday har akatni tavsiflash uchun qo'shimcha ravishda impuls momenti kattaligi kiritiladi. U har akat Integrali bo'lishi mumkin. Mumtoz fizikada impuls momenti $\vec{M}$ zarracha impulsi $\vec{r}$ bilan radius vektor $\vec{r}$ ning vektorial ko'paytmasidan iborat:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{p}] \quad (5.43)$$

Bu ifodani operator ko'rinishida yozsak:

$$\hat{M}_x = yp_z - zp_y,$$

$$\hat{M}_y = zp_x - xp_z, \quad (5.44)$$

$$\hat{M}_z = xp_y - yp_x.$$

$$\hat{\vec{M}} = [\hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}}] \quad (5.45)$$

bo'ladi. Bu erda $\vec{r}$ radius vektor (sanoq boshidan zarragacha bo'lgan masofa) operatori uziga tengligini hisobga oldik. Impuls momenti operatorining koordinata uklariga proektsiyasi (5.19) dan (5.18)ga o'xshash quyidagicha bo'ladi.

$$\left. \begin{aligned} \hat{M}_x &= \frac{\hbar}{i} \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ \hat{M}_y &= \frac{\hbar}{i} \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) \\ \hat{M}_z &= \frac{\hbar}{i} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5.46)$$

Amaliy masalalarni xal qilishda ($\hat{M}^2$) impuls momenti kvadratining operatori ham ko'p qo'llaniladi. Uni aniqlaylik. Mumtoz fizikadan ma'lumki,

$$\hat{M}^2 = \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 + \hat{M}_z^2. \quad (5.47)$$

Bu erga (5.43) ni qo'ysak,

$$\hat{M}^2 = -\hbar^2 \left\{ \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 + \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 + \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (5.48)$$

kelib chiqadi. YUqoridagilardan foydalanib isbotlash mumkinki,

$$\left. \begin{aligned} \hat{M}_x \hat{M}_y - \hat{M}_y \hat{M}_x &= i\hbar \hat{M}_z \\ \hat{M}_y \hat{M}_z - \hat{M}_z \hat{M}_y &= i\hbar \hat{M}_x \\ \hat{M}_z \hat{M}_x - \hat{M}_x \hat{M}_z &= i\hbar \hat{M}_y \end{aligned} \right\} \quad (5.49)$$

Gamilton operatorini (5.39) ko'rinishda ifodalash zarrachaga ta'sir etayotgan kuch vaqt o'tishi bilan o'zgarmaganda to'g'ridir. Bunday holda $U(x, y, z)$ zarrachaning potentsial energiyasi bo'lib, Gamiltonian zarrachaning to'la energiyasiga teng bo'ladi. Agarda zarracha harakatlanayotgan sohada potentsial maydondan tashqari elektromagnit maydon ham bo'lsa, unga ta'sir etayotgan kuch koordinata va vaqti bog'liq bo'ladi. Bunday holda U funktsiya x, y, z , va t ga bog'liq bo'lib, $U(x, y, z, t)$ zarrachaning potentsial energiyasi bo'la olmaydi. $U(x, y, z, t)$ ni bu holda kuch maydoni deyiladi. Shuning uchun bu holda Gamilton 4operatori

$$\hat{H} = \hat{T} + U(x, y, z, t)$$

zarrachaning to'la energiyasiga teng bo'lmaydi. YUqoridagi murakkab maydon uchun Gamilton operatorini quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_0} \left(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c} \hat{\vec{A}} \right)^2 + e\Phi + U \quad (5.50)$$

Bu erda $\vec{P} = -i\hbar \vec{\nabla}$, F- elektromagnit maydonning skalyar potentsiali, $\hat{\vec{A}}$ - maydonning vektor potentsiali, U - kuch maydon funktsiyasi, Φ va $\vec{A}$ kattaliklar elektromagnit maydon kuchlanganliklari bilan quyidagiga bog'liq:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\vec{\nabla}\Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \\ B &= \text{rot } \vec{A} \end{aligned}$$

Bu erda $\vec{E}$ - elektr maydon, V - magnit maydon kuchlanganlik vektorlari

Sferik koordinata tizimsida impuls momenti operatori. Zarrachaning markaziy simmetrik potentsial maydondagi har akati odatda

sferik koordinatalar tizimida yechiladi. Shuning uchun $\hat{M}$ operatorini sferik koordinat tizimida ifodalaylik. Buning uchun dekart va sferik koordinatalar tizimlari o'zgaruvchilari o'rtasidagi quyidagi munosabatlardan foydalanamiz (5.1-rasm):

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \\ z &= r \cos \theta, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned} \quad (5.51)$$

Bo'larni (5.46) va (5.48) larga qo'ysak, quyidagi natija kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} \hat{M}_x &= i\hbar \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{M}_y &= -i\hbar \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cot \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{M}_z &= -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}, \end{aligned} \quad (5.52)$$

$$\hat{M}^2 = \hat{M}_x^2 + \hat{M}_y^2 + \hat{M}_z^2 = -\hbar^2 \nabla_{\theta, \varphi}^2$$

Bu erda

$$\nabla_{\theta, \varphi}^2 = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (5.53)$$

sfera uchun Laplas operatoridir.

Mavzu bo'yicha nazorat savollari:

1. Operatorga ta'rif bering.
2. Chiziqli operatorlar haqida nimani bilasiz?
3. Operatorlar komutatori nima?
4. Operatorning o'rtacha qiymatini bilasizmi?
5. Uziga kushma operatorlar va ularning xususiyatlari haqida nimani bilasiz?
6. Operatorning o'rtacha qiymatini bilasizmi?
7. Energiya operatori tavsif bering.
8. Impul's operatori nima?
9. Gamilton operatori deyilganda nimani tushunasiz?
10. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring
11. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\hat{E} = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \hat{P} = \hat{a}_1 \hat{P}_x + \hat{a}_2 \hat{P}_y + \hat{a}_3 \hat{P}_z$$

12. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x, t) = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - P_x x)} = \psi_0 e^{i n \frac{P_x x}{\hbar}}$$

13. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\begin{aligned} \hat{P}_x \psi &= P_x \psi & \hat{P}_x &= \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} & \hat{P}_y &= \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y}, \hat{P}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z} \\ \hat{P} &= \frac{\hbar}{i} \left(\vec{a}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{a}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{a}_3 \frac{\partial}{\partial z} \right) = \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} \end{aligned}$$

14. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\vec{\nabla} = \vec{a}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{a}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \vec{a}_3 \frac{\partial}{\partial z}$$

15. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$T = \frac{\vec{P}^2}{2m_0}. \quad T = \frac{\vec{P}^2}{2m_0} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \vec{\nabla}^2 \quad R = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \vec{\nabla}^2 + U(x, y, z).$$

16. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_0} \left(\hat{p} - \frac{e}{c} \hat{A} \right)^2 + e\Phi + U$$

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1974.
7. Sokolov A.A., Ternov N.M., Jukovskiy V.I. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1979.
8. G.X. Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.: O'qituvchi, 1995. – 374 bet
9. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicago Press.

LECTION 6

6-MAVZU

Fizik kattaliklarning o'rtacha qiymatlari. Xususiy funktsiyalar yoyilish koeffitsientlarining fizik ma'nosi. *Srednee znachenie fizicheskix velichin.*

Fizicheskaya smysl koeffitsientov razlozheniya sobstvennoy volnovoy funktsii. Average meaning of physical sizes. Physical sense of factors of decomposition eigenwave function

REJA:

Kirish Fiikaviy o'lchov asboblari va ularda o'lchash problemi.

Asosiy qism:

- 1.O'rtacha qiymat
- 2.Operatorlarning o'rtacha qiymatlari va uni hisoblash
- 3.Xususiy funktsiyalar va ularni qatarga yoyish.
- 4.Qatarga yoyish koeffitsientlar va ularning .fizikaviy ahamiyati.

Xulosa: Fizik kattaliklarni o'lchash va uning Kvant mexanikasidani o'rni

KVANT MEXANIKASIDA HOLAT VA KUZATISH. Mikroolam xususiyatlari bilan qisqacha tanishdik. Endi uni tashkil etgan zarrachalar holatini fazo va vaqtda qanday tavsiflash mumkinligi bilan hamda zarrachalarni tavsiflovchi fizik kattaliklarni aniqlash usullari bilan tanishaylik. YUqorida qayd etganimizdek, biz mikroolam xususiyatlarini urganishga mumtoz fizikada o'rganilgan tushunchalar bilan kirib bomokchimiz. Ularning ayrimlari mikroolamda o'rinsiz yoki o'rinli ekanligi haqida qisqacha 60'sa-da aytiladi. Shuning uchun kvant mexanikasi tushunchalari doimo mumtoz fizika tushunchalari bilan solishtirib boriladi.

Mikroolamning o'ziga xos xususiyatlarga ega ekanligi uni tashkil etgan zarrachalar holatini va fizik kattaliklarni aniqlashda albatta o'z ta'sirini ko'rsatadi. Mazkur paragrafda zarracha holatini tasvirlash va zarrachani tavsiflovchi fizik kattaliklar, ularni bir vaqtda kuzatish usullari bilan tanishamiz.

Mikrotizim holatini tasvirlash. Har qanday nazariyaning asosida u o'rganadigan tizimning holatini tasvirlash (bayon qilish, aniqlash) usuli muhim o'rin to'tadi. Bu masala mumtoz fizikada juda soddadir. Moddiy nuqta berilgan vaqt momentida (t) fazoning biror nuqtasida (ya'ni x_0, y_0, z_0 koordinatalarga ega) bo'lsa, ixtiyoriy vaqt momentidan (t_1) so'ng uning fazodagi holatini (x_1, y_1, z_1) aniqlash, impulsini (tezligini) topish mumkin. Uning oxirgi holati bilan dastlabki holatini bir-biri bilan harakat

tenglamasi orqali bog'lash mumkin. Demak, mumtoz fizikada boshlangich holat ma'lum bo'lsa, ixtiyoriy vaqtmomentida (lahzasida) zarrachaning koordinatasi va impulsini aniqlash mumkin bo'ladi. Bunga mumtoz fizikadagi sababiyatlik tamoyili deyiladi.

Kvant mexanikasida xodisalarni evolyutsion o'zgarishini bunday sababiyat tamoyili asosida ifodalab bo'lmaydi, chunki vaqtning biror momentida fazoning berilgan dV xajm elementida aniqlangan zarracha holati unga berilayotgan tashqi ta'sir doimiy bo'lsa, vaqtutishi bilan uzgarmasligi kerak.

Kvant mexanikasida zarracha to'lqin - korpuskulyar xususiyatga ega bo'lganligi tufayli bir vaqtda uning koordinatani va impulsini aniqlab bo'lmaydi. Shuning uchun kvant mexanikasida zarracha holati statistik ma'noda to'lqin funktsiyasi ψ orqali ifodalanadi. Umuman olganda ψ funktsiyasi x, y, z va t ga bog'liq bo'lib mavhum bo'lishi mumkin. Qiqqa yozish maqsadida faqat x, y, z ga bog'liq bo'lgan funktsiyani ψ bilan va x, y, z, t ga bog'liq bo'lgan funktsiyani $\Psi(t)$ bilan belgilaymiz.

Kvant mexanikasining statistik tavsifi. $|\psi|^2$ yoki $|\Psi(t)|^2$ kattaliklar ψ va $\Psi(t)$ funktsiyalar aniqlangan sohada zarracha topilishi ehtimolligining zichligidir. Haqiqatan ham ψ funktsiyasi aniqlangan deylik. U holda Shunday ψ funktsiyali zarrachaning $dx \cdot dy \cdot dz = dV$ hajm elementida topilish ehtimolligi d quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$d\omega = |\psi|^2 dV = \psi \psi^* dV \quad (6.1)$$

Bu erda $\psi = \psi^* \psi$ bo'lib, ψ^* funktsiyasi ψ funktsiyasidagi $i = \sqrt{-1}$ ni $-i$ bilan (ehtimollik haqiqiy son ko'rinishida aniqlanadi) almashtirish tufayli hosil bo'ladi, ya'ni ψ^* funktsiyasi ψ funktsiyasining mavhum qo'shmasidir. (6.1) formuladan

$$\frac{d\omega}{dV} = |\psi|^2 = \psi \psi^* \quad (6.2)$$

zarracha topilish ehtimolligining zichligidir. Zuddi Shuningdek $\Psi(t)$ funktsiyasi uchun ham (6.2) formulaga o'xshash ifodani yozish mumkin:

$$d\omega(t) = |\Psi(t)|^2 dV \quad (6.3)$$

Bu formula asosida $\psi(t)$ to'lqin funtssiyasi zarrachaning dV fazo elementida t vaqt momentida topilish ehtimolligini aniqlaydi. Keyinchalik

aniq bo'ladiki, ψ funktsiya yordamida zarrachani fazoning dV hajm eelementida topish ehtimolliginigina emas, balki zarracha holatini tavsiflovchi fizik kattalikni o'lchash ehtimolligini ham topish mumkin. (6.1) va (6.2) formulalarni x, y, z o'zgaruvchilarining barcha o'zgarish soxasi bo'yicha Integrallasak, ehtimolliklarning yig'indisi ishonchli xodisa uchun 1 ga teng bo'lganligi sababli

$$\int d\omega = \int |\psi|^2 dV = 1 \quad (6.4)$$

va

$$\int d\omega(t) = \int |\psi(t)|^2 dV = 1 \quad (6.5)$$

shart kelib chiqadi. Bu shartni qanoatlantiruvchi ψ va $\psi(t)$ funktsiyalarni normallangan funktsiyalar deyiladi. Bu shartlar diskret spektrli holatlar uchun urinli bo'lib, Integrallash chegarasi bilan cheklangan sohada holati ψ yoki $\psi(t)$ funktsiya bilan tavsiflanuvchi zarrachaning albatta topilishini bildiradi. ψ - funktsiya yordamida zarrachaning dv xajmi eelementida bo'lishi ehtimollik nazariyasi yordamida aniqlanishi kvant mexanikasi qonunlarining statistik tavsifini anglatadi. Mumtoz fizikada statistik tekshirish metodi ko'pzarrachali tizimlarga qo'llaniladi va zarrachalar soni etarli kichiq bo'lganda bu metod o'z kuchini yukotadi(masalan harorat tushunchasi). Kvant fizikasida esa yukoridagi natijalardan ko'rinadiki, bitta zarrachaning holati ham statistik metod bilan aniqlanadi.

KVANT MEXANIKASIDA SUPERPOZITSIYA TAMOYILI. Kvant mexanikasida qo'llaniladigan muhim fizik qonunlardan biri *holatlarning superpozitsiya tamoyilidir*. Uni quyidagicha tushunish lozim. Faraz qilaylik. Shryodinger tenglamalarini yechib tizim holatini ifodalovchi ψ_1 , ψ_2 funktsiyalarini aniqladik. Agar tizim (zarracha yoki zarrachalar to'plami) ψ_1 va ψ_2 funktsiyalar bilan aniqlanuvchi holatlarda bo'la olsa, u albatta bu ikki holat chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo'lgan

$$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2 \quad (6.6)$$

holatda ham bo'la oladi. Bu erdagi S_1 va S_2 lar mos holda ψ_1 va ψ_2 xususiy holatlar amplitudasini aniqlovchi kattalik bo'lib, umumiy holda mavhum sonlardir. (6.6) formula kvant mexanikasida holatlar superpozitsiyasining matematik ifodasidir. Agar holatlar soni ko'p bo'lsa (6.1) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2 + \dots + C_v\psi_v + \dots = \sum C_v\psi_v \quad (6.7)$$

Bu murakkab holat funktsiyasidir. Agar superpozitsiyalanuvchi holatlar bir-biridan, masalan, impuls buyicha cheksiz kichiq qiymatga farq qilsa, (6.9) formulani Integral li ifodalash mumkin:

$$\psi = \int C_p \rightarrow \psi_p \rightarrow dp_x dp_y dp_z. \quad (6.8)$$

Superpozitsiya tamoyili mumtoz fizikada ham uchraydi. Masalan, fazoda elektr maydonini bir necha nuqtaviy zaryadlar xosil qilgan bo'lsa, fazoning ixtiyoriy nuqtasidagi elektr maydon kuchlanganligi har bir nuqtaviy zaryadning Shu nuqtadagi elektr maydon kuchlanganliklarining ge'metrik yig'indisi iborat bo'ladi. Shunday yo'l bilan dipoli, kvadrupoli maydonlari hisoblanadi. Kvant mexanikasidagi superpozitsiya tamoyili mumtoz fizikdagi superpozitsiya tamoyilidan tubdan farq qiladi. Masalan, zarracha ψ_1 holatda bo'lganda uni tavsiflovchi kattalik L_1 bo'lsin, ψ_2 holatda L_2 -bo'lsin. Tizim (6.6) formula bilan aniqlanuvchi ψ holatda bo'lganda uni tavsiflovchi parametr L_1 va L_2 ning kombinatsiyasidan (mumtoz fizikadagi o'xshash) iborat bo'lmaydi. Bu yangi holatda ham tizimni tavsiflovchi parametr L_1 yoki L_1 bo'ladi. Qaysi birinchi bo'lish (yoki o'lchash) da ko'prok topilishi ehtimolligi C_1 va C_2 koeffitsientlar o'rtasidagi nisbatga bog'liq. yana bir misol. Mumtoz fizikada ikkita tebranishning superpozitsiyasi tufayli yangi qo'shiluvchi tebranishlardan superpozitsiyasi tufayli yangi qo'shiluvchi tebranishlardan fizik kattaliklari bilan farq qiluvchi tebranma harakat xosil bo'ladi. Kvant mexanikasida esa ikkita bir xil holatning qo'shilishi holat funktsiyasini biror doimiy qiymatga ko'paytmasiga teng kuchli, Demak, bu holda yangi holat vujudga kelmaydi.

Kvant mexanikasining superpoztsiya tamoyili tajribalarda tasdiqlangan bo'lib, tizimning harqanday holatini ko'pmikdordagi holatlar superpozitsiyasi ko'rinishida ifodalash mumkinligini yoki berilgan kvant tizimsi uchun o'zaro superpozitsiyalanuvchi holat funktsiyalarini xosil qilish mumkinligini ko'rsatadi.

MIKROOLAMDA FIZIK KATTALIKLARNI O'LCHASH. Fizika fani tajribaga asoslangandir. Tajriba xodislarini to'g'ri tushuntirish ularning ichki uzviy bog'lanishlarini, umumiy asoslarini aniqlash kvant mexanikasining asosiy vazifasi hisoblanadi. Nazariy natijalarni tajriba bilann taqqoslash amalda fizik kattaliklarni o'lchash yo'li bilan bajariladi. Ammo mikroolamda o'lchash jarayoni katta muammodir. chunki o'lchov asboblari, tabiiy , mumtoz fizika qonunlariga buysunuvchi makroob'ektlardir.

Mikroolam zarrachalari esa uziga xos xususiyatli kvant mexanikasi kounnlariga itoat qiluvchi ob'ektlardir. Har qanday o'lchash esa o'zaro ta'sirga asoslangan. Demak, mikroolam zarrachalarining fizik kattaliklarini o'lchash mumtoz va kvant fizikasi qonunlariga buysinuvchi ikkita ob'ektni to'qnashishi tufayli amalga oshadi. Ana shunday to'qnashishlarni to'g'ri aks ettiradigan fundamental tenglamalarning yo'qligi o'lchash tufayli mikroolamning ob'ektiv kattaliklarini aniqlashni qiyinlashtiradi.

Ikkinchi tomondan mikrozaracha fizik kattaliklarning (masalan, $p_x, p_y, p_z, x, y, z, t, E, \dots$) barchasini ham bir vaqtda o'lchab bo'lmaydi. Mumtoz fizikada esa korpuskulaning koordinatini (x) va u bilan kanonik kushma bo'lgan impulsni (p_x) bir vaqtda aniq o'lchash mumkin. Mikroolamda zaracha holatini (holat funktsiyasini) aniqlovchi parametrlar bir-birini inkor qiluvchi guruhlariga bo'linadilarki, ularni bir vaqtda o'lchab bo'lmaydi. Bunday parametrlar uchun Geyzenbergning noaniqlik munosabatlari mavjud. Ammo kvant mexanikasida zaracha holatini qisman aniqlovchi bir guruh parametrlarni (masalan, p_x, p_y, p_z) to'ldiradi. Natijada zaracha holatini aniqlash uchun to'la parametrlar (x, y, z, p_x, p_y, p_z) to'plamiga ega bo'lamiz. Bunga kvant mexanikasida to'ldirish tamoyili detsiladi. Bu tamoyilni N. Bor asoslagan. Uning fikricha mikrozaracha holatini tavsiflovchi dinamik o'zgaruvchilar bir-birini to'ldiruvchi ikkita sinfga, fazo-vaqtparametrlariga va impuls-energetik parametrlarga bo'linadi. O'lchash jarayonida bu parametrlar bir-birini inkor etadi. Shuning uchun bu ikki guruh parametrlarni bir vaqtda o'lchovchi asboblalar alohida - alohida bo'lishi kerak. O'lchov asboblari zarrachani holatlariga karab ajratadi (spektral analiz) va unga qo'shimcha bo'lgan detektor zarrachaning qaysi holatda ekanligini aniqlaydi. Albatta, o'lchash jarayonida mumtoz o'lchov asbobi zaracha holatiga kuchli ta'sir o'tkazmasligi kerak. Shunday qilib, kvant mexanikasidagi o'lchov jarayoni mikroxodisadan boshlanib makroxodisa bilan tugaydi.

Mavzu bo'yicha tayanch iboralar:

Mikrozaracha, holatlar, Shryodinger tenglamasining echimi, xususiy funktsiya, xususiy qiymat, qatorga yoyish, koeffitsientlar, topilish ehtimolligi, o'lchov, o'lchov asboblari, o'zaro ta'sir, o'rtacha qiymat.

Mavzu bo'yicha nazorat savollari:

1. Operatorlarning o'rtacha qiymatlari va uni hisoblash usularining qaysilarini bilasiz?

2. Operatorlarning xususiy funktsiyalarining fizikaviy mazmuni nima?

3. Qatorga yoyish koeffitsientlar fizikaviy mazmuni nima?

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1963.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1963.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1964.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1962.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1964.
7. Sokolov A.A., Ternov N.M., Jukovskiy V.I. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1969.
8. X.Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.: O'qituvchi, 1995. –364 bet
9. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 366 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicag' Press.

LECTION 7

7-MAVZU

Fizik kattaliklar uchun nokommutativ operatorlar orqali ifodalangan noaniqlik munosabati. *Sootnosheniya neopredelennosti dlya fizicheskix velichin.* Parities of uncertainty for physical sizes

REJA:

Kirish Kommutativ va nokommutativ operatorlar haqida qisqacha ma'lumot.

Asosiy qism:

1. CHiziqli operatorlarva ularning algebrasi.
2. Kommutativ operatorlar
3. Geyzenbergning noaniqlik tamoyili.
4. Noaniqlik munosabatlari

Xulosa: Geyzenbergning noaniqlik tamoyilining fundamentalligi

NOANIQLIK MUNOSABATLARI. Mikroolamning ob'ektiv xususiyalaridan biri uni tavsiflovchi o'zaro kommutatsiyalanmaydigan operatorlar uchun noaniqlik munosabatlarining mavjudligidir. Uni birinchi marta kvant mexanikasining asoschilaridan iri. Geyzenberg aniqlagan (1927 y.). Hozirgi kunda bu munosabatlar mikroolam xususiyatlarini o'rganishda kvant mexanikasi uchun asosiy qurol bo'lib xizmat qiladi.

1. *Geyzenbreg tengsizliklari*. Noaniqlik munosabatlarini zarracha koordinatasi va impulsini aniqlash misolida keltirib chiqaraylik. Ma'lumki, zarracha holati fizik kattaliklar operatorlarining o'rtacha qiymatlari bilan tavsiflanadi. Operatorlarning o'rtacha qiymatini aniqlash formulasi (12.4) ga binoan statsionar holatdagi zarrachaning x o'qi bo'yicha koordinata va impuls operatorlarini o'rtachalashtiraylik:

$$\langle x \rangle = \int \psi^* x \psi dx \quad \langle p_x \rangle = \int \psi^* \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx \quad (7.1)$$

$$\langle \Delta \hat{M}_z \rangle \langle \Delta \varphi \rangle \geq \frac{\hbar}{2} \quad (7.2)$$

O'lchashlar jarayonida koordinata uchun x va impuls uchun r qiymatlar topilgan bo'lsin. Bu holda xatolikning o'rtacha qiymati (7.1)ga binoan aniqlanadi. Ammo bu natijalar tizim koordinatasi va impulsini o'lchashda xatolik yukligini bildirmaydi. Har ikkala kattalik qiymatini o'lchashda ham ularning haqiqiy qiymatidan ($\langle x \rangle, \langle r \rangle$) ortiq va kam tomonga farq qiluvchi natijalar olinadi. Bundagi xatoliklar bir-biri bilan eyishib o'rtacha xatolik nolga teng bo'ladi. Shuning uchun o'rtacha kvadratik ogishni izlaymiz. Koordinata va impuls uchun o'rtacha kvadratik ogish mos holda quyidagiga teng bo'ladi:

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \int \psi^* (x - \langle x \rangle)^2 \psi dx = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (7.3)$$

$$\langle (\Delta p_x)^2 \rangle = \int \psi^* (p_x - \langle p_x \rangle)^2 \psi dx = \langle p_x^2 \rangle - \langle p_x \rangle^2 \quad (7.4)$$

Hisoblashni 'sonlashtirish maqsadida koordinata boshini zarracha markaziga joylashtiramiz. U holda $\langle x \rangle = 0$ $\langle r \rangle = 0$ bo'lib, (7.3) va (7.4) ni (7.1)ni hisobga olib tubandagicha yozamiz:

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle = \int \psi^* x^2 \psi dx \quad (7.5)$$

$$\langle (\Delta p_x)^2 \rangle = \langle p_x^2 \rangle = \int \psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \psi dx \quad (7.6)$$

$\langle () \rangle$ va $\langle () \rangle$ o'rtasidagi bog'lanishni topish maqsadida quyidagi yordamchi Integralni ko'raylik:

$$I(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\alpha x \psi^* + \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \left(\alpha x \psi + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx. \quad (7.7)$$

Uni quyidagicha yozish mumkin:

$$I(\alpha) = a\alpha^2 - b\alpha + c. \quad (7.8)$$

Bu erda $-x$ ga bog'liq bo'lmagan ixtiyoriy haqiqiykttalik.

Integrallarni bo'laklab hisoblasak va (7.5) (7.6) ni e'tiborga olsak,

kelib chiqadi. a, b va c koeffitsientlar musbat bo'lganligi tufayli $I()$ ning eng kichik qiymati $-b^2/4a$ ga bog'liq holda noldan katta bo'lsa, I hamma vaqt musbat bo'ladi. Shuning uchun $I()$ ni aniqlaymiz. Buning uchun (7.8)ni bo'yicha differentsiallab va natijani nolga tenglashtirib

ni aniqlaymiz. Buni (7.8) ga qo'yib, shartga ko'ra $I = 0$ bo'lishi uchun

$$a = \langle x^2 \rangle, b = 1, c = \frac{\langle p_x^2 \rangle}{\hbar^2} \quad (7.9)$$

$$4ac \geq b^2 \quad (7.10)$$

bo'lishi kerakligini topamiz. Bu erga a, b va c larning qiymatlarini qo'ysak,

$$\langle (\Delta \hat{x})^2 \rangle \langle (\Delta \hat{p}_x)^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4} \quad (7.11)$$

kelib chiqadi. Demak, x va r larni o'lchashdagi o'rtacha kvadratik ogishlarning ko'paytmasi doimiy dan kichik bo'la olmaydi (7.11) ga o'xshash tengsizliklarni y va z uqlari bo'yicha ham aniqlash mumkin:

$$\langle (\Delta \hat{y})^2 \rangle \langle (\Delta \hat{p}_y)^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4} \quad (7.12)$$

$$\langle (\Delta \hat{x})^2 \rangle \langle (\Delta \hat{p}_z)^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4}$$

(7.11), (7.12) tengsizliklarga Geyzenbergning noaniqliklar umnosabatlari deyiladi. 7.1-Rasmda koordinata (a) va impuls fazosida ehtimollik zichligining grafigi keltirilgan. U erdan ko'rinadiki, r ni o'lchashdagi xatolikni kancha kichraytirmokchi bo'lsak, koordinatchi o'lchashdagi xatolik Shuncha ortiq bo'ladi va aksincha.

Umumiy noaniqlik tamoyili. x va r operatorlarining kommo'tatorini aniqlaylik. Buning uchun dastlab ko'paytma operator bilan funktsiyaga ta'sir etamiz:

$$\hat{x} \hat{p}_x \psi = x \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (7.13)$$

sungra ularning urnini almashirib funktsiyaga ta'sir etamiz

$$p_x \hat{x} \psi = x \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} (x \psi) = \frac{\hbar}{i} \psi + \frac{\hbar}{i} x \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (7.14)$$

(7.13) va (7.7) larning farqini olsak, x, r operatorlarning kommo'tatori

$$\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x} = i\hbar \quad (7.15)$$

kelib chiqadi. Demak x va p operatorlari o'zaro kommutatsiyalanmas ekan. Buni e'tiborga olib (7.1) tengsizlikni quyidagicha yozish mumkin:

$$\langle (\Delta\hat{x})^2 \rangle \langle (\Delta\hat{p}_x)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} \langle |\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}|^2 \rangle \quad (7.16)$$

Demak, koordinata va impulsni o'lchashdagi xatoliklar uchun aniqlangan Geyzenberg tengsizligi Shu operatorlar kommutatorning nolga teng bo'lmashligi, ya'ni bu dinamik kattaliklar operatorlarining o'zaro kommutatsiyalanmaganligi tufaylidir. Bu xulosani (7.16) ga asosan ixtiyoriy o'zaro kommutatsiyalanmaydigan operatorlar uchun umumlashtirsak, Geyzenberg tengsizligi quyidagicha yoziladi:

$$\langle (\Delta\hat{Q})^2 \rangle \langle (\Delta\hat{\sigma})^2 \rangle \geq \frac{\hbar^2}{4} \langle |\hat{Q}\hat{\sigma} - \hat{\sigma}\hat{Q}|^2 \rangle. \quad (7.17)$$

Yuqorida keltirilgan ayrim fizik kattaliklarning operatorlari kommutatorlarini aniqlasak energiya E va vaqt t operatorlari $\hat{M}_x, \hat{M}_y, \hat{M}_z$ hamda impuls momentining z o'qiga proektsiyasi $\hat{M}_z$ bilan burchakli koordinata operatorlari o'zaro kommutatsiyalanmaydi. Shu sababli bu operatorlar uchun Geyzenberg tengsizliklari mavjuddir. Energiya va vaqt operatorining kommutatori

$$[\hat{E}, \hat{t}] = i\hbar \quad (7.18)$$

Bu operatorlar uchun noaniqlik tamoyili

$$\langle \Delta E \rangle \langle \Delta t \rangle \geq \hbar / 2 \quad (7.19)$$

7.2-rasm. Atom energiyasi va yashash vaqti o'rtasidagi noaniqlik munosabati (7.20) bo'ladi. Bu tengsizlikning ma'g'a doir nosi quyidagicha. Vaqtning uzluksiz utib to'rganligi sababli bo'la olmaydi. Shuning uchun vaqt oraligida energiyani o'lchash albatta E farqqa olib keladi. Agar juda katta bo'lsa

bo'lib, statsionar holatga mos keladi. ya'ni uzok vaqt davomida energiyani aniq o'lchash mumkin. (7.19) tengsizlikni atomda elektronning E va E energiyali holatlari bilan bog'lash mumkin (7.2-rasm)

$$\Delta(E_1 - E_2)\Delta t > \hbar \quad (7.20)$$

(Energiyaning farqi E_1 va E_2 lar uchun ham bo'lishi mumkin bo'lganligi sababli (7.19) ning har ikki tomonini 2 ga ko'paytirdik). U holda (7.20) tengsizlikdagi elektronning E energiyali holatdan E energiyali holatga o'tish xodisasi yo'z berishi uchun ketgan vaqt oraligini ifodalaydi.

Energiya esa elektronning bunday o'tishi tufayli atom tomonidan nurlatilgan yorug'lik kvanti energiyasidagi sochilish. Bu farq atom unrlanish chizigining tabiiy kengligidir.

M va φ operatorning kommutatori

$$[\hat{M}_z, \varphi] = \frac{\hbar}{i} \quad (7.21)$$

bo'lib, ular uchun noaniqlik tamoyili

$$\langle \Delta \hat{M}_z \rangle \langle \Delta \varphi \rangle \geq \frac{\hbar}{2} \quad (7.22)$$

ko'rinishda yoziladi. Bu tengsizlikdan ko'rinadiki, tsilindrik koordinatalar tizimsida zarrachaning azimo'tal burchagi kancha aniq bo'lsa, uning impuls momentining o'qiga proektsiyasi Shuncha noaniq bo'ladi va aksincha.

Noaniqlik munosabatlarining ma'nosi. Shunday qilib, tizim holatini aniqlaydigan fizik kattaliklar operatorlarining ayrim gruhsi birgalikda aniq qiymatga ega bo'lmaydi. Nazariy tekshirishlarga karaganda impuls va koordinata, energiya va vaqt, impuls momentining proektsiyasi va azimo'tal burchak birgalikda aniq o'lchanmaydi. Ular o'lchanishi mumkin, ammo bunday juftlarni o'lchashdagi o'rtacha xatoliklar ko'paytmasini dan kamaytirib bo'lmaydi. Bu noaniqliklar sub'ektiv sabablarga ko'ra paydo bo'lgani yuk, ya'ni noaniqliklar o'lchov asbobining kamchiligi yoki tekshiruvchining malakasizligidan kelib chikmaydi. Xakikatan ham zarracha impulsini, uning tezligi va massasi orqali ifodalab (7.11) ga qo'ysak, tengsizlik quyidagicha bo'ladi:

Demak, zarrachaning massasi kancha katta bo'lsa, uning koordinatini o'lchashda xatolik Shuncha oz bo'ladi. Zarracha fazoda bo'la ladi. YUqoridagi natijalardan ko'rinadiki, o'zaro kommutatsiyalanuvchi operatorlarning xususiy qiymatlari birgalikda aniq qiymatga ega bo'ladi. O'zaro kommutatsiyalanmaydigan operatorlarning xususiy qiymatlarini birgalikda aniq o'lchab bo'lmaydi.

Ayrim fizik kattaliklar uchun noaniqlikning mavjudligidan mikroolam xususiyatlarini mukammal o'rganib bo'lmash ekan yoki ularni bilsh cheklangan degan xulosa chiqarish mutlaqo noto'g'ridir. Aksincha, noaniqliklarni hisobga olish mikroolamdagi jarayonlarni to'g'ri tushunishga, uni tashkil etgan zarrachalar xususiyatini har tomonlama to'la o'rganishga imkon beradi.

Zarracha iimpulsi va koordinatasini birgalikda aniq o'lchab bo'lmashligi uning bir vaqtda aniq bu parametrlarga ega bo'lmashligidandir.

Boshkacha aytganda mikroolamda xech bir zarracha lokal bo'la olmaydi, balki u dinamik holatda bo'ladi.

Ikkinchi tomonidan noaniqlik tamoyillarning paydo bo'lishi mikroolam xususiyatini o'rganishga makroolam tushunchalari, fizik terminlari kirib borganligidandir. Bu holda noaniqlik tamoyili asoschisi Geyzenberg Shunday degan edi: "Biz atom masshtabidagi jarayonlarni katta masshtabdagi kabi talkin kila olmaymiz. Agarda biz o'rganib kolgan tushunchalardan foydalanmokchi bo'lsak, u holda ularning qo'llanilishi noaniqlik tamoyillari munosabatlari bilan cheklangan bo'ladi". Xakikatan ham, tarixan insoniyat uni urab olgan makroolam xususiyatini o'rgangan va unga xos atamalar, qonuniyatlar uylab togan. Ana Shu "bisot" bilan mikroolamni ham o'rganishga kirishdi. Tabiiyki, bu tushunchalar mikroolamdagi xodisalarni to'g'ri aks ettira olmaydi. Tushuncha va atamalarni o'zgartirish uchun esa mikroolamni makroolamga bog'langan holda o'rganish lozim edi yoki bo'lmasa o'rganishni mikroolamdan boshlashi lozim edi yoki bo'lmasa o'rganishni mikroolamdan boshlashi lozim edi. Bu esa olamni bilish ketma-ketligiga ziddir. Shunday ekan mikroolamni makroolamga xos atama va tushunchalar bilan uning uziga xos xususiyatlari: diskretligi, fizik kattaliklarning kvantlanishi, to'liq-korpuskulyar dualizm va noaniqlik tamoyillarini e'tiborga olgan holda o'rganish lozim.

Boshkacha so'z bilan aytganda, noaniqlik munosabatlari zarrachaning to'liq va korpuskulyar xususiyatga ega bo'lishlarining matematik ifodasidir. Demak, ular mikroolam ob'ektiv xususiyatini ifodalovchi munosabatlardir. Bunga yana bir misol keltiraylik. Ma'lumki, vodorod atomi anazariyasi dastlab (umumiy fizika kursida) Bor posto'latlari va mumtoz fizika qonuniyatlari yordamida o'rganiladi. Shuning uchun ham atomda elektronning energiyasi kvantlaShuvchi bo'lib chikkani bilan, uning yadro atrofida har akatni statsionar orbitalar bo'ylab bo'ladi. Demak, mumtoz fizikadagi korpuskulaga o'xshash elektron traektoriyaga ega.

Vodorod atomi nazariyasi (47 -) kvant mexanikasi nuqtai nazaridan yechilganda ham elektron energiyasi Bor nazariyasiga binoan topilgan natija bilan bir xil bo'ladi. Ammo bu holda elektronning aniq traektoriyasi emas, balki uning yadro atrofida topilish ehtimolligining zichligiga ega bo'lamiz. Bu zichlik yadro yaqinida ham, undan uzokda ham nuldin farq qiladi va fazoning ehtimollik zichligining eng katta qiymatli nuqtalarini birlashtirsak, Bor nazariyasida aniqlangan orbitalar kelib chiqadi. yadro

atrofida elektronning topilish ehtimolliklarini bunday fazoviy taqsimoti tajribada ham aniqlangan. Demak, xakikat mezoni bo'lgan tajriba atomdagi elektron uchun kvant mexanikasining nazariyasini to'la tasdiqlaydi. Shu bilan birga yadro atrofida har akatlanayotgan elektron impulsini aniq (eng katta qiymatga teng deb olsak, koordinati haqidagi noaniqlik yoki xatolik) o'lchami atom o'lchami tartibida bo'ladi. Shunday qilib, mikroolamda traektoriya tushunchasi o'rinsizdir. Lekin elementar zarrchalarni qayd qiluvchi ayrim o'lchov asboblarida (masalan, Vilison kamerasida) ular iz koldiradi. Ammo bu iz zarrachaning traektoriyasi emas. Bu zarracha bilan muxit o'rtasidagi o'zaro ta'sir sohasi bo'lib zarracha Shu sohadan noaniqlik intervaliga ega bo'lib har akatlanadi. Shunday qilib, mikroolamda operatorlari o'zaro kommo'tatsiyalanuvchi dinamik kattaliklarni birgalikda kuzatish mumkin holos.

BIRGALIKDA ULchANUVchi KATTALIKLAR. YUqoridagi 10-11 - lardan ko'rinadiki, tizim holatini ifodalovchi dinamik kattaliklar (X, E, U, P) uzlarining operatorlari ega. Tizim holatini aniqlash ana Shu dinamik kattaliklarning xususiy qiymatlarini o'lchash demakdir, ammo barcha dinamik kattaliklarning xususiy qiymatlarini bir vaqtda o'lchab bo'lmaydi. Tizim holatini ifodalovchi funktsiya bir vaqtning uzida qaysi dinamik kttaliklar operatorlarining xususiy funktsiyasi bo'la olsa, o'sha operatorlarning xususiy qiymatlarini bir vaqtda o'lchash mumkin. Ravshanki, funktsiyasi bir vaqtning uzida barcha operatorlarning xususiy funktsiyasi bo'la olmaydi. Bu tizim holatini aniqlovchi operatorlarning o'zaro kommo'tatsiyalanish yoki kommo'tatsiyalanmasligiga bog'liq

Faraz qilaylik va operatorlari berilgan bo'lsin. Funktsiyasi bu operatorlarning xususiy funktsiyasi bo'lsin.

$$\hat{G}\Psi = g\Psi \quad \hat{Q}\Psi = q\Psi \quad (7.23)$$

va operatorlarning kommo'tatorini aniqlaylik. (7.1)ga asosan

$$\hat{Q}\hat{G}\psi = \hat{Q}g\psi = g\hat{Q}\psi = gq\psi \quad (7.24)$$

u holda

$$[\hat{G}\hat{Q}]\psi = \hat{G}\hat{Q}\psi - \hat{Q}\hat{G}\psi = (gq - qg)\psi \quad (7.25)$$

kelib chiqadi, va lar son qiymatlar, ularni ko'paytirishlar urni almashgani bilan qiymati o'zgarmaydi:

$$qg = gq. \quad (7.26)$$

Demak,

ya'ni operatorlari o'zaro kommo'tatsiyalanadi. "ki aksincha va o'zaro kommo'tatsiyalanuvchi operatorlar bo'lsincha va o'zaro kommo'tatsiyalanuvchi operatorlar bo'lsin. U holda ularning xususiy funktsiyalari bir xil bo'ladimi yoki yukmi? O'zaro kommo'tatsiyalanish shartiga ko'ra

$$\hat{Q}\hat{Q} = \hat{Q}\hat{Q}. \quad (7.27)$$

operatorining xususiy funktsiyasi bo'lsin:

$$\hat{G}\psi = g\psi. \quad (7.28)$$

Bu funktsiya operatorining ham xususiy funktsiyasi bo'la olishini isbotlaylik (7.27) va (7.28) ga ko'ra

$$\hat{Q}\hat{G}\psi = \hat{Q}g\psi = g\hat{Q}\psi. \quad (7.29)$$

(7.28) va (7.29)larni solishtirishdan ko'rinadiki, va lar operatorining xususiy yunktsiyalari. Biror doimiy songa farq qiluvchi ikkita bir xil funktsiya bitta holatni ifodalaydi. Shuning uchun va lar biror doimiy son aniqligida bir xildir. Shuning uchun

$$\hat{Q}\psi = q\psi \quad (7.30)$$

deb yoza olamiz. Demak, o'zaro kommo'tatsiyalanuvchi va operatorlarning birortasi uchun xususiy funktsiya bo'lgan ikkinchisi uchun ham xususiy funktsiya bo'la 'ladi. Bunday operatorlarning xususiy qiymatlarini bir vaqtda aniq o'lchash mumkin.

Mumtoz fizikada esa tizim holatini aniqlovchi barcha fizik kattaliklari bir vaqtda o'lchash mumkin. Demak, mikroolamda tizim holatini aniqlovchi parametrlar soni mumtoz tizimni aniqlovchi parametrlarga karaganda kamrok bo'ladi. 11- da keltirilgan dinamik kattaliklar ichida r va x, E va t operatorlari o'zaro kommo'tatsiyalanmaydi. (Oxirgini tekshirib ko'rishni o'quvchining uziga topshiramiz.) Demak, ularning xususiy qiymatlarini o'lchov asbobi bir vaqtda aniqlay olmaydi. Demak, mikroolamda tizim holatini impuls va energiya (ular o'zaro kommo'tatsiyalanadi) yoki koordinata va vaqt (ular ham kommo'tatsiyalashadi) fazosida ifodalash mumkin. Ammo bundan mikroolam xususiyatlarini o'rganishda o'lchov asboblari turlicha bo'lishi kerak, degan xulosa kelib chikmaydi. Mikroolamda tizim holatni turli o'lchov nuqtai nazaridan o'rganish bir-birini inkor etmaydi, balki to'ldiradi. Shuning uchun kvant mexanikasida buni to'ldirish tamoyili deb yuritiladi. Ayrim fizik kattaliklarni bir vaqtda aniq o'lchana olmasligi mikroolamning ichki xususiyati bo'lib " noaniqlik tamoyilida" o'z ifodasini topgan.

Mavzu bo'yicha tayanch iboralar va suzlar:

mikroolamda tizim holati, impuls va energiya (kommo'tatsiyalanadi) yoki koordinata va vaqt (kommo'tatsiyalashadi), mikroolam xususiyatlari, o'lchov asboblari, Mikroolamda tizim holati, turli o'lchov nuqtai nazari, fizik kattaliklarni bir vaqtda aniq o'lchana olmasligi, mikroolamning ichki xususiyati, noaniqlik tamoyili".

Mavzu bo'yichanazorat savollari:

1. Qanday chiziqli operatorlarni bilasiz?.
2. Kommutativ operatorlar nima va ularning fizikaviy tabiati nima?
3. Geyzenbergning noaniqlik tamoyilini qanday tushunasiz?
4. Operatorlar komutatori nima?
5. Operatorning o'rtacha qiymatini bilasizmi?
6. Uziga kushma operatorlar va ularning xususiyatlari haqida nimani bilasiz?
7. Operatorning o'rtacha qiymatini bilasizmi?
8. Energiya operatori tavsif bering.
9. Impul's operatori nima?
10. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring
11. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\langle a \rangle = \frac{a_1 v_1 + a_1 v_1 + \dots + a_k v_k}{N}$$

$$a_0 = \lim \langle a \rangle = a_1 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{v_1}{N} + a_2 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{v_2}{N} + \dots + a_m \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{v_n}{N} = a_1 \omega_1 + a_2 \omega_2 + \dots + a_u$$

$$\langle a \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} a f(x) dx \quad \langle \hat{G} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \hat{G} \psi dV.$$

12. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\hat{G}\psi = G\psi. \quad \hat{x}\psi = x\psi, \hat{y}\psi = y\psi, \hat{z}\psi = z\psi, \hat{t}\psi = t\psi. \quad \hat{U}\psi = U\psi$$

$$\hat{E}\psi = E\psi$$

13. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\langle x \rangle = \int \psi^* x \psi dx \quad \langle p_x \rangle = \int \psi^* \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx$$

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \int \psi^* (x - \langle x \rangle)^2 \psi dx = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

$$\langle (\Delta p_x)^2 \rangle = \int \psi^* (p_x - \langle p_x \rangle)^2 \psi dx = \langle p_x^2 \rangle - \langle p_x \rangle^2$$

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle = \int \psi^* x^2 dx \quad \langle (\Delta p_x)^2 \rangle = \langle p_x^2 \rangle = \int \psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \psi dx$$

14. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\langle \hat{A} \rangle = \int \Psi^*(t) \hat{A} \Psi(t) dV$$

$$\frac{d \langle \hat{A} \rangle}{dt} = \langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \rangle - \frac{i}{\hbar} \int [\Psi^*(t) \hat{A} \hat{H} \Psi(t) - \Psi^*(t) \hat{H} \hat{A} \Psi(t) dV]$$

ëku

$$\frac{d \langle \hat{A} \rangle}{dt} = \langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \rangle - \frac{i}{\hbar} \int [\Psi^*(t) [\hat{A} \hat{H} - \hat{H} \hat{A}] \Psi(t) dV]$$

$$\frac{d \langle \hat{A} \rangle}{dt} = \langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \rangle + \langle \{\hat{H}, \hat{A}\} \rangle$$

$$\{\hat{H}, \hat{A}\} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}] = \frac{i}{\hbar} (\hat{H} \hat{A} - \hat{A} \hat{H})$$

15. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$m_0 \frac{d^2 \langle x \rangle}{dt^2} = - \langle \frac{\partial U}{\partial x} \rangle = \langle F(x) \rangle$$

$$m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x) \quad m_0 \frac{d^2 \langle x \rangle}{dt^2} = \langle F(x) \rangle$$

16. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$T(p_x) = \frac{p_x^2}{2m_0} \quad T(\langle p_x \rangle) = \frac{\langle p_x \rangle^2}{2m_0} \quad \langle T(p_x) \rangle = \frac{\langle p_x^2 \rangle}{2m_0}$$

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
1. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nereyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
2. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
3. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.

4. 6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1974.
5. Terlitskiy V.M., Karnakov B.M., Kogan V.I. Zadachi po kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1981.
6. Sokolov A.A., Ternov N.M., Jukovski V.I. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1979.
7. G.X. Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent: O'qituvchi, 1995. – 374 bet
8. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicago Press.

LECTURE 9

9-MAVZU

Shryodinger tenglamasi. Moslik tamoyili. Mumtoz mexanikaga uzviy chegaraviy utish. Uravneniya Shryodingera. Tamoyil sootvetstviya. Predelnqy perexod k klassicheskoy fizike. The equations of Shryodinger A principle of conformity. Limiting transition to classical physics.

REJA:

Kirish: Shryodinger tenglamasi va uning yaratilishi.

Asosiy qism:

1. Shryodinger tenglamasi
2. Statsionar Shryodinger tenglamasi
3. Nostatsionar Shryodinger tenglamasi
4. Shryodinger tenglamasining umumiy echimlari haqida

Xulosa: Shryodinger tenglamasining hozirgi zamon fizikasidagi ahamiyati

1-variant. Shryodinger tenglamalari. Bir vaqtning o'zida to'liq va korpuskulyar xususiyatga ega bo'lgan zarrachalarning (oboektlarning) harakatini ifodalovchi tenglamalar, ularning yechimlari va xususiyatlari bilan tanishaylik.

Kvant mexanikasining tenglamalari V. Geyzenbergning (1925) matritsa mexanikasida E. Shryodingerning (1926) to'liq mexanikasida, P. Dirakning (1927) holatlar "vektori" algebrasida va nixoyat, R. Feyimanning (1965) "trektoriyalari buyicha Integrallar" kitobida turli tasavvurlarda bayon qilingan E. Shryodinger to'liq va matritsa mexanikalarining ekvivalentligini isbotladi va ular kvant mexanikasi degan umumiyl nomga birlashdi. Kvant mexanikasining yuqoridagi formalari o'ziga xos

usullarda bayon qilingan va matematik apparatlari turlicha bo'lsada ammo bitta mikroobektini o'rganishga qaratilgan, yakuniy natijalari bir xil va biridan ikkinchiga utishi mumkin. Matematik apparati nukta nazaridan to'liq mexanikasi soddarok va yakkolrok bo'lganligi sababli kvant mexanikasining asosiy tushunchalari va qonunlarini Shryodinger tenglamalari asosida bayon qilamiz.

a) To'liq tenglamalarining talkini. Shryodinger tenglamalari to'liq va korpuskulyar xususiyatga ega bo'lgan zarracha (yoki zarrachalar) harakatini turli potentsial maydonlarda ifodalash uchun tajriba natijalari asosida kashf qilingan. Shuning uchun ularni kvant mexanikasigacha xukm so'rgan mumtoz fizika qonunlaridan foydalanib keltirib chiqarish mumkin emas. Ammo ularning boshqa tenglamalar bilan bog'liqligini ko'rsatish mumkin. Ma'lumki, zarrachaning energiyasi (E) uning impulsi ($\vec{P}$) va potentsial energiyasi (U) orkali quyidagicha ifodalanadi:

$$E = \frac{\vec{P}^2}{2m_0} + U \quad (9.1)$$

Bunday zarrachaning harakatini de Broyli yassi to'liq

$$\psi(\vec{r}, t) = Ae^{-\frac{1}{\hbar}(Et - \vec{P}\vec{r})} \quad (9.2)$$

ning tarqalishi bilan ifodalashni taklif etgan. Agar zarracha faqat x o'qi yunalishida tarqalayotgan bo'lsa va vaqt utishi bilan uning harakat tavsifi o'zgarmasa (statsionar holat) (9.2) formulani $\psi(x) = \psi = A \exp(iP_x X)$ ko'rinishda yozish mumkin. Bu ifodani x buyicha ikki marotaba differentsiallab P_x^2 ni aniqlaymiz.

$$P_x^2 = -\frac{\hbar^2}{\psi} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad \text{Xuddi Shu yo'l bilan } P_y^2 \text{ va } P_z^2 \text{ larni aniqlab}$$

$$\vec{P}^2 = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 \text{ munosabatga qo'ysak,}$$

$$\vec{P}^2 = -\frac{\hbar^2}{\psi} \nabla^2 \psi \quad (9.3)$$

$$\text{kelib chiqadi. Bu erda } i^2 = -1 \text{ ni hisobga oldik. } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Laplas operatoridir. $\vec{P}^2$ ning (9.3) qiymatini (9.1) tenglamaga qo'ysak.

$$E - U = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{1}{\psi} \nabla^2 \psi$$

yoki

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 \quad (9.4)$$

xosil bo'ladi. Bu - Shryodingerning statsionar tenglamasi. Bu erda U va ψ kattaliklar x, y, z ning funktsiyasi hisoblanadi, (9.2) to'liq funktsiyasini vaqt buyicha bir marta differentsiallasak

$$\frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E \psi(t) \quad (9.5)$$

Bu erdan topilgan E ni va (9.3) ni (9.1) tenglamaga qo'ysak

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 \psi(t) + U \psi(t) \quad (9.6)$$

xosil bo'ladi. Bu-Shryodingerning to'la tenglamasi. U zarracha harakatini statsionar bo'lmagan, ya'ni vaqtga bog'liq bo'lgan maydonlarda o'rganishga imkon beradi. (9.6) da ψ o'zgaruvchi funktsiya x, y, z va t ning funktsiyasi, ammo qisqa yozish maqsadida $\psi(t)$ ko'rinishda yozamiz. Shuning uchun bundan buyon, maxsus qayd etilmasa, ψ ni x, y, z ning funktsiyasi, $\psi(t)$ ni esa x, y, z va t ning fnuktsiyasi deb tushunish lozim. (9.6) tenglamani Gamilton operatori (3.6) yordamida sodda ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$\hat{H} \psi(t) = \hat{E} \psi(t) \quad (9.7)$$

Shryodinger tenglamalari ikkinchi tartibli, chiziqli SHturm Liuvill tipidagi xususi differentsial tenglamalardir. Shu sababdan (9.4) va (9.6) tenglamalarning yechimlari bo'lgan ψ va $\psi(t)$ funktsiyalari quyidagi shartlarni qanoatlantirishlari kerak:

1. O'zi va birinchi tartibli xosilasi o'zluksiz,
2. Bir qiymatli,
3. Fazoning hamma sohasida qiymati chekli,
4. Muayyan masala talablaridan kelib chiqadigan chegaraviy

shartlarni

qanoatlantiradi.

$$5. \text{ Normallashgan } S|\psi|^2 dv = 1 \quad S|\psi(t)|^2 dv = 1$$

Shryodinger tenglamasining yuqoridagi shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlari E parametrning har qanday qiymatlarida ham mavjud bo'lmaydi. E energiyaning ayrim qiymatlaridagina (9.4) va (9.6) larning yechimlari (1) - (4) shartlarni qanoatlantiradi. Ana Shu qiymatlar $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$ bo'lsin. Bo'larni E parametrning xususiy qiymatlari deyiladi va ularning to'plami energetik spektrni tashkil etadi. Energiyaning har bir xususiy qiymatiga mos kelgan ψ_n yechimlarni xususiy funktsiyalar deyiladi. (9.4) va (9.6) dan ko'rinadiki, Shryodinger tenglamalarining yechimi zarracha harakatlanayotgan maydon potentsialining ko'rinishga o'zviy bog'liq. Biz bo'larga (9.4) va (9.6) tenglamalarning qo'llanishiga aniq masalalar echganimizda ishonch xosil qilamiz. ψ funktsiyasi qaysi sohada nolga teng bo'lsa, o'sha sohada zarracha yo'q. Agar vaqtning biror t_0 momentida zarrachaning holati $\psi_0(t_0)$ ma'lum bo'lsa, (9.6) tenglamani yechib uning t vaqt momenti (lahzasi) dagi fazoviy holatini ($\psi(t)$) ni ham topish mumkin. Bu kvant mexanikasidagi **sababiatlik tamoyili** bo'lib, uning ma'nosi Sho'qi, t vaqtdagi zarracha holatini uning t_0 vaqtdagi holati yordamida faqat statistik aniqlash mumkin holos (indeterminizm).

Shryodinger tenglamalari bitta zarracha uchun ham, zarrachalar to'plami uchun ham to'g'ridir. Faqat bunda Gamilton operatorini to'g'ri tanlay bilish lozim.

YUqorida qayd etganimizdek, Shryodinger tenglamalarining yechimi bo'lgan ψ va $\psi(t)$ funktsiyalar yordamida zarrachaning Shu funktsiyalar aniqlangan sohada bo'lish ehtimolligi dW topiladi.

Statsionar holatlar. Shryodinger tenglamasining diskret spektri. Energiyasi aniq qiymat qabul qiluvchi tizimning holatlari statsionar holatlar deyiladi. chunki kvant mexanikasida energiyaning saqlanish qonuniga tizimning energiyesi aniq qiymat qabul qilgandagina energiya vaqtga nisbatan o'zgarmay koladi. Shu boisdan gamiltonnani vaqtga bog'liq bo'lmagan

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial t} = 0 \quad (9.8)$$

tizim uchun Shryodinger tenglamasi

$$i\hbar \frac{\partial \psi_n}{\partial t} = \hat{H} \psi_n \quad (9.9)$$

ni o'zgaruvchilarga ajratish usulidan foydalanib echamiz, ya'ni

$$\psi_n(\vec{r}, t) = \psi_n(\vec{r}) \cdot A_n(t) \quad (9.10)$$

ko'rinishda tanlaymiz (n - tizim holatining tartibi). U holda (9.9) va (9.10) lardan

$$\frac{i\hbar \frac{\partial A_n(t)}{\partial t}}{A_n(t)} = \frac{\hat{H} \psi_n(\vec{r})}{\psi_n(\vec{r})} \quad (9.11)$$

ga ega bo'lamiz. Tenglikning har ikkala tomoni bir xil doimiy kattalikka teng bo'lgandagina u o'rinli bo'ladi, ya'ni

$$i\hbar \frac{1}{A_n(t)} \frac{\partial A_n(t)}{\partial t} = E_n, \quad \frac{\hat{H} \psi_n(\vec{r})}{\psi_n(\vec{r})} = E_n \quad (9.12)$$

yoki

$$i\hbar \frac{\partial A_n}{\partial t} = E_n A_n(t) \quad (9.13)$$

$$\hat{H} \psi_n(\vec{r}) = E_n \psi_n(\vec{r}) \quad E_n = const \quad (9.14)$$

(9.13) tenglamadan

$$A_n = c_n e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}$$

ifodani topamiz. Agar $\psi(\vec{r}, t)$ ning ortonormallanganlik shartini e'tiborga

olsak, $A_n = e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}$ munosabatga ega bo'lamiz. Demak, umumiy to'lqin funktsiyasi

$$\psi_n(\vec{r}, t) = \varphi_n(\vec{r}) e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}} \quad (9.15)$$

ko'rinishga keladi.

Shunday qilib, tizimning n - tartibli holati gamiltonnan ($\hat{H}$) ning xususiy qiymati (E_n) bilan aniqlanadi. E_n ning eng kichik qiymatiga mos keluvchi statsionar holat normal yoki asosiy holat deb yuritiladi. Kolgan holatlar esa uyg'ngan holatlar deb nomlanadi.

Endi statsionar holatning quyidagi xususiyatlarini sanab o'tamiz:

a. Statsionar holatdagi tizim to'lqin funktsiyasining vaqtga bog'liq evolyutsiyaisi (o'zgarshi) bu holatga mos keluvchi energiya bilan to'la aniqlanadi. Bu erda Shuni tapkidlash lozimki, har xil statsionar holatlar

ichida Shundaylari bo'lishi mumkinki, ularga mos keluvchi energiyaning xususiy qiymatlari bir xil bo'lib kolishi mumkin (boshqa fizik kattaliklari farqli bo'lsada). Bunday holatlar turlangan yoki aynigan statsionar holatlar deyiladi.

b. Statsionar holatlarda zarracha topilish ehtimolligining zichligi

$$\rho_n = \psi_n^*(\vec{r}, t) \psi_n(\vec{r}, t) = \varphi_n^*(\vec{r}) \varphi_n(\vec{r}) = |\psi_n(\vec{r})|^2 \quad (9.16)$$

va ehtimollik oqimining zichligi

$$\vec{i}_n = \frac{\hbar}{2im_0} [\psi_n^*(\vec{r}, t) \nabla \psi_n(\vec{r}, t) - \psi_n(\vec{r}, t) \nabla \psi_n^*(\vec{r}, t)] = \frac{\hbar}{2im_0} [\varphi_n^*(\vec{r}) \nabla \varphi_n(\vec{r}) - \varphi_n(\vec{r}) \nabla \varphi_n^*(\vec{r})] \quad (9.17)$$

vaqtga nisbatan doimiy kattaliklardir.

b. Vaqtga bog'liq bo'lmagan ixtiyoriy fizik kattalik A ning statsionar holatlarga nisbatan o'rtacha qiymati

$$\langle \hat{A} \rangle = \int \psi_n(\vec{r}, t) \hat{A} \psi_n(\vec{r}, t) d^3r = \int \varphi_n^*(\vec{r}) A \varphi_n(\vec{r}) d^3r \quad (9.18)$$

vaqtga nisbatan o'zgarmasdir.

Shryodinger to'la tungalmasi (9.9) vaqtga nisbatan birinchi tartibli, chiziqli bo'lganligi sababidan tizim gamiltoniani $\hat{H}$ ning xususiy qiymati diskret $(E_1, E_2, \dots, E_n)$ yoki o'zluksiz bo'lishi mumkin. Bundan ko'rinyaptiki, Shryodinger tenglamasining yechimini har ikkala hol uchun ayrim-ayrim qarab utish maqsadga muvofikdir. Dastlab Shryodinger tenglamasining diskret spektrini ko'raylik. Kvant mexanikasida ixtiyoriy fizik kattalik unga mos keluvchi operator va uning xususiy qiymati bilan tavsiflanadi. Xususiy qiymatlarning to'plami esa uning spektri deyiladi. Demak, spektr diskret yoki o'zluksiz bo'lishi mumkin.

E_n diskret spektri tizim uchun yozilgan Shryodinger tenglamasi (9.14) ning to'la yechimini diskret holatlarning to'liq funktsiyalaridan tashkil etgan qator

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n \varphi_n(\vec{r}) e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}} \quad (9.19)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bunda qatorga yoyish koeffitsientlarning kvadrati $|a_n|^2$ odatda, tizim energiyasi har xil qiymatlarining ehtimolligini aniqlaydi.

$\psi_n(\vec{r})$ argumentining o'zgarish sohasida $\int |\varphi_n(\vec{r})|^2 d^3r$ Integral chekli qiymatli bo'lganligi sababidan hamma tizimlar diskret energetik spektrli zarracha chegaralangan sohada mavjud bo'lib, bu sohaning tashqarisida to'liq funktsiyasi tezda nolga intiladi. Agar

$$\sum_n |a_n|^2 = 1 \quad (9.20)$$

ni e'tiborga olsak (9.19), (9.18) larda

$$\sum_n a_n a_n^* = \int \psi^* \psi d^3\vec{r} \quad (9.21)$$

Agar $\psi^* = \sum_n a_n^* \varphi_n(\vec{r}) e^{\frac{iE_n t}{\hbar}}$ ekanini e'tiborga olsak (9.21) dan a_n uchun

$$a_n = \int \psi \varphi_n^*(\vec{r}) e^{\frac{iE_n t}{\hbar}} d^3\vec{r} \quad (9.22)$$

ifodaga ega bo'lamiz.

Kelgusida ko'p ishlatiladigan quyidagi te'rema mavjud.

Biror L ermit operatorining turli L_n va L_m diskret xususiy qiymatlariga to'g'ri kelgan xususiy funktsiyalari ψ_n va ψ_m o'zaro ortog'naldir, ya'ni

$$\int \psi_n^*(\vec{r}) \psi_m(\vec{r}) d^3\vec{r} = 0 \quad (m \neq n) \quad (9.23)$$

Bu munosabat avvalgi mavzularda isbot qilingan.

2-variant. Shryodinger tenglamasi. Biz yuqorida berilgan impul'sli zarrachaning to'liq funktsiyasini aniq chastotali *de-Broylning yassi to'liq funktsiyasi* sifatida tanlanishi mumkinligini ko'rdik. Fizikaviy tizimning to'liq tenglamasining ko'rinishi tizimning Gamiltoniani orqali aniqlanadi. Shu sababdan (Shu ma'noda) de-Broyl to'liq funktsiyasi ham Gamiltonianning xususiy funktsiyasi bo'lishi kerak. Bunda erkin zarrachaning Gamiltoniani fazoning bir jinsliliigi va izotropiigi, Shuningdek Galileyning nisbiylik tamoyili bilan bog'liq bo'lgan umumiy talablarni qanoatlantirishi kerak.

Nazariy mexanikadagi energiya (E) va impul's ($\vec{p}$) o'rtasidagi

kvadratik munosabat: $E = \frac{\vec{p}^2}{2m}$ da m doimiylik zarrachaning massasini anglatadi. Kvant mexanikasida ham Shunday munosabat mavjud bo'lib, bunda E erkin zarrachaning Gamiltoniani ($\frac{\vec{p}^2}{2m}$) ning xususiy qiymati urnida keladi. Tabiiyki bu operatorning xususiy funktsiyasini topish masalasi

ham kundalang bo'ladi. Bunda impul's operatorining $\vec{p} = \text{grad} = \vec{\nabla} = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ (bu erda $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ dekart koordinatalar tizimidagi birlik vektorlardir) ko'rinishini e'tiborga olsak Gamiltonianni:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + U(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z) = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \end{aligned} \quad (9.24)$$

ko'rinishda qayd qilish mumkin; bu holda zarrachaning ($U(x, y, z)$) potentsial maydonida harakatlanayapti deb hisobladik ($\vec{\nabla}^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ operatorni nabla operatori deb yuritiladi).

U holda statsionar operatorlar algebrasidan

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

yoki

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi, \quad (9.25)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi, \quad (9.252)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi$$

munosabatlarga ega bo'lamiz.

Umuman olganda nostatsionar hol uchun $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ xosilaning qiymati psi-funktsiyaning o'sha vaqt momentidagi qiymati bilan aniqlanishi kerak; aniqlanganda ham, suprepozitsiya tamoyiliga asosan, bu munosabat chiziqli bo'lishi kerak. Shu boisdan

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \quad (9.26)$$

yoki nostatsionar Shryodinger tenglamasiga ega bo'lamiz.

Bu ifodalarda $U(x, y, z; t)$ vaqt va koordinatalarga bog'liq bo'lgan funktsiya bo'lib, u zarrachaning *potentsial energiya operatorini* anglatadi. Agar u, kurgina hollardagi kabi, vaqtga oshqora bog'liq bo'lmasa,

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + U(x, y, z; t) \right] \psi$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(x, y, z; t) \right] \psi$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z; t) \right] \psi$$

u holda psi-funktsiyaning ikkita tashkil etuvchilar: koordinata va vaqtlarga aloxida-aloxida boglangan $\varphi(\vec{r})$ va $f(t)$ funktsiyalarning ko'paytmasi

$$\psi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}) f(t) \quad (9.27)$$

dan iborat deb hisoblab, (9.26) munosabatdan: $i\hbar \varphi \frac{\partial f}{\partial t} = f \hat{H} \varphi$ yoki

$$i\hbar \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) / f = \hat{H} \varphi / \varphi = \text{const} = E; \quad \text{bo'lardan esa} \quad \hat{H} \varphi = E \varphi \quad \text{va}$$

$$i\hbar \frac{\partial f}{\partial t} = E f \quad \text{munosabatlarga ega bo'lamiz. Oxirgi munosabatdan}$$

$f(t) = C_1 \exp(-iEt/\hbar)$ (C_1 integrallash doimiysi bo'lib masalaning tabiatiga bog'liqdir). U holda *umumiy to'lqin funktsiya – nostatsionar to'lqin funktsiya*

$$\psi(\vec{r}, t) = C_1 \varphi(\vec{r}) \exp(-iEt/\hbar) \quad (9.28)$$

ko'rinishda qayd etiladi. Shunday qilib nostatsionar Shryodinger tenglamasining umumiy echimini $\psi(\vec{r}, t) = \exp\left[-\left(\frac{i}{\hbar}\right)(E \cdot t \mp \vec{p} \cdot \vec{r})\right]$ ko'rinishda izlash mumkin. Superpozitsiya tamoyiliga asosan impul'si $p_0 - \Delta p$ dan $p + \Delta p$ gacha uzlusiz uzgaruvchi zarracha psi-fukntsiyasini (1.5) ko'rinishdagi to'lqin funktsiyaning qatori

$$\psi(x, t) = \int_{p_0 - \Delta p}^{p_0 + \Delta p} b(p) \exp\left[-\left(\frac{i}{\hbar}\right)(E \cdot t \mp p \cdot x)\right] \cdot dp$$

ko'rinishda tasvirlash mumkin. Agar E energiyani ω chastota orqali $(E/\hbar) = \omega$ kabi, p impul'sni k to'lqin vektori (soni) orqali $k = p/\hbar$ kabi ifodalasak

$$\psi(x, t) = \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} c(k) \exp[-i(\omega \cdot t \mp k \cdot x)] \cdot dk$$

to'lqinlar guruhini yoki to'lqin paketining ifodasiga ega bo'lamiz. CHastototani to'lqin soniga nisbatan qatorga yoyib va birinchi ikkita hadi bilan chegaralansak: $\omega(k) = \omega_0 + (k)_0(k - k_0)$ va bu munosabatni oxirigi psi-funktsiyaga qo'ysak ($\zeta = k - k_0$)

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= \psi(x, t) = \psi(x, t) = c(k_0) \times \exp[-i(\omega_0 \cdot t \mp k_0 \cdot x)] \int_{-\Delta k}^{\Delta k} \exp\left[i\left(x - \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t\right) \cdot \zeta\right] d\zeta \\ &= \\ &= 2c(k_0) \frac{\sin\left[\left(x - \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t\right) \cdot \Delta k\right]}{\left(x - \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t\right)} \exp[-i(\omega_0 \cdot t \mp k_0 \cdot x)] \end{aligned}$$

$$A(x, t) \times \exp[-i(\omega_0 \cdot t \mp k_0 \cdot x)].$$

Oxirgi munosabatda Δk ning qiymatining juda kamligini e'tiborga olsak, uni *monoxromatik to'lqin munosabati* deb qarashimiz mumkin. Bunday holda to'lqin paketi markazi, ya'ni amplitudasi maksimum bo'lgan koordinatasi $x_c = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t$, uning tarqalish tezligi, ya'ni *gruxli tezligi* $v_{gr} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0$ ko'rinishda bo'ladi.

$$\text{Erkin zarrachaning norelyativistik energiyasi esa } E(k) = \frac{p^2}{2m}$$

ko'rinishda tanlansa, E ni $\hbar\omega$ orqali, p ni $\hbar k$ orqali ifodalab

$$\omega = \frac{k^2 \hbar}{2m}$$
 munosabatga ega bo'lamiz.

Mavzu buyicha nazorat savollari:

1. Shryodingerning nostatsionar tenglamasi ning mazmunini aytib bering.
2. Shryodinger tenglamasining umumiy echimi haqida naima deya olasiz?
3. Mumtoz va kvant nazariyalarning bog'liqligi haqida nimalar bilasiz?
4. Δk ning qiymatining juda kam bo'lishi nimani anglatadi?
5. Monoxromatik to'lqin munosabati,
6. To'lqin paketi markazi nima?
7. Amplitudasi maksimum bo'lgan koordinatasi $x_c = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t$ nimani anglatadi?
8. To'lqin paketi markazining tarqalish tezligi nima?
9. To'lqin paketi markazi *gruxli tezligi* $v_{gr} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0$ nimani anglatadi:.
10. Erkin zarrachaning norelyativistik energiyasi tushuntiring.
11. $E(k) = \frac{p^2}{2m}$, E ni $\hbar\omega$ orqali, p ni $\hbar k$ orqali ifodalang.
12. $\omega = \frac{k^2 \hbar}{2m}$ munosabat qanday ma'noga ega?

Mavzu buyicha tayanch iboralar:

Δk ning qiymatining juda kam, *monoxromatik to'lqin munosabati*, to'lqin paketi markazi, amplitudasi maksimum bo'lgan koordinatasi $x_c = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0 t$, uning tarqalish tezligi, *gruxli tezligi* $v_{gr} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}\right)_0$, erkin zarrachaning norelyativistik energiyasi, $E(k) = \frac{p^2}{2m}$, E ni $\hbar\omega$ orqali, p ni

$\hbar k$ orqali ifodalash, $\omega = \frac{k^2 \hbar}{2m}$ munosabat.

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nereyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1974.

7. .G.X.Xoshimov, R.YA.Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.:O'qituvchi, 1995. –374 bet
8. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.:Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicag' Press.

LECTION №12

12-MAVZU

Bir o'lchamli masalalar. Erkin zarra. Bir jinsli maydondagi harakat.
Odnomernye zadachi. Svobodnaya chastitsa. Dvizhenie v odnorodnom pole.
'ne-dimensional tasks. A free particle. Movement in a homogeneous field

REJA:

Kirish:

Asosiy qism:

1. Zarrachaning erkin harakati.
2. Zarrachaning potentsiial to'siq orqali o'tishi.
3. Tunel xodisasi.
4. Zarrachaning potentsial urachadagi harakati.

Xulosa: Bir o'lchamli masalalar nazariyasining hozirgi zamon fizikasidagi amaliy ahamiyati.

BIR O'LCHAMLI HARAkat. YUqorida qayd etilganidek, kvant mexanikasining vazifasi to'lqin va korpuskulyar xususiyatga ega bo'lgan zarrachalarning harakatini o'rganish, uning berilgan vaqt momentida fazoning dV hajm elementida bo'lish ehtimolligini aniqlashdan iborat. Buning uchun masalaning mohiyatiga qarab, Shryodinger statsionar

$$\hat{H}\psi = E\psi \quad (12.1)$$

yoki to'la

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (12.2)$$

tenglamasini yechish zarur. Natijada energiyaning turli xususiy qiymatlari ($E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$) va ularga mos kelgan xususiy funktsiyalar ($\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$) aniqlanadi. (12.1) va (12.2) tenglamalarning yechimi chegaraviy shartlardan tashqari zarra harakat qilayotgan soha potentsial maydonining tabiatiga (elektr magnit, elektromagnit) va o'zgarish shakliga bog'liq. Maydon parametrlari Gamilton operatori

$$\hat{H} = (\hat{p}^2 / 2m_0) + U(x, y, z) \quad (12.3)$$

orqali beriladi.

Tashqi magnit maydon bo'lmaganda (12.3) ifodadagi zarracha impulsini uning operatori bilan bevosita almashtirish mumkin:

$$\hat{p} = -i\hbar \nabla$$

U holda Gamilton operatorining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 + U(x, y, z) \quad (12.4)$$

Maydon tabiatiga qarab xal etiladigan masalalar ham turlicha bo'ladi. Bu bobda zarrachaning bir o'lchovli fazodagi harakati uziga xos tabiatli ayrim masalalariga tuxtalimiz. Zarurat bo'lganda bir o'lchovli fazodagi harakat natijalarini uch o'lchovli fazodagi harakat uchun umumlashtirish mumkin.

ZARRACHANING POTENTIAL TO'SIQDAN QAYTISHI.

Koordinata o'qi Xning musbat yo'nalishi bo'yicha erkin harakat qilayotgan zarracha o'z yo'lida $x=0$ nuqtada "balandligi" O ga teng bo'lgan potentsial to'siqqa duch kelsin (12.1-rasm). To'siqning eni cheksiz deylik. Zarracha harakat qilayotgan sohani ikkiga ajratamiz: I sohada ikki hol bo'lishi mumkin: a) mumtoz mexanikada; b) Kvant mexanikasida.

a) $E > O$ ya'ni zararcha energiyasi potentsial to'siq balandligidan katta. Ravshanki, I sohada E energiya bilan harakat qilayotgan zarracha II sohaga bemalol o'tadi va u erda $E - O$ energiya o'z harakatini davom ettiradi;

b) $E < O$ - zarracha energiyasi potentsial to'siq balandligidan kichik bo'lsin. Mumtoz fizika nuqtai nazaridan bunday zarracha ikki soha chegarasi $x=0$ ga joylashgan potentsial to'siqdan qaytadi, ammo I sohadan II sohaga o'ta olmaydi. chunki bu holda uning impuls $p = \sqrt{2m_0(E - U_0)}$ mavhum bo'ladi. Kvant mexanikasi nuqtai nazaridan qanday bo'ladi? Bu savolga javob berish uchun zarrachaning $0 \leq x \leq \infty$ sohada topilishi ehtimolligini ($|\Psi|^2$) hisoblash kerak. Agar $|\Psi|^2$ potentsial to'siqning ikkinchi tomonida ham nolga teng bo'lmasa, demak, zarracha potentsial to'siq sohasiga ham o'tadi. $x=0$ nuqtaga joylashgan potentsial to'siqqa kelayotgan zarracha uchun

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (12.5)$$

ni yozish mumkin. Ikkinchi $0 \leq x < +\infty$ sohada cheksizlikdan qaytgan to'lqin ni e'tiborga olmaymiz ($V=0$). U holda ikkinchi soha uchun to'lqin funktsiyasi

$$\psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} \quad (12.6)$$

ko'rinishda tanlanadi. Shu sababli $|\psi_2(x)|^2$ har ikkala sohada noldan farqli ekani aniq. Bu esa zarrachaning (potentsial to'siq bo'lishidan kat'i nazar) II sohada ham topilish ehtimolligi nol emasligini bildiradi. Bu hol o'z navbatida potentsial to'siq mavjud sohalarda ham zarrachaning bo'lish (o'tish) mumkinligini ko'rsatadi.

Agar potentsial maydon ta'siri e'tiborga olmaydigan darajada kichik qiymatli bo'lsa uning harakatini o'rganish uchun

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\right]\psi = E\psi \quad (2.7)$$

statsionar Shryodinger tenglamasini echish talab etiladi. Masalani soddalashtirish maqsadida bir o'qli, masalan Ox o'qi bo'ylab zarrachaning harakatini tekshiraylik. Bunda (2.1)ni

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \quad (12.8)$$

ko'rinishda qayd etib, uning echimini

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad (12.9)$$

kabi izlaymiz. Bunda $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$. Shryodinger tenglamasining bu hol uchun echimini to'la anglash maqsadida uni nostatsionar ko'rinishini qayd qilamiz

$$\Psi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{-i\omega t} = Ae^{-i(\omega t - kx)} + Be^{-i(\omega t + kx)}, \quad (12.10)$$

Bu tenglikning ung tarafdagi birinchi had X o'qining musbat qiymatli yo'nalishida tarqaluvchi, ikkinchi had esa X o'qining manfiy qiymatli yo'nalishida tarqaluvchi anglatadi, ya'ni harakatini ifodalovchi (12.10) munosabat bir o'q bo'ylab qarama-qarshi (ikki) tomonga tarqaluvchi yassi to'lqinlar to'plamidan iborat ekani kelib chiqadi. U holda erkin

zarrachaning energiyasi $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{m\lambda^2} = \frac{mv^2}{2}$ munosabat yordamida

aniqlanadi. Demak sa, uning energiyasi impulsi (tezligi)ga nisbatan diskret (uzlukli) emas, balki uzluklidir. Bundan erkin harakatlanayotgan zarracha kvant mexanika qonuniyatiga emas, balki mumtoz fizika qonuniyatiga buysunadi.

ZARRACHA NING POTENTIAL TO'SIQDAN QAYTISHI. 2-§dagi kabi masalani X o'qiga nisbatan hal qilamiz. Bunda Xning musbat qiymatli yo'nalishida harakatlanayotgan zarrachalar $x=0$ no'qtada

balandligi U_0 bo'lgan potentsial to'siqqa duch kelsin (3.1-rasm). Bunday potentsial to'siqni

$$U_0 = \begin{cases} 0 & -\infty \leq x \leq 0 \\ U_0 & 0 \leq x \leq +\infty \end{cases} \quad (12.11)$$

Ko'rinishda qayd qilamiz. Zarrachaning harakatini ikki: $-\infty \leq x \leq 0$ (1-soha) va $0 \leq x \leq +\infty$ (2-soha) sohaga ajratamiz. Bunda uch hol: a) $E > U_0$, ya'ni zarrachaning energiyasi potentsial to'siq balandligidan katta. Bunda tabiiyki zarracha $E - U_0$ energiyaga ega bo'lgan holda *erkin harakatlanadi*; b) $E = U_0$ zarrachaning energiyasi potentsial to'siq balandligiga teng. Bu hol *murakkab bo'lib, aloxida qarashni talab etadi*. Shu sababli uni keyinga koldirib ketamiz; v) $E < U_0$ zarrachaning energiyasi potentsial to'siq balandligidan kichik. Mumtoz fizika qonuniyatiga ko'ra zarracha potentsial to'siqdan qaytishi, 1- sohadan 2-sohaga o'tmasligi kerak. Aksincha zarrachaning impulsi $p = \sqrt{2m(E - U_0)}$ munosabatga asosan mavxum bo'lib qoladi. Kvant mexanikasi qonunlariga asosan esa zarrachaning 2-sohada topilishi ehtimolligi ($|\Psi|^2$)ni hisoblash talab etiladi. $E > U_0$ $E < U_0$

$$U(x) = \begin{cases} 0, & -\infty \leq x \leq 0 \quad (1 - \text{soha}); \\ U_0, & 0 \leq x \leq a \quad (2 - \text{soha}); \\ 0, & a \leq x \leq +\infty \quad (3 - \text{soha}) \end{cases} \quad (12.12)$$

Bu masalaga xos bo'lgan

$$\frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x^2} + k_n^2 \psi_n = 0 \quad (n=1, 2, 3), \quad (12.13)$$

Shryodinger tenglamasining echimini

$$\psi_n = A_n e^{ik_n x} + B_n e^{-ik_n x} \quad (12.14)$$

ko'rinishda tanlasak, $n = 3$ holda x ning urniga $x - a$ kattalik olinadi. Bunda: $k_n = \sqrt{2mE_n/\hbar^2}$ $E_1 = E$, $E_2 = -E + U_0$, $k_3 = k_1$. A_n , B_n koeffitsientlarni aniqlash uchun

$$\psi_1(0) = \psi_2(0), \quad \left. \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right|_{x=0}, \quad \psi_2(a) = \psi_3(a), \quad \left. \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial \psi_3}{\partial x} \right|_{x=a}$$

ko'rinishdagi chegaraviy shartlardan foydalanamiz.

ZARRACHANING ENI cheKLANGAN POTENTIAL TO'SIQDAN O'TISH I. Avvalgi masalada (12- §) zararcha o'z yo'lida uchragan potensial to'siqdan $E < O'$ bo'lganda qaytishini ko'rdik. Kvant fizikasi qonunlariga buysonuvchi zarracha mumtoz zarrachadan farqli ravishda ikkinchi (to'siq) sohasiga qisman o'tib, sungra yana birinchi sohaga qaytadi. U erdan ko'rinadiki, agarda potensial to'siq eni chekli bo'lsa, ma'lum mikdordagi zarrachalar undan o'tib ketishi mumkin. Bunday xodisaga *tunnel samarai* deyiladi. Bu masala bilan batafsil tanishaylik. Masalan 'sonlashtirish maqsadida potensial to'siqni ideallashtirib to'g'ri to'rtburchak shaklda deb olamiz (12.1-rasm). Aniqlangan natijani ixtiyoriy shakldagi potensial to'siq uchun ham umumulashtirish mumkin. X o'qining musbat yo'nalishda harakat qilayotgan E energiyali zarracha eni d , balandligi U_0 bo'lgan potensial to'siqqa duch kelsin.

$E > U_0$ bo'lganda zarrachaning potensial to'siqdan o'ta 'ladi. $E < U_0$ bo'lganda zarrachaning potensial to'siqdan o'tish ehtimoligini aniqlaylik. Buning uchun zarracha harakat qiladigan sohani maydon potensialining o'zgarishiga qarab uchga bo'lamiz:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & -\infty \leq x \leq 0 & (I \text{ coxa}) \\ U_0, & 0 \leq x \leq d & (II \text{ coxa}) \\ 0, & d \leq x \leq +\infty & (III \text{ coxa}) \end{cases}$$

a) Birinchi (I) sohada $-\infty \leq x \leq 0$ maydon potensial ($U=0$) nolga teng. Shuning uchun Shryodingerning statsionar tenglamasi (VI.1) ni quyidagicha ezamiz:

$$\frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + k_1^2 \psi_1 = 0 \quad (12.15)$$

Bu erda

$$k_1^2 = \frac{2m_0 L}{\hbar^2} \quad (12.16)$$

(12.15) tenglamaning yechimi

$$\psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (12.17)$$

ko'rinishda bo'ladi.

b) Ikkinchi (II) sohada $0 \leq x \leq d$ maydon potensial $U = U_0 = const$ Shuning uchun Shryodinger tenglamasini

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + k_2^2 \psi_2 = 0 \quad (12.18)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bu erda

$$k_2^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U) \quad (12.19)$$

(12.19) tenglamaning yechimini

$$\psi_2 = A_2 e^{-ik_2 x} + B_1 e^{ik_2 x} \quad (12.20)$$

ko'rinishda tanlaymiz $x = +ik_2$ g) uchinchi (III) sohada $0 \leq x \leq +\infty$

maydon potensial birinchi sohadagi kabi nolga teng. Shuning uchun $k_1 = k_3$ u holda uchinchi soha uchun Shryodinger tenglamasi

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k_1^2 \psi = 0 \quad (12.21)$$

ko'rinishda bo'lib, uning yechimi

$$\psi_3 = A_3 e^{ik_1(x-d)} + B_1 e^{-ik_1(x-d)} \quad (12.22)$$

bo'ladi. $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ koefitsientlarni topish uchun soha chegaralarida funktsiyasining o'zi va uning birinchi tartibli hosilalari uzluksiz deb hisoblaymiz:

$$\psi_1|_{x=0} = \psi_2|_{x=0}, \quad \frac{d\psi_1}{dx}|_{x=0} = \frac{d\psi_2}{dx}|_{x=0} \quad (12.23)$$

$$\psi_2|_{x=d} = \psi_3|_{x=d}, \quad \frac{d\psi_2}{dx}|_{x=d} = \frac{d\psi_3}{dx}|_{x=d} \quad (12.24)$$

Zarrachaning erkin harakatidan ma'lumki, $A_1 e^{ik_1 x}$ to'lqin X o'qining musbat yo'nalishida tarqaluvchi to'lqin ni, ya'ni potensial to'siqqa tushayotgan to'lqin ni ifodalasa, $B_1 e^{-ik_1 x}$ potensial to'siqdan I sohaga qaytgan to'lqin ni ifodalaydi. Xuddi shuningdek, $A_2 e^{-ik_2 x}$ had potensial to'siq ichida X ning musbat yo'nalishida tarqalayotgan to'lqin ni ifodalasa. $B_2 e^{ik_2 x}$ had ikkinchi va uchinchi sohalar chegarasidan qaytgan to'lqin ni ifodalaydi. Uchinchi sohaning yechimidagi $A_3 e^{ik_1(x-d)}$ had potensial to'siqdan natijaviy o'tgan to'lqin ni ifodalaydi. $B_3 e^{-ik_1(x-d)}$ had esa cheksizlikdan qaytgan to'lqin ni ifodalaydi. Oxirgini hisobga olmaslik mumkin. Shuning uchun $B_3 = 0$ deymiz. U holda to'siqqa tushayotgan to'lqin intensivligini birlik sifatia

qabul qilib ($A_1 = 1$) to'rtta $(B_1, A_2, A_3, B_2,)$ koeffitsientni aniqlash uchun (12.23) va (12.24)larga asosan to'rtta algebrik tenglamaga ega bo'lamiz. Potentsial to'siqning tiniqligi

$$D = |j_{ym} / j_{myu}| \quad (12.25)$$

tushunchasini kiritamiz. Demak, potentsial to'siqdan o'tgan zarrachalar oqimi zichligi (j_{ym}) ning to'siqqa tushayotgan zarrachalar oqimi zichligi (j_{myu}) ga nisbatining absolyut qiymati potentsial to'siqning zarrachalar uchun tiniqligi bo'ladi. Zarrachalarning to'lqin funktsiyasi ma'lum bo'lsa, ularning oqimi zichligi quyidagi ifodabilan ((17.9) ga qarang) aniqlanar edi:

$$j = \frac{i\hbar e}{2m_0} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \psi^* - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (12.26)$$

Bu ifodaga potentsial to'siqqa tushayotgan ($A_1 e^{-ik_1 x}$) ni va undan o'tgan to'lqin ($A_3 e^{ik_1(x-d)}$) funktsiyalarini qo'yib, mos holda

$j_{myu} = \frac{e\hbar}{m_0} k_1 |A_1|^2$ va $j_{ym} = \frac{e\hbar}{m_0} k_1 |A_3|^2$ oqimlar zichliklarini hisoblaymiz. Natijada potentsial to'siqning tiniqligi (shaffofligi)

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = |A_3|^2 \quad (12.27)$$

bo'ladi. (12.23) va (12.24) tenglamalar tizimsini yechib

$$A = 2/[2ch_H d + i\left(\frac{h}{k} - \frac{k}{h}\right)sh_H d] \quad (12.28)$$

natijani topamiz. $h d \gg 1$ SHartda (12.27) va (12.28) dan to'g'ri burchakli potentsial to'siqning tiniqligi

$$D = D_0 e^{-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_0(U_0 - E)}} \quad (12.29)$$

bo'lishini aniqlash qiyin emas. Bu erda

$$D_0 = \frac{16n^2}{(1+n^2)^2} \approx 1, \quad n = \frac{k_1}{h} = \sqrt{\frac{E}{U_0 - E}}$$

Demak, potentsial to'siqning zarracha uchun tiniqligi uning eni d ga, potentsial to'siqning balandligi U_0 ga va to'siqqa tushayotgan zarrachaning energiyasi E ga bog'liq bo'lar ekan. To'siq eni ortsa uning

tiniqligi eksponentsial ravishda kamayadi va $d \rightarrow \infty$ bo'lganda $D \rightarrow 0$. Potentsial to'siqning balandligi ortsa ham D kamayadi, ammo E ortsa D ham ortadi, ya'ni energiyasi katta zarrachalar uchun to'siqning tiniqligi ortiqdir. Potentsial to'siqdan tunnel samarasi (energiyasi o'zgartirmasdan) o'tish tufayli o'tgan zarracha III sohada potentsial to'siqqa tushayotgandagi (I sohadagi) energiyasiga teng energiya E bilan tarqaladi. (12.29) ifodada quyidagi

$$\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_0(U_0 - E)} \rightarrow \frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_0[U(x) - E]} dx \quad (12.30)$$

almashtirish qilsak,

$$D = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_0[U(x) - E]} dx} \quad (12.31)$$

kelib chiqadi. Bu ixtiyoriy shakldagi potentsial to'siqning tiniqligidir (12.2-rasm) x_1 va x_2 potentsial to'siq chegaralaridir.

Shunday qilib, zarrachalar to'lqin xususiyatga ega bo'lganliklari sababli ularning energiyasi potentsial to'siq balandligidan kichik bo'lsa ham to'siqdan o'ta olishi mumkin. Agarda zarracha to'lqin xususiyatiga ega bo'lmasa, ya'ni uning harakati mumtoz fizika qonunlariga binoan aniqlansa, bunday zarrachalar $E - U_0$ bo'lganda potentsial to'siqdan mutlaqo o'ta

olmaydi. chunki $E - U_0 = \frac{p^2}{2m_0}$ ifodaga binoan zarracha impulsi $E - U_0$

bo'lganda mavhum bo'ladi. Bu esa ma'noga ega emas. Haqiqatda, tajribada tunnel samaralari ko'p kuzatilad: radioaktiv xodisalardagi yadroning α - emirilishi, tunnel diodlarining ishlashi, elektronlarning metallidagi sovuq emissiyasi va boshqa xodisalarni tunnel mexanizmga asosan tushuntira olish mumkin. Bu samaralar yana bir bor mikrozzrachalarning to'lqin va korpuskulyar xususiyatini birgalikda e'tiborga oluvchi mexanikasi tamoyillarining to'g'riligini isbotlaydi.

ZARRACHANING POTENTIAL CHUQURLIK IchIDAGI HARAKAT. Erkin harakatlanayotgan mikrozzracha potentsial to'siqdan qanday qaytishi bilan tanishdik (12- §). Potentsial to'siq ($E - U_0$) bir o'lchovli fazoda harakat qilayotgan zarracha uchun har ikki tomondan bo'lsa (12,1-rasm), uning harakati va energiyasida qanday o'zgarishlar bo'lishi bilan tanishaylik, Bunday holda zarracha potentsial chuqurlik ichida harakatlanadi deb tushuniladi. Amalda har qanday o'tkazgich ichidagi erkin elektronni birinchi

yaqinlashishda potentsial chuqurlik ichida deb qabul qilish mumkin. chunki metall bilan bushliq o'rtasida potentsial sakrash bo'lib, u metall ichidagi erkin elektron uchun potentsial to'siq vazifasini o'taydi. Potentsial to'siqning balandligi O' zarracha energiyasi E bo'lib, $0 \leq E < U_0$ ($E > U_0$) bo'lganda zarracha erkin ma'lum energiyasiga mos kelgan to'lqin funktsiyasi.

Harakat qilib, energiyasi uzluksiz bo'lib qoladigan hol uchun Shryodinger tenglamasini echaylik. Har galgidek zarracha harakat qilayotgan sohani uchtaga bo'lamiz va ularning har birida maydon potentsiali o'zgaras deb olamiz:

$$1 \text{ coxa } -\infty \leq x \leq 0 \quad U(x) = U_0 = \text{const},$$

$$2 \text{ coxa } 0 \leq x \leq d \quad U(x) = 0,$$

$$3 \text{ coxa } d \leq x \leq +\infty \quad U(x) = U_0 = \text{const}$$

Sohalar chegarasida $(0, d)$ potentsial energiyani saqlab o'zgaradi deb qabul qildik. Bu masalani ideallashtirish hisoblanadi. Amalda sohalar chegarasida potentsial energiya juda kichik Δx oralikda 0 dan U_0 gacha o'zgaradi. Bu sohada zarracha harakatini hisobga olish uchun x oralikda $U = f(x)$ bog'lanishni bilish zarur. Bu bog'lanish ayrim xususiy hollar uchungina ma'lum. Quyilgan masalani yechish asosan metodik jixatdan ahamiyatli bo'lganligi sababli $\Delta x \rightarrow 0$ deb olamiz. Shuning uchun U potentsial maydon energiyasi sohalar chegarasida 0 dan U_0 ga sakrab o'zgaradi. Har uchala soha uchun Shryodinger tenglamasining yechimlarini yozamiz:

1-sohada

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k_1^2 \psi = 0, \quad \psi_1 = A_3 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}, \quad k_1 = \sqrt{\frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U_0)} \quad (12.32)$$

2- sohada

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + k_2^2 \psi_2 = 0, \quad \psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m_0}{\hbar^2} E} \quad (12.33)$$

3 sohada

$$\frac{d^2 \psi_3}{dx^2} + k_3^2 \psi_3 = 0, \quad \psi_3 = A_3 e^{ik_3(x-d)} + B_1 e^{-ik_3(x-d)}, \quad k_3 = \sqrt{\frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U_0)} \quad (12.34)$$

Bu erdan ko'rinadiki, birinchi va uchinchi sohada

$$k_1 = k_3 = iH, \quad H = \sqrt{\frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U_0)} \quad (12.35)$$

Buni e'tiborga olsak, birinchi va uchinchi soha uchun yechimlar mos holda quyidagicha yoziladi:

$$\psi_1 = A_1 e^{-iHx} + B_1 e^{+iHx} \quad (12.36)$$

$$\psi_3 = A_3 e^{-iH(x-d)} + B_3 e^{+iH(x-d)} \quad (12.37)$$

(12.36) va (12.37)dan ko'rinadiki 1- va 3- sohalarida yechim X ga bog'liq holda eksponentsial ravishda ortib boruvchi va eksponentsial ravishda kamayib boruvchi hadlardan iborat. Shryodinger tenglamasining yechimga quyilgan shartga binoan yechim chekli bo'lishi kerak. Bu shartni qanoatlantirish uchun ψ_1 yechimda $(x < 0) B_1 = 0$, ψ_2 yechimda esa

$B_3 = 0$ deb olamiz, ya'ni yechimlarning ortib boruvchi hadlarini tashlab yuboramiz. U holda (12.36) va (12.37) yechimlarini quyidagicha yozish mumkin.

$$\psi_1 = A_1 e^{-iH|x|} \quad (12.38)$$

$$\psi_{33} = A_3 e^{-iH(x-d)} \quad (12.39)$$

Shuningdek, $e^{\pm iHx} = \cos kx \pm i \sin kx$ ni hisobga olsak, 2-sohadagi yechim tebranma tabiatli

$$\psi_2 = A_2 \sin k_2 x + B_2 \cos k_2 x \quad (12.40)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Sohalar chegarasida funktsiyaning o'zi va uning birinchi tartibli differentsiali uzluksiz deymiz:

$$\psi_1|_{x=0} = \psi_2|_{x=0}, \quad \left. \frac{d\psi_1}{dx} \right|_{x=0} = \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=0}; \quad (12.41)$$

$$\psi_2|_{x=d} = \psi_3|_{x=d}, \quad \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=d} = \left. \frac{d\psi_3}{dx} \right|_{x=d} \quad (12.42)$$

Masalani soddalashtirish maqsadida $U_0 \rightarrow \infty$ deb faraz qilaylik, bu shartning fizik ma'nosi Shundan iboratki, zarracha potentsial chuqurlik ichida bo'lib, undan tashqariga chiqa olmaydi. Demak, potentsial chuqurlik tashqarisida ya'ni 1,3- sohalarida zarracha yo'q. Buning uchun potentsial

chuqurlik tashqarisida to'liqin funktsiya nolga teng bo'lishi kerak ($\varphi = 0$). U holda (12.41) va (12.42) chegaraviy shartlar urniga

$$\psi|_{x=0} = \psi(0) = 0, \quad (12.43)$$

$$\psi|_{x=d} = \psi(d) = 0 \quad (12.44)$$

larga ega bo'lamiz. (12.41) yechimni (12.44) ga qo'ysak, noma'lum koeffitsient $B_2 = 0$ kelib chiqadi. Demak, potentsial uchukr ichida (12.41) yechimni

$$\psi_3 = A_2 \sin k_2 x \quad (12.45)$$

ko'rinishda yozish mumkin. U holda (12.44) ifodadan quyidagi tenglikni olamiz:

$$\psi_2(d) = A_2 \sin k_2 d = 0 \quad (12.46)$$

ya'ni

$$k_2 d = n\pi \quad (12.47)$$

o'rinli bo'ladi. Bu erda $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ qiymatlar olishi mumkin. (12.47) dan k_2 ni aniqlab (12.45) ga qo'ysak, potentsial chuqurlik ichidagi zarrachaning to'liqin funktsiyasi

$$\psi_2 = A_2 \sin n\pi \frac{x}{d} \quad (12.48)$$

bo'ladi. A_2 koeffitsient funktsiyaning normallanganlik sharti

$$\int_0^d \psi_2 \psi_2^* dx = 1 \quad (12.49)$$

dan topiladi. (12.48)ni (12.49) ga qo'yib Integralni hisoblab, A ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin. U hola cheksiz potentsial chuqurlik ichida harakat qilayotgan zarrachaning to'liqin funktsiyasining tugal ko'rinishi

$$\psi = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin n\pi \frac{x}{d} \quad (12.50)$$

dek bo'ladi. Unga mos kelgan energiyaning qiymatini (12.47) ni (12.3) ga qo'yib aniqlaymiz:

$$E = n\pi \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m_0 d} \quad (12.51)$$

Demak, mikrozaracha potentsial chuqurlik ichida harakat qilganda uning energiyasi diskret qiymatlar (ga bog'liq holda) olar ekan. Shunisi

muhimki, mikrozarachaning energiyasi potentsial chuqurlik eni kichrayishi bilan ortib boradi. Aniqlangan natijani tasavvur qilish uchun energiya va to'liqin funktsiyasining n ning $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ qiymatlariga mos kelgan xususiy qiymatlarini yozaylik

$$E_1 = n\pi \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 d^2}, \quad E_1 = 4E_1, \quad E_3 = 9E_1, \quad E_n = 16E_1, \dots$$

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{\pi x}{d}, \quad \psi_2 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{2\pi x}{d}, \quad \psi_3 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{3\pi}{d} x,$$

$$\psi_4 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{4\pi}{d} x, \dots$$

12.2-rasmda bu qiymatlar grafik ravishda tasvirlangan. $|\psi|^2$ mikrozarachaning potentsial chuqurlik ichida bo'lish ehtimolligini bildiradi. Grafiklardan ko'rinadiki, $n=1$ bo'lganda zarrachaning potentsial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi uning markazida eng katta bo'ladi. Agar bu zarracha mumtoz fizika qonunlariga buysunuvchi bo'lsa, uning potentsiali chuqurlik ichida topilish ehtimolligi energiyasiga bog'liq bo'lmay, har doim chuqurlik tubining hamma sohasida bir xil bo'lar edi (g'rizontal chiziq). Kvant soni n ning ortishi bilan zarracha energiyasi ortib boradi. Uning potentsial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi qismlarga bo'linib, chuqurlikning g'rizontal tekislik bo'yicha hamma sohasida bir xil bo'lishga intiladi. n ning juda katta qiymatlarida kvant zarrachaning potentsial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi mumtoz zarrachaning topilish ehtimolligiga yaqinlashib boradi. Boshkacha aytganda kvant zarrachasining energiyasi ortishi bilan uning xususiyati mumtoz zarracha xususiyatiga yaqinlashibboradi.

Zarrachaning erkin harakatidan ma'lumki, $A_1 e^{ik_1 x}$ to'liqin X o'qining musbat yunalishida tarqaluvchi to'liqinni, ya'ni potentsial to'siqqa tushayotgan to'liqinni ifodalasa, $B_1 e^{-ik_1 x}$ potentsial to'siqdan I sohaga qaytgan to'liqinni ifodalaydi. Xuddi Shuningdek, $A_2 e^{-2x}$ had potentsial to'siq ichida X ning musbat yunalishida tarqalayotgan to'liqinni ifodalasa. $B_2 e^{2x}$ hadi ikkinchi va uchinchi sohalar chegarasidan qaytgan to'liqinni ifodalaydi. Uchinchi sohaning yechimidagi $A_3 e^{ik_1(x-d)}$ had potentsial to'siqdan natijaviy o'tgan to'liqinni ifodalaydi. $B_3 e^{-ik_1(x-d)}$ had esa

cheksizlikdjan qaytgan to'liqinni ifodalaydi. Oxirgini hisobga olmaslik mumkin. Shuning uchun $B_3 = 0$ deymiz. U holda to'siqqa tushayotgan to'liqin intensivligini birlik sifatia qabul qilib to'rtta (B_1, A_2, A_3, B_2) koeffitsientni aniqlash uchun (6.20) va (6.21) larga asosan to'rtta algebrik tenglamaga ega bo'lamiz. Potentsial to'siqning tiniqligi

$$D = \left| \frac{j_{ym}}{J_{myu}} \right|$$

tushunchasini kiritamiz. Demak, potentsial to'siqdan o'tgan zarrachalar oqimi zichligi (j_{ym}) ning to'siqqa tushayotgan zarrachalar oqimi zichligi (J_{myu}) ga nisbatining mutlaq qiymati potentsial to'siqning zarrachalar uchun tiniqligi bo'ladi. Zarrachalarning to'liqin funktsiyasi ma'lum bo'lsa, ularning oqimi zichligi quyidagi formula bilan aniqlanar edi:

$$j = \frac{ie\hbar}{2m_0} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (12.52)$$

Bu formulaga potentsial to'siqqa tushayotgan $A_1 e^{ik_1 x}$ ni va undan o'tgan to'liqin $A_1 e^{ik_1(x-d)}$ funktsiyalarini qo'yib, mos holda

$$i_{myu} = \frac{e\hbar}{m_0} |A_1|^2 k_1 \quad \text{va} \quad j_{ym} = \frac{e\hbar}{m_0} k_1 |A_3|^2$$

oqimlar zichliklarini hisoblaymiz. Natijada potentsial to'siqning tiniqligi (shaffofligi)

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = |A_3|^2 \quad (12.53)$$

bo'ladi. (6.20) va (6.21) tenglamalar tizimini yechib

$$A_3 = \frac{2}{2ch\chi d + i \left(\frac{\chi}{k} - \frac{k}{\chi} \right) sh\chi d} \quad (12.54)$$

natijani topamiz. $\chi d \gg 1$ shartda (12.24) va (12.53) dan to'g'ri burchakli potentsial to'siqning tiniqligi

$$D = D_0 e^{-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_0(U_0 - E)}} \quad (12.55)$$

bo'lishini aniqlash qiyin emas. Bu erda

$$D_0 = \frac{16n^2}{(1+n^2)^2} \approx \quad , \quad n = \frac{k_1}{\chi} = \sqrt{\frac{E}{U_0 E}}. \text{Demak, potentsial to'siqning zarracha}$$

uchun tiniqligi uning eni d ga, potentsial to'siqning balandligi O ga va to'siqqa tushayotgan zarrachaning energiyasi E ga bog'liq bo'lar ekan. To'siq eni ortsa uning tiniqligi eksponentsial ravishda kamayadi va $d \rightarrow \infty$ bo'lganda $D \rightarrow 0$. Potentsial to'siqning balandligi ortsa ham D kamayadi, ammo E ortsa D ham ortadi, ya'ni energiyasi katta zarrachalar uchun to'siqning tiniqligi ortiqdir. Potentsial to'siqdan tunneli samarasi (energiyasi o'zgartirmasdan utish) tufayli o'tgan zarracha III sohada potentsial to'siqqa tushayotgandagi (I sohadagi) energiyasiga teng energiya E bilan tarqaladi. (12.55) formulada quyidagi

$$\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_0(U_0 - E)} \rightarrow \frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_0[U(x) - E]} dx \quad (12.56)$$

almashtirish qilsak,

$$D = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_0[U(x) - E]} dx} \quad (12.57)$$

kelib chiqadi. Bu ixtiyoriy shakldagi potentsial to'siqning tiniqligidir, x_1 va x_2 potentsial to'siq chegaralaridir.

Shunday qilib, zarrachalar to'liqin xususiyatga ega bo'lganliklari sababli ularning energiyasi potentsial to'siq balandligidan kichik bo'lsa ham to'siqdan o'ta olishi mumkin. Agarda zarracha to'liqin xususiyatiga ega bo'lmasa, ya'ni uning harakati mumtoz fizika qonunlariga binoan aniqlansa, bunday zarrachalar $E < U_0$ bo'lganda potentsial to'siqdan

mutlaqo o'ta olmaydi. chunki $E - U_0 = \frac{P^2}{2m_0}$ formulaga binoan zarracha

impulsi $E < U_0$ bo'lganda mavxum bo'ladi. Bu esa ma'noga ega emas.

Haqiqatda, tajribada tunneli samaralari ko'p ko'zatilad: radioaktiv xodisalaridagi yadroning α -emirilishi, tunneli diodlarining ishlashi, elektronlarning metallidagi sovuq emissiyasi va boshqa xodisalarni tunneli mexanizmga asosan tushuntira olish mumkin. Bu samaralar yana bir bor mikrozzarrachalarning to'liqin va korpuskulyar xususiyatini birgalikda e'tiborga oluvchi mexanikasi tamoyillarining to'g'riligini isbotlaydi.

Elektronning metalldan sovuq emissiyasi. Hozirgi zamon elektronikasi elektronning turli xil potentsial maydonda harakatini o'rganishga va uni boshqarishga asoslangan, Elektron bir sohadan ikkinchi sohaga, qattiq jismdan bushliqga yoki aksincha o'tganda ham u harakat qilayotgan maydon potentsiali o'zgaradi. Bundan turli maqsadlarda foydalaniladi. Energiyasi E bo'lgan elektron metall bushliqga chiqishi uchun unga kushimcha E_A energiya berish kerak. Bu energiya kamida elektronning metalldan chiqish ishi A ga son jihatdan teng bo'lishi zarur. Bu energiyani elektronga metallni kizdirish yo'li bilan (termoemissiya) yoki yorug'lik ta'sirida (fotosamara) berish mumkin. Har ikkala holda ham metall kiziydi. Ammo elektronni metalldan bushliqga uni kizdirmasdan ham, ya'ni elektronga kushimcha energiya bermasdan ham chiqarish mumkin. Bunday hol elektronning metalldan sovuq emissiyasi deyiladi. Buning uchun metall bilan bushliq o'rtasiga kuchlanganligining yunalishi metall tomonga bo'lgan elektr maydoni qo'yish kerak. Bu maydon ta'sirida metall bilan bushliq o'rtasidagi potentsial to'siqning eni kichrayadi. Demak, potentsial to'siqning tiniqligi D ortadi. Bu o'z navbatida metall ichidagi elektronlarning bushliqga potentsial to'siqni aylanib o'tmasdan tunnel mexanizmga binoan bushliqga chiqishga imkon beradi, elektr toki xosil bo'ladi. Ravshanki, sovuq emissiya tufayli xosil bo'lgan tok potentsial to'siq tiniqligiga to'g'ri mutanosibdir.

$$j = j_0 D = j_0 D_0 e^{-\frac{z}{h} \sqrt{2m_0} \int_0^x \sqrt{U(x) - E} dx} \quad (12.52)$$

Bu erda

$$U(x) = U_0 - e_0 \mathcal{E} x \quad (12.59)$$

bo'lib, tashqi elektr maydon kuchlanganligi $\mathcal{E}$ bo'lganda potentsial energiyaning koordinataga qarab o'zgarishini ifodalaydi. (12.59)ni (6.58)ga

qo'yib, potentsial to'siqning eni $x_1 = \frac{V_0 - E}{e_0 \mathcal{E}}$ ni hisobga olsak (6.3-

rasm)

$$j = j_s e^{-\frac{\varepsilon_0}{\mathcal{E}}} \quad (12.60)$$

kelib chiqadi. Bu erda

$$j_s = j_0 D_0, \quad \varepsilon_0 = \frac{U \sqrt{2m_0 (V_0 - E)}}{3e_0 \hbar} \quad (12.61)$$

Demak, (12.60)ga binoan sovuq emissiya toki tashqi elektr maydon kuchlanganligi ($\mathcal{E}$) ortishi bilan eksponentsial ravishda kattalashib boradi $\mathcal{E} \rightarrow 0$ Demak, emission tok j ham nolga intiladi. Bundan tashqari, emission tok metall bilan bushliq o'rtasidagi potentsial to'siq balandligi O bilan elektron energiyasi E ga ham bog'liq. Shunday qilib, elektronning metalldan sovuq emissiyasini faqat tunneli mexanizmiga asosan tushuntirish mumkin

Mavzu buyicha nazorat savollari:

1. Zarrachaning erkin harakatida to'lqin xususiyati qanday namoyon bo'ladi?
2. Zarrachaning potentsiabl to'siq orqali o'tishi ehtimoliy tabiatliligini qanday talkin etiladi?
3. Tunnel xodisasi qanday sodir bo'ladi?
4. Zarrachaning potentsial urachadagi harakatida zarrachalarning energetik spektrida kvantlashish kay yusinda sodir bo'ladi?. Erkin xarakat energiyasi va to'lqin funktsiyasi qanday?
5. Zarracha ikki muxit chegarasining kaeridan kaytadi?
6. Potentsial to'siqning tengsizligini aniqlang?
7. Ixtiyoriy ko'rinishdagi potentsial to'siqning tengsizligini ayting.
8. Elektronning metalldan emission topishini hisoblang
9. Potentsial chuqurlik ichidagi elektronning energiyasi va holat funktsiyasini aniqlang?
10. Zarrachaning erkin harakatida to'lqin xususiyati qanday namoyon bo'ladi?
11. Zarrachaning potentsiabl to'siq orqali utishi ehtimoliy tabiatliligini qanday talkin etiladi?
12. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx},$$

$$\Psi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{-i\omega t} = A e^{-i(\omega t - kx)} + B e^{-i(\omega t + kx)},$$

13. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{m \lambda^2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$U_0 = \begin{cases} 0 & -\infty \leq x \leq 0 \\ U_0 & 0 \leq x \leq +\infty \end{cases} \quad \begin{cases} \psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \\ \psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} \end{cases}$$

Adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1974.
7. Terlitskiy V.M., Karnakov B.M., Kogan V.I. Zadachi po kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1981.
8. Sokolov A.A., Ternov N.M., Jo'qovski V.I. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1979.
9. G.X. Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent: O'qituvchi, 1995. – 124 bet
10. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 128 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS The University of Chicag' Press.

LECTION №13

13-MAVZU

Kvazimumtoz yaqinlashish. Tunnel' samarasi. *Kvazi klassicheskoe priblijenie. Effekt tunelirovaniya. Quasi classical approximation. The tunnel effect*

REJA:

Kirish

Asosiy qism:

1. Kvazimumtoz yaqinlashish
2. Tunnel' samarasi

Xulosa:

Ma'lumki, $\hbar(h) \rightarrow 0$ chegaraviy shart bajarilganda kvant mexanikasining qonunlari mumtoz mexanika qonunlariga utishi talab etiladi.

Shu ma'noda kvant mexanikasining ayrim masalalarini mumtoz mexanika tenglamalariga uxshash tenglamalarni xosil qilib echish mumkin. Bunday hollarda, tabiiyki, har xil yaqinlashishlardan

foydalanishga to'g'ri keladi. Mana Shu yaqinlashishlarni *kvazimumtoz yaqinlashishlar* deb yuritiladi.

Murakkab hisoblashlarsiz shuni qayd qilish mumkinki, kvazimumtoz yaqinlashish, odatda, bosh kvant soni katta qiymatlar qabul qilishi talab etilgan hollardagina ishlatiladi. Masalan, vodorod atomida energetik sathlarning taqsimoti (joylashishi) munosabat yordamida aniqlanib, $n+1$ va n sathlar oraligida energetik kenglik

bo'lib, $E = E_n$ sath va unga yaqin energetik sath oraligi $\psi = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$ shartda $n^2 \hbar^2 = \text{const}$ munosabat bajarilganda $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0$ ga teng bo'ladi; bundan

$n \rightarrow \infty \left(n \sim \frac{1}{\hbar} \right)$ kelib chiqadi. Bu esa yuqoridagi fikrimiz dalilidir.

Umuman olganda kvazimumtoz yaqinlashishi zarracha (de-Broyl) to'liq uzunligi fazoda sezilarsiz uzgargan holagina ishlatiladi.

Kelgusida, soddalik uchun, bir ulchamli holat natijalarini ikki yoki ko'p ulchamli hollarga qo'llash ko'p ko'p qiyinchilik tugdirmaydi. Shuning uchun Shryodingerning statsionar tenglamasini

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2} (E - V(x)) \psi = 0 \quad (13.1)$$

ko'rinishda yozib, uning echimini qo'yidagi kurnishda izlaymiz:

$$\psi = e^{iW/\hbar}, W = S - i\hbar \ln A \quad (13.2)$$

(S va A $\hbar$ ning juft funktsiyalaridir). U holda oxirgi munosabatlardan

$$\frac{\partial S}{\partial x} - 2m_0(E - V) = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \right) \frac{1}{A} \quad (13.3a)$$

$$2 \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial x} + A \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = 0 \quad (13.3b)$$

tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz. Bunda (13.3b) uzluksizlik tenglamasi bo'lib, undan

$$A = \text{const} \sqrt{\frac{\partial S}{\partial x}} \quad (13.4)$$

munosabatni olamiz (13.4) ni (13.3)ga qo'yib

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 2m_0(E - V) + \hbar^2 \left[\frac{3}{4} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \right) / \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^3 S}{\partial x^3} \right] \quad (13.)$$

uchinchi tartibli, chiziqli bo'lmagan differentsial tenglamaga ega bo'lamiz. Uning echimini

$$S = S_0 = \hbar^2 S_1 + (\hbar^2)^2 S_2 + \dots \quad (13.6)$$

$\hbar^2$ ga nisbatan qator ko'rinishida izlasak, nolinch tartibli hadlarga

nisbatan yozilgan qo'yidagi $\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 = \left(\frac{\partial S_0}{\partial x}\right)^2 = 2m_0(E - V)$ tenglamadan

$S_0 \int \sqrt{2m_0(E - V)} dx = \int p(x) dx$ munosabat kelib chiqadi. Bu erda mikrozarachaning impul'si

$$p(x) = \hbar k(x) = \sqrt{2m_0(E - V)} \quad (13.7)$$

e'tiborga olindi. Bunday yaqinlashish Venttsel –Kramers Brilluyen (VKB) yaqinlashishi deb nomalanadi.

(13.7) dan ko'rinayaptiki, VKB yaqinlashishda to'lqin funktsiyasining ko'rinishi mikrozaracha energiyasining qiymatiga bog'liq:

1. $E > V$ (mumtoz mexanika sohasi) holda $p = \sqrt{2m_0(E - V)} > 0$.

Bunda

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \pm p(x) = \pm \hbar k(x) = \pm \sqrt{2m_0(E - V)} \quad (13.8)$$

bo'lib, to'lqin funktsiya

$$\psi_1(x) = \frac{C}{\sqrt{p(x)}} \cos\left(\int_i^x k(x) dx + \alpha\right) \quad (13.9)$$

ko'rinishdagi ostsillyatsiyalanuvchi funktsiyalarning chiziqli kombinatsiyasidan iborat ekanligi kelib chiqadi (C, b va α - chegaraviy shartlar yordamida aniqlanuvchi doimiy kattaliklar).

2. $E > V$ (nomumtoz soha) holda

$$k = i l^{-1}, \hbar l^{-1} \sqrt{2m_0(E - V)} \quad (13.10)$$

munosabat urinli bo'lib,

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \pm i \hbar l^{-1} \quad (13.11)$$

tenglamaga ega bo'lamiz. VKB yaqinlashishda to'lqin funktsiyasining ko'rinishi

$$\psi_2(x) \sqrt{e} \left(C_1 e^{\int_a^x l^{-1} dx} + C_2 e^{-\int_a^x l^{-1} dx} \right) \quad (13.12)$$

xakikiy argumentli eksponentsial funktsiyalarning chiziqli

kombinatsiyasidan iborat ekanligi kelib chiqadi. Bunda C_1, C_2, a - chegaraviy shartlar yordamida aniqlanuvchi doimiy sonlar.

Yuqorida qayd etilgan ikki ($E > V, E < V$) holdan tashqari yana bir - maxsus hol: zarracha to'la energiyasi (E) potentsial energiya (V) ga teng bo'lgan hol ham mavjud. Bunda zarrachaning kinetik energiyasi (T) va impul'si ($p(x)$) nolga teng bo'ladi, ya'ni o'z harakatini to'la to'xtatadi. Bunday hol bo'lishi mumkin bo'lgan nukta muxsus yoei kaytish nuktasi deyiladi.

Mumtoz mexanikada $p = 0$ shartni qanoatlantiruvchi nuktada zarracha harakatdan to'xtab, sungra avvalgi harakatiga teskari harakatda ishtirok etadi. Bunday holat $E > V$ (mumtoz) sohada kuzatilishi mumkin. $E < V$ (nomumtoz) sohada kuzatilishi uchun $\psi(x)$ ning $x \rightarrow \infty$ shartda usuvchi hadi oldidagi koeffitsientning nolga teng bo'lishi talab etiladi, ya'ni

$$\psi_2(x) = C_2 e^{-\int_a^x l^{-1} dx} \quad (13.12a)$$

Umuman olganda $x > a$ sohada $E < V$, $x < a$ sohada $E > V$ munosabatlar urinli bo'lsa, $\psi_1(x)$ va $\psi_2(x)$ funktsiyalar

$$\psi_1(x) = \frac{C}{\sqrt{k(x)}} \sin\left(\int_a^x k(x) dx + \frac{\pi}{4}\right), x < a, \quad (13.13)$$

$$\psi_2(x) = \frac{C_1}{2\sqrt{|k(x)|}} e^{\int_a^x |k(x)| dx}, x > a \quad (13.14)$$

ko'rinishda qayd etiladi.

Agar zarrachaning harakati $b < x < a$ sohada $V(x)$ (potentsial ura) bilan chegaralangan bo'lsa,

$$\psi_1'(x) = \frac{C}{\sqrt{k(x)}} \sin \left[\int_a^x k(x) dx + \frac{\pi}{4} \right] \quad (13.15)$$

va (13.14) ifodalarning $b < x < a$ sohada mos kelish shartidan

$$\int_a^b k(x) dx + \frac{\pi}{2} = (n+1)\pi \quad (13.16)$$

foydali munosabatga ega bo'lamiz (n -butun sonlar). Agar integrallashni *baab* berk kontur buyicha olib borsak

$$\oint k(x) dx = \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (13.17)$$

munosabatni olamiz. VKB yaqinlashishda n na nisbatan $(1/2)$ ga e'tibor bermasa ham bo'ladi.

Avvalgi masalada zarracha o'z yo'lida uchragan potentsial to'siqdan $E < U_0$ bo'lganda qaytishini ko'rdik. Kvant fizikasi qonunlariga buysonuvchi zarracha mumtoz zarrachadan farqli ravishda ikkinchi (to'siq) sohasiga qisman o'tib, so'ngra yana birinchi sohaga qaytadi. Agarda potentsial to'siqni chekli bo'lsa, ma'lum miqdordagi zarrachalar undan utib ketishi mumkin. Bunday hodisaga tunnel samarasi deyiladi. Bu masala bilan batafsil tanishaylik. Masalani 'sonlashtirish maqsadida potentsial to'siqni ideallashtirib to'g'ri turtburchak shaklda deb olamiz (13.2-rasm). Aniqlangan natijani ixtiyoriy formadagi potentsial to'siq uchun ham umumulashtirish mumkin. X o'qning musbat yo'nalishida harakat qilayotgan E energiyali zarracha eni d , balandligi U_0 bo'lgan potentsial to'siqqa duch kelsin. $E > U_0$ bo'lganda zarracha potentsial to'siqdan o'ta 'ladi. $E < U_0$ bo'lganda zarrachaning potentsial to'siqdan utish ehtimolligini aniqlaylik. Buning uchun zarracha harakat qiladigan sohani maydon potentsialining o'zgarishiga qarab uchga bo'lamiz

$$U(x) = \begin{cases} 0, & -\infty \leq x \leq 0 \text{ (I coxa)} \\ U_0, & 0 \leq x \leq d \text{ (II coxa)} \\ 0, & d \leq x \leq +\infty \text{ (III coxa)} \end{cases} \quad (13.18)$$

a) birinchi (I) sohada $-\infty \leq x \leq 0$ maydon potentsiali ($U=0$) nolga teng. Shuning uchun Shryodingerning statsionar tenglamasi (13.18) ni qo'yidagicha yozamiz:

$$\frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + k_1^2 \psi_1 = 0 \quad (13.19)$$

Bu erda

$$k_1^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2} E \quad (13.20)$$

(13.19) tenglamaning yechimi

$$\psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (13.21)$$

ko'rinishda bo'ladi.

B) Ikkinchi (II) sohada $0 \leq x \leq d$ maydon potentsiali $U = U_0 = \text{const}$ const. Shuning uchun Shryodinger tenglamasini

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + k_2^2 \psi_2 = 0 \quad (13.22)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bu erda

$$k_2^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2} (E - U_0) \quad (13.23)$$

(13.22) tenglamaning yechimini

$$\psi_2 = A_2 e^{-\kappa x} + B_2 e^{\kappa x} \quad (13.24)$$

ko'rinishda tanlaymiz.

v) uchinchi (III) sohada $0 \leq x \leq +\infty$ maydon potentsiali birinchi sohadagi kabi nolga teng. Shuning uchun $k_1 = k_3$ u holda uchinchi soha uchun Shryodinger tenglamasi

$$\frac{d^2 \psi_3}{dx^2} + k_1^2 \psi_3 = 0 \quad (13.25)$$

ko'rinishda bo'lib, uning yechimi

$$\psi_3 = A_3 e^{ik_1(x-d)} + B_3 e^{-ik_1(x-d)} \quad (13.26)$$

bo'ladi. $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ koeffitsientlarni topish uchun soha chegaralarida ψ funktsiyasining o'zi va uning birinchi tartibli hosilalari uzluksiz deb hisoblaymiz:

$$\psi_1|_{x=0} = \psi_2|_{x=0} \quad \frac{d\psi_1}{dx}|_{x=0} = \frac{d\psi_2}{dx}|_{x=0} \quad (13.27)$$

$$\psi_2|_{x=d} = \psi_3|_{x=d} \quad \frac{d\psi_2}{dx}|_{x=d} = \frac{d\psi_3}{dx}|_{x=d} \quad (13.28)$$

Zarrachaning erkin harakatidan ma'lumki, $A_1 e^{ik_1 x}$ to'liqin X o'qining musbat yo'nalishida taqaluvchi to'liqinni, ya'ni potentsial to'siqqa tushayotgan to'liqinni ifodalasa, $B_1 e^{-ik_1 x}$ potentsial to'siqdan I sohaga qaytgan to'liqinni ifodalaydi. Xuddi shuningdek, $A_2 e^{-kx}$ had potentsial to'siq ichida Xning musbat yo'nalishida taoqalayotgan to'liqinni ifodalasa. $B_2 e^{kx}$ hadi ikkinchi va uchinchi sohalar chegarasidan qaytgan to'liqinni ifodalaydi. Uchinchi sohaning yechimidagi $A_3 e^{ik_1(x-d)}$ had potentsial to'siqdan natijaviy o'tgan to'liqinni ifodalaydi. $B_3 e^{-ik_1(x-d)}$ had esa cheksizlikdjan qaytgan to'liqinni ifodalaydi. Oxirgini hisobga olmaslik mumkin. Shuning uchun $B_3 = 0$ deymiz. U holda to'siqqa tushayotgan to'liqin intensivligini birlik sifatida qabul qilib $A_1 = 1$ to'rtta (B_1, A_2, A_3, B_2) koeffitsientlarni aniqlash uchun (13.10) va (13.11) ifodalarga asosan to'rtta algebraik tenglamaga ega bo'lamiz. Potentsial to'siqning tiniqligi

$$D = \left| \frac{j_{ym}}{J_{myu}} \right| \quad (13.29)$$

tushunchasini kiritamiz. Demak, potentsial to'siqdan o'tgan zarrachalar oqimi zichligi (j_{ym}) ning to'siqqa tushayotgan zarrachalar oqimi zichligi (J_{myu}) ga nisbatining mutlaq qiymati potentsial to'siqning zarrachalar uchun tiniqligi bo'ladi. Zarrachalarning to'liqin funktsiyasi ma'lum bo'lsa, ularning oqimi zichligi qo'yidagi formula bilan aniqlanar edi:

$$j = \frac{ie\hbar}{2m_0} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial x} \psi - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (13.30)$$

Bu formulaga potentsial to'siqqa tushayotgan $A_1 e^{ik_1 x}$ ni va undan utgan to'liqin $A_1 e^{ik_1(x-d)}$ funktsiyalarini qo'yib, mos holda

$$j_{myu} = \frac{e\hbar}{m_0} |A_1|^2 k_1 \quad \text{sa} \quad j_{ym} = \frac{e\hbar}{m_0} k_1 |A_3|^2$$

oqimlar zichliklarini hisoblaymiz. Natijada potentsial to'siqning tiniqligi (shaffofligi)

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2} = |A_3|^2 \quad (13.31)$$

bo'ladi. (13.27) va (13.28) tenglamalar tizimsini yechib

$$A_3 = \frac{2}{2ch\chi d + i\left(\frac{\chi}{k} - \frac{k}{\chi}\right)sh\chi d} \quad (13.32)$$

natijani topamiz. $\chi d \gg 1$ shartda (13.31) va (13.32) dan to'g'ri burchakli potentsial to'siqning tiniqligi

$$D = D_0 e^{-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_0(U_0 - E)}} \quad (13.33)$$

bo'lishini aniqlash qiyin emas. Bu erda

$$D_0 = \frac{16n^2}{(1+n^2)^2} \approx \quad , \quad n = \frac{k_1}{\chi} = \sqrt{\frac{E}{U_0 E}} \quad \text{Demak, potentsial to'siqning}$$

zarracha uchun tiniqligi uning eni dga, potentsial to'siqning balandligi O'ga va to'siqqa tushayotgan zarrachaning energiyasi Ega bog'liq bo'lar ekan. To'siqni ortsa uning tiniqligi eksponentsial ravishda kamayadi va $d \rightarrow \infty$ bo'lganda $D \rightarrow 0$. Potentsial to'siqning balandligi ortsa ham D kamayadi, ammo E ortsa D ham ortadi, ya'ni energiyasi katta zarrachalar uchun to'siqning tiniqligi ortiqdir. Potentsial to'siqdan tunnel samarai (energiyasi uzgartirmasdan utish) tufayli utgan zarracha III sohada potentsial to'siqqa tushayotgandagi (I sohadagi) energiyasiga teng energiya E bilan taoqaladi. (13.30) formulada qo'yidagi

$$\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_0(U_0 - E)} \rightarrow \frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_0[U(x) - E]} dx \quad (13.34)$$

almashtirish qilsak,

$$D = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_0[U(x) - E]} dx} \quad (13.35)$$

kelib chiqadi. Bu ixtiyoriy shakldagi potentsial to'siqning tiniqligidir, (13.2-rasm) x_1 va x_2 potentsial to'siq chegaralaridir.

Shunday qilib, zarrachalar to'liqin xususiyatga ega bolganliklari sababli ularning energiyasi potentsial to'siq balandligidan kichik bo'lsa ham to'siqdan o'ta olishi mumkin. Agarda zarracha to'liqin xususiyatiga ega bo'lmasa, ya'ni uning harakati mumtozfizika qonunlariga binoan aniqlansa, bunday zarrachalar $E < U_0$ bo'lganda potentsial to'siqdan mutlaqo o'ta

olmaydi. chunki $E - U_0 = \frac{P^2}{2m_0}$ formulaga binoan zarracha impulsi $E < U_0$

bo'lganda mavhum bo'ladi. Bu esa ma'noga ega emas.

Haqiqatda, tajribada tunnel samaralari ko'p kuzatiladi: radioaktiv xodisalaridagi yadroning α -emirilishi, tunnel diodlarining ishlashi, elektronlarning metallidagi sovuq emissiyasi va boshka xodisalarni tunnel mexanizmga asosan tushuntira olish mumkin. Bu samaralar yana bir bor mikrozarrachalarning to'liq va korpuskulyar xususiyatini birgalikda e'tiborga oluvchi mexanikasi tamoyillarining to'g'riligini isbotlaydi.

TUNEL samarasi. P – n – o'tish yoki metall - yarim o'tkazgichli tizimlarda kinetik energiyasi potentsial tushiq balandligidan kichik bo'lgan hollarda elektronlar yupka potentsial to'siqdan o'z energiyasini uzgartirmasdan utib keta oladilar. Xuddi Shuningdek manfiy katta kuchlanish ta'siridagi P – n – o'tishlarda ham xuddi Shunday hol valent zonasidagi elektronlar taqiqlangan zona orqali o'tkazuvchanlik zonasiga o'z energiyasini uzgartirmasdan o'tishlari sodir bo'lishi mumkin. Bu hol *tunel o'tishi* deb aytiladi. Bunday tabiatli o'tishlar potentsial to'siqning *tiniqligi* kattaligi orqali ifodalandi¹⁹. 1958 y. Ezaki bu xodisani kuzatish maqsadida tok taShuvchilar kontsentratsiyasi 10^{19} cm^{-3} dan ortiq bo'lgan germaniydan, qalinligi 10^{-6} cm li kam ligirlangan sohali diod tayyorladi. Bunday diodlarda teskari tokning qiymati diffuziyaviy tabiatli to'g'ri tokning qiymatining bir necha tartibda katta buldi. Ezaki diodining volt-ampere tavsifining ko'rinishi o'zgacha: to'g'ri tokning qiymati kuchlanishning ortishi bilan ortib, maksimumga erishib, so'ngra tezda kamaygan. Biroq kuchlanishning yana ortib borishida to'g'ri tok yana ortgan. Qizig'i shundaki, volt- amper tavsifining minimumdan keyingi tabiati r-n o'tishning odatdagi volt- amper tavsifiga o'xshashligicha qoladi.

Agar elektron gazi r-va n – sohalarda tuslanmaganligicha qolsa, ya'ni Fermi sathlari μ_p va μ_n taqiqlangan zona ichkarisida joylashgan bo'lsa, u holda *tunel samarasi*

$$-eU = |\mu_p| + |\mu_n| = |\mu_p + \mu_n|$$

shartni qanoatlantiruvchi tusuvchi kuchlanishlarda sodir bo'ladi. Bunda tabiiyki, valent zonasining shipi o'tkazuvchanlik zonasining pastki chegarasidan yuqorida joylashgan bo'ladi. Kichik kuchlanishlarda va $U > 0$ hollarda valent zonasining n – sohasi ro'parasida taqiqlangan zona

yotganligi sababidan elektronlarning tunel mexanizmi bilan zonalararo o'tishlari sodir bo'lmaydi.

Tushunarliki, tashqi kuchlanish bo'lmaganida elektronlarning bir zonadan ikkinchisiga o'tishlari biri ikkinchisini kompensatsiyalaydi va umumiy tok bo'lmaydi. Diodga manfiy kuchlanish qo'yilib, uning qiymati orta borgan sari n – sohada o'tkazuvchanlik zonasida pasayib (r - soha valent zonasida ko'tarilib), valent zonasidan, ya'ni r – sohadan n - sohaga elektronlarning oqimi boshlanib, kuchlanishning ortishi bilan orta boradi

Tunnel mexanizmi. Tunnel diodining odatdagi statistik volt- amper tavsifi 5a-rasmda keltirilgan. Teskari qutbiy kuchlanish qo'yilganda (manfiy qutb r – sohaga ulanganida) tok monoton ravishda ortib boradi. To'g'ri kuchlanish ulanganida esa dastlab tok ortib, maksimal (tokning grafik

chuqqisiga mos keluvchi I_p) qiymatiga erishib²⁰ kuchlanish U_p qiymatga erishgungacha tok I_p qiymatga qadar kamayib borib, so'ngra yana ortib ketadi. Kuchlanishning qiymati U_p dan ortganidan boshlab tok va kuchlanish o'rtasidagi mutanosiblik eksponentsial ko'rinishda bo'ladi. Statistik volt-ampere tavsifi, bunday holda: vohalardagi tok, diffuziyaviy tok va eksponentsial tok kabi tashkil etuvchilardan iborat. Biroq keyinchalik faqat *zonalararo tunnel o'tishga asoslangan tok*ning fizikaviy tabiatini izohlash uchun o'ta past haroratlar sohasidagi sodda zonali yarim o'tkazgichlarda kechadigan *tunneli xodisasi*ni tasvirlaymiz. Fermining energetiyaviy sathi ruxsat etilgan zonalar ichida joylashgan bo'lib, termodinamik muvozanatda hamma joyda doimiyligicha qoladi. R- n o'tikning u va bu tomonlarida Fermining energetiyaviy sathining yuqoridagi holatlari bo'sh bo'lib, uning

Shunday qilib, nol haroratda va tashqi maydoni tajriba»siri bo'lmaganida *tunnel toki* oqmaydi. Tashqi kuchlanish ta'sir etganida elektronlarning valent zonasidan o'tkazuvchanlik zonasiga va teskari yo'nalishdagi *tunnel o'tishlari* sodir bo'ladi.

6a – rasmda p-n o'tikdan elektronlarning valent zonasidan o'tkazuvchanlik zonasiga tunnel o'tishlari tasvirlangan. Bunga mos keluvchi tokning qiymati 6a-rasmda nuqta orqali ifodalangan. To'g'ri yo'nalishli kuchlanish (6v - rasm) qo'yilganda n – sohada to'lgan holatlar va p- sohada esa bo'sh holatlarni hosil qiluvchi energiyaviy hol sodir bo'ladi. To'g'ri yo'nalishli kuchlanishning qiymati orttirilgan sari (6g-rasm) p-sohadagi

¹⁹ Tunel samarasi bilan dielektrikning teshilishi Ziner tomoidan topilganligi bois bu xodisa *Ziner teshilishi* deb nomlanadi.

²⁰ Grafikning chuqqisiga mos keluvchi kuchlanishning qiymatini U_p kabi belgilaymiz.

bo'sh holatlar kamayaveradi. Bu hol zonalar "energiyaviy» kesishgunga; qadar, ya»ni r- sohadagi valent zonasining shipi va n – sohadagi o'tkazuvchanlik zonasi bo'saxonasi bilan energiya jihatidan mos tushgunga qadar davom etaveradi. To'g'ri kuchlanishning keyingi orttirilishi jarayonida n-sohaning to'ldirilgan holatlari qarama-qarshisida p-sohaning ta'qiqlangan holatlari ro'baru bo'la boshlaydi. Bunda tunnel toki yuzaga kelmaydi. Bunday holdagi tok taShuvchilarning oqimi diffuziyaviy tabiatli bo'ladi. Shu sababdan kuchlanishning orttilishida volt- amper tavsif eksponentsial tabiatli bo'ladi (6d - rasm).

Tabiiyki, to'g'ri kuchlanishning noldan boshlab orta borishida tunnel toki, dastlab, noldan I_p ga qadar ortib borishi kerak va u kuchlanish $U = U_n + U_p$ munosabatni qanoatlantiruvchi qiymatga erishganda nolga aylanishi kerak. Bu erda U - qo'yilgan kuchlanish, U_n - n – sohaning, U_p - p- sohaning tuslanish darajasi [$U_n \equiv e(E_{F_n} - E_C)$, $U_p \equiv e(E_V - E_{F_p})$, E_{F_n} va E_{F_p} - mos holda n-va p-sohalaridagi Fermining energetiyaviy sathlari](7-rasm).

Tunnellanish samarasining fizikaviy tabiati. Tunnel toki. Agar yarim o'tkazgich etarli kuchli ($|\vec{E}| \approx 10^6 \text{ V/cm}$ kuchlanganlikli) elektr maydoniga kiritilsa, yarim o'tkazgichning valent zonasi va o'tkazuvchanlik zonasi o'rtasida kvant mexanikaviy tunnel samarasi sodir bo'lish ehtimolligi (E_{F_n}) chekli qiymatga ega bo'lib, elektronlarning o'tkazuvchanlik zonasi energiyalarini o'zgartirmagan holda zonalararo o'tishi sodir bo'lishi mumkin. Ventsel – Kramers – Briluen yaqinlashishiga asoslanilsa 9-rasmda keltirilgan uchburchaksimon va parabolasimon potentsial to'siqlar uchun elektronlarning to'lqin vektorlari mos holda

$$k(\vec{r}) = \left[\frac{2m^*}{\hbar^2} \times \left(\frac{E_g}{2} - e\vec{E} \times \vec{r} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (13.35)$$

$$k(\vec{r}) = \left[\frac{2m^*}{\hbar^2 E_g} \times \left(\frac{E_g^2}{4} - e^2 (\vec{E} \times \vec{r})^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

ifodalardan aniqlanib, mos holda tunnel samarasining sodir bo'lish ehtimolliklari esa

$$T_{tun} \psi_n(x) = \frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{z^n n!} \sqrt{\pi} x_0} H_n(\eta), \quad (13.36)$$

$$T_{tun} \approx \exp \left[-2 \int_{u_1}^{u_2} |k(\vec{r})| d\vec{r} \right] = \exp \left(-\frac{\pi \sqrt{m^*}}{2\sqrt{2}e\hbar |\vec{E}|} E_g^{\frac{3}{2}} \right)$$

ifodalardan aniqlaniadi. Bu ifodalarni hisoblashda $\frac{E_g}{2} - e\vec{E} \times \vec{r} = 0$ munosabatdan x_1 , $\frac{E_g}{2} - e\vec{E} \times \vec{r} = E_g$ munosabatdan esa x_2 chegaraviy qiymatlar aniqlangan. Bu erda E_g -yarim o'tkazgichning tajriba»qiqlangan zonasining kengligi, E - elektronlarning tunnelli kirib borish energiyasi.

Endi eng sodda yaqinlashishda tunnel tokini hisoblaymiz. Bunda valent va o'tkazuvchanlik zonalarining holatlar zichligini e»tiborgna olamiz. So'ngra tunnellanishda tok taShuvchilar to'la – yig'indi momentlarining o'zgarishligini e»tiborgna olamiz. Tabiiyki termodinamik muvozanatda valent zonasidan o'tkazuvchanlik zonasiga o'tayotgan $I_{V \rightarrow C}$ tunnel toki o'tkazuvchanlik zonasidan valent zonasiga o'tayotgan $I_{C \rightarrow V}$ tunnel toki bilan o'zaro kompensatsiyalanadi. Ular

$$I_{C \rightarrow V} = A \int_{E_c}^{E_v} f_C(E) n_C(E) T_{tun} \{1 - f_V(E)\} n_V(E) dE \quad (13.37)$$

$I_{V \rightarrow C}$ uchun ifoda (13.37)dagi pastki indekslarda $C \leftrightarrow V$ almashtirish bilan aniqlanadi; A doimiy kattalik, $f_C(E)$, $n_C(E)$ va $f_V(E)$, $n_V(E)$ mos holda o'tkazuvchanlik zonasi va valent zonasidagi elektronlarning taqsimot funktsiyalari va holatlar zichliklari. Bu holda va keyinchalik $C \rightarrow V$, $V \rightarrow C$ o'tishlarga mos keluvchi tunnel o'tish ehtimolliklari bir xil deb hsioblaymiz. Shuningdek elektronlar va kavaklarning samaraviy massalarni bir xil deb hisoblasak umumiy tunnel tokini

$$I_{tun} = \frac{em^*}{2\pi^2 \hbar^2} \exp \left(-\frac{\pi \sqrt{m^*}}{2\sqrt{2}e\hbar |\vec{E}|} E_g^{\frac{3}{2}} \right) \left(\frac{\vec{E}}{2} \right) D \quad (13.38)$$

ifodadan aniqlash mumkin;

$$D = \int [f_c(E) - f_v(E)] \times \left[1 - \exp\left(-\frac{2E_s}{\bar{E}}\right) \right] dE$$

Bu erda $\bar{E} = \frac{\sqrt{2}e\hbar|\bar{E}|}{\pi\sqrt{m^*E_g}}$ energiyaviy birlikli kattalik bo'lib, uning qiymati

elektron momenti ko'ndalang tashkil etuvchisining qiymati bilan aniqlanadi. Xususan agar bu kattalik kichik qiymatli bo'lsa, kichik ko'ndalang tashkil etuvchili momentga ega bo'lgan elektronlarga tunnellanishi mumkin, chunki, tunneellanish ehtimolligi bu kattalikka eksponentsial ravishda kamayuvchi bo'lib bog'langan. $E_s - \bar{E}$ kattalikning eng kichik qiymatidir. Shunday qilib tunnel diodining volt- amper tavsifi energiyaviy birlikli kattalik D orqali ifodalanadi. Bu kattalik esa haroratga va o'tkazuvchanlik zonasi va valent zonalariga kirib borish energiyalari: eU_n va eU_p larga bog'liq holda o'zgaradi.

Tunnel tokining maksimal qiymati $U = U_n + U_p - (U_n^2 - U_p^2)^{1/2}$ kuchlanishga mos kelib, holatlar zichligining maksimal qiymati esa

$$D_{\max} = \frac{e^3}{3\bar{E}^2} \left[(U_n^2 + U_p^2)^{3/2} - (U_n^3 + U_p^3) \right] \text{ munosabat yordamida topiladi.}$$

Nazorat savollari

1. Bor nazariyasi haqida nimalarni bilasiz?
2. Lui-de-Broyl to'liqlari ifodalang.
3. To'liq funktsiyalari yordamida holatlarni tavsiflang.
4. Moslik tamoyilini bilasizmi?
5. Mumtoz mexanikaga uzviy chegaraviy utish haqida nimalarni bilasiz?
6. To'liq funktsiyasining ehtimoliy talkinini izoxlang.
7. Xususiy funktsiyalarning ortonormallanganligi va to'laligini izoxlang.
8. Kvazimumtoz yaqinlashish
9. Tunnel' samarasi.
10. Potentsial to'siqning tengsizligini aniqlang?
11. Ixtiyoriy ko'rinishdagi potentsial to'siqning tiniqligini ayting.
12. Elektronning metall dan emission topishini hisoblang
13. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\rho = e\Psi^*(t)\Psi(t) = e|\Psi(t)|^2$$

Adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. G.X. Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.: O'qituvchi, 1995. – 374 b

14-MAVZU

Garmonik ostsillyator, energiya spektri, xususiy funktsiyalari va matritsaviy elementlari. *Garmonicheskiy ostsillyator: energeticheskiy spektr, sobstvennaya volnovaya funktsiya i matrichnye elementy. Harmonically 'scillator: a power spectrum, 'wn wave function and matrix elements*

REJA:

Kirish: Mumtoz fizikada ostsillator problemi

Asosiy qism:

1. Garmonik Ostilator masalasi
2. Garmonik Ostilatorning Shryodinger tenglamasi buyicha echilishi
3. Garmonik Ostilatorning matritsaviy hal etilishi
4. Garmonik Ostilator masalasida matritsaviy elementlar, energiyasi

Xulosa: Garmonik Ostilator masalasining fizikadagi roli

Zarrachaning potentsial chuqurlik ichidagi harakati.

Erkin harakatlanayotgan mikrozarra potentsial to'siqdan qanday qaytishini o'rgandik. Potentsial to'siq ($E < 0$) bir o'dchovli fazoda harakat qilayotgan zarra uchun har ikki tomondan bo'lsa (14.1-rasm), uning harakati va energiyasida qanday uzgarishlar bo'lishi bilan tanishaylik. Bunday holda zarra potentsial chuqurlik ichida harakatlanadi deb tushuniladi. Amalda har qanday o'tkazgich ichidagi erkin elektronlarni birinchi yaqinlashishda potentsial chuqurlik ichida deb qabul qilish mumkin. chunki metall bilan bushliq o'rtasida potentsial sakrash bo'lib, u metall ichidagi erkin elektron uchun potentsial to'siq vazifasini o'taydi. Potentsial to'siqning balandligi O zarra energiyasi E

bulsin. $\chi_{mn} = \chi_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\eta^2} H_m(\eta) \eta H_n(\eta) d\eta$, $\chi_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m_0 \omega_0}}$ bo'lganda

zarracha erkin harakat qilib, energiyasi uzluksiz bo'ladi) hol uchun Shryodinger tenglamasini echaylik. Har galgidek zarracha harakat kilayotgan sohani uchtaga bo'lamiz va ularning har birida maydon potentsiali uzgaras deb olamiz:

$$\begin{aligned} 1 \text{ soha,} & \quad -\infty \leq x \leq 0 & U(x) = U_0 = \text{const} \\ 2 \text{ soha,} & \quad 0 \leq x \leq d & U(x) = 0 \\ 3 \text{ soha,} & \quad d < x < +\infty & U(x) = U_0 = \text{const} \end{aligned} \quad (14.1)$$

Sohalar chegarasida (0,d) potentsial energiyani saqlab uzgaradi deb qabul kildik. Bu masalani ideallashtirish hisoblanadi. Amalda sohalar chegarasida potentsial energiya juda kichik intervalda 0 dan O' gacha uzgaradi. Bu sohada zarracha harakatini hisobga olish uchun x intervalda $U = f(x)$ bog'lanishni bilish zarur. Bu bog'lanish ayrim xususiy hollar uchungina ma'lum. Qo'yilgan masalani yechish asosan metodik jihatdan ahamiyatli bo'lganligi sababli $\Delta x \rightarrow 0$ deb olamiz. Shuning uchun U potentsial maydon energiyasi sohalar chegarasida 0 dan O' ga sakrab uzgaradi.

Har uchala soha uchun Shryodinger tenglamasining yechimlarini yozamiz:

1 sohada

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2\psi_1 = 0; \quad \psi_1 = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}; \quad k_1 = \sqrt{\frac{zm_0}{\hbar^2}(E - U_0)} \quad (14.2)$$

2 sohada

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + k_2^2\psi_2 = 0; \quad \psi_2 = A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{zm_0}{\hbar^2}E} \quad (14.3)$$

3 sohada

$$\frac{d^2\psi_3}{dx^2} + k_3^2\psi_3 = 0 \quad \psi_3 = A_3 e^{ik_3(x-d)} + B_3 e^{-ik_3(x-d)}; \quad k_3 = \sqrt{\frac{zm_0}{\hbar^2}(E_0 - U_0)} \quad (14.4)$$

Bu erdan ko'rinadiki, birinchi va uchinchi sohada

$$k_1 = k_3 = i\chi \quad ; \quad \chi = \sqrt{\frac{zm_0}{\hbar^2}(E - U_0)} \quad (14.5)$$

Buni e'tiborga olsak, birinchi va uchinchi soha uchun yechimlar mos holda qo'yidagicha yoziladi:

$$\psi_1 = A_1 e^{-\chi x} + B_1 e^{\chi x} \quad (14.6)$$

$$\psi_3 = A_3 e^{-\chi(x-d)} + B_3 e^{\chi(x-d)} \quad (14.7)$$

(14.6) va (14.14) dan ko'rinadiki 1- va 3- sohalarida yechim Xga bog'liq holda eksponentsial ravishda ortib boruvchi va eksponentsial ravishda kamayib boruvchi hadlardan iborat. Shryodinger tenglamasining yechimga qo'yilgan shartga binoan yechim chekli bo'lishi kerak. Bu shartni qanoatlantirish uchun ψ_1 yechimda $x < 0$) $B_1 = 0$, ψ_2 yechimda esa $B_3 = 0$ deb olamiz. yaoni yechimlarning ortib boruvchi hadlarini tashlab yuboramiz. U holda (14.6) va (14.7) yechimlarini qo'yidagicha yozish mumkin.

$$\psi_1 = A_1 e^{-\chi|x|} \quad (14.8)$$

$$\psi_3 = A_1 e^{-\chi(x-d)} \quad (14.9)$$

Shuningdek, $e^{\pm ikx} = \cos kx \pm i \sin kx$ ni hisobga olsak, 2- sohadagi yechim tebranma tabiatli

$$\psi_2 = A_2 \sin k_2 x + B_2 \cos k_2 x \quad (14.10)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Sohalar chegarasida funktsiyaning o'zi va uning birinchi tartibli differentsiali uzluksiz deymiz:

$$\psi_1|_{x=0} = \psi_2|_{x=0}, \quad \frac{d\psi_1}{dx}|_{x=0} = \frac{d\psi_2}{dx}|_{x=0} \quad (14.11)$$

$$\psi_2|_{x=d} = \psi_3|_{x=d}, \quad \frac{d\psi_2}{dx}|_{x=d} = \frac{d\psi_3}{dx}|_{x=d} \quad (14.12)$$

Masalani soddalashtirish maqsadida $U_0 \rightarrow \infty$ deb faraz qilaylik, bu shartning fizik ma'nosi Shundan iboratki, zarracha potentsial chuqurlik ichida bo'lib, undan tashqariga chiqa olmaydi. Demak, potentsial chuqurlik tashqarisida ya'ni 1,3- sohalarida zarracha yo'q. Buning uchun potentsial chuqurlik tashqarisida to'liq funktsiya nolga teng bo'lishi kerak ($\psi = 0$). U holda (14.11) va (14.12) chegaraviy shartlar urniga

$$\psi|_{x=0} = \psi(0) = 0 \quad (14.13)$$

$$\psi_d = \psi(d) = 0 \quad (14.14)$$

larga ega bo'lamiz. (14.10) yechimni (14.13)ga qo'ysak, noma'lum koefitsient $V=0$ kelib chiqadi. Demak, potentsial chuqur ichida (14.10) yechimni

$$\psi_2 = A_2 \sin k_2 x \quad (14.15)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bu echimga (14.14) chegaraviy shartni qo'llasak:

$$\psi_2(d) = A_2 \sin k_2 d \quad (14.16)$$

kelib chiqadi. (14.16) shart esa sinus argumentining quyidagi qiymatlarida o'rinli bo'ladi

$$k_2 d = n\pi \quad (14.17)$$

o'rinli bo'ladi. Bu erda $n=0,1,2,3,\dots$ qiymatlar olishi mumkin. (14.14) dan k_2 ni aniqlab (14.15) ga quysak, potentsial chuqurlik ichida harakatlanayotgan zarrachaning to'liqin funktsiyasi

$$\psi_2 = A_2 \sin n\pi \frac{x}{d} \quad (14.18)$$

bo'ladi. A koeffitsient ψ_2 funktsiyaning normallanganlik sharti

$$\int \psi_2 \psi_2^* dx = 1 \quad (14.19)$$

dan topiladi. (14.18)ni (14.19) ga qo'yib Integralni hisoblab, $A_2 = \sqrt{\frac{2}{d}}$ ekanligiga ishonch xosil qilish mumkin. U holda cheksiz potentsial chuqurlik ichida harakat qilayotgan zarracha to'liqin funktsiyasining tugal ko'rinishi

$$\psi = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \pi \frac{x}{d} \quad (14.20)$$

bo'ladi. Unga mos kelgan energiyaning qiymatini esa (14.17)ni (14.13)ga qo'yib aniqlaymiz:

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m_0 d} \quad (14.21)$$

Demak, mikrozarra potentsial chuqurlik ichida harakat qilganda uning energiyasi diskret qiymatlar (n ga bog'liq holda) olar ekan. Shunisi muhimki, mikrozarra potentsial chuqurlik eni kichrayishi bilan ortib boradi. Aniqlangan natijani tasavvur qilish uchun energiya va to'liqin funktsiyasining $n=1,2,3,4,\dots$

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{\pi x}{d}, \quad \psi_2 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{2\pi x}{d}, \quad (14.22)$$

$$\psi_3 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{3\pi x}{d}, \quad \psi_4 = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{4\pi x}{d}$$

qiymatlariga mos kelgan xususiy qiymatlarini yozaylik

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 d^2}; \quad E_2 = 4E, \quad E_3 = 9E, \quad E_4 = 16E:$$

14.2-rasmda bu qiymatlar grafik ravishda tasvirlangan. $|\psi|^2$ mikrozarra potentsial chuqurlik ichida bo'lish ehtimolligini bildiradi. Grafiklardan ko'rinadiki, $n=11$ bo'lganda zarrachaning potentsial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi uning markazida eng katta bo'ladi. Agar bu zarracha mumtoz fizika konunlariga buysunuvchi bo'lsa, uning potentsial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi uning energiyasiga bog'liq bo'lmay, har doim chuqurlik tubining hamma sohasida bir xil bo'lar edi (g'orizontal chiziq). Kvant soni n ortishi bilan zarracha energiyasi ortib boradi. Uning potentsial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi qismlarga bo'linib, chuqurlikning g'orizontal tekislik bo'yicha hamma sohasida bir xil bo'lishga intiladi. n ning juda katta qiymatlarida kvant zarrachaning potentsial chuqurlik ichida topilish ehtimolligi mumtoz zarrachaning topilish ehtimolligiga yaqinlashib boradi. Boshqacha aytganda kvant zarrachasining energiyasi ortishi bilan uning xususiyati mumtoz zarracha xususiyatiga yaqinlashib boradi.

Chiziqli garmonik Ostilator. Muvozanat holati atrofida kvazi-elastik kuch ta'sirida tebranma harakat qiluvchi tizimga *garmonik Ostilator* deyiladi.

Garmonik ostilator masalasi fizika fanining hamma qismida fundamental masalalardan biri sifatida o'rganiladi. chunki ilgari qayd etganimizdek, muxit xususiyati (elektr, issiqlik o'tkazuvchanlik, issiqlik sig'imi, nurlanish va hakazo) uni tashkil etgan zarrachalar harakat turlariga uzviy bog'liq. Garmonik tebranma harakat esa oddiy (ilgarilanma, aylanma, tebranma) harakatlar ichida eng ko'p uchraydi. Bunday harakat mikroolam zarrachalarning barchasiga xos. Bundan tashqari, ko'p hollarda murakkab harakatlarni bir-biriga tik garmonik tebranma harakatlarga ajratib o'rganish qulaydir. Shuning uchun ham garmonik Ostilator masalasi nazariy fizika uchun bosh masaladir. Shu sababli bunday harakat fizika fani rivojlanishining barcha bosqichlarida o'rganib chiqilgan. U bilan batafsilroq tanishaylik. Dastlab Ostilator masalasining mumtoz va Bor nazariyasidagi natijalarini eslaylik.

Mumtoz fizikada chiziqli garmonik Ostilator masalasi quyidagi tenglamani

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (14.23)$$

yechib urganiladi. Bunda ω_0 -garmonik ostilatorning xususiy chastotasi (14.23) tenglamani yechib, siljiy $x(t)$ ni aniqlaymiz:

$$x = x_0 \sin \omega_0 t \quad (14.24)$$

x_0 - tebranish amplitudasi, ω_0 -tebranish chastotasi. Mumtoz ostilatorning tezligi ($\dot{x}$) va tezlanishi ($\ddot{x}$) (14.24) yechimni differentsiallab topiladi. Ostilatorning to'la energiyasi E esa quyidagiga teng

$$E = \frac{m_0 \dot{x}^2}{2} + \int_0^x \omega_0^2 m_0 x dx = \frac{m_0 \omega_0^2 x_0^2}{2} \quad (14.25)$$

Demak, mumtoz Ostilatorning to'la energiyasi chastota ω_0 va amplituda x_0 kvadratiga to'g'ri mutanosib bo'lib, ixtiyoriy uzluksiz qiymat olishi mumkin. Shuning uchun ham bu nazariya jismlarning issiqlikdan nurlanishini to'g'ri tushuntira olmaydi.

Ostilator masalasi Bor nazariyasiga asoslanib ham yechilgan.

Bundan ostsillyator energiyasi diskret bo'lishi ko'rsatilgan. Energiyaning kvantlashish sharti quyidagicha:

$$\oint m_0 x dx = 2\pi\hbar n \quad (14.26)$$

Bu erda $n=0,1,2,3,4,5, \dots$ kvant soni. (14.26) tenglamani berk kontur buyicha yechish uchun x dan t o'zgaruvchiga o'tamiz. U holda Integralning chegarasi 0 dan T gacha bo'ladi.

$$\dot{x}dx = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dx}{dt} dt = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 dt = x_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t dt \quad (14.27)$$

Buni (14.26)ga qo'yib Integralni hisoblasak va (14.25)ni e'tiborga olsak,

$$E = n\hbar\omega_0 \quad (14.28)$$

kelib chiqadi. Demak, Bor nazariyasi nuqtai nazaridan Ostilator energiyasi kvantlashgan bo'ladi, diskret qiymatlar ladi. Ostilator tomonidan elektromagnit to'lqinlari nurlatilishi kvantlashgan bo'lishi kerakligini M. Plank taklif etib, nurlanish nazariyasini yaratgan edi. Bor esa Plank formulasini to'g'riligini isbotlab berdi. Ammo bu bilan Ostilator masalasi uzil-kesil hal bo'ldi degan gap emas. chunki (14.28) natija (14.26) shart qabul qilingandagina kelib chiqadi. O'z navbatida (14.26) formula esa biror nazariyadan keltirib chiqarilgan emas, balki qabul qilingan shart. Shuning uchun, haqiqatda Ostilator energiyasi E va uning holatini aniqlovchi ψ funktsiyasi qanday ko'rinishda bo'lishini aniqlash uchun masalani kvant mexanikasi nuqtai nazaridan yechish kerak. Ikkinchi tomondan, nurlanish nazariyasiga yoki issiqlik sig'imga asos bo'ladigan Ostillya-torlarning o'dchamlari atom masshtabida bo'lib, mumtoz Ostilatoridan xususiyatlari bilan tubdan farq qiladi. Shu boisdan (14.28) kabi formulani aniqlashda

mumtoz Ostilator uchun topilgan (14.26) formuladan foydalanish noto'g'ri. Bu ham Ostilator masalasini kvant mexanikasi nuqtai nazaridan yechishni takozo etadi.

Kvant mexanikasi nuqtai nazaridan chiziqli garmonik Ostilator

$$U = \frac{m_0 \omega_0^2 x^2}{2} \quad (14.29)$$

formula bilan aniqlanuvchi potentsial chuqurlik ichida harakat qiladi. Potentsial chuqurlik ichida $E > U$. Potentsial chuqurlik tashqarisida esa. $E > U$ (14.29) ni hisobga olib kvant Ostilatori uchun Shryodinger tenglamasini qo'yidagicha yozamiz:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2} \left(E - \frac{m_0 \omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0 \quad (14.30)$$

Bu tenglamani yechish uchun

$$\eta = x \sqrt{\frac{m_0 \omega_0}{\hbar}} \quad (14.31)$$

yangi uzgaruvchiga o'tamiz. U holda (14.29) tenglamaning ko'rinishi qo'yidagicha bo'ladi:

$$\frac{d^2 \psi}{d\eta^2} + (\chi - \eta^2) \psi = 0 \quad (14.32)$$

Bu erda $\chi = \frac{2E}{\hbar\omega_0}$. Oxirgi tenglamadan ko'rinadiki, zarracha potentsial

chuqurlik ichida deb qabul qilish $(E - U)\chi > \eta^2$ tengsizlikka teng kuchli. Bu holda (14.32) ning yechimi tebranma xarakterda bo'ladi.

Zarracha potentsial chuqurlik tashqarisida degan tushuncha $(E < U)\chi < \eta^2$ shartga teng kuchli bo'lib (14.32) tenglamaning bu sohadagi yechimi eksponentsial ortib va kamayib boruvchi tashkil etuvchilardan iborat bo'ladi (14.3-rasm) (14.32) tenglamaning yechimi Shryodinger tenglamasining yechimiga qo'yilgan umumiy shartlarni qanoatlantirishi uchun ortib boruvchi yechimlarni tashlab yuborishimiz kerak. ya'ni x ortganda demak, $\eta \rightarrow \infty$ ψ funktsiya nolga intilish kerak. Shunda aniqlangan yechim fizik ma'noga ega bo'ladi. Bu talbani kondirish uchun (14.32) tenglamaning yechimini qo'yidagi ko'rinishda izlaymiz

$$\psi = e^{-\frac{1}{2}\eta^2} \varphi(\eta) \quad (14.33)$$

Bu erdan ko'rinadiki $\eta \rightarrow \infty$ bo'lganda $\psi \rightarrow 0$ bo'ladi. (14.33) formulada ψ η uzgaruvchiga bog'liq bo'lgan yangi funktsiya (14.33) ni (14.32) ga qo'ysak ψ ga nisbatan yangi tenglama

$$\frac{d^2\varphi}{d\eta^2} - 2\eta \frac{d\varphi}{d\eta} + (\chi - 1)\varphi = 0 \quad (14.34)$$

xosil bo'ladi. Oxirgi tenglamaning echimini qo'yidagi

$$\varphi = \sum_{v=0} b_v \eta^v \quad (14.35)$$

ko'rinishda yozamiz. (14.35) ko'p hadli (14.34) tenglamaning yechimi bo'lishi uchun uni qanoatlantirish kerak. Shuning uchun (14.35) ni (14.34) ga qo'ysak qo'yidagi algebraik tenglama xosil bo'ladi:

$$\sum_{v=0} b_v [v(v-1)\eta^{v-2} - (2v+1-\chi)\eta^v] = 0 \quad (14.36)$$

Oxirgi tenglamada bir xil darajali noma'lumlar oldidagi koeffitsientlarning algebraik yigindisi nulgacha teng bo'lsa (14.35) ko'p hadli (14.34) tenglamani qanoatlantirgan bo'ladi. U holda (14.33) ifoda chiziqli garmonik Otilator uchun yozilgan (14.32) yoki (14.30) tenglamaning ichimi bo'la ladi. Shuning uchun (14.36) tenglamani η^v uchun yozamiz. Buning uchun v ga qiymat berib (14.36) yigindini yoyib yozib, bir xil darajali noma'lumlarni guruhlashtirsak,

$$\sum_{v=0} \{b_{v+2}(v+1)(v+2) - b_v(2v+1-\chi)\}\eta^v = 0 \quad (14.314)$$

xosil bo'ladi. Demak, yukoridagi shartimizga binoan (14.314) tenglamada η^v noma'lum oldidagi koeffitsientlar yigindisi nulgacha teng bo'lsa (14.35) yechim (14.34) ni qanoatlantirgan bo'ladi: Shu sababli (14.314) dan $b_{v+2}(v+1)(v+2) - b_v(2v+1-\chi) = 0$. Buni yozish mumkin rekurent formula bo'lib, uning yordamida v -had koeffitsienti b_v ma'lum bo'lsa, $(v+2)$ had koeffitsienti b_{v+2} ni aniqlash mumkin:

$$b_{v+2} = b_v \frac{2v+1-\chi}{(v+1)(v+2)} \quad (14.38)$$

Shryodinger tenglamasining yechimi chekli bo'lishi kerak. (14.35) qator esa hadlar soni ortishi bilan cheksiz ortib boraveradi. Shuning uchun (14.35) qatorni qandaydir haddan boshlab uzish lozim. Ana shu uzilayotgan hadning nomeri $v = n$ bulsin. U holda (14.38) ni qo'yidagicha yozish mumkin

$$b_{n+2} = b_n \frac{2n+1-\chi}{(n+1)(n+2)} \quad (14.39)$$

Qator n -haddan boshlab uzilishi uchun $b_n \neq 0$ ammo $b_{n+2} = 0$ bo'lishi kerak. U holda b_{n+4} va undan keyingi barcha hadlar koeffitsientlari hamnulgacha teng bo'ladi. Buning uchun (14.39) formulada

$$2n+1-\chi = 0 \quad (14.40)$$

bo'lishi kerak. Bu erga χ ning qiymatini $\left(\frac{2E}{\hbar\omega_0}\right)$ qo'ysak,

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 \quad (14.41)$$

kelib chiqadi. Bu erda $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ kvant soni. (14.41) formula chiziqli garmonik Otilatorning energiyasini ifodalaydi. $n = 0$ bo'lganda kvant

Otilatorning energiyasiga teng $E_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2}$ bo'lib, bunga ostsillyatorning

nolinchi energiyasi deyiladi. (14.28) va (14.41) ifodalarni solishtirishdan ko'rinadiki mumtoz va kvant ostsilyatorlari uchun aniqlangan natijalar bir-biridan tubdan farq qiladi. Uzilishga ega bo'lgan qatorni polinom deyiladi. (14.40) shart bajarilganda (14.35) qatorni quyidagi chebishev-Ermit polinomi ko'rinishida yozamiz

$$\psi = (-1)^n e^{\eta^2} \frac{d^n e^{-\eta^2}}{d\eta^n} = H_n(\eta) \quad (14.42)$$

U holda (14.33) yechimni qo'yidagicha yozish mumkin:

$$\psi_n = C_n e^{-\frac{\eta^2}{2}} H_n(\eta) \quad (14.43)$$

Bu yechimdagi koeffitsient C_n ψ funktsiyasining normalashganlik shartidan topiladi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_u^* \psi_n dx = \sqrt{\frac{\hbar^2}{m_0 \omega_0}} C_n^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\eta^2} H_n(\eta) H_n(\eta) dy = 1 \quad (14.44)$$

Integralni hisoblasak,

$$S_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^* \psi_n dx = 1 \quad (14.45)$$

kelib chiqadi. U holda (14.42) ni umumiy holda qo'yidagicha yozish mumkin:

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!} \sqrt{\pi} x_0} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{x_0}\right)^2} H_n\left(\frac{x}{x_0}\right); x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m_0 \omega_0}} \quad (14.46)$$

Aniqlangan natijani tasavvur qilish uchun n ning bir kancha qiymatlariga mos kelgan xususiy energiyalar va xususiy funktsiyalar qiymatlarini keltiraylik:

$$n=0, E_0 = \frac{\hbar \omega_0}{2} \quad \psi_0 = C_0 e^{-\frac{1}{2} \eta^2}; n=1, E_1 = \frac{3}{2} \hbar \omega_0, \psi_1 = C_1 z \psi_0 e^{-\frac{1}{2} \eta^2};$$

$$n=2, E_2 = \frac{5}{2} \hbar \omega_0 \quad n=2, E_2 = \frac{5}{2} \hbar \omega_0.$$

14.4-rasmda bu ifodalar grafik ravishda tasvirlangan. Mumtoz (w_{kl}) va kvant (w_{kv}) Ostilatorlarning topilish ehtimolliklarining zichligi $n=0,1$ qiymatlar uchun 14.4-b,v rasmlarda alohida ko'rsatildi. (14.41) dan n ning ortishi bilan Ostilatorning energiyasi ham ortadi. N ning juda katta qiymatlarida kvant Ostilatorining topilish ehtimolligi mumtoz Ostilatorning topilish ehtimolligiga yaqinlashadi (14.5- rasm). Demak, yukori energiyalarda kvant va mumtoz Ostilatorlar orasidagi farq kamayib boradi.

Ostilatorning nolinchii energiyasi. Kvant mexanikasi nuktai nazaridan Ostilator masalasini echganimizda uning eng kichik energiyasi

$$n=0 \quad E = \frac{\hbar \omega_0}{2} \quad \psi_0 = C_0 e^{-\frac{1}{2} \eta^2} \quad (14.47)$$

ga teng bo'lishi aniqlandi. Ostilatorning energiyasi bundan kichik bo'la olmaydi. Mikroolam zarrachalari harorat $T \rightarrow 0$ da ham harakatdan to'xtamaydilar. Bu hol mikroolamning qanday xususiyati bilan bogliqligini aniqlaylik. Ostilatorning to'la energiyasini quyidagicha yozish mumkin:

$$E = \frac{\langle P_x^2 \rangle}{2m_0} + \frac{m_0 \omega_0^2 \langle x^2 \rangle}{2} \quad (14.48)$$

Noaniqlik tamoyilidan foydalanib $\langle P_x^2 \rangle$ ni $\langle x^2 \rangle$ orqali ifodalaylik. Ma'lumki,

$$\psi_0 = C_0 e^{-\frac{1}{2} \eta^2} \quad (14.49)$$

da qilingan muhokamaga asosan $(\Delta x)^2$ ni $\langle x \rangle^2$ bilan, $\langle (P_x)^2 \rangle$ ni $\langle P^2 \rangle$ bilan almashtirish mumkin. U holda (14.49) munosabatdan $\langle P_x^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4 \langle x^2 \rangle}$ ni

(14.48) ga qo'ysak,

$$E = \frac{\hbar}{8m_0 \langle x^2 \rangle} + \frac{m_0 \omega_0^2 \langle x^2 \rangle}{2} \quad (14.50)$$

kelib chiqadi. Aniqlangan (14.50) natija $\langle x^2 \rangle$ ning xech qanday qiymatida nolga aylanmaydi; $\langle x^2 \rangle \rightarrow 0$ bo'lsa, (14.50) da birinchi had ∞ ga intiladi, $\langle x \rangle \rightarrow \infty$ bo'lsa, ikkinchi had ∞ ga intiladi. Endi (14.50) ning eng kichik qiymatini aniqlaylik. Buning uchun (14.50) ni $\langle x^2 \rangle$ bo'yicha bir marta differentsiallab, chiqqan natijani nolga tenglashtirib $\langle x^2 \rangle$ ning qaysi qiymatida E minimum bo'lishini aniqlaymiz. Shu yo'l bilan topilgan $\langle x^2 \rangle$ ning qiymatini (14.50) ga qo'ysak,

$$E_{\min} = \frac{\hbar \omega_0}{2} \quad (14.51)$$

kelib chiqadi.

Demak, kvant Ostilatorining energiyasi xech qachon nolga teng bo'lmay, uning eng kichik qiymati (14.45) formula bilan aniqlanar ekan. Kvant Ostilatorining energiyasi nolga teng bo'lmasligi (IV) noanislik tamoyili yordamida isbotlandi. Demak, kvant Ostilatorining nolinchii energiyaga ega bo'lishi noaniqlik tamoyili tufayli kelib chiqib, mikroolamning oboektiv xususiyatidir. Tajriba ham bu xulosaning to'g'riligini isbotlaydi. Ma'lumki, rentgen nuri kristall panjarasining tebranishi tufayli sochiladi. Kristall haroratsini kamaytirsak, unga mos holda sochilishining ko'ndalang kesim yuzasi ham kamaya boshlaydi. Ammo kristall haroratsi nolgacha yaqinlashgan sari sochilishning ko'ndalang kesim yuzasi nolga kamaymay aniq uzgarmas kattalikka intiladi. Demak, harorat kamayishi bilan kristallni tashkil qilgan Ostilatorlarning tebranishi nolgacha kamaya olmaydi, ya'ni past tumperaturalarda ham eng kichik tebranishlar saqlanib koladi. Bu tajriba mikroolam xususiyati o'ziga xosligini, undagi zarrachalar doim harakatda bo'lishini, Shu tufayli uning

koordinatasi va impulsini bir vaqtda o'lchab bo'lmasligini, yana bir bor isbotlaydi.

Shuning uchun ham mikroolamda to'ldin va korpuskulyar xususiyatlar bitta oboektida mujassamlashgan deganda " to'ldin" va " korpuskula" tushunchasini mumtoz ma'noda tushunish kerak emas. Mumtoz korpuskulagina fazoning biror nuqtasida (yoki sohasida) lokal bo'la 'ladi, to'ldin va kopuskulyar xususiyatga ega bo'lgan mikroolam zarrachasi lokal bo'la olmaydi. Bu mikroolamning oboektiv xususiyatdir.

Ostilatorni energetik tasavvurlash. Zarracha holatini aniqlovchi parametrlarni xususiyatiga karab turlicha tasavvurlash kulay bo'ladi. Ostilyatorning energetik tasavvurlash ham uning holatini tushunishni 'sonlashtiradi.

Bu holda to'la energiya operatori $\hat{H}$ diogonal matritsadan iborat bo'lib, uning elementlari quyidagicha formula:

$$H_{mn} = E_n \delta_{mn} \quad (14.52)$$

yordamida aniqlanadi. Bunda:

$$E_n = \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (14.53)$$

yoki matritsa ko'rinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{H} = \begin{vmatrix} \frac{\hbar \omega_0}{2} & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & \frac{3\hbar \omega_0}{2} & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \frac{5\hbar \omega_0}{2} & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad (14.54)$$

Ma'lumki, Ostilatorni har qanday $\psi(x, t)$ holatini statsionar holatlar superpozitsiyasidan iborat qilib, yozish mumkin:

$$\psi(x, t) = \sum_n C_n(0) \psi_n(x) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t} = \sum_n C_n(t) \psi_n(x) \quad (14.55)$$

Bu erda $\psi_n(x) = \frac{e^{-\eta^2}}{\sqrt{z^n n!} \sqrt{\pi} x_0} H_n(\eta)$ C_nning qiymatlar to'plami to'ldin funksiyasining "E" tasavvuridagi ko'rinishi bo'ladi. $\psi_{nn}(x, t)$ holatda bo'lgan zarracha energiyasi E_n ni topilish ehtimolligi

$$\omega(C_n) = |C_n(t)|^2 = |C_n(0)|^2 \quad (14.56)$$

bo'ladi. Aniqlangan natijadan ko'rinadiki, bu ehtimollik vaqtga bog'lik emas. Demak, energiya harakat Integrali bo'la 'ladi. Endi koordinata operatorini "E" tasavvurda ifodalaylik. Umumiy nazariyaga ko'ra bu operator matritsa elementi

$$\chi_{mn} = \int \psi_m \chi \psi_n dx \quad (14.514)$$

dan iborat bo'lishi kerak. Bu erga ψ_n va ψ_n larni qo'ysak

$$\chi_{mn} = \chi_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\eta^2} H_m(\eta) \eta H_n(\eta) d\eta, \quad \chi_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m_0 \omega_0}} \quad (14.58)$$

Bu Integralning qiymati quyidagicha:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\eta^2} H_m(\eta) \eta H_n(\eta) d\eta = \begin{cases} \sqrt{\frac{n}{2}}, & m = n-1 \\ \sqrt{\frac{m+1}{2}}, & m = n+1 \end{cases} \quad (14.59)$$

Bo'larni e'tiborga olib (14.514) Integralni δ_{mn} simvoli yordamida quyidagicha yozish mumkin:

$$\chi_{mn} = \chi_0 \left(\sqrt{\frac{n}{2}} \delta_{n-1, m} + \sqrt{\frac{m+1}{2}} \delta_{n+1, m} \right) \quad (14.60)$$

Bu erdan ko'rinadiki, koordinata x matritsasi nuldin farqli elementlari bosh diag'nalga kushni bo'lgan matritsa bo'ladi:

$$\hat{x} = x_0 \begin{vmatrix} 0 & \sqrt{\frac{1}{2}} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \sqrt{\frac{1}{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \sqrt{\frac{2}{2}} & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Mavzu buyicha naorat savollari

1. Garmonik Ostilator deyilganda nimani tushunasiz?
 2. Garmonik Ostilatorning energetik spektridlan qanday xulosa chiqarsa bo'ladi?
 3. Garmonik Ostilatorning to'liq funksiyalarihaqida nimalarni bilasiz?
 4. Garmonik Ostilator haqida nimalarni mavzuga kuishimcha kila olasiz?
 5. Garmonik ostsillyator, energiya spektri, xususiy funksiyalari va matritsaviy elementlari.
 6. Rotator.
 7. Garmonik ostsillyator.
 8. Zarrachalar difraktsiyasi haqida nimani bilasiz?
 9. Mumtoz fizikada va Bor nazariyasida ostsillyator qanday qo'llaniladi?
 10. Kvant ostsillyatorining energiyasini aniqlang.
 11. Ostsillyator energiyasi nulgga teng bo'ladimi?
 12. Energiya operatorining matritsasi qanday yoziladi?
 13. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring
- $$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0 \quad E_n = \frac{\hbar \omega_0}{2}$$
14. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\varphi = (-1)^n e^{\eta^2} \frac{d^n e^{-\eta^2}}{d\eta^n} = H_n(\eta) \psi_n = C_n e^{-\frac{\eta^2}{2}} H_n(\eta)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^* \psi_n dx = \sqrt{\frac{\hbar}{m_0 \omega}} C_n^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\eta^2} H_n(\eta) H_n(\eta) d\eta = 1$$

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} \left(\frac{m_0 \omega_0}{\hbar} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi} x_0}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2} H_n \left(\frac{x}{x_0} \right)$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m_0 \omega_0}}$$

15. Quyidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$E_n = \hbar \omega_0 \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\hat{H} = \begin{vmatrix} \frac{\hbar \omega_0}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{3}{2} \hbar \omega_0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} \hbar \omega_0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davqodov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 19143.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 19144.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.

16-MAVZU

Kvant mexanikasining matritsaviy taʼrifi. *Matrichnaya kvantovaya mexanika* *The matrix quantum mechanics*

REJA:

Kirish. Diffuziya tenglamasi va Kvant mexanikasi

Asosiy qism:

1. Matritsalar ular ustida amallar.

2. Matritsa kúrinishdagi Shryodinger tenglamasi

Xulosa: Shryodinger tenglamasining Kvant mexanikasi roli

Matritsalar ular ustida amallar. Quyidagi jadval ko'rinishida yozilgan haqiqiy yoki mavxum sonlar tuplami

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} = \|a_{ij}\| \quad (16.1)$$

$n \times m$ o'lchamli matritsa deyiladi. Bunda $a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1}$ - ustun,

$a_{11}, a_{21}, \dots, a_{im}$ - satr elementlari deyiladi. a_{nm} - matritsaning n - ustun, m - satrda joylashgan elementidir. Masalan, bir ustunli $n \times 1$ o'lchamli «vektor» matritsa

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix} \quad (16.2)$$

ko'rinishda bo'ladi. Quyidagi matritsalar ustida amallarni kiskacha isbotsiz keltirib utamiz.

1. Matritsalarini qo'shish:

$$(\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})_{mn} = a_{mn} + b_{mn} + c_{mn} \quad (16.3)$$

b_{mn}, c_{mn} - mos holda $\hat{B}$ va $\hat{C}$ matritsalarining elementlari.

2. Matritsalarini ko'paytirish:

$$\hat{A} \times \hat{B} = \hat{C} \quad (16.4)$$

Bunda $C_{mn} = \sum_l a_{ml} b_{ln}$, yani $\hat{A}$ matritsaning (16.4) ustunlar soni, $\hat{B}$

matritsaning satrlar soniga teng bo'lishi zaruriy shartdir:



Bu erda shuni eslatmokchimizki, ikki kvadrat ($n = m$) matritsalar ko'paytmasining determinanti har bir matritsalar ayrim hisoblangan determinantlarining ko'paytmasiga teng:

$$\det(\hat{A} \times \hat{B}) = \det \hat{A} \cdot \det \hat{B}$$

diagonal elementlari ($a_{nn} = 1, n = 1, 2, 3, \dots$) faqatgina 1 ga teng, nodiagonalari esa nol' bo'lgan matritsa birlik matritsa deyiladi:

$$\hat{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \|\delta_{mn}\| \quad (16.5)$$

(δ_{mn} – Kroneker simvoli)

$\hat{A} \times \hat{A}^{-1} = \hat{1}$ tenglikni qanoatlantiruvchi $\hat{A}^{-1} = \hat{1}$ matritsani $\hat{A}$ ning teskari matritsasi deyiladi va u $\det \hat{A} \neq 0$ holdagina mavjud. Keyingi hisoblashlarda $\det \hat{A}^{-1} = \hat{1} / \det \hat{A}$ munosabatlar kul kelib kolishi mumkin:

$$4. \text{ SHpur (izi): } Sp \hat{A} = \sum_m a_{mm} \quad (16.6)$$

Masalan: $Sp(\hat{A} \hat{B} \hat{C}) = Sp(\hat{B} \hat{C} \hat{A}) = Sp(\hat{C} \hat{A} \hat{B}) \neq (Sp \hat{A})(Sp \hat{B})(Sp \hat{C})$

$$(\hat{A}^*)_{mn} = a^*_{mn}, \quad (16.7a)$$

transponirlangan matritsa uchun esa

$$(\hat{\tilde{A}})_{mn} = a_{nn}, \quad (16.7b)$$

ermit kushma matritsa uchun esa

$$(\hat{A}^+)_{mn} = (\hat{\tilde{A}}^*)_{mn} = a^*_{nm} \quad (16.7v)$$

munosabatlar urinlidir.

6. Maxsus matritsalar qanoatlantiruvchi munosabatlar 16.1-jadvalda keltirilgan.

№	Matritsaning nomi	Asosiy harakterlovchi munosabat
1.	Haqiqiy	$\hat{A} = \hat{A}^*$
2.	Unitar	$\hat{A} = (\hat{A}^{-1})^+$; xususiy qiymatining

		moduli birga teng
3.	Ermit	$\hat{A} = \hat{A}^+$; xususiyligi haqiqiy
4.	Ortogonal	$\hat{A} = (\hat{A})^{-1}$
5.	Simmetrik	$\hat{A} = \hat{A}$
6.	Diagonal	$a_{mn} = a_{nn} \delta_{mn}$
7.	Skalyar	$a_{mn} = a_0 \delta_{mn}$
8.	Uziga xos (singulyar)	$\det \hat{A} = 0$

Endi matritsalarini oddiy ko'paytirishdan farq qiluvchi to'g'ri ko'paytirishni ko'rib o'taylik va uni « $\otimes$ » kabi belgilaylik. U quyidagicha aniqlanadi:

$$(\hat{A} \otimes \hat{B})_{mn,kl} = a_{mk} * b_{nl}, \quad (16.8a)$$

$$Sp(\hat{A} \otimes \hat{B}) = Sp \hat{A} Sp \hat{B} \quad (16.8b)$$

Agar $\hat{A}$ matritsa $(m \times n)$ $\hat{B} - (k \times l)$ o'lchamli bo'lsa, $\hat{A} \otimes \hat{B}$ matritsa $(mk \times kl)$ o'lchamli bo'ladi. Ustun va satrlari tartiblashgan ikki xonali sonlar bilan tartiblanadi.

Matritsalarini to'g'ri qo'shilishini $\oplus$ kabi belgilasak,

$$\hat{A} \oplus \hat{B} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{B} \end{pmatrix}. \quad (16.9)$$

Bunda $\hat{0}$ - xamma elementlari noldan iborat bo'lgan nol' matritsadir.

Bunda

$$Sp(\hat{A} + \hat{B}) = Sp \hat{A} + Sp \hat{B}$$

Misol tarikasida Pauli matritsalarini

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (16.10)$$

yordamida aniqlangan quyidagi matritsalar

$$\hat{C}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y), \hat{C}_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y) \quad (16.11)$$

algebrasini kurib utaylik:

$$\hat{C}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y),$$

$$\hat{C}_- \hat{C}_+ = \hat{C}_+ \hat{C}_- = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{C}_+^2 \hat{C}_+ + \hat{C}_-^2 \hat{C}_- = 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (16.12)$$

$$\hat{C}_+^2 \hat{C}_+ + \hat{C}_-^2 \hat{C}_- = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \hat{1}$$

Ikki qatorli matritsalar $\hat{C}_-$ va $\hat{C}_+$ ning quyidagi

$$\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (16.13)$$

matritsalariga ta'sirini kurib utaylik.

$$\hat{C}_+ \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}, \quad (16.14)$$

$$\hat{C}_- \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}.$$

Agar shartli ravishda $\begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$ zarrachaning «bor», $\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$ esa uning «yuk» holatini harakterlaydigan matritsalar sifatida karasak, u holda $\hat{C}_+$ - zarrachaning «to'g'ilish», $\hat{C}_-$ - esa uni «yo'qotish» matritsalaridir. U holda

$$\hat{C}_+ \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16.15)$$

ifodadan $\hat{C}_+$ va $\hat{C}_-$ matritsalar bir holatda bittadan ortik zarracha bo'lmaydigan tizimlar (fermionlar) uchun xos ekanligi kelib chiqadi.

Matritsa ko'rinishidagi Shryodinger tenglamasi. To'lqin funktsiyasi $\Psi(\vec{r}, t)$ ni quyidagi qator $\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n C_n \Psi_n(\vec{r}, t)$

(16.16)

ko'rinishda yozish mumkin bo'lsa,

$$\Psi(\vec{r}, t) = [C_1, C_2, \dots, C_n]^* \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \hat{C} \hat{\Psi} \quad (16.17)$$

ikki matritsa ko'paytmasi, aniqrog'i bir ustunli $\hat{\Psi}$ va bir qatorli $\hat{C}$ matritsalar ko'paytmasi sifatida yozish mumkin. Bunda $\Psi_n - \hat{\Psi}$ matritsaning n - elementi, yani $\Psi_n = \Psi_n(\vec{r}, t)$ funktsiyasi tizim gamiltonianning n - xususiy qiymatiga mos keluvchi holat funktsiyasidir. Sodda uchun turlanish (aynish) yuk va statsionar holatlarning xususiy to'lqin funktsiyalari ortonormalangan deb hisoblaymiz.

$\hat{L}$ operatorining o'rtacha qiymati

$$\langle \hat{L} \rangle = \int d^3\vec{r} \psi^*(\vec{r}) \hat{L} \psi(\vec{r}) \quad (16.18)$$

ni (16.17) ni eotiborga olib

$$\langle \hat{L} \rangle = \sum_m \sum_n C_m^* C_n \int d^3\vec{r} \psi_m^* \hat{L} \psi_n = \sum_m \sum_n C_m^* C_n L_{mn} \quad (16.19)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Agar $\hat{L}$ operatori matritsa ko'rinishida berilgan bo'lsa va holat funktsiyasini (16.16) $\hat{L}$ operator o'rtacha qiymatining matritsa ko'rinishidagi ifodasi bo'ladi. Aytaylik,

$$\hat{L} = \hat{L} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \vec{r}}, \vec{r} \right) \text{ bo'lsin. U holda } \hat{L} \psi = L \psi \text{ ekanini va bu tenglikni}$$

(16.16) ni etiborga olib qayta yozsak va chap tomondan ψ_m^* na ko'paytirib $\vec{r}$ bo'yicha integrallasak

$$\sum_n C_n \int d^3\vec{r} \psi_m^* \hat{L} \psi_n = L \sum_n C_n \int d^3\vec{r} \psi_m^* \psi_n = L C_m$$

yoki

$$\sum_n C_n L_{mn} = L C_m. \quad (16.20)$$

$\hat{L}$ operatorining xususiy qiymatlari L_{mn} katnashgan va C_n noma'lum holat funktsiyasiga nisbatan yozilgan cheksiz, chizikli va bir jinsli tenglamalar tizimiga ega bo'lamiz. Agar $\hat{L} = \hat{H}$ bo'lsa, (16.20) Shredingerning matritsa ko'rinishidagi statsionar tenglamasini ifodalaydi.

Oliy algebra kursidan ma'lumki, bir jinsli chizikli tenglamalar tizimining yechimi noma'lumlar koeffitsientlari ($L_{11}, L_{12}, \dots$) dan tuzilgan determinant nolga teng bo'lgandagina aniq qiymatga ega (16.20) ga nisbatan

$$\begin{vmatrix} L_{11} - L & L_{12} & L_{13} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} - L & L_{23} & \dots & L_{2n} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} - L & \dots & L_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & \dots & L_{nn} - L \end{vmatrix} = 0 \quad (16.21)$$

Tabiiyki, bu determinant cheksiz qator va ustunga ega bo'lganligi uchun transtsendentdir. Shu boisdan L ning aniqlanishi mumkin bo'lgan qiymati (16.21) tenglamaning tartibi bilan chegaralangan. Masalan, (16.21) ikki o'lchamli bo'lsa, L ikkita, uch o'lchamli bo'lsa, L uchta qiymatga ega bo'lishi mumkin va h.k. Shuni ham yodda tutmok kerakki, (16.21) tenglamaning haqiqiy qiymatlari (ildizlari)gina fizik ma'noga ega. Agar L ning qiymatlari L_v aniq bo'lsa, $\hat{C}$ matritsa elementlari

$$C_1 = C_1(L_v), C_2 = C_2(L_v), \dots, C_n = C_n(L_v) \quad (16.31)$$

ni ham aniqlash unchalik murakkab emas. Topilgan $C_1, C_2, \dots, C_n$ lar

$\hat{L} = \hat{L} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \vec{r}}, \vec{r} \right)$ operatorining xususiy funktsiyalari bo'la oladi. Shu tarika topilgan va (16.16) ko'rinishda izlangan to'lqin funktsiyasi « r tasavvurda»

$$\psi_v(\vec{r}) = \sum_n C_n(L_v) \psi_n(\vec{r}) \quad (16.32)22$$

kabi yoziladi. Shunday qilib,

$$L_{mn} = \int d^3\vec{r} \psi_m^* \hat{L} \psi_n = \int d^3\vec{r} \psi_m^* L_n \psi_n = L_n \int d^3\vec{r} \psi_m^* \psi_n = L_n \sigma_{mn} \quad (16.23)$$

ga ega bo'lamiz. $\|\sigma_{mn}\|$ birlik diagonal matritsa ekanini etiborga olsak, (16.23) ifodadan quyidagi xulosaga kelamiz: ixtiyoriy kattalik uzining xususiy to'lqin funktsiyalari tasavvurida diagonal matritsa ko'rinishida ifodalanadi.

Nazorat savollari

1. Garmonik ostsillator deyilganda nimani tushunasiz?
2. Garmonik ostsillator ning energetik spektridlan kanday xulosa chiqarsa bo'ladi?
3. Garmonik ostsillator ning to'lqin funktsiyalarohaqida nimalarni bilasiz?
4. Garmonik ostsillator haqida nimalarni mavzuga kuishimcha kila olasiz?
5. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}a_{13}\dots a_{1m} \\ a_{21}a_{22}a_{23}\dots a_{2m} \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{n1}a_{n2}a_{n3}\dots a_{nm} \end{bmatrix} = \|a_{ij}\|$$

6. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C})_{mn} = a_{mn} + b_{mn} + c_{mn}$$

$$\hat{A}^* \hat{B} = \hat{C}$$

$$\hat{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \|\delta_{mn}\| \qquad Sp\hat{A} = \sum_n a_{mn} \qquad (\hat{A}^*)_{mn} = a^*_{mn},$$

$$(\hat{A})_{mn} = a_{nn},$$

7. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$(\hat{A}^+)_{mn} = (\hat{\tilde{A}}^*)_{mn} = a_{nm}^* \quad (\hat{A} \otimes \hat{B})_{mn,kl} = a_{mk} * b_{nl},$$

$$Sp(\hat{A} \otimes \hat{B}) = Sp\hat{A} Sp\hat{B}$$

$$\hat{A} \oplus \hat{B} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{0} \\ \hat{B} & \hat{B} \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y), \quad \hat{C}_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y)$$

$$\hat{C}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y),$$

$$\hat{C}\hat{C} + \hat{C}\hat{C} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{C}^+ \hat{C} + \hat{C}^+ \hat{C} = 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{C}^+ \hat{C} + \hat{C}^+ \hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \hat{1}$$

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C}^+ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |1\rangle,$$

$$\hat{C}_+ \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C}1>=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |0>.$$

8. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\Psi(\vec{r},t)=\sum_n C_n \Psi_n(\vec{r},t) \quad \Psi(\vec{r},t)=[C_1, C_2,..., C_n]^* \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ . \\ . \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \hat{C} \hat{\Psi}$$

9. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\langle \hat{L} \rangle = \int d^3\vec{r} \psi^*(\vec{r}) \hat{L} \psi(\vec{r})$$

$$\langle \hat{L} \rangle = \sum_m \sum_n C_m^* C_n \int d^3 \vec{r} \psi_m^* \hat{L} \psi_n = \sum_m \sum_n C_m^* C_n L_{mn}$$

$$\sum_n C_n L_{mn} = L C_m.$$

$$\begin{vmatrix} L_{11} - L & L_{12} & L_{13} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} - L & L_{23} & \dots & L_{2n} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} - L & \dots & L_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & \dots & L_{nn} - L \end{vmatrix} = 0$$

$$C_1 = C_1(L_v), C_2 = C_2(L_v), \dots, C_n = C_n(L_v)$$

$$\psi_v(\vec{r}) = \sum_n C_n(L_v) \psi_n(\vec{r})$$

$$L_{mn} = \int d^3\vec{r} \psi_m^* \hat{L} \psi_n = \int d^3\vec{r} \psi_m^* L_n \psi_n = L_n \int d^3\vec{r} \psi_m^* \psi_n = L_n \sigma_{mn}$$

$$\Psi_n = \sum_m C_{nm} \Psi_m \quad \left| n \right\rangle = \sum_m \left| m \right\rangle \langle n | m \rangle$$

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davidov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika qisqa kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1974.
7. G.X. Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.: O'qituvchi 1995. – 374 bet
8. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS Nhe University of Chicago Press.

17-MAVZU

Energetik tasavvur. Geyzenberg-SHryodinger tasavvurlari.
Energeticheskoe predstavlenie. Predstavlenie Geyzenberga – SHrediengera. Power representation. Representation of Heisenberg and Shredinger.

REJA:

Kirish Tasavvurlar nazariyasi va kvantlar nazariyasi

Asosiy qism:

1. Kvant tizimlarni turlicha tasavvurlarda ifodalash

2. Operatorlarni turlicha tasavvurlarda ifodalash

Xulosa: **Tasavvurlar nazariyasining fan va texnikadagi ahamiyati**

Kvant mexanikasi keng fizik jarayonlarni o'z bagriga olganligi sababidan tanlangan bir usul ma'lum guruh masalalar uchun anchayin qo'lay bo'lsa, boshkasi uchun noqo'lay hisoblanishi mumkin. Masalan, shunday hol bo'lishi mumkinki, Gilbert fazosidagi abstrakt vektor holatlar («bra», «ket» - Dirak belgilashlari) va dinamik kattaliklarga mos keluvchi operatorlar urniga holatlarni ma'lum qonuniyatlar bilan to'ldiruvchi sonlar kiritishga to'g'ri keladi.

Shu sababdan kvant mexanikasida konkret masalaga qarab aniq tasavvur kiritilib, unga nisbatan hisob-kitob yuritiladi. Buni etiborga olgan holda kelgusida kvant mexanikasida qo'llaniladigan bir necha tasavvurlarni keltiramiz.

Kvant tizimlarini turlicha tasavvurlarda ifodalash. YUkorida kayd kilinganidek, kvant mexanikasida bir vaqtning uzida bir necha mumtoz kattaliklarning (masalan, $\vec{r}$ *ea* $\vec{p}$, E *ea* t - vaqt) bir ansambl (fizik tizim) uchun mavjudligi mantikka to'g'ri kelmaydi.

Shu sababdan bir vaqtning uzida bir necha mumtoz (mexanik) kattaliklarni o'lchaydigan asbob kvant mexanikasi doirasida uchramaydi. Demak, kvant mexanikasi o'lchov asboblari aniq sinflarga bo'lingan bo'ladi. Masalan, «koordinata» ($\vec{r}$) ni o'lchaydigan asboblarni bir vaqtning uzida karalayotgan tizimning «impulsi» ($\vec{p}$) ni o'lchay olmaydi, yani kvant mexanikasida o'lchov asboblari yoki « $\vec{p}$ » tasavvurda, yoki « $\vec{r}$ » tasavvurda «ishlay oladi» holos.

Birok kvant mexanikasida, asosan, fizik tizimning holati uning to'lqin funktsiyasi $\Psi(\vec{r})$ bilan harakterlanadi, yani $\Psi(\vec{r})$ koordinatalar funktsiyasi holos. Bu holda tizim holatini impulsningina funktsiyasidan iborat bo'lgan to'lqin funktsiyasi $\Psi(\vec{p})$ bilan yoritish mumkin emasmikan, degan savol to'g'riladi. Bu savolni boshkacha (matematikalashtirib) « $\vec{r}$ » tasavvurda berilgan $\Psi(\vec{r})$ funktsiyani: « $\vec{p}$ » tasavvurda ($\Psi(\vec{p})$) yozish mumkinmi? deb ifodalash mumkin.

Buning uchun « $\vec{r}$ » - tasavvurda berilgan $\Psi(\vec{r})$ funktsiyani impuls operatorining xususiy funktsiyasi $\Psi_{\vec{p}}(\vec{r})$ bo'yicha qatorga yoyamiz:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \int C(\vec{p}, t) \cdot \varphi_{\vec{p}}(\vec{r}) d^3 \vec{p} \quad (17.1)$$

$$C(\vec{p}, t) = \int \Psi(\vec{r}, t) \cdot \varphi_{\vec{p}}^*(\vec{r}) d^3 \vec{r} \quad (17.2)$$

Bundan ko'rinayotiki, agar $C(\vec{p}, t)$ amplitudaning ko'rinishini bilsak $\Psi(\vec{r}, t)$ ning ko'rinishini ham topish mumkin, yani $C(\vec{p}, t)$ ning berilishi $\Psi(\vec{r}, t)$ analitik ko'rinishini to'la-to'kis topish imkonini beradi. Shu boisdan $\vec{p}$ argumentli $C(\vec{p}, t)$ funktsiyani « $\vec{p}$ » tasavvurdagi to'lqin funktsiyasi deyish mumkin. Shu ma'noda (17.1) « $\vec{p}$ » tasavvurdan « $\vec{r}$ » tasavvurga utish, (17.2) esa « $\vec{r}$ » tasavvurdan « $\vec{p}$ » - tasavvuriga utish ifodasidir. Demak, $\Psi(\vec{r}, t)$ va $C(\vec{p}, t)$ funktsiyalari (kvant mexanikasi nukta nazaridan) bitta holatgagina karashlidir. Yuqoridagilarga o'xshash mustaqil parametr sifatida zarrachaning energiyasi (E) ni ham olish mumkin. Aytaylik E energiya $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ diskret spektrdan tashkil topgan bo'lsin. U holda $\Psi(\vec{r}, t)$ to'lqin funktsiyasini har bir diskret energetik satx to'lqin funktsiyalari $\Psi_1(\vec{r}), \Psi_2(\vec{r}), \dots, \Psi_n(\vec{r})$ bo'yicha quyidagicha yoyish mumkin:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n C_n(t) \psi_n(\vec{r}) \quad (17.3)$$

$$C_n(t) = \int \Psi(\vec{r}, t) \psi_n^*(\vec{r}) d^3 \vec{r}. \quad (17.3')$$

Bu holda ham $C_n(t)$ ning berilishi tuligicha $\Psi(\vec{r}, t)$ to'lqin funktsiyasini aniqlay oladi, yani $C_n(t)$ funktsiyalar $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ diskret spektrli holatni « E » (energiya) tasavvurida tuligicha yoritadi. Bunday ma'noda (17.3) « E » tasavvurdagi to'lqin funktsiyasini « $\vec{r}$ » tasavvuriga utish ifodasidir. (17.3) esa bunga teskari shakl almashtirish ifodasidir. Masalan,

$\hat{L}$ operatorini $\hat{L}\left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial r}, \vec{r}\right)$ ko'rinishda olib, ixtiyoriy $\psi(\vec{r})$ ga ta'sir etsak, uni $\varphi(\vec{r})$ ga almashtiradi, yani

$$\varphi(\vec{r}) = \hat{L} \psi(\vec{r}) \quad (17.4)$$

deb tasavvur etganmiz. Bu $\hat{L}$ operatorini « $\vec{r}$ » tasavvurda ifodalashdir.

Qiymati (E_n) diskret spektri bo'lgan « E » tasavvurda $\hat{L}$ operatorni ifodalash uchun φ va ψ funktsiyalarni

$$\psi(\vec{r}) = \sum_n C_n \varphi_n(\vec{r}), \quad (17.5)$$

$$\psi(\vec{r}) = \sum_n d_n \psi_n(\vec{r}) \quad (17.6)$$

ko'rinishda qatorga yoyamiz. (17.5) va (17.6) ifodalardagi C_n va d_n mos holda $\psi(\vec{r})$ va $\psi(\vec{r})$ funktsiyalarning « E » tasavvurda ifodalashidir. (17.5), (17.6) larni etiborga olib (17.4) ni qayta

$$\sum_n d_n \psi_n(\vec{r}) = \sum_n C_n \hat{L} \psi_n(\vec{r}) \quad (17.7)$$

ko'rinishda yozamiz va har ikkala tarafini $\Psi_m^*(\vec{r})$ ga ko'paytirib diskret spektrli holat to'lqin funktsiyalarning ortonormalanganlik shartini esda saklab

$$d_m = \sum_n L_{mn} C_n \quad (17.8)$$

ifodaga ega bo'lamiz. Bunda

$$L_{mn} = \int \Psi_m^*(\vec{r}) \hat{L} \psi_n(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (17.9)$$

Agar L_{mn} kattaliklar tuzilgan bo'lsa, (17.8) ga asoslanib d_m amplitudani topish mumkin. Shuning uchun L_{mn} ni « E » tasavvurda yozilgan $\hat{L}$ operator sifatida qarash mumkin.

Operatorlarni turlicha tasavvurlash. Operatorlarni har xil tasavvurlarda ifodalash oddiy kvant nazariyasidan kattik jismlar fizikasi nazariyasigacha kullaniladi. Ko'pgina amaliy masalalar xal etilishida Gamilton operatorini ikkiga bo'lish qo'laydir:

a) erkin zarrachalar harakatini ifodalovchi ($\hat{H}_0$) xadi. Gamiltonning bu xadiga nisbatan tuzilgan Shryodinger tenglamasining yechimi aniq deb hisoblanadi;

b) bir xil yoki har xil zarrachalarning uzaro ta'sirini o'z ichiga oluvchi xadi ($\hat{H}_1$).

Bu ikkala holga nisbatan Shredinger tenglamasining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$(\hat{H}_0 + \hat{H}_1) \Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}(\vec{r}, t), \quad (17.10)$$

Shryodinger tasavvuri deb nomlanuvchi bu tasavvurda operatorlar vaqtga bog'liq bo'lmay, holat (to'lqin) funktsiyalari t vaqtga bog'liq bo'ladi. Quyidagi Shryodinger tenglamasi

$$H_0 \Psi_0(\vec{r}, t) = i\hbar \Psi_0(\vec{r}, t) \quad (17.11)$$

ning yechimi, shartga kura, ma'lum deb hisoblaymiz va uni

$$\Psi_0(\vec{r}, t) = \hat{U}(t) \Psi_0(\vec{r}, 0) \quad (17.12)$$

ko'rinishda qayta yozamiz. Bunda $\hat{U}(t)$ erkin zarrachalarning dastlabki holati funktsiyasi $\Psi(\vec{r}, 0)$ ga ta'sir etib, izlanayotgan $\Psi_0(\vec{r}, t)$ funktsiyani xosil qiluvchi operator. Uni eksponentsial funktsiya ko'rinishda quyidagicha tasvirlash mumkin:

$$\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} \quad (17.13)$$

Bunday munosabatning mavjudligini (17.13) ni (17.12) ga qo'yib va uni vaqt bo'yicha differentsiallab, xosil bo'lgan ifodani (17.11) ga qo'yib isbotlash oson. $\hat{H}$ operator uzi bilan uzi kommutatsiyalashgani uchun, shu sababdan $\hat{H}$ (17.13) bilan ham kommutatsiyalashgandir. Shuning uchun $\hat{H}$ operator bo'lishidan kat'iy nazar bu usul urinlidir.

(17.10) tenglamaning yechimi $\Psi(\vec{r}, t)$ ni (17.12) ga uxshash

$$\Psi = \hat{U} \tilde{\Psi} \quad (17.14)$$

ko'rinishda izlaymiz. Ko'rinish turibdiki, bu usul oddiy differentsial tenglamalarni yechishda kulaniladigan «doimiylar variatsiyasi» ga uxshashdir.

(17.14) ni (17.10) ga qo'yib, vaqt bo'yicha differentsiallashni ham amalga oshirib, quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$\hat{H}_0 \hat{U} \tilde{\Psi} + \hat{H}_1 \hat{U} \tilde{\Psi} = \hat{H}_0 \hat{U} \tilde{\Psi} + i\hbar \hat{U} \tilde{\Psi}$$

yoki

$$\hat{H}_1 \hat{U} \tilde{\Psi} = i\hbar \hat{U} \tilde{\Psi} \quad (17.15)$$

Bu tenglikning har ikkala tomoniga $\hat{U}^{-1}$ ni ko'paytirib,

$$\hat{U}^{-1} \hat{H}_1 \hat{U} \tilde{\Psi} = i\hbar \tilde{\Psi}$$

yoki

$$\hat{H}_1 \tilde{\Psi} = i\hbar \tilde{\Psi} \quad (17.16)$$

ga ega bo'lamiz. Bunda

$$\hat{H}_1 = \hat{U}_1^{-1} \hat{H}_1 \hat{U}_1 = e^{\frac{iH_0 t}{\hbar}} \hat{H}_1 e^{-\frac{iH_0 t}{\hbar}} \quad (17.17)$$

Bundan ko'rinyaptiki, $\hat{H}_1$ operatorida $\hat{H}_0$ eksponentaning darajasi uchraydi. Lekin bu hol masalani murakkablashtirmaydi, ayniqsa turli

zarrachalarning, masalan elektron va fotonning uzaro ta'sirini urganayotganda anchayin qo'l keladi.

Shryodinger tasavvuridan o'zgacha usulda ham Shryodinger tenglamasi

$$\hat{H} \Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \Psi(\vec{r}, t) \quad (17.18)$$

ni yechish uchun to'liq funktsiyasini

$$\Psi(\vec{r}, t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \Psi(\vec{r}, 0) \quad (17.19)$$

ko'rinishda izlaymiz ($\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$). Bu Geyzenberg tasavvuri deb yuritiladi. Ko'rinish turibdiki, eksponentsial funktsiya ko'rinishdagi operatorni aniq ko'rinishini izlash masalani murakkablashtiradi. Ammo Geyzenberg usuli nostatsionar Shryodinger tenglamasini yechishning yangi usulini yaratadi. Kvant nazariyasida ko'pincha berilgan operator ($\hat{A}$) ning o'rtacha qiymati

$$\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle \quad (17.20)$$

ni topish kayd etiladi. Bunday hollarda Geyzenberg tasavvurini kullash ko'pgina qo'layliklar tugdiradi. U holda (17.19) ni etiborga olib (17.20) ni qayta

$$\begin{aligned} & \langle \psi(\vec{r}, 0) e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} | \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \psi(r, 0) \rangle = \langle \psi(\vec{r}, 0) \times \\ & \times \left| e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \hat{A} e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \right| \Psi(\vec{r}, 0) \rangle = \langle \psi(\vec{r}, 0) | \hat{\tilde{A}} | \psi(\vec{r}, 0) \rangle \end{aligned} \quad (17.21)$$

ko'rinishda yozib olamiz. Shunday qilib, $\hat{A}$ operatorning $\Psi(\vec{r}, t)$ funktsiyalarga nisbatan hisoblanadigan o'rtacha qiymati $\Psi(\vec{r}, 0)$ funktsiyalarga nisbatan

$$\hat{\tilde{A}} = e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \quad (17.22)$$

operatorning o'rtacha qiymatini hisoblashga olib keladi. Demak, Geyzenberg tasavvurida, Shryodinger tasavvuridan farkli ularok, operatorlar vaqtga boglangan bo'lib, holat funktsiyalari, aksincha, vaqtning kyechishini xis kilmaydi.

Kvant nazariyasida, odatda, qaralayotgan fizik masalaning dastlabki holat funktsiyasi Ψ_0 oldindan berilgan bo'ladi. Shu sababdan masala $\hat{\tilde{A}}$

operatorning vaqtga kanday bog'liqligini topishga utadi. (17.22) ni vaqtga nisbatan differentsiallab $\hat{A}$ operatorni qanoatlantiruvchi quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\frac{d\hat{A}(\vec{r}, t)}{dt} = \frac{i}{\hbar} (\hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H}) = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{A}]. \quad (17.23)$$

Shunday qilib, bu tenglama Geyzenberg tasavvurida yozilgan operatorlarning harakat (vaqtga nisbatan evolyutsion) tenglamasiga ega bo'lamiz. Bunda $\hat{A}$ operator vaqtga oshkor ko'rinishda bog'liqmas deb hisobladik. $[\hat{H}, \hat{A}]$ kommutatorni hisoblash uchun urin almashinish munosabatlari kerak. Bunday munosabatlarni Shryodinger tasavvuridan Geyzenberg tasavvuriga o'tish uchun topamiz. Buning uchun $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{C}$ ($\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ - operatorlar) kommutatorning chap tarafini $e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$ ga, ung tarafini $e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$ ga ko'paytirib va operator ko'paytmasi o'rtasida $1 = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}$ ekanini etiborga olib, quyidagicha qayta yozamiz:

$$e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} [\hat{A}, \hat{B}] e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} (\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{B} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} - e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{B} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} =$$

$$* e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{B} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} - e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{B} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{A} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} = [\hat{A}, \hat{B}] = \hat{C}. \quad (17.24)$$

(17.24) dan $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{C}$ ekanini topamiz.

Xuddi shuningdek, Shryodinger tasavvuridagi $[\hat{A}, \hat{B}]_+ = [\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}] = \hat{C}$ munosabat Geyzenberg tasavvurida $[\hat{A}, \hat{B}]_+ = \hat{C}$ ko'rinishga keladi.

Mavzu bo'yicha nazorat savollari

1. Tasavvuralr nazariyasi.
2. Kvant mexanikasida unitar almashtirishlar.
3. Koordinata va impuls tasavvurlvri.
4. Kvant mexanikasining matritsaviy taʼrif.
5. Energetik tasavvur.
6. Geyzenberg-SHryodinger tasavvurlari.

7. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(\vec{r}, t) \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |t\rangle = \hat{H}|t\rangle$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] \psi = E\psi \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0,$$

8. Qo'yidagi munosabatlarning fizikaviy tahlilini keltiring

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad \Psi(x, t) = \psi(x) \cdot e^{-i\omega t} = Ae^{-i(\omega t - kx)} + Be^{-i(\omega t + kx)},$$

Asosiy adabiyotlar:

1. Bloxintsev D.I. Osnovi kvantovoy mexaniki. M.: Nauka, 1983.
2. Davidov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1973.
3. Landau L.D., Lifshits E.M. Kvantovaya mexanika. Nerelyativistskaya teoriya. M.: Nauka, 1974.
4. Dirak P.A. Tamoyili kvantovoy mexaniki. M.: MIR, 1969.
5. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki. T.2. M.: Nauka, 1972.
6. Landau L.D., Lifshits E.M. Nazariy fizika kiska kursi. T.2. Kvant mexanikasi. M.: Nauka, 1974.
7. 10. Sokolov A.A., Ternov N.M., Jukovskiy V.I. Kvantovaya mexanika. M.: Nauka, 1979.
8. G.X. Xoshimov, R.YA. Rasulov. Kvant mexanikasi asoslari. Toshkent.: O'qituvchi 1995. -374 bet
9. E. Fermi. Kvantovaya mexanika. M.: Mir, 1965. 368 str. Enrico FERMI. NOTES ON QUANTUM MECHANICS Nhe University of Chicago Press.
10. Ushbu ma'ruza matnlarini tuzishda internetdagi ma'ruza matnlaridan foydalanildi.