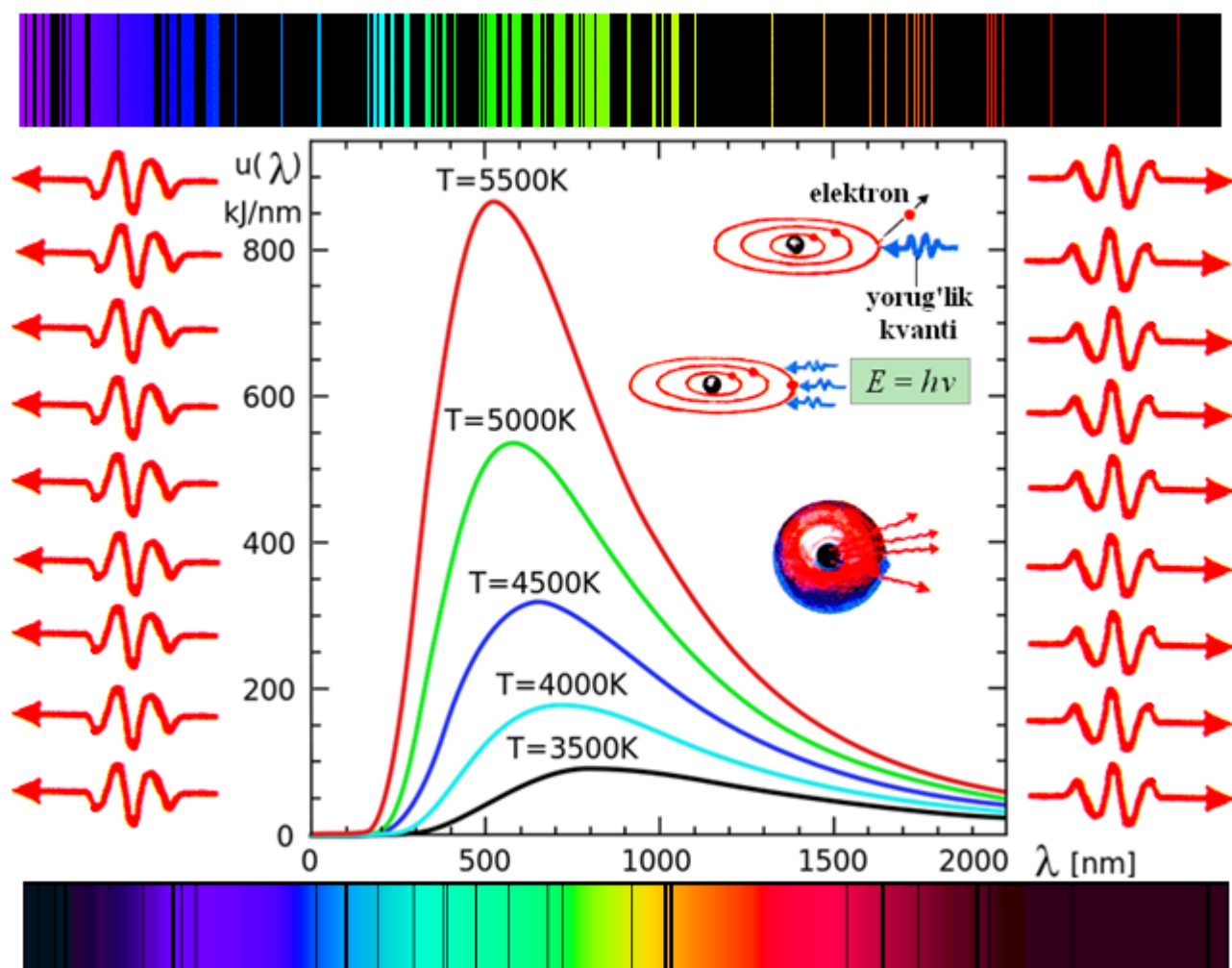


B. Yavidov, A. Asanova, R. Sultanov, S. Norboyeva

ISSIQLIK NURLANISHI QONUNLARI

(o'quv-uslubiy qo'llanma)



NUKUS-2014

**O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI
XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI
AJINIYOZ nomidagi NUKUS DAVLAT
PEDAGOGIKA INSTITUTI**

B. Yavidov, A. Asanova, R. Sultanov, S. Norboyeva

ISSIQLIK NURLANISHI QONUNLARI
(o`quv-uslubiy qo`llanma)

NUKUS-2014

Tuzuvchilar: B. Yavidov, A. Asanova, R. Sultanov, S. Norboyeva

Uslubiy-qo'llanmada issiqlik nurlanish qonunlari bayon etilgan. Bunda issiqlik nurlanishining eng asosiy qonunlaridan Kirxgof qonuni, Stefan-Boltsman qonuni, Vinning siljish qonuni kabi qonunlar atroflicha bayon etilgan. Absolyut qora jism nurlanishini qisman tushuntiruvchi Reley-Jins va Vin formulalari keltirib chiqarilgan. Yangi, kvantlanish g'oyasi negizida interpolyatsion usulda topilgan Plank formulasi berilgan. Ayrim masalalarning yechilish usullari bayon etilgan.

MAS`UL MUHARRIR:

K.Turdanov – Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti Umumiy fizika kafedrası mudiri, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent.

TAQRIZCHILAR:

- 1. U.Kurbanov*** – O'zR Fanlar Akademiyasining Yadro fizikasi instituti ilmiy xodimi, fizika-matematika fanlari nomzodi.
- 2. G.Karlibaeva*** – A'jiniyoz nomidagi Nukus Davlat pedagogika instituti Umumiy fizika kafedrası dotsenti, pedagogika fanlari nomzodi.

Kirish

Harorat modda xossalarini belgilovchi asosiy fizikaviy kattaliklarning biridir. Haroratga ega har qanday jism, uning qanday agregat holatda bo'lishidan qat'iy nazar, o'zidan nurlanish chiqaradi. Bu nurlanish to'lqin uzunligi ham aynan o'sha harorat bilan aniqlanadi. Aynan shu sabab, jismdam faqat uning ichki energiyasi hisobidan chiqadigan nurlanish – issiqlik nurlanishi deb aytiladi. Oddiy sharoitlarda jismlar o'zidan infraqizil nurlanish chiqaradi. Issiqlik nurlanishini tadqiq etish XIX asrning o'rtalarida ancha yutuqlarga erishgandi. Ammo absolyut qora jism deb ataluvchi ideallashtirilgan jismdam ixtiyoriy haroratda chiqadigan nurlanishni, nurlanish energiyasining to'lqin uzunlik (chastota) bo'yicha taqsimlanish qonuniyatini, tom ma'noda tushunib yetilmagandi. Bu borada evropalik Stefan, Boltsman, Vin, Kirxgof, Reley va Jins kabi bir qator fiziklarning ishlari salmoqlidir. Absolyut qora jism nurlanishi masalasini yechish uchun yangi g'oya, yangicha yondashuv, kerak edi. Darhaqiqat, bu masalani yangi g'oya, kvantlanish tamoyili negizida tushuntirish M.Plank tomonidan amalga oshirildi. Issiqlik nurlanish hodisalarini tadqiq etish kvant fizikasining yaratilishiga turtki bo'ldi. Shu sabab, issiqlik nurlanishi qonunlarini o'rganish juda muhim, uning tarixi bilan tanishish esa fizika fanining qanday rivojlanganligini ko'rsatadi. Ushbu uslubiy qo'llanmada issiqlik nurlanish qonunlari an'anaviy uslubda bayon etilib ayrim masalalar yechilishi qaralgan.

Qo'llanmada quyidagi qisqartmalar ishlatilgan:

AQJ – absolyut qora jism

EY – energetik yorqinlik

IN – issiqlik nurlanish

NESZ – nurlanish energiyasining spektral zichligi

NQ – nurlanuvchanlik qobiliyati

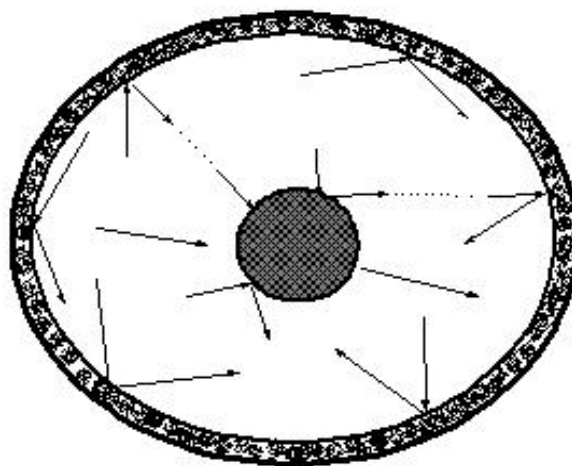
NYQ – nur yutuvchanlik qobiliyati

§ 1. QORA JISM NURLANISHI

Nazariy ma'lumot:

Jismning ichki energiyasi hisobiga sodir bo'luvchi elektromagnit nurlanishi **issiqlik nurlanishi** (IN) deb ataladi. IN har qanday haroratda ro'y beradi. Ammo past haroratlarda, asosan, infraqizil elektromagnit to'lqinlar nurlanadi. Nurlanish o'zi bilan energiya tashiydi. Nurlanish energiyasi uning spektri (ya'ni to'lqin uzunliklari yoki to'lqin chastotalari) bo'yicha taqsimlangan bo'ladi. Bu taqsimlanish spektr bo'yicha, umuman olganda, notekis bo'ladi. Shu sabab spektrning qaysi sohasida nurlanish energiyasining ko'proq yoki kamroq jamlanganini tavsiflovchi kattalik, nurlanish energiyasi spektr zichligi tushunchasi fanda keng qo'llaniladi. Harorat ortishi bilan nurlanishning umumiy energiyasi ortadi va shu bilan birga nurlanish energiyasi spektr zichligining maksimumi qisqa to'lqin uzunliklari sohasiga siljiydi. Tasavvur etingki, biror jism nurlanishni to'liq qaytaruvchi ichki sirtga ega bo'lgan qobiq bilan o'ralgan (1-rasm) va qobiq ichidagi havo so'rib olingan bo'lsin. Qobiq ichida nurlanish jismda qisman yutilib, qisman qaytadi.

Shu bois nurlanish va jism orasida uzluksiz energiya almashuvi sodir bo'ladi. Bu energetik almashuv nurlanishdagi har bir to'lqin uzunligi uchun ham o'rinlidir. Agar, jism va nurlanish orasidagi energetik taqsimot har bir to'lqin uzunligi uchun o'zgarmay qolaversa, jism-nurlanish sistemasi muvozanatli bo'ladi. Tajriba, jism bilan faqat IN-ning muvozanat holatida bo'lishligini ko'rsatadi.



1-rasm. Ichki sirti ideal qaytarish xususiyatiga ega bo'shliqda jism va nurlanish orasidagi muvozanat.

IN-ining bu xususiyati, harorat ko'tarilishi natijasida IN-ining intensivligi ortishi bilan ta'minlangan. Agar, muvozanat holati qandaydir sabablarga ko'ra buzilsa, masalan, jism nurlanishni yutishiga nisbatan ko'proq chiqara boshlaydi. Oqibatda uning ichki energiyasi ya'ni harorati kamayadi. Bu esa o'z navbatida jism nurlanishi

energiyasining kamayishiga olib keladi. Haroratning bunday kamayishi jism yutayotgan nurlanish energiyasi va u chiqarayotgan nurlanish energiyasi tenglashguncha davom etadi. Agar jism va nurlanish orasidagi muvozanat boshqa tomonga buzilsa, ya'ni jism chiqarayotgan nurlanish energiyasi yutilayotgan nurlanish energiyasidan kam bo'lsa, jism harorati orta boshlaydi. Haroratning bunday ortishi yana nurlanishning yutilish va chiqarish energiyalari tenglashguncha davom etadi. Demak, nurlanish va jism orasidagi muvozanatning buzilishi bu muvozanatni tiklashga intiluvchi jarayonlarni keltirib chiqaradi. Muvozanatli holatlarga va jarayonlarga nisbatan termodinamika qonunlarini qo'llash mumkin. Shu sabab, IN termodinamika qonunlariga amal etadi. IN intensivligini *Watt* da o'lchaymiz va u vaqt birligida nurlanuvchi nurlanish energiyasini anglatadi. Jism sirtining birlik maydonidan barcha yo'nalishda (2π fazoviy burchak ichida) tarqaluvchi nurlanish oqimi energiyasi jismning **energetik yorqinligi** (EY) deb ataladi va R bilan belgilanadi. Jismning EY haroratga bog'liq. Nurlanish har xil to'lqin uzunliklarga yoki chastotalarga ega to'lqinlardan tashkil topgan. Jism sirtining birlik maydonidan tarqaluvchi va $d\omega$ chastota intervali mos keluvchi nurlanish energiyasining oqimini dR_ω bilan belgilaymiz. Juda kichik $d\omega$ intervalda $dR_\omega \sim d\omega$ bo'ladi yoki

$$dR_\omega = r_\omega d\omega. \quad (1)$$

(1)-formuladagi proportsionallik koeffitsienti r_ω jismning **nurlanuvchanligi** yoki **nurlanuvchanlik qobiliyati** (NQ) deb ataladi. r_ω ham EY kabi jismning haroratiga bog'liq. Jismning EY va NQ o'zaro

$$R_T = \int dR_{\omega,T} = \int_0^\infty r_\omega d\omega \quad (2)$$

munosabat bilan bog'liq. Nurlanishni to'lqin uzunligi bilan ham tavsiflash mumkin. $d\omega$ chastota intervaliga $d\lambda$ to'lqin uzunligi intervali mos keladi. $\lambda = 2\pi c / \omega$ ni differentsiallab

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega \quad (3)$$

ni topamiz. (3) formuladagi manfiy ishora chastotaning ortishi bilan to'lqin uzunligi kamayishini va aksincha bo'lishini anglatadi. EY ning $d\lambda$ intervaliga mos keluvchi qismi (1) ga o'xshash

$$dR_{\lambda} = r_{\lambda} d\lambda \quad (4)$$

formula bilan beriladi. Ammo, $dR_{\omega} = dR_{\lambda}$ bo'lishi kerak va shu sabab $r_{\omega} d\omega = r_{\lambda} d\lambda$ tenglik ham bajariladi. Oxirgi formulani (3) yordamida

$$r_{\omega} d\omega = r_{\lambda} \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_{\lambda} \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega \quad (5)$$

yoki

$$r_{\omega} = r_{\lambda} \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_{\lambda} \frac{\lambda^2}{2\pi c} \quad (6)$$

deb yozsak bo'ladi. (6) formula yordamida r_{ω} dan r_{λ} ga va teskari o'tish mumkin.

Biror jism sirtining elementar maydonchasiga chastotasi $d\omega$ intervalda yotuvchi nurlanish tushsin va bu nurlanish energiyasi oqimi $d\Phi_{\omega}$ bo'lsin. Nurlanish energiyasining biror $d\Phi'_{\omega}$ qismi shu qaralayotgan maydonchada yutilsin. U holda

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}} \quad (7)$$

kattalik jismning **nur yutuvchanlik qobiliyati** (NYQ) deb ataladi. Jismning NYQ uning harorati va nurlanish chastotasi funksiyasidir. Ta'rif bo'yicha $a_{\omega,T}$ birdan katta bo'lishi mumkin emas. Jism sirtiga tushuvchi barcha chastotalarga tegishli nurlanish energiyalarini to'laligicha yutuvchi jism **absolyut qora jism** (AQJ) deb ataladi va AQJ uchun $a_{\omega,T} \equiv 1$! Mabodo jismning NYQ $a_{\omega,T} < 1$ bo'lsa, jism **kulrang jism** deyiladi.

Masala №1. Kichik darcha orqali kovak ichiga kirgan nur shu kovakdan chiqishda energiyasi dastlabki energiyasining 5 % ni tashkil qilishi uchun, nur necha marta kovak ichki devoridan qaytirshi darkor? Kovakning ichki devorining qaytarish koeffitsienti $\kappa = 0.6$ ga teng deb qabul qiling. (Задача № 244. Сборник задач по оптике и атомной физике. Под редакцией А.Г.Граμμαкова. Издательство ЛГУ-1973)

$$\text{Berilgan: } \kappa = 0.6, \frac{E_n}{E_0} = 0.05$$

Topish kerak: n ?

Yechilishi: Darchaga tushuvchi nurlanishning dastlabki energiyasi E_0 bo'lsin. Birinchi qaytishdan keyin nurlanish energiyasi $E_1 = \kappa E_0$, ikkinchi qaytishdan keyin

$E_2 = \kappa E_1 = \kappa \kappa E_0 = \kappa^2 E_0$ bo'ladi. n - marta qaytishdan keyin nurlanish energiyasi $E_n = \kappa^n E_0$ ga teng bo'ladi. Oxirgi formuladan $n = \log_k \frac{E_n}{E_0} = \log_{0.6} 0.05 \cong 6$.

Javob: 6 marta.

Savollar:

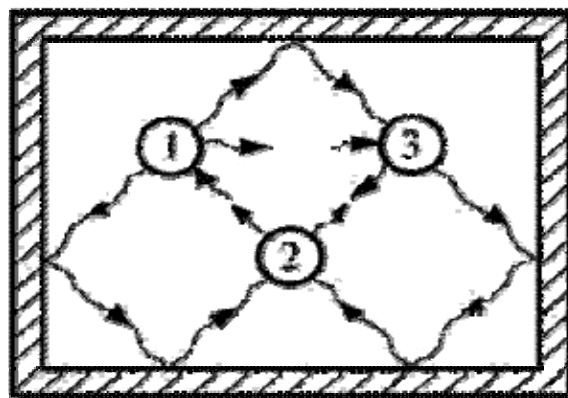
1. Issiqlik nurlanishi deb nimaga aytiladi?
2. Absolyut qora jism deb qanday jismga aytiladi?
3. Jismning yorqinligi deb qanday fizikaviy kattalikka aytiladi?
4. Jismning NQ va NYQ lari qanday birliklarda o'lchanadi?

§ 2. KIRXGOF QONUNI

Nazariy ma'lumot:

Jismning NQ va NYQ orasida o'zaro bog'lanish mavjud. Bunga quyidagi fikran tajriba yordamida ishonch hosil qilish mumkin. Devorlari doimiy haroratda ushlab turiluvchi bo'shliqni qaraymiz (2-rasm). Bo'shliqning ichki devori ideal qaytarish xossasiga ega bo'lsin.

Agar bo'shliq ichiga uchta jism kiritsak, ular orasida energiya almashish faqat IN orqali bo'ladi. Tajribalarning ko'rsatishicha, vaqt o'tishi bilan jismlar va nurlanish orasida muvozanat o'rnatiladi. Hamma jismlar harorati bo'shliq devori haroratiga tenglashadi. Katta NQ $r_{\omega, T}$ ga ega jismning birlik maydonidan vaqt birligida ko'p nurlanish energiyasi chiqadi.



2-rasm. Jismlar o'zaro nurlanish orqali energiya almashadilar va vaqt o'tishi bilan muvozanatga erishadilar.

Kichik NQ $r_{\omega, T}$ ga ega jismning birlik maydonidan esa vaqt birligida kam nurlanish energiyasi chiqadi. Jismlarning harorati o'zgarmaganligi bois, ko'p nurlanish energiyasi taratuvchi jism ko'p nurlanish energiyasini ham yutishi lozim. Ya'ni

jismning NQ qancha ko'p bo'lsa, uning NYQ ham shunchalik katta bo'lishi kerak. Bundan jismlarning NQ va NYQ lari nisbati bir xil degan xulosa kelib chiqadi:

$$\left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}}\right)_3 = \dots, \quad (8)$$

bu yerda 1, 2, 3 indekslar ifodaning mos ravishda birinchi, ikkinchi va uchinchi jismga tegishli ekanligini anglatadi. (8) munosabat **Kirxgof qonuni** formulasini ifodalaydi. Bu qonun Kirxgof tomonidan 1860- yili nazariy yo'l bilan topilgan. Kirxgof qonunining mohiyati quyidagicha: **jism NQ ning NYQ ga nisbati jism turiga bog'liq emas va barcha jismlar uchun bir xil bo'lib faqat chastota va harorat funksiyasidir:**

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = f(\omega, T). \quad (9)$$

Bunda $f(\omega, T)$ Kirxgofning universal funksiyasi deb ataladi. Bir jismdan boshqa jismga o'tganda NQ va NYQ larning qiymatlari juda katta o'zgarishlarga uchrasa hamki, ularning nisbati o'zgarmaydi. Ya'ni bu nisbat barcha jismlar uchun teng! Bu qonundan jism qanday chastotali nurlanishni yaxshi yutadigan bo'lsa, aynan shu chastotali nurlanishni ko'p tarqatishi kelib chiqadi. AQJ uchun NYQ $a_{\omega,T}=1$. Shu sababli AQJ ning NQ Kirxgofning universal funksiyasiga teng: $a_{\omega,T} = f(\omega, T)$. Ya'ni Kirxgofning universal funksiyasi bu AQJ ning NQ ekan. Ba'zida, Kirxgofning universal funksiyasini nurlanish (energiyasi) ning spektr taqsimoti funksiyasi deb ham atashadi. Nazariy tadqiqotlarda nurlanishning spektral tarkibini tavsiflash uchun Kirxgof universal funksiyasini chastota orqali bog'lagan yaxshi. Ammo, tajribani tahlil etishda uni to'lqin uzunligi funksiyasi $\varphi(\lambda, T)$ shaklida ifodalash maqsadga muvofiq. Ikkala funktsiya ham o'zaro (5) formulaga o'xshash formula

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T) \quad (10)$$

bilan bog'langan. Agar $f(\omega, T)$ ma'lum bo'lsa, $\varphi(\lambda, T)$ ni

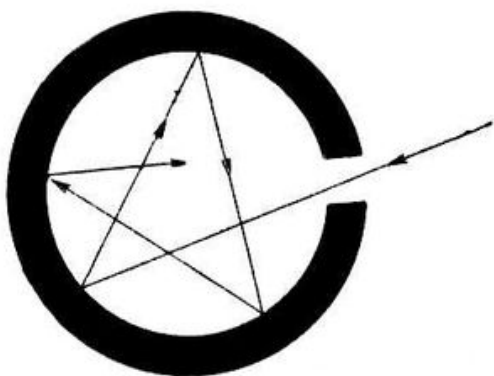
$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) \quad (11)$$

orqali, $\varphi(\lambda, T)$ ma'lum bo'lsa $f(\omega, T)$ ni

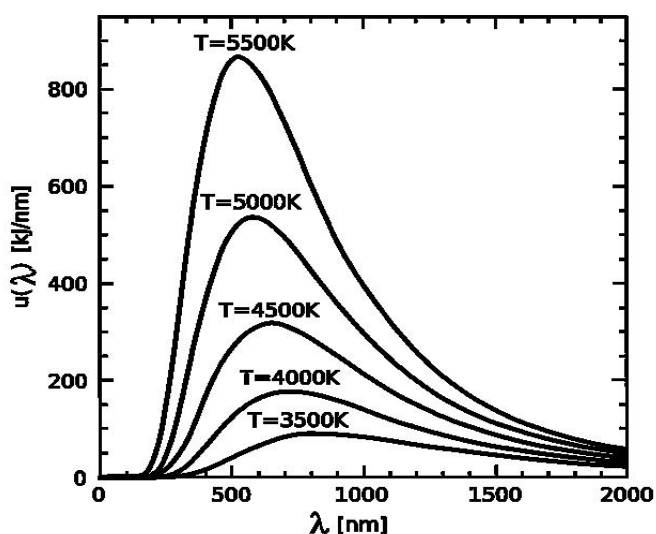
$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi\left(\frac{2\pi c}{\omega}, T\right) \quad (12)$$

orqali topamiz. AQJ bu ideal tushunchadir, tabiatda bunday jismlar yo'q. Qora kukunning NYQ chegaralangan chastota intervalida birga juda yaqin. Ammo, infraqizil

nurlanish sohasida uning NYQ birdan ancha kichik. AQJ ga xossalari jihatdan juda yaqin uskuna yaratish mumkin. Bu uskuna juda kichik tuynukka ega bo'lgan kovakdir (3-rasm). Tuynuk orqali kovakda kirgan nurlanish kovakdan chiqquncha ko'p marta kovak devorlaridan qaytadi. Har qaytishda o'z energiyasining bir qismini kovak devoriga beradi. Natijada uning barcha energiyasi yutiladi. Ya'ni tuynuk o'zini AQJ kabi namoyon etadi. Ana shu sababdan ham quyoshli kun xonaning ochiq derazasi uzoqdan qorang'u bo'lib ko'rinadi. Kirxgof qonuniga binoan tuynukning NQ $f(\omega, T)$ ga juda yaqin. Bunda T kovak devori harorati. Natijada, agar kovak devori harorati T ni doimiy



3-rasm. Absolyut qora jism modeli.



4-rasm. Absolyut qora jism NQ ning to'liq uzunligiga va haroratga bog'liqligi.

qilib ushlab turadigan bo'lsak, tuynukdan spektr tarkibi AQJ nurlanishi spektr tarkibiga juda yaqin nurlanish chiqadi. Difraktsion panjara yordamida bu nurlanishning spektr tarkibini o'rganish, xususan, nurlanish spektrining turli qismlaridagi (ya'ni har xil to'liq uzunliklarga mos keluvchi) nurlanish intensivligini o'lchab $f(\omega, T)$ ni yoki $\varphi(\lambda, T)$ ni aniqlash mumkin. Tajribada aniqlangan $\varphi(\lambda, T)$ 4-rasmda keltirilgan. Har bir grafik aynan bir aniq haroratga mos keladi. Egri chiziq ostidagi maydon yuzasi AQJ ning mazkur haroratiga mos keluvchi EY iga teng. 4-rasmdan AQJ ning harorati ko'tarilishi bilan uning EY ning ham ortishini ko'ramiz. AQJ NQ ning maksimumi harorat ko'tarilishi bilan kichik to'liq uzunliklari tomon siljiydi.

Masala №2. Qanday to'liq uzunligida AQJ ning chastotada va to'liq uzunlikda ifodalangan NQ lari nisbati $2 \text{ nm} \cdot \text{s}$ ga teng?

Berilgan: $\kappa = \frac{f(\omega, T)}{\varphi(\lambda, T)} = 2 \text{ nm} \cdot \text{s}$

Topish kerak: λ -?

Yechilishi: (10) formulaga muvofiq

$$\frac{f(\omega, T)}{\varphi(\lambda, T)} = \frac{\lambda^2}{2\pi c} = k \Rightarrow \lambda^2 = 2\pi c k \Rightarrow \lambda = \sqrt{2\pi c k}$$

Hisoblash: $\lambda = \sqrt{2\pi c k} = \sqrt{2 \cdot 3.14 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 2 \cdot 10^{-9} m \cdot s} \cong 2 \text{ m}$

Javob: 2 metr

Savollar:

1. Qanday tizim AQJ ning real modeliga misol bo`la oladi?
2. Kirxgof qonunining mazmun-mohiyati nimadan iborat?
3. Kirxgofning universal funktsiyasining o`lcham birligi nima?
4. Jismning NQ hatorar va chastotaga (to`lqin uzunligiga) qanday bog`liq?

§ 3. NURLANISH ENERGIYASINING MUVOZANATLI ZICHLIGI

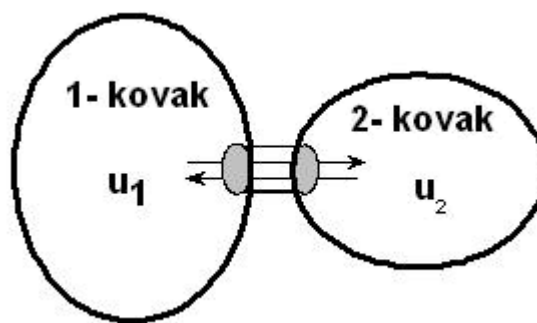
Nazariy ma'lumot:

Modda bilan muvozanatda bo`lgan nurlanishni ko`rib chiqamiz. Buning uchun yana 1-rasmda tasvirlangan tizimga murojaat etamiz. Bo`shliqning ichki devori harorati  $T$  bo`lsin. Bo`shliq nurlanish bilan to`liq bo`lganligi sabab, nurlanish energiyasi ham bu hajmda taqsimlangan bo`ladi. Nurlanishning hajmiy zichligini kiritamiz $u = u(T)$. Nurlanish energiyasining spektr zichligi (NESZ) $u(\omega, T)$ ni $du_\omega = u(\omega, T)d\omega$ formula orqali kiritamiz. Bu yerda du_ω nurlanish energiyasining $d\omega$ chastota intervaliga mos keluvchi qismi. Nurlanish energiyasining to`liq zichligi

$$u(T) = \int_0^\infty u(\omega, T)d\omega \quad (13)$$

formuladan topiladi. Termodinamika qonunlaridan nurlanish energiyasining hajmiy zichligi $u(T)$ faqat haroratga bog`liq bo`lishi va kovak devorining turiga bog`liq bo`lmasligi kelib chiqadi. Buni isbotlash uchun teng haroratlarga, lekin kovak devorlari turli moddalardan qilingan ikki kovakni ko`rib chiqamiz (5-rasm).

Faraz qilamizki, nurlanishning hajmiy zichligi haroratga bog'liq emas va shu sababdan $u_1(T) > u_2(T)$. Bu ikki kovaklarni o'zaro tutashtiramiz. Ular orasida nurlanish orqali energiya almashinuvi boshlanadi. Natijada, 1-kovak soviy, 2-kovak esa isiy boshlaydi.



5-rasm. Tutash kovaklar.

Ammo, haroratlari teng kovaklar o'zaro energiya almashishi natijasida ularning haroratlari har xil bo'lib qolishi mumkin emas. Bu termodinamika qonunlari bilan ta'qiqlanadi. Shu sabab, bizning $u_1(T) > u_2(T)$ deb faraz etishimiz, noto'g'ri! Kovaklarning haroratlari tengmi, demak, ulardagi nurlanish energiyalarining hajmiy zichliklari ham teng bo'lishi shart! Bu tenglik har bir to'liq uzunliklari uchun bajariladi. Ma'lum bo'lishicha, AQJ ning NQ va nurlanishning muvozanatli zichligi o'zaro

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} u(\omega, T) \quad (14)$$

formula orqali bog'langan.

Masala №3. AQJ ning $\lambda = 580 \mu m$ to'liq uzunligiga mos keluvchi NQ $r_\lambda = 40.6 \text{ kWt} / m^2 \cdot nm$ ga teng bo'lsa, shu to'liq uzunligidagi muvozanatli nurlanishning hajmiy zichligini toping.

Berilgan: $\lambda = 580 \mu m$, $r_\lambda = 40.6 \text{ kWt} / m^2 \cdot nm$

Topish kerak: $u(\lambda)$ -?

Yechilishi: (14) formulaga muvofiq $u(\omega) = \frac{4}{c} f(\omega)$. Shunga o'xshash $u(\lambda) = \frac{4}{c} \varphi(\lambda)$

deb yozamiz. (9) formulaga muvofiq $\varphi(\lambda) = r_\lambda$. Natijada yakuniy formulani topamiz:

$$u(\lambda) = \frac{4}{c} r_\lambda.$$

Hisoblash:

$$u(\lambda) = \frac{4}{c} r_\lambda = \frac{4}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} \cdot 40.6 \frac{\text{kWt}}{m^2 \cdot nm} = 40.6 \frac{\text{kJ}}{m^3 \cdot nm}$$

Javob: $40.6 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3 \cdot \text{nm}}.$

Savollar:

1. Nurlanish energiyasining spektral zichligi (NESZ) deganda nimani tushunasiz?
2. NESZ va nurlanish energiyasining hajmiy zichligi o'lcham birliklari qanday?
3. 5-rasmda tasvirlangan tutash kovaklar orasida o'rnatilgan issiqlik muvozanat kovaklarning hajmi, sirtlarining maydoni va shakliga bog'liqmi?

§4. STEFAN-BOLTSMAN QONUNI. VINNING SILJISH QONUNI

Nazariy ma'lumot:

AQJ nurlanishini qonuniyatlarini nazariy tushuntirish fizika tarixida katta ahamiyat kasb etadi. Chunki u energiya kvanti tushunchasining paydo bo'lishiga qolaversa kvant fizikasining yaratilishiga yo'l ochib berdi. Tajribani to'g'ri tushuntira oladigan NESZ ni nazariy jihatdan keltirib chiqarishga ko'p urinishlar bo'ldi, ammo ko'pchiligi natijasiz tugadi. 1879- yili avstriya fizigi Y.Stefan to'plangan tajriba natijalarini tahlil eta turib, ixtiyoriy jismning EY R uning termodinamik haroratining to'rtinchi darajasiga to'g'ri proporsional degan xulosaga kelgan. Ammo, keyinchalik o'tkazilgan nozik tajribalar bu xulosaning noto'g'ri ekanligini ko'rsatdi. 1884- yili Boltsman, umumiy termodinamik mulohazalar yuritib nazariy yo'l bilan AQJ EY uchun

$$R^* = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4 \quad (15)$$

formulani keltirib chiqardi. Bu yerda σ doimiy kattalik, T termodinamik harorat (gap AQJ to'g'risida ketayotgani uchun EY ni $*$ bilan ta'minladik). Ixtiyoriy jismlar uchun aytilgan Stefan qonuni aslida faqat AQJ uchun ekanligi ma'lum bo'ldi. AQJ ning EY va uning termodinamik harorati orasidagi (15) munosabat hozirda ***Stefan-Boltsman qonuni*** nomi bilan yuritiladi. σ doimiy esa Stefan-Boltsman doimiysi deb ataladi va $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{Wt} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$ ga teng. 1893 yili olmon fizigi V.Vin termodinamika qonunlari va elektromagnitizm nazariyasidan foydalanib AQJ ning EY yoki nurlanishning spektr taqsimoti funktsiyasi

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad (16)$$

shaklda yozilishi kerakligini ko'rsatib berdi. Bu yerda F - argumenti ω/T bo'lgan qandaydir funktsiya. U holda

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = \frac{1}{\lambda^5} \psi(\lambda, T). \quad (17)$$

Bu yerda $\psi(\lambda, T)$ argumenti $\lambda \cdot T$ bo'lgan qandaydir funktsiya. (17) formuladan nurlanish spektr taqsimoti funktsiyasi $\varphi(\lambda, T)$ qaysi to'lqin uzunligi λ_m da maksimumga erishishini aniqlash mumkin. Rostdan ham (17) ni λ bo'yicha differentsiallab

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda^5} T \psi'(\lambda T) - \frac{5}{\lambda^6} \psi(\lambda T) = \frac{1}{\lambda^6} [\lambda T \psi'(\lambda T) - 5\psi(\lambda T)] \quad (18)$$

ni topamiz. Kvadrat qavs ichidagi ifodani biror $\Psi(\lambda \cdot T)$ funktsiya deb qarashimiz mumkin. Tajribadan $\lambda_m \neq \infty$ ekanligi ma'lum bo'lganidan, kvadrat qavs ichidagi ifodani ya'ni $\Psi(\lambda \cdot T)$ ni nolga tenglaymiz xolos

$$\left(\frac{d\varphi}{d\lambda}\right)_{\lambda=\lambda_m} = \frac{1}{\lambda_m^6} \Psi(\lambda_m T) = 0 \quad (19)$$

Bu tenglamaning yechimini b bilan belgilaymiz. U holda **Vinning siljish qonuni** nomi bilan ataluvchi

$$\lambda_m \cdot T = b \quad (20)$$

munosabatni qo'lga kiritamiz. Tajribadan topilgan b ning qiymati $2.898 \cdot 10^{-3} m \cdot K$ ga teng.

Masala № 4. Qanday haroratda AQJ ning energetik yorqinligi $R^* = 10 \text{ kWt} / m^2$ ni tashkil qiladi? (*Masala №34-1. А.Чертов ва А.Воробьев. Физикадан масалалар тўплами. Тошкент: 1997*)

Berilgan: $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wt} / m^2 \cdot K^4$, $R^* = 10 \text{ kWt} / m^2$

Topish kerak: T -?

Yechilishi: Stefan-Boltsman qonuniga ((15)- formula) muvofiq $R^* = \sigma T^4$

Bu yerdan AQJ ning haroratini topamiz: $T = \sqrt[4]{\frac{R^*}{\sigma}}$

$$\text{Hisoblash: } T = \sqrt[4]{\frac{R^*}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 10^3 \cdot Wt / m^2}{5.67 \cdot 10^{-8} Wt / m^2 \cdot K^4}} = 648 \text{ K}$$

Javob: 648 K .

Masala № 5. Agar Quyosh sirtining harorati 5800 K bo'lsa, Quyosh NQ ning maksimumiga mos keluvchi to'lqin uzunligi spektrning qaysi sohasiga mansub? (Масала № 31.73. Умумий физика курсидан масалалар тўплами. М.С. Цедрик таҳрири остида. Т.: 1991)

$$\text{Berilgan: } T = 5800 \cdot K, b = 2.898 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

Topish kerak: λ_m -?

Yechilishi: Vinning siljish qonuniga ((20)- formula) muvofiq $\lambda_m \cdot T = b$

$$\text{Bu yerdan AQJ ning haroratini topamiz: } \lambda_m = \frac{b}{T}$$

Hisoblash:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.898 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{5800 K} = 499 \text{ nm}$$

Javob: 499 nm - spektrning optik sohasi.

Savollar:

1. Stefan-Boltsman qonunining mohiyati nimadan iborat?
2. Vinning siljish qonuni NESZ ning nimaga bog'liqligini tavsiflaydi?
3. Stefan-Boltstan qonuni amaliyotda qanday qo'llaniladi?
4. Vinning siljish qonuni yordamida relikt nurlanish haroratini aniqlasa bo'ladimi?

§ 5. RELEY-JINS FORMULASI. VIN FORMULASI

Nazariy ma'lumot:

Tajribani to'g'ri tushuntira oladigan IN energiyasining spektr zichligi nazariy yo'l bilan keltirib chiqarishga Reley va Jins urinib ko'rishdilar. Ular klassik statistika qonunlari, xususan, energiyaning erkinlik darajalari bo'yicha teng taqsimlanishidan foydalanishdi. IN kub shaklidagi kovak ichida ko'rib chiqildi. Kovakning ichki devori

klassik ostsillyatorlar to'plami deb qaraldi. Ya'ni kovak devori va nurlanish o'zaro energiya almashadi. Kovak ichida nurlanishni turg'un to'lqinlar to'plami yoki modalardan tashkil topgan deb qaraldi. Nurlanishdagi har bir turg'un to'lqin tebranish modasi deb ataladi. Kovak kub ichida qancha turg'un to'lqin bo'lsa nurlanishda shuncha tebranishlar modasi bor deb atash qabul etilgan. Agar kub qirrasi L deb hisoblasak, turg'un to'lqin hosil bolish sharti (6-rasm)

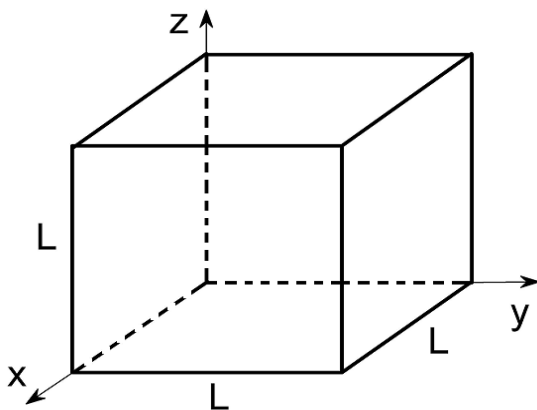
$$k \cdot L = 2\pi n \quad (21)$$

yoki

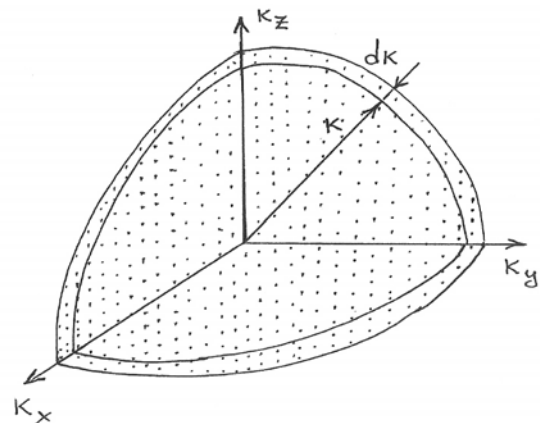
$$k_x L = \pi n_x, \quad k_y L = \pi n_y, \quad k_z L = \pi n_z \quad (22)$$

shaklida yoziladi. To'lqin soni $(k_x, k_x + dk_x)$, $(k_y, k_y + dk_y)$, $(k_z, k_z + dk_z)$ oraliqda yotuvchi to'lqinlar soni dN bo'lib, bu son $(n_x, n_x + dn_x)$, $(n_y, n_y + dn_y)$, $(n_z, n_z + dn_z)$ oraliqda yotuvchi butun sonlarga teng va shu sabab

$$dN = dn_x dn_y dn_z = \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 dk_x dk_y dk_z \quad (23)$$



6-rasm. Tebranishlar modalari kontsentratsiyasini hisoblashga doir va kovakning kub modeli.



7-rasm. Sferik koordinatalar tizimida tebranishlar modalari kontsentratsiyasini hisoblashda to'lqin vektori yo'nalishi.

deb yozsak bo'ladi. Keyingi hisoblashni sferik koordinatalar sistemasida bajargan ma'qul. Bunda k_x, k_y, k_z mos ravishda x, y, z o'qlari bo'yicha yo'nalgan deb qaraymiz (7-rasm). k_x, k_y va k_z to'lqin sonlari musbat bo'lganligi bois (23) munosabatni

$$dN = \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 \frac{1}{8} 4\pi k^2 dk \quad (24)$$

ko'rinishda yozamiz. $k = \omega / c$ ekanligini inobatga olib tebranish modalari kontsentratsiyasini topamiz:

$$\frac{dN}{L^3} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega. \quad (25)$$

IN elektromagnit to'liqin va shu sababli u ikki yo'nalishda qutblanishi mumkin ekanligini esga olib, turg'un to'liqlar kontsentratsiyasi

$$\frac{dN_t}{L^3} = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega \quad (26)$$

ekanligini topamiz. Boshqacha etib aytganda, kovak ichidagi nurlanish modalari soni nurlanishning erkinlik darajasiga teng. Agar nurlanishning bitta erkinlik darajasiga mos keluvchi o'rtacha energiya $\langle E \rangle$ bo'lsa, kovakdagi nurlanish energiyasining spektral zichligi

$$u(\omega, T) = \frac{dN_t}{L^3} \langle E \rangle = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \langle E \rangle \quad (27)$$

munosabat bilan aniqlanadi. Qarabsizki, nurlanish energiyasining spektral zichligini aniqlash masalasi tebranish modasining o'rtacha energiyasi topilishiga keltirildi. (27) formula spektral zichlikning chastotaga funktsiyasi shaklida berilgan, ammo uni osonlikcha to'liqin uzunligi bo'yicha taqsimlanish formulasiga o'tkazish mumkin. Reley va Jins (27) formuladagi modalarning o'rtacha energiyasi o'rniga klassik fizika qonunlariga binoan garmonik ostsilyatorning o'rtacha energiyasi $\langle E \rangle = kT$ ni qo'yib

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT \quad (28)$$

ni va AQJ ning NQ uchun esa (14) ga muvofiq

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT \quad (29)$$

formulani qo'lga kiritishdilar. Bu formula (28) va (29) munosabatlar **Reley-Jins formulasi** deb ataladi, chunki uni birinchi marotaba D.U. Reley 1900 yili taklif etgan va keyinchalik D.D. Jins (1877-1946) mukammal darajada asoslab bergan. U IN energiyasining spektral zichligini ifodalaydi. Reley-Jins formulasi klassik fizika qonunlari asosida olingani sababli tajribalarni butunlayicha tushuntirib bera olmadi. Faqat kichik chastotalardagina Reley-Jins formulasi tajribani qoniqarli tushuntirib bera olishi mumkin. Katta chastotalarda kuzatiladigan spektral zichlik (28) dan ancha kichik bo'ladi. Juda katta chastotalarda ya'ni $\omega \rightarrow \infty$ da spektral zichlik ham cheksizlikka intiladi $u(\omega, T) \rightarrow \infty$. Shu asnoda nurlanishning to'liq hajmiy zichligi ham cheksizlikka intiladi

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega = \infty. \quad (30)$$

Bu albatta, aql bovar qilmaydigan hol, chunki kovak ichidagi nurlanish termodinamik muvozanatdali va uning energiyasi cheklanganini tajribadan bilamiz. Tajriba nurlanishning spektral zichligi biror chastotada maksimumga erishib, keyinchalik eksponentsial darajada kamayib ketishini ko'rsatadi. Shu sabab Reley-Jins formulasi katta, ultrabinafsha nurlanishi, chastotalaridan boshlab tajribaga, umuman, mos kelmaydi. Nurlanish energiyasi hajmiy zichligining tasavvur etib bo'lmaydigan darajada cheksizlikka intilishi $u(T) \rightarrow \infty$ fizikada **ultrabinafsha halokati** nomi bilan mashhur! Nurlanish energiyasi spektral zichligini topishning boshqacharoq yo'lini 1896 yili V.Vin (1864-1928) taklif etdi. Uning fikricha nurlanishdagi har bir moda $E(\omega)$ energiyaga ega, lekin aynan shu chastotadagi barcha modalar uyg'ongan emas. Uyg'ongan modalarning nisbiy soni $\Delta N / N$ ni Boltsman taqsimoti bilan aniqlanadi:

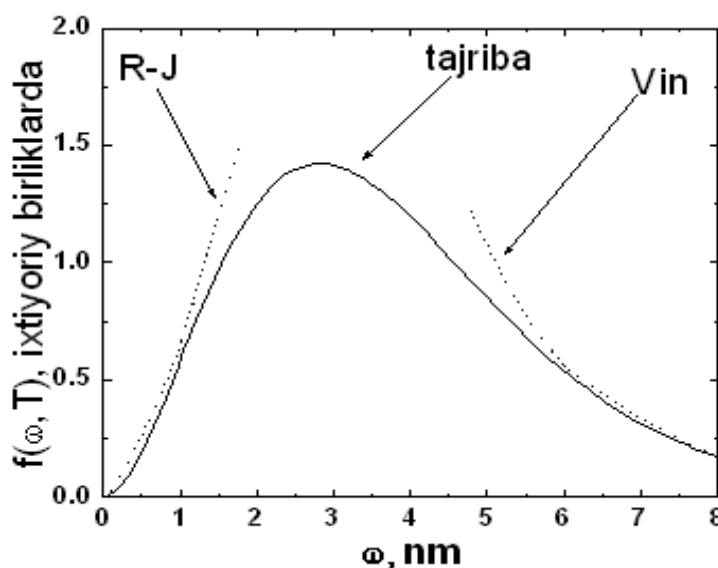
$$\frac{\Delta N}{N} = e^{-E/kT} \quad (31)$$

Bu yerdan ω chastotali nurlanishning o'rtacha energiyasi

$$\langle E \rangle = E(\omega) \frac{\Delta N}{N} = E(\omega) e^{-E/kT} \quad (32) \text{ ni topamiz.}$$

Umumiy termodinamik mulohazalar yuritib V.Vin ω chastotali tebranish modasi energiyasi shu chastota ω ga proporsional bo'lishi kerak degan xulosaga keldi: $E \sim \omega$. Proporsionallik koeffitsienti o'sha paytda noma'lum edi, lekin hozirgi vaqtda u Plank doimiysi $\hbar$ ekanligi aniq, ya'ni $E = \hbar\omega$. U holda (27) formula, (32) ni e'tiborga olib, quyidagicha yoziladi:

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} e^{-\hbar\omega/kT}, \quad (33)$$



8-rasm. AQJ nurlanishi energiyasining spektr zichligi uchun tajribada olingan grafik, Reley-Jins formulasiga asosan va Vin formulasiga asosan chizilgan grafiklar.

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} e^{-\hbar \omega / kT} \quad (34)$$

(33) va (34) munosabatlar AQJ NESZ uchun **Vin formulasi** deyiladi va u tajribani juda katta chastotalarda yaxshi tushuntiradi. Qo'lga kiritilgan ikki formula, ya'ni kichik chastotalar uchun Reley-Jins formulasi va katta chastotalar uchun Vin formulasi, faqat cheklangan oraliqlardagina tajribani tushuntirar edi. Ular orasidagi chastotalar intervalida NESZ qanday formula bilan ifodalanishi o'sha paytda ma'lum emasdi. Masalan, Quyoshdan kelayotgan nurlanishni o'rganganimizda, tajribadan spektral zichlikning qaysidir chastotada maksimumga ega ekanligini aniqlashimiz mumkin. Ammo, bu NESZ maksimumga erishishini na Reley-Jins (28) va na Vin (33) formulalari qoniqarli qarajada tushuntirib bera olmasdi (8-rasm). O'rta oraliqda NESZ ning chastota (to'lqin uzunligi) ga bog'liqligini tushuntiradigan nazariya mavjud emasdi....

Masala №6. AQJ deya qarasa bo'ladigan yulduz spektrning 700 nm to'lqin uzunligi atrofida nurlanish tarqatmoqda. Yulquzning NQ ni Reley-Jins va Vin formulalari asosida hisoblab taqqoslang. Natijalar asosida qanday xulosa qilish mumkin?

Berilgan: $\lambda = 700 \text{ nm}$, $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} / \text{K}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} / \text{s}$

Topish kerak: $f_{R-J}(\omega, T)$ -?, $f_{Vin}(\omega, T)$ -?

Yechilishi: Oldiniga Vinning siljish qonuni $\lambda_m \cdot T = b$ ((20)- formula) ga muvofiq yulduzning haroratini aniqlab olamiz:

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{700 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4140 \text{ K}.$$

Bunday past harorat qizil gigant sinfiga mansub yulduzlarga xosdir. Nurlanish chastotasini topamiz:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} / \text{s}}{700 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2.7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}. \\ f_{R-J}(\omega, T) &= \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT = \frac{(2.7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1})^2}{4 \cdot 3.14^2 \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m} / \text{s})^2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 4140 \text{ K} = \\ &\cong 117 \cdot 10^{-9} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \\ f_{Vin}(\omega, T) &= \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} e^{-\hbar \omega / kT} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot (2.7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1})^3}{4 \cdot 3.14^2 \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m} / \text{s})^2} \times \end{aligned}$$

$$\times \exp \left(- \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 2,7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 4140 \text{ K}} \right) \cong 4,06 \cdot 10^{-9} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$$

Taqqoslash $f_{R-J}(\omega, T) > f_{Vin}(\omega, T)$ ekanligini ko'rsatadi.

Javob: $f_{R-J}(\omega, T) \cong 117 \cdot 10^{-9} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$ va $f_{Vin}(\omega, T) \cong 4,06 \cdot 10^{-9} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$.

Savollar:

1. Reley-Jins formulasi AQJ nurlanishini spektrning qaysi sohasida qoniqarli tavsiflaydi?
2. Turg'in to'lqin modalari soni deganda nimani tushunasiz?
3. "Ultrabinafsha halokat" bu nima?
4. Vin formulasi AQJ nurlanishini spektrning qaysi sohasida qoniqarli tavsiflaydi??
5. Reley-Jins formulasi va Vin formulasi bir-biridan nimalari bilan farqlanadi?

§ 6. PLANK FORMULASI

Nazariy ma'lumot:

AQJ ning NQ ni na Reley-Jins formulasi na Vin formulasi barcha chastotalar intervallarida to'g'ri tushuntira olmasligiga asosiy sabab, bu hodisani klassik fizika qonunlariga binoan tushuntirishga urinish edi. Klassik fizika qonunlariga binoan NESZ ning to'g'ri topilmaganligi bois olmon fizigi Maks Plank 1900- yili

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1} \quad (35)$$

yoki

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1} \quad (36)$$

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{2\pi \hbar c / kT \lambda} - 1} \quad (37)$$

ko'rinishdagi interpolyatsion formulalarni taklif etdi. Bu yerda $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ Plank doimiysi. (35) formula **Plankning interpolyatsion formulasi** deb yuritiladi.

Plank (35) formulani keltirib chiqarmagan, aksincha o`ylab topgan va Olmoniya fizika jamiyatining 1900- yili 19- sentabridagi majlisida birinchi marta taqdim etgan. Keyingi ikki oyni o`ylab topilgan formulani keltirib chiqarishga sarflagan. Shuni aytib o`tish kerakki, Plank formulasi klassik fizika qonuniyatlariga zid, uni klassik fizika doirasida keltirib chiqarish mumkin emas. Buni quyidagicha ko`rsatish mumkin. (27) formuladagi $\langle E \rangle$ deganda ω chastotali nurlanish energiyasining o`rtacha qiymatini tushunamiz. Termodinamik muvozanat holatida u  $\omega$  chastotali nurlanishni yutuvchi va chiqaruvchi ostsillyatorlar o`rtacha energiyasiga teng. Ostsillyatorlarning energiya bo`yicha taqsimlanishi Boltsman qonuniga binoan bo`lishi lozim:

$$N(E) = A \exp\left(-\frac{E}{kT}\right). \quad (38)$$

Klassik fizikada ostsillyator har xil qiymatdagi energiyani qabul etishi mumkin, ya'ni E uzluksiz miqdor. U holda ostsillyatorning o`rtacha energiyasi

$$\langle E \rangle = \frac{A \int_0^\infty E \exp(-E/kT) dE}{A \int_0^\infty \exp(-E/kT) dE} = kT \quad (39)$$

ga teng bo`ladi. (39) ni (27) ga qo`yib Reley-Jins formulasi (28) ni qo`lga kiritamiz. Buning hech ajablanadigan joyi yo`q, chunki biz hisoblashni klassik fizika qonuni, energiyaning erkinlik darajalar bo`yicha teng taqsimlanishi, asosida yuritdik. M.Plank tomonidan kvant fizikasini yaratish uchun birinchi dalil qadam qo`yilgan edi. Uning fikricha, ostsillyatorlar energiyasi uzluksiz bo`lmay, aksincha, faqat diskret qiymatlar qabul qilishi mumkin. U ostsillaytor energiyasi biror minimal  $E_1$  energiyaga proportsional ravishda o`zgaradi

$$E_n = nE_1, \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (40)$$

deya qabul etti. U holda, ostsillyatorlar o`rtacha energiyasi

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E_n e^{-E_n/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-E_n/kT}} = \frac{E_1}{e^{E_1/kT} - 1} \quad (41)$$

formula bo`yicha hisoblanadi. (41) munosabatni (27) ga qo`yib NESZ topamiz:

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{E_1}{e^{E_1/kT} - 1}. \quad (42)$$

Biz haligacha minimal energiya E_1 ni ixtiyoriy deb keldik, ammo (39) formula Plankning interpolatsion formulasi bilan mos tushish uchun uni

$$E_1 = \hbar\omega. \quad (43)$$

deb qabul qilishimiz zarur! Demak, ko`rinib turibdiki, tajribani to`g`ri tushuntirish uchun kovak sirtida joylashgan atom (ostsillyator) energiyasi uzluksiz emas, balki diskret qiymatlar qabul etishi mumkin degan postulatni kiritishga majbur bo`ldik. Shu sabab, atom ichki energiyasi uzluksiz emas, diskret ravishda o`zgaradi yoki uning energiyasi **kvantlanadi** deymiz. Energiyaning kvantlanishi klassik fizika qonunlariga mutlaqo zid. Atomning holati diskret energiya bilan tavsiflanadi. Atom biror vaqt mobaynida ruxsat etilgan energetik holatda bo`ladi va bu holat **statsionar (barqaror, turg'un) holat** deyiladi. Atom biror energetik holatidan quyi energiyali boshqa holatiga o`tishida o`zidan energiya chiqaradi, bu energiya nurlanish kvanti tariqasida chiqadi. Agar energiya o`zgarishi  $\Delta E$  bo`lsa, nurlanish kvanti chastotasi $\omega = \Delta E / \hbar$ ga teng bo`ladi. Xuddi shu kabi atom quyi energetik holatdan yuqori energetik holatga o`tishi mumkin. Buning uchun atom tashqaridan biror ΔE energiyani yutishi lozim. Yuqori holatga o`tish  $\omega = \Delta E / \hbar$  chastotali nurlanishni yutish orqali bo`ladi. Natijada, nurlanish modda tomonidan energiyaning biror qismi (kvanti) $E = \hbar\omega$ shaklida yutiladi va chiqariladi degan xulosaga kelamiz. (34) formula AQJ nurlanishining tajribada kuzatiladigan barcha xususiyatlarini tushuntirib bera oladi. Jismlar tomonidan yutiladigan va nurlanadigan nurlanishning kvant shaklida bo`lishi haqidagi tasavvurot kvant fizikasining yaratilishiga poydevor bo`ldi.

Masala № 7. NESZ ni ifodalovchi Plankning interpolatsion formulasi (34) kichik chastotalar $\hbar\omega \ll kT$ da Reley-Jins formulasi (28) ga o`tishini ko`rsating.

*Ko`rsatilishi:* Kichik chastotalarda  $\hbar\omega \ll kT$  va shu sabab  $\hbar\omega / kT \ll 1$  bo`lganlikdan (34) formuladagi eksponentani Teylor qatoriga yoyishimiz mumkin:

$$\exp(\hbar\omega / kT) \approx 1 + \hbar\omega / kT. \quad (44)$$

U holda

$$\exp(\hbar\omega / kT) - 1 = \hbar\omega / kT, \quad (45)$$

$$\frac{1}{e^{\hbar\omega / kT} - 1} = \frac{1}{\hbar\omega / kT} = \frac{kT}{\hbar\omega}, \quad (46)$$

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{kT}{\hbar \omega} \Rightarrow u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT$$

Ya'ni biz Reley-Jins formulasini qo'lga kiritdik.

Masala № 8. NESZ ni ifodalovchi Plankning interpolyatsion formulasi (34) katta chastotalar $\hbar\omega \ll kT$ da Vin formulasi (33) ga o'tishini ko'rsating.

Ko'rsatilishi: Katta chastotalarda $\hbar\omega \ll kT$ tengsizlik o'rinli bo'ladi. Bu holda (34) formulasida eksponenta birdan juda katta bo'lganligi bois, maxarajdagi birni inobatga olmasak ham bo'ladi:

$$e^{\hbar\omega/kT} - 1 \approx e^{\hbar\omega/kT}, \quad (47)$$

$$\frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \approx \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}} = e^{-\hbar\omega/kT}. \quad (48)$$

Natijaviy ifoda

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} e^{-\hbar\omega/kT} \quad (49)$$

Bu esa Vin formulasining o'zginasidir.

Masala № 9. Stefan-Boltsman qonunini ifodalovchi (15) formulani Plankning interpolyatsion formulasi (36) dan keltirib chiqaring va Stefan-Boltsman doimiysining fundamental fizikaviy doimiylar orqali ifodalangan formulasini toping.

Yechilishi: (15) formuladagi $f(\omega, T)$ o'rniga (36) formuladan $f(\omega, T)$ ifodasini qo'yamiz:

$$R^* = \int_0^\infty \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \quad (50)$$

Integralni hisoblash uchun ω ning o'rniga yangi $\zeta = \hbar \omega / kT$ o'zgaruvchisini kiritamiz. U holda $\omega = (kT/\hbar)\zeta$ va $d\omega = (kT/\hbar)d\zeta$ ekanligini topamiz. Natijada integral

$$R^* = \frac{k^4}{4\pi^2 c^2 \hbar^3} \cdot \left(\int_0^\infty \frac{\zeta^3 d\zeta}{e^\zeta - 1} \right) \cdot T^4 \quad (51)$$

ko'rinishga keladi. Qavs ichidagi yozilgan integral jadvaliy integral bo'lib uning qiymati $\pi^4/15$ get eng, ya'ni

$$\int_0^{\infty} \frac{\zeta^3 d\zeta}{e^{\zeta} - 1} = \frac{\pi^4}{15}. \quad (52)$$

(51) formuladagi integralni zamonaviy dasturiy taminotlar yordamida hisoblash juda qulay. Masalan, “Wolfram Research” dasturiy ta’minoti “Mathematica 7” da bu integralni hisoblash “Integrate[xi^3/(Exp[xi]-1),{xi,0,+Infinity}]” buyrug’i kiritilishi bilan amalga oshiriladi (pastga qarang In[4]). Hisoblash natijasi “Out[4]” qatorida berilgan.

$$\begin{aligned} \text{In[4]:= } & \text{Integrate}[\mathbf{xi}^3 / (\text{Exp}[\mathbf{xi}] - 1), \{\mathbf{xi}, 0, +\text{Infinity}\}] \\ \text{Out[4]= } & \frac{\pi^4}{15} \end{aligned}$$

(52) ni inobatga olib, (51) formulani

$$R^* = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \hbar^3} T^4 \quad (53)$$

deb yozamiz. (53) formula Stefan-Boltsman qonunini ifodalovchi (15) formulaning o’zginasidir. Haroratning to’rtinchi darajasi oldida turgan proportsionallik koeffisientni σ harfi bilan belgilaymiz:

$$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60 c^2 \hbar^3} \quad (54)$$

Demak, Stefan-Boltsman doimiysi Boltsman doimiysi, Plank doimiysi va yorug’lik tezligi kabi fundamental fizikaviy doimiylar orqali ifodalanar ekan.

Masala № 10. Plankning interpolatsion formulasi (37) dan Vinning siljish qonuni formulasidagi doimiy b ning ifodasini toping.

Yechilishi: Yuqorida ta’kidlanganidek, AQJ ning NQ to’lqin uzunligiga bog’liq va biror λ_m da maksimumga erishadi. O’sha maksimumga mos keluvchi to’lqin uzunlik λ_m AQJ ning haroratiga bog’liq. Aynan Vinning siljish qonuni mana shu o’zaro bog’lanishni tavsiflaydi: $\lambda_m \cdot T = b$. (37) formuladan λ_m ni topish uchun, $\varphi(\lambda, T)$ dan λ bo’yicha hosila olib, uni nolga tenglashtirib tenglama hosil qilamiz. Keyin navbatdagi tenglamaning yechimini axtarib, undan bizga kerakli bo’lgan doimiyning ifodasini topamiz.

$$\frac{d\varphi(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^6} \frac{(2\pi \hbar c / kT \lambda) e^{2\pi \hbar c / kT \lambda} - 5(e^{2\pi \hbar c / kT \lambda} - 1)}{(e^{2\pi \hbar c / kT \lambda} - 1)^2} = 0 \quad (55)$$

Bu tenglamaning 3 ta yechimi mavjud. Ikkita yechim $\lambda_m = 0$ va $\lambda_m = \infty$ larda NQ $\varphi(\lambda, T)$ minimumlarga erishadi. Uchinchi yechim $\lambda = \lambda_m$ da esa NQ $\varphi(\lambda, T)$ maksimumga erishadi. Bu yechim (55) formuladagi kasrning surati nolga tenglashtirilib topiladi:

$$(2\pi \hbar c / kT \lambda_m) e^{2\pi \hbar c / kT \lambda_m} - 5(e^{2\pi \hbar c / kT \lambda_m} - 1) = 0 \quad (56)$$

$x = 2\pi \hbar c / kT \lambda_m$ deb belgilash kiritib (56) formulani

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0 \quad (57)$$

ko'rinishda yozib olamiz. (57) tenglama transtsendent tenglama bo'lib $x=4.965$ da yechimga ega. Darhaqiqat, (57) tenglamaning yechimini "Wolfram Research" dasturiy ta'minoti "Mathematica 7" da "NSolve[xExp[x]-5(Exp[x]-1)==0.x]" (pastga qarang In[7]) buyrug'ini kiritib $\{\{x \rightarrow 0.\}, \{x \rightarrow 4.96511\}\}$ ni topamiz (pastga qarang Out[7]).

In[7]:= **NSolve[x Exp[x] - 5 (Exp[x] - 1) == 0, x]**

Out[7]= $\{\{x \rightarrow 0.\}, \{x \rightarrow 4.96511\}\}$

U holda

$$4.965 = 2\pi \hbar c / kT \lambda_m \Rightarrow T \lambda_m = \frac{2\pi \hbar c}{4.965k} \Rightarrow T \lambda_m = b.$$

Oxirgi formula Vinning siljish qonunining formulasidir. Demak,

$$b = \frac{2\pi \hbar c}{4.965k} \quad (58)$$

bo'lib, u yorug'lik tezligi, Plank doimiysi va Boltsman doimiysi kabi fundamental doimiylar orqali ifodalanadi ekan.

Savollar:

1. AQJ nurlanishi energiyasining spektral zichligini tushuntirish uchun M.Plank qanday g'oyani taklif qildi?
2. Kvant so'zi qanday ma'noga ega va fizikada u qanday ma'noda qo'llaniladi?
3. AQJ nurlanishi masalasining hal qilinishi qanday fizikaning yaratilishiga sabab bo'ldi?

Xotima

Issiqlik nurlanishining tadqiq etilishi va o`rganilishi kvant fizikasining yaratilishida dastlabki qadam bo`lgan va katta ahamiyat kasb etgan. Ayni damda issiqlik nurlanishi amaliyotda ham keng qo`llaniladi. Issiqlik nurlanishi qonunlari negizida ishlovchi astrofizik va spektroskopik asboblari anchagina. Shu bois, issiqlik nurlanishi hodisalarini puxta o`zlashtirish zamonaviy fizikani bilish va o`qitish jarayonini metodik jihatdan yanada takomillashtirishda katta ko`mak bo`ladi.

Ushbu qo`llanmada issiqlik nurlanish qonunlari bayon etilgan. Bunda AQJ nurlanishi NESZ to`lqin uzunligiga va chastotasida bog`liqligi analitik tarzda keltirib chiqarilgan va xronologik tarzda Kirxgof qonuni, Stefan-Boltsman qonuni, Vinning siljish qonuni, Reley-Jins formulalari, Vin formulasi va nihoyat Plankning interpolatsion formulalari berilgan. Hozirgi davrda OTM larida amaliy mashg`ulotlarda darslik sifatida foydalanib kelinayotgan ba`zi kitoblardan va mualliflar o`zlari tuzgan masalalar yechilishi qaralgan.

Mualliflar ushbu risola OTM studentlariga, akademik litsey o`quvchilariga va qolaversa, fizikaga qiziqadigan barhca o`quvchilarga foydali manba bo`ladi degan umiddalar.

Issiqlik nurlanish qonunlari mavzusiga oid qisqacha

GLOSSARIY

<i>Absolyut qora jim</i>	Tushuvchi nurlanishni (uning energiyasini) toʻlaligicha yutadigan (oʻziga singdiradigan) jism.
<i>Kulrang jism</i>	Tushuvchi nurlanishni (uning energiyasini) qisman yutib, qolganini qaytaradigan jism.
<i>Issiqlik nurlanishi</i>	Jismning faqat ichki energiyasi hisobiga chiqadigan nurlanish.
<i>Nurlanuvchanlik qobiliyat</i>	Jism sirtining maydon birligidan, spektrning qaralayotgan sohasida vaqt birligida ichida nurlanish energiyasining chiqishini tavsiflovchi kattalik.
<i>Nur yutuvchanlik qobiliyat</i>	Jismga tushayotgan nurlanish energiyasining qanday ulushi yutilishini tavsiflovchi kattalik.
<i>Energetik torqinlik</i>	Jism sirtining maydon birligidan barcha yoʻnalishlar boʻyicha vaqt birligi ichida chiquvchi nurlanish energiyasi R . $[R] = Wt / m^2$
<i>Nurlanish energiyasining spektral zichligi</i>	Nurlanish energiyasi hajmiy zichligining toʻlqin uzunliklar (chastotalar) yaʼni nurlanish spektri boʻyicha taqsimlanishini tavsiflovchi kattalik.
<i>Munozanatli issiqlik nurlanishi</i>	Jism bilan termodinamik muvozanat holatida boʻlgan elektromagnit nurlanish.
<i>Kirxgof qonuni</i>	Jism NQ ning NYQ ga nisbati jism turiga bogʻliq emasligini va barcha jismlar uchun bir xil boʻlib faqat chastota va harorat funktsiyasi ekanligini takidlovchi qonun.
<i>Stefan-Boltsman qonuni</i>	AQJ ning energetik yorqinligi R ning va shu AQJ harorati T orasida munosabatni tavsiflovchi qonun: $R = \sigma T^4$.
<i>Stefan-Boltsman doimiysi</i>	AQJ ning energetik yorqinligi R ning shu AQJ harorati T ning toʻrtinchi darajasiga boʻlgʻlikligini koʻrsatuvchi proportsionallik koeffitsient: $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} Wt / m^2 \cdot K^4$
<i>Vinning siljish qonuni</i>	AQJ NESZ ning maksimumiga mos keluvchi toʻlqin uzunligi λ_m va AQJ harorati T orasidagi munosabatni tavsiflovchi qonun: $\lambda_m \cdot T = b$, $b = 2.898 \cdot 10^{-3} m \cdot K$.
<i>Reley-Jins formulasi</i>	AQJ NESZ gini kichik chastotalarda tavsiflovchi formula. Unga koʻra: $f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$
<i>Ultrabinafsha halokat</i>	Nurlanish chastotasining ortishi bilan Reley-Jins formulasiga binoan muvozanatli IN energiyasi zichligining cheksiz darajada ortib ketishi.

Vin formulasi

AQJ NESZ gini katta chastotalarda tavsiflovchi formula.

Unga ko'ra:
$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} e^{-\hbar \omega / kT}$$

Plank doimiysi

Fundamental doimiy bo'lib, tabiatda eng kam ta'sirni tavsiflaydi. Nurlanish kvanti energiyasi va uning chastotasi orasidagi munosabatda proportsionallik koeffitsienti: $E = h\nu$. Qiymati: $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Kvant fizikasi

Fizikaviy kattaliklarning uzlukliliga ya'ni diskretli bo'lishiga asoslangan va mikroduyo hodisalarini tushuntirish negizida yaratilgan fizikaviy fan.

***Plankning
interpolyatsion
formulasi***

AQJ NESZ ni kvantlanish tamoyili negizida tushuntiruvchi va Maks Plank tomonidan taklif etilgan

formula:
$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}.$$

FOYDALANILGAN MANBALAR:

Adabiyotlar:

1. Голдин Л.Л., Новикова Г.И. Введение в квантовую физику. – М.: «Наука», 1988.
2. Матвеев А.Н. Атомная физика. . – М.: «Высшая школа», 1989.
3. Rasulov E.N., Begimqulov U.Sh.. Kvant fizikasi. 1-tom. – Toshkent, «Fan va texnologiya» nashriyoti, 2009.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. 3-том. – М.: «Наука», 1989.
5. Сборник задач по оптике и атомной физике. Под редакцией А.Г.Граμμαкова. Издательство ЛГУ, 1973.
6. Умумий физика курсидан масалалар тўплами. // М.С. Цедрик тахрири остида. – Т., 1991.
7. Чертов А., Воробьев А. Физикадан масаллар тўплами. – Т., 1997.
8. Қодиров О., Бойдедаев А. Квант физика. – Тошкент: Ўзбекистон Миллий Кутубхонаси, 2005.

Internet manbalari:

[http://www.en.wikipedia.org/wiki/Thermal radiation](http://www.en.wikipedia.org/wiki/Thermal_radiation)

<http://www.britannica.com/EBchecked/topic/591461/thermal-radiation>

<http://physics.info/radiation/>

www.physics.ru/

www.wolfram.com

Dasturiy ta'minot:

Wolfram Mathematica 7 for Students.

OriginPro 7.5

MUNDARIJA

Kirish	3
§ 1. Qora jism nurlanishi	4
§ 2. Kirxgof qonuni	7
§ 3. Nurlanish energiyasining muvozanatli zichligi	10
§ 4. Stefan-Boltsman qonuni. Vinning siljish qonuni	12
§ 5. Reley-Jins formulasi. Vin formulasi	15
§ 6. Plank formulasi	20
Xotima	26
Glossariy	27
Foydalanilgan manbalar	29

Tuzuvchilar:

B.Yavidov – Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti Umumiy fizika kafedrası dotsenti, fizika-matematika fanlari doktori.

A.Asanova – Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti fizika va astronomiya o`qitish metodikasi yo`nalishi 4-kurs studenti.

R.Sultanov, S.Norboyeva – Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika instituti qoshidagi 3-sonli Akademik litseyi fizika fani o`qituvchilari.

ISSIQLIK NURLANISHI QONUNLARI

(o`quv-uslubiy qo`llanma)

Uslubiy qo`llanma Ajiniyoz nomidagi Nukus davlat pedagogika institutining Ilmiy-uslubiy Kengashining qarori (28-noyabr 2013- yilgi № 9) bilan nashr qilishga tavsiya etilgan.

Bosh redaktor *Q.M. Koshanov*

Tex. redaktor *U.B. Balimova*

Operator *N.Nisanbaev*

Ajiniyoz nomidagi NDPI tahririyat-nashr bo`limi

Ajiniyoz nomidagi NDPI bosmaxonasida chop etilgan 2014- y.

Buyurtma № 0057. Adadi – 100 dona. Formatı 60x84. Hajmi 2 b.t.

230105, Nukus shahri, A.Dosnazarov ko`chasi, 104. Reestr № 11-3084.

