УДК 621.396.519.6

И.Х. СИДДИКОВ, Г.Б. ШЕРБОБОЕВА

АЛГОРИТМ РАСЧЁТА СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЕЙ

И. Х. Сиддиков, Г.Б.Шербобоева

Мультисервис тармоқларининг структуравий ишончлилигини ҳисоблаш алгоритми

Мультисервис тармоқларининг фаолият сифатини баҳолашда асосий мезонларидан бири тармоқда турли кўринишли маълумотларни узатиш ишончлили билан тавсифланади. Ушбу масалани ечиш учун мақолада ҳисоблашни қисқартириш имконини берувчи графлар назарияси усулларидан фойдаланиш тавсия этилган.

I.H. Siddikov, G.B.Sherboboyeva

Algorithms for calculating the structural reliability of multi-service networks

One of the main criteria for assessing the quality of the functioning of multi-service networks is the reliability of the transmission, daring varieties of message on the network. The work to assess the structural reliability of the network is proposed applying the graph theory to significantly complexity of the calculations.

Разработка мультисервисных сетей включает в качестве одного из обязательных этапов проектирования анализ их надежности. Проблема усложняется тем, что коммутационные сети, к анализу которых в конечном итоге сводится данная задача, являются сильно связными структурами (междугородние сети связи, системы управления). Это затрудняет, а порой делает невозможным расчет их надежности строго аналитическими методами, как это имеет место, например, для параллельно-последовательных сетей.

В тех случаях, когда в состав мультисервисных сетей включены не только физические объекты (каналы связи, транспортные средства и тому подобное), но и объекты, означающие такие понятия, как ”логическая связь”, ”операция” и тому подобное.

Одним из основных критериев оценки качества функционирования мультисервисных сетей является надежность передачи, имеющие разновидные сообщения в сети.

В работе для решения поставленной задачи нами предлагается применение метода теории графов [1].

Используя, некоторые определения касающихся теории графов рассмотрим решение задачи надежности мультисервисных сетей [2].

Определение: ориентированная сеть $G[\ S(M), X\ ]$ считается заданной, если заданы множества вершин $S(M)=\{\ \overline{s_1, s_{mm}}\ \}$ и ребер $X=\{\ \overline{x_{11}, x_{mm}}\ \}$.

Индексы при элементах множества X указывают на их ориентацию. Так, для ребра x_{ij} началом будет вершина s_i, а концом вершина s_j. Если элементам множества $S(M)$ сопоставлены весовые коэффициенты, равные единице, а элементам множества X – единицы и нули, то такая сеть называется булевой или детерминированной. Элементы множества X при этом называются двоичными (релейными) компонентами сети.

Определение: ориентированная релейно-стохастическая сеть – $G[\ S(M), X, P(s), P(x)\ ]$, считается заданной если одновременно с множествами $S(M)$ и X заданы множества весовых коэффициентов $P(s)=[\ p(s_1), p(s_2), \ldots, p(s_M)\ ]$ и $P(x)=[\ p(x_{11}), p(x_{12}), \ldots, p(x_{ij}), \ldots, p(x_{MM})\ ]$ причем $p_i=p(s_i)$ и $p_{ij}=p(x_{ij})$ – это вероятности независимых событий $s_i \in S(M)$ и $x_{ij} \in X$, находятся в пределах: $0<p_i \le 1,\ 0<p_{ij} \le 1, (i, j)=1, 2, \ldots, M$.

Определение: если в сети $G[\ S(M), X\ ]$ или $G[\ S(M), X, P(s), P(x)\ ]$ от узла s_i к узлу s_j можно провести хотя бы одну непрерывную цепь, составленную из последовательно соединенных ребер, взятых в любой последовательности так, что конец предыдущего ребра в цепи соединяется с началом последующего, то считается, что узел s_i связан с узлом s_j. Однако это не значит, что узел s_j связан с узлом s_i, если только ребра принадлежащие цепи являются ненаправленными или же, если данный граф является неориентированным.

Вероятность сложного события $S_{ij}=f\ \{\ G[(M),\ X]\ \}$ принимает значение “единица”, если полюсы s_i и s_j при заданном наборе независимых двоичных компонент образуют связанную пару. Вероятность $P(S_{ij})$ сложного события $S_{ij}=f\ \{\ G[\ S(M), X, P(s), P(x)\ ]\ \}$ может принимать значения от нуля до единицы.

Обратимся к общему случаю [3], когда мультисервисная сеть имеет произвольную структуру и различные значения надежности компонент, и поставим задачу оценки надежности сети между произвольной парой узлов, то есть оценим величину $P_{ij}=f\ \{\ G[\ S(M), X, P(s), P(x)]\ \}$.

Положим, что надежность равна единице. Пронумеруем элементы множества X числами натурального ряда: $X=\{\ x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{ij}, \ldots, x_{mm}\ \}$. Компоненты мультисервисной сети x_ν^σ, где $\nu = 1, 2, \ldots, n$ и $\sigma \in \{0, 1\}$, могут пребывать в одном из двух возможных состояний, то есть в нулевом $x_\nu^\sigma = 0, \sigma = 0$ и единичном $x_\nu^\sigma = 1, \sigma = 1$.

Обозначим $P\left(x_\nu^1\right) = p_\nu$, тогда $P\left(x_\nu^0\right) = 1 - p_\nu$ и пусть K_r задает одно из 2^n возможных состояний компонент, а именно:

$$K_r = \bigwedge_{\nu=1}^{n} x_\nu^\sigma,$$

где $K_r \neq K_q, (r, q) = 1, 2, \ldots, 2^n, \ \sigma = \{0,1\}$.

Тогда вероятность каждого из возможных состояний сети будет определяться следующим образом:

$$P_r = P\left(K_r\right) = \prod_{\nu=1}^{n} P\left(x_\nu^\sigma\right) = \prod_{\nu=1}^{n} P_\nu^\sigma,$$

где $r = 1, 2, \ldots, 2^n; \sigma = \{0, 1\}$, таким образом, поскольку $\bigvee_{r=1}^{2^n} K_r$ является полной группой несовместных событий, то $\sum_{r=1}^{2^n} \prod_{\nu=1}^{n} P_\nu^\sigma = 1$, $\sigma = \{0, 1\}$.

Определим переключательную функцию $\mathrm{Q}_{\mathrm{ij}}^{(r)}$ через величину проводимости сети между вершинами s_i и s_j $\left((i, j) = 1, 2, \ldots, M\right)$ для набора r. Для проводящих наборов соответствующие функции $\mathrm{Q}_{\mathrm{ij}}^{(r)}$ примем равными единице, а для непроводящих – нулю. Каждой паре вершин графа, таким образом, сопоставляется общая функция проводимости (соответствующая совершенной дизъюнктивной нормальной форме при задании сети в виде булевой функции):

$$\mathrm{Q}_{\mathrm{ij}} = \bigvee_{r=1}^{2^n} \mathrm{Q}_{\mathrm{ij}}^{(\mathrm{r})} K_r = \bigvee_{q=1}^{m} K_q,$$

где $K_q, q = \left(\overline{1, m}\right)$ – наборы, для которых функция равна единице, а m – число таких наборов ($m \leq 2^n - 1$). Учитывая это, вероятность проводимости сети между узлами s_i и s_j определится формулой:

$$P_{ij} = P\left(\mathrm{Q}_{\mathrm{ij}}\right) = \sum_{q=1}^{m} P\left(K_q\right) = \sum_{q=1}^{m} \prod_{\nu=1}^{n} q P_\nu^\sigma, \qquad (1.1)$$

где $\sigma = \{0, 1\}$, $(i, j) = 1, 2, \ldots, M$.

Составление формулы (1.1) для конкретных сетей и последующее ее решение является, в общем случае, практически единственным точным численным методом оценки величины надежности мультисервисной сети между произвольной парой узлов.

С другой стороны, данный метод основан на полном переборе все возможных состояний, поэтому нами предлагается использование метода разложения структуры сети, с учетом вероятности связности сети.

Идея этого метода заключается в том, чтобы свести анализируемую структуру к последовательно-параллельным соединениям [4] и тем самым избежать полного перебора состояний.

Для расчета структурной надежности мультисервисных сетей, представленной в виде графа, необходимо определить вероятность связности сети между заданной парой узлов А и В.

Критерием исправной работы сети в данном случае является наличие хотя бы одного пути передачи информации между рассматриваемыми узлами. Предположим, что имеется список возможных путей в виде перечня элементов (узлов и направлений связи), входящих в каждый путь. В общем случае пути будут зависимы, поскольку любой элемент может входить в несколько путей. Надежность Rs любого пути s можно вычислить по формуле последовательного соединения $R_S = \prod_i p_{is}$, где pi s – надежность элемента i пути s.

Искомая надежность H_{AB} зависит от надежности каждого пути и вариантов их пересечений по общим элементам. Обозначим надежность, которая обеспечивается первыми r путями, через H_r. Добавление очередного (r + 1) пути, с надежностью $\boldsymbol{R}_{r+1}$, очевидно, приведет к увеличению структурной надежности, которая теперь будет определяться объединением двух событий: исправен хотя бы один из первых r путей или исправен (r + 1) - й путь. Вероятность наступления этого объединенного события с учетом возможной зависимости отказов (r + 1)-го и остальных путей

$$\boldsymbol{H}_{r+1} = \boldsymbol{H}_r + \boldsymbol{R}_{r+1} - \boldsymbol{R}_{r+1} \cdot \boldsymbol{H}_{r/(r+1)}, \qquad (1.2)$$

где $H_{r/(r+1)}$ – вероятность исправности хотя бы одного из первых r путей при условии, что исправен (r + 1) - й путь.

Из определения условной вероятности $H_{r/(r+1)}$ следует, что при ее расчете вероятность исправной работы всех элементов, входящих в (r + 1) - й путь, необходимо положить равной единице. Для удобства дальнейших расчетов представим последний член выражения (1.2) в следующем виде:

$$\boldsymbol{R}_{r+1} \cdot \boldsymbol{H}_{r/(r+1)} = \boldsymbol{R}_{r+1} ¤ \boldsymbol{H}_r, \qquad (1.3)$$

где символ (¤) означает, что при перемножении показателей надежности всех элементов, входящих в первые r путей и общих с (r + l)-м путем, заменяются единицей. С учетом (1.3) можно переписать (1.2):

$$\Delta \boldsymbol{H}_{r+1} = \boldsymbol{R}_{r+1} ¤ \mathbf{Q}_r, \qquad (1.4)$$

где $\Delta H_{r+1} = H_{r+1} - H_r$ – приращение структурной надежности при введении (r + 1) - пути; $Q_r = 1 - H_r$ - вероятность того, что произойдет одновременный отказ первых r путей.

Учитывая, что приращение надежности ΔHr+1 численно равно уменьшению ненадежности ΔQr+1 получаем следующее уравнение в конечных разностях:

$$\Delta \mathbf{Q}_{r+1} = \boldsymbol{R}_{r+1} \text{¤} \mathbf{Q}_r \, . \tag{1.5}$$

Легко проверить, что решением уравнения (1.5) является функция:

$$Q_r = (1 - R_1) \text{¤} (1 - R_2) \text{¤} \ldots \text{¤} (1 - R_r) \tag{1.6}$$

Выражение (1.6) дает коэффициент простоя системы, состоящей из параллельно включенных элементов. Для учета общих элементов путей необходимо производить умножение по выражению (1.6) в алгебраическом виде. Следует отметить при таком подходе, т.е. при использовании операции символического умножения существенно сокращается трудоёмкость расчетов.

Использование рассматриваемого метода позволяет получить общую формулу структурной надежности.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Яновский Г.Г. Управления сетями телекоммуникации. 2003- 384с.
2. Шварц М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ. В 2-х т.ч.II./Пер. с англ., М.: Наука, 1992, 272 с.
3. Ершов. В.А., Кузнецов А.А. Мультисервисные телекоммуникационные сети. Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана. – 2003
4. Гольдштейн Б.С., Орлов О.П., Ошев А.Т., Соколов Н.А. Модернизация сетей доступа в эпоху NGN// Вестник связи. – 2003, №6.

Ташкентский университет информационных технологий

Дата поступления 10.05.2013

Сиддиков Исамиддин Хакимович - кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные технологии в управлении» ТГТУ,

Тел.: (8-371) 246-03-45; siddikov_i@mail.ru

Шербобоева Гулрух Бахтиёровна – старший - научный - сотрудник ТУИТ

Тел: (+998 91) 451-42-24 e-mail: gulichka_7575@mail.ru