УСТОЙЧИВОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Ж.У.Севинов, Х.З.Игамбердиев

Узбекистан, Ташкент

В последнее время в связи с предъявлением все более высоких требований к процессам управления в различных областях техники проблема идентификации становится исключительно важной. Нельзя обеспечить качественное управление системой, если ее математическая модель не известна с достаточной точностью. Для построения математической модели могут быть использованы как теоретические, так и экспериментальные методы. Известно, что нельзя построить математическую модель, адекватную реальной системе, только на основе теоретических исследований физических процессов в системе. Сформированная таким образом математическая модель, как правило, значительно отличается от реальной системы, что приводит соответственно к снижению качества управления. Поэтому в процессе проектирования систем управления одновременно с теоретическими исследованиями проводятся многочисленные эксперименты по определению и уточнению математической модели системы. Определение всех характеристик процесса, модель которого нужно построить, не является, вообще говоря, не только возможным, но даже и желательным. Характеристики, знать которые необходимо, определяются целью, поставленной перед системой, допустимой степенью сложности системы в целом и требованиями к сопутствующим вычислительным процедурам.

Широко распространены алгоритмы идентификации [1,2], основанные на методе наименьших квадратов, который обеспечивает получение среднеквадратических оценок параметров. Эти методы пригодны и для нестационарных процессов с медленно меняющимися параметрами. Они могут использоваться для построения части модели вход-выход-шум, а также для оценки неизвестных параметров заданных нелинейных функций или полиномиальных аппроксимаций неизвестных нелинейных функций. Регрессионные методы позволяют проводить идентификацию при одновременных воздействиях на нескольких входах системы и, могут быть представлены в рекуррентной форме. Перечисленные обстоятельства свидетельствуют об эффективности методов идентификации с помощью регрессионных методов.

Рассмотрим линейную дискретную динамическую систему вида:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + v_k\,, \quad (1)$$

где x – n-мерный вектор состояния, u - m-мерный вектор управления, v_k – n-мерный вектор шума объекта с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей Q.

Введем следующие обозначения

$$\eta_k \stackrel{\Delta}{=} (x_{1,k} \ldots x_{n,k}; u_{1,k} \ldots u_{m,k})^T \stackrel{\Delta}{=} (w_{1,k} \ldots w_{n+m,k})^T\,,$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \ldots a_{1n}, b_{11} \ldots b_{1m} \\ \vdots \\ a_{n1} \ldots a_{nn}, b_{n1} \ldots a_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Phi_1)^T \\ \vdots \\ (\Phi_n)^T \end{bmatrix}.$$

Следовательно, уравнение (1) запишется в виде

$$x_{k+1} = \Phi \cdot \eta_k + v_k\,.$$

Тогда для оценивания Φ_i^T i-й строки матрицы $\Phi (i = 1,\ldots,n)$ можно использовать выражение вида

$$W_k \varPhi_i^T = \vartheta_{i,k+1} + v_k, \qquad (2)$$

где $W_k \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} w_{1(1)k} \dots w_{m+n(1)k} \\ \vdots \\ w_{1(r)k} \dots w_{m+n(r)k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1(1)k} \dots x_{n(1)k}, u_{1(1)k} \dots u_{m(1)k} \\ \vdots \\ x_{1(r)k} \dots x_{n(r)k}, u_{1(r)k} \dots u_{m(r)k} \end{bmatrix}$, $\quad \vartheta_{i,k+1} = \left[x_{i(1)k+1} \dots x_{i(\mu)k+1} \dots x_{i(r)k+1} \right]^T$, $r \geq n + m + 1$.

В тех случаях, когда отсутствуют сведения об априорном распределении $p(\varPhi_i^T)$, рекомендуется в качестве оценки вектора $\varPhi_i^T$ брать такое значение $\varPhi_{iМП}^T$, которое с наибольшей вероятностью обусловливает появление именно заданного вектора ϑ. При нормальном распределения вектора шума измерения с нулевым средним и ковариационной матрицей Q оценка максимального правдоподобия находится из системы алгебраических уравнений

$$W_k^T Q^{-1} W_k \varPhi_i^T = W_k^T Q^{-1} \vartheta_{i,k+1} \qquad (3)$$

и является несмещенной и эффективной при конечном объеме измерений [1,3].

Несмотря на хорошие статистические свойства, применение оценки $\varPhi_{iМП}^T$ очень ограниченно. Это связано с плохой обусловленностью матрицы W_k, что при отсутствии априорных ограничений на значение вектора $\varPhi_i^T$ вызывает большие ошибки оценивания вектора $\varPhi_i^T$. Более того, матрицы $W_k^T W_k$ и $W_k^T Q W_k$ имеют худшую обусловленность, чем матрица W_k исходного уравнения (2), поэтому при решении (3) возможно проявление численной неустойчивости, заключающейся в том, что малые погрешности в исходных данных могут вызвать конечные, но неприемлемые по величине ошибки решения.

В сформулированных выше условиях на основании методов теории некорректно поставленных задач [4,5] регулярное решение уравнения (3) можно записать в виде:

$$\varPhi_i^T = \left(W^T Q^{-1} W + \alpha G \right)^{-1} W^T Q^{-1} \vartheta_{i,k+1},$$

где G – положительно определенная матрица, $\alpha > 0$ – параметр регуляризации.

Матрицу G, например, можно выбирать в виде:

$$G = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Здесь параметр регуляризации α целесообразно определять как корень следующего нелинейного уравнения:

$$\frac{rank(G)}{\alpha} = Sp\left[G \left(W^T Q^{-1} W + \alpha G \right)^{-1} \right] + \left((\varPhi_i^T)_\alpha, G (\varPhi_i^T)_\alpha \right).$$

Рассматривался также минимаксный вариант решения рассматриваемой задачи на основе различных способов задания “множества корректности”, минимизирующего среднеквадратическую ошибку решения уравнения (2).

Для решения уравнения (2) можно также применить методы и алгоритмы калмановской фильтрации [6,7]. Тогда модель динамического процесса, соответствующего уравнению (2), определится уравнениями

$$\varPhi_i^T = \left(\varPhi_i^T \right)_{j+1} = \left(\varPhi_i^T \right)_j,$$

$$\left(\vartheta_{i,k+1} \right)_j = \left(w_i \right)_j \varPhi_i^T + v_j,$$

где w_i – i-ая строка матрицы W_k.

Из общих уравнений фильтра Калмана [6,7] следует, что оценка $\left(\Phi_i^T\right)_j$, минимизирующая среднеквадратическую ошибку оценивания, определяется рекуррентными соотношениями

$$\left(\Phi_i^T\right)_{j+1} = \left(\Phi_i^T\right)_j + K_{j+1}\left[\left(\vartheta_{i,k+1}\right)_{j+1} - \left(w_i\right)_{j+1}\left(\Phi_i^T\right)_j\right],\ \left(\Phi_i^T\right)_0 = \Phi_0,$$

$$K_{j+1} = P_{j|j}\left(w_i^T\right)_{j+1} \Big/ \left(\left(w_i\right)_{j+1} P_{j|j}\left(w_i^T\right)_{j+1} + \sigma_{j+1}^2\right),$$

$$P_{j+1|j+1} = \left[I - K_{j+1}\left(w_i\right)_{j+1}\right]P_{j|j},\ P_{0|0} = P_0,$$

где σ_i^2 –дисперсия шума измерения в i-х точках, $\Phi_i^T \sim N\left(\Phi_{0|0}, P_{0|0}\right)$.

Практическая реализация приведенных выше алгоритмов на основе разработанного программного обеспечения показала свою эффективность при решении разнообразных задач идентификации и управлении промышленными объектами.

Литература:

1. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
2. Штейнберг Ш.Е. Идентификация в системах управления. –М.: Энергоатомиздат, 1987. – 80 с.
3. Кашьяп Р.А., Рао А.Р. Построение динамических моделей по экспериментальным данным. Пер. с англ. - М.: Наука, 1983. - 384 с.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 288 с.
5. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седельников А.И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. –Новосибирск: Наука, 1984. –240 с.
6. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. / Под ред. К. Т. Леондеса. Пер. с англ., - М.: Мир, 1980. - 407с.
7. Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана - Бьюси. - М.: Наука, 1982. - 200 с.