МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛИШЕРА НАВОИ

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

НАПРАВЛЕНИЕ - ФИЗИКА

КАФЕДРА «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА»

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА-БРИЛЛЮЭНА В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

Выпускная квалификационная работа

Исполнитель: Узаков Хайдар

Научный руководитель: ст.пр. Умудуллаев Ш. У.

Выпускная квалификационная работа выполнена на кафедре «Теоретическая физика и квантовая электроника». Работа рассмотрена и допущена к защите на заседании кафедры «15» июня 2012 г. (протокол № 10).

Заведующий кафедрой: доц. Хайдаров Х.С.

Выпускная квалификационная работа защишена и оценена______балов ГИАК на заседании ______июня 2012 года.

Председетель:

Член комиссии:

Самарканд – 2012

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Изучение спектров рассеянного света начато более сорока лет назад, и еще до появления различных лазерных источников возбуждения основные черты разнообразных спектров теплового рассеяния были выяснены

Изучались спектры комбинационного рассеяния света и спектры рассеяния, вызванного временным изменением флуктуации диэлектрической проницаемости вследствие тепловых флуктуации давления рассеяние Мандельштама — Бриллюэна, флуктуации энтропии центральная компонента тонкой структуры линии Рэлея и флуктуации анизотропии крыло линии Рэлея

Рассеянием Мандельштама — Бриллюэна, названного в честь Мандельштама Леонида Исааковича и Леона Бриллюэна, называют рассеяние оптического излучения конденсированными средами твердыми телами и жидкостями в результате его взаимодействия с собственными упругими колебаниями этих сред. Оно сопровождается изменением набора частот (длин волн, характеризующих излучение, — его спектрального состава. Например, рассеяние Мандельштама — Бриллюэна монохроматического света приводит к появлению шести частотных компонент рассеянного света, в жидкостях — трёх (одна из них — неизмененной частоты). Сравнительно сильное взаимодействие между частицами конденсированных сред (оно связывает их в упорядоченную пространственную решётку) приводит к тому, что эти частицы не могут двигаться независимо — любое их возбуждение распространяется в среде в виде волны. Однако при любой отличной от абсолютного нуля температуре частицы находятся в тепловом движении. В результате по всевозможным направлениям в среде распространяются упругие волны различных частот (Гиперзвук). Наложение таких волн друг на друга вызывает появление т. н. флуктуаций плотности среды (малых локальных отклонений плотности от её среднего значения), на которых и рассеивается свет. Рассеяние Мандельштама — Бриллюэна показывает, что световые волны взаимодействуют непосредственно с упругими волнами, обычно не наблюдаемыми по отдельности.Из представления о стоячих волнах — сгущениях и разрежениях плотности, модулирующих световую волну, — исходил Л. И. Мандельштам, теоретически предсказавший рассеяние Мандельштама — Бриллюэна. Независимо те же результаты получил [1] Л. Бриллюэн, рассматривая рассеяние света на бегущих навстречу друг другу упругих волнах в среде. При его подходе к явлению физической причиной "расщепления" монохроматических линий оказывается эффект Доплера.Первые попытки наблюдать рассеяние Мандельштама — Бриллюэна, произведенные Л. И. Мандельштамом и Г. С. Ландсбергом позволили лишь наблюдать уширение линий Рамановского рассеяния. Первые удачные эксперименты и детальные исследования проведены Е. Ф. Гросс. В частности, он обнаружил, что рассеяние Мандельштама — Бриллюэна расщепляет монохроматическую линию на шесть компонент (это объясняется тем, что скорость звука v различна для разных направлений, вследствие чего в общем случае в нём существуют три — одна продольная и две поперечные — звуковые волны, одной и той же частоты, каждая из которых распространяется со своей скоростью v). Он же изучил рассеяние Мандельштама — Бриллюэна в жидкостях и аморфных твёрдых телах, при котором наряду с двумя "смещенными" наблюдается и "несмещенная" компонента исходной частоты f. Теоретическое объяснение этого явления принадлежит Л. Д. Ландау и Г. Плачеку, показавшим, что, кроме флуктуаций плотности, необходимо учитывать и флуктуации температуры среды.Предложено и экспериментально реализовано низко пороговое вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна с распределенной обратной связью в сероуглероде, которая осуществлялась благодаря дифракции Брегга излучения вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэнапространственно-периодической решетке показателя преломления, наведенной в оптически нелинейной среде в результате интерференции падающего и отраженного от зеркала пучков возбуждающего света.Получена одночастотная генерация излучения вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна с малой угловой расходимостью и большой энергетической эффективностью. Развита теория, позволяющая рассчитать нелинейный коэффициент конверсии накачки в излучение вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна и определить оптимальное направление генерации. Сопоставление теории и опыта указывает на хорошее согласие между ними.На основании таких исследований можно определить характерные расчеты процессов, что имеет большое научное и практическое значение ввиду широкого применения вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна возникает вследствие нелинейного взаимодействия интенсивного возбуждающего света с материальной средой[2]. Вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна отвечает процессу распада возбуждающей световой волны на другую, рассеянную световую волну и волну гиперзвука. При этом в предположении заданной интенсивности возбуждающего света интенсивность рассеянного излучения растет экспоненциально в пространстве (конвективная неустойчивость). Заметная интенсивность рассеянного излучения в таких условиях может быть достигнута лишь при весьма больших значениях коэффициента экспоненциального усиления ~20÷30.Порог вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна может быть существенно снижен, если создать в процессе возбуждения вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна положительную обратную связь; при этом имеет место экспоненциальный рост интенсивности рассеянного излучения во времени (абсолютная неустойчивость). Как правило, это достигается возбуждением Вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна в оптическом резонаторе типа интерферометра Фабри — Перо, где имеет место так называемая «сосредоточенная обратная связь» — взаимодействие встречных волн осуществляется в фиксированных сечениях пространства. Необходимым условием высокой энергетической эффективности вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна является насыщение усиления. В резонаторе оно может сопровождаться каскадным рождением компонент вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна[4], значительно ухудшающим монохроматичность генерируемого излучения.Режим абсолютной неустойчивости может возникать п при безрезона-торном возбуждении рассеяния, например, когда вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна возбуждается двумя антипараллельными пучками света[5-7]. В последнем случае абсолютная неустойчивость привынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна возникает только благодаря одновременному возбуждению стоксовых и антистоксовых компонент рассеянного поля. По этой причине порог такой параметрической генерации не намного, ниже порога обычного конвективного вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна. Значительно более низкие пороги генерации осуществляются в том случае, когда параметрическая связь может быть реализована без участия антистоксовых компонент[8]. В настоящей работе впервые предложено и экспериментально реализовано низко пороговоевынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна с распределенной обратной связью для случая почти антипараллельных пучков накачки и развита теория этого явления.Распределение обратной связью осуществлялась благодаря дифракции Брэгга излучения вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна на пространственно-периодической решетке показателя преломления, наведенной в оптически нелинейной среде в результате интерференции двух пучков света. Вследствие того что распределение обратной связью обладает существенно более высокой спектральной селективностью по сравнению с «сосредоточенной обратной связью» [9], использование такой схемы возбуждения вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна позволило нам получить одночастотную генерацию вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна, обладающую высокой энергетической эффективностью и малой угловой расходимостью. Развитая здесь теория этого явления позволяет рассчитать коэффициент преобразования энергии накачки в излучение вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна, определить оптимальное направление генерации и распределение амплитуд взаимодействующих в нелинейной среде волн. Сопоставление результатов опыта с теоретическими результатами указывает на хорошее согласие между ними, но во всех этих экспериментах не учитывают анти-стокс, а в нашем эксперименте будем учитывать, и конечно результаты будут другие.

Цель: Изучение свойств рассеяния оптического излучения конденсированных средах в результате его взаимодействия собственными упругими колебаниями. Освоение навыков расчета основных параметров вынужденного рассеивания Мандельштама-Бриллюэна в конденсированных средах.

Задачи исследования:В ходе выполнения работы были рассмотрены уравнения полей и уравнение гидродинамики, решены укороченные уравнения полей совместно уравнением гидродинамики.

Глава I. ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ МАНДЕЛЬШТАМА-БРИЛЛЮЭНА В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

1.1 Обзор литературы и постановки задачи

Рассеяние Мандельштама-Бриллюэна рассеяние света на адиабатических флуктуациях плотности конденсированной средсопровождающееся изменением частоты. В спектре рассеяние Мандельштама-Бриллюэна монохроматичности света наблюдаются дискретные, расположенные симметрично относительно частоты возбуждающего света спектральные компоненты, называемые компонентами Мандельштама - Бриллюэна или компонентами тонкой структуры линии Рэлея. Рассеяние предсказано Л. И. Мандельштамом и Л. Н. Бриллюэном обнаружено при рассеянии в кристалле кварца и в жидкости Е. Ф. Гроссом и впоследствии им же подробно исследовано. При экспериментальном и теоретическом изучении спектров теплового рассеяния света принимается в расчет влияние теплового движения в среде на световую волну, но пренебрегается действием световой волны на движение в среде. Ситуация меняется, если рассеяние возбуждается мощным световым импульсом лазера. В этом случае напряженность электрического поля возбуждающей световой волны оказывается настолько большой (<~104—108 *в/см),* что это поле вместе с полем первоначально слабого теплового рассеяния начинает существенно влиять на характер движения в среде. Вследствие эффекта электрострикции эти поля будут приводить при определенных условиях к увеличению интенсивности звуковой волны, возникшей из-за флуктуации давления. Эти поля могут также приводить вследствие ориентации анизотропных молекул (квадратичный эффект Керра) к увеличению ориентационных неоднородностей и, например, вследствие электро калорического эффекта — к увеличению температурных неоднородностей в среде.

Для решения задачи о вынужденном молекулярном рассеянии необходимы уравнения, описывающие влияние световых волн на p, S и ζ

вследствие указанных выше эффектов стрикции, электрокалорического эффекта и ориентации молекул.

Все три перечисленных эффекта, лежащих в основе вынужденного молекулярного рассеяния света, являются квадратичными по полю, и в результате смешения возбуждающей и рассеянной световых волн, различающихся по частоте и волновому числу, воздействие света будет происходить в первую очередь нате Фурье составляющие флуктуации, которые вызвали первоначальное тепловое рассеяние. Указанное выше увеличение неоднородностей в среде приведет в свою очередь к увеличению интенсивности рассеянного света, что вызовет увеличение неоднородностей, и т. д. Интенсивность рассеянного света будет нарастать нелинейно по мере распространения его в области нелинейного взаимодействия света и вещества. Прохождение интенсивного света в нелинейной среде вызывает вынужденное рассеяние и ряд других явлений, таких, как самофокусировка и дефокусировка света, разрушение твердых прозрачных диэлектриков, кавитация в жидкостях, возникновение плазмы и т. д. В какой мере вынужденное рассеяние связано со всеми названными явлениями пока неясно, но этот вопрос продолжает исследоваться.

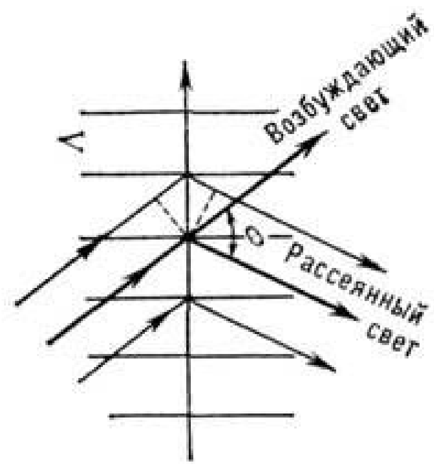
В качестве спектральных приборов обычно используются интерферометры Фабри — Перо, дифракционные спектрографы большой разрешающей силы, а в особых случаях, когда требуется очень большая разрешающая сила, применяется метод гетеродинирования или квадратичного детектирования света.

1.2 Теория вынужденного рассеяние Мандельштама-Бриллюэна в жидкостях

Адиабатические флуктуации плотности можно представить как результат интерференции распространяющихся в среде по всевозможным направлениям упругих волн различной частоты со случайными фазами и амплитудами (т. н. дебаевских волн, которые рассматриваются в Дебая законе теплоёмкости). Плоская световая волна, распространяющаяся в такой среде, диафрагмирует (рассеивается) во всех направлениях на этих упругих волнах, модулирующих диэлектрическая проницаемость среды. Каждая из упругих волн создаёт пери-одиночную решётку, на которой и происходит дифракция света аналогично дифракции света на ультразвуке. Максимум интенсивности света, рассеянного на упругой волне с длиной волны Λ, наблюдается в направлении Θ отвечающем Брэгга- Вульфа условию

$$2n\Lambda\sin\theta/2 = \lambda \qquad (1)$$

где n- показатель преломления, λ длина волны света в вакууме. Поскольку каждой упругой волне, распространяющейся в некотором направлении со скоростью v, соответствует волна той же частоты, бегущая навстречу, можно считать, что в среде имеются стоячие упругие волны, временное изменение плотности в которых с частотой $f = v/\Lambda$ вызывает модуляцию рассеянногосвета.



Рассеяние света на упругой волне.

Следовательно, в рассеянном свете появятся дискретные компоненты с частотой $\nu \pm \Delta\nu$(стоксова-антистоксова), где $\Delta\nu = f$. ,Условие (1) приводит к выражению для относительного изменения частоты света, рассеянного в направлении Θ

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \pm \frac{2n\left(\frac{v}{c}\right)\sin\theta}{2} \quad (2)$$

где с - скорость света в вакууме. Рассмотрение отражения света от бегущих упругих волн в направлении, соответствующем условию (1), приводит к такому же результату. Изменение частоты в этом случае обусловлено Доплера эффектом. Ширина компонент Мандельштама –Бриллюэна $\delta\nu$ определяется коэф. Затухания $\alpha[\text{см}^{-1}]$ упругих волн $\delta\nu = \alpha v/2\pi$.

Поскольку обычно $f = \Delta\nu \ll \nu$, смещение частоты прирассеяние Мандельштама-Бриллюэна относительно невелико: $\Delta\nu/\nu \sim 2v/c \sim 10^{-5}$ — Такие величины измеряются интерферометрия, методами, например: интерферометром Фабри-Перо. Существенным и хорошо наблюдаемым оказывается рассеяние Мандельштама-Бриллюэна видимого света $\nu \sim 10^{15}$ на гиперзвуке($f \sim 10^{9}$) В жидкостях наблюдаются 2 компоненты Мандельштама - Бриллюэна, в твёрдом аморфном теле - 4 компоненты, 2 из которых вызваны продольными и 2 - поперечными гиперзвуковыми волнами при Θ, отличном от нуля. В кристалле в общем случае вследствие анизотропии скоростей распространения гиперзвука (3 различные скорости для каждого направления) и анизотропии распространения возбуждающего и рассеянного света 4 возможные комбинации для состояний поляризации падающего и рассеянного света должно наблюдаться 24 компоненты Мандельштама - Бриллюэна. Кроме того, во всех случаях наблюдается также несмещённая по частоте центр тонкой структуры, вызванная рассеянием на изобарических флуктуациях энтропии. При обычных (не лазерных) источниках света световая волна не влияет на состояние среды и вызывающие рассеяние упругие волны обусловлены только тепловым движением молекул. Такое рассеяние света наз. тепловым. Когда интенсивность световой волны достаточно велика (напряжённость электрического поля волны ~106 - 108 в/см. сравнима с внутриатомным полем), развивается процесс вынужденного рассеяния Мандельштама -

Бриллюэна. В этом случае бегущая интерференции картина электрических полей возбуждающей и рассеянной световых волн усиливает те упругие волныкоторого, вызвали первоначальное тепловое рассеяние. Механизм усиления обусловлен силами электрострикции, втягивающими вещество в места с большим локальным значением напряжённости электрического поля и усиливающими таким образом упругие волны. Рост амплитуды упругих волн приводит к соответствующему увеличению эффективности рассеяния, а это в свою очередь усиливает упругие волны. В результате интенсивность рассеянной волны нелинейно возрастает по мере распространения в среде. В процессе вынужденного рассеяние Мандельштама-Бриллюэнавозникает интенсивный гиперзвук, верх, граница частоты которого ~105 МГц для твёрдого тела и ~103-104 МГц для жидкости.Исследование рассеяние Мандельштама-Бриллюэна позволяет получать ценную информацию о свойствах рассеивающей среды. Практическая ценность явления вынужденного рассеяние Мандельштама-Бриллюэна связана с возможностью управлять.

Вывод:

ГЛАВА II. ДВОЙНОЕ ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ МАНДЕЛЬШТАМА-БРИЛЛЮЭНА В ЖИДКОСТЯХ

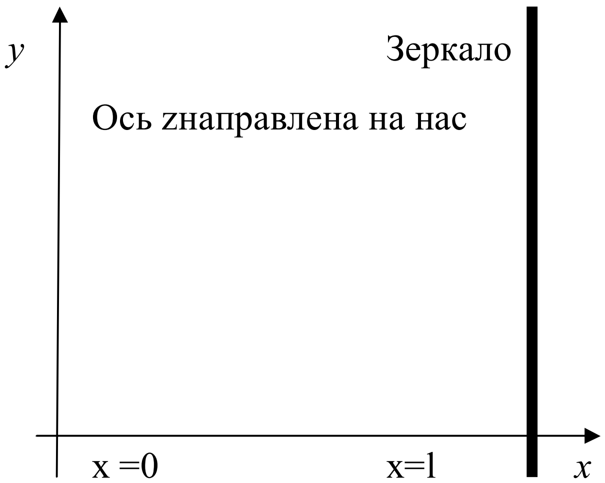
2.1. Поля, уравнение полей и уравнение гидродинамики вжидкостях

В жидкой среде имеются 4 волны

1. Лазерная падающая
2. Лазерная отраженная
3. Рассеянная падающая
4. Рассеянная отраженная

Система координат:

Зеркало



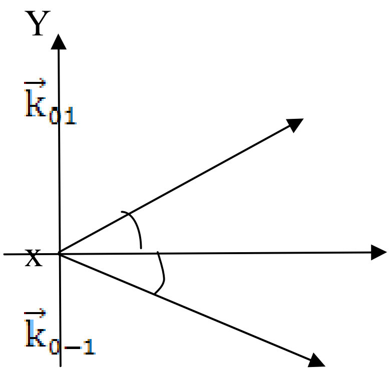
Жидкость находится между x=0 и x=L

Напряженность электрического поля всех световых волн имеют проекции только на оси zт.е. электрические поля перпендикулярны плоскости рисунка.

Обозначения:

$E_{0\,1}(x,y,t) = E_{z01}(x,y,t)$ Лазерная падающая

$E_{0-1}(x,y,t)$	Лазерная отраженная
$\mathbf{E}_{-1\,1}(x,y,t)$	Рассеянная падающая
$\mathbf{E}_{-1-1}(x,y,t)$	Рассеянная отраженная



$\angle\,\theta_0$

Запишем эти волны в комплексной форме

$$\widehat{E}_{0\,1}(x,y,t) = E_{0\,1}(x)e^{+i(\overrightarrow{k_{0\,1}}\vec{r}-\omega_0 t)}, \tag{1}$$

$$\vec{k} = \{k_{01}\cos\theta_0, k_{01}\sin\theta_0, 0\} \tag{2}$$

$$\widehat{E}_{0\,1}(x,y,t) = E_{0-1}(x)e^{+i(\vec{k}_{0-1}\vec{r}-\omega_0 t)}; \tag{3}$$

$$\vec{k}_{0-1} = \{-k_{0-1}\cos\theta_0, k_{0-1}\sin\theta_0, 0\}; \tag{4}$$

$$k_{0\,1} = k_{0-1} \equiv k_0; \tag{5}$$

Запись $\vec{k}_{01}$ и $\vec{k}_{0-1}$можно представить в общей форме:

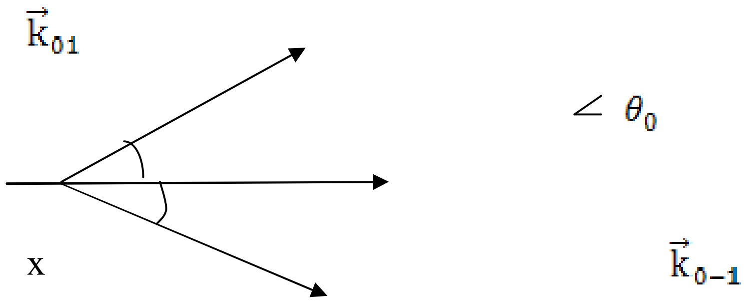
$$\vec{k}_{0\tau} = \{\tau k_0\cos\theta_0, k_0\sin\theta_0, 0\}; \tag{6}$$

$$k_{0\tau x} = \tau k_0\cos\theta_0\,; \tag{7}$$

$$k_{0\tau x} = \tau k_{0x}; \tag{8}$$

Комплексные амплитуды всех волн предполагаются зависящими только от глубины x.Аналогично для рассеянных волн:

$$k_{-1\,1} = k_{-1-1} \equiv k_{-1} \tag{9}$$



$$\widehat{E}_{-1\,1}(x,y,t) = E_{-1\,1}(x)e^{+i(\vec{k}_{-1\,1}\vec{r}-\omega_{-1}t)} \qquad (10)$$

$$\widehat{k}_{-1\,1} = \{k_{-1\,1}\cos\theta_{-1}, k_{-1\,1}\sin\theta_{-1}, 0\} \qquad (11)$$

$$\widehat{k}_{-1-1} = \{-k_{1-1}\cos\theta_{-1}, k_{-1-1}\sin\theta_{-1}, 0); \qquad (12)$$

Вообще

$$\widehat{k}_{-1\tau} = \{\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}, k_0\sin\theta_{-1}, 0\}; \qquad (13)$$

$$k_{-1\tau x} = \tau k_{-1}\cos\theta_{-1};$$

$$k_{-1\tau x} = \tau k_{-1x}$$

Суммарное поле:

$$\widehat{E} = \widehat{E}_{0\,1} + \widehat{E}_{0-1} + \widehat{E}_{-1\,1} + \widehat{E}_{-1-1} =$$

$$= E_{01}(x)e^{+i[k_{01}\cos\theta_0 x + k_{01}\sin\theta_0 y - \omega_0 t]} + E_{0-1}(x)e^{+i[-k_{0-1}\cos\theta_0 x + k_{0-1}\sin\theta_0 y - \omega_0 t]} +$$

$$+E_{-1\,1}(x)e^{+i[k_{-11}\cos\theta_{-1}x + k_{-11}\sin\theta_{-1}y - \omega_{-1}t]}$$

$$+ E_{-1-1}(x)e^{+i[-k_{-1-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1-1}\sin\theta_{-1}y - \omega_{-1}t]} =$$

$$= \sum_\tau \left[E_{0\tau}(x)e^{+i[\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y - \omega_0 t]} + E_{-1\tau}(x)e^{+i[\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - \omega_{-1}t]}\right]$$

(14)

$\tau = \pm 1$ при $\tau = +1$ волна идет вдоль +x

При $\tau = -1$ вдоль –x

Внесем скобку множитель]$^{-i\omega_0 t}$

$$\widehat{E} = e^{-i\omega_0 t}\sum_\tau [E_{0\tau}(x)e^{+i[\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y]} + E_{-1\tau}(x)\,e^{+i[\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - (\omega_{-1}\omega_0)t]}]$$

(15)

$$\Omega = \omega_0 - \omega_{-1} \quad (16)$$

$$\widehat{E} = e^{-i\omega_0 t}\sum_\tau [E_{0\tau}(x)e^{+i[\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y]} +$$

$$+E_{-1\tau}(x)e^{+i[k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t]}] \quad (17)$$

$$E_z = \frac{1}{2}(\widehat{E} + \widehat{E}^*); \quad (18)$$

Граничные условия:

$E_{01} + E_{-11}$ – падающаяволна,

$E_{0-1} + E_{-1-1}$ – отраженнаяотграницы;

$$E_{0-1} + E_{-1-1} = re^{i\varphi}(E_{01} + E_{-11}); x=l; \quad (19)$$

$$E_{0-1}(x)e^{+i(-k_0\cos\theta_0 l + k_0\sin\theta_0 y - \omega_0 t)} + E_{-1-1}(x)e^{+i(-k_{-1}\cos\theta_{-1}l + k_{-1}\sin\theta_0 y - \omega_{-1}t)} =$$

$$= re[E_{01}(x)e^{+i(k_0\cos\theta_0 l + k_0\sin\theta_0 y - \omega_0 t)} + E_{-11}(x)e^{+i[k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_0 - \omega_{-1}t]}]$$

θ_0 мало, поэтому
$k_0\sin\theta_0 y$ и$k_{-1}\sin\theta_0 y$ выбрасываем из граничных условий;

Граничные условия должны выполняться при любом t, поэтому

$$\begin{cases} E_{0-1}(x)e = re^{i\varphi}E_{01}(x)e^{+i(k_0\cos\theta_0 l)} \\ E_{-1-1}(x)e^{+i(-k_{-1}\cos\theta_{-1}l)} = re^{i\varphi}E_{-11}(x)e^{+i(k_{-1}\cos\theta_{-1}l)} \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} E_{0-1}(x) = re^{i\varphi}E_{01}(x)e^{+i2k_0\cos\theta_0 l} \\ E_{-1-1}(x) = re^{i\varphi}E_{-1+1}(x)e^{+i2k_{-1}\cos\theta_{-1}l} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} E_{0-1}(x) = re^{i[\varphi + 2k_0\cos\theta_0 l]}E_{01}(x) \\ E_{-1-1}(x) = re^{i[\varphi + 2k_0\cos\theta_0 l]}e^{-i2k_0\cos\theta_0 l + 2k_{-1}\cos\theta_{-1}l}E_{-11}(x) \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} E_{0-1}(x) = re^{i\varphi'}E_{01}(x) \\ E_{-1-1}(x) = re^{i\varphi' - i2l(k_0\cos\theta_0 - k_{-1}\cos\theta_{-1})}E_{-11}(x) \end{cases} \quad (23)$$

Где $\varphi' = \varphi + 2k_0\cos\theta_0 l$

$$\begin{cases} E_{0-1}(x) = re^{i\varphi'}E_{01}(x) \\ E_{-1-1}(x) = re^{i\varphi'-i2lq}E_{-11}(x) \end{cases} \quad (24)$$

Где $q \equiv k_0\cos\theta_0 - k_{-1}\cos\theta_{-1} = k_{0x} - k_{-1x}$

Волновое уравнение имеет вид (так как все поля имеют составляющую только по оси z)

$$-\nabla^2 E + \frac{n_0^2}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\Delta\varepsilon E)}{\partial t^2} \quad (25)$$

Полное действие поле

$$E = E_{01} + E_{0-1} + E_{-11} + E_{-1-1} \quad (26)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (27)$$

$$\frac{\partial\hat{E}}{\partial x} = e^{-i\omega_0 t}\sum_\tau\{\frac{\partial E_{0\tau}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)} + E_{0\tau}(x)e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y) - (i\tau k_0\cos\theta_0)} + \frac{\partial E_{-1\tau}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - (\omega_{-1}-\omega_0)t)} + E_{-1\tau}(x)e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - (\omega_{-1}-\omega_0)t)*(+i\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}}\} \quad (28)$$

$$\frac{\partial^2\hat{E}}{\partial x^2} = e^{-i\omega_0 t}\sum_\tau\{\frac{\partial^2 E_{0\tau}(x)}{\partial x^2}e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)} + \frac{\partial E_{0\tau}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)*(+i\tau k_0\sin\theta_0)} + \frac{\partial E_{0\tau}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)*(+i\tau k_0\cos\theta_0)} + \partial E_{0\tau}(x)e^{(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y) - (i\tau k_0\cos\theta_0)^2} + \frac{\partial^2 E_{-1\tau}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - (\omega_{-1}-\omega_0)t)} + \frac{\partial E_{-1\tau}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - (\omega_{-1}-\omega_0)t)*(+i\tau k_{-1}\cos\theta_{-1})+} + \frac{\partial E_{-1\tau}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - (\omega_{-1}-\omega_0)t)*(+i\tau k_{-1}\cos\theta_{-1})} + E_{-1\tau}(x)e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y - (\omega_{-1}-\omega_0)t)*(+i\tau k_{-1}\cos\theta_{-1})^2}\} \quad (29)$$

$$\frac{\partial\widehat{E}}{\partial y}=e^{-i\omega_0 t}\sum_{\tau}\{E_{0\tau}(x)e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x+k_0\sin\theta_0 y)}\cdot(+ik_0\sin\theta_0)$$
$$+E_{-1\tau}(x)e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x+k_{-1}\sin\theta_{-1}y-(\omega_{-1}-\omega_0)t)}\cdot(+ik_{-1}\sin\theta_{-1})\}\quad(30)$$

$$\frac{\partial^2\widehat{E}}{\partial y^2}=e^{-i\omega_0 t}\sum_{\tau}E_{0\tau}(x)e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x+k_0\sin\theta_0 y)}\cdot(+ik_0\sin\theta_0)^2$$
$$+E_{-1\tau}(x)\,e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x+k_{-1}\sin\theta_{-1}y-(\omega_{-1}-\omega_0)t)}\}$$
$$+(-i)\omega_0 e^{-i\omega_0 t}\sum_{\tau}\{E_{-1\tau}(x)e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x+k_{-1}\sin\theta_{-1}y-(\omega_{-1}-\omega_0)t)}\cdot(-i)(\omega_{-1}-\omega_0)\}$$
$$+(-i)\,\omega_0\,e^{-i\omega_0 t}\sum_{\tau}\{E_{-1\tau}(x)e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x+k_{-1}\sin\theta_{-1}y-(\omega_{-1}-\omega_0)t)}\}$$
$$+e^{-i\omega_0 t}\sum_{\tau}\{E_{-1\tau}(x)e^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x+k_{-1}\sin\theta_{-1}y-(\omega_{-1}-\omega_0)t)}\cdot[-i(\omega_{-1}-\omega_0)]^2\}\quad(31)$$

$$\mathrm{div}f=\frac{Y}{8\pi}\Delta E^2=\frac{Y}{8\pi}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}E^2+\frac{\partial^2}{\partial x^2}E^2\right);\qquad(32)$$

$$Y=\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}-\text{параметрстрик.приблеженности}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathbf{E}^2=\frac{\partial}{\partial x}\left(2E\frac{\partial E}{\partial x}\right)=2\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2+2E\frac{\partial^2 E}{\partial x^2};\qquad(33)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}E^2=2\left(\frac{\partial\mathbf{E}}{dy}\right)^2+2E\frac{\partial^2 E}{\partial y^2};\qquad(34)$$

$$\mathrm{div}f=\frac{Y}{4\pi}\left\{\left[\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)^2\right]+E\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial x^2}\right]\right\}\qquad(35)$$

Здесь следует выбрать (т.е оставить) только члены со звуковой частотой $(\omega_{-1}-\omega_0)=\Omega$

Е-действительности

$$\mathrm{div}f=\frac{Y}{16\pi}\left\{\left[\left(\frac{\partial(\widehat{E}+\widehat{E}^*)}{dx}\right)^2+\left(\frac{\partial(\widehat{E}+\widehat{E}^*)}{\partial y}\right)^2\right]\right.$$
$$\left.+(\widehat{E}+\widehat{E}^*)\left[\frac{\partial^2(\widehat{E}+\widehat{E}^*}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(\widehat{E}+\widehat{E}^*)}{dy^2}\right]\right\}=$$

$$= \frac{Y}{16\pi}\left\{\left[\left(\frac{\partial\hat{E}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial x}\right)^2 + 2\frac{\partial\hat{E}}{\partial x}\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial x} + \left(\frac{\partial\hat{E}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial y}\right)^2 + 2\frac{\partial\hat{E}}{\partial x}\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial x}\right] + \left[\hat{E}\frac{\partial^2\hat{E}}{\partial x^2} + \hat{E}^*\frac{\partial^2\hat{E}^*}{\partial x^2} + \hat{E}\frac{\partial^2\hat{E}^*}{\partial x^2} + \hat{E}^*\frac{\partial^2\hat{E}}{\partial x^2} + \hat{E}\frac{\partial^2\hat{E}}{\partial y^2} + \hat{E}^*\frac{\partial^2\hat{E}^*}{\partial y^2} + \hat{E}\frac{\partial^2\hat{E}^*}{\partial y^2} + \hat{E}^*\frac{\partial^2\hat{E}}{\partial y^2}\right]\right\} \quad (36)$$

Только подчеркнутые члены содержат $(\omega_0 - \omega_{-1}) = \Omega$ т.е

$$\mathrm{div} f = \frac{Y}{16\pi}\left\{2\frac{\partial\hat{E}}{\partial x}\cdot\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial x} + 2\frac{\partial\hat{E}}{\partial y}\cdot\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial y} + \hat{E}\frac{\partial^2\hat{E}^*}{\partial x^2} + \hat{E}^*\frac{\partial^2\hat{E}}{\partial x^2} + \hat{E}\frac{\partial^2\hat{E}^*}{\partial y^2} + \hat{E}^*\frac{\partial^2\hat{E}}{\partial y^2}\right\} \quad (37)$$

$2\frac{\partial\hat{E}}{\partial x}\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial x}$ =(16 членов: оставим только члены, содержащие Ω) =

$$= 2\sum_{\tau,\tau'}\left\{\frac{\partial E_{0\tau}(x)}{\partial x}\frac{\partial E^*_{-1\tau'}(x)}{\partial x}e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)}e^{-i(\tau'^{k-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t)}\right.$$

$$+ E_{0\tau}(x)\frac{\partial E^*_{-1\tau'}(x)}{\partial x}(+\tau k_0\cos\theta_0)e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)}$$

$$* e^{-i(\tau'^{k-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t)}$$

$$+ \frac{\partial E_{0\tau}(x)}{\partial x}E^*_{-1\tau'}(x)e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)}$$

$$* e^{-i(\tau'^{k-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t)}\cdot(-i\tau'^{k-1}\sin\theta_{-1})$$

$$+ E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)(+\tau k_0\cos\theta_0)e^{+i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)}$$

$$\left.* e^{-i(\tau'^{k-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t)}\cdot(-i\tau'^{k-1}\sin\theta_{-1})\right\} =$$

$$= 2\sum_{\tau\tau'}\left\{\left[\frac{\partial E_{0\tau}(x)}{\partial x}\frac{\partial E^*_{-1\tau'}(x)}{\partial x} + (+\tau k_0\cos\theta_0)E_{0\tau}(x)\frac{\partial E^*_{-1\tau'}(x)}{\partial x} + E_{0\tau}(x)\frac{\partial E^*_{-1\tau'}(x)}{\partial x} + \frac{\partial E_{0\tau}(x)}{\partial x}E^*_{-1\tau'}(x)\cdot\left(-i\tau'^{k-1}\cos\theta_{-1}\right) + E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)(+\tau k_0\cos\theta_0)\left(-i\tau'^{k-1}\cos\theta_{-1}\right)\right]\cdot e^{-i[(\tau'^{k-1}\cos\theta_{-1} - \tau k_0\cos\theta_0)x + (k_{-1}\sin\theta_{-1} - k_0\sin\theta_0)y + \Omega t]} + c.c\right\}$$

(38)

2.2. Решение укороченных уравнений совместно с уравнением гидродинамики

Члены с производными отбросим: это будем делать лишь при решении гидродинамики. Уравнения т.е. при отыскании плотности:

$$= 2\sum_{0\tau'}\left[E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}\tau\tau' k_0 k_{-1}\cos\theta_0\cos\theta_{-1}\right.$$

$$\left.* e^{-i(\tau' k_{-1}\sin\theta_{-1} - \tau k_0\sin\theta_0)x + (k_{-1}\sin\theta_{-1} - k_0\sin\theta_0)y + \Omega t} + c.c\right] \quad (39)$$

θ_0 и θ_{-1} малы: положим $\cos\theta_0 = 1$, $\cos\theta_{-1} = 1$

$k_0 \approx k_{-1}$;

$$2\frac{\partial\hat{E}}{\partial y}\frac{\partial\hat{E}^*}{\partial y} =$$

$$2\sum_{\tau\tau'}\left\{E_{0\tau}(x)e^{i(\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)}(+ik_0\sin\theta_0)\cdot\right.$$

$$\left.E^*_{-1\tau'}(x)e^{-i(\tau' k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t)}(-i\tau' k_{-1}\sin\theta_{-1}) + c.c\right\}$$

(40)

$$2\sum_{\tau\tau'}\{E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)k_0k_{-1}\sin\theta_0\sin\theta_{-1}$$

$$e^{-i[(\tau' k_{-1}\cos\theta_{-1} - \tau k_0\cos\theta_0)x + (k_{-1}\cos\theta_{-1} - k_{-1}\cos\theta_0)y + \Omega t} + c.c\} \quad (41)$$

$\sin\theta_0 \approx 0$; $\sin\theta_{-1} \approx 0$ поэтому этот член отбросим

$$\hat{E}\frac{\partial^2\hat{E}^*}{\partial x^2} = \sum_{\tau}\left[E_{0\tau}(x)e^{+i[\tau k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y]}\right]$$

$$+\left[E_{-1\tau}(x)]^{+i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t}\right]$$

$$\cdot\sum_{\tau'}\left[E^*_{\tau'}(x)\left(-\tau'^2k_0^2\cos^2\theta_0\right)]^{-i(\tau' k_0\cos\theta_0 x + k_0\sin\theta_0 y)}\right.$$

$$\left.+E^*_{\tau'}(x)\left(-\tau'^2k_{-1}^2\cos^2\theta_{-1}\right)]^{-i(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x + k_{-1}\sin\theta_{-1}y + \Omega t)}\right] =$$

Оставляем члены с Ω:

$$= \sum_{\tau\tau'}[E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)(-\tau'^2k_{-1}^2\cos^2\theta_{-1}) *$$

$$* e^{-i[(k_{-1}\cos\theta_{-1}\cdot\tau' - k_0\cos\theta_0\tau_0)x + (k_{-1}\sin\theta_{-1} - k_0\sin\theta_0)y + \Omega t]} \quad (42)$$

$$+E^*_{0\tau'}(x)E_{-1\tau}(x)(-\tau'^2k_0^2\cos^2\theta_0)e^{+i[(\tau k_{-1}\cos\theta_{-1} - k_0\cos\theta_0\tau')x + (k_{-1}\sin\theta_{-1} - k_0\sin\theta_0)y + \Omega t]}$$

$\tau \leftrightarrow \tau'$ во втрой сумме

$$= \sum_{\tau\tau'} E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)(-\tau'^2k_{-1}^2\cos^2\theta_{-1})$$

$$* e^{-i[(\tau' k_{-1}\cos\theta_{-1} - \tau_0 k_0\cos\theta_0)x + (k_{-1}\sin\theta_{-1} - k_0\sin\theta_0)y + \Omega t]} +$$

$$+E^*_{0\tau'}(x)E_{-1\tau}(x)(-\tau^2k_0^2\cos^2\theta_0) *$$

$$* e^{+i[(\tau' k_{-1}\cos\theta_{-1} - \tau k_0\cos\theta_0)x + (k_{-1}\sin\theta_{-1} - k_0\sin\theta_0)y + \Omega t]} \quad (43)$$

$$\mathrm{div f} = \frac{Y}{16\pi} = 2\sum_{\tau\tau'} [E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)\tau\tau'^{k_0 k_{-1}}\cos\theta_0\cos\theta_{-1}$$

$$e^{-i[(\tau'^{k_{-1}}\cos\theta_{-1}-\tau k_0\cos\theta_0)x+(k_{-1}\sin\theta_{-1}-k_0\sin\theta_0)y+\Omega t+c.c]}$$

$$+\sum_{\tau\tau'} E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)(-\tau'^2 k^2_{-1}\cos\theta_{-1}) *$$

$$* e^{-i[(\tau'^{k_{-1}}\cos\theta_{-1}-\tau k_0\cos\theta_0)x+(k_{-1}\sin\theta_{-1}-k_0\sin\theta_0)y+\Omega t]} +$$

$$E^*_{0\tau'}(x)E_{-1\tau'}(x)(-\tau^2 k_0^2\cos^2\theta_0) *$$

$$e^{+i[(\tau' k_{-1}\cos\theta_{-1}-\tau k_0\cos\theta_0)x+(k_{-1}\sin\theta_{-1}-k_0\sin\theta_0)y+\Omega t]} + c.c] =$$

$$= \frac{Y}{16\pi}\left\{-\sum_{\tau\tau'} (\tau k_{0x}-\tau'^{k_{-1x}})^2 * E_{0\tau}(x)E^*_{-1\tau'}(x)e^{-i[(\tau'^{k_{-1}}\cos\theta_{-1}-\tau k_0\cos\theta_0)x+(k_{-1}\sin\theta_{-1}-k_0\sin\theta_0)y+\Omega t]} + c.c\right\}$$

(44)

$(\tau k_{0x}-\tau'^{k_{-1x}}) \approx 0$ при $\tau' = -\boldsymbol{\tau}$

$(\tau k_{0x}-\tau'^{k_{-1x}}) = \tau(k_{0x}+k_{-1x}) \equiv \tau k_{sx}$ при $\tau' = -\tau$

$$\mathrm{div} f = -\frac{Y}{16\pi} *$$

$$* e^{-i[(\tau'^{k_{-1}}\cos\theta_{-1}-\tau k_0\cos\theta_0)x+(k_{-1}\sin\theta_{-1}-k_0\sin\theta_0)y+\Omega t]} + c.c \quad (45)$$

$$\mathrm{div} f = \frac{Y k^2_{sx}}{16\pi}\sum_{\tau} E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i[(\tau'^{k_{-1}}\cos\theta_{-1}-\tau k_0\cos\theta_0)x+(k_{-1}\sin\theta_{-1}-k_0\sin\theta_0)y+\Omega t+]} + c.c$$

(46)

Или

$$\mathrm{div} f = \frac{Y k^2_{sx}}{16\pi}\sum_{\tau} E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i(-\tau k_{sx}x+(k_{-1y}-k_{0y})y+\Omega t)} + c.c \quad (47)$$

Для $\delta\varepsilon_s$ встатье [2] вместо$k_{-1y}-k_{0y}$ стоит$k_{sy} \equiv k_{-1y}-k_{0y}$

Далее будем следовать методу Tang

Для напряжения по Tang имеем место уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}P(z,t)+\frac{F}{k}\frac{\partial^3}{\partial z^2\partial t} \quad (48)$$

$$P(z,t)-\frac{\rho_0}{k}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (49)$$

$$P(z,t)=\frac{\gamma}{8\pi}\frac{\partial^2}{\partial z^2}E^2(z,t) \quad (50)$$

2.3.Решение укороченных уравнений с учетом стрикционной нелинейности

Здесь все величины действительны у**Tang** волны распространялись вдоль осиz у нас же волны распространяются в плоскости x,y .Поэтому уравнение для P=P(x,y,z) будет иметь вид

$$\Delta P(x,y,z)+\frac{F}{k}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P(x,y,t)-\frac{\rho_0}{k}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P(x,y,z)=\frac{\gamma}{8\pi}\Delta E^2(x,y,t) \quad (51)$$

В дальнейшем следует выяснить, как γ связано с Y возможно, что совпадают.

К – упругая константа, она определяется уравнением:

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}=-\frac{1}{k}P(z,t) \quad (52)$$

Это для задачи Tang. Надо понять, что значит k в нашей задачи.

ρ_0 – плотность невозмущенной среды, c – скоростьсвета

F – коэффициенттрения, хорактерезующая акстические потери в среде

У нас $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ (53)

Перепишем основные формулы:

$$\widehat{E}=e^{-i\omega_0 t}\sum_{\tau}\left[E_{0\tau}(x)e^{i[\tau k_0\cos\theta_0 x+k_0\sin\theta_0 y]}+E_{-1\tau}(x)e^{i[\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x+k_{-1}\sin\theta_{-1}y+\Omega t]}\right]$$

$$\mathrm{div}f=\frac{Yk_{sx}^2}{16\pi}\sum_\tau E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i\left(-\tau k_{sx}x+\left(k_{-1y}-k_{0y}\right)y+\Omega t\right)}+c.c \quad (54)$$

т.е. имеем тоже , что и в [2]. Следуя методу Tang, положим

$$P(x,y,t)=\frac{1}{2}\left[P(x,y)e^{-i\Omega t}+P^*(x,y)e^{+i\Omega t}\right] \quad (55)$$

У Tangω_pи есть наше Ω

$$\mathbf{E}(x,y,t)=\frac{1}{2}\left[\widehat{E}+\widehat{E}^*\right] \quad (56)$$

$$\frac{\partial P(x,y,t)}{\partial t} = -i\Omega\frac{1}{2}P(x,y)e^{-i\Omega t} + c.c; \quad (57)$$

$$\frac{\partial^2 P(x,y,t)}{\partial t^2} = -\Omega^2\frac{1}{2}P(x,y)e^{-i\Omega t} + c.c.; \quad (58)$$

Подставим в основное уравнение и приравняем коэффициент при $e^{-i\Omega t}$

$$\Delta\frac{1}{2}P(x,y) - \frac{F}{k}\Delta\left\{i\Omega\frac{1}{2}P(x,y)\right\} - \frac{\rho_0}{k}(-\Omega^2)\frac{1}{2}P(x,y) =$$

$$= \frac{\gamma}{8\pi}\frac{1}{2}(-k_{sx}^2)\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E_{-1-\tau}^*(x)e^{-i(-\tau k_{sx}x+(k_{-1y}-k_{oy})y)} \quad (59)$$

$$\Delta P(x,y) - i\frac{F\Omega}{k}\Delta P(x,y) + \frac{\rho_0}{k}\Omega^2 P(x,y) =$$
$$\frac{\gamma}{8\pi}(-k_{sx}^2)\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E_{-1-\tau}^*(x)e^{-i(-\tau k_{sx}x+(k_{-1y}-k_{oy})y)}$$
(60)

т.е. полученное уравнение является правильным вводим обозначения:

$$\frac{\rho_0}{k}\Omega^2 \equiv k_p^2; \quad (61)$$

$$k_p^2 = \Omega^2\rho_0 k^{-1} \quad (62)$$

$$k_p = \Omega(\rho_0 k^{-1})^{\frac{1}{2}} \quad (63)$$

Отсюда ясно , откуда взялось $k_p\frac{F\Omega}{k} = \frac{F\Omega k_p}{kk_p} \equiv \frac{\alpha_p}{k_p}$ (64)

Здесь обозначено $\alpha_p = \frac{F\Omega k_p}{k}$; $\alpha_p = \frac{F\Omega^2(\rho_0 k^{-1})^{\frac{1}{2}}}{k}$; (65)

Если связать Ω с λ_p получим уравнение Tang, но как это сделать не ясно, итак

$$\Delta P(x,y) - \frac{i\alpha_p}{k_p}\Delta P(x,y) + k_p^2 P(x,y) =$$
$$= \frac{\gamma}{8\pi}(-k_{sx}^2)\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E_{-1-\tau}^*(x)e^{-i(-\tau k_{sx}x+(k_{-1y}-k_{oy})y)}$$
(66)

Вид уравнения подсказывает,в каком виде искать P(x,y), (P(x,y) – комплексное). Если бы не было 2-го члена слева , а также в правой части , то это было бы уравнение свободных колебаний. Поэтому P(x,y) ищется в виде

$$P(x,y) = P(x)e^{i(\vec{k}_p\vec{r})} = P(x)e^{i(k_{px}x+k_{py}y)} \quad (67)$$

Запишем, учитывая сказанное, сразу P(x,y,t) (это – действительно) и подставим в исходное уравнение.

$$P(x,y,t) = \frac{1}{2}\left[P(x)e^{i(k_{px}x+k_{py}y-\Omega t)} + P^*(x)e^{-i(k_{px}x+k_{py}y-\Omega t)}\right] \quad (68)$$

$$\frac{\partial^2 P(x,y,t)}{\partial t^2} = -\Omega^2\frac{1}{2}\left[P(x)]^{i(k_{px}x+k_{py}y-\Omega t)} + c.c.\right] \quad (69)$$

$$\frac{\partial P(x,y,t)}{\partial x} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial P(x)}{\partial x}e^{i(\ldots\ldots)} + P(x)e^{i(\ldots\ldots)}ik_{px} + c.c.\right] \quad (70)$$

$$\frac{\partial^2 P(x,y,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2}e^{i(\ldots\ldots)} + \frac{\partial P(x)}{\partial x}e^{i(\ldots\ldots)}ik_{px} + \frac{\partial P(x)}{\partial x}e^{i(\ldots\ldots)}ik_{px} + P(x)e^{i(\ldots\ldots)}\left(ik_{px}\right)^2 + c.c\right] =$$

Если пренебречь,

$$\left(\frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2}\right) = \frac{1}{2}\left[2\frac{\partial p(x)}{\partial x}ik_{px} + P(x)\left(-k_{px}{}^2\right)\right]e^{i(k_{px}x+k_{py}y-\Omega t)} + c.c. \quad (71)$$

$$\frac{\partial^2 P(x,y,t)}{\partial y^2} = \frac{1}{2}P(x)\left(-k_{px}{}^2\right)e^{i(k_{px}x+k_{py}y-\Omega t)} + c.c. \;; \quad (72)$$

Если пренебречь $k_{py}{}^2$, то $\frac{\partial^2 P(x,y,t)}{\partial y^2} = 0$(73)

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial^2 P(x,y,t)}{\partial y^2} = -i\Omega\frac{1}{2}\left[2\frac{\partial P(x)}{\partial x}ik_{px} + P(x)\left(-k_{px}^2\right)e^{i(k_{px}x+k_{py}y-\Omega t)} + c.c.\right] \quad (74)$$

Подставляем произведение в уравнение и приравниваем коэффициент при $e^{-i\Omega t}$

$$\frac{1}{2}\left[2\frac{\partial P(x)}{\partial x}ik_{px} + P(x)\left(-k_{px}^2\right)\right]e^{i(k_{px}x+k_{py}y)} - \frac{F}{k}i\Omega\frac{1}{2}\left[2\frac{\partial P(x)}{\partial x}ik_{px} + P(x)\left(-k_{px}^2\right)\right]e^{i(k_{px}x+k_{py}y)} - \frac{\rho_0}{k}\left(-\Omega^2\right)\frac{1}{2}\left[P(x)e^{i(k_{px}x+k_{py}y)}\right] = -\frac{\gamma}{8\pi}\frac{1}{2}k_{sx}^2\sum_\tau E_{0\tau}(x)E_{-1-\tau}^*(x)e^{-i(-\tau k_{sx}x+(k_{-1y}-k_{oy})y)}$$

(75)

$$\left[ik_{px} + \frac{F}{k}\Omega k_{px}\right]\frac{\partial P(x)}{\partial x} + \left[-\frac{1}{2}k_{px}^2 + \frac{F}{k}i\Omega\frac{1}{2}k_{px}^2 + \frac{\rho_0}{k}\Omega^2\frac{1}{2}\right]P(x) = -\frac{\gamma}{8\pi}\frac{1}{2}k_{sx}^2\sum_\tau E_{0\tau}(x)E_{-1-\tau}^*(x)e^{-i(-\tau k_{sx}x+(k_{-1y}-k_{oy})y)}e^{i(k_{px}x+k_{py}y)}$$

(76)

У Tang Ω обозначалось ω_p, т. е$\Omega = \omega_p, \Omega = \omega_0 - \omega_{-1}$; $\omega_p = \omega_e - \omega_s$

по Tang $\frac{2}{\alpha_p} = \frac{\lambda_p^2(k\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{2\pi^2 F}$; (77)

Введём сюда $k_p \left(\text{или} \equiv \mathcal{k}_p\right)$, т.е. k_p и $\mathcal{k}_p$ одно и тоже

$$\mathcal{k}_p = \frac{2\pi}{\lambda_p} \;;\; \lambda_p^2 = \frac{(2\pi)^2}{\mathcal{k}_p{}^2} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{k}_p{}^2} \;;$$

$$\frac{2}{\alpha_p} = \frac{4\pi^2 (k\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{\mathcal{k}_p{}^2 2\pi^2 F} = \frac{2(k\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{F\mathcal{k}_p{}^2} \;; \qquad (78)$$

$$\frac{1}{\alpha_p} = \frac{(k\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{F\mathcal{k}_p{}^2}; \qquad (79)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\alpha_p (k\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{\mathcal{k}_p{}^2}; \qquad (80)$$

В уравнении будем считать , что $\mathcal{k}_{xp} \approx \mathcal{k}_p$ также в правой части изменим k_{sx}^2 на $\mathcal{k}_p{}^2 k_{ss} \approx k_p$ вследствие условия согласования

$$\frac{F}{k}\Omega\mathcal{k}_{xp} = \frac{F}{k}\Omega\mathcal{k}_p = \frac{\alpha_p (k\rho_0)^{\frac{1}{2}}\Omega\mathcal{k}_p}{k\mathcal{k}_p{}^2} =$$

$$\mathcal{k}_p = \Omega(\rho_0 k^{-1})^{\frac{1}{2}} \qquad (81)$$

$$= \frac{\alpha_p (k\rho_0)^{\frac{1}{2}}\Omega^2 (k\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{\Omega^2(\rho_0 k^{-1})k} = \alpha_p \quad \text{т. е.} \quad +\frac{F}{k}\Omega\mathcal{k}_p{}^2 = \; +i\alpha_p\mathcal{k}_p (82)$$

Далее , так как $\mathcal{k}_p = \Omega(\rho_0 k^{-1})^{\frac{1}{2}}$; $\qquad \mathcal{k}_p{}^2 = \Omega^2\rho_0 k^{-1}$ (83)

т.е. зная 5 член, слева в уравнении взаимно уничтожаются

$$\mathcal{k}_p \gg \alpha_p \qquad (84)$$

$$\mathcal{k}_p \gg \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{k}}\Omega\mathcal{k}_p \qquad (85)$$

Поэтому вторым членом слева пренебрегаем

т.е. уравнение принимает вид:

$$i\mathcal{k}_p \frac{\partial P(x)}{\partial x} + \frac{1}{2} i\mathcal{k}_p\alpha_p P(x) = -\frac{\gamma\mathcal{k}_p{}^2}{16\pi}\sum\nolimits_\tau E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x) *$$

$$* e^{-i(-\tau k_{sx}x + (k_{-1y}-k_{oy})y)} e^{-i(k_{px}x + k_{py}y)} \qquad (86)$$

Или $2i\mathcal{k}_p \frac{\partial P(x)}{\partial x} = i\mathcal{k}_p\alpha_p P(x) = -\frac{\gamma\mathcal{k}_p{}^2}{8\pi}\sum\nolimits_\tau E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x) *$

$$* e^{-i(-\tau k_{sx}x + (k_{-1y}-k_{oy})y)} e^{-i(k_{px}x + k_{py}y)} \qquad (87)$$

т.е.

$$2i\frac{\partial P(x)}{\partial x}+i\alpha_p P(x)=$$

$$-\frac{\gamma\hbar_p}{8\pi}\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i\left[\left(-\tau k_{sx}+k_{px}x\right)x+\underbrace{\left(k_{-1y}-k_{0y}-k_{py}\right)}_{\text{этотчлениз}-\text{замалостивидимо вездеотбрасывается}}\quad y\right]}$$

(88)

Итак, $$2i\frac{\partial P(x)}{\partial x}+i\alpha_p P(x)=-\frac{\gamma\hbar_p}{8\pi}\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i\Delta_\tau\hbar x} \tag{89}$$

$\Delta_\tau\hbar\equiv-\tau k_{sx}+k_{px}$ или

$$\frac{dP(x)}{dx}-\frac{\alpha_p}{2}P(x)=\frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i\Delta_\tau\hbar x} \tag{90}$$

$$P(x)=e^{-\int_0^x\frac{\alpha_p}{2}dx}\left[\int_0^x \quad \frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i\Delta_\tau\hbar x}e^{\int_0^x dx}dx+P(0)\right] \tag{91}$$

$$P(x)=e^{-\frac{\alpha_p}{2}dx}\left[\int_0^x \quad \frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau E_{0\tau}(x')E^*_{-1-\tau}(x')e^{-i\Delta_\tau\hbar x'}\,e^{\frac{\alpha_p}{dx'}x'}+P(0)\right]=$$

$$=\frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau \quad \left[E_{0\tau}(x')E^*_{-1-\tau}(x')e^{-i\Delta_\tau\hbar x'+\frac{\alpha_p}{2}(x'+x)}dx'+P(0)e^{-\frac{\alpha_p}{2}x}\right]=$$

$$=\frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau \quad E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)\int_0^x e^{-i\Delta_\tau\hbar x'+\frac{\alpha_p}{2}(x'+x)}dx'+P(0)e^{-\frac{\alpha_p}{2}x} \tag{92}$$

$$\int_\partial^x \quad e^{-i\Delta_\tau\hbar x'-\frac{\alpha_p}{2}(x+x')}dx'=e^{\frac{\alpha_p}{2}x}\int_0^x \quad e^{-i\Delta_\tau\hbar x'+\frac{\alpha_p}{2}x'}dx'=$$
$$e^{-\frac{\alpha_p}{2}x}\frac{1}{-i\Delta_\tau\hbar+\frac{\alpha_p}{2}}\left[e^{-i\Delta_\tau\hbar x+\frac{\alpha_p}{2}x}-1\right]=\frac{1}{-i\Delta_\tau\hbar+\frac{\alpha_p}{2}}\left[e^{-i\Delta_\tau\hbar x}-e^{\frac{\alpha_p}{2}x}\right]$$

(93)

$$P(x)=\frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau \quad \frac{1}{-i\Delta_\tau\hbar+\frac{\alpha_p}{2}}E_{0\tau}(x')E^*_{-1-\tau}(x)\left(e^{-i\Delta_\tau\hbar x}-e^{\frac{\alpha_p}{2}x}\right)+$$
$$P(0)e^{-\frac{\alpha_p}{2}x}$$

(94)

$$P(x)=\frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau \quad \frac{1}{-i\Delta_\tau\hbar+\frac{\alpha_p}{2}}E_{0\tau}(x')E^*_{-1-\tau}(x)e^{-i\Delta_\tau\hbar x}$$

(95)

$$\Delta_\tau\hbar=k_{px}-\tau k_{sx} \tag{96}$$

$$P(x,y,t) = \frac{1}{2}\left[\frac{i\gamma\hbar_p}{16\pi}\sum_\tau \frac{1}{\alpha - i\Delta\hbar} E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{i\tau k_{sx} - i\Omega t} + c.c.\right] \quad (97)$$

$$\alpha \equiv \frac{\alpha_p}{2} \quad (98)$$

$$\alpha - i\Delta_\tau\hbar = \alpha\left(1 - i\frac{\Delta\hbar}{\alpha}\right) = \alpha\left(1 - i\,k_{sx} - \frac{\tau k_{px}}{\alpha}\right) \quad (99)$$

$$k_{sx} \approx k_s$$

α – коэффзатухания амплитуды

$2\alpha = \alpha_p$ – коэфициент затухания интенсивности

$$k_{px} = k_p = \frac{2\pi}{\lambda_p} = \frac{2\pi}{v_p T} = \frac{\omega_p}{v_p} \equiv \frac{\Omega}{v_p} \quad (100)$$

$$\alpha - i\Delta_\tau\hbar = \alpha\left(1 - \frac{i\frac{\Omega}{v_p} - \tau k_s}{\alpha}\right) \equiv \alpha(1 - i\Delta_\tau) \quad (101)$$

$$\Delta_{-\tau} \equiv \frac{\Omega}{v_p} - \tau k_s \quad (102)$$

$\Delta_{-\tau}$ этонеточтои$\Delta_\tau\hbar$

$$P(x,y,t) = \frac{i\gamma\hbar_p}{32\pi\alpha}\sum_\tau \frac{1}{1 - i\frac{\Omega}{v_p} - \tau k_s} E_{0\tau}(x)E^*_{-1-\tau}(x)e^{i\tau k_{sx} - i\Omega t} + c.c. \quad (103)$$

v_pскоростьзвука

Полученное P(x,y,t) – решения уравнения данного Tangt.e для кристаллов. Нам же необходимо иметь P(x,y,t) для жидкостей . Чтобы получить P(x,y,t) для жидкостей выпишем уравнение , имеющие отношение к делу, и сравним их.

Уравнение Tang которое решалось здесь :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}P(z,t) + \frac{F}{k}\frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial t} \quad P(z,t) - \frac{\rho_0}{k}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad P(z,t) = \frac{\gamma}{8\pi}\frac{\partial^2}{\partial z^2}E^2(z,t) \quad (104)$$

Обозначения оставленные по Tang ;

Умножим это уравнение на $-\frac{k}{\rho_0}$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}P(z,t) - \frac{k}{\rho_0}\nabla^2 P(z,t) - \frac{F}{k}\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 P(z,t) = -\frac{\gamma}{8\pi}\frac{k}{\rho_0}\nabla^2 E^2(z,t)\ (A) \quad (105)$$

Выпишем теперь уравнение гидродинамики (Key, Harrison)

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial z^2} - \frac{v_p^2}{\gamma}\nabla^2 - \frac{\eta + \frac{4}{3}\eta'}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 = -\frac{\Upsilon}{8\pi}\nabla^2 E^2\ (B) \quad (106)$$

Уравнение гидродинамики по книге Зельдовича (ОВФ), с.31, имеет вид:

$\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2}-v_p^2\nabla^2$p- и т.д., (C) (107)

т.е. во втором слагаемом, в отличие от (B) нет $\gamma=\frac{c_p}{c_v}$.

Почему –это неясно. Запись (C) видимо, существует.

Будем следовать (C), т.е. уравнение гидродинамики запишем в виде:

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2}-v_p^2\nabla^2 p-\frac{\eta+\frac{3}{4\,\eta'}}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\rho=-\frac{y}{8\pi}\nabla^2 E^2;\ \text{(D)} \qquad (108)$$

У ϑпоставлен индекс p (фонон)- phonon.

Очевидно, что если имеется решение для (A) следует положитьP(x,y,t)=ρ(x,y,t), и

$\frac{k}{\rho_0}=v_p^2$, $\frac{F}{\rho_0}=\frac{\eta+\frac{3}{4\,\eta'}}{\rho_0}$, $\frac{\gamma k}{\rho_0}$=Y; Отсюда k=$\rho_0 v_p^2$ и $\gamma=\frac{\rho_0 Y}{k}=\frac{\rho_0 Y}{\rho_0 v_p^2}=\frac{Y}{v_p^2}$; т.о.

$$\rho(x,y,t)=\frac{iR_p Y}{32\pi v_p^2\alpha}\sum\nolimits_r\frac{1}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}-\sigma k_{sx}}{\alpha}}E_{0\sigma}(x)E_{-i-\sigma}{}^*(x)e^{i(+\sigma k_{sx}x-\Omega t)}+\text{c.c. т.к.} \qquad (109)$$

$\Omega=v_p R_p$, то $\frac{\Omega}{v_p}-\sigma k_{sx}\neq 0$

Положим $k_{sx}\approx k_s$, k_s –модуль волнового вектора для суммарной световой волны.

$$\Delta_\sigma\equiv\frac{\frac{\Omega}{v_p}-\sigma k_{sx}}{\alpha}=\frac{\frac{\Omega}{v_p}-\sigma k_s}{\alpha}; \qquad (110)$$

В статье Заскалько и др. $\Delta=\frac{\frac{\Omega}{v_s}-k_s}{\alpha}$ называется отстройкой, но это лишь в том случае будет справедливо, когда k_sнеявляется волновым числом звуковой волны.

Что такое k_s в числителе(3) . В числителе k_s должно быть волновым числом звуковой волны.

Это точно вытекает из решения уравнения гидродинамики.

Похоже, что здесь происходит смешение понятий k_s - волнового число звуковой волны и k_s- волновое число суммарной световой волны. S- otsound и . S- otsummary

Если считать , что k_s в $\Delta = \frac{\frac{\Omega}{v_s} - k_s}{\alpha}$ есть волновые число световой волны, то ясно, что оно не будет совпадать с тем k_s, что стоит в числителе (3).

$\Delta\epsilon = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_t \rho = \frac{1}{\rho_0}\rho_0 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_t \rho = \frac{Y}{\rho_0}\rho \equiv Y$из гидродинамического уравнения.

$$= \frac{iR_{pY}}{32\pi v_p^2 \alpha} \sum_\sigma \frac{1}{1 - i\frac{\frac{\Omega}{v_p} - \sigma k_{sx}}{\alpha}} E_{0\sigma}(x) E_{-i-\sigma}^{*}(x) e^{i(+\sigma k_{sx} x - \Omega t)} + c.c. \qquad (111)$$

Что такое ρ?По видимому, это отклонение плотности от равновесного значения:

Гидродинамические уравнения содержит отρ, так что это уравнение можно рассматривать как для плотности, так как и для отклонения плотности.

Ещё раз поясним это.

Имеется гидродинамические уравнение для ρ и формула $\Delta\epsilon = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_t \rho$.

Что понимать под влиянием поля. Действительно, решение гидродинамические уравнения определяется там правой части и ρ-изменение.

Тогда $\Delta\epsilon = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_t \rho$ понятна.

$$-\nabla^2 (E_{01} + E_{0-1} + E_{-11} + E_{-1-1}) + \frac{n_0^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(E_{01} + E_{0-1}) + \frac{n_{-1}^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(E_{-11} + E_{-1-1}) = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} * \left\{ \left\{ \frac{iR_{pY^2}}{32\pi v_p^2 \alpha} \sum_\sigma \frac{1}{1 - i\frac{\frac{\Omega}{v_p} - \sigma k_{sx}}{\alpha}} E_{0\sigma}(x) E_{-i-\sigma}^{*}(x) e^{i(+\sigma k_{sx} x - \Omega t)} + c.c. \right\} * (E_{01} + E_{0-1} + E_{-11} + E_{-1-1}) \right\}$$

;

(112)

$\Omega = \omega_0 - \omega_{-1}$ Это уравнение имеет вид : $-\nabla^2 E + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 p_{NL}}{\partial t^2}$;

$$4\pi P_{NL} \equiv \left\{ \frac{iR_{pY}}{32\pi v_p^2 \alpha} \sum_{\sigma} \frac{1}{1 - i\frac{\frac{\Omega}{v_p} - \sigma k_{sx}}{\alpha}} E_{0\sigma}(x) E_{-i-\sigma}{}^{*}(x) e^{i(+\sigma k_{sx}\, x - \Omega t)} + c.c. \right\}$$

$$* \left(E_{01} + E_{0-1} + E_{-11} + E_{-1-1}\right) -$$

$$-\nabla^2 E + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\Delta\in - E)}{\partial t^2}; \qquad (113)$$

$4\pi P_{NL} = \Delta\in - E;\ \ \Delta\in = \frac{4\pi P_{NL}}{E}$ - действия,

-

$$\frac{1}{2}\nabla^2\left(\widehat{E}_{01} + \widehat{E_{01}^{*}} + \widehat{E}_{0-1} + \widehat{E}_{0-1}^{*} + \widehat{E}_{-11} + \widehat{E}_{-1-1} + \widehat{E}_{-1-1}^{*}\right) + \frac{1}{2}\frac{n_0^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\widehat{E}_{01} + \widehat{E}_{01}^{*} + \widehat{E}_{0-1} + \widehat{E}_{0-1}^{*}\right) + \frac{1}{2}\frac{n_{-1}^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\widehat{E}_{-11} + \widehat{E}_{-11}^{*} + \widehat{E}_{-1-1} + \widehat{E}_{-1-1}^{*}\right. =$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left\{\left[\left[\frac{iR_p Y^2}{32\pi v_p^2 \alpha}\sum\nolimits_{\sigma} \frac{1}{1 - i\frac{\frac{\Omega}{v_p} - \sigma k_{sx}}{\alpha}} E_{0\sigma}(x) E_{-1-\sigma}{}^{*}(x) e^{i(+\sigma s x - \Omega t)} + c.c.\right]\right] * \left(\widehat{E}_{01} + \widehat{E}_{01}^{*} + \widehat{E}_{0-1} + \widehat{E}_{0-1}^{*} + \widehat{E}_{-11} + \widehat{E}_{-11}^{*} + + \widehat{E}_{-1-1} + \widehat{E}_{-1-1}^{*}\right)\right\}$$

; (114)

$$\Omega = \omega_0 - \omega_{-1},\quad \widehat{E}_{01} \sim e^{i\omega_0 t},\quad \widehat{E}_{01}^{*} \sim e^{-i\omega_0 t} \widehat{E}_{0-1} \sim e^{i\omega_0 t},\quad \widehat{E}_{0-1}^{*} \sim e^{-i\omega_0 t}$$

$$\widehat{E}_{-11} \sim e^{i\omega_{-1} t}, \widehat{E}_{-11}^{*} \sim e^{-i\omega_{-1} t} \qquad (115)$$

$$\widehat{E}_{-1-1} \sim e^{i\omega_{-1} t}, \widehat{E}_{-1-1}^{*} \sim e^{-i\omega_{-1} t} \qquad (116)$$

$$-\nabla^2\left(\widehat{E}_{01} + \widehat{E}_{01}^{*} + \widehat{E}_{0-1} + \widehat{E}_{0-1}^{*} + \widehat{E}_{-11} + \widehat{E}_{-1-1} + \widehat{E}_{-1-1}^{*} \frac{1}{2}\frac{n_0^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\widehat{E}_{01} + \widehat{E}_{01}^{*} + \widehat{E}_{0-1} + \widehat{E}_{0-1}^{*}\right) + + \frac{1}{2}\frac{n_0^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\widehat{E}_{01} + \widehat{E}_{01}^{*} + \widehat{E}_{0-1} + \widehat{E}_{0-1}^{*}\right) + \frac{1}{2}\frac{n_{-1}^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\widehat{E}_{-11} + \widehat{E}_{-11}^{*} + \widehat{E}_{-1-1} + \widehat{E}_{-1-1}^{*} =\right.\right.$$

$$=$$

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\frac{iR_{p\gamma^2}}{32\pi v_p^2\alpha}\sum_\sigma \frac{1}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}-\sigma k_{sx}}{\alpha}} E_{0\sigma}(x)E_{-1-\sigma}{}^*(x)e^{i(+\sigma k_{sx}x-\Omega t)}+\right.$$

$$\left. c.c.+\frac{iR_{p\gamma^2}}{32\pi v_p^2\alpha}\sum_\sigma \frac{1}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}-\sigma k_{sx}}{\alpha}} E_{0\sigma}(x)E_{-i-\sigma}{}^*(x)e^{i(+\sigma k_{sx}x-\Omega t)}+c.c.\right]$$

$$*$$

$$*\left(\widehat{E}_{01}+\widehat{E}_{01}^*+\widehat{E}_{0-1}+\widehat{E}_{0-1}^*+\widehat{E}_{-11}+\widehat{E}_{-11}^*+\widehat{E}_{-1-1}+\widehat{E}_{-1-1}^*\right\}; \qquad (117)$$

$$k_{sx}=k_{0x}+k_{-1x};\qquad \Omega=\omega_0-\omega_{-1};$$

$$-\nabla^2\widehat{E}_{01}+\frac{n_0^2}{c^2}\widehat{E}_{01}=-\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{01}(x)e^{i(k_{ox}+k_{oy}-\omega_0 t)}=-2\frac{\partial E_{01}(x)}{\partial x}(ik_{0x})e^{i(k_{ox}+k_{oy}-\omega_0 t)}$$

$$=-2ik_{0x}\frac{\partial E_{01}(x)}{\partial x}e^{i(k_{ox}+k_{oy}-\omega_0 t)}; \qquad (118)$$

$$-\nabla^2\widehat{E}_{0-1}+\frac{n_0^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{0-1}=-2\frac{\partial E_{0-1}(x)}{\partial x}(-ik_{0x})e^{i(k_{ox}+k_{oy}-\omega_0 t)}=$$

$$2ik_{0x}\frac{\partial E_{0-1}(x)}{\partial x}e^{i(k_{ox}x+k_{oy}y-\omega t)};$$

$$(119)$$

$$-\nabla^2\widehat{E}_{-11}+\frac{n_{-1}^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{0-1}=-2\frac{\partial E_{-11}(x)}{\partial x}(-ik_{0x})e^{i(k_{-1x}+k_{-1y}-\omega_{-1}t)}; \qquad (120)$$

$$-\nabla^2\widehat{E}_{-1-1}+\frac{n_{-1}^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_{-1-1}=-2ik_{-1x}\frac{\partial E_{-1-1}(x)}{\partial x}e^{i(-k_{1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)}; \qquad (121)$$

Положим, $n=n_0=n_{-1}$

$$\widehat{E}_{01}=E_{01}(x)e^{+i(k_{ox}+k_{oy}-\omega_0 t)}, \qquad (122)$$

$$\widehat{E}_{01}^*=E_{01}^*(x)e^{-i(k_{ox}x+k_{oy}y-\omega_0 t)}, \qquad (123)$$

$$\widehat{E}_{0-1}=E_{0-1}(x)e^{+i(-k_{ox}+k_{oy}-\omega_0 t)}, \qquad (124)$$

$$\widehat{E}_{0-1}^*=E_{0-1}^*(x)e^{-i(-k_{ox}x+k_{oy}y-\omega_0 t)}, \qquad (125)$$

$$\widehat{E}_{-11}=E_{-11}(x)e^{+i(k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)}, \qquad (126)$$

$$\widehat{E}_{-11}^*=E_{-11}^*(x)e^{-i(-k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)}, \qquad (127)$$

$$\widehat{E}_{-1-1}=E_{-1-1}(x)e^{+i(-k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)}, \qquad (128)$$

$$\widehat{E}_{-1-1}^*=E_{-1-1}^*(x)e^{-i(-k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)}; \qquad (129)$$

n_0 и n_{-1} это линейные составляющие показателя преломления, соответственно, для волн с индексами 0 и 1, т.е. для лазерных и рассеянных волн, $n_0 = n_{-1}$, т.к. линейный показатель не зависит от поля.

Соответственно, величинам $\hat{E}_{01}, \hat{E}_{0-1}, \hat{E}_{-11}, \hat{E}_{-1-1}$ получится четыре компонент сопряженных им.

Приравняем коэффициенты при $e^{+i(-k_{0x}+k_{0y}-\omega_0 t)}$

$$-2ik_{0x}\frac{\partial E_{01}(x)}{\partial x} = -\frac{1}{c^2} * \frac{iR_p Y^2}{32\pi\rho_0 v_p^2 \alpha} * \frac{1*(i\omega_0)^2}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}-k_{sx}}{\alpha}} * E_{01}(x)E^*_{-1-1}(x)E_{-1-1}(x) \quad (130)$$

И при

$$e^{+i(-k_0 x x+k_{0y}y-\omega_0 t)} + 2ik_{0x}\frac{\partial E_{0-1}(x)}{\partial x} =$$

$$-\frac{1}{c^2} * \frac{iR_p Y^{-2}}{32\pi\rho_0 v_p^2 \alpha} * \frac{1*(i\omega_0)^2}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}+k_{sx}}{\alpha}} * E_{0-1}(x)E^*_{-11}(x)E_{-11}(x)$$

$$e^{+i(k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)}$$

$$+2ik_{-1x}\frac{\partial E_{-11}(x)}{\partial x} = -\frac{1}{c^2} * \frac{-iR_p Y^2}{32\pi\rho_0 v_p^2 \alpha} * \frac{1*(i\omega_{-1})^2}{1+i\frac{\frac{\Omega}{v_p}+k_{sx}}{\alpha}} * E^*_{0-1}(x)E_{-11}(x)E_{0-1}(x)$$

$$e^{+i(-k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)}$$

$$+2ik_{-1x}\frac{\partial E_{-1-1}(x)}{\partial x} = -\frac{1}{c^2} * \frac{-iR_p Y^2}{32\pi\rho_0 v_p^2 \alpha} * \frac{1*(i\omega_{-1})^2}{1+i\frac{\frac{\Omega}{v_p}+k_{sx}}{\alpha}} * E^*_{01}(x)E_{-1-1}(x)E_{01}(x); \quad (131)$$

2.4. Учет Керровской нелинейности

В этих 4-х уравнениях ещё не учитывались P^{NL}_{11} в правой части, связанное с ориентацией молекул, т.е. с эффектом Керра. Перейдем к рассмотрению эффекта Керра. Согласно [ ],

$$U = -\frac{1}{2}\alpha\gamma(3\cos^2\theta - 1), \text{из Herman}[\ ]; \quad (132)$$

В качестве E_z сейчас берем

$$E = E_{01} + E_{0-1} + E_{-11} + E_{-1-1} \quad (133)$$

$$U = -\frac{1}{2}\alpha\gamma(3\cos^2\theta - 1)\frac{1}{4}x * \left\{e^{-i\omega_0 t}\sum_\tau\left[E_{0\tau}(x)e^{+i[\tau k_0\cos\theta_0+k_0\sin\theta_0 y]} + E_{-1\tau}(x)e^{+i[\tau k_{-1}\cos\theta_{-1}x+k_{-1}\sin\theta_{-1}y-(\omega_{-1}-\omega_0)t]} + c.c.\right]\right\}^2$$

; (134)

$$U = -\frac{1}{2}\alpha\gamma(3\cos^2\theta - 1)\frac{1}{4} *$$

$$* \{E_{01}(x)e^{+i[\tau k_0\cos\theta_0 + k_0\sin\theta_0 y - \omega_0 t]} + +E_{0-1}(x)e^{+i[\tau k_{0-1}\cos\theta_0 + k_{0-1}\sin\theta_0 y - \omega_0 t]} + E_{1-1}(x)e^{+i[\tau k_{-11}\cos\theta_{-1} + k_{-11}\sin\theta_{-1} y - \omega_{-1} t]} + E_{-1-1}(x)e^{+i[-\tau k_{-1-1}\cos\theta_{-1} + k_{-1-1}\sin\theta_{-1} y - \omega_{-1} t]} + c.c.\}^2$$

(135)

$$\begin{aligned} U = -\frac{1}{2}\alpha\gamma(3\cos^2\theta - 1)\{&2E_{01}(x)E_{0-1}^*(x)e^{+2ik_0\cos\theta_0 x} \\ &+ c.c. + 2E_{01}(x)E_{1-1}^*(x)e^{i[(k_{0x} - k_{-1x})x - (\omega_0 - \omega_{-1})t]} + c.c \\ &+ +2E_{01}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{i[(k_{0x} + k_{-1x})x - (\omega_0 - \omega_{-1})t]} \\ &+ c.c. + 2E_{0-1}(x)E_{1-1}^*(x)e^{+i[-(k_{0x} - k_{-1x})x - (\omega_0 - \omega_{-1})t]} \\ &+ c.c. + 2E_{01}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+i[-(k_{0x} - k_{-1x})x - (\omega_0 - \omega_{-1})t]} \\ &+ c.c. + 2E_{-1-1}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+2ik_{-1}\cos\theta_{-1}x} + c.c. + 2|E_{01}(x)|^2 \\ &+ 2|E_{0-1}(x)|^2 + +2|E_{1-1}(x)|^2 + 2|E_{-1-1}(x)|^2\} \end{aligned}$$

(136)

высоко частотный отброшены;Пока ничего отбрасывать не будем.

Запишем U в виде:

$$U = U_0 + U_1 + U_2 \qquad (137)$$

Где

U_0 не зависит от t

U_1 содержит $e^{+i[-\omega t]}$

U_2 содержит $e^{-i[-\omega t]}$

$$f_1' = \frac{1}{24\pi kT}(\alpha_{11} - \alpha_1)[E_{01}(x)E_{0-1}^*(x)e^{+2ik_0\cos\theta_0 x} + c.c. + E_{-11}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+2ik_{-1}\cos\theta_{-1}x} + c.c. + |E_{01}(x)|^2 + |E_{0-1}(x)|^2 + |E_{1-1}(x)|^2 + |E_{-1-1}(x)|^2 \cdot P_2(\cos\theta)$$

(138)

$$\omega = \omega_0 - \omega_{-1}$$

$$f_1'' = \frac{1}{24\pi kT}(\alpha_{11}-\alpha_1)\frac{1}{1-i\omega\tau}P_2(\cos\theta)\big[E_{01}(x)E_{0-1}^*(x)e^{+i[(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]} + E_{01}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+i[(k_{0x}+k_{1x})x-\omega t]} + E_{0-1}(x)E_{-11}^*(x)e^{+i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]} + E_{0-1}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]}\big]$$

(139)

$$f_1''' = f_1''^*$$

$$f_1 = f_1' + f_2'' + f_3'''$$

$$f_1 = \frac{1}{24\pi kT}(\alpha_{11}-\alpha_1)P_2(\cos\theta)\Big\{\big[|E_{01}(x)|^2 + |E_{0-1}(x)|^2 + |E_{1-1}(x)|^2 + |E_{-1-1}(x)|^2 + E_{01}(x)E_{0-1}^*(x)e^{+2ik_0\cos\theta_0 x} + E_{01}^*(x)E_{0-1}(x)e^{-2ik_0\cos\theta_0 x} + E_{-11}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+2ik_{-1}\cos\theta_{-1}x} + E_{-11}^*(x)E_{-1-1}(x)e^{-2ik_{-1}\cos\theta_{-1}x}\big] + \frac{1}{1-i\omega\tau}\Big[E_{01}(x)E_{-11}^*(x)e^{+i[(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]} + E_{01}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+i[(k_{0x}+k_{-1x})x-\omega t]} + E_{0-1}(x)E_{-11}^*(x)e^{+i[-(k_{0x}+k_{-1x})x-\omega t]} + E_{0-1}(x)E_{-1-1}^*(x)e^{+i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]} + \frac{1}{1+i\omega\tau}\big[E_{01}^*(x)E_{-11}(x)e^{-i[(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]} + E_{01}^*(x)E_{-1-1}(x)e^{-i[(k_{0x}+k_{-1x})x-\omega t]} + E_{0-1}^*(x)E_{-11}(x)e^{-i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]} + E_{0-1}^*(x)E_{-1-1}(x)e^{-i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]}\big]\Big]\Big\}$$

(140)

$$P_{11}^{NL} = \chi_{33NL}\cdot E(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\chi_{33NL}(\hat{E}+\hat{E}^*) \quad (141)$$

$$\chi_{33NL} = N(\alpha_{11}-\alpha_1) < g_{33}g_{33} >_{f_1} \quad (142)$$

$$< g_{33}g_{33} > = \frac{8\pi}{15}f_{10}f_1 = f_{10}P_2(\cos\theta) \quad (143)$$

$$P_{11}^{NL} = \frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{\ldots\ldots\}$$

$$[E_{01}(x)e^{+i(k_{0x}(x)+k_{0y}y-\omega t)} + E_{0-1}(x)e^{+i(-k_{0x}x+k_{0y}y-\omega t)} + E_{-11}(x)e^{+i(k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-0}t)} + E_{-11}(x)e^{+i(k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)} + E_{-1-1}(x)e^{+i(-k_{-1x}x+k_{-1y}y-\omega_{-1}t)} + c.c.$$

(144)

Члены , содержащие $e^{-i\omega_0 t}$

$$\Delta\epsilon = \frac{4\pi - P_{NL}}{E}$$ действия

Пусть P_{NL} – ориентация

$$P_{NL} = \frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\{\ldots\ldots\}\cdot\frac{1}{2}[E+E^*] \quad (145)$$

$$\Delta\in = 4\pi\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\{\cdots\cdots\} \tag{146}$$

$\Delta\in$ соответствует $\delta \in_k$ в статье Заскалько и др.

$\delta \in_к$ в статье Заскалько и др.

$$\delta \in_k = n^2 n_2 |E|^2 = n^2 n_2 E E^*$$
$$= n^2 n_2 \left[E_{01} e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)} + E_{0-1} e^{+i(-k_{0x}x-\omega_0 t)} + E_{-11} e^{+i(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)} + E_{-1-1} e^{+i(-k_{-1x}x-\omega_{-1}t)}\right]$$
$$\cdot \left[E_{01}^* e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)} + E_{0-1}^* e^{+i(-k_{0x}x-\omega_0 t)} + E_{-11}^* e^{-i(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)} + E_{-1-1}^* e^{-i(-k_{-1x}x-\omega_{-1}t)}\right] =$$

$$= n^2 n_2 \Big[|E_{01}(x)|^2 + |E_{0-1}(x)|^2 + |E_{1-1}(x)|^2 + |E_{-1-1}(x)|^2 + E_{01}E_{-11}^* e^{+i2k_{0x}x} + E_{01}E_{-11}^* e^{-i[(k_{-1x}-k_{0x})x-(\omega_{-1}-\omega_0)t]} + E_{01}E_{-11}^* e^{-i[-(k_{-1x}+k_{0x})x-(\omega_{-1}-\omega_0)t]} + E_{0-1}E_{01}^* e^{-i2k_{0x}x} + E_{0-1}E_{-11}^* e^{-i[(k_{-1x}+k_{0x})x-(\omega_{-1}-\omega_0)t]} + E_{0-1}E_{-1-1}^* e^{-i[-(k_{-1x}-k_{0x})x-(\omega_{-1}-\omega_0)t]} + E_{-11}E_{01}^* e^{-i[(k_{0x}-k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]} + E_{-11}E_{0-1}^* e^{-i[-(k_{0x}+k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]} + E_{-11}E_{-1-1}^* e^{-i(-2k_{-1x}x)} + E_{-1-1}E_{01}^* e^{-i[(k_{0x}+k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]} + E_{-1-1}E_{0-1}^* e^{-i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]} + E_{-1-1}E_{-1-1}^* e^{-i(-2k_{-1x}x)}\Big]; \tag{147}$$

Сравним $\Delta\in$ и $\delta \in_k$

Очевидно , что при $\tau = 0$ $\Delta\epsilon$ и $\delta\epsilon_k$ точно совпадают причем

$$n^2 n_2 = 4\pi\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT} \tag{148}$$

Т.е $n n_2 = \frac{4\pi N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT} \equiv n_2$ (Чиао) все верно

Т.е чтобы перевести наше выражение в соответствующее $\delta\epsilon_k$ надо $4\pi\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}$ заменить на $n^2 n_2$

<u>Важно</u>, что наше выражение для $\delta\epsilon_k$ годится и при $\tau \neq 0$, $\delta\epsilon_k$ в статье Заскалько и др. непременимо при $\tau \neq 0$

Перепишем произведение А на В:

$$\Big[E_{01}(x)E^{*}_{-11}(x)e^{+i[(k_{0x}-k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]}$$
$$+E_{01}(x)E^{*}_{-1-1}(x)e^{+i[(k_{0x}+k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]}\Big]$$
$$+\Big[E_{0-1}(x)E^{*}_{-11}(x)e^{+i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]}$$
$$+E_{0-1}(x)E^{*}_{-1-1}(x)e^{+i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-(\omega_0-\omega_{-1})t]}\Big]$$
$$\cdot\Big[E_{-11}(x)e^{+i[k_{-1x}x-\omega_{-1}t]}+E_{-1-1}(x)e^{+i[k_{-1x}x-\omega_{-1}t]}\Big]=$$
$$=E_{01}(x)|E_{1-1}(x)|^2e^{+i[k_{0x}x-\omega_0 t]}$$
$$+E_{01}(x)E^{*}_{-1-1}(x)E_{-11}(x)e^{+i[(k_0x+2k_{-1x})x-\omega_0 t]}$$
$$+E_{0-1}(x)|E_{-11}(x)|^2e^{+i[-k_{0x}x-\omega_0 t]}$$
$$+E_{0-1}(x)E^{*}_{-1-1}(x)E_{-11}(x)e^{+i[-(k_0x-2k_{-1x})x-\omega_0 t]}$$
$$+E_{01}(x)E^{*}_{-1-1}(x)E_{-11}e^{+i[(k_{0x}-2k_{-1x})x-\omega_0 t]}$$
$$+E_{01}(x)|E_{-11}|^2e^{+i[k_{0x}x-\omega_0 t]}$$
$$+E_{0-1}(x)E^{*}_{-11}(x)E_{-1-1}(x)e^{+i[-(k_{0x}+2k_{-1x})x-\omega_0 t]}$$
$$+E_{01}(x)|E^{*}{}_{-1-1}(x)|^2e^{+i[-k_{0x}x-\omega_0 t]}=$$

Вставим только подчеркнутые и отведенные члены, остальные имеют высокие пространства частоты,

$$=\Big[E_{01}(x)|E^{*}{}_{-11}(x)|^2+E_{01}(x)|E^{*}{}_{-1-1}(x)|^2$$
$$+E_{0-1}(x)E^{*}_{-1-1}(x)E_{-11}(x)e^{+i[-(2k_0x-2k_{-1x})x]}$$
$$+E_{0-1}(x)E^{*}_{-1-1}(x)E_{-1-1}(x)e^{+i[-(2k_0x+2k_{-1x})x]}\Big]e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}=$$

$$=\Big[E_{01}(x)|E^{*}{}_{-11}(x)|^2+E_{01}(x)|E^{*}{}_{-1-1}(x)|^2+E_{0-1}(x)E^{*}_{-1-1}(x)E_{-11}(x)e^{-i2qx}\Big]$$
$$\cdot e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}$$

(149)

Член с $e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}$ имеется еще и в произведении $C\cdot D$

$$\big(E_{01}E^{*}_{0-1}l^{+2ik_{0x}x}+E^{*}_{0-1}E_{01}e^{-2ik_{0x}x}+E_{-11}E^{*}_{-1-1}e^{+2ik_{-1x}x}+$$
$$E^{*}_{-11}E_{-1-1}e^{-2ik_{-1x}x}\big)\cdot E_{0-1}e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}=E_{01}|E^{*}{}_{-11}|^2e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}+$$
$$E^{2}_{0-1}E^{*}_{01}e^{+i(-3k_{0x}x-\omega_0 t)}+E_{0-1}E_{-11}E^{*}_{-1-1}e^{+i[(-k_{0x}x-2k_{-1x})x-\omega_0 t]}+$$
$$E_{0-1}E_{-1-1}E^{*}_{-11}e^{+i[(-k_{0x}x-2k_{-1x})x-\omega_0 t]}=$$
$$\Big[E_{01}|E^{*}{}_{-11}|^2+E_{0-1}E_{-11}E^{*}_{-1-1}e^{-i2qx}\Big]e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}$$

(150)

Первая часть волнового уравнения содержащая $P^{NL}_{//}$

$$-\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P^{NL}_{//} \qquad (151)$$

Выпишем коэффициент при $e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}$ в правой части уравнения происходящий от P_{11}^{NL}

$$
\begin{aligned}
&-\frac{4\pi}{c^2}(-i\omega_0)^2\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\Big\{E_{01}[|E_{01}|^2+|E_{0-1}|^2+|E_{-11}|^2+|E_{-1-1}|^2] \\
&\qquad + E_{01}|E_{0-1}|^2 + E_{0-1}E_{-1-1}^{*}E_{-11}l^{-i2qx} \\
&\qquad + \frac{1}{1-i\omega\tau}\left[E_{01}|E_{-11}|^2+E_{01}|E_{-1-1}|^2+E_{0-1}E_{-1-1}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\right]\Big\} \\
&\qquad = +\frac{4\pi\omega_0^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\Big\{E_{01}\Big[|E_{01}|^2+2|E_{0-1}|^2 \\
&\qquad + \left(1+\frac{1}{1-i\omega\tau}\right)|E_{-11}|^2+\left(1+\frac{1}{1-i\omega\tau}\right)|E_{-1-1}|^2\Big] \\
&\qquad + \left(1+\frac{1}{1-i\omega\tau}\right)E_{0-1}E_{-1-1}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\Big\} =
\end{aligned}
$$

При $\tau=0$

$$
\begin{aligned}
&=\frac{4\pi\omega_0^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{01}[|E_{01}|^2+2|E_{0-1}|^2+2|E_{-11}|^2+2|E_{-1-1}|^2] \\
&\qquad + 2E_{0-1}E_{-1-1}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\} =
\end{aligned}
$$

$$
=\frac{4\pi\omega_0^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{01}[2\textstyle\sum_{\tau'}(|E_{0\tau'}|^2+|E_{-1\tau'}|^2)-|E_{01}|^2]+2E_{0-1}E_{-1-1}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\} \tag{152}
$$

коэффициент при $e^{+i(-k_{0x}x-\omega_0 t)}$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{4\pi}{c^2}(-i\omega_0)^2\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\Big\{E_{0-1}[|E_{01}|^2+|E_{0-1}|^2+|E_{-11}|^2+|E_{-1-1}|^2]+ \\
&E_{0-1}|E_{0-1}|^2+E_{0-1}E_{-11}^{*}E_{-1-1}l^{-i2qx}+\frac{1}{1-i\omega\tau}\Big[E_{0-1}|E_{-11}|^2+E_{01}|E_{-1-1}|^2+ \\
&E_{01}E_{-11}^{*}E_{-1-1}e^{-i2qx}\Big]\Big\}=\frac{4\pi}{c^2}i\omega_0{}^2\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\Big\{E_{0-1}\Big[2|E_{0-1}|^2+\frac{1}{1-i\omega\tau}|E_{-11}|^2+ \\
&\frac{1}{1-i\omega\tau}+|E_{-1-1}|^2\Big]+\left(1+\frac{1}{1-i\omega\tau}\right)E_{01}E_{-11}^{*}E_{-1-1}e^{-i2qx}\Big\};
\end{aligned} \tag{153}
$$

При $\tau=0$;

$$
\begin{aligned}
&\frac{4\pi}{c^2}\omega_0{}^2\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{0-1}[2|E_{01}|^2+|E_{0-1}|^2+|E_{-11}|^2+2|E_{-1-1}|^2]+ \\
&2E_{01}E_{-11}^{*}E_{-1-1}e^{-i2qx}\}=\frac{4\pi\omega^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{0-1}[2\textstyle\sum_{\tau'}(|E_{0\tau'}|^2+|E_{0-\tau'}|^2)- \\
&|E_{0-1}|^2]+2E_{01}E_{-11}^{*}E_{-1-1}e^{+i2qx}\}
\end{aligned}
$$

(154)

коэффициент при

$e^{+i(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)}$; и $e^{+i(-k_{-1x}x-\omega_{-1}t)}$ (155)

$[E_{01}^*(x)E_{-11}l^{+i[(k_{0x})x-\omega t]} + E_{01}^*(x)E_{-1-1}(x)e^{-i[(k_{0x}+k_{-1x})x-\omega t]} +$
$E_{0-1}^*(x)E_{-11}(x)e^{-i[-(k_{0x}+k_{-1x})x-\omega t]} + E_{0-1}^*(x)E_{-1-1}(x)e^{-i[-(k_{0x}-k_{-1x})x-\omega t]}] *$
$[E_{01}(x)e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)} + E_{0-1}(x)e^{+i(-k_{0x}x-\omega_0 t)}] =$
$|E_{01}(x)|^2E_{-11}(x)e^{+i[(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)]} + |E_{01}|^2E_{-1-1}(x)e^{+i[(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)]} +$
$E_{01}(x)E_{0-1}^*(x)E_{-11}(x)e^{+i[+(2k_{0x})x-\omega_{-1}t]} +$
$E_{0-1}(x)E_{0-1}^*(x)E_{-1-1}(x)e^{+i[+(2k_{0x}-k_{-1x})x-\omega_{-1}t]} +$
$E_{0-1}(x)E_{01}^*(x)E_{-11}(x)e^{+i[-(2k_{0x}-k_{-1x})x-\omega_{-1}t]} +$
$E_{0-1}(x)E_{01}^*(x)E_{-1-1}(x)e^{+i[-(2k_{0x}+k_{-1x})x-\omega_{-1}t]} +$
$|E_{01}(x)|^2E_{-11}(x)e^{+i[(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)]} + |E_{0-1}(x)|^2E_{-1-1}(x)e^{+i[(-k_{-1x}x-\omega_{-1}t)]}$;
(156)

коэффициент при $e^{+i(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)}$

$-\frac{4\pi}{c^2}(-i\omega_{-1})^2\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{-11}[|E_{01}|^2 + |E_{0-1}|^2 + |E_{-11}|^2+|E_{-1-1}|^2] +$
$E_{-11}E_{-1-1}^*E_{-1-1} + E_{01}E_{0-1}^*E_{-1-1}l^{+i2qx} + 1 +$
$\frac{1}{1+i\omega\tau}[|E_{01}|^2E_{-11} + |E_{0-1}|^2E_{-11} + E_{01}E_{0-1}^*E_{-1-1}l^{+i2qx}]\}$
$=$
$\frac{4\pi\omega^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{|E_{01}|^2\left(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\right) + E_{-11} + |E_{0-1}|^2\left(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\right) + 2E_{-11} +$
$|E_{-1-1}|^2 + E_{-11} + |E_{-11}|^2 + (1+\frac{1}{1+i\omega\tau})E_{01}E_{0-1}^*E_{-1-1}e^{+i2qx}\} =$
$\frac{4\pi\omega^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{-11}\left[\left(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\right)|E_{01}|^2 + \left(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\right)|E_{0-1}|^2 + |E_{-11}|^2 +\right.$
$\left.2|E_{-1-1}|^2\right] + \left(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\right)E_{01}E_{0-1}^*E_{-1-1}e^{+i2qx}\}$
; (157)

При $\tau = 0$:

$$\frac{4\pi\omega_{-1}^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{-11}[2|E_{0-1}|^2 + 2|E_{0-1}|^2 + 2|E_{-11}|^2 + 2|E_{-1-1}|^2] + E_{01}E_{0-1}^*E_{-1-1}e^{+i2qx}\} =$$

$\frac{4\pi\omega_{-1}^2}{c^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}\{E_{-11}[2\sum_{\tau'}(|E_{0\tau'}|^2 + |E_{-1\tau'}|^2) - |E_{-11}|^2] +$
$2E_{01}E_{0-1}^*E_{-1-1}e^{+i2qx}\}$
; (158)

коэффициент при $e^{+i(-k_{-1x}x-\omega_{-1}t)}$

$$\frac{4\pi\omega_{-1}^{2}}{c^{2}}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_{1})^{2}}{90kT}\Big\{E_{-11}[|E_{0-1}|^{2}+|E_{0-1}|^{2}+|E_{11}|^{2}+|E_{-1-1}|^{2}]+ E_{-11}E_{-11}^{*}E_{-1-1}+E_{0-1}E_{01}^{*}E_{-11}]^{-i2qx}+\frac{1}{1+i\omega\tau}[|E_{01}|^{2}E_{-1-1}+|E_{0-1}|^{2}E_{-1-1}+ E_{0-1}E_{01}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}]\Big\}=\frac{4\pi\omega_{-1}^{2}}{c^{2}}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_{1})^{2}}{90kT}\Big\{E_{-1-1}\Big[\Big(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\Big)|E_{01}|^{2}+ \Big(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\Big)|E_{01}|^{2}+|E_{0-1}|^{2}+|E_{-1-1}|^{2}+2|E_{-11}|^{2}\Big]+ \Big(1+\frac{1}{1+i\omega\tau}\Big)E_{0-1}E_{01}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\Big\}$$

; (159)

При $\tau = 0$:

$$\frac{4\pi\omega_{-1}^{2}}{c^{2}}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_{1})^{2}}{90kT}\{E_{-1-1}[2|E_{01}|^{2}+2|E_{0-1}|^{2}+2|E_{-11}|^{2}+|E_{-1-1}|^{2}]+ 2E_{0-1}E_{01}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\}=\frac{4\pi\omega_{-1}^{2}}{c^{2}}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_{1})^{2}}{90kT}\{E_{-1-1}[2\textstyle\sum_{\tau'}(|E_{0\tau'}|^{2}+|E_{-1\tau'}|^{2})- |E_{-1-1}|^{2}]+2E_{0-1}E_{01}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\}$$

; (160)

Записываем укороченные волновые уравнения, приняв во внимание и ориентационный и стрикционный вклады:

При $e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}$; (точнее, при $\frac{1}{2}e^{+i(k_{0x}x-\omega_0 t)}$)

$$-2ik_x\frac{\partial E_{01}}{\partial x}= -\frac{1}{c^{2}}\frac{i\hbar_p Y^{2}}{32\pi\rho_0 v_p^{2}\alpha}-\frac{\omega_0^{2}}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}-k_{sx}}{\alpha}}E_{01}E_{-1-1}^{*}E_{-1-1}+\frac{4\pi\omega_0^{2}}{c^{2}}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_{1})^{2}}{45kT}\Big\{E_{01}\Big[|E_{01}|^{2}+ 2|E_{0-1}|^{2}+\Big(1+\frac{1}{1-i\omega t}\Big)|E_{-11}|^{2}+\Big(1+\frac{1}{1-i\omega t}\Big)|E_{-1-1}|^{2}\Big]+ \Big(1+\frac{1}{1-i\omega t}\Big)E_{0-1}E_{-1-1}^{*}E_{-11}e^{-i2qx}\Big\}$$

(161)

Умножим на i, делим на 2, делим на k_{0x}; $\omega_0=\frac{k_0 c}{n}$ т.е, $\frac{i}{2k_{ox}}$;

Чтобы убедиться в правильности этого уравнения полезно сравнить его с уравнением (PQR) в разработке к Herman. Мы увидим, при этом, что числовой коэффициент в правой части , относящимися к ориентационному вкладу . Именно такое сравнение помогло найти ошибку (90 исправлен на 45)

$$\frac{\partial E_{01}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{-\frac{i k_p Y^2}{32\pi\rho_o n^2 v_p^2 \alpha}\frac{1}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}-k_{sx}}{\alpha}}E_{01}|E_{-11}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{01}\left[|E_{01}|^2 + 2|E_{0-1}|^2 + \left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)|E_{-11}|^2 + \left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)|E_{-1-1}|^2\right] + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)E_{0-1}E^*_{-1-1}E_{-11}e^{-i2qx}\right]\right\}$$

; (I) (162)

$$e^{+i(-k_{0x}x-\omega_0 t)} \tag{163}$$

$$2ik_{0x}\frac{\partial E_{0-1}}{\partial x} = -\frac{1}{c^2}\frac{iR_p Y^2}{32\pi\rho_0 v_p^2\alpha} * \frac{-\omega_0^2}{1+i\frac{\frac{\Omega}{v_p}+k_{sx}}{\alpha}}E_{01}|E_{-11}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\left\{E_{0-1}\left[2|E_{0-1}|^2 + |E_{0-1}|^2 + \left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)|E_{-11}|^2\left(1++\frac{1}{1-i\omega t}\right)|E_{-1-1}|^2 +\right] + \left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)E_{0-1}E^*_{-1-1}E_{-1-1}e^{+i2qx}\right\}$$

; (164)

$$-\frac{\partial E_{0-1}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{-\frac{i k_p Y^2}{32\pi\rho_o v_p^2 \alpha}\frac{1}{1-i\frac{\frac{\Omega}{v_p}-k_{sx}}{\alpha}}E_{01}|E_{-11}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{0-1}\left[2|E_{01}|^2 + |E_{0-1}|^2 + \left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)|E_{-11}|^2 + \left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)|E_{-1-1}|^2\right] + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\left(1+\frac{1}{1-i\omega t}\right)E_{01}E^*_{-11}E_{-1-1}e^{+i2qx}\right]\right\};$$ (II)

(165)

$$e^{+i(k_{-1x}x-\omega_{-1}t)} \tag{166}$$

$$\frac{\partial E_{-11}}{\partial x}=\frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{-\frac{G}{1-i\frac{\frac{\Omega}{vp}-k_{sx}}{\alpha}}E_{-11}|E_{0-1}|^2+i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{-11}\left[\left(1+\frac{1}{1+i\omega t}\right)|E_{01}|^2+\left(1+\frac{1}{1+i\omega t}\right)|E_{0-1}|^2+|E_{-11}|^2+2|E_{-1-1}|^2\right]+\right.$$
$$\left.+i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\left(1+\frac{1}{1+i\omega t}\right)E_{01}E_{01}^*E_{-1-1}e^{+i2qx}\right]\right\};$$

(III) (167)

$$e^{+i(-k_{-1x}x-\omega_{-1}t)} \qquad (168)$$

$$\frac{\partial E_{-1-1}}{\partial x}=\frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{\frac{G}{1+i\frac{\frac{\Omega}{vp}-k_{sx}}{\alpha}}E_{-1-1}|E_{01}|^2+i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{-1-1}\left[\left(1+\frac{1}{1+i\omega t}\right)|E_{01}|^2+\left(1+\frac{1}{1+i\omega t}\right)|E_{0-1}|^2+|E_{-1-1}|^2+2|E_{-11}|^2\right]+\right.$$
$$\left.+i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\left(1+\frac{1}{1+i\omega t}\right)E_{0-1}E_{01}^*E_{-11}e^{-i2qx}\right]\right\};$$

(IV) (169)

По Чиао и Године[ ] $n_2=\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}$;

$$\left[\begin{array}{l}\text{действит., стр. }185,\ n_2=\frac{4}{3}\pi\frac{k_\tau}{n_0},\quad k_\tau=\frac{3}{45}N\frac{(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{KT};\\ \qquad n_2=\frac{4}{3}\pi\frac{1}{n_0}\frac{3}{45}N\frac{(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{KT}=\frac{4\pi}{n_0}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{KT}\end{array}\right]; \qquad (170)$$

<u>Сравнение полученных уравнений со статьей Заскалько и др</u>.

Положим $\tau=0$

$$\frac{\partial E_{01}}{\partial x}=\frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{-\frac{G}{1-i\frac{\frac{\Omega}{vp}-k_{sx}}{\alpha}}E_{01}|E_{-1-1}|^2+i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{01}[|E_{01}|^2+2|E_{0-1}|^2+\right.$$
$$\left.2|E_{-11}|^2+2|E_{-1-1}|^2]+i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}2E_{0-1}E_{-1-1}^*E_{-11}e^{-i2qx}\right\};\quad (I)$$

(171)

$$\frac{\partial E_{0-1}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{-\frac{G}{1-i\frac{\frac{\Omega}{vp}+k_{sx}}{\alpha}}E_{0-1}|E_{-11}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{0-1}[2|E_{01}|^2+|E_{0-1}|^2+\right.$$

$$\left.2|E_{-11}|^2+2|E_{-1-1}|^2] + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}2E_{01}E_{-11}^*E_{-1-1}e^{+i2qx}\right\} \quad (II)$$

(172)

$$\frac{\partial E_{-11}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{\frac{G}{1+i\frac{\frac{\Omega}{vp}-k_{sx}}{\alpha}}E_{-11}|E_{0-1}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{-11}[2|E_{01}|^2+2|E_{0-1}|^2+\right.$$

$$\left.|E_{-11}|^2+2|E_{-1-1}|^2] + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}2E_{01}E_{0-1}^*E_{-1-1}e^{+i2qx}\right\} \quad (III)$$

(173)

$$-\frac{\partial E_{-1-1}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{\frac{G}{1+i\frac{\frac{\Omega}{vp}+k_{sx}}{\alpha}}E_{-1-1}|E_{0-1}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{-1-1}[2|E_{01}|^2+\right.$$

$$\left.2|E_{0-1}|^2+2|E_{-11}|^2+|E_{-1-1}|^2] + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}2E_{0-1}E_{01}^*E_{-11}e^{-i2qx}\right\} (IV)$$

(174)

Объединим их

$$\tau\frac{\partial E_{0\tau}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{-\frac{G}{1-i\frac{\frac{\Omega}{vp}-k_{sx}}{\alpha}}E_{0\tau}|E_{-1-\tau}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{0\tau}[2\textstyle\sum_{\tau'}\quad(|E_{0\tau'}|^2+\right.$$

$$\left.|E_{-1\tau'}|^2) - |E_{0\tau}|^2] + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}2E_{0-\tau}E_{-1-\tau}^*E_{-1\tau}e^{-i2qx}\right\} \quad (I,II)$$

(175)

$$\tau\frac{\partial E_{-1\tau}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{\frac{G}{1+i\frac{\frac{\Omega}{vp}-k_{sx}}{\alpha}}E_{-1\tau}|E_{0-\tau}|^2 + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}E_{-1\tau}[2\textstyle\sum_{\tau'}\quad(|E_{0\tau'}|^2+\right.$$

$$\left.|E_{-1\tau'}|^2) - |E_{-1\tau}|^2] + i\frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}2E_{0\tau}E_{0-\tau}^*E_{-1-\tau}e^{+i2qx}\right\} (III,IV)$$

(176)

Обозначим $\Delta_\tau \equiv \frac{\frac{\Omega}{vp}-\tau k_{sx}}{\alpha}$; $\qquad n_2^* \equiv \frac{4\pi}{n^2}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}$; (177)

$$n_2^* \equiv \frac{n_2}{n}$$

$n_2 -$ по Чиао и др. т.е классическое

$$\tau \frac{\partial E_{0\tau}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{0x}} *$$

$$* \left\{ -\frac{G}{1-i\Delta_\tau} E_{0\tau}|E_{-1-\tau}|^2 + in_2^* E_{0\tau}[2\sum_{\tau'} (|E_{0\tau'}|^2 + |E_{-1\tau'}|^2) - |E_{0\tau}|^2] + 2in_2^* E_{0-\tau} E_{-1-\tau}^* E_{-1\tau} l^{-i2qx} \right\}$$

$$\tau \frac{\partial E_{-1\tau}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{0x}} *$$

$$* \left\{ \frac{G}{1+i\Delta_\tau} E_{-1\tau}|E_{0-\tau}|^2 + in_2^* E_{-1\tau}[2\sum_{\tau'} (|E_{0\tau'}|^2 + |E_{-1\tau'}|^2) - |E_{-1\tau}|^2] + 2in_2^* E_{0\tau} E_{0-\tau}^* E_{-1-\tau} l^{+i2qx} \right\}$$

Полученное нами уравнение отличаются от соответствующих уравнений в стать Заскалько и д.р

У нас стоит Δ_τ , в статье $-\Delta$;

У нас $n_2^* \equiv \frac{n_2}{n}$, в статье $-n_2$;

В связи с последним фактом необходимо понять, как определяется n_2 в статье, совпадает ли оно с классическим (по Чиао) , каково происхождение формулы $\partial\epsilon_k = n_0^2 n_2 |E|$ в статье , как её понимать и , вообще , насколько она точна.

Связь между $\in$ и потенциалом E ;E-здесь действителен

$P_i = \chi_{ij} E_j$; <u>$E -$ постоянно</u>

Случай переменного поля рассматривается дальше

$$\chi_{ij} = \chi_0 \delta_{ij} + \Delta\chi_{ij} ; \quad \Delta\chi_{ij} = \frac{N(\alpha_{11} - \alpha_1)^2}{15kT} \left(E_i E_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} E^2 \right); \tag{178}$$

Пусть $\vec{E} = E_z \vec{k} \equiv E\vec{k}$; $\Delta\chi_{ij}$ будет в этом случае диагональным ;

$P_i = \chi_{i3} E_z \equiv \chi_{i3} E$; т.е. $P_x = 0$, $P_y = 0$

$$P_z = \chi_{33} E = (\chi_0 + \Delta\chi_{33}) E ; \tag{179}$$

$$P_z = \left(\chi_0 + \frac{2}{45} \frac{N(\alpha_{11} - \alpha_1)^2}{kT} E^2 \right) E \tag{180}$$

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j = E_i + 4\pi P_i \tag{181}$$

$$D_i = E_i + 4\pi \chi_{ij} P_i \tag{182}$$

$$\mathbf{D}_i = E_i + 4\pi\chi_{i3}P_z \tag{183}$$

$$\underline{\vec{E} = E\vec{k}} \tag{184}$$

$$D_x = 0 \tag{185}$$

$$D_y = 0 \tag{186}$$

$$D_z = E_z + 4\pi\chi_{33}E_z \equiv (1 + 4\pi\chi_{33})E \tag{187}$$

$$\in = 1 + 4\pi\chi_{33} \tag{188}$$

$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi_0 + \underbrace{4\pi\frac{2}{45}\frac{N(\alpha_{11} - \alpha_1)^2}{kT}E^2}_{\equiv\delta\epsilon}\left[\text{можно так представить } \delta\epsilon = \frac{4\pi P_{NL}}{E}\right]$$

$\delta\epsilon$ – часть $\in$ зависящая от поля ;

Расмотрим связь между $\in$ и n, попрежнему $\vec{E} = E\vec{k}$

E – здесь – постоянное либо переменное, но $\epsilon = n^2$

и каких запаздывания не учитываются Запишем n в виде

$n = n_0 + n_z E^2 + \ldots\ldots,$

Такая запись используется в статьях с участием Чиоа(см. Чиао, Гармайр, Таунс,Самозахват оптических пучков. Phys. Rev. Lett. V 13, №15, 1964, 479-482)

$$\in = n^2 = n_0^2 + 2n_0n_2E^2 + n_2^2E^4 \ldots\ldots \tag{189}$$

$$\in \approx n_0^2 + 2n_0n_2E^2 \tag{190}$$

$$\in = \in_0 + 2n_0n_2E^2 \tag{191}$$

$$\delta\epsilon = 2n_0n_2E^2 \tag{192}$$

$$4\pi\frac{2}{45}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{kT}E^2 = 2n_0n_2E^2 \tag{193}$$

$$n_2 = \frac{4\pi}{45}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{n_0kT} \tag{194}$$

/Если Е-переменное то Е здесь- мгновенное значение , а не амплитуда.

Еще заметим, что запаздывание не учитывалось,т.е. всё рассмотрение относится к постоянным полям , либо к переменным полям настолько малой частоты , что их можно рассматривать как постоянные. Смысл этого рассмотрения в том , что она даёт определение n_2

В статье Чиао и Године для n_2. Дано

$$n_2 = \frac{4\pi}{3}\frac{k\tau}{n_0} = \frac{4\pi}{n_0}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT} \tag{195}$$

Это говорит о том что полеченное нами n_2 совпадает с тем , которое даётся в классических работах.

Найдем теперь выражение для$\delta\epsilon$в случае <u>переменного</u> поля. Можно воспользоваться выражением для $P_{,,}^{NL}$ при наличии двух полей , лазерного и рассеянного (релеейского), полученным в теории вынужденногорелеевского рассеяния (см. разработку к статье Herman)

Пусть $E_R = 0$ т.е имеется лишь одно поле.

$$P_{11}^{NL} = \frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{90kT}|E_L|^2\left(E_L e^{i(\vec{k}_l\vec{r}-\omega_l t)} + E_l^* e^{-i(\vec{k}_l\vec{r}-\omega_l t)}\right); \tag{196}$$

$$\delta\epsilon^{NL} = \frac{4\pi P_{11}^{NL}}{E(\vec{r},t)}, E(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left(E_L e^{i(\vec{k}_l\vec{r}-\omega_l t)} + E_l^* e^{-i(\vec{k}_l\vec{r}-\omega_l t)}\right); \tag{197}$$

$$\delta\epsilon^{NL} = 4\pi\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}|E_L|^2; \tag{198}$$

$$\text{воспользуемся велечиной } n_2 = \frac{4\pi}{n_0}\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}; \tag{199}$$

$$\delta\epsilon^{NL} = n_0 n_2 |E_L|^2; \tag{200}$$

Если, однако, учесть оба поля , то

$$\delta\epsilon^{NL} = 4\pi\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\left(|E_L|^2 + |E_R|^2 + \frac{E_L E_R^* l^{i[(\vec{k}_L-\vec{k}_R)\vec{r}-\omega t]}}{1-i\omega\tau} + \frac{E_L^* E_R l^{-i[(\vec{k}_L-\vec{k}_R)\vec{r}-\omega t]}}{1+i\omega\tau}\right); \tag{201}$$

Выражение в круглых скобках не равно $|\widehat{E}|^2$

$$\widehat{E} = E_L l^{i[\vec{k}_L\vec{r}-\omega_L t]} + E_R e^{i[\vec{k}_R\vec{r}-\omega_R t]} \tag{202}$$

$$|\widehat{E}|^2 = \widehat{E}\widehat{E}^* = \left(E_L e^{i[\vec{k}_L\vec{r}-\omega_L t]} + E_R e^{i[\vec{k}_R\vec{r}-\omega_R t]}\right)\left(E_L^* e^{-i[\vec{k}_L\vec{r}-\omega_L t]} + E_R^* e^{-i[\vec{k}_R\vec{r}-\omega_R t]}\right) = |E_L|^2 + |E_R|^2 + E_L E_R^* e^{i[(\vec{k}_L-\vec{k}_R)\vec{r}-(\omega_L-\omega_R)t]} + E_L^* E_R e^{-i[(\vec{k}_L-\vec{k}_R)\vec{r}-(\omega_L-\omega_R)t]}; \tag{203}$$

Положим в выражении для $\delta\epsilon^{NL}$ $\tau = 0$ тогда

$$\delta\epsilon^{NL} = 4\pi\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}\left(|E_L|^2+|E_R|^2+E_LE_R^*e^{i[(\vec{k}_L-\vec{k}_R)\vec{r}-(\omega_L-\omega_R)t]}+E_L^*E_Re^{-i[(\vec{k}_L-\vec{k}_R)\vec{r}-(\omega_L-\omega_R)t]}\right), \quad (204)$$

Т.е

$$\delta\epsilon^{NL} = 4\pi\frac{N(\alpha_{11}-\alpha_1)^2}{45kT}|E_L|^2; \quad (205)$$

Опять

$$\delta\epsilon^{NL} = n_0n_2\left|\hat{E}\right|^2 \quad (206)$$

Т.е последнее выражение имеет место, когда релаксацией пренебрегаем $(\tau = 0)$; при этом $\vec{E}$ в нём комплексное полное поле (точнее, квадрат его модуля).

Выводы:

$$\delta\epsilon = 2n_0n_2E^2 \ \text{(постоянное поле , E)} \quad (207)$$

$$\delta\epsilon = n_0n_2\left|\hat{E}\right|^2 \quad (208)$$

(переменное поле $\hat{E} = 0$; —его комплексное представление ;

τ . Если τ считать отличным от нуля (пренебрегать), то данное выражение

будет несправедливо)

В статье Заскалько и др. записано $\delta\epsilon = n_0n_2\left|\hat{E}\right|^2$ (209)

Можно думать, что они записывают $\delta\epsilon$ для переменного поля при

$\tau = 0|E|^2$это и есть $\left|\hat{E}\right|^2$

Обратим внимание еще на n_0^2 в формуле из статьи. Ясно, что

$n_0n_2^{(\text{заск})} = n_2n_2$ — обычное, по Чиао

В наших укороченных уравнениях стоит $\frac{n_2}{n_0}$ т.е$n_2^{(\text{заск})}$или $n_2^{(\text{заск})} = \frac{n_2^{(\text{Чиао})}}{n_0}$ т.о n_2 Заскалько и др. и n_2 по Чиао не совпадают (отличаются множителем n_0)

Обсудим такой вопрос:

Если поле постоянно, то $\delta\epsilon = 2n_0n_2E^2$; (*) (210)

Если же переменное, то $\delta\epsilon = n_0 n_2 \left|\widehat{E}\right|^2$ (**) (211)

Как приблизить эти формулы друг к другу, нельзя ли одну из другой получить, хотя бы нестрого, или некорректно?

Можно так рассуждать : пусть Е медленно меняется; тогда, повидимому, (*) будет ещё справедливо:

$\delta\epsilon = 2 n_0 n_2 \left|\widehat{E}\right|^2 \cos^2\omega t.$ (212)

Усредним по t: $\overline{\cos^2} = \frac{1}{2}$ и получается (**):$\delta\epsilon = n_0 n_2 \left|\widehat{E}\right|^2.$ (213)

Ещё замечание.

Для постоянного поля $\delta\epsilon = n_0 n_2 \left|\widehat{E}\right|^2$, и следовательно $n = n_0 + n_2 E^2$.

т.к.$\in = n^2 = n_0^2 + 2 n_0 n_2 E^2 + n_2^2 E^4$; (214)

Осуществим переход к переменному полю и усредним:

$\overline{\delta\epsilon} = n_0 n_2 \left|\widehat{E}\right|^2$, а для $nn = \bar{n} = n_0 + n_2 \overline{E^2} = n_0 + \frac{1}{2} n_2 |E|^2$, или

$n = \bar{n} = n_0 + \left(1 + \frac{1}{2}\frac{n_2}{n_0}|E|^2\right) = n_0 (1 + \frac{1}{2} n_2^{\text{заскалько}} |E|^2)$ (215)

Эта запись для n дана в статье на стр 1583.

Распишем уравнения подробно.

Везде далее будем
использовать
n_2^*(как в статье Заскалько и др.),но звездочку опустим, т.е. будем n_2^* пис
(опять таки, как у Заскалько и др.); $\tau = 1, -1$:

$$\frac{\partial E_{01}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{0x}} *$$

$$* \left\{ -\frac{G}{1 - i\Delta_{+1}} E_{01} |E_{-1-1}|^2 + i n_2 E_{01} [2(|E_{01}|^2 + |E_{-11}|^2) - 2(|E_{0-1}|^2 + |E_{-1-1}|^2) - |E_{01}|^2] + 2 i n_2 E_{0-1} E_{-1-1}^* E_{-11} e^{-i2qx} \right\};$$

$$-\frac{\partial E_{0-1}}{\partial x} = \frac{k_0^2}{2k_{0x}} *$$

$$* \left\{ -\frac{G}{1 - i\Delta_{-1}} E_{0-1} |E_{-11}|^2 + i n_2 E_{0-1} [2(|E_{01}|^2 + |E_{-11}|^2) + 2(|E_{0-1}|^2 + |E_{-1-1}|^2) - |E_{0-1}|^2] + 2 i n_2 E_{01} E_{-11}^* E_{-1-1} e^{+i2qx} \right\}$$

$$\frac{\partial E_{-11}}{\partial x}=\frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{\frac{G}{1+i\Delta_{+1}}E_{-11}|E_{0-1}|^2+in_2E_{-11}[2(|E_{01}|^2+|E_{-11}|^2)+2(|E_{0-1}|^2+|E_{-1-1}|^2)-|E_{-11}|^2\right]+2in_2E_{0-1}E^*_{-1-1}E_{-11}e^{-i2qx}\};$$

(216)

$$-\frac{\partial E_{-1-1}}{\partial x}=\frac{k_0^2}{2k_{ox}}\left\{-\frac{G}{1+i\Delta_{-1}}E_{-1-1}|E_{01}|^2+in_2E_{-1-1}[2(|E_{01}|^2+|E_{-11}|^2)+2(|E_{0-1}|^2+|E_{-1-1}|^2)-|E_{-1-1}|^2]+2in_2E_{0-1}E^*_{01}E_{-11}e^{-i2qx}\right\}$$

; (217)

$$a\equiv-\frac{k_0^2}{2k_{ox}}\frac{G}{1-i\Delta_{+1}}b\equiv-\frac{k_0^2}{2k_{ox}}\frac{G}{1-i\Delta_{-1}}. \qquad (218)$$

$$c\equiv\frac{k_0^2}{2k_{ox}}in_2h\equiv\frac{k_0^2}{k_{ox}}n_2c=\frac{ih}{2} \qquad (219)$$

$$y_1\equiv E_{01},\ \ y_2\equiv E_{0-1},\ y_3\equiv E_{-11},\ y_4\equiv E_{-1-1}, \qquad (220)$$

$n_2\ll G$ т.е $|a|$и $|b|\gg|c|$; (221)

$$\begin{cases}\dfrac{dy_1}{dx}=ay_1|y_4|^2+cy_1\left[|y_1|^2+2|y_2|^2+\underline{2|y_3|^2}+2|y_4|^2\right]+2cy_2y^*{}_4y_3e^{-i2qx}\\ -\dfrac{dy_2}{dx}=by_2|y_3|^2+cy_2\left[2|y_1|^2+|y_2|^2+\underline{2|y_3|^2}+2|y_4|^2\right]+2cy_1y^*{}_3y_4e^{+i2qx}\\ \dfrac{dy_3}{dx}=a^*y_3|y_2|^2+cy_3\left[\underline{2|y_1|^2+2|y_2|^2+|y_3|^2+2|y_4|^2}\right]+2cy_1y^*{}_2y_4e^{+i2qx}\\ -\dfrac{dy_2}{dx}=b^*y_4|y_1|^2+cy_4\left[2|y_1|^2+2|y_2|^2+\underline{2|y_3|^2}+|y_4|^2\right]+2cy_2y^*{}_1y_3e^{-i2qx}\end{cases}$$

(222)

Будем искать решение в предложении , что $y=y_3(x)$ мало . Ввиду этого подчёркнутые члены отбросим как малые : они содержат либо cy_3 (с-тоже мало) либо $|y_3|^2$ либо $cy_3|y_3|^2$

Граничные условия

$$\begin{cases}y_2(l)=re^{i\psi'}y_1(l)\\ y_4(l)=re^{i\psi'-2ilq}y_3(l)\end{cases} \qquad (223)$$

Или

$$y_2(l)=\alpha y_1(l)\ ;\quad \alpha\equiv re^{i\psi'}$$

$$y_4(l)=\beta y_3(l)\ ;\ \ \beta\equiv re^{i\psi'-i2lq}$$

$$y_1(0)=y_{10};\ y_2(0)=y_{20}$$

$y_3(0) = 0\,; \quad y_4(0) = y_{40}$

Решение должно содержать $\alpha, \beta, y_{10}, y_{20}, y_{40}$;

$\tau \equiv 0!$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= ay_1|y_4|^2 + cy_2[|y_1|^2 + 2|y_2|^2 + 2|y_4|^2 \\ -\frac{dy_2}{dx} &= by_2|y_3|^2 + cy_2[2|y_1|^2 + |y_2|^2 + +2|y_4|^2] \\ \frac{dy_3}{dx} &= -a^*y_3|y_2|^2 + 2cy_1y^*{}_1y_4e^{+i2qx} \\ -\frac{dy_4}{dx} &= b^*y_4|y_1|^2 + cy_4[2|y_1|^2 + 2|y_2|^2 + |y_4|^2] \end{aligned}\right\} \qquad (224)$$

Берем 1-ое и 4-ое уравнения отбрасываем в них члены содержащие c, т.е, находим нулевая приближение .

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &\equiv ay_1|y_4|^2\,; \\ \frac{dy_4}{dx} &= b^*y_4|y_1|^2; \end{aligned}\right\} \qquad (225)$$

$$\left.\begin{aligned} y^*{}_1\frac{dy_1}{dx} &= a|y_1|^2|y_4|^2\,; \\ y^*{}_4\frac{dy_4}{dx} &= b^*|y_4|^2|y_1|^2\,; \end{aligned}\right\} \qquad (226)$$

$$\left.\begin{aligned} y_1\frac{dy^*{}_1}{dx} &= a^*|y_1|^2|y_4|^2; \\ y_4\frac{dy^*{}_4}{dx} &= b|y_4|^2|y_1|^2\,; \end{aligned}\right\} \qquad (227)$$

$$\left.\begin{aligned} y^*{}_1\frac{dy_1}{dx} + y_1\frac{dy^*{}_1}{dx} &= (a + a^*)|y_1|^2|y_4|^2; \\ y^*{}_4\frac{dy_4}{dx} + y_4\frac{dy^*{}_4}{dx} &= (b + b^*)|y_4|^2|y_1|^2; \end{aligned}\right\} \qquad (228)$$

(α)

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dx}(y_1^*y_1) &= 2\mathrm{Re}\,a|y_1|^2|y_4|^2 \\ \frac{d}{dx}(y_4^*y_4) &= 2\mathrm{Re}\,b|y_1|^2|y_4|^2 \end{aligned}\right\} \qquad (229)$$

$$\frac{d}{dx}\frac{|y_1|^2}{\mathrm{Re}\,a} = \frac{d}{dx}\frac{|y_4|^2}{\mathrm{Re}\,b}\,; \qquad (230)$$

$$\frac{|y_1|^2}{\mathrm{Re}a} = \frac{|y_4|^2}{\mathrm{Re}b} + c \qquad (231)$$

Пусть :

$y_1|_{x=0} = 1 \cdot e^{io}; \qquad y_4|_{x=0} = R_{-1}\,;$

$$\frac{1}{\mathrm{Re\,a}} = \frac{|R_{-1}|^2}{\mathrm{Re\,b}} + c; \qquad c = \frac{1}{\mathrm{Re\,a}} - \frac{|R_{-1}|^2}{\mathrm{Re\,b}}$$

$$\frac{|y_1|}{\mathrm{Re\,a}} = \frac{|y_4|}{\mathrm{Re\,b}} + \frac{1}{\mathrm{Re\,a}} - \frac{|R_{-1}|^2}{\mathrm{Re\,b}}; \tag{232}$$

Обратимся к(α)

$$\frac{d}{dx}|y_1|^2 = 2\mathrm{Rea}|y_1|^2|y_4|^2 \tag{233}$$

$$\frac{d|y_1|^2}{dx} = 2\mathrm{Rea}|y_1|^2\left[\frac{|y_4|^2}{\mathrm{Reb}}\right]\mathrm{Reb}; \tag{234}$$

$$\frac{d|y_1|^2}{dx} = 2\mathrm{ReaReb}|y_1|^2\left[\frac{|y_1|^2}{\mathrm{Rea}} - \frac{1}{\mathrm{Reb}} + \frac{|R_{-1}|^2}{\mathrm{Reb}}\right]; \tag{235}$$

$$\frac{d|y_1|^2}{dx} = 2\mathrm{Reb}|y_1|^2\left[|y_1|^2 - 1 + \frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2\right]; \tag{236}$$

$$|y_1|^2 \equiv y; \tag{237}$$

$$\frac{dy}{dx}2\mathrm{Reb}y\left[y - \left(1 - \frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2\right)\right]; \tag{238}$$

$$\frac{dy}{y\left[y-\left(1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2\right)\right]} = 2\mathrm{Reb}dx; \tag{239}$$

$$\int\frac{dy}{y\left[y-\left(1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2\right)\right]} = 2\mathrm{Reb}x + c; \tag{240}$$

$$\frac{1}{1--\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2}\ln\frac{y-(1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2)}{y} = 2\mathrm{Reb}x + c; \tag{241}$$

$$y(0) = 1; \tag{242}$$

$$\frac{1}{1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2}\ln\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Rab}}|R_{-1}|^2 = c \tag{243}$$

$$\frac{1}{1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2}\ln\frac{y-(1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2)}{y} = 2\mathrm{Reb}x + \frac{1}{1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2}\ln\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Rab}}|R_{-1}|^2;$$

$$\ln\frac{y-(1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2)}{y} = 2\mathrm{Reb}\left(\frac{1}{1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2}\right)x + \ln\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Rab}}|R_{-1}|^2; \tag{244}$$

$$\frac{y-(1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2)}{y} = e^{2\mathrm{Reb}\,(1-\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Reb}}|R_{-1}|^2 x+\ln\frac{\mathrm{Rea}}{\mathrm{Rab}}|R_{-1}|^2};} \tag{245}$$

$$|y_1|^2 \equiv y = \frac{\frac{1}{1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2}}{1-e^{2Reb\,(1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2x+\ln\frac{Rea}{Rab}|R_{-1}|^2}}; \tag{246}$$

$$|y_1| = \sqrt{y} = \left(1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2\right)^{\frac{1}{2}} * \left\{1-e^{2Reb\,(1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2x+\ln\frac{Rea}{Rab}|R_{-1}|^2}\right\}^{-\frac{1}{2}}; \tag{247}$$

Или$|y_1| = (1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2)^{\frac{1}{2}}\left\{1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2 e^{2Reb\,(1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2x}\right\}^{-\frac{1}{2}};$ (248)

Видно, что при x=0 $|y_1| = 1$; $Rea \equiv a_1$; $Reb \equiv b_1$; (249)

$$|y_1| = (1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2)^{\frac{1}{2}}\left\{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2Reb\,(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2)x}\right\}^{-\frac{1}{2}}; \tag{250}$$

$$\frac{|y_4|^2}{b_1} = \frac{|y_1|^2}{a_1} - (\frac{1}{a^2} - \frac{|R_{-1}|^2}{b_1}); \tag{251}$$

$$|y_4|^2 = \frac{b_1}{a_1}|y_1|^2 - (\frac{a_1}{b_1} - |R_{-1}|^2); \tag{252}$$

$$|y_1|^{2\cdot\cdot} = \frac{1-\frac{Rea}{Reb}|R_{-1}|^2}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2Reb\,(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2)x}}; \qquad (*); \tag{253}$$

$$|y_4|^2 = \frac{\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2]^{2\,b_1\,(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2)x}} - \left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2\right) \tag{254}$$

$$|y_4|^2 = \frac{\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)e^{2\,b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2\,b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}} \tag{255}$$

$$|y_4| = |R_{-1}|\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)^{\frac{1}{2}} e^{2\,b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2\,b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)^{1/2};$$

(256)

$$\frac{dy_2}{dx} = -cy_2[2|y_1|^2 + |y_2|^2 + 2|y_4|^2]; \tag{257}$$

$$\frac{d}{dx}\ln y_2 = -c\,[2|y_1|^2 + |y_2|^2 + 2|y_4|^2]; \tag{258}$$

$$\ln y_2 = -c\int_0^x [2|y_1|^2 + |y_2|^2 + 2|y_4|^2]dx + c; \tag{259}$$

$$y_2(0) \equiv R_0\,; \tag{260}$$

$$y_2 = R_0 e^{-c\int_0^x [2|y_1|^2+|y_2|^2+2|y_4|^2]dx}\,; \tag{261}$$

$c \equiv \dfrac{k_0^2}{2k_{0x}in_2}$; т.ес -чисто мнимое

Следовательно,

$$|y_2| = |R_0|\,; \tag{262}$$

$$y_2 = R_0 e^{-c\int_0^x [2|y_1|^2+|R_0|^2+2|y_4|^2]dx} \tag{263}$$

$$y_2 = R_0]^{-c|R_0|^2 x} e^{-c\cdot 2\int_0^x [|y_1|^2+|y_4|^2]dx}\,;$$

$$\int_0^x [\dots]\,dx = \int_0^x \left[\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}} + \frac{\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)}{e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right]dx$$

$$= \left\{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)\left[x-\frac{1}{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)}\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right]\right.$$
$$\left. + \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\left[\frac{1}{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)\left(-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)}\ln\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)\right]\right\}\Big|_0^x =$$

$$= \left\{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\frac{1}{2b_1}\ln(\dots)-\frac{1}{2a_1}\ln(\dots)\right\}\Big|_0^x =$$

$$= \left\{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\left(\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{2b_1}\right)\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)\right\}\Big|_0^x \equiv$$

$$= \left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{2b_1}\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}; \tag{264}$$

$$y_2 = R_0 e^{-c|R_0|^2 x} e^{\left[2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x - \frac{1}{2}\frac{1}{2a_1} + \frac{1}{2b_1}\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right]}$$

(265)

$$y_2 = R_0\, e\left\{-c|R_0|^2 x - 2c\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x + c\left(\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{2b_1}\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}$$

(266)

Ищем теперь y_1 в первом приближении

$$\frac{dy_1}{dx} = ay_1|y_4|^2 + cy_1[|y_1|^2 + 2|y_2|^2 + 2|y_4|^2] \quad (267)$$

$$\ln y_1 = \int_0^x \{a|y_4|^2 + c|y_1|^2 + 2c|y_2|^2 + 2c|y_4|^2\}dx + c; \quad (268)$$

$$y_1 = \exp\{\int_0^x [c|y_1|^2 + 2c|R_0|^2 + (2c+a)|y_4|^2]dx\}; \quad (269)$$

$$y_1 = e^{2c|R_0|^2 x}\exp\{\int_0^x [c|y_1|^2 + (2c+a)|y_4|^2]dx\} \quad (270)$$

$$y_1 = e^{2c|R_0|^2 x}\exp\left\{\int_0^x \left[c|y_1|^2 + (2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1}|y_1|^2 - \left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2\right)\right)\right]dx\right\} =$$

$$= e^{2c|R_0|^2 x - (2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)x}\exp\int \left[c + (2c+a)\frac{b_1}{a_1}\right]|y_1|^2 dx =$$

$$e^{2c|R_0|^2 x - (2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)x} *$$

$$* \left\{\int_0^x \left[c + (2c+a)\frac{b_1}{a_1}\right]\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2]^2\, b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x} dx\right\};$$

(271)

$$y_1 = e^{2c|R_0|^2x-(2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)x} *$$

$$* \exp\left\{\left[c+(2c+a)\frac{b_1}{a_1}\right]\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)\left[x - \frac{1}{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)}\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)}\right)\right]\right\} =$$

$$e^{2c|R_0|^2x-(2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)x} * \exp\left\{\left[c+(2c+a)\frac{b_1}{a_1}\right]\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)\left[x - \frac{\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)}{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)} + \frac{\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)}{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)}\right]\right\}$$

(272)

$$y_1 = e^{2c|R_0|^2x-(2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)x} * \exp\left\{\left[c+(2c+a)\frac{b_1}{a_1}\right]\left[\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x - \frac{1}{2b_1}\ln\frac{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right]\right\} =$$

$$e^{2c|R_0|^2x-(2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)x} * \exp\left\{c\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x + (2c+a)\left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2\right)x - \frac{c+(2c+a)\frac{b_1}{a_1}}{2b_1} * \ln\frac{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}$$

; (273)

$$y_1 = \exp\left\{2C|R_0|^2x + C\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x - \frac{C+(2C+a)\frac{b_1}{a^1}}{2b_1}\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{b_1}{a_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\};$$

(274)

Для проверки положим С=0 и найдём $|y_1|$:

$$y_1\big|_{C=0} = \exp\left\{-\frac{a}{2a_1}\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{b_1}{a_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\} \tag{275}$$

$$a = a_1 + ia_2\,;$$

$$\left|y_1\big|_{C=0}\right| = \exp\left\{-\frac{1}{2}\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{b_1}{a_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\} =$$

$$= \frac{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{b_1}{a_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{276}$$

Это совпадает, как и должно быть, С(*).

$$+\frac{dy_4}{dx} = b^* y_4|y_1|^2 - cy_4\left[2|y_1|^2 + 2|y_2|^2 + |y_4|^2\right] \tag{277}$$

$$y_4 = C\exp\left\{\int_0^x\left[b^*|y_1|^2 - 2C|y_1|^2 - 2C|y_2|^2 - C|y_4|^2\right]dx\right\} \tag{278}$$

$$C = y_4\big|_{x=0} = R_{-1} \tag{279}$$

$$y_4 = R_{-1}\exp\left\{\int_0^x\left[\left(b^* - 2C\right)|y_1|^2 - 2C|y_1|^2 - 2C|y_2|^2 - C|y_4|^2\right]dx\right\}; \tag{280}$$

$$y_4 = R_{-1} e^{-2C|R_0|^2 x} \exp\left\{ \int_0^x \left[\left(b^* - 2C\right)|y_1|^2 - C\left(\frac{b_1}{a_1}|y_1|^2 - \left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2 \right) \right) \right] dx \right\} =$$

$$R_{-1} e^{-2C|R_0|^2 x} \exp\left\{ \int_0^x \left[\left(b^* - 2C - C\frac{b_1}{a_1} \right)|y_1|^2 + C\left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2 \right) \right] dx \right\} =$$

$$= R_{-1} e^{-2C|R_0|^2 x + C\left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2\right)x} \exp\left\{ \left(b^* - 2C - C\frac{b_1}{a_1} \right) \int_0^x |y_1|^2 dx \right\} =$$

$$R_{-1} e^{-2C|R_0|^2 x + C\left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2\right)x} \exp\left\{ \left(b^* - 2C - C\frac{b_1}{a_1} \right)\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 \right) \int_0^x \frac{dx}{1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}| e^{2b_1\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}} \right\} =$$

$$= R_{-1} e^{-2C|R_0|^2 x + C\left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2\right)x} \exp\left\{ \left(b^* - 2C - C\frac{b_1}{a_1} \right)\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 \right) \left[x - \frac{1}{\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)2b_1} \ln\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x} \right) \right] \right\} =$$

$$= R_{-1} e^{-2C|R_0|^2 x + C\left(\frac{b_1}{a_1} - |R_{-1}|^2\right)x} .$$

$$\bullet \exp\left\{ \left(b^* - 2C - C\frac{b_1}{a_1} \right)\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 \right) \left[x - \frac{1}{\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)2b_1} \ln\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x} \right) + \frac{1}{\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)2b_1} \ln\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 \right) \big]\big] \right\} \quad (281)$$

$$\frac{dy_3}{dx} = -a^* y_3 |y_2|^2 + 2Cy_1 y_2 * y_4 l^{+i2qx}; \quad (282)$$

Если отбросить член с.с. , то:

$$y_3 = Ce^{-a^*\int_0^x |y_2|^2 dx}; \quad (283)$$

$$y_3 = Ce^{-a^*|R_0|^2 x};\tag{284}$$

Будем искать y_3 в таком же виде и для полного уравнения, но считая, что C=C(x); $\frac{dC}{dx} e^{-a^* \int_0^x |y_2|^2 dx} + Ce^{-a^* \int_0^x |y_2|^2 dx} \left(-a^*\right)\left|y^2\right|^2 = -a^* y_3 \left|y_2\right|^2 + 2Cy_1 y_2^* y_4 e^{+i2qx}$;

(285)

$$\frac{dC}{dx} = 2Cy_1 y_2^* y_4 e^{+i2qx + a^* \int_0^x |y_2|^2 dx};$$

(286)

$$C(x) = 2C\int_0^x y_1 y_2^* y_4 e^{+i2qx' + a^* \int_0^x |y_2|^2 dx} dx' + C;\tag{287}$$

$$y_3 = 2C\int_0^x e^{+i2qx'+a^*|R_0|^2(x'-x)}dx' \times \exp\left\{2C|R_0|^2 x' + C\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x' - \frac{C+(2C+a)\frac{b_1}{a_1}}{2b_1}\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{b_1}{a_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}\times$$

$$\times R_0 \exp\left\{-C^*|R_0|^2 x' + 2C^*\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x' + C^*\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{b_1}{a_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}\times$$

$$\times R_{-1}\exp\left\{-2C|R_0|^2 x' + \left(b^*-2C\right)\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 x'\right)\right\}\times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{1}{2b_1}\left(b^*-2C-\frac{b_1}{a_1}C\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\} =$$

$$= 2cR_0^* R_{-1}\int e^{2iqx'+a^*|R_0|^2(x'-x)} \times \exp\left\{-C^*|R_0|^2 x' + \left(b^*+C\right)\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'\right\} =$$

$$C = C(0) = y_3(0) = 0$$

(288)

$$C(x) = 2C\int_0^x y_1 y_2^* y_4 e^{+i2qx'+a^*|R_0|^2 x'}dx';$$

(289)

$$y_3 = 2C\int_0^x y_1 y_2^* y_4 e^{+i2qx'+a^*|R_0|^2(x'-x)}dx';$$

(290)

$$= \exp\left\{\left[-\frac{C}{2b_1}-\frac{C}{a_1}-\frac{a}{2a_1}+\frac{C^*}{a_1}+\frac{C^*}{a_1}-\frac{b^*}{2b_1}+\frac{C}{b_1}+\frac{C}{2a_1}\right]\times\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}x'\right\};$$

(291)

C содержит n_2; a_1, b_1 содержат G;

Но $\frac{n_2}{G}<<1$; отбросим в квадратной скобке $\frac{C}{2b_1},\frac{C}{a_1},\frac{C^*}{a_1},\frac{C^*}{a_1}$;

$$\approx -\frac{a}{2a_1}-\frac{b^*}{2b_1}=-\frac{a_1+ia_2}{2a_1}-\frac{b_1-ib_2}{2b_1}=-\frac{1}{2}-\frac{i}{2}\frac{a_2}{a_1}-\frac{1}{2}+\frac{i}{2}\frac{b_2}{b_1}=-1-\frac{i}{2}\Delta_1+\frac{i}{2}\Delta_{-1}=-1-\frac{i}{2}\left(\Delta_1-\Delta_{-1}\right) \tag{292}$$

$$C^*=-\frac{ih}{2},b^*=-\frac{g}{2}\frac{1-i\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2};b^*+C=-\frac{g}{2}\frac{1-i\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2}+\frac{ih}{2}; \tag{293}$$

$$a^*=-\frac{g}{2}\frac{1-i\Delta_{-1}}{1+\Delta_1^2}; \tag{294}$$

$$y_3=2\frac{ih}{2}R_0R_{-1}\int_0^x e^{2iqx'}-\frac{g}{2}\frac{1-i\Delta_1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2(x'-x)\times\exp\left\{\frac{ih}{2}|R_0|^2x'+\left(-\frac{g}{2}\frac{1-i\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2}+\frac{ih}{2}\right)\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2x'\right)\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{\left[-1-\frac{i}{2}\left(\Delta_1-\Delta_{-1}\right)\right]\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}dx'=$$

$$=ihR_0^*R_{-1}\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)\int_0^x dx'\left\{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}\right\}^{-1}\times$$

$$\times\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}|R_0|^2(x-x')+2iqx'+\frac{i}{2}hx'\left(|R_0|^2+1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)-\frac{1}{2}gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}{1+i\Delta_{-1}}\right]\times$$

$$\times\exp\left\{\frac{i}{2}\left(\Delta_{-1}-\Delta_1\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}; \tag{295}$$

$$y_3 = ihR_0R_{-1}\left(1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right)\int_0^x dx'\left\{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2 e^{-gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}{1+\Delta_{-1}^2}}\right\}^{-1} *$$

$$* \exp\left[\frac{i}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}\left|R_0\right|^2(x-x') + 2iqx' + \frac{i}{2}bx'\left(\left|R_0\right|^2 + 1 - \frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right) - \frac{1}{2}gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}{1+i\Delta_{-1}}\right] *$$

$$* \exp\left\{\frac{i}{2}(\Delta_{-1}-\Delta_1)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2 e^{-gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}{1+\Delta_{-1}^2}}}{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}\right\}; \qquad (296)$$

Если положить, что $a_1=b_1$, $\Delta_1 = \Delta_{-1} = \Delta$, то получится y_3 в виде, который получается из статьи Заскалько.

Естественно, имеется отличие y_3 (при рассматриваемых условиях) от e_{-11}: знаки в показателе $\exp\frac{i}{2}hx'(...)$ в этих функциях разные.

$$a_1 = -\frac{k_0^2}{2k_{0x}^2}\frac{G}{1+\Delta_1^2}; \qquad (297)$$

$$b_1 = -\frac{k_0^2}{2k_{0x}^2}\frac{G}{1+\Delta_{-1}^2}; \qquad (298)$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{1+\Delta_{-1}^2}{1+\Delta_1^2}; \qquad (299)$$

$$\Delta_\delta = \frac{\frac{\Omega}{v_p} - \delta k_{sx}}{\mathrm{A}}; \qquad (300)$$

(когда вводилась величина Δ (см.намного выше), то было принято обозначение: $\Delta_{-\delta} = \dfrac{\frac{\Omega}{v_p} - \delta k_{sx}}{\mathrm{A}}$; этим определением не будем пользоваться) $$\frac{a_1}{b_1} = \frac{1 + \left(\dfrac{\dfrac{\Omega}{v_p} + k_{sx}}{\mathrm{A}}\right)^2}{1 + \left(\dfrac{\dfrac{\Omega}{v_p} - k_{sx}}{\mathrm{A}}\right)^2} = \frac{\mathrm{A}^2 + \left(\dfrac{\Omega}{v_p} + k_{sx}\right)^2}{\mathrm{A}^2 + \left(\dfrac{\Omega}{v_p} - k_{sx}\right)^2};$$

(301)

$$\Delta_{-1} - \Delta_1 = \frac{\dfrac{\Omega}{v_p} + k_{sx}}{\mathrm{A}} - \frac{\dfrac{\Omega}{v_p} - k_{sx}}{\mathrm{A}} = \frac{2k_{sx}}{\mathrm{A}}; \tag{302}$$

τ-конечное

$$\mathrm{A} = \frac{1}{1 - i\omega\tau}; \tag{303}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = ay_1|y_4|^2 + cy_1\left[|y_1|^2 + 2|y_2|^2 + (1+\mathrm{A})|y_4|^2\right]; \\ -\dfrac{dy_2}{dx} = cy_2\left[2|y_1|^2 + |y_2|^2 + (1+\mathrm{A})|y_4|^2\right]; \\ \dfrac{dy_3}{dx} = -a^* y_3|y_2|^2 + C\left(1+\mathrm{A}^*\right)y_1 y_2^* y_4 e^{i2qx}; \\ -\dfrac{dy_4}{dx} = -b^* y_4|y_4|^2 + Cy_4\left[\left(1+\mathrm{A}^*\right)|y_1|^2 + \left(1+\mathrm{A}^*\right)|y_2|^2 + |y_4|^2\right]; \end{cases} \tag{304}$$

Берём 1ое и 4ое уравнения, отбрасываем в них члены, содержащие С, т.е. находим нулевые приближения.

$$|y_1|^2 = \frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}};$$

(305)

$$|y_4|^2 = \frac{\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}} - \left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right);$$

$$y_2 = R_0 e^{-C\int_0^x \left[2|y1|^2+|y_2|^2+(1+\mathrm{A})|y_4|^2\right]dx}$$

(306)
(307)

$$|y_2| = |R_0| e^{\frac{h}{2}\frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}};$$

(308)

$$|y_2| = |R_0| e^{h\mathrm{A}_2};$$

(309)

$$\mathrm{A} = \frac{1}{1-i\omega\tau} = \frac{1+i\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2};$$

(310)

$$\mathrm{A} = \mathrm{A}_1 + i\mathrm{A}_2$$

(311) $\mathrm{A}_2 = \dfrac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2};$

(312)

$$\int_0^x [...]dx = \int_0^x \left[2\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}} + |R_0| e^{h\mathrm{A}^2} + (1+\mathrm{A})\frac{\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\left(\frac{b_1}{a_1}-|R_{-1}|^2\right)}{e^{-2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2} \right]dx =$$

$$=|R_0|^2 e^{hA_2} x+\left\{2\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\frac{1}{b_1}\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)-\frac{1+A}{2a_1}\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)\right\}\Bigg|_0^x=$$

$$=|R_0|^2 e^{hA_2} x+2\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\left\{\left(\frac{1+A}{2a_1}+\frac{1}{b_1}\right)\ln\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}\right)\right\}\Bigg|_0^x=$$

$$=|R_0|^2 e^{hA_2} x+2\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\left(\frac{1+A}{2a_1}+\frac{1}{b_1}\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2};$$

$$y_2=R_0\exp\left\{-C\left[|R_0|^2 e^{hA_2} x+2\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\left(\frac{1+A}{2a_1}+\frac{1}{b_1}\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right]\right\}=$$

$$R_0\exp\left\{-C|R_0|^2 e^{hA_2} x+2C\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x+C\left(\frac{1+A}{2a_1}+\frac{1}{b_1}\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}; \tag{313}$$

$$\frac{dy_1}{dx}=ay_1|y_4|^2+Cy_1\left[|y_1|^2+2|y_2|^2+(1+A)|y_4|^2\right]; \tag{314}$$

$$y_1=\exp\left\{2ce^{hA_2}|R_0|^2 x+c\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\frac{c+((1+A)c+a)\frac{b_1}{a_1}}{2b_1}\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}; \tag{315}$$

$$\frac{dy^4}{dx}=b^* y_4|y_4|^2-cy_4\left[(1+A^*)|y_1|^2+(1+A^*)|y_2|^2+|y_4|^2\right]; \tag{316}$$

$$y_4=R_{-1}\,exp\quad\left\{-(1+\alpha)c|R_0|^2 l^{h\alpha_z}x+(b^*-(1+\alpha)c)1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 x\right\}*$$

$$exp\quad \left\{-\frac{1}{2b_1}\left(b^* - (1+\alpha)c - \frac{b_1}{a_1}c\right) ln \frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}; \qquad (317)$$

$$\frac{dy_3}{dx} = -\alpha^* y_2 \|y_2\|^2 + (1+\alpha^*) c y_1 y_1^* y_4 e^{i2qx}; \qquad (318)$$

$$y_3 = (1+\alpha^*) c \int_0^x y_1 y_2^* y_4 e^{i2qx' + \alpha^* e^{h\alpha z} |R_{-1}|^2 (x'-x)} dx'; \qquad (319)$$

$$y_3 = \left(1 + \mathrm{A}^*\right) C \int_0^x e^{2iqx' + a^* e^{h\mathrm{A}2} |R_0|^2 (x'-x)} dx \times$$

$$\times \exp\left\{2ce^{h\mathrm{A}_2}|R_0|^2 x' + c\left(1 - \frac{a_1}{b_1}|R_0|^2\right)x' - \frac{c + \left((1+\mathrm{A})c + a\right)\frac{b_1}{a_1}}{2b_1} \ln \frac{1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{b_1}{a_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2}\right\}$$

$$\times R_0^* \exp\left\{-c^* e^{h\mathrm{A}_2}|R_0|^2 x' - 2c^*\left(1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2\right)x' + c^*\left(\frac{1+\mathrm{A}^*}{2a_1} + \frac{1}{b_1}\right) \ln \frac{1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2}\right\} \times$$

$$\times R_0^* \exp\left\{-(1+\mathrm{A})ce^{h\mathrm{A}_2}|R_0|^2 x' + \left(b^* - (1+\mathrm{A})c\right)\left(1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2\right)x'\right\} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{1}{2b_1}\left(b^* - (1+\mathrm{A})c - \frac{b_1}{a_1}c\right) \ln \frac{1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2}\right\}; \qquad (320)$$

$$y_3 = \left(1 + \mathrm{A}^*\right) c R_0^* R_{-1} \int_0^x e^{2iqx' + a^* e^{h\mathrm{A}2}|R_0|^2 (x'-x)} *$$

$$* \exp\left\{\left(2c - c^* - c(1+\mathrm{A})|R_0|^2 e^{h\mathrm{A}_2} x'\right) + \left(c - 2c^* + b^* - (1+\mathrm{A})c\right)\left(1 - \frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2\right)x'\right\}$$

$$*\exp\left\{\left[-\frac{c+((1+\mathrm{A})c+a)\frac{b_1}{a_1}}{2b_1}+c^*\left(\frac{1+\mathrm{A}^*}{2a_1}+\frac{1}{b_1}\right)-\frac{b^*-(1+\mathrm{A})c-\frac{b_1}{a_1}c}{2b_1}\right]*\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|e^{2b_1\left(1-\frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2\right)x}}{1-\frac{a^1}{b^1}|R_{-1}|^2}\right\}dx'$$

(321)

[...] будет такой же, как и при $\tau = 0$ (ясно, что при $\frac{n_2}{G} << 1$), т.е. члены типа $\frac{c}{a_1}$, $\frac{c^*}{b_1}$, … отброшены.

$$y_3=\frac{1+\mathrm{A}^*}{2}ihR_0^*R_{-1}\int_0^x e^{2iqx'}-\frac{g}{2}\frac{1-i\Delta_1}{1+\Delta_1^2}e^{h\mathrm{A}_2}|R_0|^2(x'-x)*$$

$$\times\exp\left\{(2-\mathrm{A})\frac{ih}{2}e^{h\mathrm{A}_2}|R_0|^2x'+\left(\frac{g}{2}\frac{1-i\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2}+(2-\mathrm{A})\frac{ih}{2}\right)\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'\right\}$$

$$\times\exp\left\{\left[-1-\frac{i}{2}(\Delta_1-\Delta_{-1})\right]\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\}dx'=$$

$$=\frac{1+\mathrm{A}^*}{2}ihR_0^*R_{-1}\int_0^x dx'\left\{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}\right\}^{-1}\times$$

$$\times\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}e^{h\mathrm{A}_2}|R_0|^2(x-x')+2iqx'+(2-\mathrm{A})\frac{ih}{2}\left(e^{h\mathrm{A}_2}|R_0|^2+1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x-\frac{1}{2}gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}{1+i\Delta_{-1}}\right]\times$$

$$\times\exp\left\{\frac{i}{2}(\Delta_{-1}-\Delta_1)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\};$$

(322)

$$y_3=\frac{1+\mathrm{A}^*}{2}ihR_0^*R_{-1}\left(1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right)\int_0^x dx'\left\{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2 e^{-gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}{1+\Delta_{-1}^2}}\right\}^{-1}\times$$

$$\times\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}e^{h\mathrm{A}_2}\left|R_0\right|^2\left(x-x'\right)+2iqx'+\left(2-\mathrm{A}\right)\frac{ih}{2}\left(e^{h\mathrm{A}_2}\left|R_0\right|^2+1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right)x'-\frac{1}{2}gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}{1+i\Delta_{-1}^2}\right]\times$$

$$\times\exp\left\{\frac{i}{2}\left(\Delta_{-1}-\Delta_1\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}\right\};$$

(323)

$$\mathrm{A}=\frac{1}{1-i\omega\tau};\qquad(324)$$

При $\tau=0, \mathrm{A}=1, \Delta_2=0$ y_3 совпадёт с y_3 при $\tau=0$.

<u>Обобщение уравнения (9) на случай $a_1\neq b_1, \Delta_1\neq\Delta_{-1}, \tau\neq 0$</u>

$$y_4(l)=re^{i\Psi-2iql}y_3(l);$$

$$R_{-1}\exp\left\{-(1+\mathrm{A})c\left|R_0\right|^2 e^{h\mathrm{A}^2}+\left(b^*-(1+\mathrm{A})c\right)\left(1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right)l\right\}=$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2b_1}\left(b^*-(1+\mathrm{A})c-\frac{b_1}{a_1}c\right)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right)l}}{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}\right\}=$$

$$=re^{i\Psi-2iql}\times\frac{\left(1+\mathrm{A}^*\right)}{2}ihR_0^*R_{-1}\left(1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2\right)\int_0^x dx'\left\{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2 e^{-gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}\left|R_{-1}\right|^2}{1+\Delta_{-1}^2}}\right\}^{-1}$$

$$\times\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}e^{hA_2}|R_0|^2(l-x')+2iqx'+(2-A)\frac{ih}{2}\left(e^{hA_2}|R_0|^2+1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'-\frac{1}{2}gx'\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}{1+i\Delta_{-1}}\right]\times$$

$$\times\exp\left\{i(\Delta_{-1}-\Delta_1)\ln\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2 e^{2b_1\left(1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)x'}}{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2}\right\};$$

(325)

$i\psi$ зачеркивается в этом уравнении вместе с - $i\psi$ в R_0^*:

$$R_0^*=r\left(\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|}{M}\right)^{1/2}$$

$$\exp\left\{-\frac{3}{2}ihl\left(1+|R_0|^2e^{h\alpha_2}-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|^2\right)-i\left[\Delta_1-4\frac{h}{g}(1+\Delta_{-1}^2)-4\frac{h}{g}(1+\Delta_1^2)+\frac{h}{g}(1+\Delta_{-1}^2)+(\alpha^*-1)\frac{h}{g}(1+\Delta_1^2)\right]\times\ln\left(\frac{1-\frac{a_1}{b_1}|R_{-1}|}{M}\right)^{1/2}\right\}$$

Преобразовывать уравненные не будем, а фазу положим в нём $R_{-1}=0$:

$$\exp\left\{-(1+\alpha)c|R_0|^2e^{h\alpha_2}l+(b^*-(1+\alpha)c)l\right\}=re^{-i2ql}\times\frac{1+\alpha^*}{2}ih\cdot r\exp\left\{-\frac{2}{3}ihl\left(1+|R_0|^2e^{h\alpha_2}\right)\right\}\times\int_0^e dx'$$

$$\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}e^{h\alpha_2}|R_0|^2(l-x')+2iqx'+(2-\alpha)\frac{ih}{2}\left(e^{h\alpha_2}|R_0|^2+1\right)x'-\frac{1}{2}gx'\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}\right]$$

(326)

Рассмотрим случай, соответствующий статье, $\alpha=1, \alpha_2=0$, $\Delta_1=\Delta_{-1}=\Delta$;

$$\exp\left\{-2c|R_0|^2l+(b^*-2c)l\right\}=r^2l^{-2iql}ih\exp\left\{-\frac{3}{2}ihl\left(1+|R_0|^2e^{h\alpha_2}\right)\right\}\times\int_0^e dx'\exp$$

$$\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}|R_0|^2(l-x')+2iqx'+\frac{ih}{2}\left(|R_0|^2+1\right)x'-\frac{1}{2}gx'\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}\right];\ (A^*). \qquad (327)$$

$$c=\frac{ih}{2};b^*=-\frac{g}{2(1+i\Delta_{-1})}$$

$$\exp\left\{-ih|R_0|^2 l+\left(-\frac{g}{2(1+i\Delta_{-1})}-ih\right)l\right\}=ihr^2\exp\left\{-\frac{3}{2}ihl\left(1+|R_0|^2\right)\right\}\times\int_0^e dx'$$

$$\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}|R_0|^2(l-x')+2iq(x'-l)+i\frac{h}{2}\left(|R_0|^2+1\right)x'-\frac{1}{2}gx'\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}\right] \qquad (328)$$

$$1=ihr^2\exp\left\{-\frac{1}{2}ihl\left(1+|R_0|^2\right)\right\}$$

$$\times\int_0^e dx'\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_{-1}}|R_0|^2(l-x')+2iq(x'-l)+i\frac{h}{2}\left(1+|R_0|^2\right)x'-\frac{1}{2}g\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}(x'-l)\right] \qquad (329)$$

$$1=ihr^2\int_0^e dx'\exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}|R_0|^2(l-x')+2iq(x'-l)+i\frac{h}{2}\left(1+|R_0|^2\right)(x'-l)-\frac{1}{2}g\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}(x'-l)\right]; \qquad (330)$$

$$\vartheta(x')=g\left(1-|R_{-1}|^2\right)x'; \qquad (331)$$

но как положено $|R_{-1}|=0$, $\upsilon(x')=gx'$; $\vartheta_0\equiv\upsilon(l)=gl$;,

$$1=ir^2h\int_0^l dx'\,exp\left[-\frac{1}{2}g\left(\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}+\frac{1}{1+i\Delta_1}|R_0|^2\right)(x'-l)+2iq(x'-l)+ i\frac{h}{2}(1+|R_0|^2)(x'-l)\right];\quad \Delta_{-1}=\Delta_1\equiv\Delta;$$

(332)

$$1=ir^2\frac{h}{g}\int_0^{v_0} dv\,exp\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{1+i\Delta}(1+|R_0|^2)(v-v_0)+\frac{2iq(v-v_0)}{g}+i\frac{h}{2g}(1+ +|R_0|^2)(v-v_0)\right]$$

; (333)

$$1=ir^2\frac{h}{g}\int_0^{v_0} dv\,exp\left[\frac{1}{2}(1+|R_0|^2)(v-v_0)\left(-\frac{1}{1+i\Delta}+\frac{4iq}{(1+|R_0|^2)g}+i\frac{h}{g}\right)\right]; \qquad (334)$$

Это должно соответствовать уравнению (9) при $|R_{-1}|=0$; или

$$1 = ir^2 \frac{h}{g} \int_0^{v_0} dv exp\left[-\frac{1}{2}(1+|R_0|^2)(v - v_0)\left(\frac{1}{1+i\Delta} - i\frac{h}{g} - \frac{4iq}{(1+|R_0|^2)g}\right)\right]; \quad (335)$$

$$1 = \mathrm{i}r^2 \frac{h}{g}\left\{\frac{\exp\left[-\frac{1}{2}(1+|R_0|^2)(v-v_0)\left(\frac{1}{1+i\Delta} - i\frac{h}{g} - \frac{4iq}{(1+|R_0|^2)g}\right)\right]}{-\frac{1}{2}(1+|R_0|^2)\left(\frac{1}{1+i\Delta} - i\frac{h}{g} - \frac{4iq}{(1+|R_0|^2)g}\right)}\right\} -$$

$$-\frac{1}{2}(1+|R_0|^2)\left(\frac{1}{1+i\Delta} - i\frac{h}{g} - \frac{4iq}{(1+|R_0|^2)g}\right) = ir^2\frac{h}{g}\left\{1 - \exp\left[\frac{1}{2}(1+|R_0|^2)v_0\left(\frac{1}{1+i\Delta} - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. -i\frac{h}{g} - \frac{4iq}{(1+|R_0|^2)g}\right)\right]\right\}$$

(336)

Учтем, что $|R_0|^2 = r^2$ при $R_{-1} = 0$

$$a \equiv \frac{1+r^2}{2}\left(\frac{1}{1+i\Delta} - i\frac{h}{g} - \frac{4iq}{(1+r^2)g}\right); \quad (337)$$

$$-a = ir^2\frac{h}{g}\{1 - e^{gla}\}; \quad (338)$$

$$a \equiv \frac{1+r^2}{2}\left(\frac{1-i\Delta}{1+\Delta^2} - i\frac{h}{g} - \frac{4iq}{(1+r^2)g}\right); \quad (339)$$

$$a \equiv a_1 + ia_2; \quad (340)$$

$$a_1 = \frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}; a_2 = \frac{1+r^2}{2}\left(-\frac{\Delta}{1+\Delta^2} - \frac{h}{g}\frac{4q}{(1+r^2)g}\right) - -a_1 - ia_2 =$$

$$= ir^2\frac{h}{g}\left\{1 - e^{gl(a_1+ia_2)}\right\} - a_1 - ia_2 = ir^2\frac{h}{g}\left\{1 - e^{gla_1}(\cos a_2 gl + i\sin a_2 gl)\right\} -$$

$$-a_1 - ia_1 = ir^2\frac{h}{g}\left(1 - \cos a_2 gl e^{gla_2}\right) + r^2\frac{h}{g}\sin a_2 gl e^{gla_1} \quad (341)$$

$$\begin{cases} a_1 = -r^2\frac{h}{g}\sin a_2 gl e^{gla_1}; \\ a_2 = -r^2\frac{h}{g}\left(1 - \cos a_2 gl e^{gla_1}\right); \end{cases} \quad (342)$$

$$\begin{cases} -\frac{a_1}{\frac{h}{g}r^2} = \sin a_2 gl e^{gla_1}; \\ +\frac{a_2}{\frac{h}{g}r^2} + 1 = +\cos a_2 gl e^{gla_1}; \end{cases} \quad (343)$$

$$\mathrm{tg}\, a_2 gl = -\frac{\frac{a_1}{\frac{h}{g}r^2}}{\frac{a_2}{\frac{h}{g}r^2 + 1}}; \quad (344)$$

$$\mathrm{tg}a_2 gl = -\frac{a_1}{a_2+\frac{h}{g}r^2}; \qquad (345)$$

$$\mathrm{tg}\left\{\frac{1+r^2}{2}\left(-\frac{\Delta}{1+\Delta^2}-\frac{h}{g}-\frac{4q}{(1+r^2)g}\right)\right\} = -\frac{\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}}{\frac{1+r^2}{2}\left(-\frac{\Delta}{1+\Delta^2}-\frac{4q}{(1+r^2)g}\right)+\frac{h}{g}r^2}; \qquad (346)$$

$$\mathrm{tg}\left\{\frac{1+r^2}{2}\left(\frac{\Delta}{1+\Delta^2}+\frac{h}{g}+\frac{4q}{(1+r^2)g}\right)gl\right\} = \frac{\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}}{-\frac{1+r^2}{2}\left(\frac{\Delta}{1+\Delta^2}+\frac{h}{g}+\frac{4q}{(1+r^2)g}\right)+\frac{h}{g}r^2}; \qquad (347)$$

$$\left(\frac{a_1}{\frac{h}{g}r^2}\right)^2 + \left(1+\frac{a_1}{\frac{h}{g}r^2}\right)^2 = e^{2gla_1}; \qquad (348)$$

Или опять обратимся к исходному уравнению:

$$-a = ir^2\frac{h}{g}\{1-e^{gla}\}; \qquad (349)$$

$$a + i\frac{h}{g}r^2 = i\frac{h}{g}r^2 e^{gla}; \qquad (350)$$

$$\frac{ga}{hr^2} + i = ie^{gla}; \qquad (351)$$

$$\frac{ga}{hr^2} + i = e^{gla+i\frac{\pi}{2}};$$

$$w = e^z,\ z = \mathrm{Ln}w = \ln|w| + i\arg w + 2k\pi i,$$

(352)

$$k = 0, \pm1, \pm2, \dots, \qquad (353)$$

Отсюда для границы абсолютной неустойчивости-генерации ДВРМГ получаем

$$gla + i\frac{\pi}{2} = \mathrm{Ln}\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right); \qquad (354)$$

$$gla + i\frac{\pi}{2} = \ln\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| + i\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right) + 2k\pi i; \qquad (355)$$

$$gla = i\pi\left(2k-\frac{1}{2}\right) + \ln\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| + i\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right); \qquad (356)$$

$$\frac{ga}{hr^2} + i = \frac{g}{hr^2}(a_1+ia_2) + i = \frac{g}{hr^2}a_1 + i\left(\frac{g}{hr^2}a_2 + 1\right); \qquad (357)$$

$$\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| = \left\{\left(\frac{g}{hr^2}a_1\right)^2 + \left(\frac{g}{hr^2}a_2+1\right)^2\right\}^{1/2}; \quad (358)$$

$$\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| = \left\{\left(\frac{g}{hr^2}\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}\right)^2 + \left(\frac{g}{hr^2}\frac{1+r^2}{2}\left(-\frac{\Delta}{1+\Delta^2}-\frac{h}{g}-\frac{4q}{(1+r^2)}\right)+1\right)^2\right\}^{1/2} =$$
$$\left\{\left(\frac{g}{hr^2}\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}\right)^2 + \left(-\frac{g}{hr^2}\frac{1+r^2}{2(1+r^2)}-\frac{1+r^2}{2r^2}-\frac{2q}{hr^2}+1\right)\right\}^{1/2};$$
(359)

Считаем $\frac{g}{h}$ большим, тогда этими членами можно пренебречь:

$$\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| = \frac{g}{hr^2}\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}(1+\Delta^2)^{1/2} = \frac{g}{hr^2}\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)^{1/2}}; \quad (360)$$

Этот же результат получиться сразу, если отбросить i

$$\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| = \frac{g}{hr^2}|a|; \quad (361)$$

$$|a| = \left\{\left(\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}\right)^2 + \left(\frac{(1+r^2)\Delta}{2(1+\Delta^2)}\right)^2\right\}^{1/2} = \frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)}(1+\Delta^2)^{1/2} = \frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)^{1/2}}; \quad (362)$$

$$\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| = \frac{g(1+r^2)}{2hr^2(1+r^2)^{1/2}}; \quad (363)$$

$$gla_1 = \ln\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right|; \quad (364)$$

$$gl\frac{1+r^2}{2(1+\Delta^2)} = \ln\frac{g(1+r^2)}{2hr^2(1+\Delta^2)^{1/2}}; \quad (365)$$

$$gl = \frac{2(1+r^2)}{1+r^2}\ln\frac{g(1+r^2)}{2hr^2(1+\Delta^2)^{1/2}}; \quad (366)$$

$\ln$, вероятно, слабо меняется с Δ; так что зависимость g l от Δ определяется коэффициентом $(1+\Delta^2)$ перед $\ln$. При $\Delta = 0$ будет минимальное g, т.е. , порог абсолютной неустойчивости.

Рассмотрим $\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right)$;

Опять отбросим i :

$$\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right) = \arg\frac{ga}{hr^2} \equiv \arg a \equiv \arg\left(\frac{1-i\Delta}{1+\Delta^2}-i\frac{h}{g}-\frac{4iq}{(1+r^2)g}\right) \quad (367)$$

$$\operatorname{tg}\arg = \frac{-\frac{\Delta}{1+\Delta^2}-\frac{h}{g}-\frac{4q}{(1+r^2)g}}{\frac{1}{1+\Delta^2}}; \tag{368}$$

$\frac{g}{h}$ – большое; в резонансных условиях Δ близко к нулю ; так что

$$\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right)=0; \tag{369}$$

Приравниваем теперь мнимые части уравнения:

$$gla_2=\pi\left(2k-\frac{1}{2}\right)+\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right); \tag{370}$$

$$gla_2=\pi\left(2k-\frac{1}{2}\right); \tag{371}$$

$$gl\frac{1+r^2}{2}\left(-\frac{\Delta}{1+\Delta^2}-\frac{h}{g}-\frac{4q}{(1+r^2)g}\right)=\pi\left(2k-\frac{1}{2}\right); \tag{372}$$

$$gl\frac{1+r^2}{2}\frac{\Delta}{1+\Delta^2}+l\frac{1+r^2}{2}h+\frac{2ql}{1}=\pi\left(2k-\frac{1}{2}\right); \tag{373}$$

$$gl=-\frac{\pi}{2}\left(2k-\frac{1}{2}\right)-lh\frac{1+r^2}{4}-gl\frac{1+r^2}{4}\frac{\Delta}{1+\Delta^2}; \tag{374}$$

$$gl=\frac{\pi}{4}-k\pi-\frac{1+r^2}{4}l\left(h+\frac{g\Delta}{1+\Delta^2}\right); \tag{375}$$

Легко проследить, что если a взять как в статье, т.е.

$$a=\frac{1+r^2}{2}\left(\frac{1}{1+i\Delta}+i\frac{h}{g}-\frac{4iq}{g(1+r^2)}\right), \tag{376}$$

Где перед $i\frac{h}{g}$ стоит «+», а не минус как у нас, то

$gl=\frac{2(1+\Delta^2)}{1+r^2}\ln\frac{g(1+r^2)}{2hr^2(1+\Delta^2)^{1/2}}$; (осталось без изменении)

$ql=-\frac{\pi}{2}\left(2k-\frac{1}{2}\right)+lh\frac{1+r^2}{4}-gl\frac{1+r^2}{4}\frac{\Delta}{1+\Delta^2}$; (во втором члене теперь «+»).

Теперь ql точно совпадает с (13) статьи. В этих выкладках мы использовали (AA), где в отличие от (9) в exp перед $\frac{1}{2}(1+|R_0|^2)(v-v_0)$ стоит минус. Полученные результаты подтверждают, что минус должен быть. Для выражения для a у нас стоит $-i\frac{h}{g}$, а в статье $+i\frac{h}{g}$. Так как $\frac{h}{g}$ мало, различия в результатах будет незначительным; так как второе слагаемое в (CC) мало по сравнению с третьим; поэтому (СС) мало отличается от нашего (ВВ). Лучше, последовательнее, было бы совсем выбросить член $i\frac{h}{g}$в а.

Имеющиеся существенные отличия наших результатов от статьи.

У нас: $gl = \frac{2(1+\Delta^2)}{1+r^2}\ln\frac{g(1+r^2)}{2hr^2(1+\Delta^2)^{1/2}}$; (377)

В статье: $gl = \frac{2(1+\Delta^2)}{1+r^2}\ln\frac{g(1+r^2)}{2hr^2(1+\Delta^2)}$; (378)

Причина пока неясна, м.б., это отпечатка в статье, причём эта отпечатка перекочёвывает и в выражение (15).

Вернемся к уравнению (A*): пусть $\alpha = 1$, $\alpha_2 = 0$, но $\Delta_1 \neq \Delta_{-1}$;

$$\exp\left\{-ih|R_0|^2 l + \left(-\frac{g}{2(1+i\Delta_{-1})} - ih\right)l\right\} =$$
$$r^2 e^{-2iql} ih \exp\left\{-\frac{3}{2}ihl(1+|R_0|^2)\right\}\int_0^l dx' \exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}|R_0|^2(l-x') + 2iqx' + \frac{ih}{2}(|R_0|^2+1)x' - \frac{1}{2}gx'^{\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}}\right];$$

(379)

$$1 = ihr^2 \exp\left\{-\frac{1}{2}ihl(1+|R_0|^2)\right\}\int_0^l dx' \exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}|R_0|^2(l-x') + 2iq(x'-l) + \frac{ih}{2}(|R_0|^2+1)x' - \frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_{-1}}(x'-l)\right];$$

(379)

$$1 = ihr^2\int_0^l dx' \exp\left[\frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_1}|R_0|^2(l-x') + 2iq(x'-l) + \frac{ih}{2}(1+|R_0|^2)(x'-l) - \frac{1}{2}\frac{g}{1+i\Delta_{-1}}(x'-l)\right];$$

(380)

$v(x') = g(1-|R_{-1}|^2)x'$; (381)

Но, так как $R_{-1} = 0$, то$v(x') = gx'$; (382)

$v_0 = v(l) = gl$; (383)

$$1 = ir^2h\int_0^l dx' \exp\left[-\frac{1}{2}g\left(\frac{1}{1+i\Delta_{-1}} + \frac{1}{1+\Delta_1}|R_0|^2\right)(x'-l) + 2iq(x'-l) + \right.$$
$$\left. + \frac{ih}{2}(1+|R_0|^2)(x'-l)\right];$$

(384)

$$1 = ir^2\frac{h}{g}\int_0^{v_0} dv\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}+\frac{1}{1+i\Delta_1}\right)(v-v_0)+\frac{2iq(v-v_0)}{g}+i\frac{h}{2g}(1+\right.$$
$$\left.+|R_0|^2)(v-v_0)\right];$$
(385)

$$1 = ir^2\frac{h}{g}\int_0^{v_0} dv\exp\left\{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}+\frac{1}{1+i\Delta_1}|R_0|^2\right)+\frac{2iq}{g}+i\frac{h}{2g}(1+|R_0|^2)\right](v-\right.$$
$$\left.v_0)\right\};$$
(386)

$$1 = ir^2\frac{h}{g}\left\{\frac{\exp\left\{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}+\frac{1}{1+i\Delta_1}|R_0|^2\right)+\frac{2iq}{g}+\frac{ih}{g}(1+|R_0|^2)\right](v-v_0)\right\}}{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}+\frac{1}{1+i\Delta_1}|R_0|^2\right)+\frac{2iq}{g}+i\frac{h}{2g}(1+|R_0|^2)}\right\} \quad (387)$$

$$a \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+i\Delta_{-1}}+\frac{1}{1+i\Delta_1}|R_0|^2\right)-\frac{2iq}{g}-\frac{ih}{2g}(1+|R_0|^2); \quad (388)$$

$$-a = ir^2\frac{h}{g}\{1-e^{gla}\}; \quad (389)$$

Получился такой же вид уравнения, что и при $\Delta_1 = \Delta_{-1}$;

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{1-i\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2}+\frac{1-i\Delta_1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2\right)-\frac{2iq}{g}-\frac{ih}{2g}(1+|R_0|^2); \quad (390)$$

$$a = a_1 + ia_2; \quad (391)$$

$$a_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^2}+\frac{1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2\right); \quad (392)$$

$$a_2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2}+\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2\right)-\frac{2q}{g}-\frac{h}{2g}(1+|R_0|^2); \quad (393)$$

$$gla = i\pi\left(2k-\frac{1}{2}\right)\ln\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right|+i\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right); \quad (394)$$

$\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right| = \frac{g}{hr^2}|a|,\quad \frac{g}{h}$ – большие

$$|a| = \left\{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^2}+\frac{1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2\right)^2+\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2}+\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2\right)-\frac{2q}{g}-\frac{h}{2g}(1+\right.$$
$$\left.|R_0|^2)\right]^2\right\}^{1/2};$$
(395)

$$gla_1 = \ln\left|\frac{ga}{hr^2}+i\right|; \quad (396)$$

$$gl\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}|R_0|^2\right)=\ln\frac{g}{hr^2}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}|R_0|^2\right)^2+\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2\right)-\frac{2q}{g}-\frac{h}{2g}(1+|R_0|^2)\right]^2\right\}^{1/2};$$

(397)

$$gl=\frac{2}{\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}|R_0|^2}\ln\frac{g}{hr^2}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}|R_0|^2\right)^2+\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}|R_0|^2\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{2q}{g}-\frac{h}{2g}(1+|R_0|^2)\right]^2\right\}^{1/2};$$

(398)

В рассматриваемом случае можно также писать $|R_0|=r$;

$$gl=\frac{2}{\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}r^2}\ln\frac{g}{hr^2}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}r^2\right)^2+\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}r^2\right)-\frac{2q}{g}-\right.\right.$$
$$\left.\left.\frac{h}{2g}(1+r^2)\right]^2\right\}^{1/2};$$

(399)

Пусть $\Delta_{-1}=\Delta_1=\Delta$;

$$gl=\frac{2(1+\Delta^2)}{1+r^2}\ln\frac{g}{hr}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{1+r^2}{1+\Delta^2}\right)^2+\left[-\frac{1}{2}\frac{\Delta(1+r^2)}{1+\Delta^2}-\frac{2q}{g}-\frac{h}{2g}(1+r^2)\right]^2\right\}^{1/2}; \quad (400)$$

Отбросим $\frac{2q}{g}$, $\frac{h}{2g}(1+r^2)$; (401)

$$ql=\frac{2(1+\Delta^2)}{1+r^2}\ln\frac{g}{2hr^2}\frac{(1+r^2)}{(1+\Delta^2)^{1/2}}; \quad (402)$$

Т.е. уже ранее полученное выражения; будем писать gl (при$\Delta_1\neq\Delta_{-1}$) в виде (после отбрасывания $\frac{2q}{g}$, $\frac{h}{2g}(1+r^2)$):

$$gl=\frac{2}{\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}r^2}\ln\frac{g}{2hr^2}\left\{\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_{1}^{2}}r^2\right)^2+\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}r^2\right)^2\right\}^{1/2}; \quad (403)$$

$$\arg\left(\frac{ga}{hr^2}+i\right)=\arg a=\arg\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{1-i\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1-i\Delta_1}{1+\Delta_1^2}r^2\right)-\frac{2iq}{g}-i\frac{h}{2g}(1+r^2)\right\}; \quad (404)$$

$$\operatorname{tg}\arg\varphi=\frac{a_2}{a_1}=\frac{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}r^2\right)-\frac{2q}{g}-\frac{h}{2g}(1+r^2)}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+\Delta_{-1}^{2}}+\frac{1}{1+\Delta_1^2}r^2\right)}; \quad (405)$$

Повидимому, здесь нельзя положить $\mathrm{tg}\arg = 0$;

$$\mathrm{gla}_2 = \pi\left(2k - \frac{1}{2}\right) + \arg\varphi; \tag{406}$$

$$\mathrm{gl}\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2} + \frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}r^2\right) - \frac{2q}{g} - \frac{h}{2g}(1+r^2)\right\} = \pi\left(2k - \frac{1}{2}\right) + \arg\varphi; \tag{407}$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2} + \frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}r^2\right)\mathrm{gl} - 2\mathrm{ql} - 1\frac{1+r^2}{2}h = \pi\left(2k - \frac{1}{2}\right) + \arg\varphi; \tag{408}$$

$$\mathrm{ql} = -\frac{\pi}{2}\left(2k - \frac{1}{2}\right) - \mathrm{lh}\frac{1+r^2}{4} - \mathrm{gl}\,\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta_{-1}}{1+\Delta_{-1}^2} + \frac{\Delta_1}{1+\Delta_1^2}r^2\right) + \arg\varphi; \tag{409}$$

$$\Delta_{-1} = \frac{\frac{\Omega}{v_p} + k_{sx}}{\alpha}; \quad \Delta_1 = \frac{\frac{\Omega}{v_p} - k_{sx}}{\alpha}; \tag{410}$$

Пусть $\Delta_1 = 0$, т.е. $\frac{\Omega}{v_p} = k_{sx}$; При этом условии $\Delta_{-1} = \frac{2k_{sx}}{\alpha}$;

$$\mathrm{gl} = \frac{2}{\frac{1}{1+\frac{4k_{sx}^2}{\alpha^2}} + r^2}\ln\frac{g}{2hr^2}\left\{\left(\frac{1}{1+\frac{4k_{sx}^2}{\alpha^2}} + r^2\right)^2 + \left(\frac{\frac{2k_{sx}}{\alpha}}{1+\frac{4k_{sx}^2}{\alpha^2}}\right)^2\right\}^{1/2}; \tag{411}$$

Пусть теперь $\Delta_{-1} = 0$, т.е. $\frac{\Omega}{v_p} = -k_{sx}$; (412)

$$\Delta_1 = -\frac{2k_{sx}}{\alpha}; \tag{413}$$

$$\mathrm{gl} = \frac{2}{1+\frac{1}{1+\frac{4k_{sx}^2}{\alpha^2}}r^2}\ln\frac{g}{2hr^2}\left\{\left(1 + \frac{1}{1+\frac{4k_{sx}^2}{\alpha^2}}r^2\right)^2 + \left(\frac{-\frac{2k_{sx}}{\alpha}}{1+\frac{4k_{sx}^2}{\alpha^2}}\right)^2\right\}^{1/2}; \tag{414}$$

$\omega_0 - \omega_{-1}$;

(415)

Стокс, $\omega_0 > \omega_{-1}$, $\Omega > 0$ ω_0- фиксированнойантистокс, $\omega_0 < \omega_{-1}$, $\Omega < 0$ ω_{-1}- свободная.Если $\Delta_1 = 0$, т.е. $\omega_{-1} = \omega_0 - v_p - k_{sx}$, то $\Delta_{-1} = \frac{2V_pK_{sx}}{V_p\alpha} = \frac{2K_{sx}}{\alpha}$, т.е. $\Delta_{-1} \neq 0$; т.е. переход от наших расчетов к стать

Заскалько состоит в процедуре $\Delta_1 = \Delta_{-1} = \Delta$, что делать на самом деле нельзя; т.е нельзя полагать $\Delta_1 = \Delta_{-1} = \Delta$,а значит и нельзя перейти к уравнениям Заскалько , и следовательно , эти уравнения не существует , неверны . Уточним Δ_1 и Δ_{-1} будут , однако совпадать друг с другом лишь при очень большом Ω т.е вдали от резонансов , а это не представляет интереса.

ВЫВОДЫ

ЛИТЕРАТУРА

1. Заскалько О.П., Сердюченко Ю.Н., Фабелинский И.Л. Письма в ЖЭТФ,1980,31.103
2. Старунов В.С., Фабелинский И.Л. УФН, 1969,98,441.
3. Фабелинский И.Л. «Молекулярное рассеяние света».
4. Вукс М.Ф. «Рассеяние света в газах, жидкостях и растворах»
5. Ефимов В.Ф., Зубарев И.Г., Котов А.В., Миронов А.Б., Михайлов С.И. «Квантовая Электроника» 1981,8,891
6. Физическая акустика. (под. ред. У.Мэзона) т. 4.

7. Зозуля А.А. Силин. В.П. Тихончук В.Т. письма ЖЭТФ 1983,38,48
8. Волькенштейн М.В. «Молекулярная оптика»
9. Вукс М.Ф. «Электрические и оптические свойства молекул»
10. Капустин А.П. «Акустика жидких кристаллов»
11. де Жен П. «Физика жидких кристаллов»
12. Блинов И.П. «Экспериментальные исследования жидких кристаллов».
13. Вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна, уфн,1969.98,с. 441
14. ru.wikipedia.org/wiki/Рассеяние_Мандельштама
15. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц, Механика сплошных сред, 1953.
17. А. А Маиов, Р. В. Хохлов, Проблемы нелинейной оптики, 1964
18. Сайт www.ziyonet.uz
19. Сайт www.ru.wikipedia.org
20. Сайт www.dic.academic.ru