O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

Q'olyozma huquqida
UDK

ABDUOLIMOV DILSHODBEK ABDUMANNONOVICHNING

Sonning butun va kasr qismi belgisi ostida qatnashgan tenglamalarni yechish metodikasi

5A460107- "Matematika fanini o'qitish metodikasi"

Magistrlik darajasini olish uchun yozilgan

DISSERTATSIYA

Ilmiy raxbar:
p.f.n,professor S.Alixonov

Andijon -2011 yil

MUNDARIJA

KIRISH

O‘zbekiston Respublikasi mustaqillikka erishgach maktab ta’limiga juda ham katta e’tibor berildi. Jumladan 1997 yil 29 avgust kuni O‘zbekiston oliy majlisining IX sessiyasida ta’lim to‘g‘risidagi qonunga asoslagan kadrlar tayyorlash milliy dasturi qabul qilindi.

Bu qabul qilingan qonunga ko‘ra uzluksiz ta’lim tizimining faoliyati davlat ta’lim standartlari asosida, o‘z ichiga quyidagi ta’lim turlarini oladi.

Maktabgacha ta’lim, boshlang‘ich ta’lim, umumiy o‘rta ta’lim, o‘rta maxsus kasb-hunar ta’limi, oliy ta’lim, oliy o‘quv yurtidan keyingi ta’lim, kadrlar malakasini oshirish va ularni qayta tayyorlash, maktabdan tashqari ta’lim.

Kadrlar tayyorlash milliy modelining o‘ziga xos xususiyati mustaqil ravishdagi to‘qqiz yillik umumiy o‘rta ta’lim hamda uch yillik o‘rta maxsus, kasb-hunar ta’limini joriy etishdan iboratdir.

Bu esa umumiy ta’lim dasturlaridan o‘rta maxsus, kasb-hunar ta’limi dasturlariga izchil o‘tilishini ta’minlaydi. Umumiy ta’lim dasturlari: maktabgacha ta’lim, boshlang‘ich ta’lim (I-IV sinflar), umumiy o‘rta ta’lim (V-IX sinflar), o‘rta maxsus va kasb-hunar ta’limini qamrab oladi.

Maktabgacha ta’lim bola sog‘lom, har tomonlama kamol topib shakllanishini ta’minlaydi, unda o‘qishga intilish xissini uyg‘otadi, uni muntazam bilim olishga tayyorlaydi. Maktabgacha ta’lim bola olti-etti yoshga etguncha davlat va nodavlat makgabgacha tarbiya, bolalar muassasalarida hamda oilalarda amalga oshiriladi.

Umumiy o‘rta ta’lim I-IX sinflar o‘qishidan iborat bo‘lgan majburiy ta’limdir. Ta’limni bu turi boshlang‘ich sinfni (I-IV sinflar) qamrab oladi hamda o‘quvchilarning fikrlashlari bo‘yicha muntazam bilim olishlarini, o‘quv-ilmiy va umummadaniy bilimlarni, milliy umumbashariy qadriyatlarga asoslangan ma’naviy-ahloqiy fazilatlarni, mehnat ko‘nikmalarini, hamda kasb tanlashni shakllantiradi. Umumiy o‘rta ta’lim tugallanganidan keyin ta’lim fanlari va ular bo‘yicha olingan baholar ko‘rsatilgan hamda davlat tomonidan tasdiqlangan namunadagi attestat beriladi.

O‘rta maxsus, kasb-hunar ta’limi umumiy o‘rta ta’lim negizida o‘qish muddati uch yil bo‘lgan majburiy bo‘lgan uzluksiz ta’lim tizimining turidir. o‘rta maxsus, kasb-hunar ta’limi yo‘nalishi akademik litsey yoki kasb-hunar kolleji o‘quvchilar tomonidan ixtiyoriy tanlanadi.

Akademik litsey davlat ta’lim standartlariga muvofiq o‘rta maxsus ta’lim beradi. O‘quvchilarni imkoniyatlari va qiziqishlarini hisobga olgan holda ularning jadal intelektual rivojlanishi chuqur, sohalashtirilgan, kasbga yo‘naltirilgan ta’lim olishini ta’minlaydi.

Kasb-hunar kolleji tegishli davlat ta’lim standartlari darajasida o‘rta maxsus, kasb-hunar ta’limi beradi, bunda o‘quvchilarning kasb hunarga moyilligi, bilim va ko‘nikmalarni chuqur rivojlantirish, tanlab olgan kasb-hunar bo‘yicha bir yoki bir necha ixtisosni egallash imkonini beradi.

Darhaqiqat, bugungi bozor iqtisodiga o‘tish jarayonida yaxshi kasbiy tayyorgarlikka ega bo‘lgan, mustaqil fikrlay oladigan yoshlarga ehtiyoj sezilmoqda. Bizning tadqiqotimizda maktab o‘quvchilarining mustaqil fikr yuritib, olgan nazariy bilimlarini kelgusi hayotda tatbiq qila oladigan darajadagi ta'lim berishning metodik jihatlari qarab chiqildi.

Matematika o‘quv fani sifatida, o‘quvchilarning tadqiqiy ko’nikmalarini shakllantirishda alohida xususiyatga ega. Har bir matematikning faoliyati masala yechishga keltiriladi va barcha nostandart masalalarni yechish esa tadqiqiy faoliyat hisoblanadi.

Hozirgi zamon matematikaning amaliy faoliyatga chuqur kirib borishi, uni fan-texnika va iqtisodda qo‘llanishi bilan xarakterlanadi. Boshqacha aytganda, matematika amaliy masalalarni yechishda metodologik asos bo‘lib qoldi. Shu bilan bir qatorda masalalar yechishda matematikadan tadqiqiy ko‘nikma va malakalarni shakllantirmasdan turib, foydalanish mutlaqo mumkin emas.Tadqiqiy bilim, amaliy ko‘nikma va malakalar matematikaning nazariy qurilishi bilan uning amaliy muammolarini bog‘laydi. Matematik tushunchalarning asosiy negizini tasvirlaydi, amaliy masalalarni yechishda matematikani qo‘llash vositasi bo‘lib xizmat qiladi. Bu esa, hozirgi paytda tadqiqiy ko’nikmalarning umumta'lim va umummadaniy qimmatga ega ekanligini ko‘rsatadi.

Jamiyatimizning tez sur'atlar bilan rivojlanishi, xalqimizning milliy qadriyatlari, an'analarining tiklanishi, ijtimoiy va iqtisodiy munosabatlarning takomillashishi xalq ta'limi tizimiga murakkab vazifalarni yuklaydi. Davlat rahbariyatining tinimsiz g‘amxo‘rligi va fidoyiligi, xalq ta'limi tizimidagi qayta qurishlar va o‘zgarishlar ham izlanishlarimizning izchilligidan dalolat berib turibdi. Shu bilan birga jamiyatimizning rivojlanishi, siyosiy tizim barqarorligi hamda bozor iqtisodiyotiga o‘tishning boshqarib borilishi, ishlab chiqarishning qayta qurilishi, ilmiy-texnik jarayonning yutuqlarga boyib borishi, xalqimizning ma'naviy va ma'rifiy saviyasi, madaniyatining rivojlanishi, hozirgi kunda matematika ta'limiga bo‘lgan talab va ehtiyojning kundan-kunga ortib borishi noan'anaviy shakldagi talablarni o‘qitish tizimi oldiga asosiy maqsad qilib qo‘yadi.

Bugun ana shunday mushtarak maqsadlarimizni amalga oshirishni mustahkam qaror toptirish va rivojlantirish uchun istiqlol sharofati tufayli qulay muhit yaratildi. Jamiyatimiz rivojlanishi va uning moddiy-texnik ta'minoti takomillashishi pedagogika fani, jumladan, matematikani o‘qitish metodikasi, shuningdek, uzluksiz ta'lim tizimining rivojlanishiga keng imkon yaratdi. Bu o‘z navbatida matematika ta'limining nafaqat fundamental yo‘nalishda rivojlanishi, balki uni xalqimiz ehtiyojini to‘la ta'minlashi uchun zarur bo‘lgan sohalarda amalga oshirish bilan birga umumta'lim maktab matematikasini o‘qitishni kuchaytirishdan iborat.

Buning uchun ta'lim jarayonida dasturlarni takomil holga keltirish, muammoli va faol metodlardan to‘laroq foydalanish, o‘rganilayotgan fanning mazmuni va tuzilishini darslikda berilgan ma'lumotlarga tayangan holda qayta ko‘rib chiqib, kengaytirish, zamon talabiga mos keladigan tatbiqiy bilimlar bilan boyitib borish, bevosita o‘quvchining ertangi kuni uchun zarur bo‘lgan o‘quv reja va dasturlar ishlab chiqishni taqozo qiladi.

Respublikamizda ta'lim va tarbiya sohasidagi islohotlar bugungi dolzarb, ertangi taqdirimizni hal qiluvchi muammoga aylanmoqda. Jamiyatimizning yangilanishi, hayotimiz taraqqiyoti va istiqboli, amalga oshirilayotgan islohotlar rejasining samarasi taqdiri — bularning barchasi, avvalombor, zamon talablariga javob beradigan yuqori malakali, ongli mutaxassis kadrlar tayyorlash muammosi bilan chambarchas bog‘liq.

Shu bois mamlakatimizning istiqlol yo‘lidagi birinchi qadamlaridanoq ma'naviyatimizni yuksaltirish, ta'lim-tarbiya tizimini takomillashtirish, uning milliy zaminini mustahkamlash, zamon talablari bilan uyg‘unlashtirish asosida jahon andozalari va ko‘nikmalari darajasiga chiqarishga katta ahamiyat berilmokda.

O‘qitish metodlarining yangilanib turilishi metodologik tan olingan jarayon hisoblanadi. O‘qitish metodlarini rivojlantirishda taniqli psixolog-pedagog olimlar ish olib borishgan. O’quvchilarda ko‘nikma va malakalarni rivojlantirish bo‘yicha L.S.Vigotskiy, P.A.Shevarev, N.Saidaxmedov, ye.N.Kabanova-Meller, N.D.Bogoyavlenskiy, Sh.E.Qurbonov, V.A.Tokareva, I.Ya.Lerner, P.Ya.Galperin, matematika o‘qitishda kasbiy tayyorgarlik va fanlar integratsiyasi asosida o‘quvchilarning bilimlarini rivojlantirish bo‘yicha Yu.A.Samarin, N.A.Menchinskaya, V.N.Fyodorova, I.D.Zverev, V.N.Maksimova, T.R.To‘laganov, Yu.G‘.Maxmudov, B.Mirzaxmedov, X.Omonov, M.Tojiev, N.Eshpo’latov, o‘quvchilarning geometrik tafakkurini rivojlantirish muammosi bo‘yicha J.I.Ikromov, N.R.G‘aybullaev, A.Artiqboev, A.Narmanov, Q.Jumaniyozov va boshqa olimlar metodik yo‘l-yo‘riq ko‘rsatganlar.

O‘zbekiston Respublikasining “Ta'lim to’g‘risida”gi qonuni qabul qilinishi va “Qadrlar tayyorlash milliy dasturi”ning ishlab chiqilishi, yangi o‘quv reja va dastur, qo‘llanma va darsliklar yaratilishi bu sohadagi muhim tarixiy qadamlar hisoblanadi.

Bozor iqtisodiyotiga o‘tish, ishlab chiqarishni yangi texnologik jarayon bilan ta'minlash va avtomatlashtirish, kompyuterlar texnikasi asosida boshqarishga o‘tkazilishi, ilmiy-texnikaviy taraqqiyot asosida elektronikaning tinmay rivojlanishi o‘quvchilarni, qolaversa, barcha jamiyat a'zolarining matematikani bilish darajasiga bog‘liq bo‘lib, u hozirgi umumta'lim maktab o‘quvchilarining tadqiqiy ko‘nikma va malakalari shakllanishiga, takomillashuviga suyanadi va sababchi bo‘ladi.

Hozirgi kunda o‘quvchilarga berilayotgan axborotlar hajmi, mazmuni keng bo‘lib, ularning ichidan bevosita o‘ziga va kelajakda kerak bo‘ladigan axborotlarni ajratib olish metodi, madaniyati yetarli emasliklari, ularning matematik mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantirish va uni kerakli yo‘nalishlarga olib o‘tish lozim ekanligi hozirgi davrning dolzarb muammolaridan hisoblanadi.

Ayniqsa, bu borada axborotlarning modellashtirilishi, hayotiy masalalar modelini qurish, yechilish algoritmini topish, o‘qitishni takomillashtirishning muhim garovidir. Shu bois o‘quvchilarning tadqiqiy ko‘nikmalarini shakllashtirish, algebra va geometriya darslarini o‘qitishni yangi sifat darajasiga chiqarish zarurligi bugungi kunning asosiy muammolaridan biridir.

Ma'lumki, bugungi kunda mavjud o‘quv qo‘llanmalari, darsliklar o‘zining mazmuni, tuzilishi va funksiyasi jihatdan yuqorida keltirilgan fikr va faktlarga to‘liq javob bera olmaydi hamda o‘quvchilarni akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida haqiqiy sonlar haqidagi ustida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish va ularni tadqiqiy ko‘nikmalari shakllanishida yetarli darajada qatnasha olmaydi. Umumta'lim maktablarida,akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida mumkin bo‘lgan imkoniyatlarning tahlil qilinishi, nazariy va amaliy bilimlar orasidagi bog‘liqlikning qanday darajada amalga oshirilayotganligini e'tiborga olsak, u holda biz tadqiq etayotgan mavzuning dolzarb ekanligini ko‘rishimiz mumkin.

Yuqorida keltirilgan fikrlar bevosita tadqiqot maqsadi, vazifalari, ob'ekti, predmeti, ilmiy gipotezasi, tadqiqot metodikasini ishlab chiqishga imkoniyat yaratdi.

Tadqiqotning dolzarbligi va maqsadi.

Xozirgi mavjud darslik,o’quv va metodik qo’llanmalarda tenglama va uning turlari haqida yetarli ma’lumotlar berilgan.Ularni yechish metodikalari ham ko’plari ishlab chiqilgan.Ammo sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni maktab matematika kursida, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida yechish va ularni o’quvchilarga tushuntirish metodikasi yetarli darajada ishlab chiqilmagan.Ana shuning uchun ham biz o’z oldimizga sonning butun va kasr qismi qatnashgan turli tenglamalarni yechish va ularni o’quvchilarga tushuntirish metodikasini ishlab chiqishni o’z oldimizga maqsad qilib qo’ydik.

Tadqiqot obyekti.

Respublikamizdagi uzluksiz ta’lim tizimiga asoslangan o’rta umumta’lim maktablarida, akademik litsey va kasb-hunar kolleji o’quvchilarida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish va ularni o’quvchilarga o’rgatishdagi pedagogik jarayon.

Tadqiqot predmeti.

Umumta’lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida matematika fanlarini o’qitishda sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish va ularni o’quvchilarga o’rgatishning metodik asosi.

Tadqiqotning vazifalari:

- umumta'lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kolleji o'quvchilarida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechishning xozirgi metodik sharoitini aniqlash;
- matematika darslarini o'qitishda sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni mazmuni va uning tuzilishini aniqlash;
- umumta'lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida matematika fanini o'qitish uchun ajratilgan o'quv materiallarida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish bo'yicha tajribali ilg'or pedagoglarning metodlaridan foydalanish va ularni takomillashtirish;
- ishlab chiqilgan uslubiy tizimning yaroqli ekanligini ko'rsatuvchi tajriba sinovni tashkil etish va uni o'tkazish;

Tadqiqotning ilmiy gipotezasi.

- umumta'lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kolleji matematika darslarida o'quvchilarining sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish malakalari yaxshi shakllanadi, ularning mustaqil fikrlashlari shakllanadi: Agar o'quvchilarning matematika darslarida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish bo'yicha metodikasi ilmiy metodik jihatdan to'g'ri ishlab chiqilgan bo'lsa;
- matematika darslarida o'quvchilar uchun sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish uchun tizim tashkil qilingan bo'lsa;
- matematika o'qitish jarayonida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish va ularni o'quvchilarga o'rgatish metodikasi didaktik prinsiplar asosida amalga oshirilgan bo'lsa;

Tadqiqotning metadologik asosi.

O'zbekiston Respublikasi Konsitutsiyasi Prezident I.A.Karimov asarlari, ta'lim to'g'risidagi qonun, kadrlar tayyorlash milliy dasturi, O'zbekiston Respublikasi vazirlar mahkamasi, xalq ta'limi vazirligi, oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining ta'lim sifatini oshirish haqidagi me'yoriy hujjatlaridan tashkil topgan.

Tadqiqot jarayonida quyidagi usullardan foydalanildi:

- sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish va ularni o'quvchilar ongida shakllantirish muammosiga tegishli bo'lgan psixalogik, pedagogik, falsafiy o'quv va metodik adabiyotlarni o'rganish;
- matematika fanlari bo'yicha mavjud matematik dastur, darslik va o'quv qo'llanmalarni tahlil qilish;
- matematika darslarini kuzatish va tahlil qilish;
- o'quvchilar bilan suhbat va so'rovnomalarni o'tkazish;
- yozma va og'zaki savol javoblar, test o'tkazish;
- pedagogik tajriba sinovni o'tkazish va uning natijalarini tahlil qilish

Mavzuning ilmiy ahamiyati.

Biz ushbu disertatsiyada birinchi marotaba sonning butun va kasr qismi qatnashgan turli ko'rinishdagi ratsional va transcendent tenglamalarni ilmiy metodik jihatdan yechishni matematik ta'limning maqsadi, mazmuni, formasi, metodi va uning vositalari asoslangan holda ishlab chiqdik.

- umumta’lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kolleji o’quvchilarining sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish metodikasini shakllantirish bo’yicha o’quv materialini tuzilishi va mazmunini aniqladik;
- o’quvchilarda sonning butun va kasr qismi qatnashgan ratsional tenglamalarni yechish metodikasni shakllantirish;
- o’quvchilarda sonning butun va kasr qismi qatnashgan transcendent tenglamalarni yechish metodikasni shakllantirish;

Mavzuning amaliy ahamiyati.

Ishlab chiqilgan metodik tavsiyalar va xulosalar o’rta umumta’lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kolleji o’quvchilarida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni ilmiy metodik jihatdan yechish usullarini takomillashtirishning muhim vositasidir.Shuningdek o’quv dasturlarini takomillashtirishda matematika fanlari bo’yicha o’quv qo’llanma va darsliklar yaratishda tadbiq qilinishi mumkin.

Himoyaga olib chiqiladigan asosiy holatlar:

- umumta’lim maktabi, akademik litsey va kasb-hunar kolleji matematika fanlarini o’qitish jarayonida o’quvchilarni sonni butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechishga bo’lgan qiziqishlarini shakllantiruvchi, tajribada sinalgan uslubiy ishlar;
- o’quvchilarning sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechishga o’rgatishning bosqichma-bosqich metodlari;
- asosiy o’quv materialining va o’quvchilarning sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish ko’nikmalarini shakllantirishni ta’minlovchi mashqlar;
- matemamatika fanlarini o’qitishda o’quvchilarning sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish ko’nikmalarini shakllantirish bosqichlari va uning tuzilishi;
- pedagogik tajriba va sinov natijalari;

Tadqiqot muhokamasi:

Ushbu tadqiqot 2009-2011-yillarda Andijon Davlat Universiteti Matematika kafedrasining yig’ilishlarida, NamDu Algebra va Matematika o’qitish metodikasi kafedrasi yig’ilishlarida hamda matematikadan fakultetida bo’ladigan ilmiy metodik seminarlarda muhokama qilib borilgan.

I-BOB. MATEMATIKA DARSLARIDA SONNING BUTUN VA KASR QISMI BELGISI OSTIDA QATNASHGAN TENGLAMALARNI YECHISHNING NAZARIY ASOSLARI

1-§ Sonning butun va kasr qismi ostida qatnashgan tenglamalarni yechishning psixalogik asoslari

Biz ta’lim deyilganda o‘qituvchi bilan o‘quvchilar orasidagi ongli va maqsadga tomon yo‘naltirilgan bilishga doir faoliyatni tushunamiz. Har qanday ta’lim o‘z oldiga ikkita maqsadni qo‘yadi.

1) O‘quvchilarga dastur asosida o‘rganilishi lozim bo‘lgan zarur bilimlar sistemasini berish.

2) Matematik bilimlarni berish orqali o‘quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini shakllantirish.

Ta’lim jarayonidagi ana shu ikki maqsad amalga oshishi uchun o‘qituvchi har bir o‘rgatilayotgan tushunchani psixologik, pedagogik va didaktik qonuniyatlar asosida tushuntirishi kerak. Buning natijasida o‘quvchilar ongida **bilish** deb ataluvchi psixologik jarayon hosil bo‘ladi.

Bizga falsafa kursidan ma’lumki, bilish jarayoni «jonli mushohadadan abstrakt tafakkurga va undan amaliyotga demakdir». Bundan ko‘rinadiki bilish jarayoni tafakkur qilishga bog‘liq ekan. «Tafakkur - inson ongida ob’ektiv olamning aktiv aks etishi demakdir» (Yu.M.Kolyagin. «Matematika o‘qitish metodikasi, M., 1980 y, 57-bet).

Psixologik nuqtai nazardan qaraganda bilish jarayoni ikki xil bo‘ladi:

1) **Hissiy bilish** (sezgi, idrok va tasavvur).

Insonning hissiy bilishi uning sezgi va tasavvurlarida o‘z ifodasini topadi. Inson sezgi a’zolari vositasida real dunyo bilan o‘zaro aloqada bo‘ladi. Bilish jarayonida sezgilar bilan birga idrok ham ishtirok etadi. Sezgilar natijasida ob’ektiv olamning sub’ektiv obrazi hosil bo‘ladi, ana shu sub’ektiv obrazning inson ongida butunicha aks etishi idrok deb ataladi.

Tashqi olamdagi narsa va hodisalar inson miya po‘stlog‘ida sezish va idrok qilish orqali ma’lum bir iz qoldiradi. Oradan ma’lum bir vaqt o‘tgach, ana shu izlar jadallashishi va biror narsa yoki hodisaning sub’ektiv obrazi sifatida qayta tiklanishi mumkin. Ana shu ob’ektiv olamning sub’ektiv obrazining ma’lum vaqt o‘tgandan keyin qayta tiklanish jarayoni tasavvur deb ataladi.

2) **Mantiqiy bilish** (tushuncha, hukm va xulosa).

Har qanday mantiqiy bilish hissiy bilish orqali amalga oshadi, shuning uchun ham har bir o‘rganilayotgan matematik ob’ektdagi narsalar seziladi, abstrakt nuqtai nazardan idrok va tasavvur qilinadi, so‘ngra ana shu o‘rganilayotgan ob’ektdagi narsa to‘g‘risida ma’lum bir matematik tushuncha hosil bo‘ladi.

Ta’rif. *Matematik ob’ektdagi narsalarning asosiy xossalarini aks ettiruvchi tafakkur formasiga matematik tushuncha deyiladi.*

Har bir matematik tushuncha o‘zining ikki tomoni, ya’ni mazmuni va hajmi bilan xarakterlanadi.

Ta’rif. *Tushunchaning mazmuni deb, ana shu tushunchani ifodalovchi asosiy, xossalar to‘plamiga aytiladi.*

Masalan, to‘g‘ri to‘rtburchak tushunchasini olaylik. To‘g‘ri to‘rtburchak tushunchasining mazmuni quyidagi asosiy xossalar to‘plamidan iboratdir:

1) To‘g‘ri to‘rtburchak diagonali uni ikkita uchburchakka ajratadi.

2) Ichki qarama-qarshi burchaklarining yig‘indisi 180^0 ga teng.

3) Diagonallari bir nuqtada kesishadi va shu nuqtada teng ikkiga bo‘linadi.

Ta’rif. *Tushunchaning hajmi deb, ana shu tushunchaga kirgan barcha ob’ektlar to‘plamiga aytiladi.*

Masalan, to‘rtburchak tushunchasining hajmi shu to‘rtburchak tushunchasiga kirgan barcha to‘rtburchak turlaridan, ya’ni parallelogramm, kvadrat, romb va trapetsiyadan iborat bo‘ladi. Bundan to‘rtburchak tushunchasining hajmi tomonlari uzunliklarining kattaligi turlicha bo‘lgan barcha katta-kichik to‘rtburchaklar tashkil qilishi ko‘rinadi.

Bizga hajm jihatidan keng va mazmun jihatidan tor bo‘lgan tushunchani jins tushunchasi, aksincha esa hajmi tor va mazmuni keng bo‘lgan tushunchani tur tushunchasi deb yuritilishi psixologiya fanidan ma’lum.

1 - m i s o l. Akslantirish tushunchasini olaylik. Bu tushunchadan ikkita, ya’ni qaytuvchi va qaytmaydigan akslantirish tushunchalari kelib chiqadi. Bu yerda akslantirish tushunchasi qaytuvchi va qaytmaydigan akslantirish tushunchalariga nisbatan jins tushunchasi, qaytuvchi va qaytmaydigan akslantirishlar esa akslantirish tushunchasiga nisbatan tur tushunchalari bo‘ladi. Bu mulohazalardan jins tushunchasi tur tushunchalariga nisbatan hajm jihatidan keng va mazmun jihatidan tor tushuncha ekani ko‘rinadi.

2 - m i s o l. Ko‘pburchak tushunchasini olaylik. Bu tushunchadan ikkita qabariq va botiq ko‘pburchak tushunchalari kelib chiqadi. Ko‘pburchak tushunchasi bu tushunchalariga nisbatan jins tushunchasi deb yuritiladi, chunki uning hajmi qabariq va botiq ko‘pburchaklar hajmlaridan kattadir. qabariq va botiq ko‘pburchaklar esa ko‘pburchak tushunchasiga nisbatan tur tushunchalari deb yuritiladi, chunki ulardan har birining hajmi ko‘pburchak tushunchasining hajmidan kichik, ammo mazmunlari ko‘pburchak tushunchasining mazmunidan katta.

Har bir fanda bo‘lgani kabi matematika fanida ham ta’riflanadigan va ta’riflanmaydigan tushunchalar mavjud.

Maktab matematika kursida, shartli ravishda, ta’riflanmaydigan eng sodda tushunchalar qabul qilinadi. Jumladan, arifmetika kursida son tushunchasi va qo‘shish amali, geometriya kursida esa tekislik, nuqta, masofa va to‘g‘ri chiziq tushunchalari ta’riflanmaydigan tushunchalardir. Bu tushunchalar yordamida boshqa matematik tushunchalar ta’riflanadi.

Ta’rif degan so‘zning ma’nosi shundan iboratki, bunda qaralayotgan tushunchalarni boshqalaridan farqlashga, fanga kiritilgan yangi termin mazmunini oydinlashtirishga imkon beruvchi mantiqiy usul tushuniladi.

Tushunchaning ta’rifi ta’riflanuvchi tushuncha bilan ta’riflovchi tushunchalar orasidagi munosabatdan hosil bo‘ladi.

Tushunchaning ta’rifi inglizcha definitsiya (definito) so‘zidan olingan bo‘lib, «chegara» degan yoki «biror narsaning oxiri» degan ma’noni bildiradi. Professor J.Ikromov o‘zining «**Maktab matematika tili**» nomli kitobida tushunchalarning ta’rifini quyidagi turlarga ajratadi:

1) **Real ta’rif**. Bunda qaralayotgan tushunchaning shu gruppadagi tushunchalardan farqi ko‘rsatib beriladi. Bunda ta’riflovchi va ta’riflanuvchi tushunchalar hajmlarining teng bo‘lishi muhim rol o‘ynaydi. Masalan: «Aylana deb tekislikning biror nuqtasidan masofasi berilgan masofadan katta bo‘lmagan masofada yotuvchi nuqtalar to‘plamiga aytiladi». Bu yerda ta’riflanuvchi tushuncha aylana tushunchasidir, ta’riflovchi tushunchalar esa tekislik, nuqta, masofa tushunchalaridir.

2) **Klassifikatsion ta’rif**. Bunda ta’riflanayotgan tushunchaning jins tushunchasi va uning tur jihatidan farqi ko‘rsatilgan bo‘ladi. Masalan, «kvadrat - barcha tomonlari teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakdir». Bu ta’rifda «to‘g‘ri to‘rtburchak» tushunchasi «kvadrat»ning jins tushunchasi, «barcha tomonlari teng» esa tur jihatidan farqini ifoda qiladi.

3) **Genetik ta’rif** yoki **induktiv ta’rif**. Bunda asosan tushunchaning hosil bo‘lish jarayoni ko‘rsatiladi. Boshqacha qilib aytganda, tushunchaning hosil bo‘lish jarayonini ko‘rsatuvchi ta’rif genetik ta’rif deyiladi.

Bizga psixologiya kursidan ma’lumki, genetika so‘zi grekcha *genesis* so‘zidan olingan bo‘lib «kelib chiqish» yoki «manba» degan ma’noni bildiradi.

Masalan: 1) To‘g‘ri burchakli uchburchakning bir kateti atrofida aylanishidan hosil bo‘lgan jismni konus deyiladi.

2) To‘g‘ri burchakli trapetsiyaning balandligi atrofidan aylanishidan hosil bo‘lgan jismni kesik konus deyiladi.

3) Doiraning diametri atrofida aylanishidan hosil bo‘lgan jism shar deyiladi.

Yuqoridagilardan ko‘rinadiki, tushunchalarni ta’riflashda har bir tushunchaning mazmuni beriladi, bu degan so‘z tushunchaning asosiy alomatlari yoki muhim belgilarini sanab ko‘rsatish demakdir. Demak, ta’rifda faqat ta’riflanadigan tushunchani boshqa turdagi tushunchalardan ajratib turadagan muhim belgilarigina ifodalanadi. Maktab matematika kursida tushunchalarning ta’rifi ikki usul bilan tuziladi:

1) Berilgan tushunchaning hajmiga kiruvchi barcha ob’ektlar to‘plamiga asoslaniladi. Masalan, tekislikning (masofalarni o‘zgartmagan holda) o‘z-o‘ziga akslanishi siljitish deyiladi. Bu yerda o‘q va markaziy simmetriya, parallel ko‘chirish va nuqta atrofida burish tushunchalari siljitish tushunchasining ob’ektiga kiruvchi tushunchalardir.

2) Berilgan tushunchalarning aniqlovchi alomatlar to‘plamiga asoslaniladi. Bunday ta’rifni tuzishda tushunchaning barcha muhim alomatlari sanab o‘tilmaydi, ammo ular tushunchaning mazmunini ochib berish uchun yetarli bo‘lishi kerak. Masalan, parallelogrammning muhim alomatlari quyidagilardan iborat:

a) to‘rtburchak;

b) qarama-qarshi tomonlari o‘zaro teng va parallel;

v) diagonallari kesishish nuqtasida teng ikkiga bo‘linadi;

g) qarama-qarshi burchaklari teng;

Parallelogrammni ta’riflashda a) va b) alomatlar orqali quyidagi ta’rifni tuzish mumkin:

«Qarama-qarshi tomonlari o‘zaro parallel va teng bo‘lgan to‘rtburchak parallelogramm deyiladi».

Endi a) va v) alomatlar orqali ta’rif tuzaylik: «diagonallari kesishib, kesishish nuqtasida teng ikkiga bo‘linuvchi to‘rtburchak parallelogramm deyiladi».

Aytilganlardan ma’lum bo‘ladiki, tushunchani ta’riflashda tanlanadigan muhim alomatlar soni yetarlicha bo‘lgandagina ta’riflanayotgan tushuncha haqidagi ta’rif to‘g‘ri chiqadi.

Psixalogik nuqtai nazaridan maktab matematika kursida matematik tushunchalar ikki xil usulda kiritiladi:

1) Aniq - induktiv metod. Bunda o‘quvchilar avval o‘qituvchining topshiriqlarini bajargan holda o‘rganilayotgan tushunchaning umumiy xossalarini aniqlaydilar, so‘ngra o‘qituvchi rahbarligida ta’rifni mustaqil holda tuzishga harakat qiladilar. Yangi tushuncha kiritishning bu yo‘li ayniqsa quyi sinflarda o‘z samarasini beradi.Bizga ma’lumki boshlang’ich sinflarda tenglama tushunchasiga ta’rif berilmasdan tenglama tushunchasiga olib keluvchi misollar orqali tenglama

tushunchasi kiritiladi.Masalan, quyidagi masalani yechish orqali tenglama tushunchasi kiritilishi mumkin.

Masala: Tarelkada 25 dona qand bor edi.Undan Xasan bir nechtasini yeb qo'yganidan keyin, tarelkada 16 dona qand qoldi.Xasan necha dona qandni yeb qo'ygan? Bu masalani yechish jarayonida hosil qilinadigan 25-x=16 tenglik birinchi darajali, bir noma'lumli tenglamani hosil qiladi.Berilgan masalalar shartidan tenglamalarni hosil qilib, uni yechish tenglamalarni kiritishni aniq induktiv metodi bo'lib hisoblanadi.Yuqoridagi mulohazalarga asoslanib sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish abstrakt deduktiv metod asosida amalga oshiriladi.Fikrimizni dalili sifatida quyidagi sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamani abstrakt deduktiv yo'lda yechib ko'raylik.

$\left[x+\frac{1}{2}\right]=[2x]-[x]$ *tenglama yechilsin.*

Yechish. chap tomonini soddalashtirish uchun 2 ta holni ko'ramiz.

1) $\{x\}>\frac{1}{2}$ bo'lsa, u holda $\left[x+\frac{1}{2}\right]=[x]+1$ bo'ladi va

$$[2x]-[x]=2[x]+1-[x]=[x]+1=\left[x+\frac{1}{2}\right],$$

ya'ni $\{x\}\geq\frac{1}{2}$ bo'lsa ayniyat o'rinli.

2) $\{x\}<\frac{1}{2}$ bo'lsin, u holda $\left[x+\frac{1}{2}\right]=[x]$ bo'ladi va

$$[2x]-[x]=2[x]-[x]=[x]=\left[x+\frac{1}{2}\right],$$

ya'ni $\{x\}<\frac{1}{2}$ bo'lsa ayniyat o'rinli bo'ladi.Yuqoridagi tenglamani yechish jarayonidan ko'rinadiki biz butun va kasr son qatnashgan tenglamani o'zini berib, so'ngra uni yechimini izlay boshladik.Bu degan so'z tenglamalarni kiritish va ularni yechimlarini topishni abstrakt deduktiv metodi orqali yechimini topdik.Agar maktab, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida matematik tushunchalar berilishiga qarab konkret induktiv yoki abstrakt deduktiv metodi orqali kiritib uning tub mohiyati ochib berilsa o'quvchilarni anashu mazmun bo'yicha olayotgan bilimlari chuqurlashadi va o'zlarining matematik qobilyatlari shakllanadi.

2-§ Matematika darslarida o'quvchilarga sonning butun qismi qatnashgan tenglamalarni yechishga o'rgatishning pedagogik asoslari

Bizga pedagogika kursidan ma’lumki, dars maktablarda olib boriladigan o‘quv-tarbiyaviy jarayonning asosidir. Shuning uchun ham dars jarayonida o‘tiladigan mavzu mazmunini umumta’limiy, tarbiyaviy, rivojlantiruvchi va amaliy xarakterdagi tomonlari ochib beriladi. Kadrlar tayyorlash milliy dasturini qabul qilinganidan keyin maktablarimizda o‘tiladigan har bir dars vazirlar mahkamasi tomonidan ishlab chiqilgan, ta’lim standartlari asosida olib borilishligi aytib o‘tilgan. Har bir dars o‘quv tarbiyaviy jarayondir. Shuning uchun ham har bir darsda o‘quv-tarbiyaviy jarayonining maqsadi, mazmuni, shakli, metodlari va uning vositalari orasidagi o‘zaro aloqalar mazmunan ochib beriladi. Agar biz metodika nuqtai-nazardan matematika darsining tuzilishiga nazar tashlaydigan bo‘lsak, unda quyidagi didaktik maqsadlar amalga oshiriladi. Darsning boshida o‘quvchilar bilimi tekshiriladi. Bu tekshirish savol-javob asosida yoki didaktik tarqatma materiallar asosida o‘tkaziladi. Bunda qaysi o‘quvchining avvalgi o‘tilgan mavzu mazmunini qanday o‘zlashtirgani va qanday qiyinchilikka uchragani hamda ana shu mavzu materiali yuzasidan o‘quvchilarning olgan bilimi va ko‘nikmalari tekshiriladi. O‘quvchilarning bergan javoblari o‘qituvchi tomonidan izohlab baholanadi. Shundan keyin darsning asosiy maqsadi yangi mavzu o‘quvchilarga tushuntiriladi va uni mustahkamlash uchun o‘quvchilar bilan birgalikda misol yoki masalalar yechiladi. Bundan tashqari ana shu mavzu mazmunini qanday darajada o‘quvchilar o‘zlashtirganliklarini bilish uchun o‘qituvchi tomonidan o‘quvchilarga nazariy va amaliy xarakterdagi savollar ham berib boriladi. Bundan keyin uyga vazifa berish va uni bajarish yuzasidan zarur ko‘rsatmalar beriladi. Yuqoridagi aytib o‘tilgan bosqichlardan ko‘rinadiki, matematika darsiga tayyorgarlik ko‘rish o‘qituvchidan o‘rganiladigan mavzuning maqsadi va uning mazmuni nimalardan iborat ekanligini aniqlashdan iboratdir. Har bir o‘qituvchi ertaga o‘tadigan matematika darsida qanday o‘quv-metodik jarayonni amalga oshiraman degan savolga javob izlashdan boshlashi kerak. 45-minutlik dars vaqtini taqsimlashda yangi materialni o‘quvchilarga tushuntirishga va uni mustahkamlash yuzasidan misol va masalalar yechishga ko‘proq vaqtni ajratish zarur. Ko‘p hollarda maktab o‘qituvchilari ko‘proq vaqtni uy vazifasini tekshirishga sarf qilib, yangi mavzu mazmunini bayon qilish va uni mustahkamlash vaqtini qisqartirishga olib keladilar. Bu usuldan qochish kerak, chunki darsning asosiy maqsadi yangi mavzu mazmunini o‘quvchilarga tushuntirish va uni mustahkamlashdan iboratdir. Fikrlarimiz dalili sifatida quyidagi sonning butun qismi qatnashgan tenglamalar mavzusini o‘rgatish metodikasini ko‘rib chiqaylik.

1. **Darsning maqsadi.** Sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechishga o’rgatish.
2. Oldingi darsda o’tilgan mavzu materialini o’quvchilar tomonidan takrorlash uchun savollar.

   a) sonning butun va kasr qismi deganda nimani tushunasiz? Masalan, 2,3;5,04;71,1....

b) 8.51x+5=12 tenglamani yeching yoki [8]+{51}+6=12 yechilsin.

3. Yangi mavzu mazmuni bilan tanishtirish.

O'qituvchi: 8.51x+5=12 tenglamani qanday tenglama deb ataymiz?

O'quvchilar: 1-darajali,bir noma'lumli sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglama deyiladi.

O'qituvchi: To'g'ri, shunday deyiladi

O'quvchilar: Biz bunday tenglamalarni emas o'nli kasrlar bilan to'rt amal bajarishni bilamiz.

O'qituvchi: Agar 8,51+5,2=13,71 ko'rinishdagi misollarni ishlashni bilamiz.

O'quvchilar: Mulohaza yurtish, ilgari o'tganlarini eslash orqali tenglama deganda berilgan tenglikda harfiy ifoda qatnashishi lozim bo'lar edi.

O'qituvchi: Kim tenglamaga ta'rif beradi?

O'quvchilar: Harf bilan belgilangan noma'lum sonni o'z ichiga oluvchi tenglikga tenglama deyiladi.

O'qituvchi: 8,5x+6=12 tenglamani qanday tenglama deb ataymiz va qanday yechamiz?

O'quvchilar: Bunday tenglamani yechish uchun quyidagi ishlarni amalgam oshiramiz:

$$8{,}5x+6=12,\ 8{,}5x=12-6\ 8{,}5x=6,\ x=\frac{6}{8{,}5}=\frac{12}{17}$$

$$\{[8]+\{0{,}5\}\}x+6=12$$
$$\{[8]+\{0{,}5\}\}x=6$$
$$x=\frac{6}{\{[8]+\{0{,}5\}\}}=\frac{12}{17}$$

$y=[x]$ **va** $y=\{x\}$ **funksiyalarni o'quvchilarga o'rgatishning pedagogik asoslari**

Amaliyotda miqdorlarni o'lchash uchun bajarilayotgan arifmetik hisoblashlar natijasida butun sonlardan farqli kasr sonlar bilan ifodalanuvchi sonlarni uchratamiz.

Masalan, $128:5=25{,}6;$ $-4{,}3\cdot 2{,}8=-12{,}04$ va hokazo. Keltirilgan misollarning birinchisida bo'linma $25{,}6$ ga teng bo'lib, 25 uning butun qismini, $0{,}6$ esa kasr qismini tashkil etadi, ikkinchisida esa ko'paytma $-12{,}04$ ga teng bo'lib, -13 uning butun qismini, $0{,}9$ esa uning kasr qismini tashkil etadi.

Ta'rif. *Haqiqiy x sonidan ortmaydigan eng katta n butun soniga, x sonining butun qismi deyiladi va $[x]$ kabi belgilanadi, $x-[x]$ miqdoriga esa x sonining kasr qismi deyiladi va $\{x\}$ kabi belgilanadi.*

Keltirilgan ta'rifdan har qanday haqiqiy x soni uchun

$$x=[x]+\{x\}$$

tenglikni yozishimiz mumkin.

Masalan, 1) $x = 0{,}013$ bo'lsa, $[x] = 0;\ \{x\} = 0{,}013$;

2) $x = -4{,}043$ bo'lsa, $[x] = -5;\ \{x\} = 0{,}957$;

3) $x = \pi$ bo'lsa, $[\pi] = 3;\ \{\pi\} = 0{,}1413...$;

va hokazo.

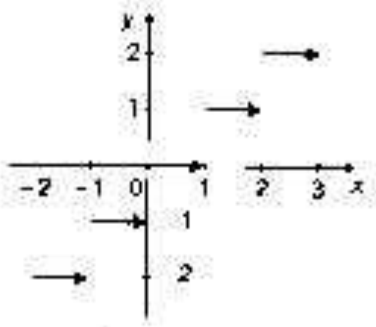
Sonning butun va kasr qismi haqidagi tushunchalar matematikaning ko'plab sohalarida uchraydi va ba'zi hollarda tushunchalarni ixcham yozilishiga imkoniyat yaratadi.

Masalan $1,2,3,...,n$ natural sonlar qatorida p tub songa bo'linadiganlarining soni $\left[\frac{n}{p}\right]$ ga, p^2 ga bo'linadiganlarining soni $\left[\frac{n}{p^2}\right]$ ga va umuman p^m ga bo'linadiganlarining soni $\left[\frac{n}{p^m}\right]$ gat eng ekanligiga oson ishonch hosil qilishimiz mumkin. Shu sababli p tub son $n!$ tarkibiga $\left[\frac{n}{p}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + ... + \left[\frac{n}{p^m}\right] + ...$ daraja bilan kiritiladi va hokazo.

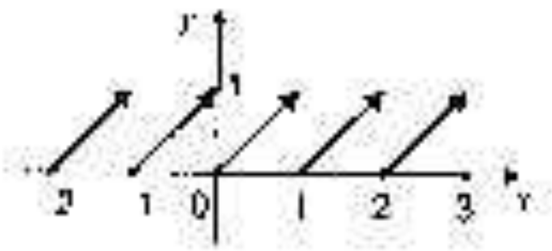
Biz bu uslubiy qo'llanmamizda dastlab sonning butun va kasr qismi qatnashgan $y = [x],\ y = \{x\}$ funksiyalar va ularning xossalari, asosiy teoremalar, ayniyatlar, tenglama va tengsizliklarni yechishga oid masalalar, turli hil matematik turnirlar va olimpiadalarda taklif etilgan masalalarni jamlash ko'zda tutilgan.

Endi haqiqiy x sonning butun va kasr qismini ifodalovchi $y = [x],\ y = \{x\}$ funksiyalar va ularning eng soda xossalarini ko'rib chiqamiz.

Sonning butun qismi ta'rifidan foydalanib, nuqtalarni belgilash orqali $y = [x]$ funksiya grafigini bevosita chizishimiz mumkin (1-chizma).



1-chizma



2--chizma

$y = [x]$ funksiyaning eng sodda xossalari quyidagilardan iborat:

1. $y = [x]$ funksiyaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to'plami R dan iborat.

2. $y = [x]$ funksiyaning qiymatlar sohasi barcha butun sonlar to'plami Z dan iborat.

3. $y = [x]$ bo'lakli o'zgarmas funksiya.

4. $y=[x]$ funksiya kamaymaydigan funksiyadir, ya’ni R to’plamning $x_1 \le x_2$ shartni qanoatlantiruvchi x_1 va x_2 funksiyalari uchun $[x_1] \le [x_2]$ bo’ladi.

5. Ixtiyoriy butun n soni va haqiqiy x soni uchun

$$[x+n]=[x]+n$$

tenglik orinli.

6. Agar x butun bo’lmagan haqiqiy son bo’lsa, u holda $[-x]=-[x]-1$ tenglik o’rinli.

7. Ihtiyoriy haqiqiy x soni uchun $[x] \le x < [x]+1$ munosabat bajariladi, $[x]=x$ tenglik esa faqat va faqat $x \in Z$ bo’lganda bajariladi.

Sonning kasr qismi ta’rifidan foydalanib, nuqtalarni belgilash orqali $y=\{x\}$ funksiya grafigini $y=x-[x]$ funksiya grafigidan hosil qilishimiz mumkin (2-chizma)

$y=\{x\}$ funksiyaning eng sodda xossalari quyidagilardan iborat:

1. $y=\{x\}$ funksiyaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlar to’plami R dan iborat.

2. $y=\{x\}$ funksiyaning qiymatlar to’plami $[0,1)$ yarim intervaldan iborat, ya’ni $y=\{x\}$ funksiya chegaralangan bo’lib, $0 \le \{x\} < 1$ tengsizlik o’rinli.

3. Ixtiyoriy butun n soni va haqiqiy x soni uchun

$$\{x+n\}=\{x\}$$

tenglik orinli, ya’ni $y=\{x\}$ funksiya davri 1 ga teng bo’lgan davriy funksiyadir.

4. Agar x butun bo’lmagan haqiqiy son bo’lsa, u holda $\{-x\}=1-\{x\}$ tenglik o’rinli.

Yuqorida bayon etilgan sonning butun va kasr qismi ta’rifi va ularning eng sodda xossalariga asoslangan holda bir qator munosabatlarini isbotlashni kelgusi bo’limda amalgam oshiramiz

Matematikadan 45-minutlik dars o‘tilgan mavzuni o‘quvchilardan so‘rash yangi mavzuni bayon qilish, uni mustahkamlash, o‘quvchilarning bilim, ko‘nikma va malakalarini tekshirish kabi qismlarga ajratish, o‘tiladigan har bir darsni didaktik maqsad va mazmunini tushunarli bo‘lishini ta’minlaydi.

Maktab matematika darslarida yangi mavzu mazmunini tushuntirish asosan uch xil usulda olib boriladi. Ular ma’ruza, suhbat va mustaqil ishdir.

Hozirgi yangi pedagogik texnologiyani mohiyati ham suhbat metodi orqali yangi mavzu mazmuni ochib berishdan iboratdir. Bunda mavzu mazmunini o‘quvchining o‘zi bayon qiladi, lekin mantiqiy mulohazalar vaqtida va turli hisoblashlarni bajarishda o‘qituvchi o‘quvchilarga mavzu mazmunini ochib beruvchi mantiqiy ketma-ketlikka ega bo‘lgan savollar tizimi orqali murojaat qiladi, o‘quvchilar ana shu savollarga javob berish orqali mavzu mazmunini chuqurroq o‘zlashtirib oladilar.

Sinfda yangi materialni o‘rganishda qo‘llaniladigan usullardan yana biri bu o‘quvchilarning mustaqil ishlaridir. O‘quvchilarning mustaqil ishlarida misol va masalalar yechishni mashq qilish, teorema isbotlarini turli xil usullarda bajarish (agar imkoni bo‘lsa), mavzu mazmuniga qarab natijaviy formulalarni chiqarish va unga doir misollar yoki masalalarni tadbiq qilish kabi o‘quv metodik ishlar amalga oshiriladi. Masalan, o‘qituvchi sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechishdan oldin kasrli sonlar ustida 4 amalga doir misollarda vazifa qilib berish, o’nli kasrlarga doir sodda, 1-darajali bir noma’lumli tenglamalarni yechishga doir bo’lgan misollardan ishlab kelishni mustaqil ish sifatida bersa o’quvchilarni yangi mavzu bo’yicha oladigan bilimlari chuqur va mantiqiy ketma-ketlikga ega bo’ladi. O‘qituvchi har bir o‘quvchini qo‘yilgan topshiriq mazmunini ochishdagi xato va kamchiliklarini to‘g‘rilab borishi lozim bo‘ladi.Shundagina mustaqil ishlash usuli orqali o‘quvchilar bilimini chuqurlashtirish mumkin bo‘ladi.

O‘tilgan mavzuni mustahkamlash deganda biz asosan o‘quv materialini nazariy ma’lumotlarini takrorlash hamda o‘quvchilarni o‘tilgan mavzu materiallari yuzasidan malaka va ko‘nikmalarini shakllantirish uchun misol, masalalar yechish orqali o‘tilgan darslarini takrorlab mustahkamlashni tushunamiz. O‘tilgan materialni takrorlash ilgari olingan bilimlarni yangilashga, o‘tilgan mavzu mazmuniga umumiyroq nuqtai-nazardan qarashga yordam beradi.

O‘tilgan mavzu mazmunini mustahkamlashda asosan quyidagilarga e’tibor berish kerak.

1. Yangi mavzu mazmunida ishlatilgan asosiy tushunchalarni o‘quvchilar tomonidan o‘zlashtirilganlik darajasi.
2. Yangi mavzudagi teorema yoki uning isbotini o‘quvchilar tomonidan aytib berilishi darajasi.
3. Yangi mavzuda o‘rganilgan teorema va formulalardan misol, masalalar yechishda o‘quvchilarning foydalana olish darajasi.
4. O‘quvchilarning yangi mavzu mazmunini kundalik hayotda uchraydigan elementar muammolarga tadbiq qilish darajasi.

O‘quvchilarni bilim, ko‘nikma va malakalarini tekshirish o‘tilgan materiallar yuzasidan og‘zaki so‘rash yoki yozma ish olish usuli bilan aniqlanadi.

Bunday tekshirish darslarini o‘tkazish o‘qituvchi tomonidan bir hafta oldin e’lon qilinib, o‘quvchilarga og‘zaki so‘raladigan mavzu materiallari va ular asosida o‘qituvchi tomonidan tuzilgan savollar ketma-ketligi beriladi.

Agar tekshiruv darsi yozma ish orqali o‘tkaziladigan bo‘lsa, bunda ham yozma ish variantida tushadigan misol va masalalar qaysi mavzularga taalluqligi o‘qituvchi tomonidan bir hafta oldin aytib qo‘yiladi.

3-§. Matematika darslarida sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglama va masalalarni roli va uning o'rni.

$y=[x]$ funksiyaning arifmetik masalalar yechishga tadbiqi.

Biz sonning butun qismi belgisi ostida qatnashgan funksiyaning arifmetikaga tadbiqini ko'rishdan avval kelgusida qo'llaniladigan bir necha xossalarni keltiramiz.

1-xossa. Sonning burun qismi uchun ushbu

$$[x+n]=[x]+n$$

munosabat o'rinli.

Isboti: Ma'lumki,

$$x=[x]+\{x\}$$

bo'lgani uchun

$$[x+n]=[[x]+n+\{x\}].$$

bo'lib, bundan

$$[x+n]=[x]+n$$

kelib chiqadi.

2-xossa. Sonning burun qismi uchun ushbu

$$[x+y]\geq[x]+[y]$$

tengsizlik o'rinli.

Isboti. Har qanday son o'zining butun va kasr qismlari yig'indisidan iborat bo'lgani uchun

$$x=[x]+\{x\} \quad \text{va} \quad y=[y]+\{y\}$$

tengliklar o'rinli bo'lib, bu tengliklarga ko'ra

$$x+y=[x]+[y]+\{x\}+\{y\}$$

va

$$[x+y]=[[x]+[y]+\{x\}+\{y\}]$$

Ammo $[x]+[y]$ – butun son bo'lgani uchun 1-xossaga ko'ra

$$[x+y]=[x]+[y]+[\{x\}+\{y\}]$$

Son tuzilishining ta'rifiga ko'ra

$$0\le\{x\}<1 \quad \text{va} \quad 0\le\{y\}<1$$

Shuning uchun

$$0\le\{x\}+\{y\}<2$$

Bu tengsizlikdan $[\{x\}+\{y\}]$ idodaning qabul qiluvchi qiymatlari 0 yoki 1 dan iborat bo'lgani uchun isbotlanishi talab etilgan

$$[x+y]\ge[x]+[y]$$

tengsizlikning o'rinli bo'lishini ko'ramiz.

3-xossa. Har qanday n nomanfiy butun soni uchun ushbu

$$[nx]\ge n[x]$$

tengsizlik o'rinli.

Isboti: Har qanday son o'zining butun va kasr qismlari yig'indisidan iborat bo'lgani uchun

$$x=[x]+\{x\}; \quad nx=n[x]+\{nx\}; \; [nx]=[n[x]+n\{x\}]$$

tengliklar o'rinli.

Bu tengliklarning iuchinchisida $n[x]$ butun son bolhgani uchun 1-xossaga ko'ra

$$[nx]=[n[x]+[n\{x\}]]$$

Son tuzilishining ta'rifiga ko'ra

$$0\le\{x\}<1$$

bo'lgani uchun , bu holda

$$0\le n\{x\}<n$$

bo'lib, $[n\{x\}]$ soninig mumkin bo'lgan qiymatlari: *0 ,1, 2, 3 , … ,n-1* dan iborat.

Shuning uchun

$$[nx]\ge n[x]$$

tengsizlik o'rinli.

Endi yuqoridagi xossalarni e'tiborga olgan holda arifmetik misollar yechishda keng radbiq etiladigan $y=[x]$ funksiyaning ba'zi imkoniyatlarini keltiramiz.

M i s o l. 1, 2, 3, …, 32 sonlar qatorida nechta son 2, 3 va 5 sonlariga bo'linmaydi?

Ko'rsatilgan sonlar uchun Lejandirning $B(32;\ 2,3,\ 5)$ sonini hisoblaymiz.

$$B(32;\ 2,3,\ 5)=32-\left(\left[\frac{32}{2}\right]+\left[\frac{32}{3}\right]+\left[\frac{32}{5}\right]\right)+\left(\left[\frac{32}{2\cdot 3}\right]+\left[\frac{32}{3\cdot 5}\right]+\left[\frac{32}{5\cdot 2}\right]\right)-\left[\frac{32}{2\cdot 3\cdot 5}\right]=$$
$$=32-(16+10+6)+(5+3+2)-1=9$$

Haqiqatdan ham, bu sonlar : 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 bo'lib, ularning umumiy soni 9 ta.

Endi arifmetik xarakterdagi bir qator misollarni ko'ramiz.

$1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 2006\cdot 2007\,(=2007!)$ soni nechta nol bilan tugaydi.

Yechish: Yuqoridagi keltirilgan mulohazaga ko'ra $2004!$ soni tartibiga 5 soni

$$\left[\frac{2007}{5}\right]+\left[\frac{2007}{5^2}\right]+\left[\frac{2007}{5^3}\right]+\left[\frac{2007}{5^4}\right]+\left[\frac{2007}{5^5}\right]+\left[\frac{2007}{5^6}\right]+\ldots=401+80+16+3+0+\ldots=500$$

daraja bilan kirgani uchun $1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 2006\cdot 2007\,(=2007!)$ ko'paytma 500 ta nol bilan tugaydi.

Javob: 500.

2-misol. 500 soni 2 ning qanday eng yuqori darajasiga bo'linadi.

$$\left[\frac{500}{2}\right]=[250]=250\,.$$

Javob: 250.

3-misol. 500! soni 7 ning qanday eng yuqori darajasiga bo'linadi.

$$\left[\frac{500}{7}\right]+\left[\frac{500}{7^2}\right]+\left[\frac{500}{7^3}\right]=71+10+1=82\,.$$

Javob: 82.

4-misol. 500! soni 5 ning qanday eng yuqori darajasiga bo'linadi.

$$\left[\frac{500}{5}\right]+\left[\frac{500}{5^2}\right]+\left[\frac{500}{5^3}\right]+\left[\frac{500}{5^4}\right]=100+20+4=124\,.$$

Javob: 124.

5-misol. n! soni 2^n ga bo'linmasligini isbotlang.

Isbot. 5-teoremaga ko'ra p soni n! yoyilmaga

$$k_m=\left[\frac{n}{p}\right]+\left[\frac{n}{p^2}\right]+\left[\frac{n}{p^3}\right]+\ldots+\left[\frac{n}{p^m}\right]$$

daraja bilan kiradi. Bu yerda $p^m\le n,\ p^{m+1}>n$. Bundan, agar $n>k$ bo'lsa n! soni 2^k ga bo'linadi va 2^n ga bo'linmaydi. Shu sababli $n>k$ ekanligini ko'rsatishimiz kifoya.

$\left[\frac{n}{2}\right]\le\frac{n}{2}, \left[\frac{n}{2^2}\right]\le\frac{n}{2^2}, \ldots, \left[\frac{n}{2^m}\right]\le\frac{n}{2^m}$ bo'lib, $k\le\frac{n}{2}+\frac{n}{2^2}+\frac{n}{2^3}+\ldots\frac{n}{2^m}$. U holda

$$k\le\frac{n}{2}+\frac{n}{2^2}+\frac{n}{2^3}+\ldots\frac{n}{2^m}+\frac{n}{2^{m+1}}+\ldots=\frac{\frac{n}{2}}{1-\frac{1}{2}}=n.$$

Demak, $n>k$ bo'lgani uchun n! soni 2^n ga bo'linmaydi.

6-misol. $\left[\frac{n+1}{2}\right]+\left[\frac{n+2}{4}\right]+\left[\frac{n+4}{8}\right]$ ifodaning qiymatini toping, bu yerda n natural son va $n<8$.

Yechish. Ifodaning ko'rinishini o'zgartiramiz.

$$\left[\frac{n+1}{2}\right]+\left[\frac{n+2}{4}\right]+\left[\frac{n+4}{8}\right]=\left[\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right]+\left[\frac{n}{4}+\frac{1}{2}\right]+\left[\frac{n}{8}+\frac{1}{2}\right]=$$

$$=\left[2\frac{n}{2}\right]-\left[\frac{n}{2}\right]+\left[2\frac{n}{4}\right]-\left[\frac{n}{4}\right]+\left[2\frac{n}{8}\right]-\left[\frac{n}{8}\right]=[n]-\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n}{2}\right]-\left[\frac{n}{4}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]-\left[\frac{n}{8}\right]=[n]=n$$

Demak, $\left[\frac{n+1}{2}\right]+\left[\frac{n+2}{4}\right]+\left[\frac{n+4}{8}\right]=n$.

a) raqamlarga oid masalalar;

Sonnig butun va kasr qismin tipish amali amaliy va metodik xarakterga ega bo'lgan ko'plab masalalarni qarash imkoniyatini yaratadi. Bunday masalalarni yechish jarayonida o'quvchilardan standart bo'lmagan usullarni qo'llashni talab qiladi va ularning tadqiqot qilish qobiliyatlarini o'stiradi. Endi $y=[x]$ funksiyaning turli xossalarini qo'llashga asoslangan bir qator arifmetik mazmundagi masalalarni qarab chiqamiz.

1-masala. N sonidan boshlab M $(M>N)$ sonigacha bo'lhan barcha natural sonlar yozilgan. Bu sonlarni yozishda nechta raqam kerak bo'lganligini aniqlang.
Izlanayotgan miqdorni N va M ning funksiyasi sifatida aniqlang.

Yechilishi. N va M sonlari mos ravishda

$$n=[\lg 10N] \text{ va } m=[\lg 10M]$$

raqamlarga ega. 1 dan N sonigacha bo'lgan barcha sonlarni qator yozishda qancha raqam zarur bo'lganligini aniqlaymiz.

l ta raqamga ega bo'lgan hamma sonlar soni

$$\underbrace{999\ldots99}_{l\ ta\ raqam}-\underbrace{999\ldots99}_{(l-1)\ ta\ raqam}=9\cdot 10^{l-1}$$

U holda izlangan raqamlar soni

$$s=9+2\cdot 9\cdot 10+3\cdot 9\cdot 10^2+\cdots+9(n-1)\cdot 10^{n-2}+na\,,$$

bu yerda a soni N sonidan ortmaydigan $n-$xonali sonlarning soni.

Demak,

$$a=N-\underbrace{999\ldots99}_{n-1\ ta\ raqam}=N+1-10^{n-1},$$

$$s=9\left[1+2\cdot 10+3\cdot 10^2+\cdots+(n-1)\cdot 10^{n-2}\right]+na$$

Hisoblashlarni bajaramiz.

$$s_1=1+2\cdot 10+3\cdot 10^2+\cdots+(n-1)\cdot 10^{n-2}.$$

$$10s_1-s_1=9s_1=(n-1)\cdot 10^{n-2}-\left(1+10+10^2+\cdots 10^{n-2}\right)=(n-1)\cdot 10^{n-2}-\frac{10^{n-1}-1}{9},$$

$$s=9s_1+na=n(N+1)-\frac{10^n-1}{9}$$

Xuddi shu tarzda 1 dan M gacha bo’lgan sonlarni yozish uchun

$$t=m(M+1)-\frac{10^m-1}{9}$$

ta raqam zarurligini aniqlashimiz mumkin.

Shuning uchun $N+1$ sonidan M sonigacha bo’lgan sonlarni yozish uchun zarur bo’lgan raqamlar soni

$$t-s=m(M+1)-n(N+1)-10^n\cdot\frac{10^{m-n}-1}{9}$$

Shu bilan birga N sonini yozish uchun $n=[\lg 10N]$ ta raqam lozim bo’ladi.

Keltirilgan mulohazalardan N sonidan boshlab M $(M>N)$ sonigacha bo’lhan barcha natural sonlarni yozish uchun

$$t-s+n=m(M+1)-nN-10^n\cdot\frac{10^{m-n}-1}{9}$$

ta raqam lozim, bu yerda $n=[\lg 10N]$, $m=[\lg 10M]$.

2-masala. $n-$darajasi m xonali son bo’ladigan son necha xonali bo’lishini aniqlang.

Yechilishi. Ikki a va b ko'payruvchining ko'payitmasi $c = ab$ sonining raqamlari soni har bir ko'paytuvchi raqamlarining yig'indisindisiga teng yoki undan bitta kam bolishini isbotlaymiz.

$c = ab$ bo'lgani uchun

$$\lg a + \lg b = \lg c$$

ekanligidan

$$[\lg c] = [\lg a + \lg b] \geq [\lg a] + [\lg b]$$

bo'lib,

$$[\lg c] - [\lg a] - [\lg b] = 0 \text{, yoki } [\lg c] - [\lg a] - [\lg b] = 1,$$

chunki har qanday haqiqiy x va y sonlari uchun

$$[x + y] - [x] - [y] = 0 \text{, yoki } [x + y] - [x] - [y] = 1$$

ekanligini isbotlash mumkin.

Ammo a, b va c sonlarining raqamlari mos ravishda

$$[\lg a] + 1,\ [\lg b] + 1 \text{ va } [\lg c] + 1$$

bo'lishi mumkin. U holda har ikkala ko'paytuvchilarning birgalikdagi raqamlari soni

$$[\lg a] + [\lg b] + 2$$

ta , ularning ko'payitmasi $c = ab$ sonining raqamlari soni esa

$$[\lg c] + 1$$

ta bo'lib, bu tengliklar yuqorida keltirilgan milohazaning haqiqarligini tasdiqlaydi.

II. Agar son yozuvda k xinali bo'lsa, u holda yuqorida isbotlangan mulohazani ketma ket tadbiq etib, bu sonning $n-$ darajasi $(nk - n + 1)$ ta raqamdan tortib, nk tagacha raqamgacha bo'lishini ko'ramiz, chunki $n-$ darajani hisoblashda $(n-1)$ ta ko'paytuvchi ishtirok etadi, ya'ni xonalar soni $nk - i$ sonlaridan biriga teng, bu yerda $i = 0,1,2,...,n-1$.

U holda masala shartiga ko'ra

$$m = nk - i$$

Bundan

$$k=\frac{m+i}{n},$$

bu yerda i eng kichik nomanfiy son bo'lib, m sonini n ga karrali bo'lgan songacha to'ldiradi. U holda

$$k=\left[\frac{m+n-1}{n}\right]$$

ekanligini isbotlash qiyin emas, ya'ni natural sonning $n-$darajasi m xonali son bo'lsa, uning o'zi k ta raqamga ega bo'ladi.

3-masala. Hech bo'lmaganda noldan farqli ikkita bir xil raqamlar bilan tugaydigan va berilgan N sonidan ortmaydigan barcha natural sonlar yig'indisini toping.

Yechilishi. I. Masala shartida qaralayotgan sonlardan tuzilgan ketma ketlikning umumiy hadi

$$a_n=11n+\left[\frac{n-1}{9}\right],\ n=1,2,3,... \quad (1)$$

formulaga ega. Haqiqatdan ham, ixtiyoriy natural sonni

$$9k+b$$

ko'rinishda tasvirlash mumkin, bu yerda

$$k=0,1,2,3,...,\quad b=1,2,3,...,9.$$

U holda

$$n=9k+b$$

bo'lganda

$$a_n=11(9k+b)+\left[\frac{9k+b-1}{9}\right]=99k+11b+k=100k+11b=100k+\overline{bb}$$

bo'lib, a_n soni ikkita b raqami bilan tugaydi. Teskarisi , agar son ikkita bir xil nolga teng bo'lmagan raqam bilan tugasa, u hols\da bu son $100+\overline{cc}$ ko'rinishga ega bo'lib, bu son

$$100+\overline{cc}=99a+11c+a=11(9a+c)+\left[\frac{9a+c-1}{9}\right]=11n+\left[\frac{n-1}{9}\right]$$

kabi yozilishi mumkin. Shu bilan (1) formula isbotlandi va ketma ketlikdagi handing nomeri $n=9a+c$ ga tengligi ko'rsatildi, bu yerda c bu son oxirgi ikkita raqamlaridan biri.

II. masala shartida aytilgan sonlarning nechta bo'lishini aniqlaymiz. N sonining oxirgi ikkita raqami

$$M = N - 100\left[\frac{N}{100}\right]$$

sonini tashkil qiladi. Sonlar ketma ketligining har bir to'la yuzligida ketma ketligimizning 9 ta hadi mavjud. N sonidan ortmaydigan sonlar orasida $\left[\frac{N}{100}\right]$ ta yuzlik bo'lgani uchun, bular orasida ketma ketlikning $9\cdot\left[\frac{N}{100}\right]$ ta hadi bor. $100\cdot\left[\frac{N}{100}\right]$ va N sonlari orasida ikkita bir xil raqamlar bilan tugaydigan sonlarning soni $\left[\frac{M}{11}\right]$ ga teng bo'ladi. Shuning uchun u holda, bu sonlar umumiy soni

$$n = 9\left[\frac{N}{100}\right] + \left[\frac{M}{11}\right] = 9\left[\frac{N}{100}\right] + \left[\frac{N - 100\left[\frac{N}{100}\right]}{11}\right] = \left[\frac{N - \left[\frac{N}{100}\right]}{11}\right]$$

III. Endi

$$\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{k}{a}\right]$$

yig'indini hisoblaymiz, bu yerda $a-$berilgan natural son.

Ketma ket hisoblashlar bilan

$$\sum_{k=1}^{a-1}\left[\frac{k}{a}\right] = 0, \quad \sum_{k=a}^{2a-1}\left[\frac{k}{a}\right] = a, \quad \sum_{k=2a}^{3a-1}\left[\frac{k}{a}\right] = 2a, \ \ldots \ , \sum_{k=a[\frac{n}{a}]-a}^{a[\frac{n}{a}]-1}\left[\frac{k}{a}\right] = a\left(\left[\frac{n}{a}\right]-1\right), \quad \sum_{k=a\left[\frac{n}{a}\right]}^{n1}\left[\frac{k}{a}\right] = m\left[\frac{n}{a}\right].$$

ekanligiga ishonch hosil qilish qiyin emas, bu yerda m soni n sonidan ortmaydigan, berilgan a natural soniga bo'lishda butun son beradigan sonlarning soni bo'lib, bu $\left[\frac{n}{a}\right]$ ga teng va

$$m = n - a\left[\frac{n}{a}\right] + 1$$

Demak,

$$\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{k}{a}\right] = a\left\{1 + 2 + \ldots + \frac{n}{a} - 1\right\} + m\left[\frac{n}{a}\right] = \frac{1}{2}a\left(\left[\frac{n}{a}\right]-1\right)\left[\frac{n}{a}\right] + \left[\frac{n}{a}\right]\left(n - a\left[\frac{n}{a}\right] + 1\right) =$$

$$= \left[\frac{n}{a}\right]\left\{n + 1 - \frac{1}{2}a\left(\left[\frac{n}{a}\right] + 1,\right)\right\},$$

ya'ni

$$s=\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{k}{a}\right]=\left[\frac{n}{a}\right]\left\{n+1-\frac{1}{2}a\left(\left[\frac{n}{a}\right]+1,\right)\right\}.$$

IV. Izlangan yig'indini hisoblaymiz.

$$s=\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}\left(11k+\left[\frac{k-1}{9}\right]\right)=11\sum_{k=1}^{n}k+\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{k-1}{9}\right]=\frac{11n(n+1)}{2}+\sum_{k=1}^{n-1}\left[\frac{k}{9}\right]=$$
$$=\frac{11n(n+1)}{2}+\left[\frac{n-1}{9}\right]\left\{n-\frac{9}{2}\left(\left[\frac{n-1}{9}\right]+1\right)\right\}.$$

bu yerda

$$n=\left[\frac{N-\left[\frac{N}{100}\right]}{11}\right].$$

4-masala. Dastlabki N ta natural sonlar berilhan. Bu sonlar orasidan eng kamida nechta son olinganda ixtiyoriy tartibda tanlangan sonlar orasidan hech bo'lmaganda olingan ikkita sondan biri ikkinchisiga doimo karrali bo'lsin.

Yechilishi. I . Agar birinchi N ta $1,2,3,....,N$ natural sonlar orasidan ixtiyoriy tartibda

$$\left[\frac{N+3}{2}\right]$$

ta son olinsa, u holda tanlangan sonlar orasida doimo biri ikkinchisiga bo'linadigan hech bo'lmaganda ikkita son topilishini isbotlaymiz. Tanlab olingan sonlardan faqat hamma juft sonlarni qaraymiz. Chunki berilgan sonlar orasida hammasi bo'lib, faqat $\left[\frac{N+1}{2}\right]$ ra toq sonlar bo'lgani uchun hech bo'lmaganda bitta juft son topilishi tabiiy. Bu juft sonlarni 2 ning shunday darajalariga bo'lamizki, bunda bo'linma toq sin bo'lib qolsin. Hosil bo'lgan bo'linmalarni tanlab olingan toq sonlarga birlashtirib, har biri N sonidan ortmaydigan $\left[\frac{N+3}{2}\right]$ ta toq sonlarni hosil qulalamiz. Hammasi bo'lib, N sonidan ortmaydigan $\left[\frac{N+1}{2}\right]$ ta musbat toq sonlar bo'lgani uchun , toq sonlar majmuasida hech bo'lmaganda ikkita bir xil toq sonlar mavjud. Ammo busonlarning har biri toq sonlar orasidan yoki 2 ning darajalariga bo'lishdan hosil qilingan. U holda tanlab olingan sonlardan biri ikkinchisiga bo'linadi.

II. N ta $1, 2, 3, ..., N$ natural sonlar orasidan $\left[\frac{N+1}{2}\right]$ ta sonni tanlash mumkinki, tanlangan sonlar orasida biri ikkinchisiga bo'linadigan hech bir juftlik mavjud bo'lmasligini isbotlaymiz.

Berilgan sonlar orasidan quyidagi sonlarni qaraymiz.

$$\left[\frac{N+1}{2}\right], \left[\frac{N+3}{2}\right], \ldots, 2\left[\frac{N+1}{2}\right]\text{-1}$$

Bu sonlarning soni $\left[\frac{N+1}{2}\right]$ ta. Bu sonlar orasida biri ikkinchisiga bo'linadigan sonlar mavjud emas. Shu bilan birga olingan sonlardan ixtiyoriy rkkitasidan kattasining kichigiga nisbati 1 dan katta, ammo 2 dan kichik ekanligini ko'rish qiyin emas. Shuning uchun masalaning javobi

$$\left[\frac{N+3}{2}\right]$$

5-masala. Ushbu

$$\left[\frac{x}{a}\right] = \left[\frac{x}{a+k}\right]$$

tenglamaning butun musbat yechimlari sonini toping, bu yerda a va k natural sonlar.

Yechilishi. Berilgan tenglamada

$$\left[\frac{x}{a}\right] = \left[\frac{x}{a+k}\right] = l$$

belgilash kiritilsa, u holda

$$x \geq 1,\ l = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ .\ .\ .$$

bo'lgani uchun

$$l \leq \frac{x}{a+k} < \frac{x}{a} < l+1$$

$$l \leq \frac{x}{a+k} \quad \text{shatdan} \quad x \geq al + lk$$

va

$$\frac{x}{a} < l+1 \quad \text{shartdan} \quad x < al + a$$

munosabatlar kelib chiqadi. Nihoyat o'z navbatida bu munosabatlardan

$$al + lk \le x < al + a$$

munisabat kelib chiqadi, bu yerda $lk < a$.

Teskarisi, agar x

$$al + lk \le x < al + a$$

tengsizlikni qanoatlantirsa, u holda o’rniga qo’yish bilan x berilgan tenglamani ham qanoatlantirishini isbotlash qiyin emas.

Shuning uchun $l = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ .\ .$. ning qiymatlarida

$$al + lk \le x < al + a$$

tengsizlikni qanoatlantirubchi barcha x larning to’plami berilgan tenglamani ham qanoatlantiradi. Bu yechimlarning sonini aniqlaymiz. l ga $kl < a$ dan boshqa hech qanday cheklanish qo’yilmaganligi uchun , l ning mumkin bo’lgan maksimal qiymati $\left[\frac{a}{k}\right]$ dan iborat.

U holda,

agar $a \le k$ bo’lsa, u holda $l = 0.$;

agar $a > k$ bo’lsa, u holda $l = 0, 1, 2, \ldots, \left[\frac{a}{k}\right]$; ;

berilgan tenglamaning yechimi bo’lib,

$$al + lk \le x < al + a$$

ko’rinishdagi oralikdagi x ning qiymatlari bo’ladi. Bu oraliklarning har birida x yechim $a - lk$ ta qiymatga ega. U holda berilgan tenglamaning barcha yechimlari soni

$$s = \sum_{l=0}^{\left[\frac{a}{k}\right]} (a - lk) = a\left(\left[\frac{a}{k}\right] + 1 \right) - k\sum_{l=0}^{\left[\frac{a}{k}\right]} l = a\left(\left[\frac{a}{k}\right] + 1 \right) - \frac{1}{2}k\left[\frac{a}{k}\right]\left(\left[\frac{a}{k}\right] + 1 \right) =$$
$$\left(\left[\frac{a}{k}\right] + 1 \right)\left(a - \frac{1}{2}\left[\frac{a}{k}\right]k \right)$$

Javob: $\left(\left[\frac{a}{k}\right] + 1 \right)\left(a - \frac{1}{2}\left[\frac{a}{k}\right]k \right)$

1-masala. Aka ukalar bo’lib, ukaning yoshi 8 dan katta emas, ammo 7dan kichik emas.agar ukaning to’liq yoshlarini 2 marta orttirib, to’liq bo’lmagan yoshlarini (ya’ni oylarni) 3 marta orttirib qo’shilsa yig’ndi akaning yoshida teng bo’ladi. Agar aka ukalarning ja’mi yoshlari 21 yilu 8 oy bo’lsa, aka va ukaning yoshlarini oylargacha ko’rsating.

Yechilishi. $x-$yillar va oylar bo’yicha ukaning yoshi bo’lsa,
u holda

$[x]-$ to’liq yillar bo’yicha yoshini,

$\{x\}-$ to’liq bo’lmagan yillar (oylar) bo’yicha yoshini

bildiradi. U holda masala shartiga ko’ra ukaning yoshi $[x]+\{x\}$ va akaning yoshi $2[x]+3\{x\}$ yilu-oylarni tashkil etganligi uchun, aka ukalar yoshlarining ja’mi yoshlari

$$2[x]+3\{x\}+[x]+\{x\}=21\frac{2}{3},$$

ya’ni

$$3[x]+4\{x\}=21\frac{2}{3}$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamadan

$$[x]=7,\ \{x\}=\frac{2}{12}$$

yechimlarni topamiz. Bu yechimga ko’ra ukaning yoshi 7 yilu 2 oy, akaning yoshi 21 yilu 6 oyni tashkil etadi.

2-masala. Arqonning to’la metrlarda hisoblangan qismi, uning to’la bo’lmagan sanrimetrlarda hisoblangan qismidan 4 marta katta. Arqon maksimal qanday uzunlikka ega bo’lishi mumkin?

Yechilishi. x (santimetrlarda) arqonning uzunligi bo’lsin.

$$x=[x]+\{x\}$$

ekanligini e’tiborga olsak, bu yerda $[x]-$ arqonning to’la metrlardagi uzunligi, $\{x\}-$ arqonning to’liq bo’lmagan metrlardagi , ya’ni santimetrlardagi uzunligi bo’ladi. Masala shartiga ko’ra

$$4\{x\}=[x]$$

Bundan

$$\{x\}=\frac{[x]}{4}$$

Son kasr qismining qiymatlari $\{x\} \in [0,1[$ shartni qanoatlantirganligi uchun

$$\frac{[x]}{4} \in [0,1[, \text{ yoki } [x] \in [0,4[$$

Arqonning uzunligi eng katta bo'lishi uchun $[x]$ eng katta qiymatni qabul qilishi lozim, ya'ni

$$[x] = 3$$

bo'lishi kerak. U holda

$$\{x\} = \frac{3}{4}$$

Demak, maksimal uzunlikka ega bo'lgan arqonning uzunligi 3 metru 75 santimetr.

3-masala. Yo'lovchi 5 *km/soat* tezlik bilan harakatlanib, har 4 *km* masofa o'tgandan keyin dam oladi. To'rtinchi dam olish uchun to'xtash vaqtidan tashqari barcha dam olish uchun to'xtash vaqtlari 10 *minut* davom ethan, to'rtinchi dam olish vaqti esa 1 *soat*ni tashkil etgan. Agar yo'lovchi ertalab soat 4 da yo'lga tushgan bo'lsa va kunning o'rtasida manzilga yetib kelgan bo'lsa, u qancha masofani bosib o'tgan?

Yechilishi. Yo'lavchi bosib o'tgan masofani x *km* bilan belgilaymiz. U holda barcha dam olish uchun to'xtashlar soni $\left[\frac{x}{4}\right]$ ga teng bo'lib, dam olish vaqtlari soatlarda

$$\left\{\left[\frac{x}{4}\right]-1\right\}\frac{1}{6}+1$$

ni, va nihoyat harakatlanish vaqti soatlarda

$$8-\left\{\left[\frac{x}{4}\right]-1\right\}\frac{1}{6}-1 = 7\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\left[\frac{x}{4}\right]$$

ni tashkil qiladi.

Harakatning $s = vt$ qonuni bo'yicha

$$x = 5\left\{7\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\left[\frac{x}{4}\right]\right\},$$

ya'ni

$$x = 35\frac{5}{6}-\frac{5}{6}\left[\frac{x}{4}\right]$$

tenglamani yozamiz.

Bundan

$$\left[\frac{x}{4}\right]=\frac{215-6x}{5},$$

yoki

$$\frac{215-6x}{5}\le\frac{x}{4}<\frac{215-6x}{5}+1$$

Qiyin bo'lmagan shakl almashtirishlar bajarib, bu tengsizlikning yechimi

$$\frac{215}{29}\le\frac{x}{4}<\frac{220}{29},$$

yoki

$$7{,}4...\le\frac{x}{4}<7{,}5...$$

ekanligini aniqlaymiz.

Demak,

$$\left[\frac{x}{4}\right]=7$$

va bundan esa yo'lovchining bosib o'tgan masofasini toppish uchun

$$\frac{215-6x}{5}=7$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamani yechib, $x=30\ \ km$ ekanligini aniqlaymiz.

Javob: $x=30\ \ km$.

Masalada yechilgan tenglama

$$\left[\frac{ax+b}{n}\right]=\frac{a_1x+b_1}{n_1}$$

ko'rinishda bo'lib, masalalar yechish jarayonida

$$\left[\frac{ax+b}{n}\right]=\left[\frac{a_1x+b_1}{n_1}\right]$$

ko'rinishdagi tenglamalar ham uchraydi.

II-BOB. MATEMATIKA DARSLARIDA SONNING BUTUN VA KASR QISMI QATNASHGAN TENGLAMALARNI YECHISH METODIKASI

1-§. Sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish metodikasi.

Biz sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni o'quvchilarga o'rgatishdan oldin tenglama va uni yechish metodikasini tenglama,uning turlari hamda ularni yechish metodikasi ustida o'quvchi talabalarga ma'ruza shaklida ma'lumot berib o'tishimiz lozim bo'ladi.

Tenglama tushunchasi maktab matematika kursida konkret-induktiv metod orqali kiritiladi. O'quvchilar IV sinfgacha natural sonlar ustida ta'rifsiz to'rt amalni bajarishni o'rganadilar, so'ngra o'quvchilarga qo'shish, ayirish, bo'lish amallarida qatnashayotgan komponentlardan ikkitasi ma'lum bo'lganda noma'lum qatnashayotgan komponentni topish o'rganiladi. Bunda ana shu topilishi kerak bo'lgan komponentni harf bilan belgilanadi. Masalan, qanday songa 4 ni qo'shsak, 7 soni hosil bo'ladi? ($x + 4 = ?$). Qanday sondan 8 ni ayirsak, 10 soni hosil bo'ladi? (x–8=10?). Qanday sonni 5 ga bo'lsak, 7 soni hosil bo'ladi? ($x : 5 = 7$?), 18 soni qanday songa bo'linsa, 3 soni hosil bo'ladi? (18:x=3?). Shu xildagi savollar asosida harfiy ifoda qatnashgan to'rt amalga doir tengliklarni hosil qilishimiz mumkin. O'quvchilar $x + 4 = 7$ tenglikdagi noma'lum x sonini topishni ayirish mavzusidan biladilar, ya'ni "noma'lum qo'shiluvchini topish uchun yig'indidan ma'lum qo'shiluvchini ayirish kerak" degan qoidaga ko'ra berilgan $x + 4 = 7$ tenglikdagi noma'lum sonni quyidagicha topadilar: x=7–4=3. Ana shu fikrlarni o'quvchilarga tushuntirib, so'ngra x+4=7 tenglik matematika kursida tenglama deb atalishini, so'ngra unga berilgan quyidagi ta'rifni keltirish mumkin.

Ta'rif. *Noma'lum son qatnashgan tenglik tenglama deyiladi.*

$$x + 4 = 7;\ x - 5 = 9;\ 12 - x = 6{,}27;\ x = 9;\ x : 8 = 7 \ldots .$$

Tenglama deb qaralayotgan tengliklarda noma'lum sonlar x, y, z. ... harflar bilan belgilanadi. Tenglamani yechish degan so'z uning hamma ildizlarini topish demakdir, boshqacha qilib aytganda, noma'lumning tenglamani chap qismini uning o'ng qismiga teng qiladigan qiymatni topish tenglamani yechish deb ataladi. Masalan, x+4=7 tenglama, x=3 soni uning ildizidir, chunki tenglamaning ildizigina berilgan tenglikni to'g'ri tenglikka aylantira oladi.

T a' r i f. *Nomalum sonning topilgan qiymati berilgan tenglamaning yechimi yoki ildizi deyiladi.*

Bundan ko'rinadiki, noma'lumning tenglamani ikkala qismini son jihatidan teng qiladigan qiymati tenglamaning ildizi yoki yechimi bo'lar ekan. Demak, x=3 yechim bo'lgani uchun 3+4=7 bo'ladi. IV sinf o'quvchilariga bir noma'lumli tenglamalarni yechish uchun quyidagi qoida o'rgatiladi:

1. Agar berilgan tenglamada noma'lum son kamayuvchi bo'lsa, u quyidagi qoidaga ko'ra topiladi. *Noma'lum kamayuvchini topish uchun ayriluvchi bilan ayirmani ko'shish kerak.* Umumiy holda $x–b =c$ bo'lsa, $x=b+c$ bo'ladi.

2. Agar berilgan tenglamada noma'lum son ayiriluvchi bo'lsa, u quyidagi qoidaga ko'ra topiladi. *Noma'lum ayiriluvchini topish uchun kamayuvchidan ayirmani ayirish kerak.* Umumiy holda: $a – x =c$ bo'lsa, $x = a – c$ bo'ladi.

3. Agar berilgan tenglamada noma’lum son ko‘payuvchilardan biri bo‘lsa, u quyidagi qoidaga ko‘ra topiladi. *Nomalum ko‘payuvchini topish uchun ko‘paytmani ma’lum ko‘payuvchiga bo‘lish kerak.* Umumiy holda: $a \cdot x = c$ bo‘lsa. $x=c:a$ bo‘ladi.

4. Agar berilgan tenglamada noma’lum son bo‘luvchi bo‘lsa, u holda u quyidagi qoidaga ko‘ra topiladi. *Noma’lum bo‘luvchini topish uchun bo‘linuvchini bo‘linmaga bo‘lish kerak.* Umumiy holda $a : x = c$ bo‘lsa, $x = a : c$ bo‘ladi.

5. Agar berilgan tenglamada noma’lum son bo‘linuvchi bo‘lsa, u quyidagi qoidaga ko‘ra topiladi. *Noma’lum bo‘linuvchini topish uchun bo‘linmaga bo‘luvchini ko‘paytirish kerak.* Umumiy holda $x : a = c$ bo‘lsa, $x = a \cdot c$ bo‘ladi.

6. V sinf matematika kursida manfiy sonlarni ayirish mavzusi o‘tiladi, bunda berilgan yig‘indi va qo‘shiluvchilardan biriga ko‘ra ikkinchi qo‘shiluvchi topiladi. Masalan, $x+(-5)=12$ tenglik berilgan bo‘lsin. x ni topish uchun tenglikni har ikki qismiga 5 sonni qo‘shamiz, $x+(-5)+5=12+5$, $x=17$. Bundagi 17 soni 12 va -5 sonlarining ayirmasidir, ya’ni 12–(–5)=12+5=17. Javobning to‘g‘riligini qo‘shish amali orqali tekshiriladi: 17+(-5)=12. Agar x+(-5)=12 tenglikka IV sinfdagi berilgan tenglama ta’rifini qo‘llasak, $x+(-5)=12$ tenglik tenglama bo‘lib hisoblanadi. Bu yerdagi $x=17$ soni esa $x+(-5)=12$ tenglamaning ildizi bo‘ladi. Yuqoridagi yechish bosqichlariga ko‘ra $x+a=o$ yoki $-x+a=o$ ko‘rinishdagi tenglamalarni yechish qoidasini chiqarish mumkin. $x+a=b$ yoki $-x+a=b$ ko‘rinishdagi har qanday tenglamani yechish uchun ularning chap va o‘ng qismlariga birgina $-a$ sonini qo‘shish kifoya. $(x+a=b) => [x+a–a=b–a) => (x=b–a);$

$(–x+a=b) => (–x+a–a=b–a) => (–x=b–a) => (x=a–b).$

M i so l l a r: 1) $y+9=–5$ 2) $x– 3=–17.$

$y+9–9=–5–9$ $x–3+3=–17+3$

$y=–14.$ $x=–14.$

3) $4 – (2,8 – x) = 1,5$ Tekshirish:

$4 – 1,5 = 2,8–x$ $4 - (2,8 – 0,3) = 1,5$

$-2,8 + 2,5 = 2,8 – 2,8– x$ $1,5 = 1,5.$

$-x = -0,3 => x = 0,3.$

Shu misollardan keyin tenglama tuzishga olib keladigan masalalarni yechish foydali bo‘ladi.

1 - m a s a l a. Savatda bir necha qo‘ziqorin bor edi. Unga yana 27 ta qo‘ziqorin solinganidan keyin qo‘ziqorinlar 75 ta bo‘ldi. Savatda nechta qo‘ziqorin bo‘lgan?

Yechish. Savatdagi bor qo‘ziqorinlar sonini x bilan belgilaymiz. U holda shartga muvofiq $x+27=75$ tenglamani tuzamiz.

Tenglamani yechish uchun bunday mulohaza yuritamiz: tenglikdagi noma’lum qo‘shiluvchini topish uchun yig‘indidan ma’lum qo‘shiluvchini ayirish kifoya, ya’ni $x=75–27=48$ (ta). Tenglama yechimini to‘g‘ri yoki noto‘g‘ri ekanligini bilish uchun tuzilgan tenglamadagi noma’lum x o‘rniga 48 sonini qo‘yib, uni hisoblaymiz. Agar tenglamaning chap qismida ham 75 chiqsa u to‘g‘ri yechilgan bo‘ladi. 48+27=75, 75=75. Demak, yechim to‘g‘ri ekan.

2- m a s a l a. O‘quvchida 81 tiyin bor edi. U bir necha tiyinga konfet oldi, shundan keyin unda 63 tiyin qoldi. Konfet qancha tiyin turadi?

Matematika fanida tenglik tushunchasi taqqoslash tushunchasi orqali quyidagicha tushuntiriladi: o‘rganilayotgan matematik ob’ektdagi narsalarning o‘zaro o‘xshash va farqli tomonlarini fikran aniqlash taqqoslash deyiladi. Ana shu o‘rganilayotgan narsalarning o‘xshash yoki farqli tomonlarini taqqoslaganda bir xil son qiymatiga ega bo‘lsa, u holda bu narsalar son jihatidan teng deb qaraladi, u tenglik (=) ishorasi bilan belgilanadi. Agar a va b sonlar o‘zaro teng bo‘lsa, u $a=b$ kabi belgilanadi, agar ular teng bo‘lmasa, $a\neq b$ kabi belgilanadi. Masalan, 3=3, 7+1=8, 9-6=3. ... . Xuddi shuningdek, $8\neq 9$, $3+5\neq 4$, ... kabi yoziladi.

Endigi bizni asosiy maqsad sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechish metodikasini o’quvchilarga ko’rsatishdan iboratdir.

$k[x]=x$ va $k\{x\}=x$ tenglamalarni yechish

Biz asosiy e’tiborimizni sonning butun va kasr qismi qatnashgan tenglama va tengsizliklarni yechishga qaratamiz.Bunday tenglamalarni yechish uchun birinchi navbatda uni $k\in R$ soni uchun $k[x]=x$ va $k\{x\}=x$ tenglamalarni yechishni qaraymiz.Buning uchun biz quyidagi algoritmik ishlarni bajaramiz:

a) $k[x]=x$ tenglamadan $[x]=\frac{x}{k}$ bo’lgani uchun $\frac{x}{k}\in Z$, ya’ni $x=kn,\ n\in Z$.

Ikkinchi tomondan esa

$$x-\{x\}=\frac{x}{k} \text{ yoki } \{x\}=x\left(1-\frac{1}{k}\right)$$

bo’lgani uchun $0\le x\left(1-\frac{1}{k}\right)<1$ bo’ladi.

Demak, bu tenglamani yechimi

$$\begin{cases} x=kn,\ n\in Z \\ 0\le x\left(1-\frac{1}{k}\right)<1 \end{cases}$$

munosabatlardan aniqlanadi.

1-misol. $5[x]=x$ tenglamani yeching.

$k=5$ bo’lgani uchun

$$\begin{cases} x=5n,\ n\in Z \\ 0\le 5n\left(1-\frac{1}{5}\right)<1 \end{cases}$$

munosabatlar bajarilishi yetarli. Bularda $0\le 4n<1$ bundan $n=0$ bo’lib, $x=0$ yagona yechimdir.

b) $k\{x\}=x$ tenglamadan $\{x\}=\frac{x}{k}\in[0,1)$ bo’lgani uchun

$$\begin{cases} x \in [0,k), & agar\ k > 0\ bo'lsa \\ x \in (k,0], & agar\ k < 0\ bo'lsa \end{cases}$$

munosabatlarni hosil qilamiz. Ikkinchi tomondan esa $\{x\} = x - [x]$ bo'lgani uchun qaralayotgan tenglama

$$[x] = \left(1 - \frac{1}{k}\right)x$$

tenglamaga, $[x] \in Z$ bo'lgani uchun

$$\frac{k-1}{k}x = n;\ \ x = \frac{nk}{k-1}$$

bo'ladi.

Ammo $x \in [0,k),\ k > 0\ \ va\ \ x \in (k,0],\ k < 0$ ekanligini e'tiborga olib, n ni $0 \le \frac{nk}{k-1} < k$, agar $k > 0$ bo'lsa, va $k < \frac{nk}{k-1} \le 0$, agar $k < 0$ bo'lsa munosabatlar orqali aniqlashimiz va qaralayotgan tenglamaning yechimini topishimiz mumkin.

2-misol. $5\{x\} = x$ tenglamani yeching.

Yechish: $k = 5 > 0$ bo'lgani uchun, tenglama yechimi $x = \frac{nk}{k-1} = \frac{5n}{4}$ ko'rinishda bo'lib, $0 \le \frac{5n}{5-1} < 5$ tengsizlik bajarilishi kerak. Bundan $0 \le n < 4$ bo'lgani uchun noma'lum x ning unga mos qiymatlari $0, \frac{5}{4}, \frac{5}{2}, \frac{15}{4}$ sonlaridan iborat.

3-misol. $x - [\sqrt{x}]^2 = n$ tenglamani yeching, bu yerda n-butun son.

Yechish. $\sqrt{x} = k$ bo'lsin, u holda $x = k^2 + n$ va $\sqrt{x} < k+1$ dan $x < (k+1)^2$ ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

Demak, $k^2 + n < (k+1)^2;\ \ n-1 < 2k$, bunda $k > \frac{n-1}{2}$ tengsizlikka kelamiz. Bu tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha k larning eng kichigi

$$k_{\min} = \left[\frac{n-1}{2}\right] + 1$$

bo'lgani uchun, berilgan tenglamaning eng kichik yechimi

$$x_{\min} = k_{\min}^2 + n = \left(\left[\frac{n-1}{2}\right] + 1\right)^2 + n$$

bo'ladi.

4-misol. $x^2 - 2\{x\} - 3 = 0$ englamani yeching.

Yechish: $x=[x]+\{x\}=n+\alpha$ bo'lsin, bu yerda $[x]=n,\quad \{x\}=\alpha$, $(n-\alpha)^2-2\alpha-3=0$.

$\alpha^2+2(n-1)\alpha+n^2-3=0$, $\alpha_{1/2}=-n+1\pm\sqrt{(n-1)^2-(n^2-3)}=1-n\pm\sqrt{4-2n}$.

$0\le\alpha<1$ bo'lgani uchun $0\le 1-n\pm\sqrt{4-2n}<1$, $n-1\le\pm\sqrt{4-2n}<n$.

$n-1\ge 0$ bo'lsa, $x^2-x+\alpha=0\ (x\ge 0)$ tenglamani hosil qilamiz. Uning yechimlari

$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1-4\alpha}}{2}.$$

Bu tenglama faqat bitta yechimga ega bo'lgani uchun

$$\begin{cases}1-\sqrt{1-4\alpha}<0\\ 1-4\alpha\ge 0\end{cases}\qquad \text{yoki}\qquad 1-4\alpha=0$$

bo'lishi kerak. Demak, $\alpha<0$ yoki $\alpha=\frac{1}{4}$ bo'lishi kerak.

Endi α ning $x-\sqrt{x-\alpha}+1=0$ tenglama yechimga ega bo'ladigan qiymatini tanlaymiz. $\sqrt{x-\alpha}=-(x+1)$ tenglamani kvadratga oshirib va barcha hadlarini tenglikning bir qismiga o'tkazamiz. Natijada

$$x^2+x+\alpha+1=0\quad (x+1<0)$$

tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglama yechimga ega bo'lmasligi uchun

$$D=1-4(\alpha+1)<0\quad \text{yoki}\quad \begin{cases}\dfrac{-1-\sqrt{1-4(\alpha+1)}}{2}>0\\ 1-4(\alpha+1)\ge 0\end{cases}$$

bo'lishi kerak. Bu yerdan $\alpha>-1$ ekanligi kelib chiqadi.

1) hol bajarilishi uchun $-1<\alpha<0$ yoki $\alpha=\frac{1}{4}$ bo'lishi kerak.

Ikkinchi holni ham shunday tahlil qilib, bu hol o'rinli bo'ladigan α ning qiymati yo'q ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

$$n^2-2n+1<4-2n<n^2,$$

$$\begin{cases}n^2<3\\ n^2+2n+1>5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}n<\sqrt{3}\\ n+1>\sqrt{5}\end{cases}\Rightarrow n\in\varnothing.$$

2) $n-1<0$ bo'lsin, u holda $n<1,\ n\le 0$.

$1-n>\sqrt{4-2n}>-n\ge 0$. $n^2-2n+1>4-2n>n^2$.

$$\begin{cases}n^2>3\\ n^2+2n+1<5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}n>\sqrt{3}\\ n+1>-\sqrt{5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}n\le -2\\ n\ge -3\end{cases}\Rightarrow n_1=-2,\ n_2=-3.$$

$n=-2$ da $\alpha=3-\sqrt{4+4}=3-\sqrt{8}$ yoki $x_1=1-\sqrt{8}$

$n=-3$ da $\alpha=4-\sqrt{4+6}=4-\sqrt{10}$ yoki $x_2=1-\sqrt{10}$.

5-misol. $2[x]=x$ tenglamani yeching.

$2(x-\{x\})=x$; $\{x\}=\frac{x}{2}$; $0\le\{x\}<1$ bo'lgani uchun $0\le\frac{x}{2}<1$ yoki $0\le x<2$, ammo

$\begin{cases}[x]=\frac{x}{2}\in Z\\ 0\le\frac{x}{2}<1\end{cases}$ lardan $x=0$ tenglama yechimi ekanligini ko'ramiz.

6-misol. $\left[\frac{3x-2}{4}\right]=\frac{x+1}{2}$ tenglamani yeching.

Yechish. $\frac{x+1}{2}$ butun son bo'lgani uchun $\frac{x+1}{2}=n$; $x=2n-1$.

$$\frac{3x-2}{4}-\left\{\frac{3x-2}{4}\right\}=\frac{x+1}{2};\quad \left\{\frac{3x-2}{4}\right\}=\frac{x-4}{4}$$

$$0\le\left\{\frac{3x-2}{4}\right\}<1 \text{ dan } 0\le\frac{x-4}{4}<1;\ 4\le x<8.$$

$2{,}5\le\frac{x+1}{2}<4{,}5$. Demak, $2{,}5\le n<4{,}5$, bundan $n=3$ *va* $n=4$ bo'ladi. U holda $x=2n-1=5$ va $x=2n-1=7$.

2-§. Sonning butun va kasr qismi qatnashgan $a,b,c\in R$ uchun $[ax]=bx+c$ va $\{ax\}=bx+c$ va $[f(x)]=[g(x)]$ ko'rinishdagi tenglamalarni yechish metodikasi.

Maktab,akademik litsey va kasb-hunar kollejlarining matematika darslarida quyidagi ko'rinishdagi $a,b,c\in R$ uchun $[ax]=bx+c$ va $\{ax\}=bx+c$

tenglamalarni yechish va ularni o'quvchilarga o'rgatish metodikasini ko'rib chiqaylik

a) $[ax]=bx+c$ tenglamadan $bx+c\in Z$ bo'lgani uchun, $x=\frac{n-c}{b},n\in Z.$

ikkinchi tomondan esa, $[ax]=ax-\{ax\}$ bo'lgani uchun , qaralayotgan tenglama $(a-b)x-c=\{ax\}$ ko'rinishda bo'lib

$$0\le(a-b)x-c<1$$

tengsizlik bajarilishi lozim.

Demak, bu holda $n\in Z$ soni

$$0\le\frac{(a-b)(n-c)}{b}-c<1$$

tengsizlikdan aniqlanadi va berilgan tenglamaning yechimlari topiladi.

3-misol. $[3x]=5x-2$ tenglamani yeching.

Yechish. Berilgan misolda $a=3;\ b=5;\ c=-2$ bo'gani uchun yechim $x=\frac{n+2}{5}$ formula bo'yicha beriladi, va n esa,

$$0\le\frac{(3-5)(n+2)}{5}+2<1$$

tengsizlikdan aniqlanadi.

Oxirgi tengsizlikdan $\frac{1}{2}<n\le 3$ bo'lgani uchun, tenglamaning yechimlari $x=\frac{n+2}{5};\ 1\le n\le 3$ ya'ni $x=\frac{3}{5};\ \frac{4}{5};\ 1$ sonlaridan iborat bo'ladi.

b) $\{ax\}=bx+c$ ko'rinishdagi tenglamani yechish uchun berilgan tenglamani $[ax]=(a-b)x-c$ ko'rinishda yozish maqsadga muvofiq.

$[ax]\in Z$ bo'lgani uchun , $(a-b)x-c=n,\ n\in Z$ bundan $x=\frac{n+c}{a-b}$ bo'ladi.

$$bx+c=\frac{b(n+c)}{a-b}+c=\frac{bn+ac}{a-b}\in[0,1)$$

bo'lgani uchun n ni

$$0\le\frac{n+ac}{a-b}<1$$

tengsizlik orqali aniqlashimiz mumkin.

4-**misol.** $\{3x\}=5x+2$ tenglamani yeching.

Yechish. $0\le 5x+2<1$ ya'ni $-\frac{2}{5}\le x<-\frac{1}{5}$ ekanligi ko'rinib turibdi. Tenglamani

$$3x-[3x]=5x+2$$

yoki

$$[3x]=-2x-2$$

ko'rinishda yozib, $[3x]\in Z$ ekanligi e'tiborga olinsa

$$-2x-2=n,\ n\in Z$$

bo'ladi, ya'ni yechim

$$x=-\frac{n+2}{2}$$

formula bilan topilishini ko'ramiz.

n ni aniqlash uchun $-\frac{2}{5}\le x<-\frac{1}{5}$ tengsizlikdan foydalanamiz:

$$-\frac{2}{5} \le -\frac{n+2}{2} < -\frac{1}{5}.$$

Bundan $\frac{6}{5} \le -nx < \frac{8}{5}$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi butun $n \in Z$ soni mavjud bo'lmagani uchun berilgan tenglama yechimga ega emasligi kelib chiqadi.

$[f(x)] = [g(x)]$ ko'rinishdagi tenglamalarni yechish.

Aytaylik $[f(x)] = [g(x)] = k$, $k \in Z$ bo'lsin. u holda $k \le f(x) < k+1$ va $k \le g(x) < k+1$. Bu tengsizliklardan izlanayotgan yechim

$$-1 < f(x) - g(x) < 1$$

tengsizlikni qanoatlantirishi kelib chiqadi.

Bunday tenglamalarni yechishda, agar x tenglamaning yechimi bo'lsa, $x \in D(f) \cap D(g)$ bo'lib, $g(x) \in Z$ bo'lishi kerak. Shuningdek $f(x) - \{f(x)\} = g(x)$ tenglamadan $0 \le f(x) - g(x) < 1$ shart ham bajarilishi kelib chiqadi.

Demak, qaralayotgan tenglamaning yechimi

$$\begin{cases} x \in D(f) \cap D(g) \\ g(x) \in Z \\ 0 \le f(x) - g(x) < 1 \end{cases}$$

sistemani yechishdan hosil qilinadi.

5-misol. $\left[\frac{3x-2}{4}\right] = \frac{x+1}{2}$ tenglamani yeching.

$\frac{x+1}{2} \in Z$ bo'lgani uchun $x = 2n-1,\ n \in Z$.

Ammo $\left[\frac{3x-2}{4}\right] = \frac{3x-2}{4} - \left\{\frac{3x-2}{4}\right\}$ bo'lgani uchun, berilgan tenglama $\left\{\frac{3x-2}{4}\right\} = \frac{x-4}{4}$ tenglamaga teng kuchli.

Bundan $0 \le \frac{x-4}{4} < 1$ ya'ni $4 \le x < 8$ bo'lishi kerak. Demak, $2{,}5 \le n < 4{,}5$; $n \in Z$ bo'lgani uchun, $n = 3\ va\ n = 4$ bo'lishi lozim. U holda $n = 5\ va\ n = 7$ berilgan tenglamaning yechimlari bo'ladi.

6-misol. $16[x]^2 + 16\{x\}^2 - 24x = 11$ tenglama ildizlarini toping.

Yechish. $x = [x] + \{x\}$ bo'lgani uchun tenglamani $16[x]^2 - 24[x] + 16\{x\}^2 - 24\{x\} = 11$ yoki $(4[x]-3)^2 + (4\{x\}-3)^2 = 29$ ko'rinishda yozishimiz mumkin.

$4[x]-3\in Z$ dan $(4[x]-3)^2$--butun sonning qvadrati ekanligi ravshan, $\{x\}\in[0,1]$ dan $4\{x\}-3\in[-3;1]$ bo'lib, $(4\{x\}-3)^2\le 9$ bo'lgani uchun, $(4[x]-3)^2\ge 20$ tengsizlik bajarilishi kerak. Qvadrati 20 da katta butun songa boshqa butun son qo'shilganda 29 bo'lgani uchun,

$$\begin{cases}(4[x]-3)^2=25\\(4\{x\}-3)^2=4\end{cases}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. $4\{x\}-3\in[-3;1]$ bo'lgani uchun oxirgi sistemadan

$$\begin{cases}4[x]-3=5\\4\{x\}-3=-2\end{cases}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Va bundan esa $[x]=2,\ \{x\}=\frac{1}{4}$ ya'ni noma'lum $x=2+\frac{1}{4}=2{,}25$ gat eng ekanligiga hosil qilamiz.

7-misol. $\left[\frac{5+6x}{8}\right]=\frac{15x-7}{5}$ tenglamani yeching.

$0\le\frac{5+6x}{8}-\frac{15x-7}{5}<1$ ga ko'ra tenglamaning yechimi $\frac{41}{90}<x\le 0{,}9$ shartni qanoatlantirishi lozim.

$\frac{15x-7}{5}=t$ deb belgilasak, $x=\frac{5t+7}{15}$ bo'lib, tenglama $\left[\frac{10t+39}{40}\right]=t$ ko'rinishga keladi, bu yerda t-butun son.

$0\le\frac{10t+39}{40}-t<1$ yoki $-\frac{1}{30}<t\le 1{,}3$ bo'lgani uchun $t_1=0\ va\ t_2=1$ bo'lishi kerak.

Demak $x_1=\frac{5t_1+7}{15}=\frac{5\cdot 0+7}{15}=\frac{7}{15};\ x_2=\frac{5t_2+7}{15}=\frac{5\cdot 1+7}{15}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$.

8-misol. $\begin{cases}[x+y-8]=6-x\\ [x-5]+[y-4]=15-x-y\end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

$6-x$ butun son bo'lgani uchun x ham butun son va demak, ikkinchi tenglamadan y ham butun son ekanligi kelib chiqadi. Demak, sistema

$$\begin{cases}x+y-8=6-x\\x-5+y-4=15-x-y\end{cases}$$

bo'lib, bundan $x=2;\ y=10$. J: (2,10)

9-misol. $[x]=x^3-21$ tenglamani yeching.

1-usul. $x^3-21=t$ deb belgilasak $x=\sqrt[3]{t+21}$ bo'lib, tenglama $t=\left[\sqrt[3]{t+21}\right]$ ko'rinishga keladi va $0\le\sqrt[3]{t+21}-t<1$ tengsizlik bajarilishi lozim. Bundan $(t+1)^3-t>21$ va $t^3-t\le 21$ tengsizliklar bir vaqtda bajarilishi lozim.

Birinchi tengsizlik t ning 2, 3, 4, … qiymatlarida, ikkinchi tengsizlik esa t ning 2, 1, 0, -1, … qiymatlarida, har ikkalasi esa $t=2$ da bajariladi.

Demak, $x^3-21=2\Rightarrow x^3=21\Rightarrow x=\sqrt[3]{21}$.

2-usul. Berilgan tenglamadan $0\le x-x^3+21<1$ ya'ni $20<x(x^2-1)\le 21$.

Bu tengsizlikdan $2<x<3$ bo'lgani uchun $[x]=2$ bo'lib,

$$x^3-21=2 \qquad x^3=21 \qquad x=\sqrt[3]{21}$$

bo'ladi.

10-misol. $\left[\frac{2x-1}{3}\right]=\left[\frac{x+1}{2}\right]$ tenglamani yeching.

Yechish. $-1<\frac{2x-1}{3}-\frac{x+1}{2}<1$ bo'lgani uchun tenglama yechimlari $-1<x<11$ tengsizlikni qanoatlantiradi.

1-usul. Quyidagicha jadval tuzamiz:

k	0	1	2	3	4	5	6
$\left[\frac{x+1}{2}\right]$	$-1\le x<1$	$1\le x<3$	$3\le x<5$	$5\le x<7$	$7\le x<9$	$9\le x<11$	$11\le x<13$
$\left[\frac{2x-1}{3}\right]$	$\frac{1}{2}\le x<2$	$2\le x<3{,}5$	$3{,}5\le x<5$	$5\le x<6{,}5$	$6{,}5\le x<9$	$8\le x<9{,}5$	$9{,}5\le x<11$
x	$\frac{1}{2}\le x<1$	$2\le x<3$	$3{,}5\le x<5$	$5\le x<6{,}5$	$7\le x<8$	$9\le x<9{,}5$	--

2-usul. $-1<x<11$ bo'lishini e'tiborga olib $y=\frac{2x-1}{3}$ va $y=\frac{x+1}{2}$ funksiyalar grafigini yasaymiz.

0-oraliqda $\left.\begin{array}{l} 0=\frac{2x-1}{3} \\ 1=\frac{x+1}{2} \end{array}\right\}$ dan $\frac{1}{2}\le x<1$ kelib chiqadi.

1-oraliqda $\left.\begin{array}{l} 1=\frac{2x-1}{3} \\ 2=\frac{x+1}{2} \end{array}\right\}$ dan $2\le x<3$ kelib chiqadi.

2-oraliqda $\left.\begin{array}{l} 2=\frac{2x-1}{3} \\ 3=\frac{x+1}{2} \end{array}\right\}$ dan $3{,}5\le x<5$ kelib chiqadi.

3-oraliqda $\left.\begin{array}{l} 4=\frac{2x-1}{3} \\ 3=\frac{x+1}{2} \end{array}\right\}$ dan $5\le x<6{,}5$ kelib chiqadi.

4-oraliqda $\left.\begin{array}{l} 5=\frac{2x-1}{3} \\ 4=\frac{x+1}{2} \end{array}\right\}$ dan $7\le x<8$ kelib chiqadi.

5-oraliqda $\left.\begin{array}{l} 6=\frac{2x-1}{3} \\ 5=\frac{x+1}{2} \end{array}\right\}$ dan $9\le x<9{,}5$ kelib chiqadi.

Javob: $\left[\frac{1}{2};1\right)\cup[2;3)\cup[3{,}5;6{,}5)\cup[7;8)\cup[9;9{,}5)$.

11-misol. $\left[\frac{2x-1}{3}\right]=\left[\frac{2x+5}{5}\right]$ tenglamani yeching.

1-usul. $-1<\frac{2x-1}{3}-\frac{2x+5}{5}<1$ dan $1{,}25<x<8{,}75$ ekanligi ma'lum.

$\left[\frac{2x-1}{3}\right]=\left[\frac{2x+5}{5}\right]=k$ deb quyidagi jadvalni tuzamiz:

k	1	2	3	4	5
$\left[\frac{2x-1}{3}\right]$	$2\le x<3{,}5$	$3{,}5\le x<5$	$5\le x<6{,}5$	$6{,}5\le x<8$	$8\le x<9{,}5$
$\left[\frac{2x+5}{5}\right]$	$0\le x<2{,}5$	$2{,}5\le x<5$	$5\le x<7{,}5$	$7{,}5\le x<10$	$10\le x<12{,}5$
$x=\bigcap$	$2\le x<2{,}5$	$3{,}5\le x<5$	$5\le x<6{,}5$	$7{,}5\le x<8$	----

Javob: $[2;2{,}5)\cup[3{,}5;6{,}5)\cup[7{,}5;8)$

2-usul. $1{,}25<x<8{,}75$ ekanligini e'tiborga olib, $y=\frac{2x-1}{3}$ va $y=\frac{2x+5}{5}$ funksiyalar grafigini yasaymiz.

1-oraliqda $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}=1\\ \frac{2x+5}{5}=2\end{cases}$ dan $2\le x<2{,}5$ kelib chiqadi.

2-oraliqda $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}=2\\ \frac{2x+5}{5}=3\end{cases}$ dan $3{,}5\le x<5$ kelib chiqadi.

3-oraliqda $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}=4\\ \frac{2x+5}{5}=3\end{cases}$ dan $5\le x<6{,}5$ kelib chiqadi.

4-oraliqda $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}=5\\ \frac{2x+5}{5}=4\end{cases}$ dan $7{,}5\le x<8$ kelib chiqadi.

Javob: $[2;2{,}5)\cup[3{,}5;6{,}5)\cup[7{,}5;8)$.

Sonning butun va kasr qismiga turli misol va masalalar, “Kvant”, “Matematika v shkole” jurnallari hamda fan olimpiadalariga bag’ishlangan qo’llanmalarda uchratish mumkin.

Endi o’quvchilarga mustaqil yechish uchun quyidagi misollarni tavsiya etamiz.

1. Quyidagilarni hisoblang.

1) $\left[\sqrt[4]{580}+1\right]$; 2) $\left[\frac{27}{8}+\sin 3^0\right]$; 3) $\left[2+\lg 12{,}5\right]$; 4) $\left[1+\ln 5\right]$; 5) $\left[1-\ln 50\right]$.

2. 2004! Sonining kanonik yoyilmasiga 13 soni qanday daraja bilan kiradi.
3. 13! sonini tub ko’paytuvchilarga ajrating.
4. 7,11,13 tub sonlarga bo’linmaydigan 200 dan ortmaydigan nechta natural son mavjud?
5. $[ax]=m$ tenglamani yeching, bu yerda $a\neq 0$ va x haqiqiy sonlar.
6. $9[x]^2+9\{x\}^2-12x=41$ tenglamani yeching.
7. $3[x]^2+2x=(3x-16)\cdot\{x\}+12$ tenglamani yeching.

   Ko’rsatma: tenglama $(3\{x\}-2)([x]-6)=0$ ko’rinishga keltiriladi.
8. $(n+1)^2\left([x]^2+\{x\}^2\right)-2n(n+1)([x]+\{x\})=n^4-2n^2, n\in N$ tenglamani yeching.
9. Quyidagi tenglamalarni yeching.

1) $[x]+\frac{1}{[x]}=\{x\}+\frac{1}{\{x\}}$

2) $x-[\sqrt{x}]^2=n,\ n$-butun son

3) $x^2-2\{x\}-3=0$

4) $\left[\sqrt{x-4}\right]=\frac{1}{\sqrt{x-4}}$

5) $\{x\}=5x+2$

6) $[7x]=x+12$

7) $x^3-[x]=3$

8) $\left[x+\frac{3}{8}\right]+[x]=\frac{7x-2}{3}$

9) $[tgx]=2\cos^2 x$

10) $\left[\frac{x}{1!}\right]+\left[\frac{x}{1!}\right]+.....+\left[\frac{x}{1!}\right]=1030$

3-§ Tajriba va sinov ishlarining tahlili

Tajriba-sinov ishlari asosan umumta'lim maktablarida matematika darslarini zamonaviy o‘quv qurollari yordamida o‘qitish asosida hamda faol metodlardan foydalangan holda amalga oshirildi. Bunday zamonaviy o‘quv vositalari yordamida ta'limning tashkil qilinishi o‘quvchilarni nafaqat matematik misol yoki masalalarni yechishga o‘rganishga, balki ularning tadqiqiy ko‘nikmalarini shakllantirishga olib keldi.

Pedagogik tajriba-sinovni o‘tkazishda biz matematik-statistika tahlilini quyidagi tartibda olib bordik:

1. Har bir guruh uchun o‘rtacha o‘zlashtirish, o‘rta arifmetik usulda aniqlanib, ularning nisbiy va o‘rtacha ayirma koeffitsientlari taqqoslandi.

2. O‘zlashtirish natijalarini yanada chuqurroq taqqoslash maqsadida tajriba-sinov guruhlarida o‘zgaruvchanlik variatsiya ko‘rsatkichlari hisoblandi va har bir guruhga mos kelgan bosh to‘plamlar o‘rtachalari haqida xulosalar chiqarildi.

3. Har bir guruh tanlanma taqsimotlari poligonlarini chizib, bosh to‘plamlar o‘rta qiymati tengligi haqidagi gipotezani tekshirish Styudentning ikki tanlanma mezoni asosida olib borildi.

4. Yuqoridagi tartibda olib borilgan matematik-statistika metodi natijalaridan tegishli xulosalar chiqarildi.

Pedagogik tajriba-sinov o‘tkazishda Andijon Viloyatidagi -sonli o‘rta maktab va

iqtidorli bolalar litsey maktabida hamda kasb hunar kollejlarida olib borilgan tajriba-sinov natijalarini statistik metodlar yordamida tekshirdik. Tajriba-sinov guruhi (n_1=132 nafar o‘quvchi) va nazorat guruhlari (n_2=128 nafar o‘quvchi) uchun variatsion qator ko‘rinishini quyidagi jadvallarda keltiramiz.

3.2-jadval.

Tajriba-sinov guruhi		
i	Ballar X_i	O‘quvchilar soni P_i
1.	2	4
2.	3	10
3.	4	65
4.	5	53
JAMI:		N_1=132

3.3-jadval.

Nazorat guruhi		
j	Ballar Y_j	O‘quvchilar soni q_j
1.	2	10
2.	3	68
3.	4	34
4.	5	16
JAMI:		N_2=128

Bu jadvallardan ko‘rinib turibdiki, tajriba sinov guruhida 4 nafar o‘quvchi 2 ball olgan bo‘lsa, nazorat guruhida esa 10 nafar o‘quvchi shunday ball olgan va hokazo.

Tajriba-sinov guruhi o‘quvchilarining matematik masalalarni yechishdagi bilim saviyalari va tadqiqiy ko‘nikmalari sezilarli darajada yuqori ekanligi kuzatildi. Endi bu jadvaldagi sonli ma'lumotlarni qayta ishlash, hamda ulardan tegishli xulosalar chiqarish maqsadida matematik-statistika metodidan foydalanamiz.

1. Tajriba-sinov va nazorat guruhlaridagi o‘rtacha o‘zlashtirishlarni hisoblaymiz.

$$\overline{X} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{N} P_i \cdot X_i = \frac{1}{132}\cdot[8+30+260+265] \approx 4{,}3$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{M} q_i \cdot Y_i = \frac{1}{128}\cdot[20+204+136+90] \approx 3{,}5$$

Nisbiy o‘zlashtirish koeffitsienti:

$$K = \frac{\overline{X}}{\overline{\overline{Y}}} = \frac{4{,}3}{3{,}5} \approx 1{,}2$$

O‘rtacha ayirma koeffitsienti:

$$L = \overline{X} - \overline{Y} = 4{,}3 - 3{,}5 = 0{,}8$$

Bu hisoblardan tajriba-sinov guruhidagi o‘rtacha o‘zlashtirish ko‘rsatkichlari yuqori ekanligi yaqqol ko‘rinib turibdi.

2. O‘zgaruvchan variatsiya ko‘rsatkichlarini hisoblaymiz, buning uchun har bir guruh uchun tanlanma dispersiyalar S_x^2, S_y^2 va standart chetlanishlar S_x , S_y larni hisoblaymiz:

$$S_x^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{N} P_i\left(X_i - \overline{X}\right)^2 = \frac{1}{132}\left[4\cdot(2-4{,}3)^2 + 10\cdot(3-4{,}3)^2 + 65\cdot(4-4{,}3)^2 + 53\cdot(5-4{,}3)^2\right] \approx$$

$$\approx 0{,}52 \qquad S_X = \sqrt{0{,}52} \approx 0{,}72$$

$$S_Y^2 = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{M} q_j \cdot \left(Y_j - \overline{Y}\right)^2 = \frac{1}{128}\left[10\cdot(2-3{,}5)^2 + 68\cdot(3-3{,}5)^2 + 34\cdot(4-3{,}5)^2 + 16\cdot(5-3{,}5)^2\right] \approx 0{,}65$$

$$S_Y = \sqrt{0{,}65} \approx 0{,}8$$

Endi variatsiya ko‘rsatkichlarini hisoblaymiz.

$$V_X = \frac{S_X}{\overline{\overline{X}}}\cdot 100\% = \frac{0{,}72}{4{,}3}\cdot 100\% \approx 17\%$$

$$V_Y = \frac{S_Y}{\overline{\overline{Y}}}\cdot 100\% = \frac{0{,}8}{3{,}5}\cdot 100\% \approx 23\%$$

Bu yerda: $V_x<V_y$ ekanligidan tajriba-sinov guruhida o‘quvchilarning o‘rtacha bilim darajasi nazorat guruh o‘quvchilariga nisbatan yuqori ekanligi, shu bilan birga V_x= 17% < 20% va V_y= 23% > 20% ekanidan esa, tajriba-sinov guruhida hisoblangan o‘rtacha arifmetik ko‘rsatkich shu guruhga mos kelgan bosh to‘plamdagi o‘rtacha bilim ko‘rsatkichini to‘g‘ri aks ettirgani kelib chiqadi.

3. Endi tajriba-sinov va nazorat guruhlariga mos kelgan bosh to‘plamlarni solishtiramiz. Bu maqsadda har bir guruhga mos keluvchi poligon chiziqlarini chizamiz (3.2-rasm).

P_i $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ q_j

65 $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ 68

53

34

10 $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ 16

4 $\qquad\qquad\qquad$ 10

2 3 4 5 X_i $\qquad\qquad\qquad$ 2 3 4 5 Y_j

3.2-rasm.

Har ikki guruh poligon grafiklaridan ko‘rinadiki, ularga mos kelgan bosh to‘plamlar taksimot qonunlari va, demak, o‘rta qiymatlari turlicha ekani haqidagi gipotezani oldingga tashlash mumkin.

Biz a_x va a_y lar orqali olingan bosh to‘plamdagi o‘rtacha qiymatlarni belgilaymiz va ular tengligi haqidagi

$$G_0:\ a_x=a_y$$

gipotezani unga qarama - qarshi bo‘lgan

$$G_1:\ a_x>a_y$$

gipotezani tekshirish masalasini ko‘ramiz n_1,n_2 >20 bo‘lrani uchun G_0 ni G_1 ga qarshi tekshirish uchun St'yudentning quyidagi statistikasini qo‘llaymiz.

$$T_{n1,n2}=\frac{L}{\sqrt{\frac{S_x^2}{n_1}+\frac{S_y^2}{n_2}}}.$$

Qarama-qarshi gipotezada $a_x > a_u$ bo‘lgani uchun kritik nuqta o‘ng tomonlidir. Kritik nuktani Laplas funksiyasi uchun ishonch ehtimoliga asosan,

$$\mathrm{T}_{n1,n2}=\frac{0{,}8}{\sqrt{0{,}005+0{,}006}}=\frac{0.8}{0{,}1}=8$$

$$\Phi_{tkp}=\frac{1-2\alpha}{2}=\frac{1-2\cdot 0{,}1}{2}=0{,}4$$

Demak, $T_{75;50}=8>1{,}64=t_{kr.}$ Bu esa, G_o - gipoteza tajriba natijalariga mos emasligi va 90% ishonch bilan G_1 gipotezani qabul qilish mumkin ekanini ko‘rsatadi. Bu yerdan tajriba-sinov guruhidagi o‘quvchilarning misol va masalalar yechish jarayonidagi bilim saviyalari va tadqiqiy ko‘nikmalari yuqori ekani, demak, bundan bu guruhdagi o‘qitish metodikasi samarali ekanligi kelib chiqadi.

1.Tajriba–sinov ishlarining tahlili shuni ko‘rsatadiki, matematika o‘kitish jarayonini muvaffaqiyatli olib borish uchun har bir darsni o‘quvchining bilimi va imkoniyat darajasiga qarab tashkil etish lozim.

2.Maktab, akademik litsey va kasb hunar kollejlarining matematika darslarida tenglamalarni yechish va ularni o’quvchilarga o’rgatishda muammoli ta'lim metodidan foydalanish o‘quvchilarning mantiqiy bilim va ko‘nikmalarini kengayishiga olib keladi.

3. Matematika darslarida masala yechish jarayonida masalani qism masalalarga ajratish va ular o‘rtasida o‘zaro aloqalar o‘rnatish o‘quvchilarning matematik qobilyatlarini shakllantiradi va ularning matematik bilimlarini boyitadi.

4. Matematika darslaridagi butun va kasr son qatnashgan tenglamalarni yechish o’quvchi talabalarda mantiqiy fikrlash qobilyatlarini shakllantiradi hamda ularni matematika faniga bo’lgan qiziqishlarini o’stiradi.

5. Ta'lim jarayonining dinamik tarzda olib borilishi o‘zlashtirishi past bo‘lgan o‘kuvchilarni o‘qituvchi yordamida yangi pog‘onalarga olib chiqadi. Qobiliyatli o‘quvchilarning butun qobiliyatlarini ishga solib, ularni erkin, mustaqil fikrlashga, faollikka va ijodkorlikka undaydi.

XULOSA

O‘qituvchining vazifasi har bir o‘quvchini mustahkam bilim hamda ko‘nikmalar bilan qurollantirish, mustaqil va erkin fikrlash, bilimlarini amalda tatbiq etishga o‘rgatish, ahloqini tarbiyalash, iroda va xulq-atvorini shakllantirishdan iborat. Ana shu vazifalarga asoslanib, yuqorida ko‘rsatilgan qonun-qoidalar hamda tavsiyalarni umumlashtirib, o‘quv jarayonini takomillashtirishning asosiy yo‘nalishlarini ajratib ko‘rsatish mumkin.

O‘qitish jarayonining samaradorligi ko‘p jihatdan o‘qituvchining o‘quvchilar bilan faoliyatini faollashtira olishiga bog‘liq. O‘quvchilarning dars jarayonidagi faolligi har xil bo‘lishi, ammo o‘quvchilar past o‘zlashtiruvchi bo‘lsa, ularni o‘qitishga qilingan harakat zoe ketishi ham mumkin.

O‘quvchilar bilimlarni qay darajada o‘zlashtirishi hamma vaqt ularning bilish faoliyati natijasi bo‘ladi. Ta'lim jarayoni o‘qituvchi bilan o‘quvchilar kelishib ishlaydigan tizim bo‘lishi kerak, bu tizimda o‘qituvchi rahbarlik qiladi, ammo natija o‘quvchilarning bilish faoliyatiga bog‘liq bo‘ladi.

Ilmiy axborot hajmining jadal o‘sishi, ilmiy kashfiyotlarning amalga tez joriy qilinishi, ishlab chiqarishdagi mehnat mazmuni hamda metodlarining doimo o‘zgarib turishi o‘quvchilarni hamisha o‘qishini, o‘zining umumiy bilim saviyasini oshirishini, bilim hamda uquvlarini kengaytirish va chuqurlashtirishga intilishini talab qiladi. Ana shu maqsadlarda o‘qituvchi o‘quv jarayoni davomida o‘quvchilarning bilimga qiziqishini rivojlantirishga katta ahamiyat berishi, ularda ta'lim olishga intilish hosil qilishi, fikrlash darajasini rivojlantirishi, har xil masalalarni mustaqil hal qilishga o‘rgatishi zarur.

Samarali tashkil etilgan o‘quv jarayoni ko‘rsatkichlaridan biri o‘quvchilarning matematik qobiliyatlarini rivojlantirishdan iborat. O‘quvchining tadqiqiy faoloiyati, standart va umumiy qabul etilgan yechimlardan farq qiladigan yechimlar topishi va amallarni bajarishda o‘z bilimlarini hilma-xil sharoitga tatbiq etish qobiliyatida namoyon bo‘ladi. Bu fazilatlarni hosil qilishda bajarilishi o‘quvchilardan tadqiqiy bilimni talab qiluvchi dinamik xarakterdagi mashq va topshiriqlarni berish, bunda o‘quvchilar harakatini rag‘batlantirish ancha yordam beradi.

Umumta'lim maktablari, akademik litsey va kasb hunar kollejlari o‘quvchilarida tenglama yechish malakalarini shakllantirishning asosiy maqsadlari quyidagi tartibda amalga oshirildi:

- o‘quvchilarda tenglamalarni yechish malakalarini rivojlantirish orqali ularni matematika fanini o’zlashtirishga bo’lgan qiziqishlarini shakllantirish;

- butun va kasr son qatnashgan tenglamalarni yechish orqali o’quvchilarda matematik qobilyatlarini shakllantirish

- matematik tenglamalarni yechish bilan tarkibida butun va kasr son qatnashgan tenglalamalarni yechish orasidagi mantiqiy metodik bog’lanishlarni ochib berish va ularni o’quvchilarga tushuntirish orqali ularda matematika fanini o’zlashtirishga bo’lgan qiziqishlarini rivojlantirish.

- tajribada ishlab chiqilgan nazariy bilimlarni boyitish va uning ta'sir doirasini hamda darajasini amaliyot hisobiga kengaytirish vazifalari yaratildi.

Matematikaning o‘qitilishi va o‘rgatilishi, bu o‘z navbatida nazariy va amaliy bilimlarning uzviy hamkorlikda ekanligidan iborat. Chunki ayrim matematik nazariy tushunchalar mavjudki, matematikaning ma'lum rivojlanish darajasiga yetganida u o‘zining amaliy tatbiqiga ega bo‘lmasligi mumkin. Lekin ma'lum davrdan keyin yana keng ma'noda o‘zining tatbiqiga va rivojlanish bosqichiga ega bo‘ladi. Ayrim nazariy bilimlar mavjudki, ular har doim o‘zini-o‘zi amaliyot hisobiga to‘ldirib borishni ta'minlaydi. Shuning uchun ham tajribada har bir matematika darsini yoki mashg‘ulotini metodik jihatdan to‘g‘ri tanlanishi va o‘tkazilishiga ko‘proq e'tibor berildi.

Jumladan, didiaktika tamoyillariga tayangan holda darsning tashkil qilinishi quyidagi holatlarda olib borildi, ya'ni:

— muammoli dars metodlarining mukammal yo‘lga qo‘yilishi;

— darsni ilmiy-metodik asosda tashkil qilish shart-sharoitlarini yaratishda o‘quv vositalaridan unumli foydalanishni amalga oshirish;

— matematika o‘qitishda o‘quv materiali va darsning o‘quvchilarga tushunarli va mazmunli holda olib borilishiga ijodiy yondashildi. Bunda asosan o‘quvchilarni darslik, didaktik va tarqatmali materiallar, testlardan unumli foydalanishga o‘rgatish masalalari izchillik bilan amalga oshirildi.

Ta'lim jarayonini samarali amalga oshirish uchun o‘qituvchi o‘z fanini va uni o‘qitish metodikasini bilibgina qolmasdan, balki o‘zi ta'lim berayotgan o‘quvchilarni, ulardan har birining individual xususiyatlarini chuqur bilishi kerak. O‘qitish samaradorligi o‘qituvchining nazariy tayyorgarligi va pedagogik mahoratiga bog‘liq. Muvaffaqiyatli ishlash uchun o‘qituvchi o‘qitishning ilmiy asoslangan hamda ilg‘or tajribada sinab ko‘rilgan shakl, metod va didaktik vositalarni, zamonaviy axborot texnologiyalarini chuqur bilishi va ta'lim jarayonida ulardan oqilona foydalanishi lozim.

Matematika o‘qitishda o‘quvchilarning tenglamalarni yechish malakalarini shakllantirish, bilimlar tizimining asosiy qonuniyatlari, qoidalari, metodik shart-sharoitlari asosida o‘rganildi. Bunda matematik bilimlar tizimini yuzaga keltirish va uning tatbiqini amalga oshirish masalalari, matematikaning qonun-qoidalarini chuqur o‘rganish hamda puxta o‘zlashtirish holatlari aniqlandi. Matematika o‘qitishda o‘quvchilarning mantiqiy tafakkurini rivojlantirish va mustaqil fikrlash ko‘nikmalarini o‘stirishning sifat ko‘rsatkichlari, hayotiy tajribalar mohiyat mazmuniga ko‘ra amalga oshirildi.

Umuman olganda, umumta'lim maktablari o‘quvchilarining tenglama va uning bir turi bo’lmish butun va kasr qismi qatnashgan tenglamalarni yechiahs malakasini o’quvchilarda shakllantirish bo‘yicha o‘tkazilgan tajriba-sinov va tadqiqot ishlari yaxshi samara berdi. Chunki o‘tkazilgan pedagogik tajriba-sinov ishlarining to‘g‘ri tashkil qilinishini ta'minlaydigan o‘quv-metodik qo‘llanmalar, darsliklar, tavsiyanomalar va har xil mazmundagi tarqatma materiallar to‘plami ishlab chiqildi. Har bir darsning mazmunli o‘tishi va sifat ko‘rsatkich darajasiga chiqish mezonlari ilmiy asosda tashkil qilindi.

Matematikaning ichki qonuniyatlari asosida har bir dars tuzilishini aniqlash orqali o‘quvchilarda tadqiqiy ko‘nikmalarni shakllantirish ilmiy asosda tashkil qilindi. Natijada o‘quvchilarning murakkab ko‘rinishdagi topshiriqlarni yechishga bo‘lgan qiziqishlari ortganligi aniqlandi.

Matematikaning ichki qonuniyatlari asosida masala va misollar yechib, o‘quvchilarning mustaqil fikrlashlari, mavjud bilimlarni tatbiq etish faoliyati matematika o‘qitish jarayonida izchillik, ilmiylik kabi didaktik tamoyillardan o‘rinli foydalanib, ularning tadqiqiy faoliyati metodik jihatdan to‘g‘ri tashkil qilindi va matematika o‘qitishdagi barcha ko‘rinishlar, metodlar, vositalar umumta'lim maktablari, akademik litsey va kasb hunar kollejlari o‘quvchilarida sonnig butun va kasr qismi qantanshgan tenglamalarni yechish malakalarini shakllantirishga qaratildi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. O‘zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. -Toshkent: O‘zbekiston, 1992. 45 b.
2. O‘zbekiston Respublikasi Kadrlar tayyorlash milliy dasturi. Barkamol avlod - O‘zbekiston taraqqiyotining poydevori. -Toshkent: Sharq 1997. - 65 b.
3. Karimov I. A. O‘zbekiston milliy istiqlol, iqtisod, siyosat, mafkura. - Toshkent: O‘zbekiston, 1996. -364 b.
4. Karimov I. A. O‘zbekiston kelajagi buyuk davlat. - Toshkent: O‘zbekiston, 1992 - 62 b.
5. Karimov I. A. O‘zbekiston - XXI asr bO‘sag‘asida: xafsizlikka tahdid, barqarorlik shartlari va taraqqiyot kafolatlari - Toshkent: O‘zbekiston, 1997. - 315 b.
6. Karimov I. A.. O‘zbekiston buyuk kelajagi sari. - Toshkent: O‘zbekiston, 1999. - 686 b.
7. Karimov I. A. O‘zbekiston XXI asrga intilmoqda. Toshkent: O‘zbekiston, 1999. - 48 b.
8. Barkamol avlod orzusi // Sh.Qurbonov, X.Saidov, R.Axlidinov. TO‘ldirilgan 2-nashri. /O‘zbekiston milliy ensiklopediyasi. -Toshkent: Davlat ilmiy nashriyoti, 2000. - 248 b.
9. Alixonov S. Matematika O‘qitish metodikasi.-Toshkent: O‘qituvchi 1992. -175 b.
10. Aleksandrov P.S. Matematika kak nauka //Izvestiya, 1958. -№82
11. Ananev B.G. O vzaimosvyazax v razvitii sposobnostey i xarakter. Dokladi na soveshanii po voprosam psixologii lichnosti - M.: APN RSFSR. -1956. –144 s.
12. Atanasyan L.S. i dr. Sbornik zadach po elementarnoy geometrii. – Izd. 3- ye. - M.: Prosveshenie, 1970. - 96 s.
13. Babanskiy Yu.K. Optimizatsiya uchebno-vospitatelnogo protsessa. — M. Prosveshenie, 1982. — 192 s.
14. Babanskiy Yu.K. Ratsionalnaya organizatsiya uchebnoy deyatelnosti. — M. Prosveshenie, 1981. – 96 s.
15. Bogoyavlenskiy D.N., Menchinskaya N.A. Psixologiya usvoeniya znaniy v shkole. - M.: APN RSFSR, 1969. – 347 s.
16. Bogoyavlenskiy D. N. Formirovanie priemov umstvennoy rabote uchashixsya kak put razvitiya mishleniya i aktivizatsii ucheniya //Voprosi psixologii. - M., 1962. - № 4. - S. 74-82.
17. Boyko ye. I. yeshyo raz ob umeniyax i navikax // Voprosi psixologii. -M., - 1957. - № 1.- S. 133-139.
18. Vigotskiy L. S. Razvitie visshix psixicheskiy funksiy. - M.: APN RSFSR, 1960. - 500 s.
19. Vigotskiy L. S. Izbrannie psixologicheskie issledovaniya. - M.: APN RSFSR, 1956. - 519 s.
20. Vikol B.A. Formirovanie elementov issledovatelskoy deyatelnosti pri uglublennom izuchenii matematiki. – M., 1977. – 22 s.

21. Gaybullaev N. R. Prakticheskie zanyatiya kak sredstvo povisheniya effektivnosti obucheniya matematike. - T. : O‘qituvchi, 1989. - 243 s.
22. Gaybullaev N. R. Dirchenko I. I. Razvitie matematicheskix sposobnostey uchashixsya. Metod. posobie dlya uchiteley. - Toshkent: O‘qituvchi, 1988. - 275 s.
23. Faybullaev N. R., Ortiqboev A. Geometriya: // 7-sinf uchun darslik. - Toshkent: O‘qituvchi, 1997. – 112 b.
24. Faybullaev N. R., Ortiqboev A. Geometriya: // 8-sinf uchun darslik. - Toshkent: O‘qituvchi, 2000. – 117 b.
25. Galperin P. Ya., Talizina N. F. Formirovanie znaniy i umeniy na osnove teorii poetapnogo formirovaniya umstvennix deystviy. - M.: MGU, 1968. – 519 s.
26. Galperin P. Ya. K voprosov ob interiorizatsiya // Voprosi psixologii. - M., 1966 - № 6 . – S. 25-32.
27. Galperin P. Ya. Razvitie issledovaniy po formirovaniyu umstvennix deystviy // Psixologicheskaya nauka. - T. I. - M., 1959. - S. 94-115
28. Davidov V.V. Problemi razvivayushego obucheniya: Onit teoreticheskogo i eksperimentalnogo psixologicheskogo issledovaniya. M.Pedagogika 1986-240 s.
29. Davidov V. V. Vidi obobsheniya v obuchenii. - M.: Prosveshenie, 1985. -223 s.
30. Dalinger V.A. Metodika realizatsii vnutripredmetnix svyazey pri obuchenii matematike: Kniga dlya uchitelya. -M.: Prosveshenie, 1991.-80 s.
31. Jumaniyozov Q. S. Geometrik tasavvur-tafakurni rivojlantirish omili // Xalq ta'limi. – 2001. -№3. – 89-92-b.
32. Jumaniyozov Q. S. Masalalarni turli usullar bilan yechish asosida O‘quvchilarning geometrik tasavvurini rivojlantirish. Ma'ruzalar tO‘plami. -Toshkent: TDPU, 2000. – 111-115-b.
33. Jumaniyozov Q. S, Alimatova G. R. va Isyanov T. R. Maktabda stereo-metriya masalalarini yechish. // Uslubiy qo‘llanma: TDPI, 1996.-81b.
34. Zvereva N. M. Aktivizatsiya mishleniya uchashixsya pri izuchenii novogo materiala // Fizika v shkole . -M., 1975-№3.-S.35-39
35. Ikromov J. Geometrik isbotlash metodlari. - T.: O‘qituvchi, 1970.
–114 b.
36. Ilina T.A. Strukturno - sistemniy podxod k organizatsii obucheniya. M.,1972. – 17 s.
37. Kabanova-Meller ye.N. Psixologiya formirovaniya znaniy i navikov u shkolnikov. Problema priemov umstvennoy deyatelnosti. – M.: APN RSFSR, 1962. -376 s.
38. Kabanova-Meller ye.N. Formirovaniya umstvennoy deyatelnosti i umstvennoe razvitie uchashixsya. -M.: Prosveshenie, 1968-288s.

39. Kovalyov A. G. i dr. Psixicheskie osobennosti cheloveka. t-II, Sposobnosti, - M. 1980. – 126 s.
40. Kolmogorov A.N. Velichina. BSE 3-ye izd. - S. 456-457.